



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

TRANSPORTO INŽINERIJOS FAKULTETAS

MOBILIŲJŲ MAŠINŲ IR GELEŽINKELIŲ TRANSPORTO KATEDRA

Renata Autukevičiūtė

**SUNKVEŽIMIO SU PUSPRIEKABE AUTONOMINIO PARKAVIMO GALU SISTEMOS
KŪRIMAS IR TYRIMAS**

**TRUCK WITH SEMI-TRAILER AUTONOMOUS PARKING SYSTEM DEVELOPMENT
AND RESEARCH**

Baigiamasis magistro darbas

Transporto inžinerijos studijų programa, valstybinis kodas 621E20003

Transporto technologinių sistemų inžinerijos specializacija

Sausumos transporto inžinerijos studijų kryptis

Vilnius, 2018

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
TRANSPORTO INŽINERIJOS FAKULTETAS
MOBILIŲJŲ MAŠINŲ IR GELEŽINKELIŲ TRANSPORTO KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

(Parašas)

(Vardas, pavardė)

(Data)

Renata Autukevičiūtė

**SUNKVEŽIMIO SU PUSPRIEKABE AUTONOMINIO PARKAVIMO GALU
SISTEMOS KŪRIMAS IR TYRIMAS**

**TRUCK WITH SEMI-TRAILER AUTONOMOUS PARKING SYSTEM
DEVELOPMENT AND RESEARCH**

Baigiamasis magistro darbas

Transporto inžinerijos studijų programa, valstybinis kodas 621E20003.

Transporto technologinių sistemų inžinerijos specializacija

Sausumos transporto inžinerijos studijų kryptis

Vadovas

doc. dr. Raimundas Junevičius

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Konsultantas

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Konsultantas

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Lietuvių kalbos konsultantas doc. dr. Rasuolė Vladarskienė

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Vilnius, 2018

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
FAKULTETAS

KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

.....studijų kryptis

.....studijų programa, valstybinis kodas

(Parašas)

.....specializacija

(Vardas, pavardė)

(Data)

BAIGIAMOJO MAGISTRO DARBO

UŽDUOTIS

.....Nr.

Vilnius

Studentui (ei)

(Vardas, pavardė)

Baigiamojo darbo tema:

.....

.....

patvirtinta 201...m. d. dekanų potvarkiu Nr.

Baigiamojo darbo užbaigimo terminas 201...m. d.

BAIGIAMOJO DARBO UŽDUOTIS:

.....

.....

.....

.....

.....

.....

Baigiamojo darbo rengimo konsultantai:

.....

.....

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

Vadovas

(Parašas)

.....

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

Užduotį gavau

.....

(Parašas)

.....

(Vardas, pavardė)

.....

(Data)

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Transporto inžinerijos fakultetas

Mobiliųjų mašinų ir geležinkelių transporto katedra

ISBN

ISSN

Egz. sk.

Data-....-....

Transporto inžinerijos studijų programos baigiamasis magistro darbas

Pavadinimas **Sunkvežimio su puspriekabe autonominio parkavimo galu sistemos kūrimas ir tyrimas**

Autorius **Renata Autukevičiūtė**

Vadovas doc. dr. **Raimundas Junevičius**

Kalba

lietuvių

užsienio

Anotacija

Baigiamajame magistro darbe sukurta sunkvežimio su puspriekabe automatizuoto parkavimo galu sistema. Naudojantis programiniais paketais, sukurtas trimatis kompiuterinis sunkvežimio su puspriekabe modelis, skirtas automatizuoto parkavimo sistemos veikimui vizualiai perteikti. Išanalizavus mokslinę literatūrą kelio radimo, parkavimo trajektorijos kūrimo, transporto priemonių kinematinųjų bei dinaminių modelių sudarymo, autonominio parkavimo tematikomis, buvo pasirinktas atsitiktinių kliūčių paieškos metodas parkavimosi trajektorijai sukurti. Sugeneruota trajektorija naudojama kaip sektina sunkvežimio su puspriekabe judėjimo kreivė, sukurtame vairavimo sistemos valdymo algoritme. Nustatytos PI valdiklio konstantos, aprašyti valdomi signalai. Pateikiamos baigiamojo darbo išvados ir siūlymai.

Darbą sudaro 6 dalys: įvadas, mokslinių darbų kelio radimo, parkavimo trajektorijos kūrimo, transporto priemonių modelių sudarymo, autonominio parkavimo temomis analizė, tiriamos problemos aprašymas, modeliavimo rezultatai, išvados ir siūlymai, literatūros sąrašas.

Darbo apimtis – 52 p. teksto be priedų, 36 iliustr., 2 lent., 14 bibliografinių šaltinių.

Atskirai pridedami darbo priedai.

Prasminiai žodžiai: algoritmas, autonominis parkavimas, parkavimasis galu, parkavimosi trajektorija, PI valdiklis, sunkvežimio su puspriekabe

Vilnius Gediminas Technical University

Transport Engineering faculty

Mobile machinery and railway transport department

ISBN

ISSN

Copies No.

Date-....-....

Transport Engineering study programme master thesis

Title **Truck with Semi-Trailer Autonomous Parking System Development and Research**

Author **Renata Autukevičiūtė** Academic supervisor Assoc Prof dr **Raimundas Junevičius**

Kalba

Lithuanian

Foreign

Annotation

Autonomous backway parking system of the truck with the semi-trailer was created in this master thesis. The three-dimensional model of the vehicle was created by using software packages to visualize the operation of automated parking system. The analysis of scientific articles about path finding, parking trajectory creation, kinematics and dynamics models of vehicles formation, autonomous parking, the rapidly-exploring random trees method was chosen for trajectory development. The generated trajectory is used as a sequence of a truck with a semi-trailer movement in steering system control algorithm. The coefficients of PI controller was determined, control signals were described. Conclusions and suggestions are presented.

Structure: introduction, analysis of scientific articles of path finding, parking trajectory creation, vehicles' models composition, autonomous parking themes, description of the problem being investigated, results of modelling, conclusions and suggestions, references.

Thesis consist of: 52 p. text without appendixes, 36 pictures, 2 tables, 14 bibliographical entries.

Appendixes included.

Keywords: algorithm, autonomous parking, backway parking, parking trajectory, PI controller, truck with semi-trailer

TURINYS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS.....	7
LENTELIŲ SĄRAŠAS.....	9
SANTRUMPŲ IR TERMINŲ ŽODYNAS	10
ĮVADAS.....	11
1. MOKSLINIŲ DARBŲ KELIO RADIMO, PARKAVIMO TRAJEKTORIJOS KŪRIMO, TRANSPORTO PRIEMONIŲ MODELIŲ SUDARYMO, AUTONOMINIO PARKAVIMO TEMOMIS, ANALIZĖ	13
2. TIRIAMOS PROBLEMOS APRAŠYMAS	20
2.1. SUNKVEŽIMIO SU PUSPRIEKABE KOMPIUTERINIO MODELIO KŪRIMAS	21
2.1.1 Akermano principas	21
2.1.2. Transporto priemonės modeliavimas, naudojant dviračio modelį	24
2.1.3. Traktoriaus su priekaba modelis	24
2.1.4. Autotraukinio su dvejomis priekabomis modelis.....	26
2.1.5. Kompiuterinio sunkvežimio su puspriekabe modelio kūrimas	29
2.2. VALDYMO SISTEMOS	34
2.3. PARKAVIMO TRAJEKTORIJOS KŪRIMAS	39
2.4. VALDYMO UŽDAVINIO FORMULAVIMAS IR TIKSLINIMAS	44
3. MODELIAVIMO REZULTATAI.....	47
IŠVADOS IR SIŪLYMAI.....	51
LITERATŪROS SĄRAŠAS.....	52

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1 pav. Lengvojo automobilio aplinkos atpažinimo sistemos struktūra (F. Jimenez et al., 2014).....	19
2 pav. Akermano vairavimo principu pagrįstas transporto priemonės modelis (A. Gupta, R. Diverkar, 2011).....	21
3 pav. Nelygiagretus transporto priemonių stovėjimas modelis (A. Gupta, R. Diverkar, 2011).....	23
4 pav. Automobilio kinematinis modelis, taikant dviračio principą (P. Zips et al., 2013).....	24
5 pav. Traktoriaus su priekaba modelis: x, y – galinės traktoriaus ašies vidurio taško koordinatės; x_t, y_t – priekabos ašies vidurio taško koordinatės; θ – traktoriaus padėties kampas; β – priekabos padėties kampas (F. Gomez-Bravo et al., 2005).....	25
6 pav. Autotraukinio modelis (B. Li, Zh. Shao, 2015).....	26
7 pav. Autotraukinio važiavimo trajektorija (B. Li, Zh. Shao, 2015).....	27
8 pav. Transporto priemonės manevravimas. $R = 12,50\text{ m}$. $R = 5,30\text{ m}$. $U_{max} = 0,60\text{ m}$ (ES reglamentas Nr. 1230/2012)	28
9 pav. Sunkvežimių ir autobusų stovėjimo vietų ženklavimas ir matmenys (Lietuvos Respublikos Susisiekimo ministerija, 2012).....	29
10 pav. Automobilinių traukinių stovėjimo vietų ženklavimas ir matmenys (Lietuvos Respublikos Susisiekimo ministerija, 2012).....	29
11 pav. <i>Adams/Truck</i> programiniu paketu sukurtas sunkvežimio su puspriekabe modelis.....	30
12 pav. Vilkiko su puspriekabe kompiuterinis modelis, sukurtas <i>Adams/View</i> programiniu paketu.....	31
13 pav. Vilkiko su puspriekabe modelis su sudėliotais ryšiais ir veikiančiomis jėgomis.....	32
14 pav. Sunkvežimio dinaminis modelis	32
15 pav. Sunkvežimio dinaminis modelis (projekcija iš galo)	33
16 pav. Atviro ir uždaro tipo sistemų principinės schemas.....	34
17 pav. Principinė automatinio valdymo sistemos schema	35
18 pav. Proporcinis valdymas (Virtualusis...2018)	36
19 pav. Integrinis valdymas (Virtualusis...2018)	36
20 pav. Proporcinis – integrinis valdymas (Virtualusis...2018)	36
21 pav. Proporcinis - diferencinis valdymas (Virtualusis...2018).....	37
22 pav. PID valdiklio pajungimo principinė schema	38
23 pav. Atsitiktinių kliūčių radimo metodo taikymas, kai kelyje nėra kliūties, schema	40
24 pav. Atsitiktinių kliūčių radimo metodo taikymas, kai kelyje yra kliūtis, schema	40
25 pav. Parkavimo aikštelė	41
26 pav. Parkavimo aikštelė su trajektorija($r = 15, k = 400, e = 10$)	41

27 pav. Parkavimo aikštelė su trajektorija($r = 10, k = 300, e = 10$)	42
28 pav. Optimizuota trajektorija($r = 15, k = 400, e = 10$)	43
29 pav. <i>Adams</i> programa sukurto vilkiko su puspriekabe modelio blokinė schema	44
30 pav. Valdymo schema	45
31 pav. Valdymo schema su PI valdikliu.....	46
32 pav. Parkavimo aikštelė.....	47
33 pav. Sugeneruota trajektorija.....	48
34 pav. Trajektorijos optimizavimas.....	48
35 pav. Vairuojamųjų ratų pasukimo kampo kreivių grafikas.....	49
36 pav. Atviro ir uždaro tipo valdymo sistemų sugeneruotos parkavimosi trajektorijos.....	49

LENTELIŲ SĄRAŠAS

1 lentelė. Autotraukinio modelio duomenys.....	26
2 lentelė. Atsitiktinių kliūčių radimo metodo algoritmų seka	40

SANTRUMPŲ IR TERMINŲ ŽODYNAS

Algoritmas – tam tikra veiksmų seka, siekiant gauti atitinkamą rezultatą.

Autonominė transporto priemonė – transporto priemonė, kuri gali visiškai savarankiškai, be žmogaus pagalbos, judėti aplinkoje.

Didžiausia leistina masė - tai maksimali pakrautos transporto priemonės masė tarptautinio vežimo sąlygomis.

Direktyva - Vienas iš Europos Bendrijos steigimo sutarties (Romos sutarties) numatytų EB institucijų leidžiamų teisės aktų, kuriuo nustatomas tikslas, kurį visos ES šalys privalo pasiekti.

Jutiklis – skaitmeninis įrenginys, kuris vienus kintamuosius, paverčia kitais – lengviau vartotojui suprantamais.

Priekaba — tai sukabinimui su motorine transporto priemone skirta, prekių vežimui pritaikyta ir įrengta bet kuri transporto priemonė, išskyrus puspriekabes.

Puspriekabė — tai bet kuri prekių vežimui pritaikyta ir įrengta transporto priemonė, skirta sukabinimui su motorine transporto priemone tokiu būdu, kad dalis jos būtų ant motorinės transporto priemonės ir kad motorinei transporto priemonei tektų didelė puspriekabės masės ir krovinio masės dalis.

Transporto priemonių junginys:

- autotraukinys, kurį sudaro su priekaba sukabinta motorinė transporto priemonė;
- autotraukinys, kurį sudaro su puspriekabe sukabinta motorinė transporto priemonė.

IVADAS

Temos aktualumas. Dauguma mūsų kasdieną esame eismo dalyviai: ar vaikštome pėsti, ar naudojamės viešuoju transportu, ar sėdime keleivio vietoje, ar vairuojame. Kiekvienas eismo dalyvis yra skirtingas. Kalbant apie vairuotojus, galima pastebėti, jog kiekvienas skirtingai suvokia erdvę, transporto priemonės matmenis, nevienodai geba sukonzentruoti dėmesį, turi skirtingus vairavimo įgūdžius. Šiais laikais neretai patys vairuotojai sąmoningai nesutelkia viso savo dėmesio į tai, ką daro: vairuodami ar statydami transporto priemonę naudojami mobiliuoju telefonu, šneka su keleiviais ar tiesiog nukreipia savo dėmesį į aplinką. Dėl to kyla nemaža tikimybė sukelti eismo įvykį. Tam, kad būtų išvengta neigiamų žmogiškojo faktoriaus padarinių, optimaliai išnaudotas laisvas, transporto priemonių parkavimui skirtas plotas, nebūtų apgadinamos šalia stovinčios transporto priemonės, kartu, padidinamas eismo saugumas ir vairuotojų bei keleivių komfortas, yra kuriama, tobulinama, diegiama ir testuojama autonominio parkavimo sistema.

Autonominio parkavimo sistema – tai sistema, kuri gali savarankiškai, be žmogaus pagalbos, priparkuoti transporto priemonę.

Yra išskiriami 5 automatizacijos lygmenys. 0 lygis – kai transporto priemonė yra visiškai valdoma vairuotojo. 1 lygis – automatizuojamos tik tam tikros transporto priemonės funkcijos: kruizo kontrolė, eismo juostų laikymasis, transporto priemonės savarankiškas parkavimasis, tačiau vairuotojas yra atsakingas už transporto priemonės valdymą. 2 lygis – keleto valdymo sistemų automatizavimas, pavyzdžiui, pastovaus greičio ir eismo juostos centro palaikymo. Vairuotojas stebi eismą ir gali bet kada perimti transporto priemonės valdymą, tačiau jeigu tam būtinybės nėra, eismo sąlygos yra palankios, transporto priemonė gali būti valdomos autonominių sistemų. 3 lygis – vairuotojas, atsižvelgdamas į eismo sąlygas, gali transporto priemonės valdymą patikėti autonominei valdymo sistemai. Paliekama galimybė vairuotojui perimti transporto priemonės valdymą, tačiau jis neprivalo nuolat stebėti kelio. 4 lygis – visiškai autonominis transporto priemonės valdymas: visą kelionę išmaniosios sistemos gali atlikti valdymo ir eismo stebėjimo funkcijas. Transporto priemone gali naudotis asmenys, neturintys vairavimo teisės ar patirties; transporto priemonės gali judėti be keleivių.

Darbo tikslas. Pagrindinis darbo tikslas – sudaryti sunkvežimio su puspriekabe teorinį kompiuterinį modelį, sukurti valdymo algoritmą ir patikrinti teoriniam modeliui sudarytą autonominio parkavimo galu sistemos veikimą, pateikiant vizualizaciją.

Uždaviniai:

- atlikti mokslo darbų apžvalgą;
- sukurti sunkvežimio su puspriekabe kompiuterinį modelį;
- nustatyti valdomus parametrus;

- suformuluoti valdymo uždavinį, patikslinti kompiuterinio transporto priemonės modelį;
- parinkti trajektorijos kūrimo metodą;
- parinkti valdiklį;
- tikslinti valdymo uždavinį ir susieti su kompiuteriniu sunkvežimio su puspriekabe modeliu;
- atlikti autonominio parkavimo galu sistemos veikimo vizualizaciją;
- pateikti išvadas.

Darbo metodai. Darbas yra teorinis ir praktinis. Išanalizavus trajektorijos kūrimo metodus, valdymo schemų sudarymo principus, buvo sukurtas trajektorijos vykdymo valdymo algoritmas ir išbandytas jo veikimas, naudojantis kompiuteriniu sunkvežimio su puspriekabe 3D modeliu.

Darbo teorinė reikšmė ir praktinė nauda. Darbe apžvelgiami dažniausiai naudojami trajektorijos kūrimo metodai, kuriamas transporto priemonės 3D modelis ir valdymo algoritmas, kuris ateityje gali būti tobulinamas ir diegiamas į transporto priemonės prototipą praktiniam išbandymui, remiantis gautais rezultatais.

Baigiamojo darbo mokslinė sklaida. Kadangi didžiausi transporto priemonių gamintojai visame pasaulyje intensyviai ir aktyviai sprendžia autonominio transporto kūrimo, vystymo ir diegimo į bendrąją transporto infrastruktūrą problemas, todėl, baigiamojo magistro darbo tema yra aktuali šių dienų transporto inžinerijos srityje. Baigiamojo magistro darbo tema, kartu su darbo vadovu, publikuotas mokslinis straipsnis „Autonomous Parking System of The Truck With The Semi-trailer“ konferencijoje „EAEC 2017 15th European Automotive Congress“, Madride.

1. MOKSLINIŲ DARBŲ KELIO RADIMO, PARKAVIMO TRAJEKTORIJOS KŪRIMO, TRANSPORTO PRIEMONIŲ MODELIŲ SUDARYMO, AUTONOMINIO PARKAVIMO TEMOMIS, ANALIZĖ

Nors autonominis transportas yra šių dienų aktualija, tačiau mokslinių straipsnių šia tema lietuvių kalba nebuvo surasta. Toliau pateikiami ir nagrinėjami užsienio mokslininkų darbai.

C. Katrakazaso ir kt. (2015) straipsnyje atliekama autonominio vairavimo modeliavimo metodų apžvalga. Visų metodų algoritmas yra vienodas: kelio radimas, saugiausio manevro pasirinkimas ir trajektorijos pasirinkimas. Metodai lyginami tarpusavyje, išskiriant teigiamus ir neigiamus aspektus, aptariamas jų optimalumas, galimybė pritaikyti skirtingose situacijose eisme ir pan.

Autonominio judėjimo modeliavimo algoritmai pirmiausia buvo pradėti taikyti mobiliems robotams, vėliau algoritmai pradėti taikyti kelio ar bekelės transporto priemonėms. Anksčiau minėtas, visiems taikytinas bendras algoritmas – kelio radimas, saugiausio manevro ir trajektorijos pasirinkimas – apima transporto priemonės dinamiką, kliūčių identifikavimą, kelio geometriją, eismo sąlygas. Straipsnyje autoriai pateikia keturis laisvos erdvės radimo ir kelio planavimo metodus.

