



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTINIŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

INFORMACINIŲ TECHNOLOGIJŲ KATEDRA

Jūratė Janutėnaitė

NANOMETRINĖS SKYROS CILINDRINIO PJEZOEITIKLIO TYRIMAI
(Analysis of nanometric scale piezoelectric actuator)

Baigiamasis magistro darbas

Informacinių technologijų valdymo studijų programa, valstybinis kodas 621I13001

Informatikos studijų kryptis

Vilnius, 2014



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTINIŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

INFORMACINIŲ TECHNOLOGIJŲ KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

(Parašas)

dr. doc. Dmitrij Šešok
(Vardas, pavardė)

(Data)

Jūratė Janutėnaitė

NANOMETRINĖS SKYROS CILINDRINIO PJEZOKEITIKLIO TYRIMAI
(Analysis of nanometric scale piezoelectric actuator)

Baigiamasis magistro darbas

Informacinių technologijų valdymo studijų programa, valstybinis kodas 621113001

Informatikos studijų kryptis

Vadovas

Doc. dr. Inga Tumasonienė
(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Konsultantas

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Konsultantas

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Vilnius, 2014

Vilniaus Gedimino technikos universiteto egzaminų
sesijų ir baigiamųjų darbų rengimo bei gynimo
organizavimo tvarkos aprašo 2010–2011 m. m.
6 priedas

(Baigiamojo darbo sąžiningumo deklaracijos forma)

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Jūratė Janutėnaitė, 20120574

(Studento vardas ir pavardė, studento pažymėjimo Nr.)

Fundamentinių mokslų fakultetas

(Fakultetas)

Informacinių technologijų valdymas, ITVmit-12

(Studijų programa, akademinė grupė)

**BAIGIAMOJO DARBO (PROJEKTO)
SĄŽININGUMO DEKLARACIJA**

2014 m. birželio 9 d.
(Data)

Patvirtinu, kad mano baigiamasis darbas (projektas) tema

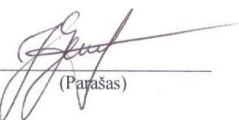
Nanometrinės skyros cilindrinio pjekokeitliklio dinamikos tyrimas

patvirtintas 20 13 m. gruodžio 9 d. dekanų potvarkiu Nr. 400fm, yra
savarankiškai parašytas. Šiame darbe (projekte) pateikta medžiaga nėra plagijuota. Tiesiogiai ar
netiesiogiai panaudotos kitų šaltinių citatos pažymėtos literatūros nuorodose.

Prenkant ir įvertinant medžiagą bei rengiant baigiamąjį darbą (projektą), mane konsultavo
mokslininkai ir specialistai: doc. dr. Inga Tumasonienė

Mano darbo (projekto) vadovas doc. dr. Inga Tumasonienė

Kitų asmenų indėlio į parengtą baigiamąjį darbą (projektą) nėra. Jokių įstatymų nenumatytų
piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs(-usi).


(Parašas)

JURATĖ JANUTĖNAITĖ
(Vardas ir pavardė)

Vilniaus Gedimino technikos universitetas Fundamentinių mokslų fakultetas Informacinių technologijų katedra	ISBN _____ ISSN _____ Egz. sk. Data-.....-.....
Antrosios pakopos studijų Informacinių technologijų valdymo programos magistro baigiamasis darbas Pavadinimas Nanometrinės skyros cilindrinio pjezokeitiklio dinamikos tyrimas Autorius Jūratė Janutėnaitė Vadovas doc. dr. Inga Tumasonienė	
Kalba: lietuvių	
Anotacija Pjezoelektriniai keitikliai naudojami įvairiuose įrenginiuose, kur reikalingas itin didelis tikslumas, greitateika ir nanometrų eilės matmenys. Šiame darbe pristatomas nanometrinės skyros cilindrinio pjezokeitiklio, naudojamo palydovo kameros pozicionavimui, tyrimas. Pirmame skyriuje aptartos fizikinės pjezokeraminių medžiagų savybės, pjezokeitiklių konstrukcijos, tvirtinimo sąlygos bei baigtinių elementų metodas. Antrame skyriuje pateikta išsami publikacijų, susijusių su cilindriniais pjezokeitikliais apžvalga. Trečiame skyriuje sprendžiamas cilindrinio pjezokeitiklio matmenų ir elektrodų schemos parinkimo uždavinys. Baigtinių elementų metodas naudojamas sprendžiant cilindrinio pjezokeitiklio savųjų reikšmių ir harmoninės analizės uždavinius. Cilindrinio pjezokeitiklio skaitinis modeliavimas atliktas naudojant ANSYS programinę įrangą.	
Prasminiai žodžiai: Pjezoelektrinis cilindras, baigtinių elementų metodas, nanometrinė skyra, skaitinis modeliavimas, geometrijos optimizavimas.	

Vilnius Gediminas Technical University Faculty of Fundamental Sciences Department of Information Technologies		ISBN _____ ISSN _____ Copies No. Date-.....-.....	
Master Degree Studies Information Technology Management study programme Master Graduation Thesis Title Analysis of Nanometric Scale Piezoelectric Actuator Author Jūratė Janutėnaitė Academic supervisor Assoc Prof Dr Inga Tumasonienė			
Thesis language: Lithuanian			
Annotation Piezoelectric actuators are used in various devices where great precision, speed and nanometric scaling are needed. In this paper a nanometric scale piezoelectric actuator used for satellite camera's positioning is presented. In the first chapter physical properties of piezoelectric materials, piezoelectric constructions, support conditions and finite element method are presented. In the second chapter a wide review of literature related to cylindrical piezoelectric actuators is given. In the third chapter a problem of geometrical parameters and electrode schemes selection of cylindrical piezoelectric actuator is investigated. Finite element method is used for determining eigenfrequencies and performing harmonic analysis. Numerical modeling of piezoelectric actuator is carried out using ANSYS software.			
Keywords: Piezoelectric cylinder, finite element method, nanometric scale, numerical modelling, geometry optimization.			

Turinys

Ivadas	11
1. Vibracinėms paviršiams skirtų pjezokeraminių elementų analizė	13
1.1. Pjezoelektrinių medžiagų savybės	13
1.2. Baigtinių elementų metodas	17
1.3. Pjezoelektrinių konstrukcijų apžvalga	20
1.4. Pirmojo skyriaus išvados	22
2. Cilindrinio ir kevalo formos pjezokeitiklių tyrimų apžvalga	23
2.1. Mokslinių darbų apžvalga.....	23
2.2. Antrojo skyriaus išvados.....	28
3. Nanometrinės skyros cilindrinio pjezokeitiklio tyrimas	30
3.1. Nanometrinės skyros pjezokeitiklio modelis.....	31
3.2. Programinės įrangos ANSYS analizė ir taikymas	33
3.3. Nanometrinės skyros pjezoelektrinio cilindro harmoninė analizė.....	40
3.4. Nanometrinės skyros pjezoelektrinio cilindro modalinė analizė	50
3.5. Trečiojo skyriaus išvados	54
Išvados	55
Literatūros sąrašas	56
PRIEDAI	58
A PRIEDAS	58
B PRIEDAS	64

Žymėjimai

Žymėjimas	Paaiškinimas
A	svyravimų amplitudė
E	Jungo modulis
h	cilindro aukštis
r	vidinio cilindro spindulio ilgis
k_E	elektromechaninis koeficientas
l	elektrodo plotis
s_{jk}^n	dominavimo koeficientas
S_k^n	n -tojo savojo dažnio virpesių energiją k -tąja kryptimi
ρ	tankis
ω	savasis dažnis
$[\varepsilon^e]$	dielektrinių konstantų matrica, kai yra pastovios mechaninės deformacijos
$[C]$	tamprumo matrica
$[d]$	medžiagos pjezoelektrinių modulių matrica
$[e]$	pjezoelektrinių konstantų matrica
$[g]$	pjezoelektrinė įtempimų koeficientų matrica
$[h]$	pjezoelektrinė deformacijų koeficientų matrica
$[K]$	standumo matrica
$[M]$	masės matrica
$[S]$	talpinė matrica
$[T]$	elektromechaninė matrica
$\{\sigma\}$	mechaninių įtempimų vektorius
$\{\phi\}$	elektrinių potencialų vektorius
$\{D\}$	elektrinės indukcijos vektorius
$\{e\}$	mechaninių deformacijų vektorius
$\{E\}$	elektrinio lauko stiprumo vektorius
$\{F^e\}$	išorinių mazginių apkrovų vektorius
$\{P\}$	poliarizacijos vektorius
$\{Q\}$	elektrinių krūvių vektorius
$\{u\}$	poslinkių vektorius

Paveikslų sąrašas

1 pav. Pjezokeramikos ašių orientacijos nustatymas	14
2 pav. Pagrindinės pjezokeitiklių konstrukcijos	21
3 pav. Trimis kryptimis besisukiojantis veidrodis	22
4 pav. Vieno laisvės laipsnio lazerinis deflektorius	22
5 pav. Trijų laisvės laipsnių pjezoelektrinis keitiklis	22
6 pav. Geometrinių parametrų įtaka dominavimo koeficientams	27
7 pav. Analizuojama kinematinė pora	30
8 pav. Analizuojamos elektrodų schemas	31
9 pav. Nagrinėjamas pjezokeitiklis ir jo kontaktiniai taškai.....	31
10 pav. ANSYS standartinio cilindro pavyzdys su standartiniu plotų ir linijų padalinimu.....	33
11 pav. Cilindro modeliavimas.....	34
12 pav. Nagrinėjamo pjezoelektrinio cilindro modelis.....	37
13 pav. Pjezoelektrinio cilindro su lygiagretainio formos elektrodais modeliavimas.....	38
14 pav. Kontaktinio taško 1633 judėjimo trajektorijos (14x16x14)	40
15 pav. 1633 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos (14x16x14)	40
16 pav. Kontaktinių taškų 1233, 3537 ir 5841 amplitudės, esant skirtingiems dažniams, kai dažnių intervalas kinta nuo 100kHz iki 138kHz (14x16x07)	41
17 pav. 1233 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos (14x16x07)	42
18 pav. Kontaktinių taškų 1633, 4705 ir 7777 amplitudės, esant skirtingiems dažniams, kai dažnių intervalas yra nuo 100kHz iki 138kHz (14x16x28)	42
19 pav. 1633 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos (14x16x28)	43
20 pav. Kontaktinių taškų amplitudės, esant skirtingiems dažniams, kai dažnių intervalas yra nuo 100kHz iki 138kHz (14x16x14)	44
21 pav. Deformuoto cilindro forma esant 134200Hz dažniui	44
22 pav. 7948 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos	45
23 pav. Cilindro su geometriniais $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$, $l = 11\text{mm}$, $\alpha = 51^\circ$ modelis.....	45
24 pav. Kontaktinių taškų amplitudės z kryptimi, kai dažnis kinta nuo 100kHz iki 138kHz	46

25 pav. 20351 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos	46
26 pav. 75 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos	47
27 pav. Kontaktinių taškų amplitudės, esant skirtingiems dažniams, kai dažnių intervalas yra nuo 100kHz iki 138kHz	48
28 pav. 18913 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos	48
29 pav. Cilindro $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$ savoji forma (130040Hz)	49
30 pav. Cilindro $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 7\text{mm}$ savoji forma (116460Hz)	50
31 pav. Cilindro $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 28\text{mm}$ savoji forma (116040Hz)	51
32 pav. Dominavimo koeficientų priklausomybė nuo cilindro geometrinių parametrų.....	51
33 pav. Cilindro $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$ savoji forma	52
34 pav. Dominavimo koeficientų priklausomybė nuo cilindro geometrinių parametrų.....	52

Lentelių sąrašas

1 lentelė. Modeliavimui naudojamos medžiagos savybės	32
2 lentelė. Dominavimo koeficientai	51
3 lentelė. Dominavimo koeficientai	52

Ivadas

Piezokeitikliai yra universali ir plačiai taikoma priemonė įvairiausiuose procesuose, kur reikalingas ypatingas tikslumas. Jie naudojami kokybės užtikrinimui, procesų valdyme, įvairiuose tyrimuose. Nors pats pjezoelektrinis efektas buvo atrastas P.Currie dar 1880 m., jo taikymas praktikoje prasidėjo tik 1950 m., kuomet jį ėmė naudoti jutiklių pramonėje. Nuo to laiko piezokeitikliai matavimams laikomi itin pažangia technologija su išskirtiniu patikimumu. Jie buvo sėkmingai pritaikyti medicininėje inžinerijoje (vaistų dozavimo ir transportavimo įrenginiuose), aviacijoje, branduolinėje pramonėje, elektronikoje. Automobilių pramonėje piezokeitikliai naudojami degimo proceso stebėjimui vidaus degimo varikliuose. Aktyviai vystosi energijos gavimo būdai, pagrįsti tiesioginio pjezoeefekto panaudojimu.

Piezokeraminės medžiagos – tai netiesiniai kietieji tirpalai, sudaryti iš segnetoelektrinių kristalinių junginių. Šios medžiagos pasižymi liekamąją poliarizaciją. Didžioji dalis piezokeitiklių yra gaminami iš pramoninės piezokeramikos t.y. pjezoaktyvių medžiagų. Nors medžiagų, pasižyminčių pjezoelektrinėmis savybėmis, yra žinoma daug, ne visos jos atitinka reikalavimus, kurie yra keliami piezokeitikliams.

Mokslinis naujumas: Atlikta nanometrinės skyros cilindro analizė su skirtingomis elektrodų konfigūracijomis ir skirtingais cilindro geometriniais parametrais.

Prenkant piezokeramikos sudėties komponentes, atsižvelgiama į piezokeitiklio panaudojimo sritį. Pavyzdžiui, vibracinėms pavaroms naudojamos segnetiškai minkštos sudėties medžiagos, kurios pasižymi aukštu mechaniniu ir elektriniu atsparumu, didelėmis piezomodulių reikšmėmis, mažais dielektriniais nuostoliais, pjezosavybių išlaikymu plačiame temperatūrų intervale. Įvairiems pjezofiltrams ir jutikliams priešingai, naudojama segnetiškai kieta piezokeramika. Siekiant nustatyti optimalią elektrodų konfigūraciją privalu atsižvelgti į vibraciniams įrenginiams keliamus konstrukcinius reikalavimus: nustatyti žadinančią įtampą, gauti reversinį judesį bei pasiekti piezokeitiklio maksimalų naudingo veiksmo koeficientą. Elektrodų konfigūracija priklauso nuo piezokeitiklio tvirtinimo sąlygų o efektyviausią darbą, žadinant rezonansinius virpesius, atlieka zonos, esančios prie įtvirtintų mazgų. Tinkamos medžiagos parinkimas, optimalios elektrodų schemas nustatymas leidžia padidinti piezokeitiklio patikimumą ir ilgaamžiškumą, sumažinti įtempimų koncentraciją.

Darbo aktualumas: Šiuolaikiniuose įrenginiuose reikalingi preciziniai piezokeitikliai, kurie užtikrintų įrenginio greitaveiką ir tikslumą.

Tyrimo metodai: Naudota ANSYS programinė įranga, MATLAB programinė įranga, taikytas baigtinių elementų metodas, autoriaus sukurta duomenų apdorojimo programa.

Darbo praktinė vertė: Tiriama cilindrai bus panaudojami palydovo kameros pozicionavimo įrenginyje.

Magistrinio darbo tikslas – parinkti nanometrinės skyros cilindrinio pjezokeitiklio, skirtą palydovo kameros pozicionavimui, geometrinius parametrus bei tinkamą elektrodų išdėstymo schemą.

Darbo uždaviniai:

1. Atlikti vibracinėms pavaroms skirtų pjezokeraminių elementų analizę.
2. Apžvelgti cilindrinį ir kevalo formos pjezokeitiklių tyrimus.
3. Atlikti nagrinėjamo nanometrinės skyros cilindrinio pjezokeitiklio dinamikos tyrimus, keičiant geometrinius parametrus (aukštį, cilindro storį) ir elektrodų schemas.

1. Vibracinėms pavaroms skirtų pjezokeraminių elementų analizė

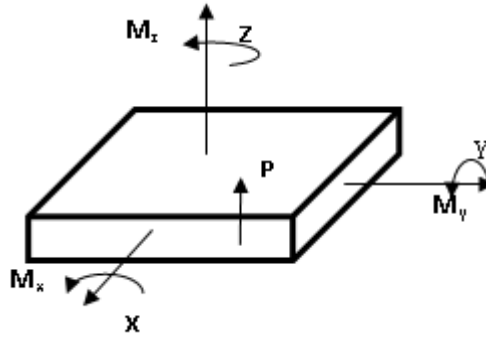
Įvadas

Šiuolaikiniame pasaulyje technologijų pažanga yra itin svarbus faktorius. Stengiamasi taupyti žemės resursus, pritaikyti naujus energijos šaltinius, pasiekti kiek įmanoma ilgesnį ir patikimą technologinės įrangos veikimą. Ne išimtis ir pjezolektriniai varikliai, kurių pritaikymo sritys vis plečiasi. Piezolektrinio efekto taikymas, šiuo atveju pjezoelektrinių keitiklių, pradedant mobiliaisiais telefonais, baigiant kosminiais palydovais suteikia galimybę efektyviau ir optimaliau valdyti procesus. Pjezomechaninis judesio keitiklis yra pagrindinė nanorobotų ir daugelio kitų vibracinių įrenginių pagrindinė dalis. Keitiklis nusako svarbias sistemos charakteristikas tokias kaip jautrumas, galingumas, mechaninės savybės [1, 2]. Šiame skyriuje apžvelgiamos dažniausiai naudojamos pjezokeramikos medžiagos, kokiose srityse naudojami pjezokeraminiai keitikliai, kokios jų charakteristikos, susijusios su pjezoelekto reiškiniu.

1.1. Pjezoelektrinių medžiagų savybės

Didžioji dalis pjezokeitiklių gaminami iš atitinkamų pjezoaktyvių medžiagų. Pjezokeramikos sudėties komponentų parinkimas priklauso nuo keitiklio panaudojimo srities. Pavyzdžiui, vibracinėms pavaroms naudojamos segnetišškai minkštos sudėties medžiagos (TC-19, P2T-5H, PCM-33A, P2-29), pasižyminčios aukštu mechaniniu ir elektriniu atsparumu, didelėmis pjezomodulių reikšmėmis, mažais dielektriniais nuostoliais, pjezosavybių išlaikymu plačiame temperatūrų intervale. Kieta pjezokeramika (TC-23, P2T-4) naudojama gaminant pjezofiltrus bei jutiklius. Minkštos medžiagos lengva deformuoti, o tai labai svarbu pjezokeitiklių gamybos technologijos procese.

Pjezokeraminės medžiagos apibūdinamos kaip netiesiniai kietieji tirpalai, sudaryti iš segnetoelektrinių kristalinių junginių. Jos turi griežtą domenų orientaciją t.y. liekamąją poliarizaciją. Pjezokeramika yra nevienalytė polikristalinė sistema, o ją sudarantys kristalai priklauso nuo medžiagos formavimo sąlygų. Kristalai dažniausiai turi skirtingus matmenis ir formą. Pjezokeramika gaminama kepinant sudėtines medžiagas. Šio proceso metu gautos medžiagos dielektrinės struktūros savybės pasireiškia tik poliarizacijos proceso metu. Pjezokeramika, kaip bet kuri kita dielektrinė medžiaga turi dipolių sankaupos vietas – domenų [3, 4, 5]. Chaotiška domenų visumos orientacija lemia, kad suminės struktūros poliarizacija lygi nuliui. Kiekvienas domenas atskirai pasižymi kryptinga poliarizacija. Kampas tarp dviejų gretimų domenų poliarizacijos ašių priklauso nuo medžiagos kristalinės struktūros ir yra apibūdinamas kaip diskretinis dydis. Kuomet keraminė medžiaga patenka į elektrinį lauką, domenų poliarizacija persiorientuoja.



1 pav. Pjezokeramikos ašių orientacijos nustatymas.

Tuomet pjezokeraminiame elemente atsiranda suminė poliarizacija, kuri neišnyksta net ir nebeveikiant elektriniam laukui. Nepoliarizuota keramika yra izotropinė medžiaga, todėl poliarizuojančio elektrinio lauko kryptis gali būti neapibrėžta. Dėl keramikos griežtai apibrėžtos struktūros bei nustatytų koordinatinių ašių krypties, poliarizacijos vektoriaus kryptis laikoma viena iš svarbesnių daugiamačių pjezokeitiklių charakteristikų. Ašių orientacija nustatoma šiuo principu: Z ašies (pjezoašis) kryptis sutampa su viena iš polinių ašių kryptimi, X (optinė ašis) ir Y (mechaninė ašis) ašys parenkamos pagal dešininę koordinatinių sistemą kaip parodyta 1 pav. Praktiškai nustatant ašis, pjezoašis sutampa su poliarizacijos vektoriaus kryptimi. Poliarizacijos metu persiorientuoja ne tik struktūra, bet ir keičiasi keramikos mechaninės savybės.