Pirmasis – Voronoi diagramos (angl. *Voronoi diagrams* arba *Dirichlet tessellation*) – kuriomis yra generuojamas kelias, maksimizuojant atstumą tarp transporto priemonės ir kliūčių. Voronoi diagrama randama laikantis logikos: jeigu kelias egzistuoja laisvoje erdvėje, tai jis taip pat bus Voronoi diagramoje. Šios diagramos naudojamos trajektorijai planuoti statiškoje aplinkoje, dažniausiai parkavimo vietoms rasti.

Antrasis metodas, kurį analizuoja mokslininkai, tai užimtų tinklų (angl. *Occupancy grids*) metodas. Šiuo metodu taip pat analizuojama statiška erdvė, kuri yra suskaidoma į tinklus. Priimama, kad kiekviena tinklo ląstelė (elementas) turi tikimybę, jog ji bus užimta kliūtis arba joje gali būti sankryža ar kitas plotas, netinkamas parkavimui. Laisvos erdvės pasiekiamumas apskaičiuojamas pagal atstumą iki kliūčių, kelio linijų ribas. Užimtų tinklų metodas leidžia greitai ir lengvai apskaičiuoti laisvą plotą, tačiau sunkumų iškyla taikant šį metodą erdvėje, kurioje daug kliūčių.

Trečiasis metodas – gardelės (angl. *State lattice*) metodas. Jo esmė – nagrinėjamas plotas suskaidomas į kvadratus ar apskritimus, nuosekliai kartojant įmanomas trajektorijas transporto priemonei judėti. Metodo netobulumas pasireiškia tuomet, kai reikia iš esamos trajektorijos pereiti į manevrui užbaigti reikalingą trajektoriją, taip pat, jeigu transporto priemonei reikia daug sukinėtis.

Ketvirtasis metodas – vairavimo koridorių (angl. *Driving corridors*). Vairavimo koridorius – tai kelių eismo linijomis apribotas plotas, kuriame tikimasi, jog judės transporto priemonė. Informacija apie eismo linijas yra gaunama iš skaitmeninių žemėlapių arba naudojant nenutrūkstamą lokacijos ir kartografijos kūrimą (angl. *Simultaneous Localisation and Mapping*), kuris pagrįstas roboto judėjimu nežinomoje erdvėje, tuo pačiu metu kuriant aplinkos žemėlapi. Vairavimo

koridoriaus centre brėžiama linija, pagal kurią turėtų judėti transporto priemonė. Pagrindinis metodo trūkumas – reikalingas didelis informacijos kiekis apie kelių eismo infrastruktūrą.

Ieškant geriausios trajektorijos, labai svarbus yra laikas. Straipsnyje aptariamas algoritmas, leidžiantis greičiau nustatyti geriausią trajektoriją – tai spartaus atsitiktinių kliūčių radimo (angl. *Rapidly-exploring Random Trees (RRTs)*) metodas.

Atsitiktinių kliūčių radimo metodo veikimo principas – nuo užsiduoto pradinio taško yra sukuriama tarsi medžio šakų pavidalo išsišakojimai ir stochastiškai braižomi vis nauji, kurie trumpiausiu keliu sujungia atsitiktinai sugeneruotus taškus, taip užpildant visą, numatytą erdvę. Pirmiausia, nuo užsiduoto taško nubraižoma šaka iki artimiausio atsitiktinai sugeneruoto taško. Jeigu artimiausias taškas patenka į nubraižytą šaką, nuo jos yra braižomas naujas išsišakojimas ir šitaip kuriamas vientisas išsišakojimų tinklas – sujungiant artimiausius atsitiktinai sugeneruotus taškus šakomis. Svarbu paminėti, kad braižomos šakos negali kirsti kelyje sutiktų kliūčių. Kai visame apibrėžtame plote yra atsitiktinai sugeneruojami visi taškai ir nubraižomas išsišakojimų tinklas, tuomet nuo užsiduoto pradinio taško iki užsiduoto galutinio taško yra nubraižoma trajektorija. Mokslininkai pabrėžia, jog *RRTs* metodas greitai išanalizuoja laisvą plotą ir yra universalus tuo, kad gali būti naudojamas tiek statiškoje, tiek dinamiškoje aplinkoje. Būtent dėl to šis metodas dažnai taikomas autonominio vairavimo tematikos darbuose.

Tyrėjams paantrina ir M. Šeda, V. Pich (2008) pridurdami, kad vienas iš atsitiktinių kliūčių radimo metodo trūkumų yra tai, kad sukuriamą trajektoriją turi daug staigių posūkių, aštrių kampų, tačiau mokslininkai pateikia problemos sprendimo būdą: siūloma nuglūdinti trajektorijos kampus ir padaryti ją tolydžią naudojant tolydžias kreives ar apskritimo lankus.

C. Katrakazas et al. (2015) pabrėžia, jog svarbu nagrinėti ne kinematinį, o dinaminį transporto priemonės modelį, kadangi kinematinis modelis neleidžia taisyklingai sumodeliuoti transporto priemonės manevrų, nes nėra vertinama masė, jėgos, veikiančios į ratus, pagreičiai. Taip pat, būtent dinaminis modelis leidžia taisyklingiau sumodeliuoti transporto priemonės judėjimą realiuoju laiku, realiame eisme. Autoriai taip pat pabrėžia, kad sunkumų sukelia ne tik modelio kūrimas, bet ir realios aplinkos modeliavimas: oro sąlygų, kelio dangos paviršiaus struktūros ar būklės, kadangi tai nenuspėjami ir nuolat kintantys parametrai.

Visgi rizika, jog autonominis transportas susidurs su kliūtimi, yra ganėtinai didelė. Svarbiausiais rizikos išvengimo aspektais, kuriuos reikėtų nuolatos sekti, mokslininkai laiko tris: laiką iki susidūrimo, atstumą iki susidūrimo ir sureagavimo laiką. Aplinką, kurioje gali būti testuojami algoritmai, siūloma skirstyti į tris kategorijas: simuliacija kompiuterinėse programose, eksperimentai su transporto priemonių modeliais ir eksperimentai realioje erdvėje.

C. Katrakazas et al. (2015) akcentuoja, kad didelis progresas yra pasiektas, kuriant statiškos aplinkos atpažinimo ir transporto priemonės orientavimosi joje algoritmus, tačiau daugiau tyrimų

reikia dinaminėms kliūtims (gyvūnams, pėstiesiems ar dviratėms transporto priemonėms) aptikti ir prognozuoti.

Yra išskiriami trys parkavimo atvejai: šoninis arba lygiagretus, 45° ir status arba 90° . P. Zipsas et al. (2013) aprašo parkavimo algoritmą, kuris greitai optimizuoja reikiamą trajektoriją ir gali būti pritaikytas visiems parkavimo atvejams. Kliūčių išvengimas apskaičiuojamas taikant Minkovskio (*Minkowski*) sumą, kurios esmė – iš vektorių sudėliojamas ir apskaičiuojamas plotas. Algoritmas turi apskaičiuoti įmanomą trajektoriją iš nurodytos pradinės transporto priemonės padėties. Trajektorija turi būti optimalaus ilgio ir nesusikirsti su jokiais kliūtimis. Pats transporto priemonės modelis yra kinematinis, taikant Akermano (*Ackermann*) vairavimo principą, kai teigiama, jog pasukami tik priekiniai transporto priemonės ratai, kurie, kartu su galiniais ratais posūkio metu aplink tą patį tašką, nuvažiuoja skirtingo ilgio kelius ir dėl to nepraslysta. Automobilis aprašomas ir modeliuojamas tik su vienu priekiniu ir galiniu ratu (dviračio modelis). Judėjimą nusako koordinatinis taškas, esantis ant galinės ašies centro (nagrinėjamo modelio atveju ant galinio rato vidurio). Taip pat užsiduodamas išilginės automobilio ašies posūkio kampas.

Parkavimo algoritmas yra išskaidomas į dvi dalis, kurios atsakingos už dviejų, skirtingų uždavinių vykdymą. A dalis atsakinga už vairavimą į parkavimo vietą. Reikalinga trajektorija turi būti surasta tarp dviejų iš anksto numatytų taškų, dažniausiai erdvėje, kurioje nėra kliūčių. B dalis atsakinga už taisyklingų manevrų pasirinkimą ir vykdymą, dažniausiai siaurame plote, kur reikalingi maži, bet tikslūs manevrai.

Atliekant simuliacijas, buvo varijuojama parkavimui skirto ploto matmenimis, dėl to kito skaičiavimo laikas ir iteracijų skaičius. Išvadose autoriai pabrėžia, jog sukurtas algoritmas, kuris per kelias milisekundes apskaičiuoja parkavimo trajektoriją, be jokių pakeitimų, gali priparkuoti transporto priemonę visais parkavimo atvejais: tiek lygiagrečiu, tiek 90° , tiek 45° kampu.

Dar vieną metodą, kaip savarankiškai prisiparkuoti transporto priemonei, esant bet kokiam parkavimo atvejui, pasiūlė mokslininkai B. Li, Zh. Shao (2015). Jie nagrinėja kinematinį automobilio modelį ir atlieka geometrinę aplinkos analizę, siekdami tiksliai apriboti transporto priemonės judėjimą erdvėje, kad būtų išvengta susidūrimo su kitomis transporto priemonėmis ar kliūtimis, nepriklausomai nuo to, ar jos yra išsidėsčiusios pagal parkavimo vietų linijas, ar ne. Tikslas yra priparkuoti transporto priemonę per optimalų laiką į nurodytą plotą, todėl formuluojama ir sprendžiama optimalaus valdymo problema, dar vadinama dinamine optimizavimo problema (angl. *dynamic optimization problem*). Problemai spręsti naudojamas vidinių taškų metodas (angl. *interior point method*). Pradžioje lygtimis aprašomas kinematinis automobilio modelis. Po to užsiduodami greičio, pagreičio, posūkio kampo ribojimai.

Vidinių taškų metodas susideda iš dviejų dalių: pirmoje dalyje trajektorija išskaidoma į elementus ir skaičiuojami automobilio pasisukimo kampai, sekant keturis automobilio taškus, siekiant išvengti susidūrimo su kliūtimis.

Buvo atliktos keturios simuliacijos (skirtingai išdėstant kliūtis), naudojantis *IPOPT* programiniu paketu, skirtu skaičiavimams atlikti, taikant vidinių taškų metodą. Grafikuose pateikiami koordinatinio taško P, esančio ant priekinės automobilio ašies vidurio, greičio bei pagreičio kitimo grafikai, automobilio posūkio kampas, priekinių ratų kampinis greitis, vairo pasukimo kampas visais keturiais simuliacijos atvejais.

Išvadose autoriai pabrėžia, kad naudojant dinaminio optimizavimo modelį, galima sumodeliuoti autonominio parkavimo algoritmą bet kokiam parkavimosi atvejui. Taip pat naudojamas vidinių taškų metodas turi didelį tikslumą (10^{-12}). Didžiausiu savo tyrimo privalumu autoriai laiko tai, kad jų modelis pagrįstas tiksliais žiniomis apie aplinką ir nėra pateikiama jokių subjektyvių ribojimų, sukurtų remiantis vairuotojų asmenine patirtimi parkuojant transporto priemonę.

Tie patys mokslininkai B. Li, Zh. Shao (2016) sukurtą algoritmą patobulino ir tyrinėjo autotraukinio judėjimą optimizuota trajektorija tarp užduotų statinių kliūčių. Trajektorijos optimizavimui naudojamas tas pats baigtinių elementų metodas, trajektoriją suskaidant į atskiras atkarpas. Autotraukinis sudarytas iš vilkiko ir dviejų priekabų. Mokslininkai straipsnyje pateikia trijų skirtingų simuliacijų rezultatus: kai buvo optimizuojama trajektorijos vykdymo trukmė; kai buvo važiuojama trumpiausia – 44,26 m ilgio trajektorija; kai buvo minimizuojama manevrų (posūkių) atlikimo trukmė.

Tyrėjai A. Gupta, R. Divekar (2011) savo straipsnyje nagrinėja lygiagrečią parkavimo sistemą, teigdami, jog tai vienas didžiausių iššūkių vairuotojams. Parkavimo algoritmas susideda iš vairavimo trajektorijos planavimo ir trajektorijos sekimo, taikant Akermano vairavimo geometrijos principą, skaičiuojant pasisukimo kampus ir atstumą iki kliūčių. Skaičiavimai atliekami *MATLAB* programa. Naudojami ultragarsiniai atstumo jutikliai, kurie apskaičiuoja atstumą tarp parkuojamos transporto priemonės ir jau priparkuotos ar kitos kliūties, ratų sukimosi greičiui nustatyti naudojami enkoderiai. Gaunami duomenys perduodami į procesorių. Šis pagal parkavimo algoritmą atitinkamai perduoda signalus vairo pavarai ir kontroliuoja važiavimo greitį. Mokslinio straipsnio autoriai pateikia išvadą, jog taikant tokį parkavimo manevrų sekimo algoritmą, autonominis parkavimas yra saugesnis, greitesnis ir efektyvesnis negu parkavimas transporto priemonę valdant vairuotojui. Siūlomi tobulinimai – sekti parkavimo trajektoriją naudojant GPS sistemą. GPS sistema taip pat leistų paprasčiau apskaičiuoti kitus parametrus, pavyzdžiui, kampą tarp besiparkuojančios ir jau priparkuotos transporto priemonės.

Autonominis transportas – šių dienų mokslininkų vienas didžiausių tyrimų objektų transporto srityje. Mokslinių darbų duomenų bazėse daugiausia informacijos galima rasti apie lengvųjų automobilių autonominių funkcijų kūrimą ir tyrimus, tačiau kaip teigia autoriai F. Gomez-Bravo et al. (2005), automobilio manevrus simuliuojančios sistemos netaikytinos transporto priemonėms su puspriekabėmis.

Savo straipsnyje autoriai teigia, jog traktoriaus su priekaba judėjimas gali būti prilyginamas neholonominei sistemai. Neholonomine vadinama sistema, kurios laisvės laipsnių skaičius yra mažesnis už maksimalų. Traktoriaus ir priekabos su viena ašimi sistema aprašoma nurodant dviejų pagrindinių koordinačių taškus: galinės traktoriaus ašies vidurio tašką ir priekabos ašies vidurio tašką. Nurodomi atstumai nuo priekabos ir traktoriaus sukabinimo taško iki šių pagrindinių koordinatinių taškų. Taip pat nurodomi orientaciniai traktoriaus ir priekabos padėties kampai. Tuomet išreiškiamas padėties vektorius, nurodomi neholonominiai apribojimai ir kinematinis modelis aprašomas lygtimis.

Mokslininkai taiko ribojamų manevrų metodą, siekdami ištirti priekabos judėjimo kitimą. Planuojamas kelias aprašomas 4 taškais, kurių greičio vektoriai nusako trajektoriją. Modeliuojant manevrus, atsižvelgta ir į susidūrimo tikimybę. Autoriai pabrėžia ir pateikia grafikus, kad į tą pačią erdvę, transporto priemonę galima priparkuoti skirtingomis trajektorijomis, tačiau taip pat akcentuoja, kad skiriasi parkavimo trukmė ir plotas, reikalingas išvengti susidūrimo su kliūtimis.

Metodo pritaikymui realiuoju laiku naudojama apytikslė sistema (angl. *fuzzy system*). Analoginius signalus apdorojanti apytikslė sistema naudojama sistemų valdymui. Sukurtas metodas buvo pritaikytas realiai transporto priemonei su vienos ašies priekaba. Buvo apskaičiuoti pasisukimo, padėties kampai ir sekama trajektorija. Jeigu trajektorijos vientisumas nutrūksta, tuomet valdymo algoritmas duoda signalą, jog transporto priemonė turi būti sustabdoma tam, kad būtų pakeistas vairo pasukimo kampas. Rezultatuose pateikiami greičio ir trajektorijos kitimo grafikai. Išvadose autoriai pabrėžia, jog jų sukurtas metodas gali būti pritaikomas tiek vairuotojo valdomai transporto priemonei, tiek autonominei.

Viena iš pagrindinių pavarų, kurią reikia valdyti, norint autonominiu būdu priparkuoti transporto priemonę, yra vairo pavara. Tyrėjų E. Szadeczky-Kardossas, B. Kissas. (2008) straipsnyje pateikiamas elektrinės vairo pavaros valdymas, kai vykdomas autonominio parkavimo algoritmas: sistema analizuoja aplinkos žemėlapius ir ieško laisvos erdvės parkavimui. Svarbiausi sistemos uždaviniai: nustatyti tinkamą ir įmanomą įvykdyti trajektoriją, ir ją sekti uždara grandine, kai vairuotojas yra atsakingas už greitį, o kontroleris kontroliuoja vairo pasukimo kampą, valdomą elektrinės vairo pavaros. Mokslinio straipsnio autoriai analizuoja ir sprendžia tolydžios trajektorijos planavimo ir sekimo laike, naudojant kontrolerį, problemas.

Trajektorijos planavimo ir sekimo algoritmams naudojamas kinematinis automobilio modelis. Kaip atramos taškas transporto priemonės judėjimo sekimui naudojamas galinės ašies vidurio taškas.

Automobilio padėtis aprašoma nurodant keturias būsenos vertes: vidurinio galinės ašies taško koordinatas x ir y , orientacinį kampą ir išlinkį, kuris yra atvirkščias posūkio kampui. Vėlgi priimama, jog automobilis juda Akermano principu, todėl jo judėjimas gali būti prilyginamas ir nagrinėjamas kaip dviračio modelio, jį prijungiant išilgai automobilio simetrijos ašies.

Planuojama trajektorija, kuria judės automobilis, susideda iš tiesių linijų, apskritimų segmentų ir nenutrūkstamų kreivių, užsiduodant ilgius bei spindulius. Trajektorijos sekimas uždaros grandinės principu vyksta šitaip: trajektorijos planavimo modulis apskaičiuoja tikėtiną trajektoriją duotuoju laiku, toliau laiko mastelyje stebimas automobilio greitis, kurį valdo vairuotojas, o apskaičiuoja kontroleris. Kontroleris apdoroja įeinančius signalus, remdamasis skirtumais tarp realiojo laiko ir numatytosios trajektorijos. Įeinantys signalai – tai išilginis greitis, kuris priklauso nuo vairuotojo, ir automobilio posūkio kampas, apskaičiuojamas kontrolerio. Išeinantis signalas – tai automobilio koordinatinio taško (galinės ašies vidurio) padėtis.

Sukurtas algoritmas buvo išbandomas realiai su *Ford Focus* automobiliu. Naudojama programinė įranga, buvo įmontuota automobilyje ir sujungta su elektrine vairo pavara ir CAN Bus jungtimi. Pateiktuose grafikuose matyti, jog trajektorija buvo gauta tolydi kreivė, kaip ir norėta, tačiau automobilio greitis nebuvo pastovus, kaip buvo tikėtasi kuriant algoritmą.

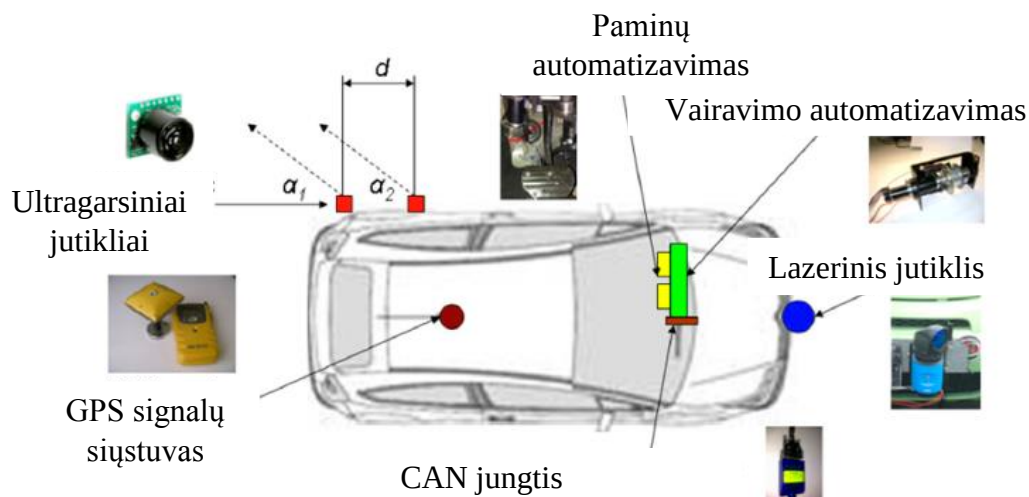
F. Jimenez et al. (2014) savo straipsnyje modeliuoja lengvojo automobilio sąveiką su aplinka. Kaip pabrėžia patys straipsnio autoriai – iš aplinkos gaunama informacija turi būti tiksli, pilnutinė ir patikima. Informacijos iš aplinkos gavimui naudojami jutikliai. Straipsnio tikslas – išanalizuoti ar įmanoma, naudojant pigius ultragarsinius atstumo matavimo jutiklius, sukurti automobilio pozicionavimo sistemą, kuri aptiktų laisvą plotą, esantį aplink transporto priemonę, ir perduotų gautus signalus automatinei kliūčių išvengimo sistemai, kuri valdytų stabdžių sistemą arba priverstų automobilį pakeisti važiavimo juostą.

Aplinkos atpažinimo sistemos sudedamosios dalys: ultragarsiniai jutikliai (*angl.* ultrasonic sensors), išdėstyti automobilio kairiojo šono gale, fiksuotu atstumu vienas nuo kito. Jų paskirtis – aptikti kliūtis ir išmatuoti atstumą nuo automobilio iki kliūčių. Svarbu, kad vienas jutiklis būtų kaip įmanoma arčiau automobilio galo, kad būtų kuo greičiau aptinkama pasirodžiusi kliūtis, pavyzdžiui, lenkianti transporto priemonė. Automobilio priekyje yra montuojamas lazerinis atstumo matavimo jutiklis „Sick LRS 1000” (*angl.* laser scanner). Automobilio greičio skaitinė reikšmė gaunama iš specialios jungties (*angl.* internal communication bus). Informacija apie automobilio padėtį kelyje, gaunama iš GPS siųstuvo „Topcon DGPS RTK GB-300”. Vairavimo, stabdžių sistemos ir akseleratoriaus pedalo valdymo automatizavimas šiame straipsnyje detalios nėra pateikiamas.

Atliekant skaičiavimus, buvo svarbu apskaičiuoti ultragarso bangų sklaidimo kampą α_1 ir α_2 . Straipsnio autoriai atliko keletą bandymų, varijuodami jutiklių atstumų išdėstymu. Gautieji rezultatai

parodė, jog optimalus atstumas tarp jutiklių yra $d = 0,3 \text{ m}$, o ultragarso bangų sklaidimo kampai $\alpha_1 = \alpha_2 = 20^\circ$.

Mokslininkai taip pat lygino lazerinio jutiklio ir ultragarsinių jutiklių tikslumą, matuojant transporto priemonės judėjimo greitį. Tyrėjai nustatė, kad ultragarsiniai jutikliai turi šiek tiek didesnę skaičiavimo paklaidą ($\pm 0,2 \text{ m/s}$).



1 pav. Lengvojo automobilio aplinkos atpažinimo sistemos struktūra (F. Jimenez et al., 2014)

Prieš kuriant algoritmą svarbu suprasti ne tik jo veikimo principą, bet ir kaip juda nagrinėjama transporto priemonė. Baigiamajame magistro darbe autonominio parkavimo galu sistema kuriama sunkvežimiui su puspriekabe. Didelių gabaritų sunkvežimių manevringumą tyrė ir aprašė lenkų mokslininkai G. Koszalka, A. Zniszczyński. (2015). Nors moksliniuose straipsniuose sudaromi ir aprašomi matematiniai modeliai, baigiamajame darbe bus kuriamas erdvinis, kompiuterinis sunkvežimio su puspriekabe modelis.

2. TIRIAMOS PROBLEMOS APRAŠYMAS

Krovininės transporto priemonės krovinį paimti dažniausiai privažiuoja galu, tačiau neretai vairuotojui valdant transporto priemonę, parkavimasis užtrunka ilgiau, negu reikėtų, yra apgadinamos šalia stovinčios transporto priemonės ar įrenginiai, neracionaliai išnaudojamas parkavimui skirtas plotas ir pan. Dėl to, siekiant parkavimąsi padaryti saugesnį, greitesnį ir sklandesnį, palengvinti vairuotojo darbą, baigiamajame darbe sprendžiama parkavimosi galu problema, kuriant autonominio parkavimo sistemą.

Vienas iš esminių komponentų, norint sukurti autonominio parkavimo sistemą, yra trajektorija. Trajektorija turi būti racionaliai suplanuota: negali turėti nereikalingų posūkių ir nuvažiuotas atstumas turi būti trumpiausias iš visų galimų. Šiais aspektais remiantis, bus kuriama parkavimosi trajektorija baigiamajame darbe.

Svarbu apsibrėžti vietą, kurioje bus generuojama trajektorija. Šiame darbe parkavimosi trajektorija bus kuriama uždaroje parkavimosi aikštelėje. Aikštelė bus sukurta prototipinė: joje bus nubraižomos stovėjimo vietas žyminčios linijos ir fiksuotos kliūtys, kurių koordinatės, kuriant trajektoriją, nekis.

Sugeneravus trajektoriją parkavimosi aikštelėje kompiuteriniais programiniais paketais, sudėtinga įsivaizduoti ir suprasti, kaip ją įvykdys krovininė transporto priemonė. Dėl to, bus kuriamas kompiuterinis sunkvežimio su puspriekabe modelis. Kuriamas vilkiko su puspriekabe modelis bus supaprastintas ir nedetalizuojamas, tačiau konceptas atitiks realų sunkvežimį su puspriekabe.

Tam, kad sukurtas transporto priemonės modelis vykdytų jam užduotą trajektoriją, reikalingas valdymas. Valdymo uždavinio esmė – suvaldyti sunkvežimio vairuojamuosius ratus, kad šie sukiotųsi taip, jog transporto priemonė su puspriekabe nuvažiuotų užduotą trajektoriją. Tam reikalinga valdymo schema su įėjimo ir išėjimo signalais, kitaip tariant, su nurodytomis vykdyti užduotimis ir gautais rezultatais.

Sukūrus sklandžią ir praktiškai įgyvendinamą trajektoriją, ją susiejus su valdymo schema, o valdymo schemą su kompiuteriniu sunkvežimio su puspriekabe modeliu, atliekant simuliacijas, bus galima vizualiai matyti ar veikia ir kaip veikia valdymo algoritmas, ar yra neatitikimų.

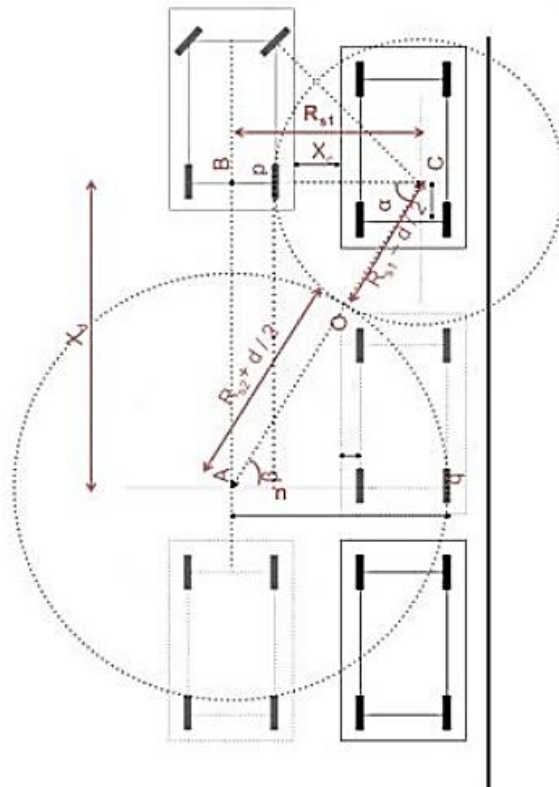
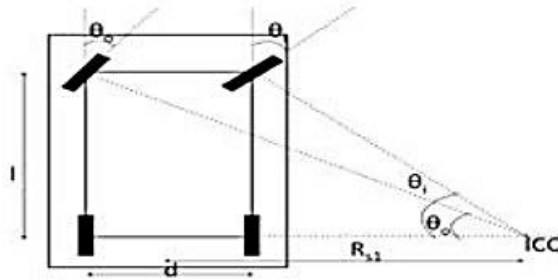
Tokiu eiliškumu magistro baigiamajame darbe bus sprendžiamas kompleksinis uždavinys – kuriama autonominio parkavimo sistema sunkvežimiui su puspriekabe.

2.1.SUNKVEŽIMIO SU PUSPRIEKABE KOMPIUTERINIO MODELIO KŪRIMAS

Pradžioje pateikiami keletas mokslinių darbų analizėje minėtų transporto priemonių modelių.

2.1.1 Akermano principas

2. paveiksle pavaizduota, kaip modeliuojamas transporto priemonės judėjimas, vadovaujantis Akermano vairavimo principu. Paveiksle nurodomi kampai ir matmenys, reikalingi apskaičiuoti parkavimosi trajektoriją.



2 pav. Akermano vairavimo principu pagrįstas transporto priemonės modelis (A. Gupta, R. Diverkar, 2011)

Skaičiuojamas pirmasis vairavimo trajektorijos spindulys R_{s1} :

$$R_{s1} = (l / \tan e_{i1}) + \frac{d}{2}, \quad (1)$$

čia: l – atstumas tarp priekinės ir galinės transporto priemonės ašies; d – atstumas tarp galinių ratų; e_{i1} – vidinio priekinio rato padėties kampas. Duotuoju atveju dydžiai l ir d yra pastovūs, o $e_{i1} = 45^\circ$.

Jeigu e_{i1} yra fiksuotas, tuomet

$$\cot e_{i1} - \cot e_{i0} = \frac{d}{l}, \quad (2)$$

čia: e_{i0} – išorinio priekinio rato padėties kampas.

Antrasis vairavimo trajektorijos spindulys R_{s2} apskaičiuojamas analogiškai:

$$R_{s2} = (l / \tan e_{i2}) + \frac{d}{2}. \quad (3)$$

Kai transporto priemonė yra lygiagreti kitos transporto priemonės atžvilgiu, tuomet atstumas tarp jų X_c yra apskaičiuojamas atstumo jutikliais. Atstumas ' $A - q$ ' apskaičiuojamas pagal formulę:

$$'A - q' = d_0 + X_c, \quad (4)$$

čia: d_0 – transporto priemonės plotis.

Atstumas ' $A - q$ ' gali būti apskaičiuojamas ir pagal šią formulę:

$$'A - q' = R_{s2} + \frac{d}{2} \quad (5)$$

Taškas A (2.1 pav.) visuomet turi linija jungtis su tašku B, kuris yra ant galinių ratų ašies vidurio. Atstumas X_d , kurį reikia nuvažiuoti nuo taško A iki vairo pasukimo, apskaičiuojamas pagal šią formulę:

$$(X_d)^2 = (AB)^2 = (AC)^2 - (BC)^2, \quad (6)$$

Atstumo AC skaičiavimo formulė:

$$AC = R_{s1} + R_{s2}, \quad (7)$$

Atstumo BC skaičiavimo formulė:

$$BC = R_{s1} + R_{s2}, \quad (8)$$

Kol transporto priemonė juda iš taško A į tašką B, jutikliai matuoja atstumą tarp priparkuotų transporto priemonių, taip pat ieškoma laisvo ploto parkavimuisi. Jeigu atstumas yra mažesnis už $Aq + FOS$ (angl. *Factor of safety*, liet. *Atsargos koeficientas*), tuomet parkavimo valdymo sistema duoda signalą, jog parkavimas nėra įmanomas, ir transporto priemonės valdymas perduodamas vairuotojui.

Pasiekus tašką B, ratų padėties kampas yra lygus 45° . Kampas α apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\alpha = \tan^{-1} \left(\frac{X_d}{R_{s1}} \right), \quad (8)$$

$$\alpha = \beta.$$

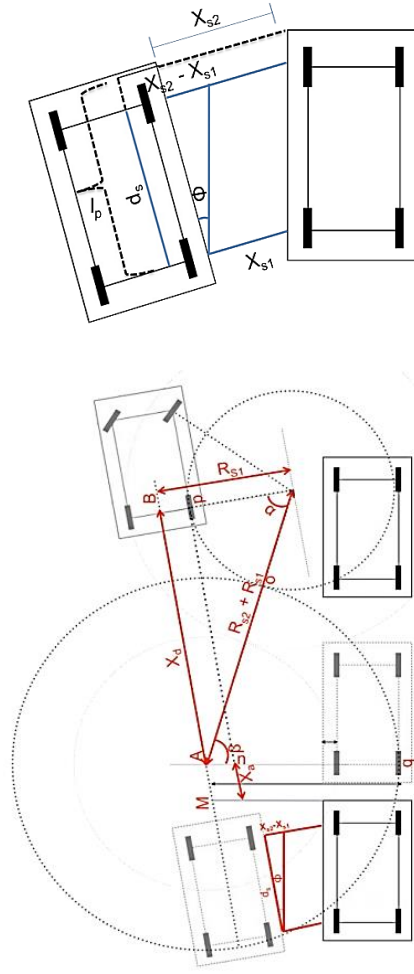
Apskritimo C, kurio spindulys $R_{s1} - \frac{d}{2}$, ilgis 'po' lygus:

$$'po' = (\alpha / 360) \cdot 2\pi \cdot \left(R_{s1} - \frac{d}{2} \right), \quad (9)$$

Apskritimo A, kurio spindulys $R_{s2} + \frac{d}{2}$, ilgis 'oq' lygus:

$$'oq' = (\beta / 360) \cdot 2\pi \cdot \left(R_{s2} + \frac{d}{2} \right), \quad (10)$$

Nuvažiavus atstumą 'op', taške 'o' ratų pasisukimo kampas keičiasi į kampą θ_{i2} , apskaičiuojamą naudojantis (1), (2) ir (3) formulėmis. Kol automobilis juda iš taško 'o' iki galutinio taško, nekeliautas atstumas lygus 'oq'.



3 pav. Nelygiagretus transporto priemonių stovėjimas modelis (A. Gupta, R. Diverkar, 2011)

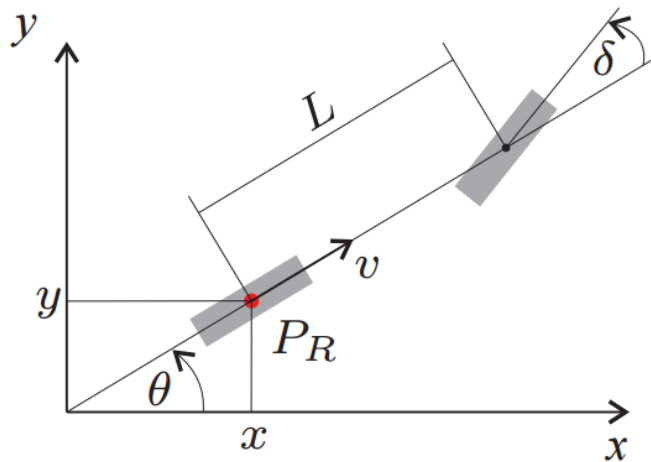
Jeigu transporto priemonė privažiuoja prie kitos, jau priparkuotos transporto priemonės ir tarp jų nėra lygiagretumo (3 pav.), tuomet nuokrypio kampas apskaičiuojamas pagal šią formulę:

$$\ddot{\theta} = \tan^{-1}((X_{s2} - X_{s1})/d_s, \quad (11)$$

čia: d_s – atstumas tarp priekinio ir galinio jutiklių; X_{s1} ir X_{s2} – atstumai, išmatuoti jutiklių. Kiti skaičiavimai analogiškai lygiagreto stovėjimo atvejui.

2.1.2. Transporto priemonės modeliavimas, naudojant dviračio modelį

Taikant Akermano principą, galima automobilio modelį prilyginti dviračio modeliui, kadangi dviračio taip pat tik priekinis ratas yra pasukamas.



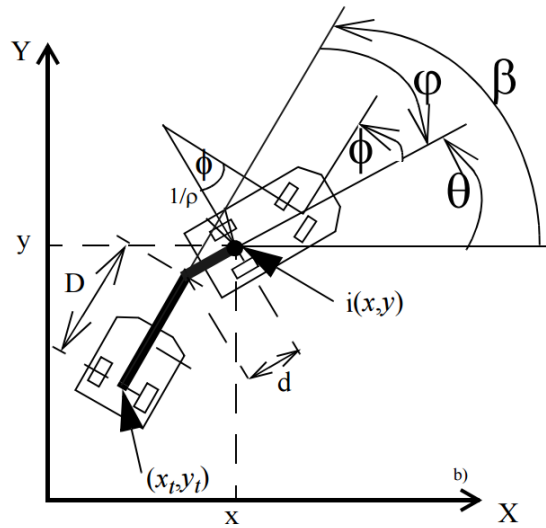
4 pav. Automobilio kinematinis modelis, taikant dviračio principą (P. Zips et al., 2013)

Modeliuojant automobilio judėjimą, yra nurodomas pagrindinis koordinatinis taškas P_R , kuris yra ant galinės ašies vidurio. Taikant dviračio modelį – ant galinio rato ašies vidurio. Automobilio judėjimas charakterizuojamas P_R taško koordinatėmis x ir y bei padėties kampu θ atžvilgiu išilginės automobilio ašies.

$$\begin{pmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} v \cos(\theta) \\ v \sin(\theta) \\ \frac{v}{L} \tan(\delta) \end{pmatrix} \quad (12)$$

2.1.3. Traktoriaus su priekaba modelis

Transporto priemonės valdymas sudėtingėja, kai prie jos yra prijungiama puspriekabė (5 pav.). Sudėtingėja ne tik transporto priemonės valdymas realiai, bet ir judėjimo aprašymas bei modeliavimas.