Keraminių elementų dielektrinės savybės pastoviam elektriniame lauke yra netiesinės, todėl poliarizacijos proceso pradžioje, taip pat esant stipriam elektriniam laukui, poliarizacijos išraiška yra netiesinė. Tik tam tikrame elektrinio lauko reikšmių intervale poliarizacijos priklausomybė yra tiesinė. Šiame intervale poliarizacijos reikšmė yra lygi spontaninei ir indukuotos poliarizacijų sumai. Medžiagos savybėms įtaką daro poliarizuojančio lauko stiprumas, temperatūra, poliarizacijos trukmė ir kryptis. Poliarizacijos vektoriaus lytis užrašoma (1) formule [3] :

$$\{P\} = [d]\{\sigma\} \quad (1)$$

$\{P\}$, $\{\sigma\}$ - poliarizacijos ir mechaninių įtempimų vektoriai, $[d]$ – medžiagos pjezoelektrinių modulių matrica.

Pjezoelektrinių modulių matrica, atsižvelgiant į pjezokeraminės medžiagos anizotropines savybes, bendru atveju turi tokią išraišką [3]:

$$[d] = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 & 0 \\ d_{31} & d_{31} & d_{33} & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}. \quad (2)$$

Piezokeramika pasižymi liekamąja poliarizacija, pjezoefektu ir kitomis savybėmis, nes kristalinė gardelė neturi simetrijos centro. Tiesioginis pjezoefektas pasireiškia kristalinę gardelę veikiant išorine jėga. Tuomet gardelė deformuojasi skirtingomis kryptimis ir priešinguose paviršiuose kaupiasi skirtingų ženklų krūviai. Maksimalus tiesioginis pjezoefektas gaunamas, kai mechaninių deformacijų vektoriaus kryptis sutampa su piezokeraminės medžiagos pjezoašimi. Atvirkštinis pjezoefektas gaunamas pjezoelektrinio elemento poliarizacijos ašiai statmenus paviršius apkraunant priešingų ženklų elektros krūviais. Tai lemia kristalinės gardelės deformacijas. Piezokeraminės struktūros elementaraus tūrio tiesinės pjezoelektrinio efekto lygtys gali būti užrašytos taip [3, 5]:

$$\begin{cases} \{\sigma\} = [c^E] \{\varepsilon\} - [e]^T \{E\} \\ \{D\} = [e] \{\varepsilon\} + [\varepsilon^E] \{E\} \end{cases} \quad (3)$$

$\{D\}$, $\{E\}$, $\{\varepsilon\}$, $\{\sigma\}$ - elektrinės indukcijos, elektrinio lauko stiprumo, mechaninių deformacijų ir mechaninių įtempimų vektoriai,

$[c^E]$ – tamprumo matrica, kai yra pastovus elektrinio lauko stiprumas,

$[\varepsilon^E]$ - dielektrinių konstantų matrica, kai yra pastovios mechaninės deformacijos,

$[e]$ - pjezoelektrinių konstantų matrica.

Pjezoelektrinių konstantų matrica užrašoma šiuo pavidalu:

$$[e] = [d] [c^E] \quad (4)$$

Pjezokeitiklio elektrinių charakteristikų apibūrinimui yra naudojami tokie dydžiai: elektrinio lauko stiprumas, elektrinė indukcija, dielektrinės konstantos. Šie dydžiai tarpusavyje susieti sekančia lygtimi [3]:

$$\{D\} = [\varepsilon] \{E\} \quad (5)$$

Užrašant mechaninių įtempimų vektoriaus išraišką lygtyje (5), naudojama pjezoelektrinių konstantų matrica (6):

$$[e] = [d] [c^E] \quad (6)$$

Elektrinio lauko stiprumas, elektrinė indukcija ir dielektrinės konstantos tarpusavyje susijusios (7) lygtimi:

$$\{D\} = [\varepsilon] \{E\} \quad (7)$$

Cilindriniams pjezokeitikliams, skersinė piezokeramikos kryptis dažniausiai sutampa su cilindrinės koordinačių sistemos radialine kryptimi, todėl konstantų matricas galima užrašyti šiais pavidalais:

$$[d] = \begin{bmatrix} d_{33} & d_{31} & d_{31} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & d_{15} \end{bmatrix} \quad [\varepsilon] = \begin{bmatrix} \varepsilon_{33} & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_{11} & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_{11} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$[c^E] = \begin{bmatrix} c_{33} & c_{13} & c_{13} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{11} & c_{12} & 0 & 0 & 0 \\ c_{13} & c_{12} & c_{11} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{2}(c_{11} - c_{12}) & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & c_{44} \end{bmatrix}$$

Svarbiausia savybė pjezokeraminei medžiagai, kuri naudojama pjezokeitikiams, yra pjezojautrumas. Šią charakteristiką apibūdina pjezoelektrinis įtempimų koeficientas:

$$[g] = [\varepsilon^\sigma]^{-1} [d] \quad (9)$$

$[g]$ – pjezoelektrinė įtempimų koeficientų matrica,

$[\varepsilon^\sigma]$ - dielektrinių konstantų matrica, esant pastoviems mechaniniams įtempimams.

Pastaroji parodo elektrinio signalo stiprumą, kuris ateina nuo keitiklio elektrodų. Signalas tuo pačiu metu naudojamas matuojant padėtį, greitį bei jėgos dydį.

Dar vienas svarbus dydis, kuris apibūdina pjezokeramikos savybes yra pjezoelektrinis deformacijos koeficientas. Jis apibrėžia mechaninius įtempimus, atsiradusius pasikeitus elektrinio krūvio tankiui:

$$[h] = [g] [c^D] \quad (10)$$

$[h]$ - pjezoelektrinė deformacijų koeficientų matrica,

$[c^D]$ - tamprumo matrica, esant pastoviam elektrinės indukcijos vektoriui.

Kuomet pjezoelektrinis elementas yra veikiamas išorinėmis mechaninėmis apkrovomis, dalis mechaninės energijos virsta elektrine energija. Šį procesą apibūdina elektromechaninis koeficientas:

$$k_E = \sqrt{\frac{h^2 \varepsilon^\varepsilon}{c^D}} \quad (11)$$

k_E - elektromechaninis koeficientas, parodantis pjezokeitiklio darbo efektyvumą, todėl renkamosi tokias medžiagas, kurių elektromechaninis koeficientas yra didelis.

Analizuojant pjezokeitiklių pagrindines charakteristikas, buvo laikoma, kad pjezoeфекto reiškinys aprašomas kaip tiesinė sistema. Todėl (3) formulė tinka tik esant mažiems fizikinių dydžių

pokyčiams, išskyrus tam tikrus atvejus, kai gali būti taikoma apibūdinant kvazitiesinę sistemą su kintamais koeficientais. Tam, kad būtų galima aprašyti netiesines pjezoelekto savybes, daromi papildomi išvedimai.

1.2. Baigtinių elementų metodas

Pagal bendrąją baigtinių elementų poslinkių metodo schemą, poslinkių vektorius $\{u\}$ ir elektrinis potencialas ϕ bet kuriame pjezoelektrinio kūno taške išreiškiamas baigtinio elemento mazginiais kintamaisiais:

$$\{u\} = [N_u] \{u^e\} \quad (12)$$

$$\phi = [N_\phi] \{\phi^e\} \quad (13)$$

$[N_u]$ – poslinkių funkcijos matrica,

$[N_\phi]$ – elektrinio potencialo formos funkcijų matrica.

Deformacijų vektorius $\{\varepsilon\}$ yra poslinkių vektoriaus $\{u\}$ pirmoji išvestinė. Elektrinio lauko vektorius $\{E\}$ yra apibrėžiamas kaip elektrinio potencialo gradientas [6, 7, 8]:

$$\{E\} = -\nabla \phi. \quad (14)$$

Išreiškus deformacijų ir elektrinio lauko vektorius mazginiais kintamaisiais, užrašomos tokios lygtys:

$$\{\varepsilon\} = [B_u] \{u^e\} \quad (15)$$

$$\{E\} = -[B_\phi] \{\phi^e\} \quad (16)$$

$[B_u]$ – elemento mechanines deformacijas apibūdinanti matrica,

$[B_\phi]$ – elemento elektrinį lauką apibūdinanti matrica.

Viena iš pagrindinių problemų, kuri iškyla projektuojant vibracinių pjezomechaninių įrenginių konstrukcijas, yra optimalių pjezokeitiklių geometrinių parametrų nustatymas. Geometriniais parametrais laikomi ne tik pjezokeitiklio matmenys, bet ir tvirtinimo sąlygos. Pjezokeitiklių geometrinių parametrų optimizacija itin svarbi, kai rezonansinių virpesių formos charakterizuojamos kaip sudėtingos geometrinės figūros. Kadangi visas optimizacijos uždavinys apima ir viso vibracinio įrenginio, kuriame yra montuojamas pjezokeitiklis, uždavinio sprendimas yra ilgas ir sudėtingas. Todėl uždavinys skaidomas į mažesnes dalis, o jų rezultatai apjungiami. Tam naudojamas baigtinių elementų metodas. Taikant šį metodą pjezomechaninių sistemų išskaidymui, įmanoma įvertinti mechaninių ir elektrinių laukų tarpusavio sąveiką. Naudojami baigtiniai elementai be įprastinių mechaninių laisvės laipsnių turi papildomą mazginį laisvės laipsnį

elektriniam potencialui. Šiuo baigtinių elementų metodu sprendžiami visi standartiniai pjezomechaninių sistemų uždaviniai.

Kai konstrukcija turi sudėtingą geometrinę formą bei kraštines sąlygas, analitinis bei eksperimentinis tyrimai tampa techniškai sudėtingi. Taikant baigtinių elementų metodą, kai tiriamasis modelis aproksimuojamas baigtinio dydžio elementais, yra atliekamas efektyvus skaitinis tyrimas. Mechaniniai paviršiniai įtempimai, poslinkiai, elektriniai krūviai ir potencialai gali būti apibrėžiami kaip kraštinės sąlygos tam tikrose pjezoelektrinio kūno vietose ir paviršiaus srityse. Sprendžiant uždavinį pakanka nagrinėti kraštines sąlygas, kurios nusakomos tam tikrais poslinkiais ir potencialais, mechanines apkrovas ir elektrinius krūvius laikyti koncentruotomis mazginėmis apkrovomis. Šios sąlygos taikomos virpesių, sužadintų paveikus elektrodus kintamu elektriniu signalu, skaičiavimui.

Pjezoelektrinio baigtinio elemento būvio lygtis, pritaikius potencinės ir elektrostatinės energijos minimumo principą, užrašoma (17) formule

$$\begin{cases} [K^e] \{u^e\} + [T^e] \{\phi^e\} = \{F^e\} \\ [T^e]^T \{u^e\} - [S^e] \{\phi^e\} = \{Q^e\} \end{cases} \quad (17)$$

$[K^e]$ – standumo matrica,

$[T^e]$ – elektromechaninė matrica,

$[S^e]$ – talpinė matrica,

$\{F^e\}$ – išorinių mazginių apkrovų vektorius,

$\{Q^e\}$ – elektros krūvių vektorius. Minėtos matricos ir vektoriai turi tokias išraiškas [2]:

$$[K^e] = \int_V [B_u]^T [c^E] [B_u] dV \quad (18)$$

$$[T^e] = \int_V [B_u]^T [e] [B_\phi] dV \quad (19)$$

$$[S^e] = \int_V [B_\phi]^T [\epsilon^E] [B_\phi] dV \quad (20)$$

$[c^E]$ – tamprumo matrica, esant pastoviam elektrinio lauko stiprumui,

$[\epsilon^E]$ – dielektrinių konstantų matrica, esant pastoviai mechaninei deformacijai,

$[e]$ – pjezoelektrinių konstantų matrica.

Pjezokeitiklio dinamikos lygtis matriciniame pavidale turi tokią išraišką [6, 7]:

$$\begin{bmatrix} [M] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\ddot{u}\} \\ \{\ddot{\phi}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [C] & [0] \\ [0] & [0] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{\dot{u}\} \\ \{\dot{\phi}\} \end{Bmatrix} + \begin{bmatrix} [K] & [T] \\ [T]^T & -[S] \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} \{u\} \\ \{\phi\} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \{F\} \\ \{Q\} \end{Bmatrix} \quad (21)$$

$[M]$ – konstrukcijų masės matrica,

$[C]$ - slopinimo matrica. Šios matricos turi tokias išraiškas [6, 7]:

$$[M] = \rho \int_V [N_u]^T [N_u] dV \quad (22)$$

$$[C] = \alpha [M] + \beta [K] \quad (23)$$

kur ρ - medžiagos tankis; α ir β - proporcingumo koeficientai. Jeigu sistemos dinamiškumo koeficientas, atitinkantis virpesių kampinį dažnį ω , yra žinomas ir lygus μ_d , tai koeficientų α ir β išraiškos yra tokios [6, 7]:

$$\alpha = \frac{\omega}{\mu_d} \quad (24)$$

$$\beta = 0$$

Bendru atveju pjezokeitiklio savieji dažniai ir formos, nevertinant slopinimo, gali būti gaunami išsprendus matricinių lygčių sistemos (25, 26) savųjų reikšmių uždavinį:

$$[M] \{\ddot{u}\} + [K] \{u\} + [T] \{\phi\} = \{0\} \quad (25)$$

$$[T]^T \{u\} - [S] \{\phi\} = \{0\} \quad (26)$$

Pertvarkius lygtis (25) ir (26), gauname savųjų reikšmių lygtį [6, 7]:

$$([K^*] - \omega^2 [M]) \{u\} = \{0\} \quad (27)$$

Lygtis (21) turi du sprendinius, kurie gali būti lygūs nuliui. Netrivialus sprendinys randamas išsprendus sekančią lygtį [6, 7]:

$$\det([K^*] - \omega^2 [M]) = 0 \quad (28)$$

kur $[K^*]$ matricos išraiška priklauso nuo mazginių potencialų vektoriaus reikšmių, kurias įtakoja elektrodų konfigūracija. Apibrėžiant matricą $[K^*]$, išskiriami du galimi elektrodų išdėstymo atvejai:

- 1) pjezokeitiklis pilnai padengtas elektrodais ir visi mazgai turi nenulines elektros krūvio reikšmes;
- 2) vidiniai mazgai ir pjezokeitiklio paviršiaus elementai, nepadengti elektrodais, turi nulinę elektros krūvį. Pirmuoju atveju gaunama tokia $[K^*]$ matricos išraiška [2, 3]:

$$[K^*] = [K] + [T][S]^{-1}[T]^T \quad (29)$$

Antruoju atveju potencialų vektorius $\{\phi\}$ padalinamas į du mazginių potencialų subvektorius: $\{\phi_1\}$ – vektorius su nenuliniais elektros krūviais, $\{\phi_2\}$ – vektorius su nuliniiais elektros krūviais, įskaitant paviršinius, elektrodų neturinčius mazgus. Elektrinių krūvių vektorius $\{Q\}$, analogiškai padalijamas į du subvektorius - $\{Q_1\}$ ir $\{Q_2\}$. Pirmasis yra nenulinių krūvių subvektorius, o antrasis - nulinių krūvių subvektorius, apibrėžiantis nepadengtas elektrodais pjezokeitiklio dalis. Tuomet elektromechaninė ir talpinė matricos skaidomos į atitinkamus blokus ir turi tokias išraiškas:

$$[T] = [T_1 \quad T_2] \quad (30)$$

$$[S] = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} \\ S_{12}^T & S_{22} \end{bmatrix}. \quad (31)$$

Šiuo atveju $[K^*]$ matricos išraiška, esant trumpam jungimui elektroduose ($\phi_1 = 0$), turi tokią išraišką [6, 7]:

$$[K^*] = [K] + [T_2][S_{22}]^{-1}[T_2]^T. \quad (32)$$

Išsprendus savųjų reikšmių uždavinį, yra gaunamos pjezokeitiklio savieji dažniai ir savosios formos, kurie naudojami tolesniuose skaičiavimuose.

Sudarant realiai veikiančių pjezokeitiklių baigtinių elementų modelius vidiniai mazgai ir elektrodais nepadengti paviršiniai mazgai dažniausiai turi nulinę elektros krūvį. Modeliuojant pjezokeitikliams dažniausiai taikomos šios kraštinės sąlygos: įtvirtinimo mazguose poslinkiai lygūs nuliui ($\{u_s\} = 0$) ir mazginių apkrovų vektorius lygus nuliui ($\{F\} = 0$). Tuomet dinamikos lygtis užrašoma:

$$\begin{aligned} [M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} + [T_1]\{\phi_1\} + [T_2]\{\phi_2\} &= \{0\} \\ [T_1]^T\{u\} - [S_{11}]\{\phi_1\} - [S_{12}]\{\phi_2\} &= \{Q_1\} \\ [T_2]^T\{u\} - [S_{12}]^T\{\phi_1\} - [S_{22}]\{\phi_2\} &= \{0\}. \end{aligned} \quad (33)$$

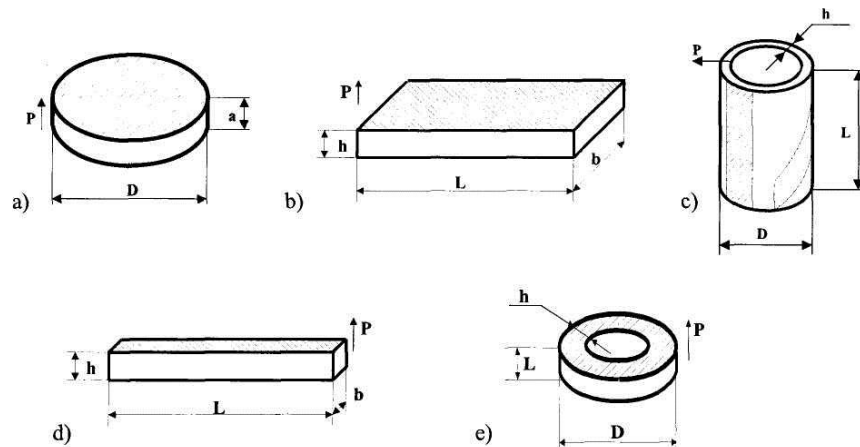
Kai daugiamačių pjezokeitiklių paviršius visiškai padengtas elektrodais ir maitinimo šaltinis yra tiek galingas, kad užtikrina nustatytas potencialų reikšmes, pakanka nagrinėti tik pirmąją sistemos lygtį. Tuomet gauname įprastinio pavidalo konstrukcijos dinamikos lygtį su duotu mazginių jėgų vektoriumi dešinėje pusėje:

$$[M]\{\ddot{u}\} + [C]\{\dot{u}\} + [K]\{u\} = -[T_1]\{\phi_1\} - [T_2]\{\phi_2\} \quad (34)$$

1.3. Pjezoelektrinių konstrukcijų apžvalga

Daugiamačiai pjezokeitikliai yra griežtos geometrinės formos pjezokeraminiai kūnai, kurių paviršius padengiamas elektrodais. Šių keitiklių žadinamų rezonansinių virpesių charakteristikas apibūdina:

- Fizikinės pjezokeraminės medžiagos savybės;
- Geometriniai pjezokeitiklio parametrai;
- Tvirtinimo sąlygos;
- Elektrodų konfigūracija;
- Poliarizacijos kryptis ir dydis;



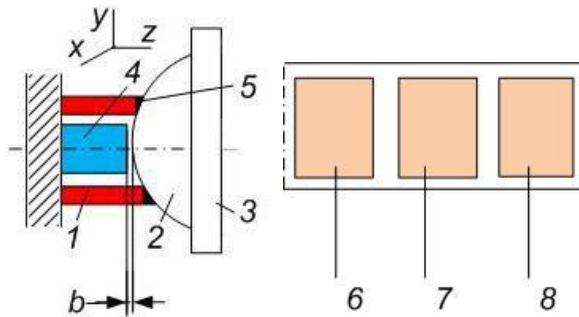
2 pav. Pagrindinės pjezokeitiklių konstrukcijos: a – diskas, b– stačiakampė plokštelė, c – cilindras, d – strypas, e – žiedas

Vienu iš pagrindinių dydžių, apibūdinančių pjezokeitiklį yra charakteringų geometrinių matmenų santykiai, pavyzdžiui, cilindro sienelės storis ir cilindro aukštis, cilindro vidinio spindulio ir cilindro aukščio santykis bei kt. Šie dydžiai apibrėžia pjezokeitiklių savųjų formų eiliškumą, kuris kinta keičiant geometrinius parametrus. Įrenginiuose naudojamų pjezokeitiklių formos gali būti įvairios: cilindras, žiedas, strypas, sfera. Taip pat naudojamos sudėtingesnės struktūros kaip trikampiai, pusiau sferos, daugiasluksniai su pridėtinėmis masėmis. Pagrindinių geometrinių formų pjezokeitikliai pavaizduoti 2 pav.

Keičiant geometrinę elektrodų formą, jų išdėstymą, žadinimo įtampos fazę, išgaunami skirtingi pjezokeitiklio rezonansinių virpesių dažniai bei virpesių formos. Nustačius optimalią elektrodų konfigūraciją, galima sumažinti pjezokeitiklio įtempių lauką, nuovargį bei padidinti įrenginio našumą.