5 pav. Traktoriaus su priekaba modelis: x, y – galinės traktoriaus ašies vidurio taško koordinatės; x_t, y_t – priekabos ašies vidurio taško koordinatės; θ – traktoriaus padėties kampas; β – priekabos padėties kampas (F. Gomez-Bravo et al., 2005)

Neholonominiai apribojimai:

$$\dot{x} \sin \theta - \dot{y} \cos \theta = 0, \quad (13)$$

$$\dot{x}_t \sin \beta - \dot{y}_t \cos \beta = 0, \quad (14)$$

Kampas φ priklauso nuo traktoriaus ir priekabos padėties kampų θ ir β . Kampas φ apskaičiavimo formulė:

$$\varphi = \theta - \beta, \quad (15)$$

Padėties vektoriaus ir neholonominių apribojimų sistemos išraiška:

$$\begin{bmatrix} -\sin \theta & \cos \theta & 0 & 0 \\ \cos \theta \sin \varphi & \sin \theta \sin \varphi & -D - d \cos \varphi & D \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{Bmatrix} = 0, \quad (16)$$

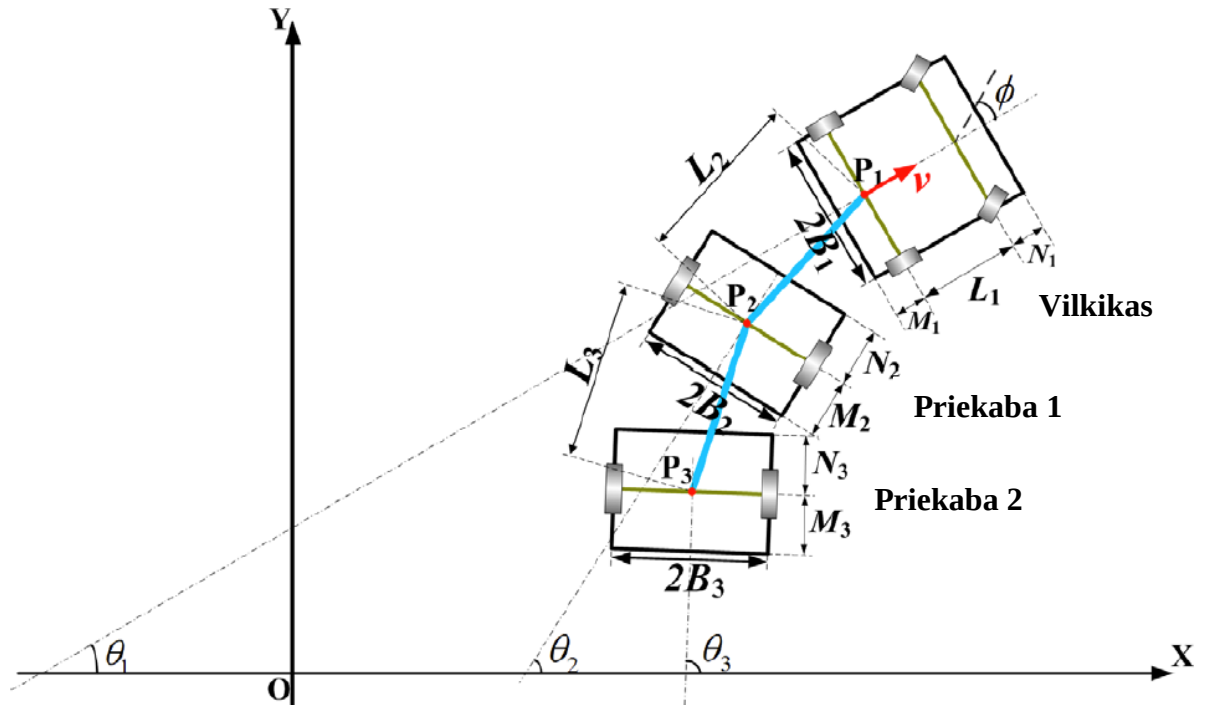
čia: d – atstumas tarp traktoriaus koordinatinio taško i ir sukabinimo įtaiso; D – atstumas nuo priekabos koordinatinio taško iki sukabinimo įtaiso.

Kinematinis sistemos modelis:

$$\begin{Bmatrix} \dot{x} \\ \dot{y} \\ \dot{\theta} \\ \dot{\varphi} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \theta & 0 \\ \sin \theta & 0 \\ 0 & 1 \\ -\frac{\sin(\varphi)}{D} & \frac{\cos(\varphi)d}{D} + 1 \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} v \\ \omega \end{Bmatrix} \quad (17)$$

2.1.4. Autotraukinio su dvejomis priekabomis modelis

Prie transporto priemonės prikabinus kelias priekabas, tokio autotraukinio judėjimo modeliavimas dar labiau sudėtingėja, nes reikia nuolat sekti priekabų padėtį, kėbulo atžvilgiu. Toliau pateikiamas autotraukinio modelis ir jo modeliavimo rezultatai.



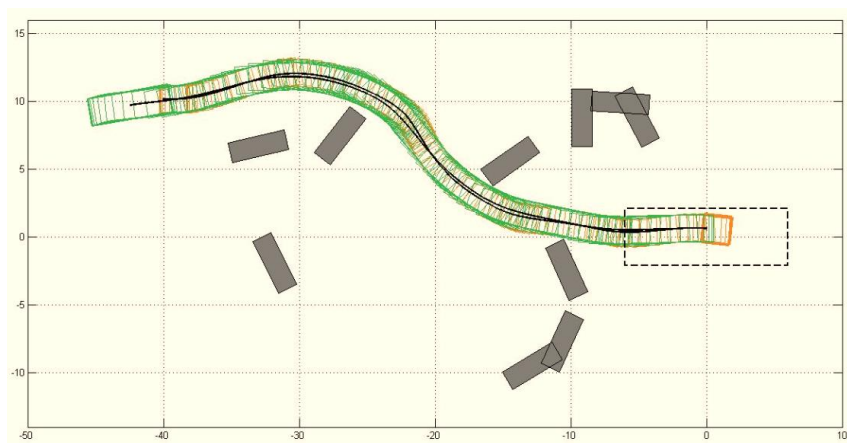
6 pav. Autotraukinio modelis (B. Li, Zh. Shao, 2015)

Autotraukinio gabaritiniai matmenys pateikiami 1 lentelėje.

1 lentelė. Autotraukinio modelio duomenys (B. Li, Zh. Shao, 2015)

N_1	0,25 m
$N_2 = N_3$	1,0 m
M_1	0,25 m
$M_2 = M_3$	1,0 m
$2B_1 = 2B_2 = 2B_3$	2,0 m
L_1	1,5 m
$L_2 = L_3$	1,5 m

Autotraukinys turi judėti iš anksto užduota trajektorija iki sustojimo vietos. Autotraukinio maksimalus judėjimo greitis $v_{max} = 3 \frac{m}{s}$. Taip pat, algoritmo autoriai nurodo, jog maksimalus vairo pasukimo kampas yra $\phi_{max} = 0,714 \text{ rad}$ arba $\sim 41^\circ$.



7 pav. Autotraukinio važiavimo trajektorija (B. Li, Zh. Shao, 2015)

Sudarant transporto priemonės modelį, svarbu ne tik taisyklingai matematiškai jį aprašyti, bet ir laikytis transporto priemonėms taikomų reikalavimų, kurie pateikiami norminiuose dokumentuose: direktyvose, standartuose ir t.t.

Europos Parlamento ir Tarybos direktyva 96/53/EB reglamentuoja nacionaliniam ir tarptautiniam vežimui naudojamų kelių transporto priemonių didžiausius leistinus matmenis ir tarptautiniam vežimui naudojamų kelių transporto priemonių didžiausią leistiną masę. Toliau pateikiamos svarbiausios reglamentuotos skaitinės matmenų ir masių reikšmės.

Maksimalus ilgis:

- motorinė transporto priemonė 12,00 m;
- priekaba 12,00 m;
- sujungta transporto priemonė 16,50 m;
- autotraukinys 18,75 m.

Maksimalus plotis:

- visos transporto priemonės 2,55 ;

Maksimalus aukštis (taikoma visoms transporto priemonėms) 4,00 m.

Maksimali leistina transporto priemonės masė (tonomis):

- Dviašė priekaba 18 tonų;
- Triašė priekaba 24 tonos .

Transporto priemonių junginiai. Autotraukiniai su penkiomis arba šešiomis ašimis:

- dviašė motorinė transporto priemonė su triaše priekaba 40 tonų;
- triašė motorinė transporto priemonė su dviaše arba triaše priekaba 40 tonų.

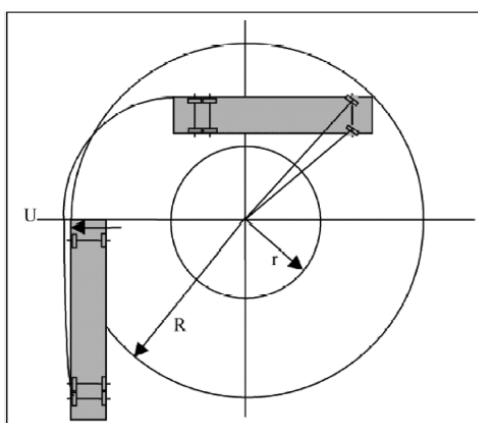
Sujungtos transporto priemonės su penkiomis arba šešiomis ašimis:

- dviašė motorinė transporto priemonė su triaše puspriekabe 40 tonų;
- triašė motorinė transporto priemonė su dviaše arba triaše puspriekabe 40 tonų;

- triašė motorinė transporto priemonė su dviaše arba triaše puspriekabe, kuri, vykdydama kombinuoto transporto veiklą, veža 40 pėdų ISO konteinerį, 44 tonos.

Magistro darbe bus modeliuojamas vilkikas su puspriekabe, kurios ilgis 13 600 m, plotis – 2,55 m., aukštis 4 m.

Europos Sąjungos Komisijos reglamente Nr. 1230/2012 nurodomi transporto priemonių, atitinkamai pagal jų klasę, matmenys, maksimalios apkrovos, gebėjimas įveikti įkalnę, manevringumo kriterijai ir testavimų reikalavimai. Matmenys – vienas svarbiausių parametru, modeliuojant sunkvežimio su puspriekabe judėjimą, kadangi nuo to priklauso judėjimui ir manevravimui skirto ploto dydis, taip pat, manevravimo galimybės. Šiame reglamente nurodoma, jog kiekviena transporto priemonė turi galėti judėti bet kuria puse 360° trajektorija ir nei vienas toliausias transporto priemonės taškas negali išsikišti už išorinio apskritimo ribų ar įsikišti į vidinį apskritimą (8 pav.). Atliekant bandymus, transporto priemonė manevruoja dviejų apskritimų apibrėžtame plote. Išorinio apskritimo spindulys turi būti 12,50 m., o vidinio – 5,30 m. Tolimiausias priekinis transporto priemonės taškas vedžiojamas pagal išorinio apskritimo kontūrą. Galinės ašies išsikišimas neturi viršyti 0,60 m.

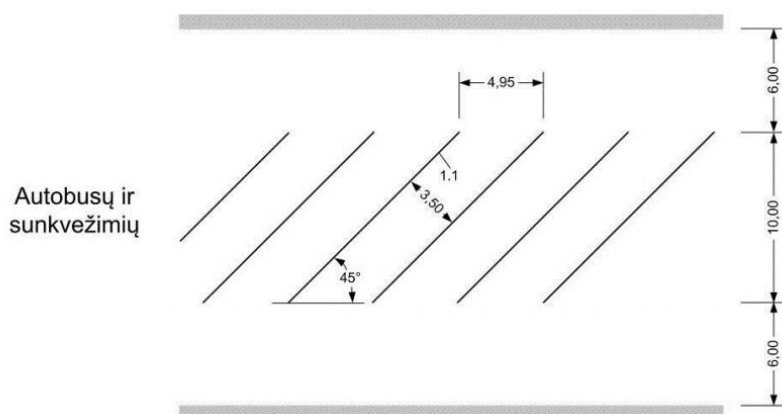


8 pav. Transporto priemonės manevravimas. $R = 12,50 \text{ m.}$; $r = 5,30 \text{ m.}$; $U_{max} = 0,60 \text{ m.}$ (ES reglamentas Nr. 1230/2012)

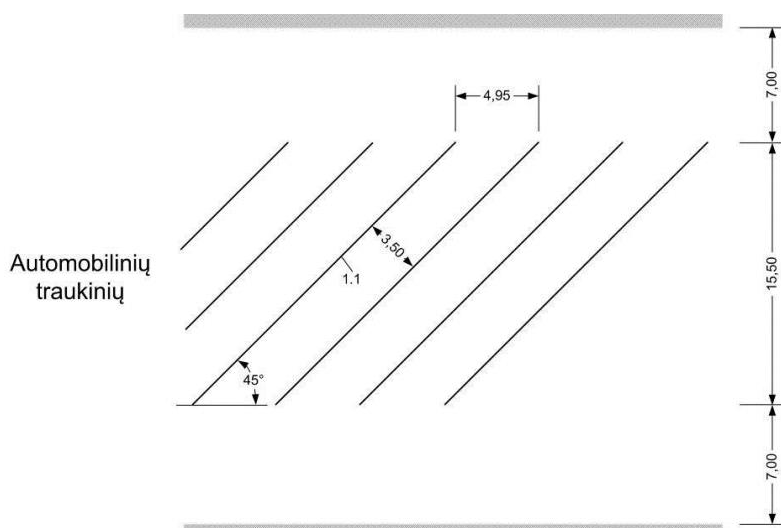
Taip pat, norint sumodeliuoti vilkiko su puspriekabe parkavimosi algoritmą, reikia žinoti minimalius leistinus parkavimo erdvės matmenis.

Lietuvos Respublikos Susisiekimo ministerijos patvirtintos kelių ženklavimo taisyklės reglamentuoja, jog sunkvežimių, autobusų ar autotraukinių stovėjimo vietoms numatyti tokie reikalavimai: tarp parkavimo erdvės linijų turi būti 3,50 metrų atstumas (Lietuvos Respublikos Susisiekimo ministerija, 2012). Sunkvežimių stovėjimo vietos yra ženklinamos per visą jų ilgį. Stovėjimo vietų linijos turi būti pakrypusios 45° kampu, jeigu tai nėra statmenai lygiagretus ženklavimas. Detalesni išmatavimai pateikiami 9 ir 10 paveiksluose. Reglamentuoti parkavimosi

erdvės matmenys palengvina parkavimosi algoritmo kūrimą ir leidžia patikrinti gautų rezultatų teisingumą.



9 pav. Sunkvežimių ir autobusų stovėjimo vietų ženklینimas ir matmenys (Lietuvos Respublikos Susisiekimo ministerija, 2012)



10 pav. Automobilinių traukinių stovėjimo vietų ženklینimas ir matmenys (Lietuvos Respublikos Susisiekimo ministerija, 2012)

2.1.5. Kompiuterinio sunkvežimio su puspriekabe modelio kūrimas

Prielaidos, taikomos kuriamam sunkvežimio su puspriekabe modeliui:

- kuriamas kompiuterinis, erdvinis sunkvežimio su puspriekabe modelis;
- transporto priemonės modelio judėjimas nebus aprašomas atskira lygčių sistema; modeliavimas ir simuliacijos bus atliekamos pasirinkto kompiuterinio programinio paketo aplinkoje;
- kuriamas europinis sunkvežimio su puspriekabe modelis, susidedantis iš dviejų ašių sunkvežimio ir trijų ašių puspriekabės;
- kuriamas prototipinis sunkvežimio su puspriekabe modelis, jį supaprastinant ir atvaizduojant esminius komponentus, tokius kaip kėbulas ir puspriekabė, vairuojamieji ir galiniai

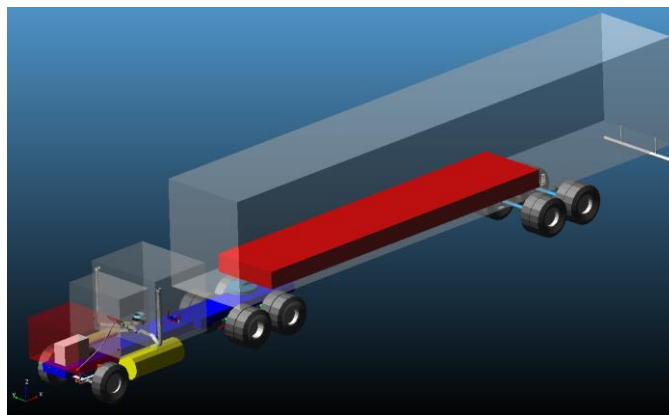
sunkvežimio ratai bei puspriekabės ratai, kurių pakaktų perteikti automatizuotos parkavimosi sistemos veikimui vizualiai ir nedetalizuojant sistemos pavarų, tokių kaip vairo pavara, stabdžių sistema ir pan.

Sunkvežimio su puspriekabe kompiuterinio modelio kūrimui buvo rinktasi iš trijų programinių paketų: *LMS Amesim*, *Adams/Truck* ir *Adams/View*.

LMS Amesim programinis paketas skirtas įvairių sistemų modeliavimui. Programoje galima rasti hidraulikos, pneumatikos elementų bibliotekas, kurti elektronikos schemas, sumodeliuoti lėktuvo elektronikos sistemą, automobilį ir modeliuoti bei tirti tiek jo viso, tiek atskirų komponentų darbą. Šio programinio paketo naudojimo ir pritaikymo galimybės – labai plačios, kadangi naudojantis juo, galima modeliuoti skirtingas sistemas, tačiau kalbant apie transporto priemones, programinis paketas labiau tinkamas norint sumodeliuoti lengvąjį automobilį, kadangi pateiktose bibliotekose trūksta tam tikrų, sunkvežimiams reikalingų elementų, pavyzdžiui, pneumatinės pakabos, pneumatinių stabdžių linijos ir pan.

Adams programa taip pat galima sumodeliuoti lengvąjį automobilį, naudojantis *Adams/Car* paketu. Be to, galima modeliuoti ir atlikti tik atskiros pavaros, pavyzdžiui, vairo, simuliacijas.

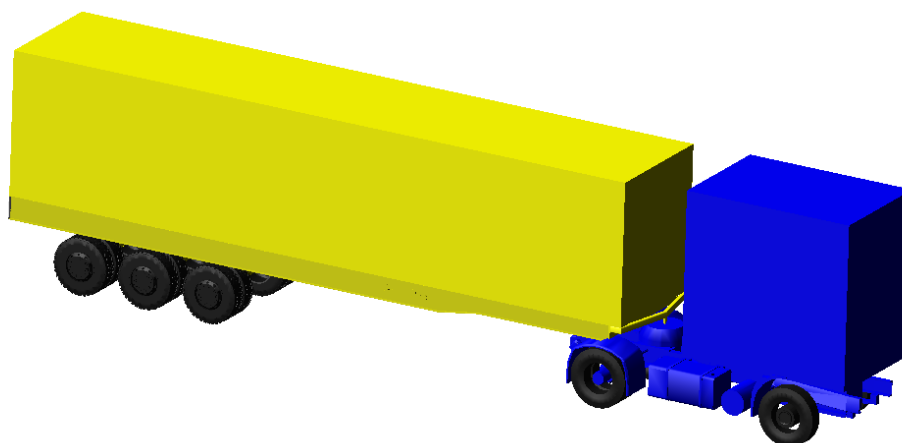
Sunkvežimį su puspriekabe galima sukurti naudojantis *Adams/Truck* programiniu paketu. Originalus, programos pateikiamas sunkvežimio su puspriekabe modelis susideda iš trijų ašių sunkvežimio, kuriame yra variklis, vairo pavara, priekinė bei galinė pakaba bei pneumatinė diskinių stabdžių sistema, du degalų bakai. Dviejų ašių puspriekabė turi pneumatinę pakabą bei pneumatinę stabdžių sistemą. Programos pateikiamas sunkvežimio su puspriekabe modelis yra amerikietiško sunkvežimio variantas. Kadangi europietiškas sunkvežimio su puspriekabe modelis susideda iš dviejų ašių sunkvežimio ir trijų ašių puspriekabės, dėl to, naudojant *Adams/Truck* programą, ne visados yra leidžiama atlikti pakeitimus ir po to kurti bei eksportuoti vilkiko su puspriekabe valdymo signalus. Dėl to, sunkvežimio su puspriekabe kompiuterinio modelio kūrimui buvo pasirinktas *Adams/View* paketas.



11 pav. *Adams/Truck* programiniu paketu sukurtas sunkvežimio su puspriekabe modelis¹

¹ Paveikslai ar lentelės, prie kurių nėra šaltinio nuorodos, yra sudaryti darbo autorės.

Toliau pateikiamas *Adams/View* programiniu paketu sukurtas sunkvežimio su puspriekabe modelis.



12 pav. Vilkiko su puspriekabe kompiuterinis modelis, sukurtas *Adams/View* programiniu paketu

Pradinis vilkiko su puspriekabe modelis buvo sukurtas 3D modeliavimo programa *SolidWorks* ir importuotas į *Adams/View* programą. Tam, kad transporto priemonė judėtų – reikėjo sudėti atitinkamus ryšius tarp kūnų (detalių).

Vilkiko priekiniai, vairuojamieji ratai su stebulėmis sujungti *revolute* ryšiu, kuris leidžia ratui sukstis aplink x ašį. Galiniai, varantieji vilkiko ratai su ašimi sujungti taip pat *revolute* ryšiumi.

Puspriekabė su vilkiku sujungta *spherical* ryšiu arba – sferiniu šarnyru, kuris leidžia puspriekabe pakankamai laisvai judėti: tiek sukstis apie y ašį, tiek vertikalčiai judėti y ašimi bei judėti x ir z ašių atžvilgiu.

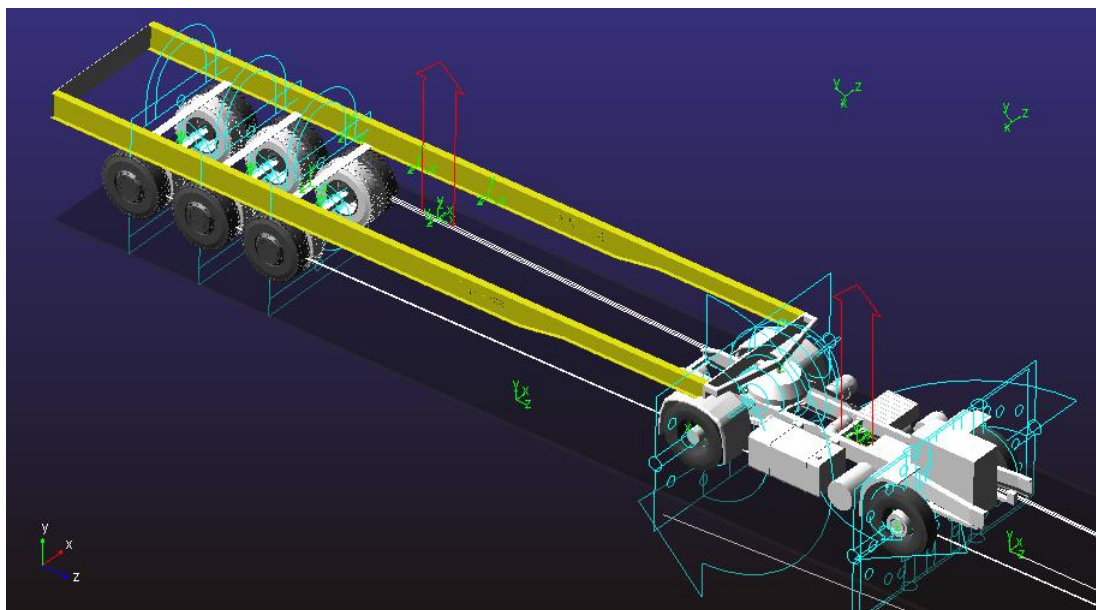
Puspriekabės ratai su ašimis sujungti taip pat sukamuoju ryšiu *revolute*.

Tam, kad puspriekabės ratai būtų pastovioje vietoje, jų ašys sujungtos su puspriekabe *fixed* (fiksiuotu) ryšiu, kuris išlaiko sujungtus kūnus norimoje, užduotoje vietoje vienas kito atžvilgiu.

Kad transporto priemonė judėtų, vien tik sudėliotų ryšių tarp kietų kūnų nepakanka, todėl priekiniams, vairuojamiesiems ratams buvo uždėta *motion* judėjimo funkcija, kad ratai galėtų pasisukti apie y ašį. Pasisukimo kampas priklauso nuo vykdomos trajektorijos. Taip pat, ant varančiųjų galinių vilkiko ratų buvo užduotas sukimo momentas, kad vilkikas pajudėtų iš vietos.

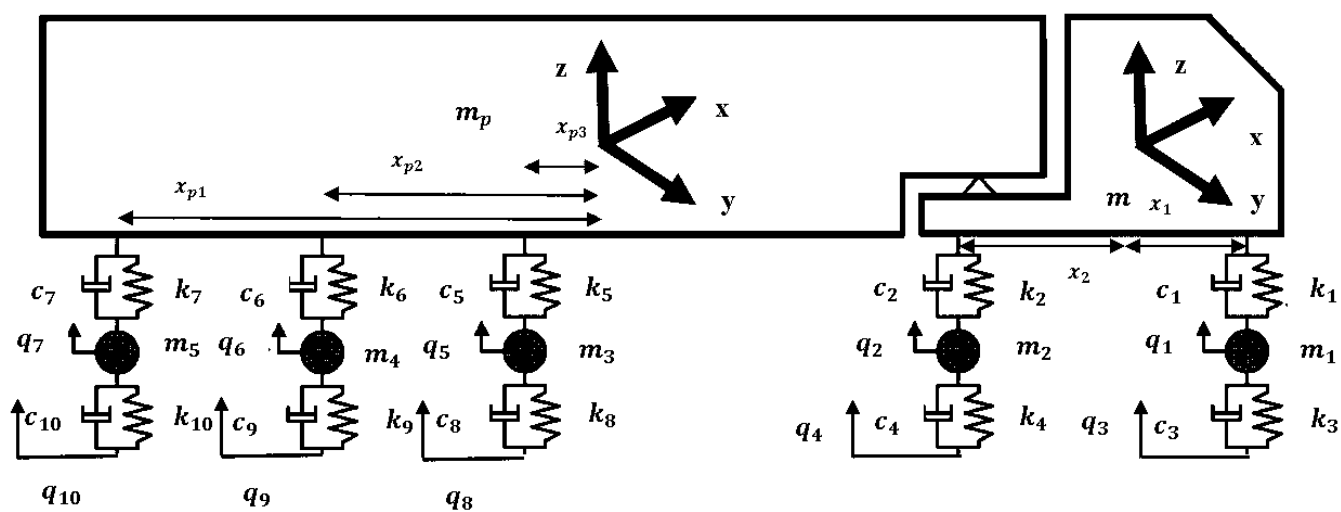
Vilkiką ir puspriekabę veikia 16 tonų vertikalios apkrovos (kiekvieną atskirai); iš viso 32 tonų apkrova, kuri neviršija direktyvoje 96/53/EB nurodytos maksimalios – 40 tonų – apkrovos.

Tam, kad vilkikas su puspriekabe judėtų, buvo sukurta plokštuma, imituojanti kelią. Transporto priemonės ratai buvo sujungti kontaktinėmis jėgomis su sukurta plokštuma – keliu, kad judėdamas vilkikas nenukryptų nuo užduotos plokštumos ir tiesiog nenukristų žemyn, veikiamas apkrovos ir gravitacijos jėgų. Padangų įgilinimas kelyje – 0,1 cm.

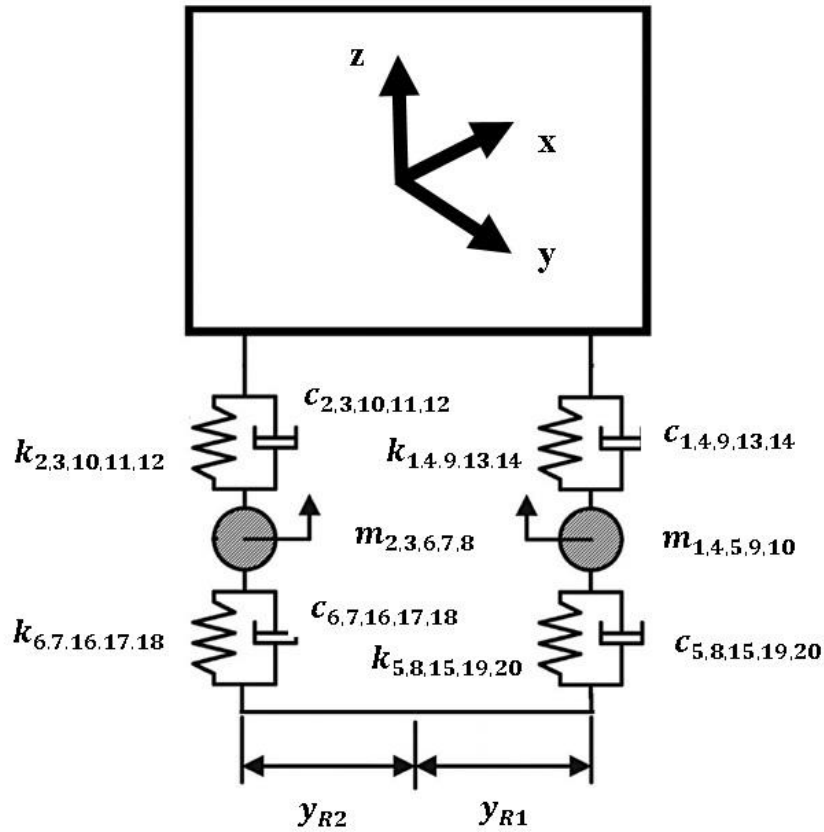


13 pav. Vilkiko su puspriekabe modelis su sudėliotais ryšiais ir veikiančiomis jėgomis

Sunkvežimio su puspriekabe judėjimas remiasi tarpusavyje sujungtų, kietų arba lanksčių kūnų dinaminės sistemos modeliu. Kūnai gali judėti vienas kito atžvilgiu.



14 pav. Sunkvežimio dinaminis modelis



15 pav. Sunkvežimio kėbulo modelis (projekcija iš galo)

Sunkvežimio judėjimo *Adams* programoje aprašymas remiasi ryšio funkcijomis. Bendroji ryšio funkcijų forma:

$$\begin{bmatrix} M & \Phi_q^T(q^0) \\ \Phi_q(q^0) & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{q} \\ \lambda \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} F \\ \tau \end{bmatrix}. \quad (18)$$

čia: M – masių matrica; Φ_q^T , Φ_q – ryšio funkcijos; q , $\dot{q}$, $\ddot{q}$ – poslinkiai, greičiai, pagreičiai; λ – Lagranžo daugiklis; F – jėgų vektorius, τ – reakcijų jėgos šarnyruose.

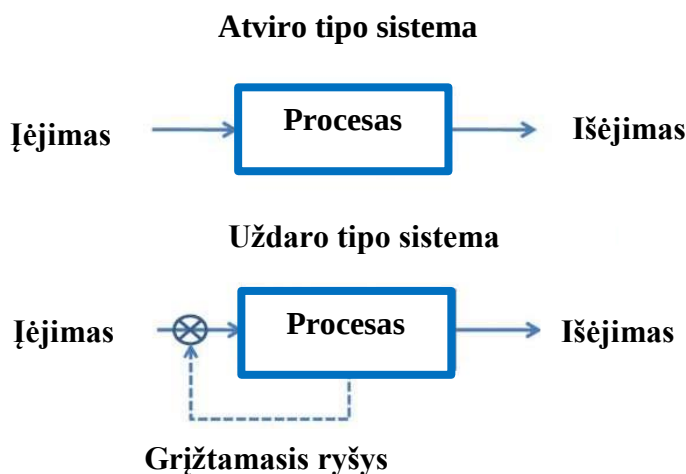
Sukurtame sunkvežimio su puspriekabe kompiuteriniame modelyje naudojamos cilindrinė, šarnyrinė ir pasisukimo aplink vieną ašį judėjimą aprašančios ryšio funkcijos.

Transporto priemonės modelis yra neholonominė sistema – laisvės laipsnių skaičius yra lygus 31.

Sukurtas supaprastintas sunkvežimio su puspriekabe kompiuterinis modelis *Adams/View* programos aplinkoje skirtas ne tik parkavimosi sistemos vizualizacijai, bet ir sukurto valdymo algoritmo patikrinimui bei neatitikimų paieškai.

2.2. VALDYMO SISTEMOS

Valdymo sistemų inžinerijoje yra išskiriami du pagrindiniai sistemų tipai: atviro ir uždaro tipo sistemos.



16 pav. Atviro ir uždaro tipo sistemų principinės schemos

Atviro tipo sistemoje užsiduotas signalas, kurį turi vykdyti valdomas objektas, yra perduodamas tiesiogiai jam.

Atviro tipo sistemos privalumai:

- trumpesnis skaičiavimo laikas;
- paprasta sudaryti sistemą;
- paprastas valdymas.

Atviro tipo sistemos esminiai trūkumai:

- neturi grįžtamojo ryšio, tad nėra tikrinama ar įvykdžius užduotį, rezultate gaunama toks pats signalas, koks ir buvo užduotas;
- mažesnis užduoties įvykdymo tikslumas.

Uždaro tipo sistemos kuriamos su grįžtamoju ryšiu, kuris leidžia matuoti paklaidą tarp įėjimo signalo ir išėjimo signalo.

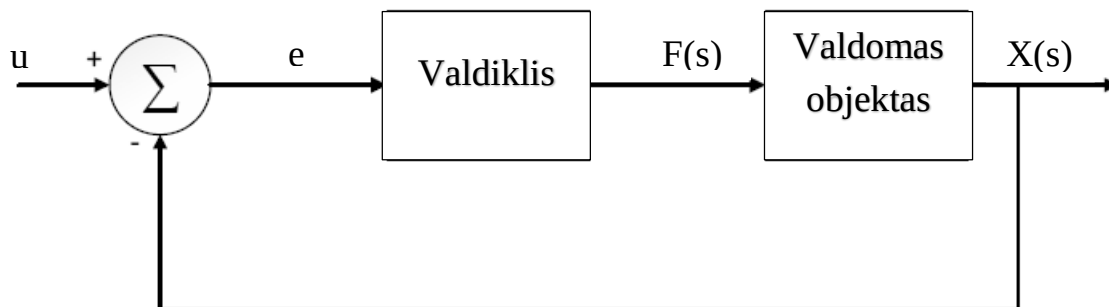
Uždaro tipo valdymo sistemos privalumai:

- leidžia patikrinti ar sutampa įėjimo signalas su išėjimo signalu;
- suteikia galimybę nustatyti paklaidą tarp įėjimo signalo ir išėjimo;
- tikslesnis valdymas;
- greitesnis reagavimas į sistemoje atsiradusiu pokyčius, lyginant su atviro tipo sistema.

Uždaro tipo sistemos trūkumai:

- ilgesnė skaičiavimo trukmė, lyginant su atviro tipo sistema;
- sudėtingesnis valdymas.

Kuriant automatizuotą valdymo sistemą, reikia įsivertinti tai, kad aplinka, kurioje dirbs sistema, nebus ideali ir joje visuomet atsiras trukdžių. Todėl svarbu sukurti sistemą, kurioje vienas iš elementų nuolat kontroliuotų pagrindinį valdomą signalą. Tam automatizuotai sistemai reikalingas valdiklis.



17 pav. Principinė automatinio valdymo sistemos schema

17 pav. pavaizduota schema yra principinė automatinės sistemos valdymo schema su pagrindiniais elementais: valdikliu ir valdomu objektu. u yra užsiduotas valdomos sistemos signalas, t. y., sistemos užduotis. Dydis $F(s)$ – įėjimo signalas, o $X(s)$ yra išėjimo signalas – proceso kintamasis, kurį ir reikia valdyti. Jis yra matuojamas ir grįžtamuoju ryšiu tikrinama gautoji paklaida. Paklaida atsiranda tuomet, kai nesutampa valdymo sistemos užsiduotas signalas su išėjimo signalu ir tarp jų atsiranda skirtumas e .

$$e = u - X(s) \quad (19)$$

Valdiklio paskirtis yra nuolat, pagal nustatytas paklaidas, kontroliuoti valdomą objektą, perduodant jam reikiamą signalą.

Vienas iš plačiausiai naudojamų valdiklių įrenginių valdymo inžinerijoje - PID valdiklis. PID valdiklis turi grįžtamąjį ryšį, kuris leidžia įsivertinti norimo ir gauto rezultato paklaidas.

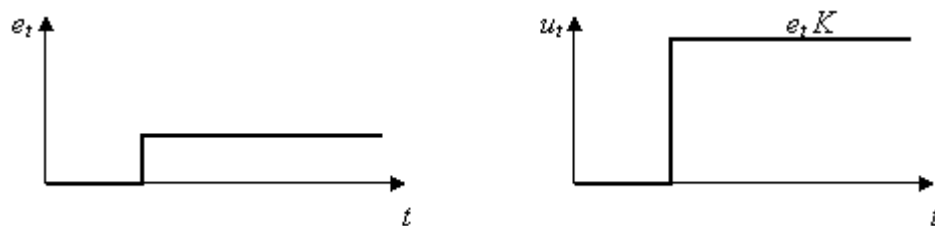
PID valdiklis yra parametriškai optimizuojamas. Jį sudaro trys grandys – proporcinė (P), integrinė (I) ir diferencinė (D). Gali būti taikomas tik proporcinis (P), proporcinis – integrinis (PI) arba proporcinis – diferencinis (PD) valdymas. Atsižvelgiant į užduoties reikalavimus ir norimus gauti rezultatus, pasirenkamas valdymo būdas.

Magistro darbe nagrinėjamu atveju, negalima naudoti tik proporcinio (P) valdymo, nes pagal proporcinio valdymo veikimo principą, jeigu paklaida gautųsi lygi 0, tai valdomas signalas – ratų pasukimo kampas - irgi būtų lygus 0, o toks variantas nėra tinkamas, nes sunkvežimis, valdomo signalo reikšmei esant lygiai 0, nejudėtų. Jeigu paklaida didėtų – valdomo signalo skaitinė vertė irgi didėtų ir atvirkščiai. Didėjanti arba mažėjanti valdomo signalo reikšmė išbalansuotų sunkvežimio judėjimą, dėl to proporcinis valdymas nėra tinkamas.

Proporcinio valdymo signalo matematinė išraiška:

$$u_t = K \cdot e_t, \quad (20)$$

čia: K – proporcingumo konstanta, e_t – valdymo paklaida.



18 pav. Proporcinis valdymas (Virtualusis...2018)

Proporcinis – integrinis (PI) tinka būti taikomas darbe kuriamai valdymo sistemai, nes eliminuoja paklaidą. PI prie valdymo signalo sumuoja gautąją paklaidą, todėl, jeigu ši nekinta, valdomas signalas didėja.