Didelę įtaką virpesiams daro poliarizacijos vektoriaus kryptis. Dažniausiai ji būna lygiagreti su elektrodų išdėstymo plokštuma arba statmena jai. Kintamas poliarizacijos vektorius naudojamas sudėtingiems daugiakomponenčiam virpesiam žadinti t.y. skirtingose pjezokeitiklio vietose vektoriaus kryptis skiriasi. Virpesius taipogi įtakoja mechaninės ir elektrinės kraštinės sąlygos. Daugiamačiuose pjezokeitikliuose žadinami įvairių formų priverstiniai virpesiai: išilginiai, lenkimo, skersiniai, radialiniai, sukimo, virpesiai, gauti stovinčiųjų ir bėgančiųjų bangų interferencijos pagrindu.

Pjezovariklį dažniausiai sudaro kinematinė pora – pjezoelektrinis elementas, kuris laikomas dinaminiu sistemos nariu, ir statinis sistemos elementas, pavyzdžiui veidrodis ar feromagnetinė sfera [13]. Tokios sistemos pavyzdys pateiktas 3 pav. Ją sudaro 1 – pjezoelektrinis cilindras, 2 – pasyvi sfera, pagaminta iš feromagnetinės medžiagos, 3 – veidrodis, 4 – nuolatinis magnetas, 5 – atraminiai taškai, 6, 7, 8 – elektrodai.



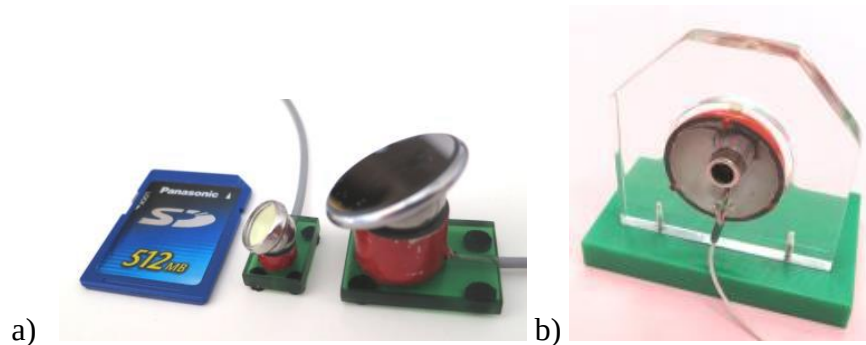
3 pav. Trimis kryptimis besisukiojantis veidrodis.

Galima išskaidyti pjezoelektrinius keitiklius pagal tai, kiek laisvės laipsnių jie turi. Pjezoelektriniai keitikliai su vienu laisvės laipsniu atlieka judesį tik vienos ašies kryptimi. Tokio pjezokeitiklio pavyzdys pateiktas 4 pav., kur 1 – veidrodis, 2 – feromagnetinis elementas, 3 – magnetas, 4 – pjezoelektrinis cilindras, 5, 6 – vidiniai pjezoelektrinio cilindro elektrodai.



4 pav. Vieno laisvės laipsnio lazerinis deflektorius.

Trijų laisvės laipsnių cilindrinis pjezoelektrinis keitiklis ir hemisferinis trijų laisvės laipsnių pjezokeitiklis pavaizduoti 5 pav.



5 pav. Trijų laisvės laipsnių pjezoelektrinis keitiklis: a) cilindrinis pjezokeitiklis b) hemisferinis pjezokeitiklis.

1.4. Pirmojo skyriaus išvados

Dėl specifinių pjezokeramikos savybių pjezokeitikliai taikomi daugelyje sričių. Parenkant medžiagas, atsižvelgiama į joms įtaką darančius veiksnius kaip poliarizuojančio lauko stiprumas, temperatūra, poliarizacijos trukmė ir kryptis. Taip pat atsižvelgiama į medžiagos pjezoelektrines konstantas, pjezojautrumą, kurį apibūdina pjezoelektrinių įtempimų matrica, pjezoelektriniai

deformacijos koeficientai. Skaitiniam modeliavimui taikomas baigtinių elementų metodas, kuris leidžia įvertinti elektrinių ir mechaninių laukų tarpusavio sąveiką. Daugiamačiai pjzokeitikliai turi griežtą geometrinę formą. Konstrukcijos tipas ir jos charakteringų geometrinių matmenų santykių. Keičiant elektrodų topologiją, formą, žadinimo įtampos fazę, išgaunami skirtingi pjzokeitlikio rezonansinių virpesių dažniai ir formos.

2. Cilindrinių ir kevalo formos pjzokeitiklių tyrimų apžvalga

Įvadas

Šioje dalyje pateikiama cilindrinių ir kevalo formos pjzokeitiklių tyrimų apžvalga. Pristatomi moksliniuose darbuose autorių naudoti ir pateikti skaičiavimo metodai, tiriamos problemos, taikymo sritys bei rezultatai.

2.1. Mokslinių darbų apžvalga

Straipsnyje „Progress in the analysis of non-axisymmetric wave propagation in a homogeneous solid circular cylinder of a piezoelectric transversely isotropic material“ nagrinėjamos bangų, kurios yra nesimetrinės ašies atžvilgiu, sklidas homogenišrame pjzoelektriniame cilindre [10]. Cilindras pagamintas iš statmenai ašies izotropinės, su ašine poliarizacija medžiagos. Pasirinktos nesimetrinės ašies savosios formos su nenuliniu žiedinių bangų skaičiumi. Tokių bangų analizė itin svarbi pjzokeitiklių modeliavime, kadangi būtent tokios bangos gali nusakyti cilindro defektus, padarytus gamybos metu. Analizei pasirinkta PZT-4 medžiaga, naudotas baigtinių elementų bei kraštinių sąlygų metodai. Judesio lygtys ir kraštinės sąlygos nusakomos esant tiesiniam elastiškumui, tiesiniam pjzoelektriniam modeliui, kvazi-statinei elektrinio lauko aproksimacijai, pjzoelektrinės medžiagos ašinei poliarizacijai, laisvųjų krūvių trūkumui, kraštinėms ir kūno jėgoms. Lygtims (35) ieškoma sprendinių t.y. kaip harmoninėms bangos sklinda išilgai z ašies.

$$\begin{aligned}
 \rho \ddot{u} &= \frac{\partial \sigma_1}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_6}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_5}{\partial z} + \frac{\sigma_1 - \sigma_2}{r} \\
 \rho \ddot{v} &= \frac{\partial \sigma_6}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_2}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_4}{\partial z} + \frac{2\sigma_6}{r} \\
 \rho \ddot{w} &= \frac{\partial \sigma_5}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \sigma_4}{\partial \theta} + \frac{\partial \sigma_3}{\partial z} + \frac{\sigma_5}{r} \\
 0 &= \frac{\partial D_1}{\partial r} + \frac{D_1}{r} + \frac{1}{r} \frac{\partial D_2}{\partial \theta} + \frac{\sigma D_3}{z}
 \end{aligned} \tag{35}$$

σ – įtempiai, D – elektrinio lauko stiprumo pasiskirstymas. Užrašytosios lygtys yra Navier judesio lygtys ir Gauso dėsnis cilindrinėse koordinatėse. Atlikus eilę pertvarkymų ir keitimų pradinėse

lygtys, autoriai gauna tiesinių homogeninių algebrinių lygčių sistemą, kuri turi netrivialų sprendinį tik tuomet, kai šios sistemos determinantas lygus 0. Autoriai pateikia skaitinio modeliavimo rezultatus pagal jų pateiktą skaičiavimo būdą. Iš rezultatų matoma didelė bangų priklausomybė nuo taikomų kraštinių elektrinių sąlygų.

Pjezoelektrinio cilindro modeliavimas taip pat nagrinėjamas straipsnyje „Modeling the hollow cylindrical piezo-ceramics with axial polarization using equivalent electro-mechanical admittance matrix“. Kadangi elektros grandinės yra sudėtingos, modeliavimo metu uždavinio sprendimą autoriai supaprastina. Taikomos jėgos ir greičio ribinės sąlygos, mechaniniai elementai prilyginti elektriniams. Išvestos pagrindinės valdymo lygtys su šiomis sąlygomis: tuščiaviduris cilindras su vidiniu spinduliu r_1 , išoriniu spinduliu r_2 , aukščiu l , atskaitos taškais z_1 ir z_2 z ašyje. Prilyginant jėgą įtampai, išvedama atitinkama koeficientų matrica, nusakanti ryšį tarp elektrinės - mechaninės įtampos vektoriaus ir elektrinės – mechaninės srovės vektoriaus. Išskaičiuotoji matrica yra ekvivalenti laidumo matricai, o jai atvirkštinė – varžos matricai. Cilindrinėse koordinatėse užrašomos judesio lygtys [11]:

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_r}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_{r\theta}}{\partial \theta} + \frac{T_r - T_\theta}{r} + \frac{\partial T_{rz}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 u_\theta}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{r\theta}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_\theta}{\partial \theta} + \frac{2T_{r\theta}}{r} + \frac{\partial T_{\theta z}}{\partial z} \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_{rz}}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial T_\theta}{\partial \theta} + \frac{T_{\theta z}}{r} + \frac{\partial T_z}{\partial z}\end{aligned}\quad (36)$$

T_{ij} - įtempiai, u_{ij} - poslinkiai, r, θ, z - koordinatės, ρ - medžiagos tankis. Išreiškus įtempius per poslinkius ir atsižvelgiant į tai, jog nebus kampinių poslinkių galutinės judesio lygtys užrašomos formule (37):

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_r}{\partial r} + \frac{T_r - T_\theta}{r} \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= \frac{\partial T_z}{\partial z}\end{aligned}\quad (37)$$

Išreiškus įtempius per deformacijas gaunama forma (38) su sprendiniais (39):

$$\begin{aligned}\rho \frac{\partial^2 u_r}{\partial t^2} &= c_{11}^E \frac{\partial^2 u_r}{\partial r^2} + \frac{c_{11}^E}{r} \frac{\partial u_r}{\partial r} - \frac{c_{11}^R}{r^2} u_r \\ \rho \frac{\partial^2 u_z}{\partial t^2} &= c_{33}^E \frac{\partial^2 u_z}{\partial z^2}\end{aligned}\quad (38)$$

$$\begin{aligned}
u_r &= u_{rr} e^{j\omega t} & u_{rr} &= C_1 J_1(k_r r) + C_1' Y_1(k_r r) \\
u_z &= u_{zz} e^{j\omega t} & u_{zz} &= D_1 \cos(k_z z) + D_1' \sin(k_z z)
\end{aligned}
\tag{39}$$

J_1, Y_1 - Bazelio funkcijos, ω -dažnis. Paskaičiuojamos mechaninės cilindro savybės – greitis ir jėga, bei elektrinės savybės, kuomet lauko kryptis sutampa su z ašies kryptimi. Atsižvelgiant į tai, jog laidumo matricos determinantas yra minimalus, esant rezonansui, o varžos determinantas maksimalus ne rezonanso metu, paskaičiuojami rezonuojantys ir nerezonuojantys dažniai. Remiantis pateiktomis judesio lygtimis galima modeliuoti tiek pjezokeraminius modelius, tiek metalo modelius elektro-akustinių daviklių tyrimams.

Straipsnyje „Non-linear vibrations of shells: A literature review from 2003 to 2013“ pateikiama plati plonasienių konstrukcijų (kevalų) netiesinių virpesių apžvalga. Tokios konstrukcijos taikomos įvairiausiose srityse: aviacijoje, kosminiuose laivuose, mašinose, raketose, kompiuteriuose, povandeniniuose laivuose, saugyklose ir kt. Siekiant sumažinti konstrukcinių elementų svorį, naudojamos pažangesnės medžiagos, kurių savybės nėra galutinai ištirtos. Todėl modeliuose turi būti atsižvelgiama į netiesinius efektus, numatomi struktūriniai pokyčiai esant didelėms vibracijoms. Tiesinių vibracijų atveju, kai kūnas yra taisyklingo cilindro formos, savoji forma yra stovinti banga, sukelta išorinių virpesių. Tuo tarpu itin aukšti virpesiai sukuria žiedinę keliaujančią bangą. Aukšti virpesiai taip pat sukelia nesimetrinius ašies atžvilgiu nagrinėjamo kūno susitraukimus t.y. deformacijas. Be šių deformacijų konstrukcija smarkiai išilgėtų žiedo atžvilgiu, o tai būtų neteisinga mechaniniu požiūriu [12].

Kuomet cilindru ima cirkuliuoti skystis, cilindro savieji dažniai sumažėja dėl skysčio įtakos. Skystis turi gerokai mažesnę įtaką asimetrinėms formoms, nei nesimetrinėms ašies atžvilgiu formoms, todėl netiesiškumas gerokai padidėja dėl skysčio tankio. Tai gali lemti nenumatytas ar gerokai didesnes deformacijas, trūkius ir bendrą sistemos neveikimą. Plonasienės konstrukcijos dažniausiai neturi iš anksto numatyto deformacijų scenarijaus, kadangi chaotiškumas priklauso nuo visų sistemos kintamųjų. Elgsena analizuojama naudojantis bifurkacinėmis diagramomis, Puankarė žemėlapiams, fazinės plokštumos žemėlapiams, reagavimo laiku ir spektrais, Lyapunov eksponentėmis, spektro ir fraktalo dimensijomis.

Klasikinė netiesinių kevalų mechanika, pritaikoma plonasienėms konstrukcijoms, remiasi Kirchhoff–Love hipotezėmis. Donnell netiesinė tuščiavidurių kevalų teorija neatsižvelgia į plokštumos inerciją ir yra tinkama tik labai plonomis konstrukcijoms. Tuo tarpu Sanders-Koiter non teorija nagrinėja plonasienės konstrukcijas įtempių atžvilgiu ir yra pranašesnė nei Donnell pasiūlytoji, tačiau abiejose laikoma, kad kreivės pokyčiai ir sąsūka kūno viduje yra tiesiniai. Novozhilov ir Flügge-Lur'e-Byrne teorijos iš esmės yra aukščiau aptartų teorijų modifikacijos ir

skiriasi tik sąsūkos ir kreivės pokyčių atžvilgiu. Pagrindinis šių klasikinių teorijų trūkumas - neatsižvelgiama į skersinės šlyties deformacijas ir sukimosi inerciją. Tai gali lemti neteisingus rezultatus storesnių sienelių arba laminuotiems anizotropiniams kevalams. Kadangi neatsižvelgiama į šlyties deformacijas, šios teorijos dar vadinamos pirmos eilės šlyties deformacijų teorijomis. Siekiant išvengti neteisingų rezultatų, reikia papildomai įvesti pataisos koeficientą.

Norint sumažinti laisvuosius ir priverstinius virpesius kylančius dėl radialinio žadinimo, siūloma išskaičiuoti asimetrines ir nesimetrines ašies atžvilgiu savąsias formas. Savųjų formų išplėtimą pirmieji pasiūlė Evensen, Dowell, Ventres ir Atluri. Kevalų dinamiką ir stabilumą veikiant ašinėm apkrovom nagrinėjo Pellicano ir Amabili. Buvo panaudota Donnell netiesinių kevalų teorija ir judesio lygtys gautos naudojantis Galerkin metodu ir supaprastinant pagrindines dalinių išvestinių formules, pakeičiant jas tiesinėm modom. Didelis dėmesys skirtas buvo skysčių ir kevalų sąveikai. Išskiriamos 2 pagrindinės tyrinėjimų sritys: kai skystis yra ramybės būsenoje ir kai skystis teka kevalu. Pirmuoju atveju laikoma, kad skystis nėra suslegiamas ir klampus. Taip pat neatsižvelgiama į netiesinius efektus slėgio dinamikoje bei skysčio įtaką kevalo įtempimams. Norint apskaičiuoti slėgį, kuriuo skystis veikia kevalą, skysčių dinamika aprašoma Laplaso lygtimis, priverstinės kevalų vibracijos dėl kitų apkrovų. Nepaisant to, jog yra sukurta daug teorijų įvairioms konstrukcijoms ir sąlygoms, ši sritis vis dar lieka iki galo neištyrinėta ir plati.

Geometrijos optimizavimo uždavinys nagrinėjamas straipsnyje „Geometry optimization of piezoceramic laser shutter“. Autorių teigimu, sprendžiant geometrijos optimizavimo uždavinius modeliavimui naudojamas baigtinių elementų metodas ir yra stebimas savųjų formų apsikeitimas [13]. Pagrindinė straipsnyje nagrinėjama problema – tinkamas savųjų dažnių atpažinimo ir nustatymo metodas. Straipsnyje analizuojami strypo ir cilindro formos kūnai, kuriems paskaičiuojami savieji virpesiai. Norint tinkamai parinkti savąjį dažnį, autoriai siūlo ieškoti pjezokeitiklio virpesių amplitudžių kvadratų sumos visomis laisvės laipsnių kryptimis:

$$S_{\tau}^n = \sum_{i=1}^r (A_{ik}^n)^2 \quad (40)$$

n – savasis dažnis, k – laisvės laipsnių skaičius mazge, A_{ik}^n - savosios formos vektoriaus reikšmė i -tajam elementui. Tuomet paskaičiuojami dominavimo koeficientai:

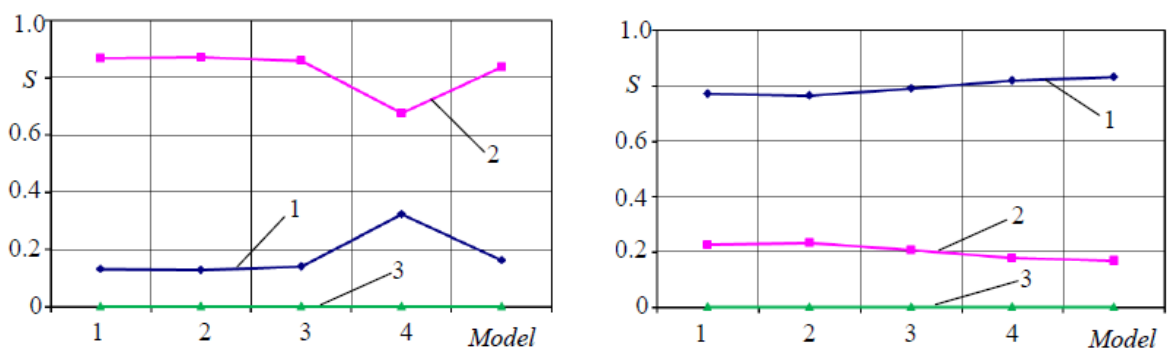
$$m_j^n = \frac{S_j^n}{\sum_{i=1}^k S_i^n} \quad (41)$$

m_j^n - virpesių dominavimo koeficientas, atitinkantis n -tąją savąją formą.

Dominavimo koeficientai padeda atskirti savąsias formas pagal dominuojančius virpesius (radialiniai, tangentiniai, ašiniai ir kt.). Naudojantis straipsnyje aprašytu algoritmu, atlikti

skaičiavimai strypo bei cilindro formų pjezokeitikliams. Galiausiai darbe pristatomas lazerio sklendės modelis, kuriam taip pat pagal aprašytąjį algoritmą paskaičiuojami dominavimo koeficientai, parenkami tinkamiausi geometriniai parametrai bei pristatomi tyrimo rezultatai [13].

Šiuolaikiniame pasaulyje vis didėja judesį generuojančių pjezokeitiklių poreikis. Jie yra pagrindinė sistemų, kuriose reikalingas itin didelis tikslumas, dalis. Darbe „the ring type piezoelectric actuator generating elliptical movement“ nagrinėjamas žiedo formos pjezoelektrinis keitiklis, kuris generuoja elipsės formos judesį. Sprendžiama savųjų formų eilės apsiskeitimo problema, siūloma naudoti dominavimo koeficientus bei dalinius dominavimo koeficientus formų atpažinimui [14]. Taip pat pateikiamas algoritmas, skirtas nustatyti tinkamus geometrinius kūno parametrus. Žiedo formos pjezokeitiklis pagamintas iš PZT-8 medžiagos, geometriniai parametrai parinkti taip, kad antrosios lenkimosi formos savasis dažnis būtų kiek įmanoma didesnis. Nustatytas rezonuojantis dažnis ir reikalinga savoji forma, esant skirtingiems vidiniams žiedo spinduliams. Galiausiai pateikiami suskaičiuoti radialiniai bei sukimo dominavimo koeficientai (6 pav.) bei nustatytas tinkamiausias žiedo modelis.



6 pav. Geometrinių parametų įtaka dominavimo koeficientams.