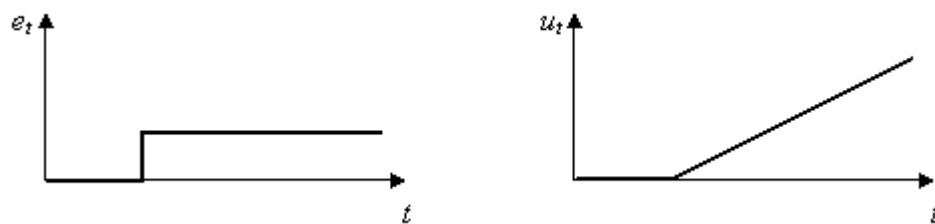
PI valdymo signalas apskaičiuojamas:

$$u_t = K_{et} + \frac{K}{T_i} \sum_{i=1}^t \frac{e_t + e_{t-1}}{2}, \quad (21)$$

arba

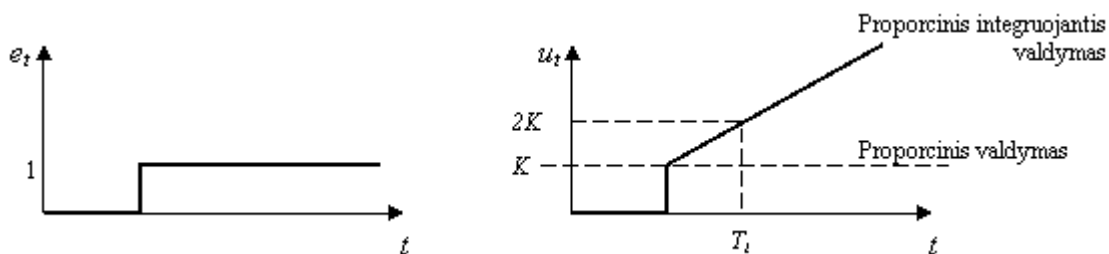
$$u_t = u_{t-1} + K \left[e_t - e_{t-1} + \frac{1}{T_i} \cdot \frac{e_t + e_{t-1}}{2} \right], \quad (22)$$

čia: T_i – integravimo laikas.



19 pav. Integrinis valdymas (Virtualusis...2018)

Integravimo laikas T_i lemia valdymo signalo didinimo greitį. Koeficientas T_i turi įtakos tik integravimo laikui, o koeficientas K turi įtakos ir proporcingei, ir integruojančiai dalims. (Virtualusis...2018)



20 pav. Proporcinis – integrinis valdymas (Virtualusis...2018)

Proporcinis – diferencinis (PD) valdymas įvertina paklaidos kitimo greitį. Kuo didesnis kitimo greitis, tuo didesnė paklaidos reikšmė yra sumuojama prie valdomo signalo.

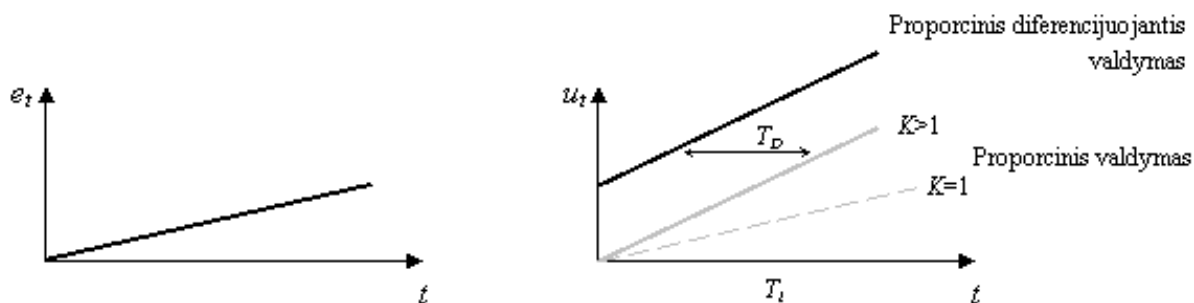
PD valdymo signalas apskaičiuojamas:

$$u_t = K[e_t + T_d(e_t - e_{t-1})], \quad (23)$$

arba

$$u_t = u_{t-1} + K[e_t - e_{t-1} + T_d(e_t - 2e_{t-1} + e_{t-2})], \quad (24)$$

čia: T_d – diferencijavimo laikas.



21 pav. Proporcinis - diferencinis valdymas (Virtualusis...2018)

Proporcinis – diferencinis valdymas priklauso nuo proporcingumo koeficiento K ir nuo diferencijavimo laiko T_d . Esant PD valdymui, išėjimo signalo dydis proporcingai priklauso nuo paklaidos kitimo greičio. Diferencijavimo laikas paankstina valdiklio veikimą.

Proporcinio – integralinio – diferencialinio (PID) valdiklio valdymo signalas yra sugeneruojamas pagal visus tris komponentus.

PID valdymo signalo matematinė išraiška:

$$u_t = K \left[e_t + \frac{T_0}{T_i} \sum_{i=1}^t \frac{e_t - e_{t-1}}{2} + \frac{T_d}{T_0} (e_t - e_{t-1}) \right], \quad (25)$$

arba

$$u_t = u_{t-1} + K \left[e_t - e_{t-1} + \frac{T_0}{T_i} \cdot \frac{e_t - e_{t-1}}{2} + \frac{T_d}{T_0} (e_t - 2e_{t-1} + e_{t-2}) \right], \quad (26)$$

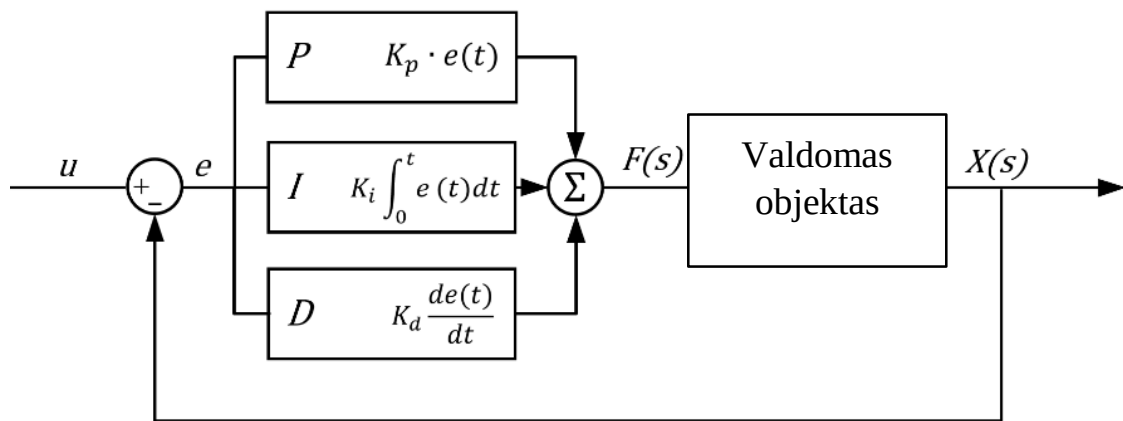
čia: T_0 – pradinis laikas.

PID valdiklio vienas iš privalumų yra tai, jog jis greitai reaguoja į sistemos pokyčius, tačiau labiausiai jis tinkamas tuomet, kai reikia valdyti tiek sistemos nusistovėjusius, tiek pereinamuosius procesus.

Tradicinio PID valdiklio valdymo signalo išraiška:

$$u(t) = K_p e(t) + K_i \int_0^t e(t) dt + K_d \frac{de}{dt}. \quad (27)$$

čia: K_p – proporcinis koeficientas; e – paklaida; K_i – integrinės dalies koeficientas; K_d – diferencinės dalies koeficientas; t – skaičiavimo laikas.



22 pav. PID valdiklio pajungimo principinė schema

Atlikus skirtingus PID valdiklių tipus, nuspręsta baigiamajame darbe naudoti ir taikyti PI valdiklį.

Jungiant valdiklį į valdymo schemą svarbu ne tik apskaičiuoti reikalingus koeficientus, bet ir juos tarpusavyje suderinti, kad valdiklis veiktų teisingai. Valdiklį derinti galima pasitelkiant matematinę sistemos modelį arba realiuoju laiku, sistemai atliekant jai skirtas užduotis. Kadangi darbe nagrinėjamas kompiuterinis sunkvežimio su puspriekabe modelis ir kompiuterinė automatizuoto parkavimo sistema, tad valdiklio derinimas realiuoju laiku nebus aprašomas ir taikomas. PI valdiklis bus derinamas naudojant matematinę sistemos modelį.

Valdiklio derinimas atliekamas pagal supaprastintą Zieglerio-Nicholso metodiką uždaros sistemos valdikliui derinti. Veiksmų seka:

1. Integravimo laikas nustatomas lygus 0.
2. Diferencijavimo laikas nustatomas lygus 0 (jis keičiamas nebus, kadangi naudojamas PI valdymas).
3. Pasirenkama proporcinio koeficiento vertė. Pradžioje ji gali būti lygi 1, o po to, atitinkamai mažinama arba didinama, stebint sistemos atsaką ir siekiant stabilizuoti sistemą. Darbe nagrinėjamos valdymo sistemos P koeficiento vertė visuomet bus lygi 0, nes kitu atveju, valdymo signalo reikšmė didėtų arba mažėtų.
4. Integravimo laiko reikšmė imama lygi 1 ir stebint rezultatus, ji mažinama arba didinama. Svarbu paminėti, kad per didelė integralinė vertė sąlygoja staigų atsaką ir persokimus. (Liuly, 2015)

Suderintas PI valdiklis bus naudojamas sukurtoje uždaro tipo valdymo sistemos blokinėje schemoje, sunkvežimio su puspriekabe modelio įėjimo signalo valdymui.

2.3. PARKAVIMO TRAJEKTORIJOS KŪRIMAS

Atsižvelgus į parkavimosi trajektorijų planavimo tematikos mokslinių straipsnių analizę, nuspręsta parkavimosi trajektoriją kurti naudojant atsitiktinių kliūčių radimo metodą. Taikant šį metodą, galima gauti rezultatus per trumpiausią laiką, lyginant su Voronoi diagramų metodu ar vidinių taškų metodu. Be to, pastarieji metodai labiau tinkami trajektorijos planavimui statiškoje erdvėje, o atsitiktinių kliūčių radimo metodas tinka tiek statiskai, tiek dinamiškai aplinkai. Taip pat, atsitiktinių kliūčių radimo metodą galima naudoti trajektorijos generavimui realiuoju laiku. Dar vienas iš privalumų yra tai, jog atsitiktinių kliūčių radimo metodas, ieškodamas erdvės trajektorijos kūrimui, patikrina labai siauras erdves, o sugeneruota trajektorijos kreivė gaunama sklandesnė, lyginant su Voronoi diagramų metodu sukurta trajektorija.

Prielaidos, taikomos parkavimosi trajektorijos kūrimui:

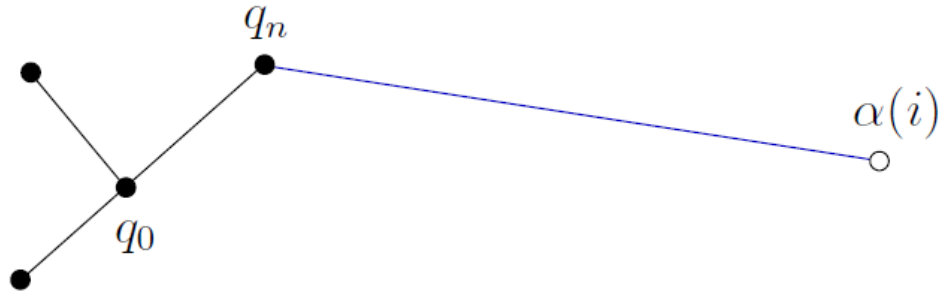
- parkavimosi trajektorija turi būti sukurta prototipinėje parkavimo aikštelėje, kurioje nebus kitų kliūčių, išskyrus statiškas, t. y., trajektorija bus generuojama aplinkoje, kurioje neatsiras nenumatytų, savo koordinates galinčių pakeisti, kliūčių;
- kuriant trajektoriją, nebus modeliuojama kelio dangos būklė ir struktūra;
- nebus modeliuojamos ir vertinamos eismo sąlygos;
- nebus atsižvelgiama į meteorologines sąlygas.

Atsitiktinių kliūčių radimo metodo veikimo principas paremtas tuo, jog pradžioje yra nurodomi trajektorijos pradžios ir pabaigos taškų koordinatės. Jos yra atspirties taškai trajektorijos generavimui. Nuo abiejų užsiduotų taškų, algoritmas pradeda kurti išsišakojimus iki kitų, atsitiktinai sugeneruotų taškų. Tie išsišakojimai, tarsi trumpos trajektorijos. Svarbu pabrėžti tai, kad išsišakojimai negali kirsti savo kelyje sutiktų kliūčių. Taškai ir išsišakojimų tinklas generuojami atsižvelgiant į užsiduotą taškų skaičių bei spindulį, kurio ribose yra ieškoma taškų, nuo kurių skleistųsi išsišakojimai. Kuo daugiau taškų – tuo tankesnis išsišakojimų tinklas, tuo geriau yra apieškoma parkavimosi trajektorijai skirta erdvė, tačiau tuo ilgesnis yra skaičiavimo laikas. Sugeneravus nustatytą taškų skaičių ir atradus trumpiausią įmanomą trajektoriją, ji yra pažymima sujungiant visus artimiausius taškus, esančius tarp užduotų pradinio ir tarp galinio taškų.

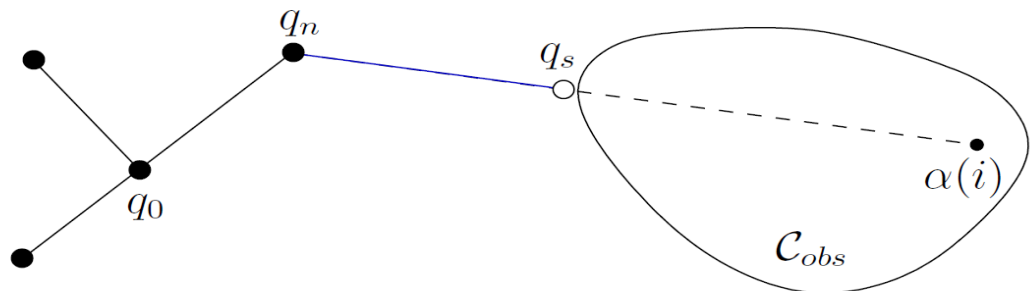
Atsitiktinių kliūčių radimo metodą, siekiant gauti trajektoriją tam tikrame plote, galima taikyti ir tuomet, kai kliūčių parkavimo plote nėra. Tokiu atveju, algoritmas supaprastėja.

2 lentelė. Atsitiktinių kliūčių radimo metodo algoritmų seka

Algoritmo veikimo seka, kai nėra kliūčių	Algoritmo veikimo seka, kai yra kliūčių
$S_RRT(q_0)$ 1 $G.init(q_0)$ 2 for $i=1$ to k do (nuo $i=1$ iki k vykdyti) 3 $G.add_vertex(\alpha(i))$ (pridėti tašką); 4 $q_n \leftarrow NEAREST(S, (G), \alpha(i))$, (artimiausias); 5 $G.add_edge(q_n, \alpha(i))$ (pridėti briauną);	$RRT(q_0)$ 1 $G.init(q_0)$ 2 for $i=1$ to k do (nuo $i=1$ iki k vykdyti) 3 $q_n \leftarrow NEAREST(S, \alpha(i))$, (artimiausias); 4 $q_s \leftarrow STOPPING-CONFIGURATION(q_n, \alpha(i))$ (sustabdyti taškų ir briaunų dëliojimą); 5 if $q_s \neq q_n$ then (jeigu $q_s \neq q_n$ tada) 6 $G.add_vertex(q_s)$ (pridėti tašką); 7 $G.add_edge(q_n, q_s)$ (pridėti briauną);

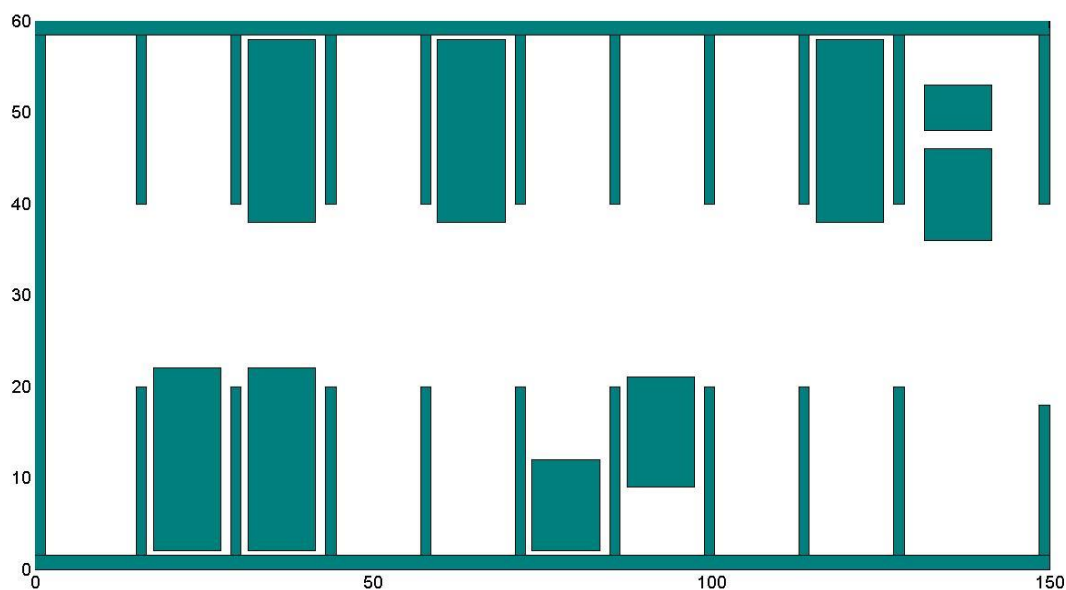


23 pav. Atsitiktinių kliūčių radimo metodo taikymas, kai kelyje nėra kliūtis, schema (S. M. LaValle, 2006)



24 pav. Atsitiktinių kliūčių radimo metodo taikymas, kai kelyje yra kliūtis, schema (S. M. LaValle, 2006)

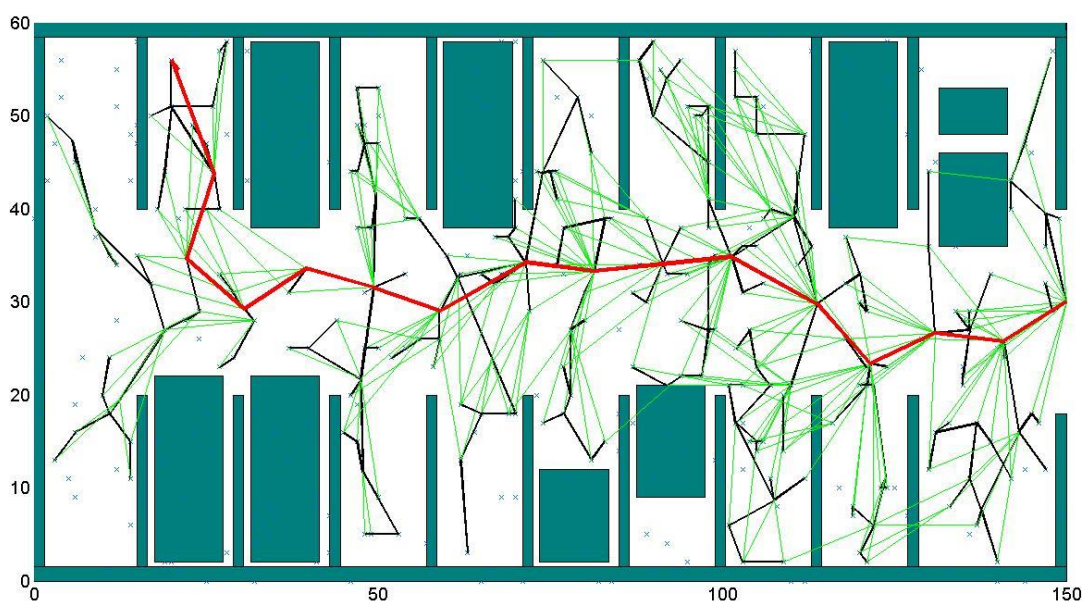
Parkavimosi trajektorija buvo planuojama prototipinėje parkavimo aikštelėje, sukurta *MATLAB* programa (25 pav.). Stačiakampiai atitinka kitas transporto priemonės ar kliūtis, o linijos – parkavimo vietų žymėjimą.