Bangų žadinimas kevalo struktūrose gana dažnai tyrinėjamas reiškinys, kadangi šios struktūros turi didelį potencialą mechanikos, aeronautikos, civilinės inžinerijos srityse. Darbe „Wave propagation in Reissner–Mindlin piezoelectric coupled cylinder with non-constant electric field through the thickness“ autoriai nagrinėja bangų sužadinimą Reissner-Mindlin pjezoelektriniame cilindre. Modeliuojamos šlyties deformacijos ir nagrinėjamos pilnos Maxwell lygtys [15]. Įvairios kevalų teorijos sukurtos atsižvelgiant į skirtingas kinematinės hipotezes. Norėdami pritaikyti Reissner – Mindlin kevalo lygtis nagrinėjamam cilindrui, autoriai užrašo tiesines sudėtines pjezoelektrinės medžiagos lygtis:

$$\begin{cases} S^P = CE^P - E^T \hat{e} \\ D = EE^P + D\hat{e} \end{cases} \quad (42)$$

D – elektriniai poslinkiai, $\hat{e}$ – elektrinių laukų vektorius ir C , D , E – medžiagos konstantų tensoriai. Kevalo pusiausvyros lygtis turi formą (43):

$$\begin{cases} \operatorname{div}(F) + Pq_0 = 0 \\ \operatorname{div}(F^T n) + F : L + q_0^3 = 0 \\ \operatorname{div}(M) - s^3 + r_0 = 0 \end{cases} \quad (43)$$

Prie (43) pridedamos Maxwell lygtys:

$$\begin{cases} \operatorname{div}(D) = 0 \\ \operatorname{rot}(\hat{e}) = 0 \end{cases} \quad (44)$$

Galiausiai užrašomos formulės konkrečiam nagrinėjamam cilindriui. Gautosios lygtys skiriasi nuo kituose tyrimuose taikytų lygčių tuo, jog įtraukiami šlyties ir inercinio sukimosi veiksniai. Taip pat skiriasi poliaus kryptis pjezoelektrinėje medžiagoje. Išsprendus straipsnyje pateiktąsias Maxwell lygtis, gaunamas (45) sprendinys:

$$\det \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & a_{13} & a_{14} & a_{15} \\ a_{21} & a_{22} & a_{23} & a_{24} & a_{25} \\ a_{31} & a_{32} & a_{33} & a_{34} & a_{35} \\ a_{41} & a_{42} & a_{43} & a_{44} & a_{45} \\ a_{51} & a_{52} & a_{53} & a_{54} & a_{55} \end{bmatrix} = 0 \quad (45)$$

Charakteringoji lygtis užrašoma (46):

$$b_1 \xi^4 c^4 + b_2 \xi^4 c^2 + b_3 \xi^2 c^2 + b_4 \xi^4 + b_5 \xi^2 = 0 \quad (46)$$

Pjezoelektriniam kevalui pasirinkta PZT-4 medžiaga, taikomos dvi ribinės sąlygos – elektrodai sujungti į grandinę ir kevalas kontaktuoja su tarpine, žemo pralaidumo medžiaga. Atsižvelgiama į šlyties deformacijas ir „priešingai nei prieš tai atliktuose tyrimuose, tirama elektrinio potencialo kaita statmenai pjezoelektrinės medžiagos storiui. Palyginus tyrimų rezultatus, įrodyta, jog naujai įtrauktų veiksnių įtaką turi ženklūs kiekybinius pokyčius skaičiavimo rezultatams.

2.2. Antrojo skyriaus išvados

Pjezoelektrinis efektas yra sudėtingas ir dar ne iki galo ištirtas reiškinys, kurio praktinio pritaikymo sritys itin plačios. Tačiau būtent dėl jo sudėtingumo, ne visada modeliai veikia kaip numatyta. Įtakos pjezoelektriniam kūnui, jo elgsenai gali turėti sąlytyje su juo esantys kūnai, gamybos defektai, įvairios išorinės sąlygos. Dėl didelio kiekio kintamųjų, judesį ar deformacijas aprašančios lygtys tampa labai sudėtingos, todėl jos supaprastinamos. Itin svarbus savųjų formų ir dažnių atpažinimo uždavinys, geometrinių parametrų įtaka. Tam tikrų bangų žadinimas

pjezoelektriniame cilindre gali padėti nustatyti to kūno defektus, papildomų kintamųjų įtraukimas gali duoti ženkliai geresnius ir tikslesnius modeliavimo rezultatus, platesnį pritaikymą.

3. Nanometrinės skyros cilindrinio pjzokeitiklio tyrimas

Įvadas

Atliekant skaitinę analizę buvo keičiami tik geometriniai cilindro parametrai. Šių parametru keitimas įtakoja savųjų formų pokyčius, todėl išlieka tikimybė, jog bus neteisingai parinktas savasis dažnis. Būtent prie tam tikrų savųjų dažnių pjzokeitiklis veikia tinkamai, tačiau keičiantis savųjų formų sekai, sprendinys dažniausiai nekonverguoja.

Analizės atlikimui buvo naudota ANSYS programinė įranga. Savųjų formų eilės radimo algoritmas rūšiuoja gautuosius savuosius dažnius didėjimo tvarka t.y. keičia savųjų formų eiliškumą. Šitoks dažnių rūšiavimas itin nepalankus, kai analizė turi būti automatizuojama daugiamačiams pjzokeitikliams. Ši problema taip pat aktuali, kai norima automatizuoti pjzokeitiklio optimizavimui, kadangi skaičiavimai susiję su savosiomis formomis ir savaisiais dažniais. Jei savasis dažnis parenkamas neteisingai, pjzokeitiklis neveiks tinkamai, todėl yra itin svarbu skaitiniu būdu nustatyti savąsias formas ir teisingai jas sustatyti į nagrinėjamo modelio savųjų dažnių matricą. Nagrinėjamam pjzoelektriniam cilindriui siūloma skaičiuoti savuosius dažnius ir formas pagal sekančias formas. N-tajam dažniui skaičiuojama suma:

$$S_{\zeta}^n = \sum_{i=1}^r (A_{i\zeta}^n)^2, S_{\phi}^n = \sum_{i=1}^r (A_{i\phi}^n)^2, S_{\tau}^n = \sum_{i=1}^r (A_{i\tau}^n)^2, r = \frac{l}{k} \quad (47)$$

$k = \tau, \phi, \zeta$ – laivės laipsnių skaičius mazge,

l – mazgų skaičius modelyje,

r – k-tosios koordinatės formos vektoriaus dydis,

S_{ik}^n – i-tojo elemento savojo formos vektoriaus reikšmė.

Tuomet $s_{\tau}^n, s_{\phi}^n, s_{\zeta}^n$ – virpesių dominavimo koeficientai suformuojami kaip parodyta (48) formulėje:

$$s_{\tau}^n = \frac{S_{\tau}^n}{S_{\tau}^n + S_{\phi}^n + S_{\zeta}^n}, s_{\phi}^n = \frac{S_{\phi}^n}{S_{\tau}^n + S_{\phi}^n + S_{\zeta}^n}, s_{\zeta}^n = \frac{S_{\zeta}^n}{S_{\tau}^n + S_{\phi}^n + S_{\zeta}^n} \quad (48)$$

Sumos $S_{\tau}^n, S_{\phi}^n, S_{\zeta}^n$ atitinka n-tojo savojo dažnio virpesių energiją k-tąja kryptimi, o $s_{\tau}^n, s_{\phi}^n, s_{\zeta}^n$ – n-tojo savojo dažnio virpesių energijos koeficientai koordinačių τ, ϕ, ζ kryptimis.

Šie koeficientai dar vadinami daliniais dominavimo koeficientais, kadangi jie parodo energijos kiekį tik dviem koordinačių ašim. Pateiktieji koeficientai turi tam tikrus trūkumus:

- 1) Jie nėra normalizuoti, todėl jų reikšmės varijuoja nuo 0 iki begalybės;
- 2) Trimačio uždavinio atveju yra 6 dominavimo koeficientai ir tai apsunkina analizę.

Tam, kad būtų išvengiama aprašytųjų atvejų, siūloma naudotis šiuo algoritmu: mazgui randama pjezokeitiklio virpesių visomis kryptimis amplitudžių kvadratų suma t.y. visa sistemos energija visomis kryptimis [16, 17]:

$$S_{\tau}^n = \sum_{i=1}^r (A_{i\tau}^n)^2, \quad S_{\phi}^n = \sum_{i=1}^r (A_{i\phi}^n)^2, \quad S_{\zeta}^n = \sum_{i=1}^r (A_{i\zeta}^n)^2 \quad (49)$$

n – savasis sistemos dažnis,

k – laisvės laipsnių skaičius mazge,

A_{ik}^n - i-tojo elemento savojo dažnio vektoriaus reikšmė.

Tuomet koeficientai paskaičiuojami pagal (50) formulę:

$$s_{\tau}^n = \frac{S_{\tau}^n}{\sum_{i=1}^k S_i^n}, \quad s_{\phi}^n = \frac{S_{\phi}^n}{\sum_{i=1}^k S_i^n}, \quad s_{\zeta}^n = \frac{S_{\zeta}^n}{\sum_{i=1}^k S_i^n} \quad (50)$$

$s_j^n, j = \tau, \phi, \zeta$ – virpesių dominavimo koeficientai, atitinkantys n -tają savųjų dažnių formą. Indeksas j nurodo, kuria kryptimi tyrimo metu energija yra didžiausia. Indeksas gali turėti šias reikšmes: 1 atitinka x koordinatę, 2 atitinka y koordinatę, 3 atitinka z koordinatę ir t.t. Apskaičiavus dominavimo koeficientus visomis laisvės laipsnių kryptimis ir palyginus juos tarpusavyje, galima nustatyti dominuojančių virpesių tipą. Koeficientai paskaičiuoti (50) formule yra normalizuoti, todėl jų reikšmių intervalas yra nuo 0 iki 1. Tai yra patogus metodas analizuojant įvairių parametrų įtaką. Norint aiškiai ir tiksliai nustatyti savąją formą ir jos vietą savųjų formų matricoje, nepakanka vien tik apskaičiuoti virpesių dominavimo koeficientus. Jie padeda atskirti savąsias formas pagal dominuojančius virpesius, pavyzdžiui, radialiniai, tangentiniai, ašiniai ir t.t.

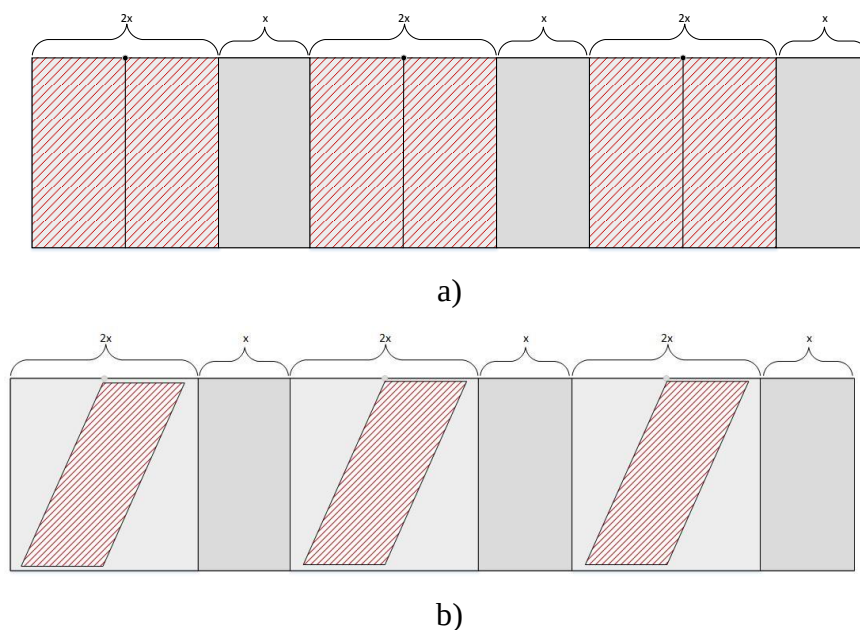
3.1. Nanometrinės skyros pjezokeitiklio modelis

Valdymo mechanizmas yra kinematinė pora susidedanti iš pasyvaus ir aktyvaus elemento. Šiuo atveju pasyvusis elementas yra feromagnetinė sfera, o aktyvusis – pjezoelektrinis keitiklis. Dėl vykstančių virpesių dažnių, formos ir fazės pokyčių, sfera gali sukiotis trimis kryptimis ir būti pastatyta ant plokštumos.



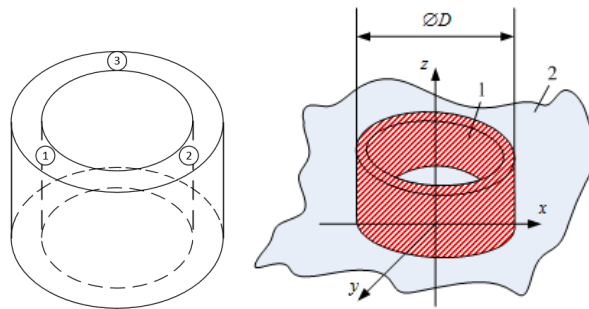
Pav. 7. Analizuojama kinematinė pora.

Pjezoelektriniam keitikliui buvo pritaikytos 2 elektrodų schemas. Pirmoje elektrodų konfigūracijoje išorinis cilindro paviršius padengtas elektrodais tokiu principu: viso yra 3 elektrodai, kurių plotis yra dvigubai didesnis nei tarpai tarp elektrodų. Schema pavaizduota 8a pav., kur elektrodais nepadengti plotai yra x ilgio, o elektrodai – $2x$. Antroje elektrodų schemoje (8b pav.) tarpai tarp elektrodų taip pat yra x , o elektrodų ilgis $2x$, tačiau skiriasi elektrodų forma – jie yra lygiagretainio formos.



8 pav. Analizuojamos elektrodų schemas: a) elektrodai yra stačiakampiai b) elektrodai yra lygiagretainio formos.

Elektrodai abiem atvejais yra sujungiami į bendrą grandinę, o vidinis cilindro paviršius įžeminamas. Pradiniai cilindro parametrai yra $14\text{mm} \times 16\text{mm} \times 14\text{mm}$ (r, R, h). Kai elektrodais ima tekėti elektros srovė, cilindras deformuojasi ir sukuriamas judesys. Domina trijų atraminių taškų judėjimo trajektorijos, kadangi per juos perduodamas judesys sferai. Nagrinėjamo pjezoelektrinio keitiklio modelis ir atraminiai taškai pavaizduoti 9 pav., kur 1 - pjezokeitiklis, 2 - plokštuma.



9 pav. Nagrinėjamas pjezokeitiklis ir jo kontaktiniai taškai.

Pjezoelektrinis cilindras pagamintas iš PZT-8 (švino cirkonato titanatas) pjezoelektrinės medžiagos. Šios medžiagos savybės pateikiamos lentelėje 1.

1 lentelė. Modeliavimui naudojamos medžiagos savybės

Medžiaga	Pjezokeramika PZT-8
Jungo modulis N/m^2	8.6×10^{10}
Puasono koeficientas	0.39
Tankis kg/m^3	7600
Dielektrinis pralaidumas $\times 10^3 \text{ F/m}$	$\epsilon_{11} = 1.29, \epsilon_{22} = 1.29,$ $\epsilon_{33} = 1.0$
Pjezoelektrinė matrica C/m^2	$e_{13} = -4.1, e_{23} = -4.1,$ $e_{33} = 14.0, e_{52} = 10.3,$ $e_{61} = 10.3$
Elastiškumo matrica, 10^{10} N/m^2	$c_{11} = 14.69, c_{21} = 8.11,$ $c_{31} = 8.11, c_{22} = 14.68,$ $c_{32} = 8.11, c_{33} = 13.17,$ $c_{44} = 3.29, c_{55} = 3.13,$ $c_{66} = 3.13$

3.2. Programinės įrangos ANSYS analizė ir taikymas

Pjezoelektrinis keitiklis modeliuojamas programa ANSYS. Cilindro braižymui yra numatytos kelios standartinės dažniausiai naudojamos ANSYS komandos: *CYL4*, *CYL5* ir *CYLIND*. *CYL5* komandai reikia užduoti pradžios ir pabaigos koordinates bei gylį:

cyl5, xedge1, yedge1, xedge2, yedge2, depth

xedge1, yedge1 – cilindro arba apskritimo pradžios koordinatės,

xedge2, yedge2 – cilindro arba apskritimo pabaigos koordinatės,

depth – cilindro aukštis.

CYLIND komanda skirta nubrėžti cilindrą apie *z* ašį t.y. jis bus lygiagretus su *xy* plokštuma, su centro koordinatėmis *xy* plokštumoje lygiomis 0:

cylind, rad1, rad2, z1, z2, theta1, theta2

rad1 – vidinis cilindro spindulys,

rad2 – išorinis cilindro spindulys,

z1, z2 – cilindro pradžios ir pabaigos koordinatės *z* ašyje t.y. aukštis,

theta1, theta2 – cilindro pradžios ir pabaigos kampai, skirti cilindriniam sektoriui nubrėžti.

CYL4 komanda leidžia nubrėžti cilindrą darbinėje plokštumoje bet kur:

cyl4, xcenter, ycenter, rad1, theta1, rad2, theta2, depth

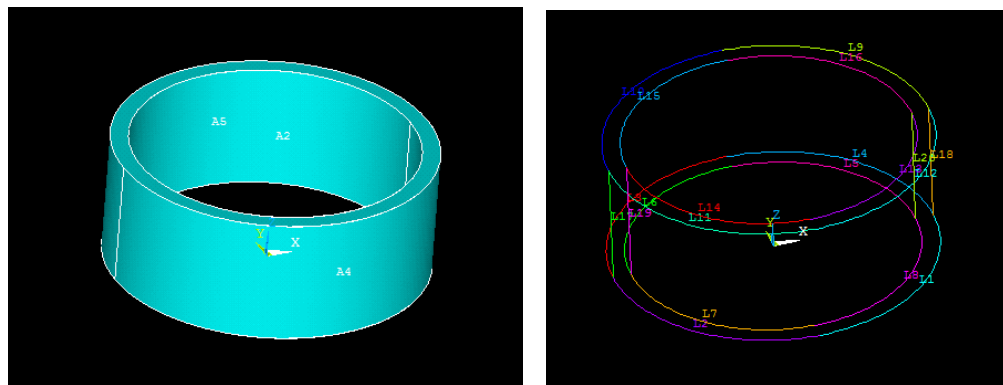
xcenter, ycenter – cilindro centro koordinatės *xy* plokštumoje,

rad1, rad2 – vidinis ir išorinis cilindro spinduliai,

theta1, theta2 – cilindro pradžios ir pabaigos kampai, skirti cilindriniam sektoriui nubrėžti.

depth – cilindro aukštis.

Kuomet cilindras brėžiamas viena iš šių komandų, nurodant tik cilindro centro koordinatės, spindulius ir aukštį, programa jį automatiškai nubrėžia kaip vieno tūrio kūną su iš anksto suskirstytais paviršiaus plotais. Toks skirstymas yra netinkamas, kadangi tampa gerokai sudėtingiau priskirti tūriui savybes ir išdalinti į reikiamus plotus. Standartinio cilindro pavyzdys pateikiamas 10 pav.



10 pav. ANSYS standartinio cilindro pavyzdys su standartiniu plotų ir linijų padalinimu.

Pasirinkta naudoti *CYL4* komandą, nes cilindras iš karto formuojamas taip, kad atitiktų nurodytą elektrodų schemą t.y. jis iš karto sudalinamas į tūrius ir plotus taip, kad reikėtų nurodyti tik paviršius, kuriems bus uždėta įtampa. Programoje nurodomi pradiniai cilindro duomenys – išorinis ir vidinis spinduliai, aukštis, išpjovos pradinis kampas ir kokio dydžio bus išpjova laipsniais:

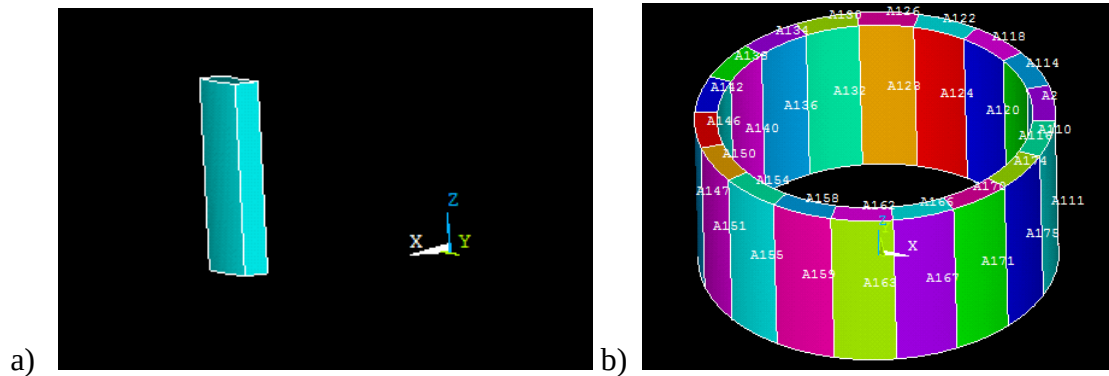
**DO, I, 1, 18*

CYL4, X, Y, R_outer, kampas1, R_inner, (kampas1+20.0), h

$$kampus1=kampus1+20.0$$

**ENDDO*

Cilindras yra sudaromas iš 18 sektorių – tūrių, kuriems bus priskiriamos medžiagos savybės, o tam tikriems plotams uždedama įtampa. Kaip atrodo cilindro dalis ir galutinis cilindras, su padalintais sektoriais, pavaizduota 11 pav.



11 pav. Cilindro modeliavimas: a) Cilindro dalis iš kurių sudedamas visas cilindras b) Galutinis cilindro vaizdas, su nustatytais plotais.

Tam, kad cilindras būtų vientisas kūnas, tačiau išliktų segmentų savybės, naudojama *VGLUE,all* komanda. Tuomet ašys pasukamos taip, kad z ašis būtų nukreipta į centrą, pagal pjezokeramiką:

WPROTA,,,90

WPROTA,,kampus1+10

CSWPLA,11,0,1,1,

**DO,I,1,17*

WPROTA,,20.0

CSWPLA,I+11,0,1,1,

**ENDDO*

WPCSYS,-1,0

Norint uždėti atributus tūriams, reikia žinoti ANSYS vidinę logiką. Kviečiama komanda *MTEMP*, kuri apibrėžia temperatūrų lentelę. Kadangi nurodoma, jog pirmojo elemento reikšmė 0, toliau medžiagos savybės bus aprašomos komandos *MP* pagalba:

MPTMP,1,0

MP,DENS,1,7600

MP,DAMP,1,5.e-8

Komanda *MP* skirta aprašyti tiesinėms medžiagos savybėms, kurios yra arba konstantos, arba funkcijos priklausančios nuo temperatūros. Analizuojamam kūnui būtina nurodyti tankį (*DENS*) ir slopinimo koeficientą (*DAMP*). Taip pat nurodoma dielektrinė skvarba *x*, *y* ir *z* ašimis:

MP,PERX,1,1290

MP,PERY,1,1290

MP,PERZ,1,1000

Toliau nurodomos pjezoelektrinės matricos reikšmės, tačiau svarbu atkreipti dėmesį į tai, kad ANSYS turi savo vidinę matricos struktūrą t.y. reikia tinkamai priskirti reikšmes. Pjezoelektrinė matrica gali būti nurodoma kaip įtempių matrica arba deformacijų matrica:

TB,PIEZ,1

1 atitinka deformacijų matricą, o 0 – įtempių matricą. Pilna pjezoelektrinė matrica trimačiu ir dvimačiu atvejais ANSYS užrašoma taip [18]:

$$[e] = \begin{matrix} & \begin{matrix} x & y & z \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ xy \\ yz \\ xz \end{matrix} & \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} & e_{13} \\ e_{21} & e_{22} & e_{23} \\ e_{31} & e_{32} & e_{33} \\ e_{41} & e_{42} & e_{43} \\ e_{51} & e_{52} & e_{53} \\ e_{61} & e_{62} & e_{63} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad [e] = \begin{matrix} & \begin{matrix} x & y \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ xy \end{matrix} & \begin{bmatrix} e_{11} & e_{12} \\ e_{21} & e_{22} \\ e_{31} & e_{32} \\ e_{41} & e_{42} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (51)$$

Komanda *TBDATA* naudojama atitinkamiems dydžiams nurodyti, ji turi savo vidinę numeraciją: *e*₁₁ atitinka 1, *e*₁₂ – 2, *e*₁₃ – 3, *e*₂₁ – 4 ir t.t. Pagal šią logiką suvesti duomenys atrodo taip:

TBDATA,3,-4.1

TBDATA,6,-4.1

TBDATA,9,14.0

TBDATA,14,10.3

TBDATA,16,10.3

Elastiškumo matrica apibūdinama komanda *TB, ANEL, 1* ir užrašoma trimačiu ir dvimačiu pavidalais taip:

$$[c] = \begin{matrix} & \begin{matrix} x & y & z & xy & yz & xz \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ xy \\ yz \\ xz \end{matrix} & \begin{bmatrix} c_{11} & & & & & \\ c_{21} & c_{22} & & & & \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & & & \\ c_{41} & c_{42} & c_{43} & c_{44} & & \\ c_{51} & c_{52} & c_{53} & c_{54} & c_{55} & \\ c_{61} & c_{62} & c_{63} & c_{64} & c_{65} & c_{66} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad \begin{matrix} & \begin{matrix} x & y & z & xy \end{matrix} \\ \begin{matrix} x \\ y \\ z \\ xy \end{matrix} & \begin{bmatrix} c_{11} & & & \\ c_{21} & c_{22} & & \\ c_{31} & c_{32} & c_{33} & \\ c_{41} & c_{33} & c_{34} & c_{44} \end{bmatrix} \end{matrix} \quad (52)$$

TBDATA komanda naudojama atitinkamų dydžių suvedimui, kur c_{11} atitinka 1, c_{21} – 2, c_{31} – 3 ir t.t.:

TBDATA,1,14.6876E+10,8.1087E+10,8.10537E+10

TBDATA,7,14.6876E+10,8.10537E+10

TBDATA,12,13.1712E+10

TBDATA,16,3.28947E+10

TBDATA,19,3.1348E+10

TBDATA,21,3.1348E+10

Tam, kad būtų galima aprašytąsias medžiagų savybes suteikti cilindriui, sukuriamas elemento tipas su komanda *ET*, kurio elementas yra *SOLID5*. Modeliavimui tinkami elementai yra *SOLID5*, *SOLID98*, *SOLID227*, jie tarpusavyje skiriasi mazgų skaičiumi ir forma. Uždedami atributai tūriams:

*DO,I,1,17

VSEL,S,VOLU,,36-I

VATT,1, ,1,I+10

VSEL,ALL

*ENDDO

VSEL,S,VOLU,,1

VATT,1, ,1,28

Sudarytasis cilindras išskaidomas baigtiniais elementais ir atliekama modalinė analizė. Šios analizės rezultatai pateikti 3.4. skyriuje.

Antrosios elektrodų schemos atveju cilindro išskaidymas į reikiamus plotus gerokai sudėtingesnis, kadangi nėra tiesioginių funkcijų, kuriomis galima nubrėžti lygiagretainio formos elektrodą. Reikalingas atskirų tūrių braižymas, jų susikirtimų radimas ir naujų plotų apibrėžimas. Medžiagos savybės ir duomenys lieka tie patys kaip ir pirmu atveju, skiriasi kūno braižymas.

Cilindras sudarytas iš 6 tūrių, kurie suklijuoti į vientisą kūną. 3 cilindro išpjovos dalys yra 40 laipsnių, o likusios 3 – 80 laipsnių. Taip nubrėžtas cilindras iš karto atitinka pasirinktą elektrodų schemą:

*DO,I,1,6

*IF,MOD(I,2),EQ,1,THEN

CYL4,X,Y,R_outer,kampas1,R_inner,(kampas1+40.0),h

kampas1=kampas1+40.0

*ELSE

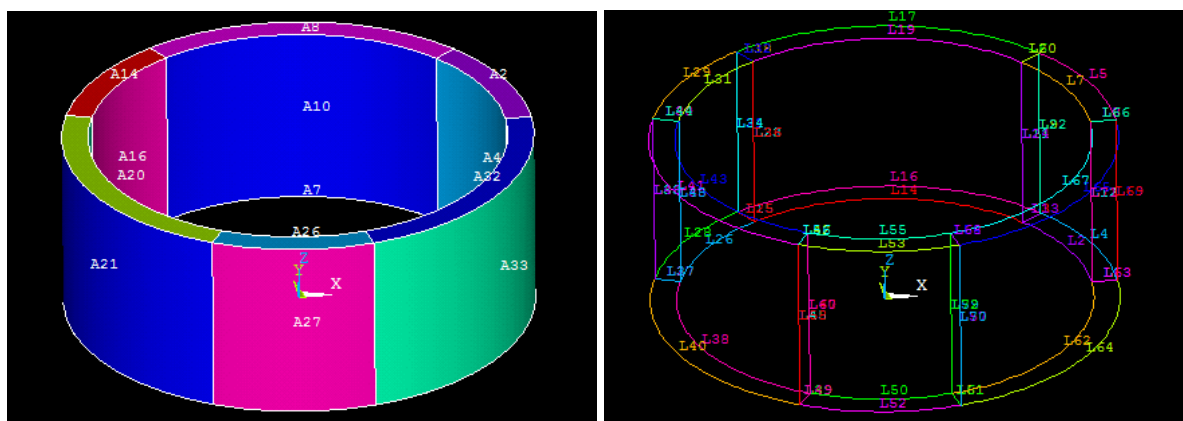
CYL4,X,Y,R_outer,kampas1,R_inner,(kampas1+80.0),h

kampas1=kampas1+80.0

*ENDIF

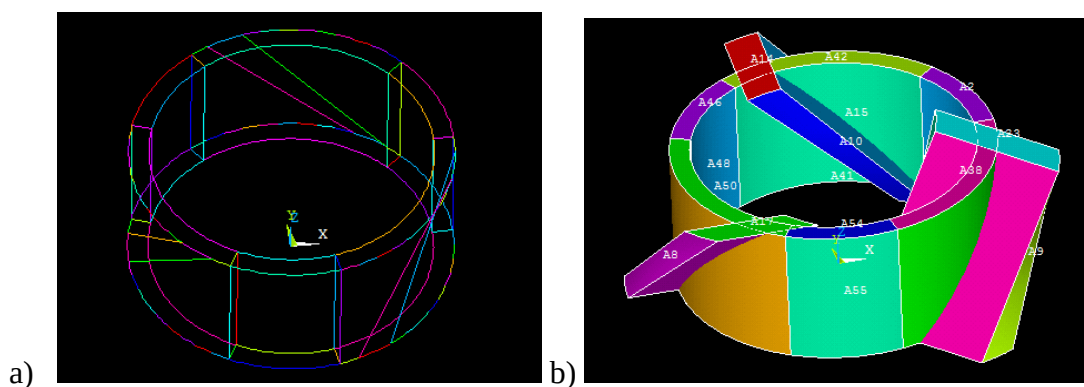
**ENDDO*

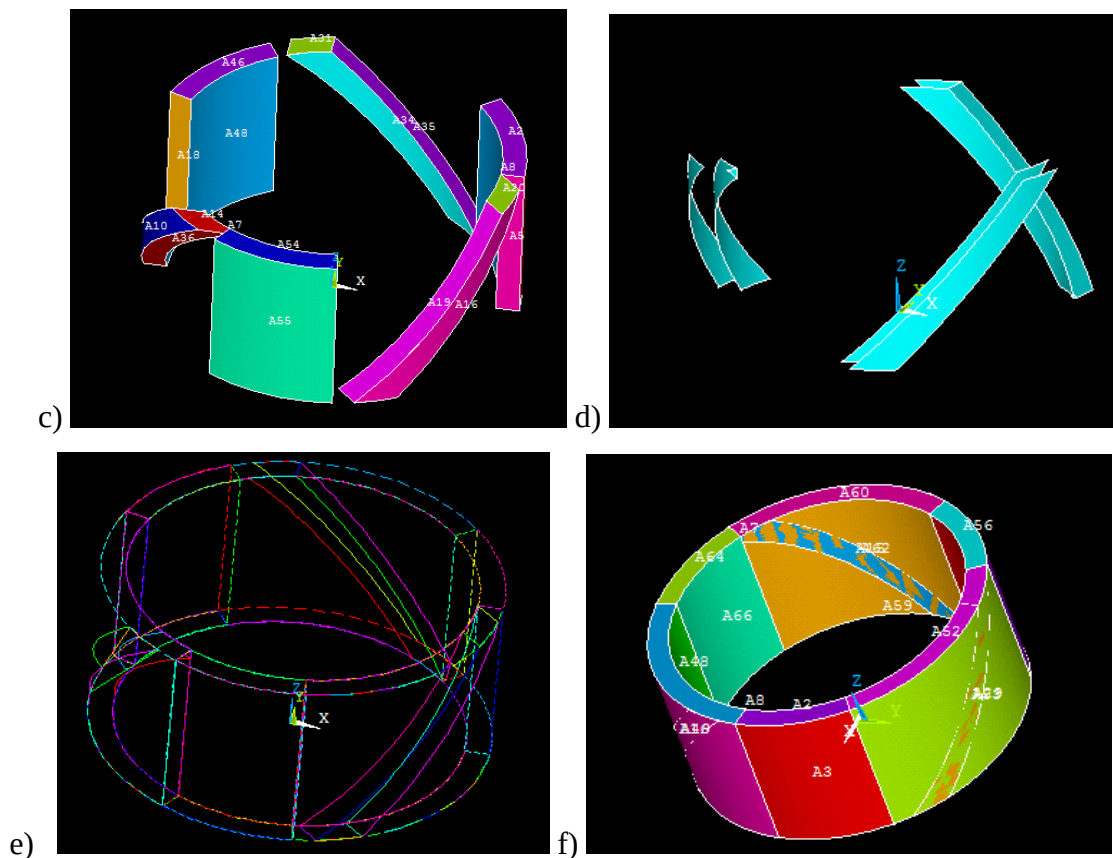
Nubrėžtasis cilindras pavaizduotas 12 pav. Norint sudaryti lygiagrečio formos plotą pirmiausia



12 pav. Nagrinėjamo pjezoelektrinio cilindro modelis.

daliname didžiųjų plotų linijas į mažesnius intervalus. Jų dydis priklauso nuo to, kokio pločio elektrodą norima uždėti. Naudojama komanda *LDIV*, kuriai nurodoma norimos dalinti linijos numeris bei į kiek dalių norima ją sudalinti. Gaunamas cilindras kaip pavaizduota 13a pav. Atrenkamos linijos, pagal kurias bus formuojami plotai ir kviečiama komanda *LCOMB*, kuri sujungia dvi gretimas linijas į vieną. To reikia norint pakeisti juostos plotį. *LGEM* sukuria parinktosioms linijoms kopijas. Svarbu paminėti, jog ANSYS naujai sukurtoms linijoms gali priskirti tuos pačius mazgus kaip ir kopijuojamoms linijoms, todėl naujai sukurtų linijų gali iš karto nepavykti perkelti į naują vietą.





13 pav. Pjezoelektrinio cilindro su lygiagretainio formos elektrodais modeliavimas.

Norint to išvengti, reikia patikrinti, ar ANSYS tinkamai priskyrė mazgus naujoms linijoms. Galiausiai visos linijos sujungiamos ir sugeneruojamas plotas su komanda *ASKIN*:

LDIV,79,,,12

LDIV,78,,,12

LCOMB,25,26,0

LCOMB,29,31,0

LGEN,2,25,29,0

ASKIN,48,26

Sukuriame sugeneruoto ploto kopiją, kuri bus reikalinga naujam tūriui apriboti:

AGEN,1,7,,,0.005,,,1

VEXT,7,,,,-0.01

Gauname naujus tūrius, kurie kertasi su nubrėžtuoju cilindru kaip pavaizduota 13b pav. Randamos tūrių sankirtos su *VINV* komanda, nereikalingi plotai, tūriai ir linijos panaikinami, kol galiausiai gauname tik reikiamus plotus, kurie atitiks elektrodus, kuriems bus uždedama įtampa. Rezultatas pavaizduotas 13d pav. Tuomet brėžiame cilindrą kaip pirmos elektrodų schemos atveju ir sudaliname cilindro bei elektrodo ploto linijas pagal jų tarpusavio sankirtas. Pagal gautąsias linijas sudaliname cilindro paviršiaus plotus į mažesnius. Gautas rezultatas pateiktas 13e pav. ir 13f pav.

3.3. Nanometrinės skyros pjezoelektrinio cilindro harmoninė analizė

Buvo spėjama, jog tinkamas rezonansinis dažnis ir jį atitinkanti savoji forma turėtų būti tarp 100kHz ir 138kHz. Šis dažnių intervalas nurodomas su komanda *HARFQF*, *intervalo pradžia*, *intervalo pabaiga*, taip pat nurodoma kiek bus atliekama žingsnių – *NSUBST*, 200. Pasirenkame, kad žingsniai bus „stepped“ t.y. bus vienodo dydžio ir kiekvienas kitas dažnis nuo prieš tai buvusio skirsis tuo pačiu dydžiu (*KBC*,1). Šio konkretaus uždavinio atveju gauname, kad skirtumai tarp dažnių bus 190Hz. Harmoninės analizės metu nustatoma, kuris dažnis lemia didžiausią kontaktinių taškų amplitudę. Viso išnagrinėta 14 skirtingų atvejų, todėl darbe pateikiama tik dalis gautų rezultatų, likusieji skaičiavimai pateikiami prieduose.

Nagrinėjame cilindrą, kurio parametrai yra $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$. Kontaktiniai taškai yra mazgai, kurių numeriai 1633, 4705 ir 7777, didžiausios jų amplitudės z ašies kryptimi yra esant dažniui 129810Hz.

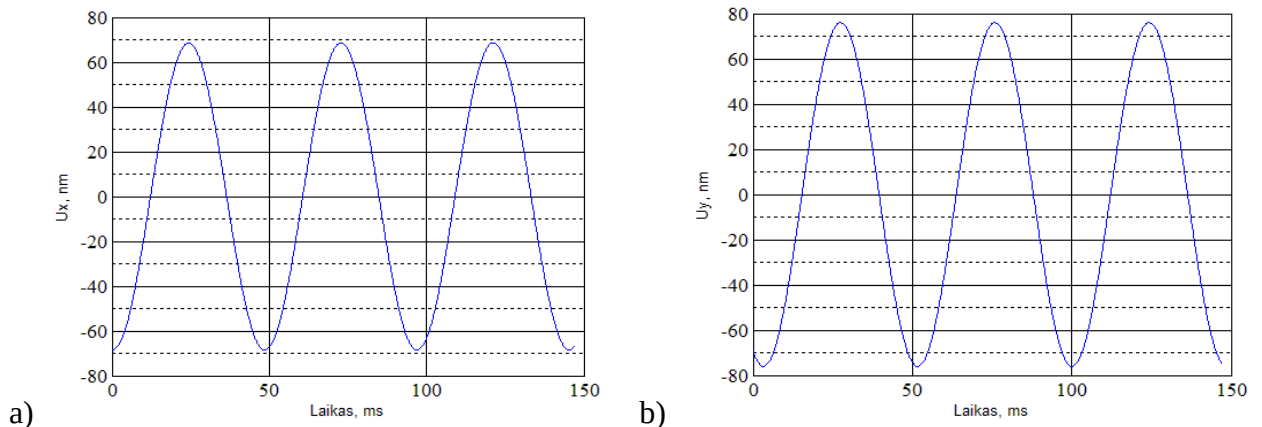
Žinant dažnį, galima suskaičiuoti kontaktinių taškų trajektorijas, kurios aprašomos lygtimis (53), (54), (55):

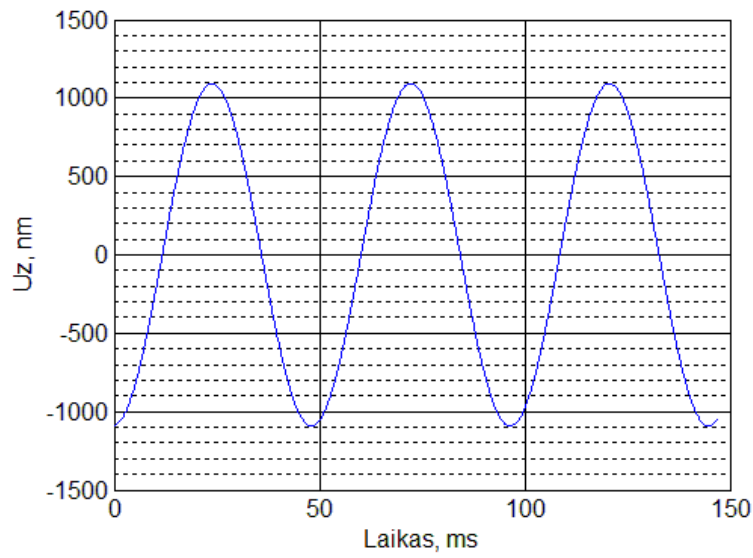
$$U_x = A_x \sin(\omega t + \varphi) \quad (53)$$

$$U_y = A_y \sin(\omega t + \varphi) \quad (54)$$

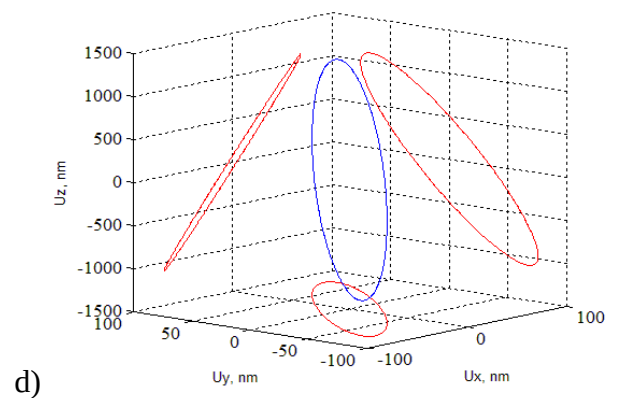
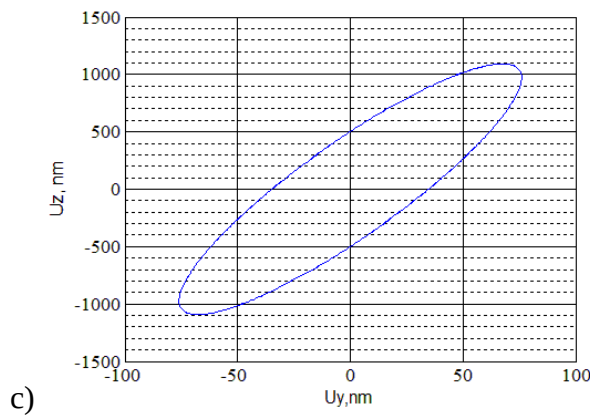
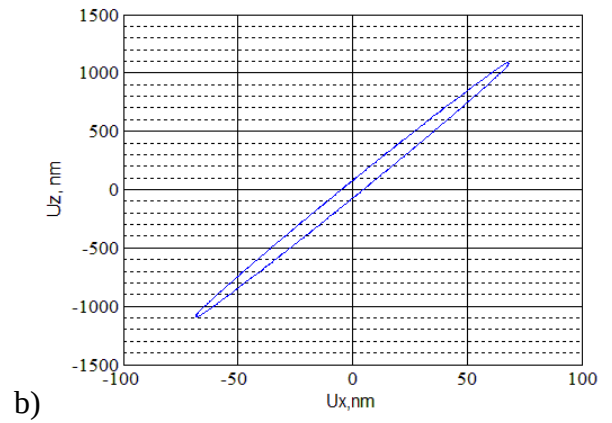
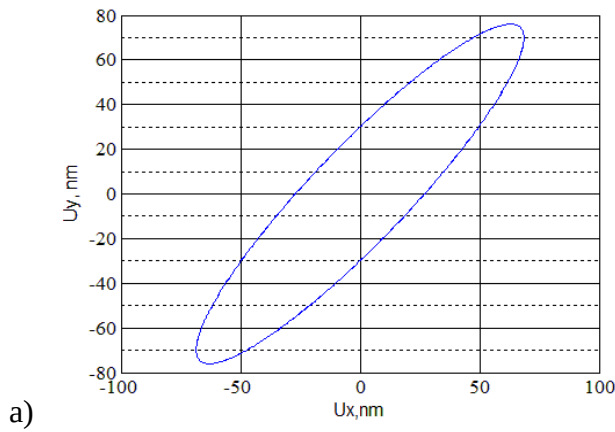
$$U_z = A_z \sin(\omega t + \varphi) \quad (55)$$