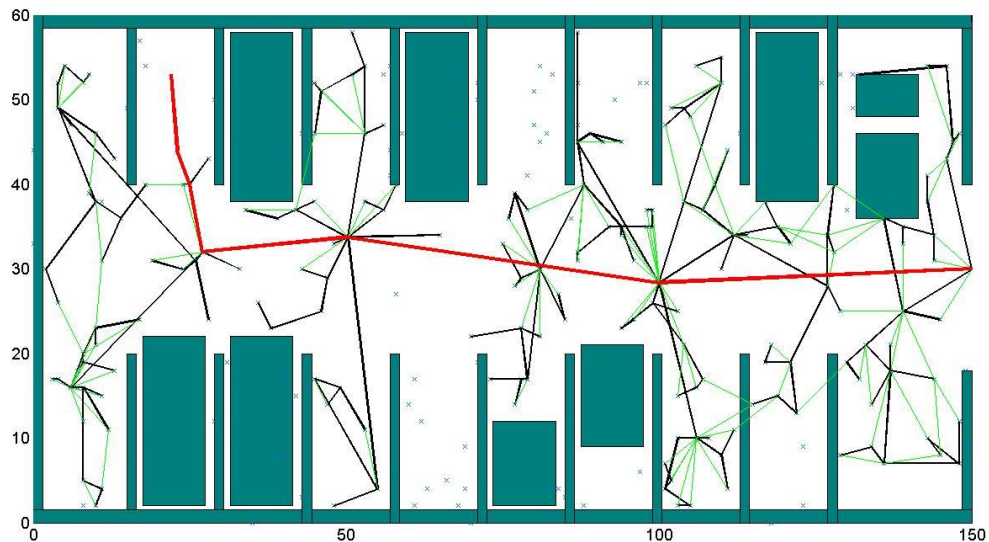
25 pav. Parkavimo aikštelė

Svarbu ne tik surasti saugiausią ir trumpiausią parkavimosi trajektoriją aikštelėje, bet ir pamatyti, kokios parkavimo trajektorijų alternatyvos buvo įmanomos nagrinėjamoje aikštelėje.

Kaip buvo minėta anksčiau, parkavimo trajektorijos radimui naudojamas atsitiktinių kliūčių radimo metodas. Buvo atliekamos simuliacijos, keičiant algoritmo parametrus: r – spindulį, kurio ribose ieškoma artimiausių taškų, k – atsitiktinių taškų skaičių ir e – šakų ilgius.



26 pav. Parkavimo aikštelė su trajektorija($r = 15, k = 400, e = 10$)

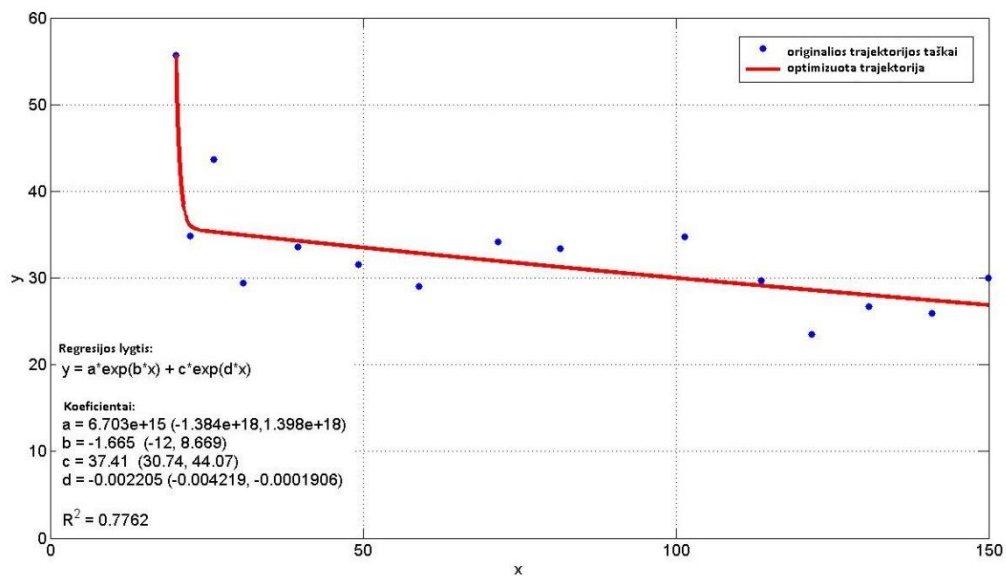


27 pav. Parkavimo aikštelė su trajektorija ($r = 10, k = 300, e = 50$)

Svarbu, kad atsitiktinių taškų skaičius ir kliūčių ieškojimo spindulys būtų suderinti tarpusavyje: jeigu taškų bus nurodyta daug, o spindulys bus irgi didelis, dalis taškų liks neįtraukti ir nepatikrinti, kai algoritmas ieškos parkavimosi trajektorijos užduotame plote.

Atsitiktinių kliūčių radimo metodu gauta trajektorija nėra sklandi: yra staigių posūkių, kurie dažniausiai nėra reikalingi ir kuriuos nebūtų lengva ar kartais ir neįmanoma įveikti tiek kompiuteriniams sunkvežimio su puspriekabe modeliui, tiek realiam sunkvežimiui su puspriekabe. Dėl to, gautą trajektoriją reikia optimizuoti – nuglūndinti nereikalingus kampus/posūkius, kad ji būtų sklandi.

Gautos parkavimo trajektorijos optimizavimui bus naudojama regresijos lygtis. Pirmiausia, yra parenkami charakteringi trajektorijos taškai. Po to, naudojantis *MATLAB* kreivių kūrimo įrankiu *curve fitting tool*, gaunama kreivė – trajektorija – kuri geriausiai atitinka atsitiktinių kliūčių metodu sugeneruotą trajektoriją. Gaunama kreivės lygtis ir atitinkami koeficientai bei jų skaitinės vertės. Kuo regresijos koeficiento R^2 reikšmė yra arčiau 1, tuo gautoji kreivė geriau atitinka trajektorijos kreivę, gautą naudojant atsitiktinių kliūčių radimo metodą.



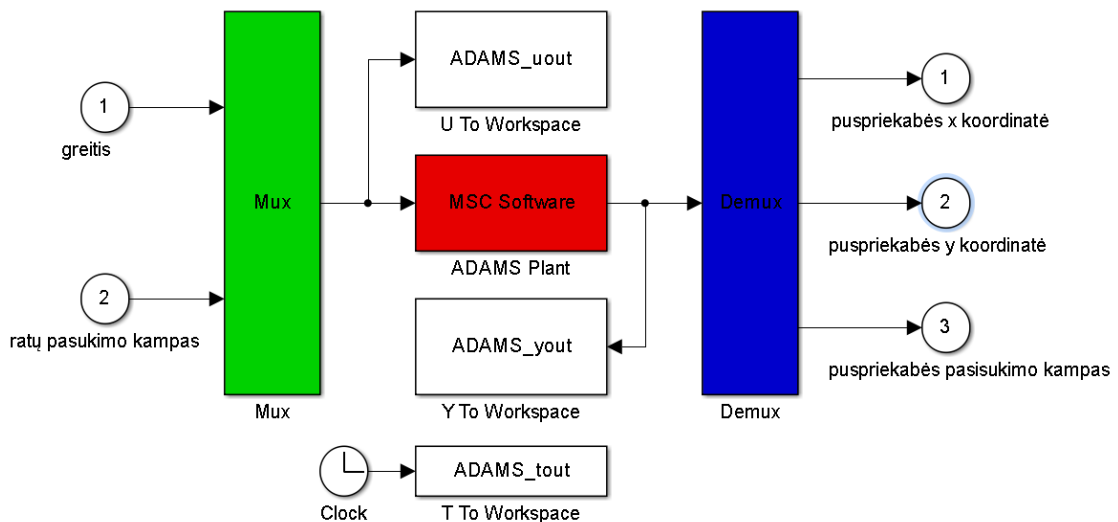
28 pav. Optimizuota trajektorija($r = 15, k = 400, e = 10$)

Pritaikius vieną iš plačiausiai naudojamų trajektorijos kūrimo metodų – atsitiktinių kliūčių radimo metodą, prototipinėje parkavimo aikštelėje sukurta trajektoriją, kuri buvo optimizuota. Optimizuotą trajektoriją tiek realiam sunkvežimiui su puspriekabe, tiek kompiuteriniam modeliui, daug paprasčiau atkartoti, nes eliminuojami nereikalingi vairo pasukimai ir transporto priemonės judėjimo padėties pasikeitimai. Naudojantis aprašytu trajektorijos kūrimo metodu ir jos optimizavimo principu, bus sukurta parkavimosi trajektorija, kuri bus naudojama valdymo sistemos blokinėje schemoje, kaip išėjimo signalas – kreivė, kurią turi atkartoti ir nuvažiuoti puspriekabė.

2.4. VALDYMO UŽDAVINIO FORMULAVIMAS IR TIKSLINIMAS

Valdymo algoritmas kuriamas *MATLAB Simulink* programinio paketo aplinkoje. Siekiant sujungti du programinius paketus vieno uždavinio sprendimui, *Adams/View* programiniame pakete sukurtame sunkvežimio su puspriekabe modelyje buvo sukurtos sąsajos su *MATLAB Simulink* programiniu paketu. Buvo sukurti du įėjimo signalai – greitis ir ratų pasukimo kampas. Greitis užsiduotas kaip pastovus dydis. Ratų pasukimo kampas – laike kintanti funkcija, pagal kurią reiks pasukti vairuojamuosius ratus.

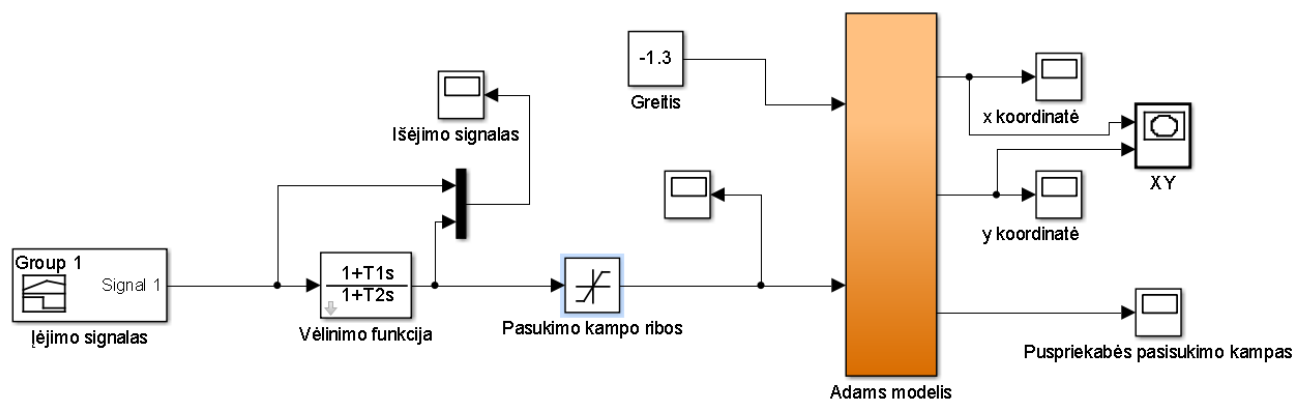
Išėjimo signalai blokinėje schemoje – puspriekabės x koordinatė, puspriekabės y koordinatė ir puspriekabės pasisukimo kampas apie y ašį. (29 pav.) pavaizduotoje schemoje *Adams_uout* ir *Adams_yout* atitinkamai perduoda įėjimo ir išėjimo signalus į *MATLAB* darbinę aplinką. *ADAMS_tout* perteikia skaičiavimo trukmę. *Mux* susumuoja gautus signalus ir perduoda kaip vieną vienetą. *Demux* išskaido gautus signalus į atskirus.



29 pav. Adams programa sukurtas vilkiko su puspriekabe modelio blokinė schema

Kai signalai blokinės schemos pavidalu yra eksportuojami į *MATLAB* programą, sukuriamas blokinė schema (modelis), valdymo uždaviniui spręsti. Modeliavimo rezultatai vėliau bus importuojami atgal į *Adams* programinį paketą, kuriame bus sukuriamas vaizdinė simuliacija arba atliekama sunkvežimio su puspriekabe komponentų darbo analizė. *Adams* programinių paketų aplinkoje sukurtas modelis gali būti labai detalus, o tai leistų tobulinti atskiras transporto priemonės sistemas.

Baigiamojo magistro darbo valdymo uždaviniui spręsti sukuriamos dvi skirtingos valdymo sistemos: atviro tipo ir uždaro tipo.



30 pav. Valdymo schema

Blokinėje schemoje (30 pav.) pateikta atviro tipo valdymo sistema, kurioje įėjimo signalas – užsiduota ratų pasukimo kreivė. Po užsiduotos ratų pasukimo kreivės yra signalo vėlinimo funkcija. Jos paskirtis – kontroliuoti perduodamą signalą, sušvelninant jo pereinamąsias vertes.

Vėlinimo funkcijos formulė:

$$H(s) = \frac{1 + T_1(s)}{1 + T_2(s)},$$

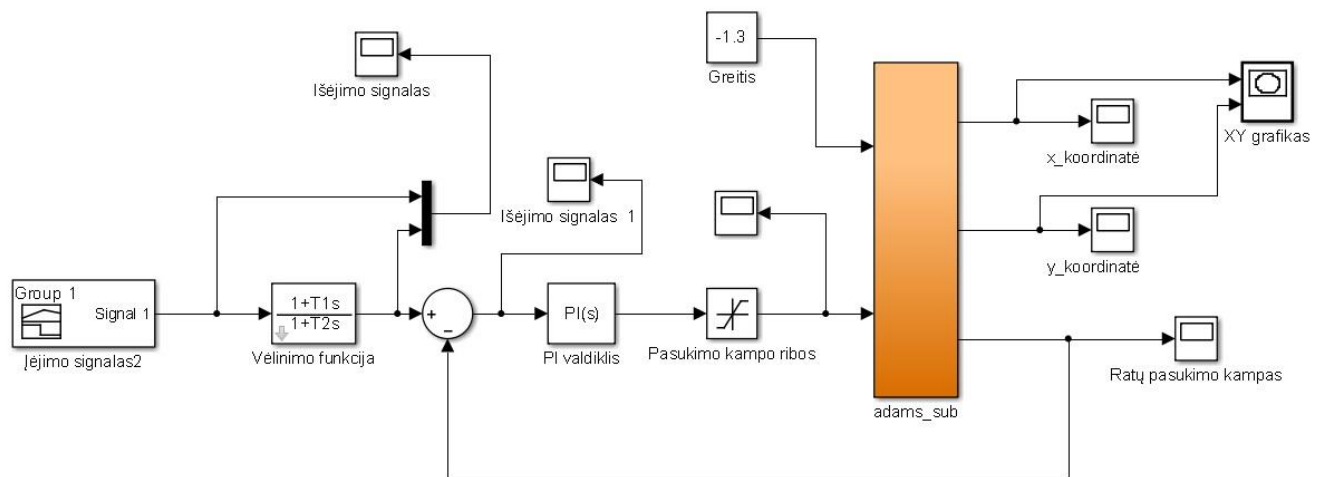
čia: s – Laplaso operatorius, T_1, T_2 – laiko konstantos.

Duotuoju atveju $T_1 = 0$ s, $T_2 = 0,01$ s. Ratų pasukimo kampo ribos nuo -0,5 rad iki 0,5 rad arba ~ nuo -29° iki 29°. Įėjimo signalo greičio reikšmė duotuoju atveju yra lygi 1,3 km/h. Reikšmė neigiama todėl, kad sunkvežimis važiuoja atgal, t. y., parkuojasi galu. Išėjimo signalai - pusprickabės x koordinatė, pusprickabės y koordinatė ir pusprickabės pasisukimo kampas apie y ašį – išreiškiami atitinkamai metrais ir radianais.

Gautas valdymo algoritmas buvo importuotas atgal į *Adams* ir gauti rezultatai pateikti vizualine simuliacija.

Sukurta valdymo schema (30 pav.) neturi grįžtamojo ryšio, tad užduodamas signalas tiesiogiai yra perduodamas vykdyti sunkvežimio modeliui, importuotam iš *Adams/View*. Kai nėra grįžtamojo ryšio, negalima patikrinti ar perduodamas signalas išėjime nesiskiria nuo užduotojo, o jeigu skiriasi – negalima įvertinti signalų skirtumo, valdymo inžinerijoje vadinamo paklaida. Dėl to, valdymo schema buvo papildyta grįžtamojo ryšiu ir PI valdikliu.

Kaip buvo minėta anksčiau, valdymo schema su grįžtamojo ryšiu leidžia įvertinti skirtumą, tarp užsiduoto signalo (užduoties) ir išėjimo signalo (rezultato). Automatizuoto parkavimo sistemos valdymo schemoje naudojamo PI valdiklio parametrų P ir I reikšmės, atlikus derinimą, buvo nustatytos atitinkamai 0 (P) ir 3,80 (I).



31 pav. Valdymo schema su PI valdikliu

Sudarytoje schemoje, vėlinimo funkcijos laiko konstantos $T_1 = 0 \text{ s}$, $T_2 = 0,01 \text{ s}$. Laiko konstanta T_2 aprašo sistemos vėlavimo laiką. Tai reiškia, kad modelyje įvertintas sistemos komponentų vėlavimas reaguoti į komandas. Nesant PI valdikliui, vėlinimo funkcijos konstantą T_2 reikia didinti.