$A_i, i = x, y, z$ - kontaktinio taško amplitudė pasirinkta ašimi, ω - dažnis, kuris lemia didžiausias amplitudes, φ - fazė. Gautosios sinusoidės pavaizduotos 14 pav., o kontaktinio taško judėjimo trajektorija erdvėje – 18 pav. Žinodami kaip juda taškai kiekviena ašimi, galime nubrėžti jų judėjimo trajektorijas plokštumose xy , yz , xz ir erdvėje. Šie rezultatai pavaizduoti 15 pav.:





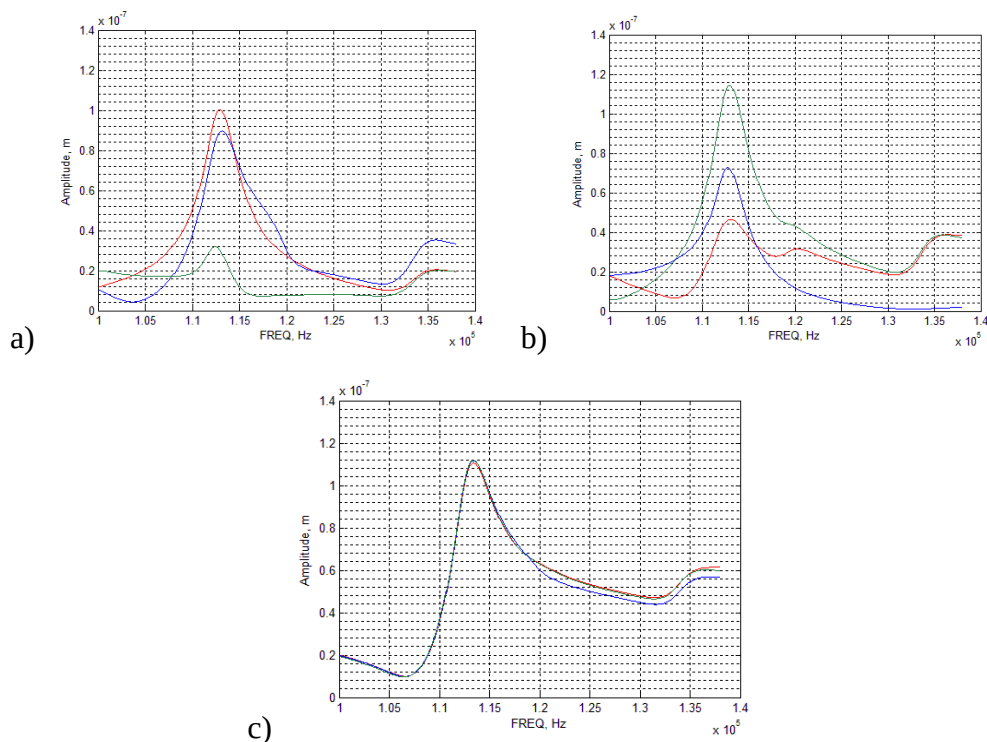
14 pav. Kontaktnio taško 1633 judėjimo trajektorijos: a) sinusoidė x ašimi b) sinusoidė y ašimi c) sinusoidė z ašimi.



15 pav. 1633 kontaktnio taško judėjimo trajektorijos: a) plokštumoje xy b) plokštumoje xz c) plokštumoje yz d) erdvėje.

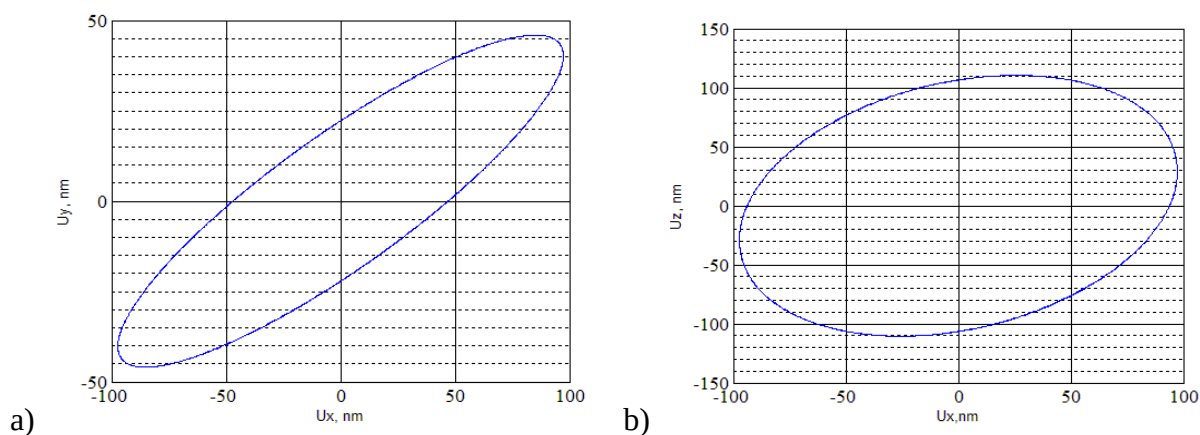
Kitas nagrinėjamas cilindras skiriasi tik aukščiu, kuris yra dvigubai mažesnis t.y. $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 7\text{mm}$. Šio cilindro kontaktinius taškus atitinka mazgai 1233, 3537 ir 5841. Skirtumai dėl mazgų numeracijos atsiranda dėl skirtingų geometrinių parametrų – nagrinėjamas

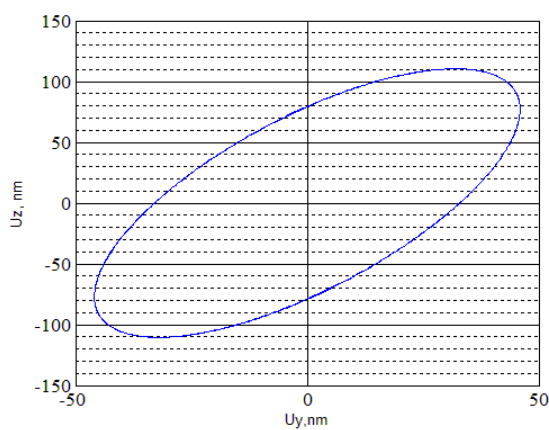
cilindras yra mažesnis, todėl jį išdalinant baigtiniais elementais, gaunamas mažesnis mazgų skaičius. Atlikus harmoninę analizę, gauname, kad didžiausios kontaktinių taškų amplitudės z ašimi sužadinamos 116460Hz dažnio. 16 pav. pateikiamos kontaktinių taškų amplitudės x , y ir z kryptimis.



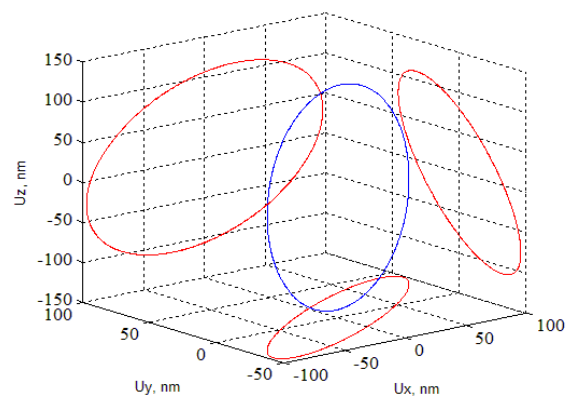
16 pav. Kontaktinių taškų 1233, 3537 ir 5841 amplitudės, esant skirtingiems dažniams, kai dažnių intervalas kinta nuo 100kHz iki 138kHz: a) amplitudės x kryptimi b) amplitudės y kryptimi c) amplitudės z kryptimi.

Mazgo 1233 judėjimo trajektorijos xy , xz , yz plokštumose ir erdvėje pateiktos 17 pav.:





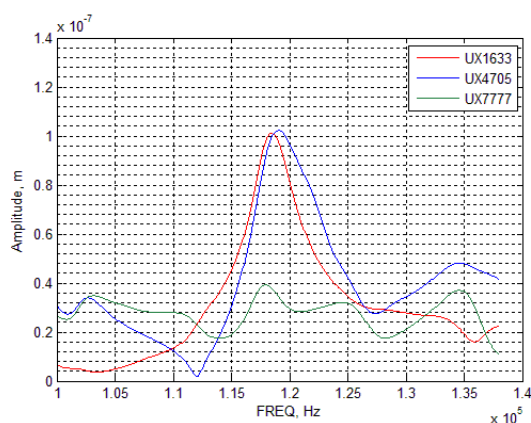
c)



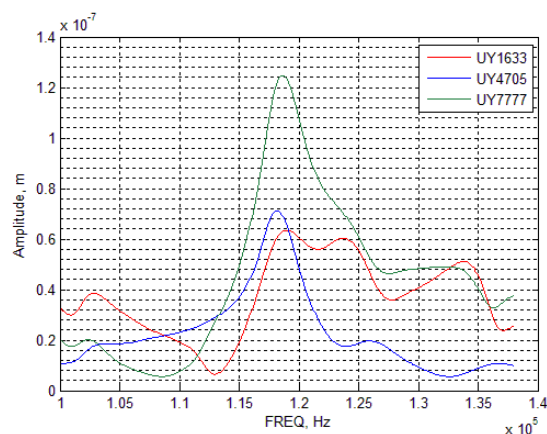
d)

17 pav. 1233 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos: a) plokštumoje xy b) plokštumoje xz c) plokštumoje yz d) erdvėje.

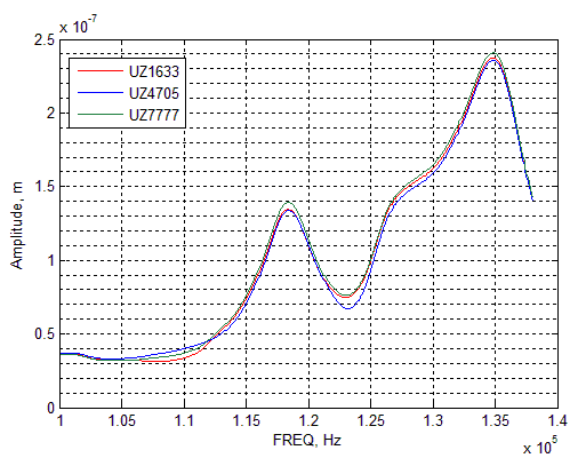
Nagrinėjamas cilindras, kurio aukštis dvigubai didesnis už pirmąjį - $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 28\text{mm}$. Šio cilindro kontaktinius taškus atitinka mazgai 1633, 4705, 7777. Atlikus harmoninę analizę, gauname, kad didžiausios kontaktinių taškų amplitudės z ašimi sužadinamos 118430Hz dažnio. 18 pav. pateikiamos kontaktinių taškų amplitudės x , y ir z kryptimis.



a)



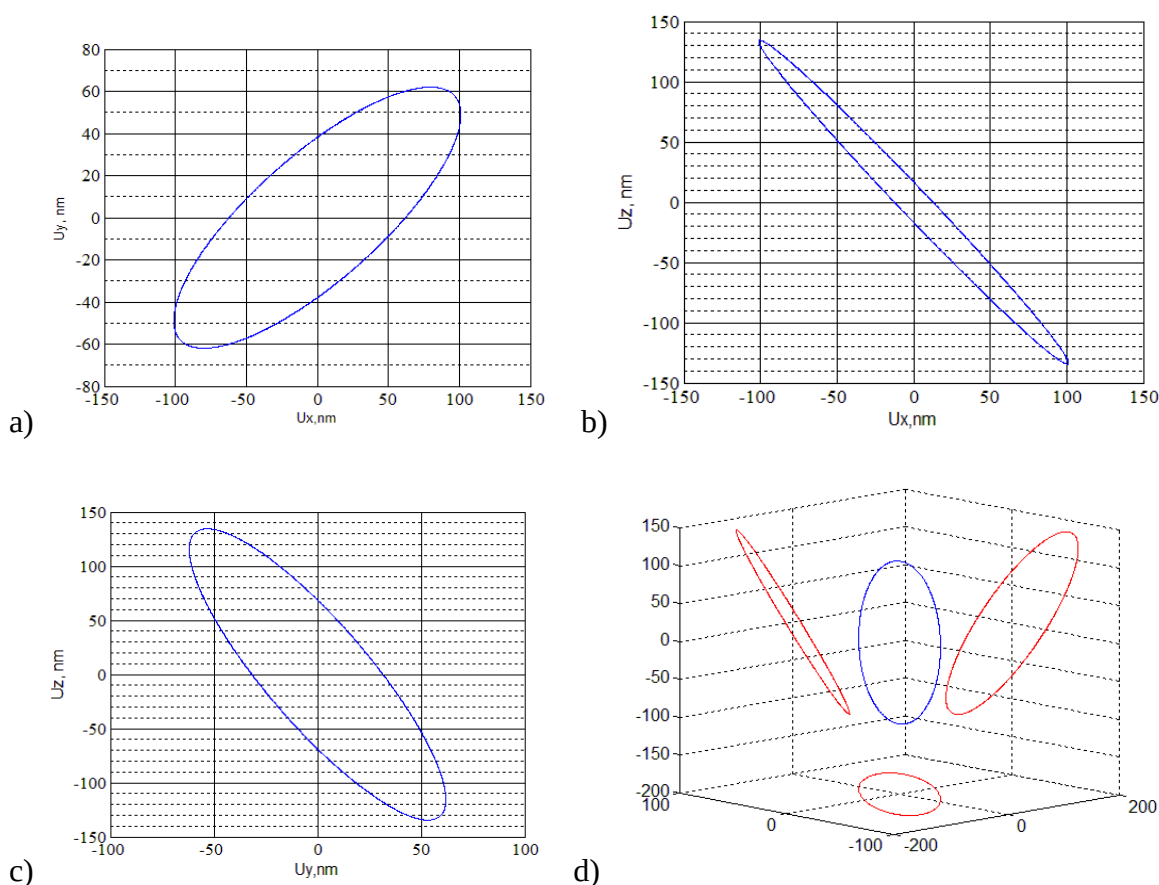
b)



c)

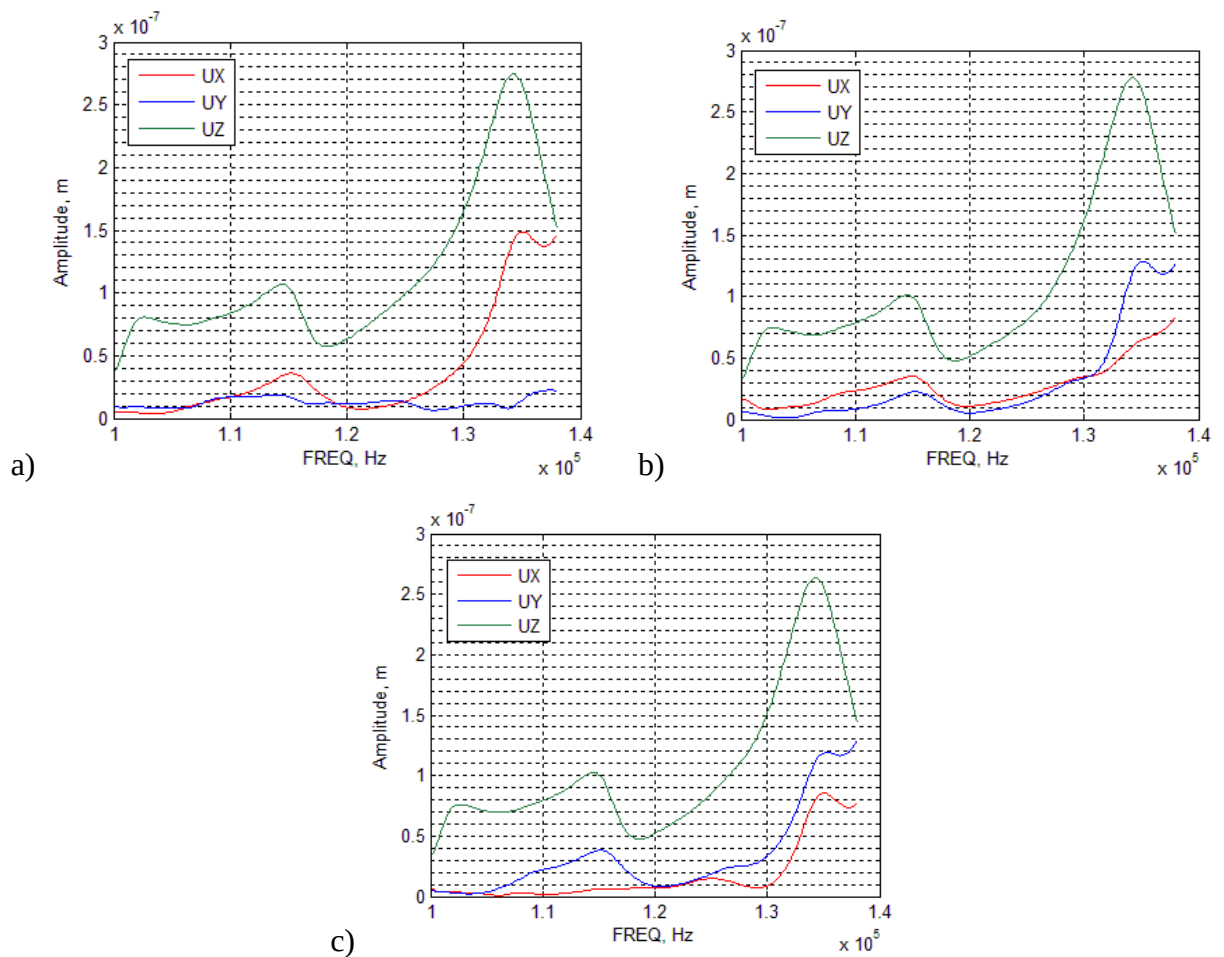
18 pav. Kontaktinių taškų 1633, 4705 ir 7777 amplitudės, esant skirtingiems dažniams, kai dažnių intervalas yra nuo 100kHz iki 138kHz : a) amplitudės x kryptimi b) amplitudės y kryptimi c) amplitudės z kryptimi.

Mazgo 1633 judėjimo trajektorijos xy , xz , yz plokštumose ir erdvėje pateiktos 19 pav.:

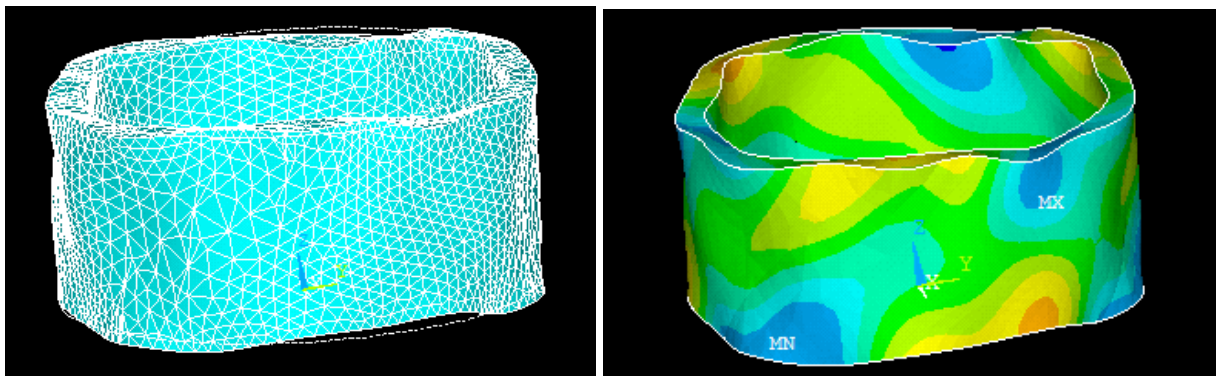


19 pav. 1633 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos: a) plokštumoje xz b) plokštumoje yz c) plokštumoje xy d) erdvėje.

Antrosios elektrodų schemos atveju gauname kitokius rezonuojančius dažnius ir kitokias deformacijas. Viso modeliavimas atliktas su 9 skirtingais cilindrais, čia pateikiami tik 3 cilindų rezultatai. Nagrinėjamas cilindras su matmenimis $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$. Elektrodas yra lygiagretainio formos, kurio plotis yra $l = 3,72\text{mm}$ ir kampas $\alpha = 37^\circ$. Žinome, kad tinkamas rezonuojantis dažnis ir tinkama savoji forma yra tarp 100kHz ir 138kHz . Nagrinėjami kontaktiniai taškai yra elektrodų galuose, juos atitinkantys mazgai yra 7948, 16837, 1994. Atlikus harmoninę analizę, gauname, kad didžiausios kontaktinių taškų amplitudės z ašimi sužadinamos 134200Hz dažnio. 20 pav. pateikiamos kontaktinių taškų amplitudės x , y ir z kryptimis.

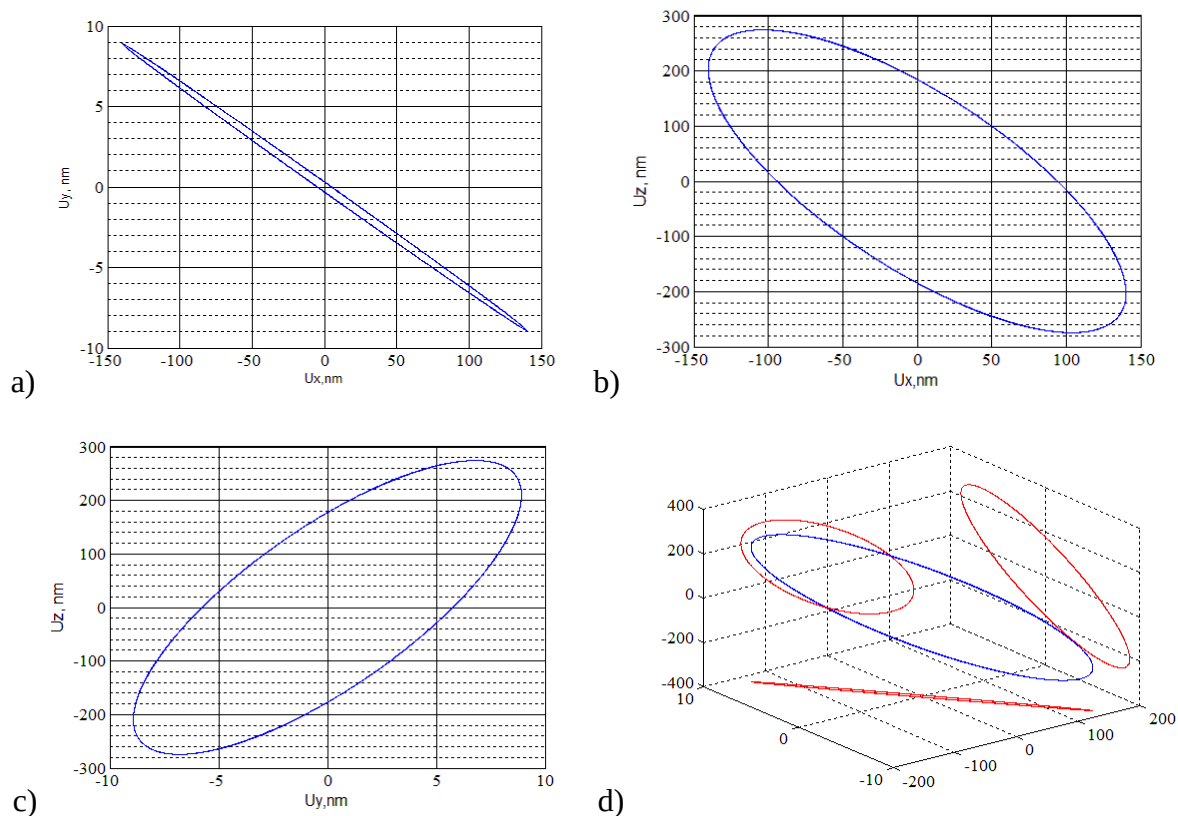


20 pav. Kontaktinių taškų amplitudės, esant skirtingiems dažniams, kai dažnių intervalas yra nuo 100kHz iki 138kHz: a) mazgo 7948 amplitudės b) mazgo 16837 amplitudės c) mazgo 1994 amplitudės.



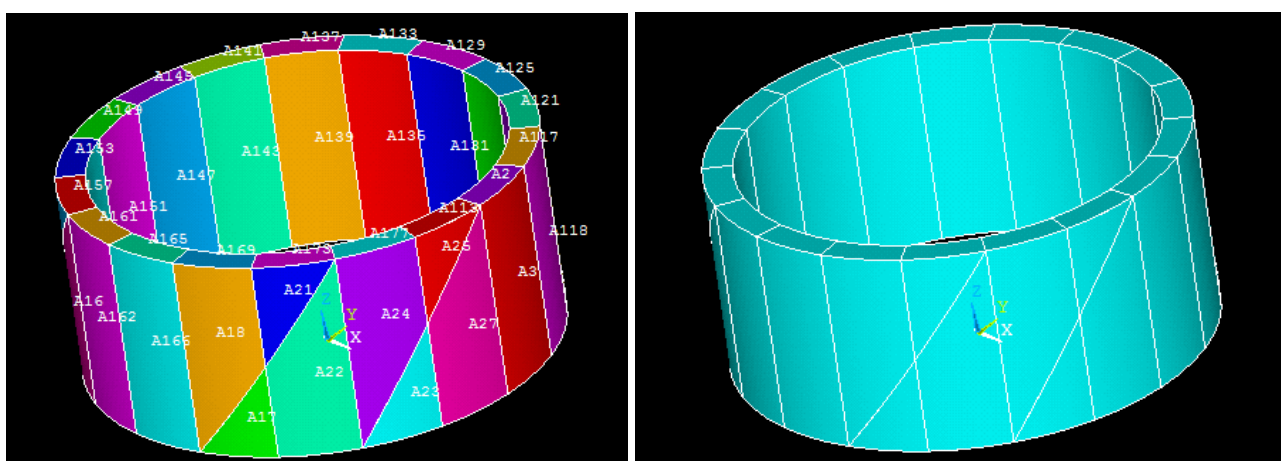
21 pav. Deformuoto cilindro forma esant 134200Hz dažniui.

Šio cilindro mazgo 7948 judėjimo trajektorijos xy, xz, yz plokštumose ir erdvėje pateiktos 22 pav.



22 pav. 7948 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos: a) plokštumoje xz b) plokštumoje yz c) plokštumoje xy d) erdvėje.

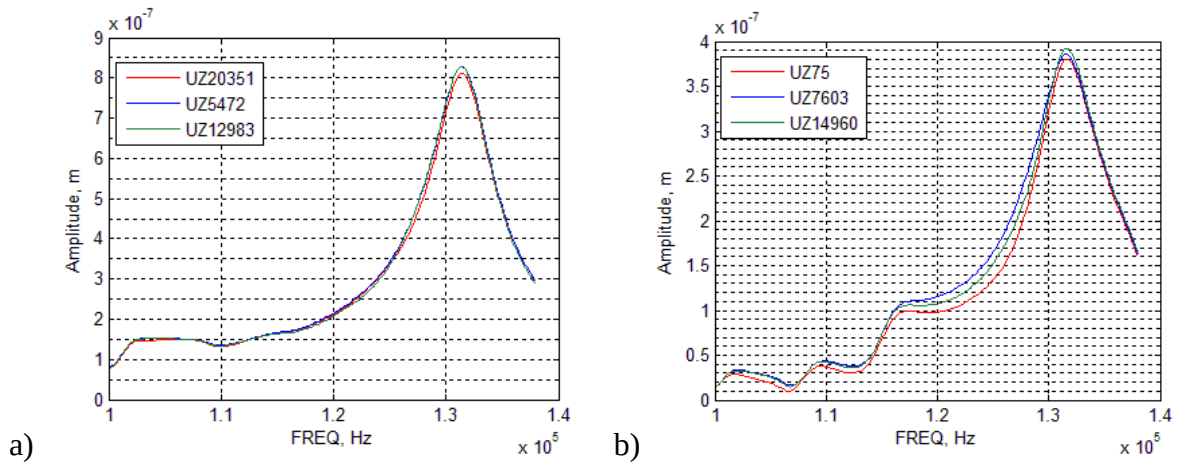
Sekantis nagrinėjamas cilindras skiriasi savo elektrodo pločiu bei kampu, kurį sudaro su plokštuma. Cilindro parametrai yra $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$, $l = 11,17\text{mm}$, $\alpha = 51^\circ$, programinis kodas, kuris aprašo nagrinėjamo cilindro sukūrimą, pateiktas prieduose. Cilindras, su nagrinėjamais geometriniais parametrais pateiktas 23 pav.:



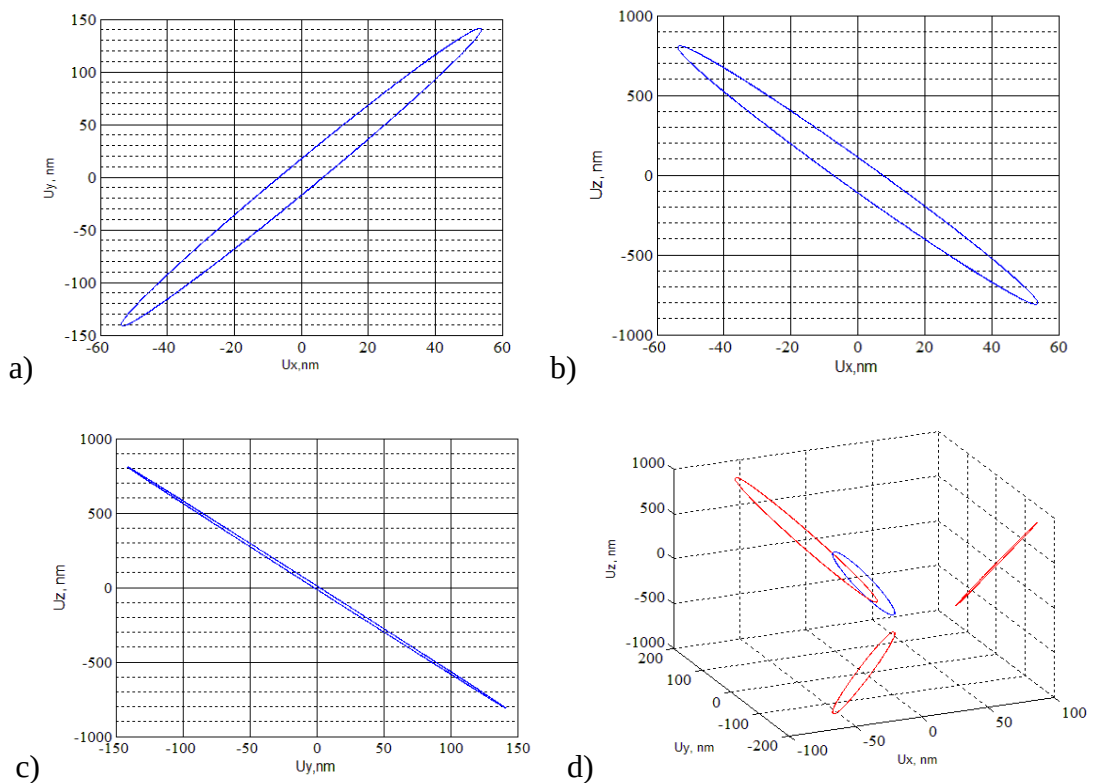
23 pav. Cilindro su geometriniais $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$, $l = 11\text{mm}$, $\alpha = 51^\circ$ modelis.

Atlikus harmoninę analizę, gauta, kad didžiausia amplitudė z kryptimi susidaro esant 133820Hz dažniui. Kontaktinius taškus atitinka mazgai 20351, 5472, 12983 (kairėje pusėje esantys

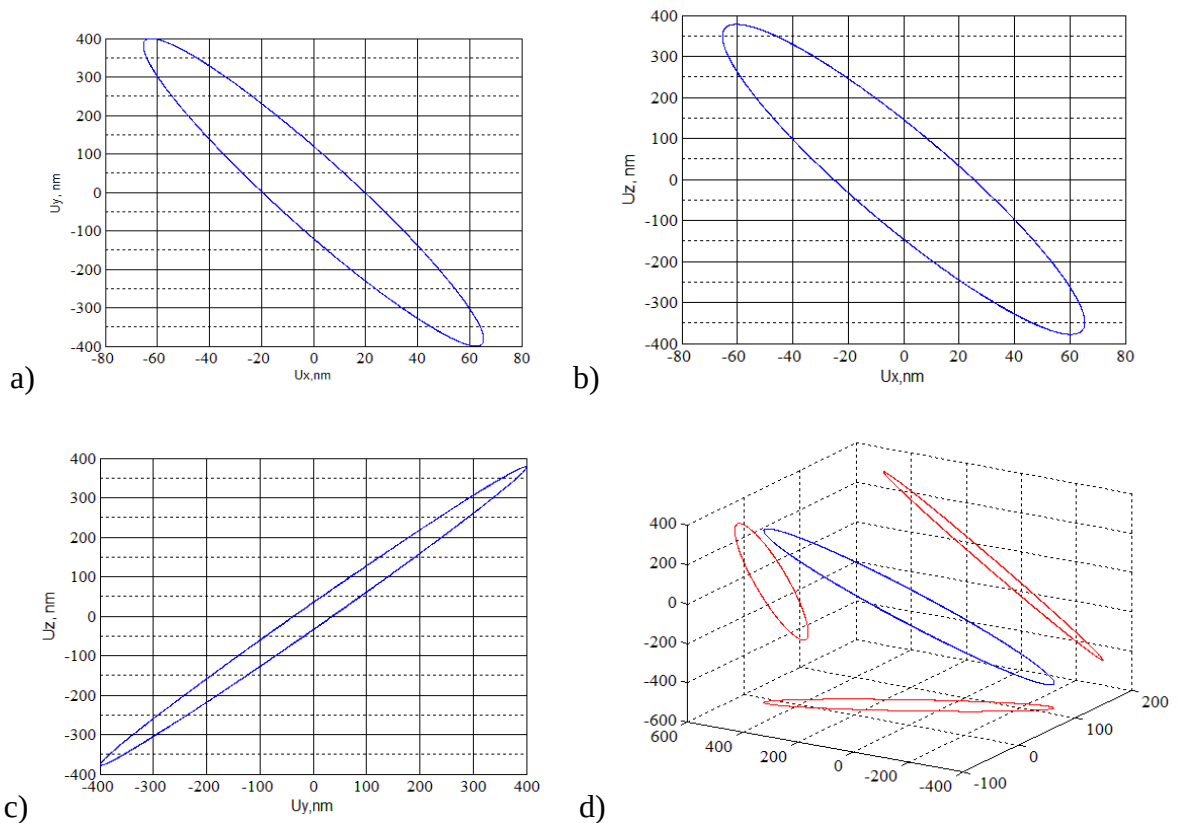
elektrodo taškai) arba mazgai 75, 7603, 14960 (dešinėje elektrodo pusėje esantys taškai). Šių taškų amplitudžių svyravimai z kryptimi, esant skirtingiems dažniams, pateikti 24 pav. Žinant dažnį, lemiantį didžiausią amplitudę, galima sužinoti kontaktinių taškų judėjimo trajektorijas. 25 pav. pateikiamas kontaktinio taško 20351 judėjimas plokštumose xy , xz , yz ir erdvėje, 26 pav. – kontaktinio taško 75 judėjimas plokštumoje ir erdvėje.



24 pav. Kontaktinių taškų amplitudės z kryptimi, kai dažnis kinta nuo 100kHz iki 138kHz: a) mazgai 20351, 5472, 12983 b) mazgai 75, 7603, 14960.



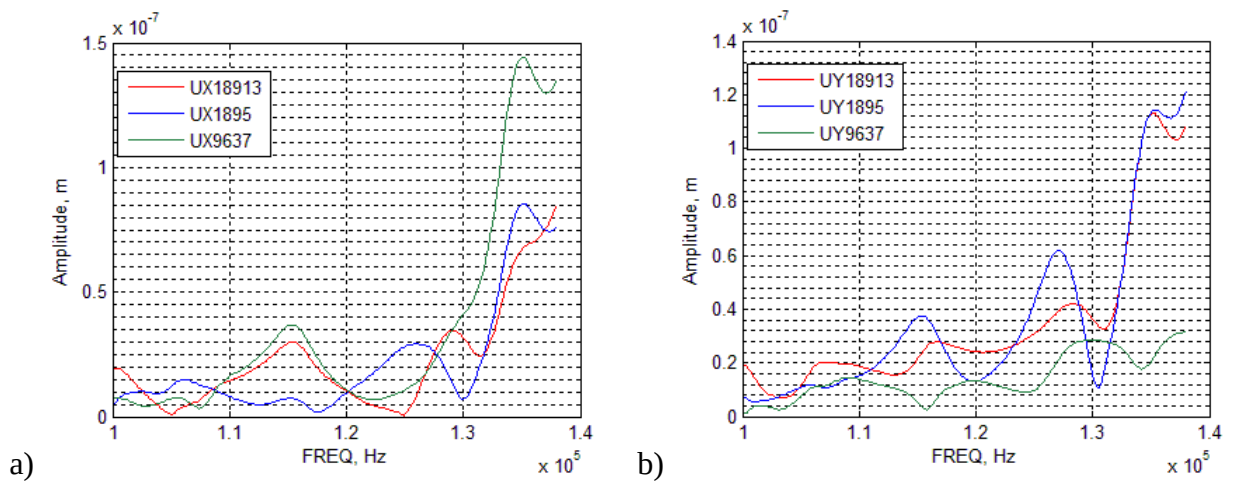
25 pav. 20351 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos: a) plokštumoje xy b) plokštumoje xz c) plokštumoje yz d) erdvėje.

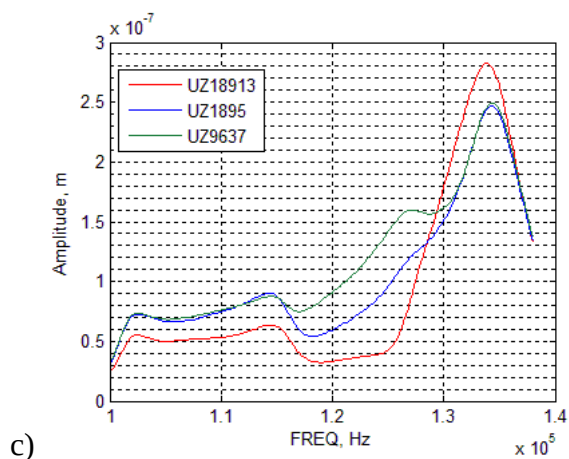


26 pav. 75 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos: a) plokštumoje xy b) plokštumoje xz c) plokštumoje yz d) erdvėje

Iš rezultatų matome, jog kairėje elektrodo pusėje kontaktiniai taškai juda didesnėmis amplitudėmis, todėl jie yra lemiantys sferos judėjimą.