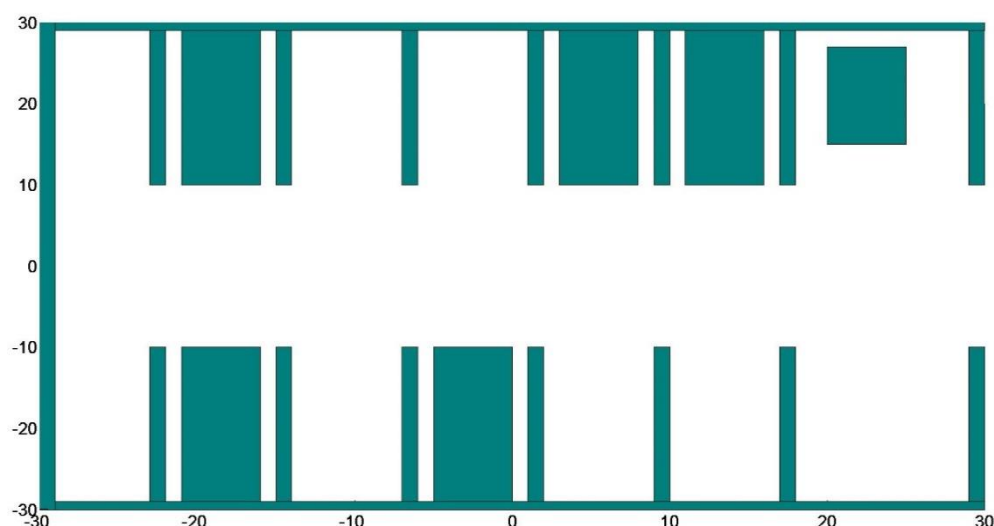
Skirtingai nuo pirminės valdymo schemos, 31 pav. pavaizduotoje schemoje vietoj puspriekabės pasisukimo kampo, kaip išėjimo signalas eksportuotas ratų pasukimo kampas. Būtent tarp įėjimo signalo (ratų pasukimo kampo kreivės) ir išėjimo signalo – ratų pasukimo kampo kreivės, yra matuojama paklaida.

3. MODELIAVIMO REZULTATAI

Modeliavimo rezultatai apima tris etapus:

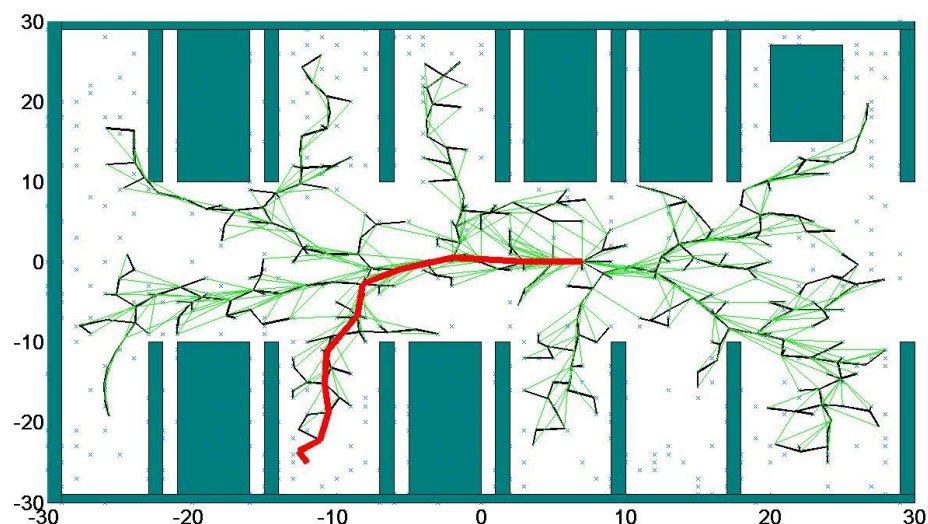
1. a) Nustatomos galimos judėjimo trajektorijos ir pasirenkama viena trajektorija vykdymui;
b) Pasirenkamas tikslinis (galutinis) taškas, į kurį puspriekabė turi būti priparkuota;
c) Pasirenkamas pradinis taškas iš kurio sunkvežimio su puspriekabe turi pajudėti.
2. Gauta laužyta trajektorija keičiama į tolygiai kintančią kreivę ir pagal šią kreivę apskaičiuojami reikiami vairuojamųjų ratų pasukimo kampai.
3. Patikrinama, ar vilkiko su puspriekabe judėjimo trajektorija realizuojama. Taip pat tikrinama kaip sugeneruotą trajektoriją realizuoja sukurti atviro ir uždaro tipo valdymo algoritmai. Sukurtos atviro ir uždaro valdymo schemas leidžia palyginti gautus rezultatus.

Kadangi svarbiausias uždavinys ir pagrindinis tikslas yra sunkvežimiui su puspriekabe savarankiškai prisiparkuoti galu, todėl pirmiausiai buvo sugeneruota trajektorija prototipinėje parkavimo aikštelėje (32 pav.).



32 pav. Parkavimo aikštelė

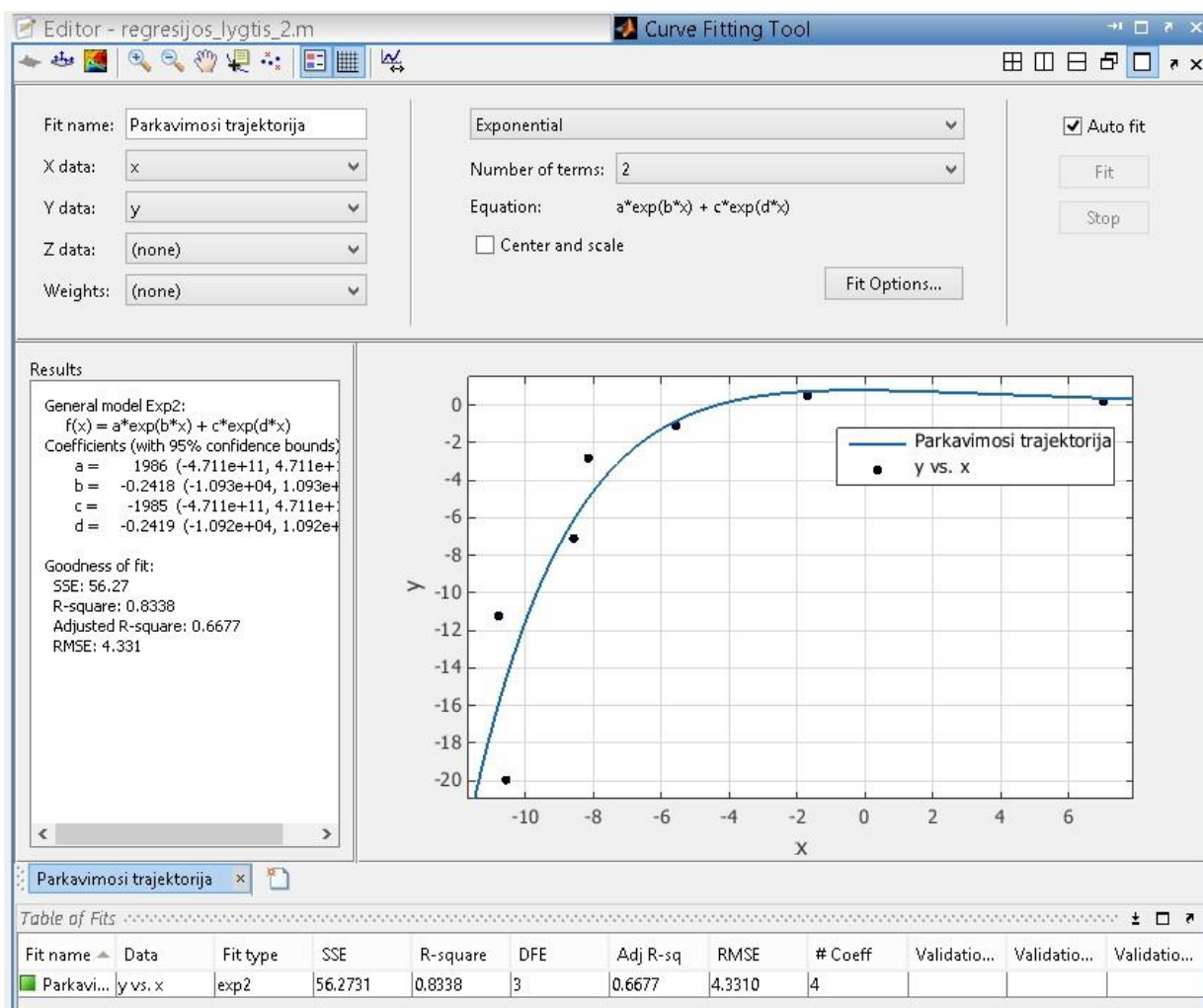
Trajektorijos pradinis taškas $(7;0)$, galutinis taškas $(-12;-25)$. Trajektorija generuojama kai $r = 5, k = 800, e = 2$. Nurodyti dydžiai r ir e yra mažesni, lyginant su 2.3 poskyryje naudojamais dydžiais todėl, kad aikštelės plotas buvo sumažintas.



33 pav. Sugeneruota trajektorija

Sugeneruota trajektorijos kreivė optimizuojama naudojantis *MATLAB* programa. Gaunama trajektorijos lygtis, nurodomi jos koeficientai:

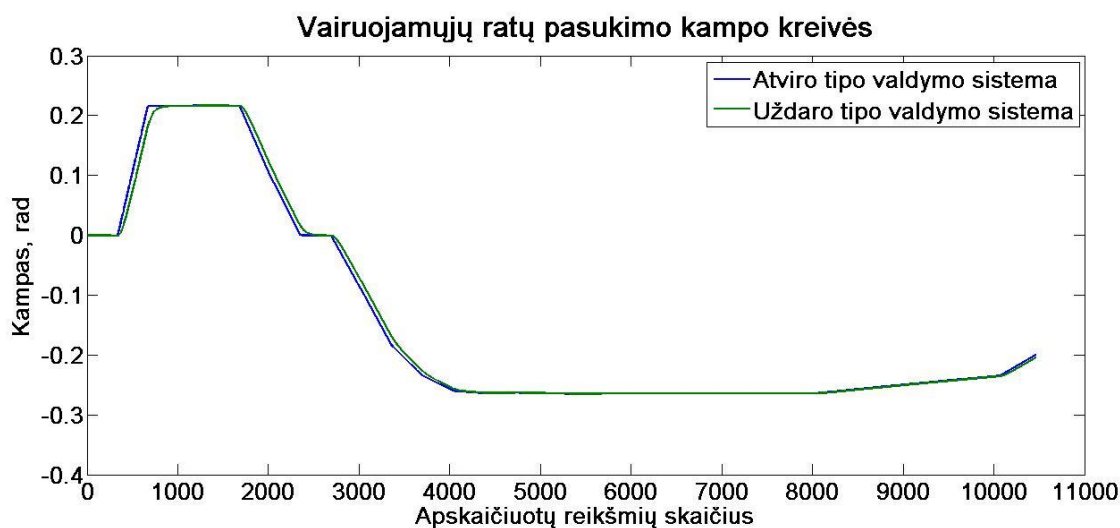
$$f(x) = a \cdot \exp(b \cdot x) + c \cdot \exp(d \cdot x). \quad (28)$$



34 pav. Trajektorijos optimizavimas

Gautosios lygties koeficientas $R^2 = 0,8338$. Gautoji kreivė nebeturi laužytų kampų ir bus lengviau pritaikoma praktiškai.

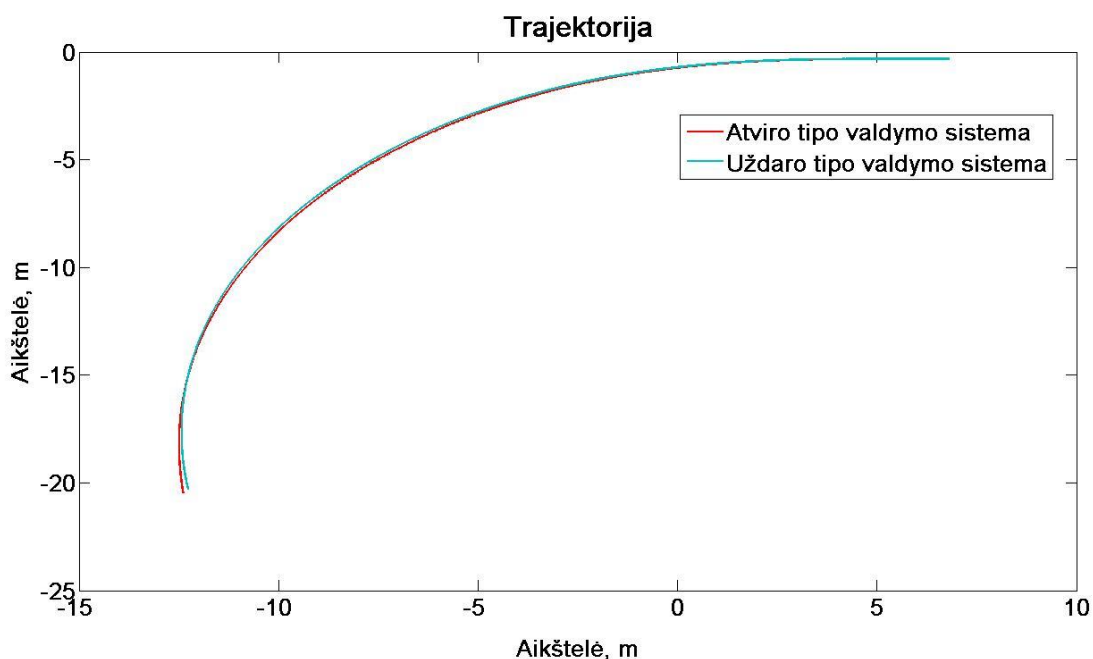
Naudojantis šia trajektorija, buvo paskaičiuoti sunkvežimio vairuojamųjų ratų pasukimo kampai ir nubraižyta jų kreivė, kuri valdymo schemose (30, 31 pav.) yra įėjimo signalas.



35 pav. Vairuojamųjų ratų pasukimo kampo kreivių grafikas

Atlikus simuliaciją, gauta sunkvežimio su puspriekabe parkavimosi trajektorijos kreivė, dėl vėlinimo funkcijos ir valdiklio įtakos nėra identiška atsitiktinių kliūčių metodo algoritmo sugeneruotai trajektorijai, tačiau ją atitinka.

Gautoji parkavimosi trajektorija, naudojantis valdymo schema su PI valdikliu, lyginama su trajektorija, gauta atlikus simuliaciją be valdiklio.



36 pav. Atviro ir uždaro tipo valdymo sistemų sugeneruotos parkavimosi trajektorijos

Iš gautųjų grafikų galima spręsti, jog uždaro tipo sistema su grįžtamuju ryšiu įėjimo signalą – ratų pasukimo kampų kreivę – sugeneravo tolydesnį, lyginant su atviro tipo sistemos signalu, nes vairuojamųjų ratų pasukimo kampo kreivė neturi staigių perėjimų tarp skirtingų pasisukimo kampų verčių. Taip pat uždaro tipo sistema sutrumpino parkavimosi trajektoriją 0,25 m, tačiau trajektorijos įveikimo laikas išliko toks pats – 52 s.

IŠVADOS IR SIŪLYMAI

1. Pasirinktas atsitiktinių kliūčių radimo metodas parkavimosi trajektorijai kurti, nes šio metodo algoritmas, atlikdamas kelio paiešką, gali apieškoti labai siaurus plotus ir sugeneruoti trajektoriją greičiau, lyginant su kitais metodais, be to, gali būti taikomas tiek statiškoje, tiek dinamiškoje aplinkoje ir modeliavimui realiuoju laiku.
2. Sukurtas kompiuterinis, trimatis, supaprastintas sunkvežimio su puspriekabe modelis leidžia atlikti bei vizualizuoti simuliacijas ir nustatyti valdiklio parametrų įtaką trajektorijos atkartojimui.
3. Sukurtos dvi valdymo schemos: atviro ir uždaro tipo. Uždaro tipo sistemoje parinktas ir pritaikytas proporcinis-integrinis (PI) valdymas ir nustatytos PI valdiklio konstantos: $P=0$, $I=3,80$.
4. Atsitiktinių kliūčių radimo metodo algoritmo apskaičiuota trajektorija yra nepatogi praktiniam naudojimui, nes turi daug staigių posūkių ir turi būti pakeista tolydesne kreive. Palygintos gautosios parkavimosi trajektorijos kreivės vykdant simuliaciją atviro tipo ir uždaro tipo valdymo sistemomis ir nustatyta, kad uždaro tipo valdymo sistemos trajektorijos paklaida yra 0,25 m, tačiau parkavimosi laikas išliko toks pats – 52 sekundės.
5. Parkavimosi trajektorijos ir vairuojamųjų ratų pasukimo valdymo sistemą siūloma tobulinti susiejant važiavimo greitį ir trajektorijos paieškos algoritmą, kad sistema būtų pritaikoma naudojimui realiuoju laiku.
6. Rekomenduojama patobulinti trajektorijos paieškos algoritmą ir sunkvežimio su puspriekabe modelį siekiant, kad trajektorija būtų generuojama erdvėje atsiradus dinaminėms kliūtims ir transporto priemonės modelis reaguotų į aplinkos pokyčius.

LITERATŪROS SĄRAŠAS

- Gomez-Bravo, F.; Cuesta, F.; Ollero, A. 2005. Autonomous tractor-trailer back-up manoeuvring based on changing trailer orientation. *Elsevier IFAC Publications*, 301–306.
- Gupta A.; Divekar R. 2011. Autonomous Parallel parking Methodology for Ackerman Configured Vehicles. *ACEEE*, 34–39.
- Jimenez, F.; Naranjo, J. E.; Gomez, O.; Anaya, J. A. 2014. Vehicle Tracking for an Evasive Manoeuvres Assistant Using Low-Cost Ultrasonic Sensors. *Sensors*, 22680–22705.
- Katrakazas, C.; Quddus, M.; Chen, W-H.; Deka, L. 2015. Real-time motion planning methods for autonomous on-road driving: State-of-the-art and future research directions. *Transportation Research*, 416–442.
- Koszalka G.; Zniszczyński A. 2015. A simulation study on the manoeuvrability of a large size semitrailer. *Transport*, 408–415.
- LaValle, S. M. 2006. *Planning algorithms*. Cambridge University Press.
- Li B.; Shao Zh. 2015. A unified motion planning method for parking an autonomous vehicle in the presence of irregularly placed obstacles. *Elsevier*, 86. 11–20.
- Li, B.; Shao, Zh. 2016. Precise Trajectory Optimization for Articulated Wheeled Vehicles in Cluttered Environments. *Advances in Engineering Software*, 92. 40–47.
- Liulyš, K. 2015. Savaime susiderinančio PID reguliatoriaus tyrimas. 41.
- Šeda, M.; Pich, V. 2008. *Robot Motion Planning Using Generalised Voronoi Diagrams*. Rhodes, 8th WSEAS International Conference on SIGNAL PROCESSING, COMPUTATIONAL GEOMETRY and ARTIFICIAL VISION (ISCGAV'08).
- Lietuvos Respublikos susisiekimo ministerija, 2012. *Kelių horizontaliojo ženklavimo taisyklės*, Vilnius.
- Szadeczky-Kardoss E.; Kiss B. 2008. *Path Planning and Tracking Control for an Automatic parking Assist System*, 175–184.
- Virtualusis praktinis darbas: „Tiesinio objekto valdymas“* [Interaktyvus]. "Procesų valdymo ir modeliavimo virtuali laboratorija". [žūrėta 2018 m. balandžio 8 d.]. Prieiga per internetą: <http://ifveikla.vdu.lt/uploads/Virt_Ld1_TiesinioObjektoValdymas_vienas.htm>.
- Zips, P.; Bock, M.; Kugi, A. 2013. A Fast Motion Planning Algorithm for Car Parking Based on Static Optimization. *Int. Conference on Intelligent Robots and Systems*, 2392–2397.