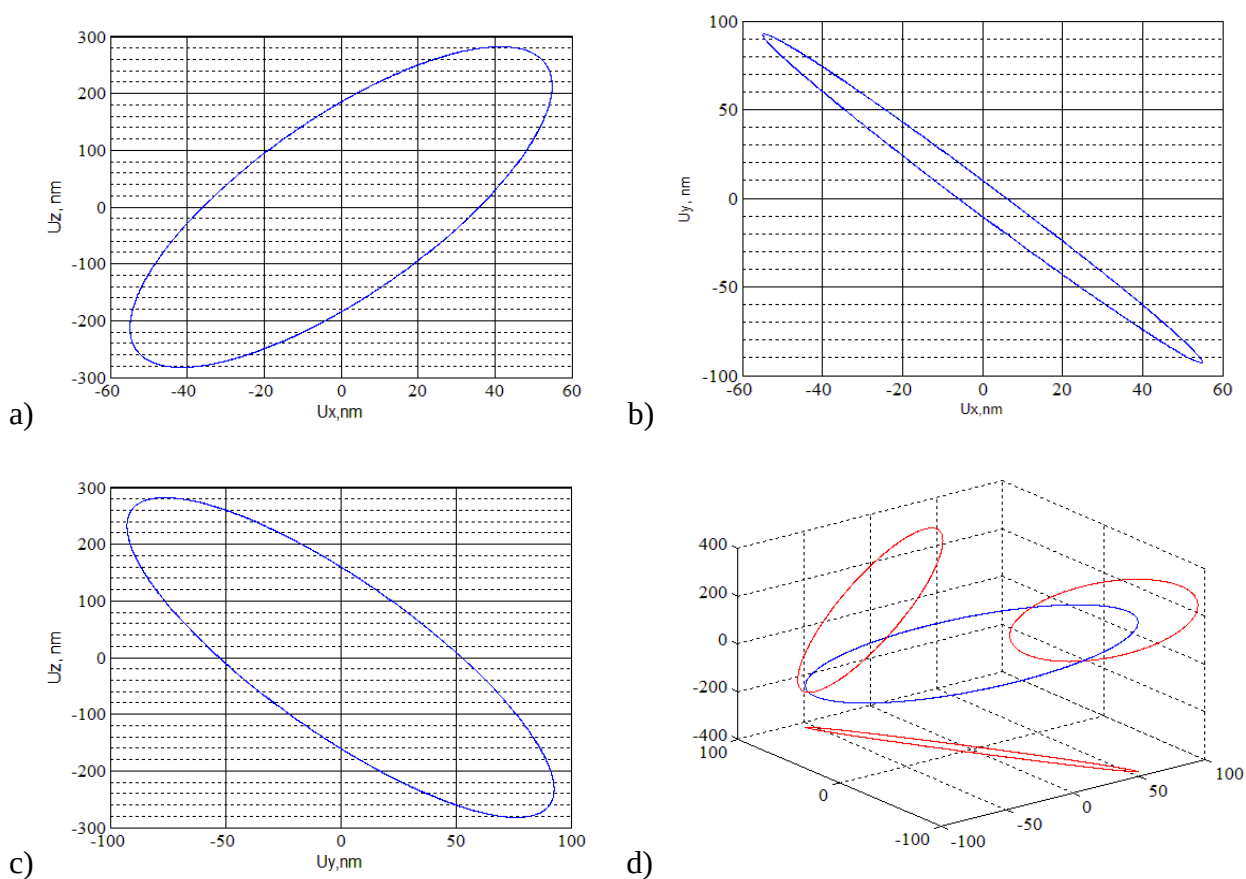
Sekančio analizuojamo cilindro elektrodo geometriniai parametrai yra $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$, $l = 5\text{mm}$, $\alpha = 39^\circ$. Kontaktinius taškus atitinkantys mazgai yra 18913, 1895, 9637, jų amplitudės pateikiamos 27 pav.





27 pav. Kontaktinių taškų amplitudės, esant skirtingiems dažniams, kai dažnių intervalas yra nuo 100kHz iki 138kHz: a) taškų amplitudės x kryptimi b) taškų amplitudės y kryptimi c) taškų amplitudės z kryptimi.

Iš rezultatų matome, jog didžiausia amplitudė yra esant 131350Hz dažniui. Kontaktinio taško 18913 judėjimas plokštumose ir erdvėje, esant nurodytam dažniui, pateikiamas 28 pav.



28 pav. 18913 kontaktinio taško judėjimo trajektorijos: a) plokštumoje xy b) plokštumoje xz c) plokštumoje yz d) erdvėje.

3.4. Nanometrinių skyros pjezoelektrinio cilindro modalinė analizė

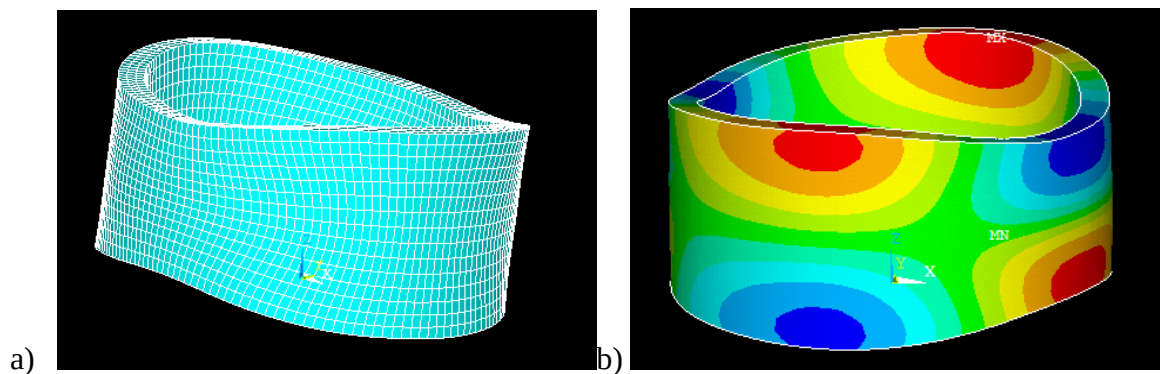
Pagal gautuosius harmoninės analizės rezultatus, ieškome kokią savąją formą ir dažnį atitinka rezonansiniai virpesiai. Modalinė analizė atliekama pagal tam tikrą eigą:

```
/SOLU  
ANTYPE,2  
MSAVE,0  
EQSLV,SPAR  
MXPAND,400,,0  
LUMPM,0  
PSTRES,0  
MODOPT,LANB,400,0,0,,OFF  
SOLVE
```

Su komanda */SOLU* įeinama į sprendimo preprocesorių, analizės tipas nurodomas *ANTYPE*, parametras 2 nurodo, jog bus atliekama modalinė analizė. *MODOPT* nusako, kokio tipo modalinė analizė pasirenkama. Šio uždavinio atveju pasirinkta Block Lanczos (*LANB*) analizė, randama iki 400 modų (*MXPAND*). Naudojama standartinė elementų masių matrica (*LUMPM,0*), nėra jokių įtempių prieš pradedant tyrimą (*PSTRES,0*).

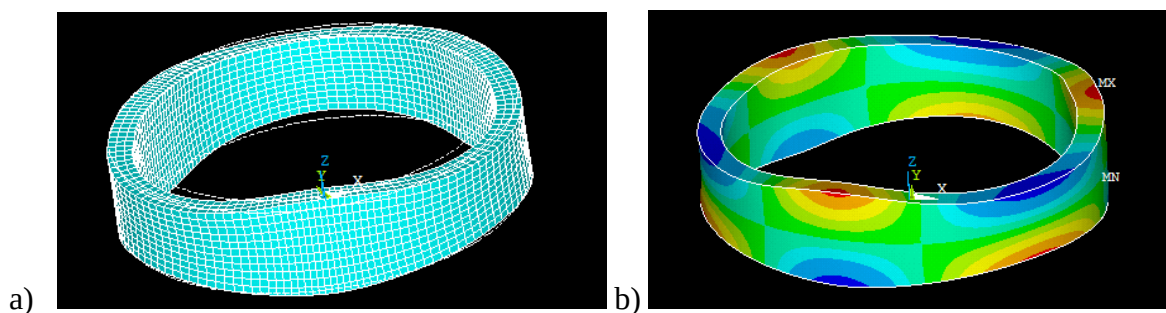
Harmoninės analizės rezultatai parodė, kuris dažnis lėmė buvo didžiausias kontaktinių taškų virpesių amplitudės z ašimi. Rezonuojantys dažniai yra artimi modų dažniams, todėl pagal modų formas bei dominavimo koeficientus nustatoma, kuris dažnis yra tinkamas. Jį nustačius galima palyginti, kurie geometriniai parametrai duoda tinkamesnius dominavimo koeficientus ir kuris modelis yra tinkamesnis. Viso buvo tirti 23 cilindrai, tarpusavyje besiskiriantys geometriniais parametrais.

Cilindrui su geometriniais parametrais $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$ dažnis, lėmęs didžiausias kontaktinių taškų amplitudes – 129810Hz.



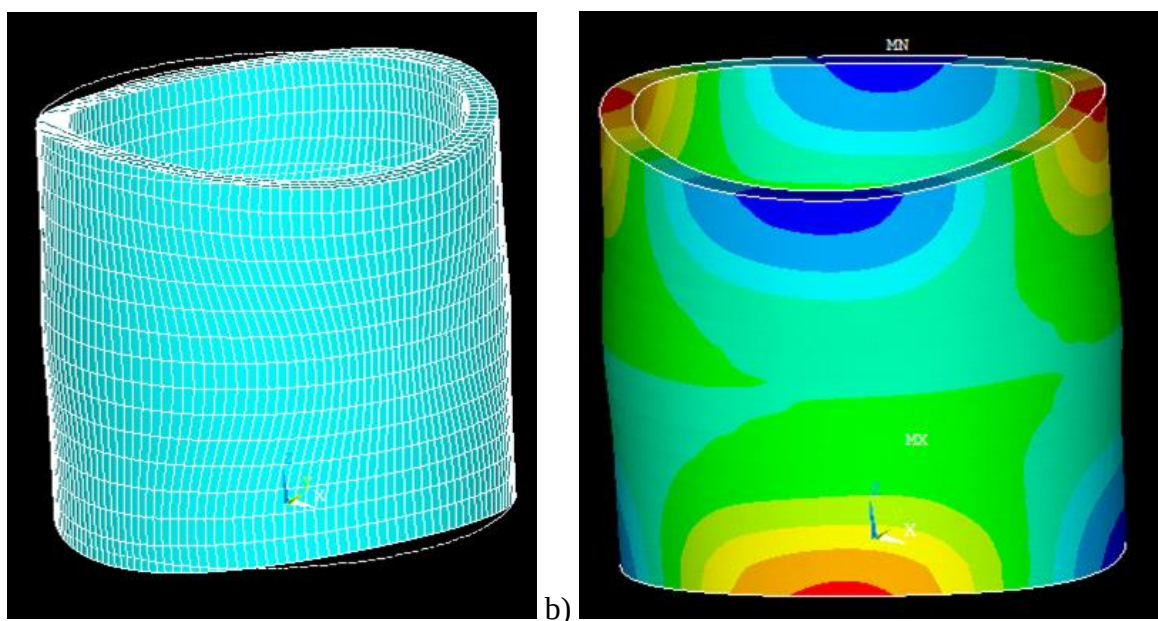
29 pav. Cilindro $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$ savoji forma (130040Hz): a) savoji forma b) poslinkiai z kryptimi.

Tinkama moda pagal dažnį ir formą buvo 130040Hz. Savoji forma prie minėto dažnio pavaizduota 29 pav. Suskaičiavus dominavimo koeficientus gauname, kad $s_r = 0.306048$, $s_\phi = 0.139792$, $s_z = 0.55416$. Cilindrui su geometriniiais parametrais $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 7\text{mm}$ rezonansinį 116460Hz dažnį atitiko moda su tuo pačiu dažniu. Savoji forma prie minėto dažnio pavaizduota 30 pav.



30 pav. Cilindro $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 7\text{mm}$ savoji forma (116460Hz): a) savoji forma b) poslinkiai z kryptimi.

Suskaičiavus dominavimo koeficientus gauname, kad $s_r = 0.562728$, $s_\phi = 0.384733$, $s_z = 0.052539$. Cilindrui su geometriniiais parametrais $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 28\text{mm}$ rezonansinį 118430Hz dažnį atitiko 116040Hz moda. Savoji forma prie minėto dažnio pavaizduota 31 pav.

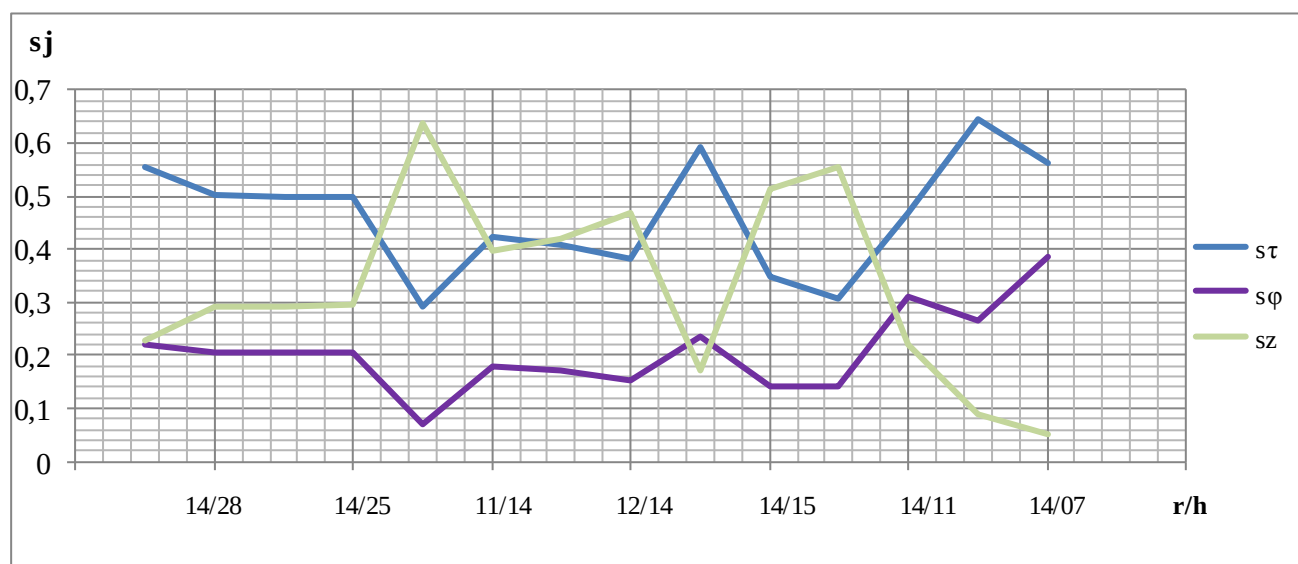


31 pav. Cilindro $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 28\text{mm}$ savoji forma (116040Hz): a) savoji forma b) poslinkiai z kryptimi.

Suskaičiavus dominavimo koeficientus gauname, kad $s_\tau = 0.503786$, $s_\phi = 0.205187$, $s_z = 0.291027$. 2 lentelėje pateikti visų ištirtų cilindro, kuomet buvo taikyta pirmoji elektrodų schema, dominavimo koeficientai. Grafinė šių koeficientų priklausomybė nuo geometrinių cilindro parametrų pateikiama 32 pav.

2 lentelė. Dominavimo koeficientai.

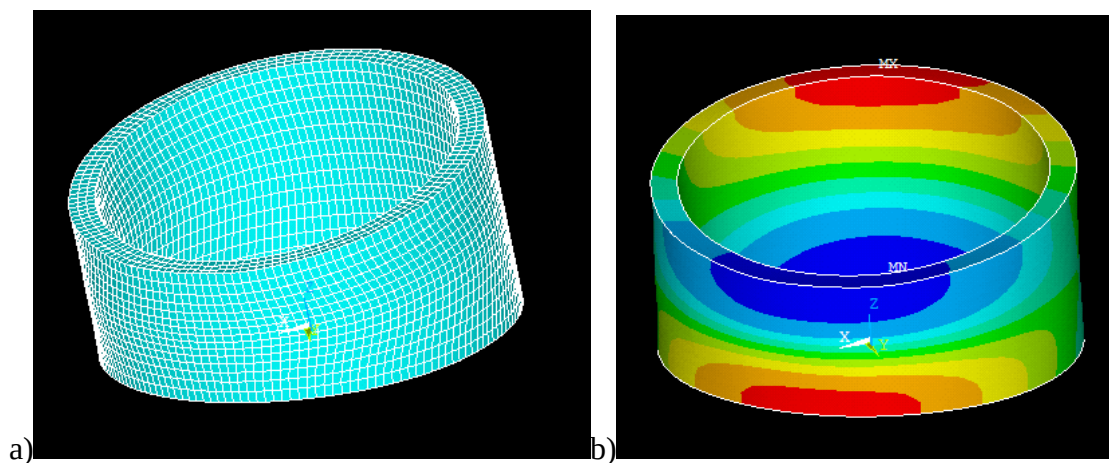
r/h	s_τ	s_ϕ	s_z
14/29	0,553685	0,218692	0,227623
14/28	0,503786	0,205187	0,291027
14/27	0,499413	0,20709	0,293497
14/25	0,499581	0,206602	0,293817
14/18	0,292483	0,06905	0,638467
11/14	0,423298	0,178095	0,398607
14/17	0,408322	0,171952	0,419726
12/14	0,381847	0,151479	0,466674
14/16	0,593521	0,23582	0,17066
14/15	0,346439	0,141249	0,512312
14/14	0,306048	0,139792	0,55416
14/11	0,468775	0,310174	0,221051
14/10	0,645211	0,264869	0,08992
14/07	0,562728	0,384733	0,052539



32 pav. Dominavimo koeficientų priklausomybė nuo cilindro geometrinių parametrų.

Cilindrui su geometriniiais parametrais $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$, $l = 5\text{mm}$, $\alpha = 39^\circ$ dažnis, lėmęs didžiausias kontaktinių taškų amplitudes – 131350Hz. Savoji forma pateikta 33 pav. Kadangi rezonuojantis dažnis cilindrui su tais pačiais geometriniiais parametrais, bet skirtingu

elektrodų plokščių, yra panašus, ši forma atitinka jų visų rezonuojančius dažnius. Cilindrams, kai aukštis $h = 7\text{mm}$ ir $h = 28\text{mm}$, savosios formos ir rezonuojantys dažniai yra tokie patys kaip ir tie, kurie buvo nustatyti pirmos elektrodų schemos atveju.

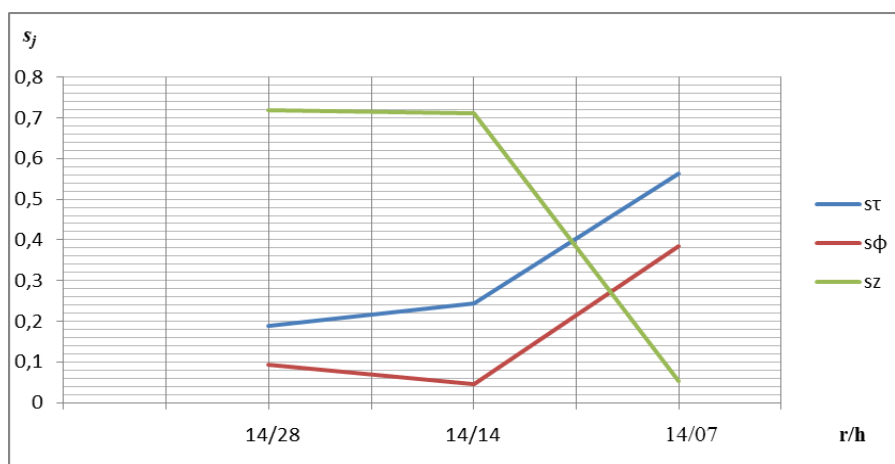


33 pav. Cilindro $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$ savoji forma: a) savoji forma b) poslinkiai z kryptimi.

Harmoninės analizės rezultatai parodė, jog antrosios elektrodų schemos atveju rezonuojantys dažniai yra didesni nei pirmosios, todėl skiriasi savosios formos. Cilindrams su geometriniais parametrais $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 28\text{mm}$ didžiausios amplitudės buvo prie dažnio rezonuojančio su savuoju dažniu tokiu, kad savoji forma buvo netinkama, todėl buvo pasirinktas dažnis, rezonuojantis su tuo pačiu savuoju dažniu kaip ir pirmosios elektrodų schemos atveju. Dominavimo koeficientai pateikti 3 lentelėje, skiriasi tik cilindro su geometriniais parametrais $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$ dominavimo koeficientai, kurie yra geresni nei pirmosios elektrodų schemos atveju.

3 lentelė. Dominavimo koeficientai.

r/h	s_r	s_ϕ	s_z
14/28	0,503786	0,205187	0,291027
14/14	0,244025	0,044132	0,711843
14/07	0,562728	0,384733	0,052539



34 pav. Dominavimo koeficientų priklausomybė nuo cilindro geometrinių parametrų.

3.5. Trečiojo skyriaus išvados

Atlikus harmoninę analizę nustatyta, kurie rezonuojantys dažniai lemia didžiausias kontaktinių taškų amplitudes. Antrosios elektrodų schemas atveju gaunami didesni rezonuojantys dažniai ir didesnės amplitudės. Nustatyta kokiomis trajektorijomis juda kontaktiniai taškai pirmosios ir antrosios elektrodų schemas atveju, kokio dydžio yra elipsių didžiosios ašys, kokį kampą su plokštuma sudaro minėtosios elipsės. Taip pat nustatyta su kuriais geometriniais parametrais gaunamas tinkamiausias kontaktinių taškų judesys ir didžiausios amplitudės. Modalinės analizės rezultatai parodė, kokias savąsias formas atitinka rezonuojantys dažniai, kaip geometriniai cilindro parametrai įtakoja dominavimo koeficientus.

Išvados

Piezokeraminiai elementai gali būti taikomi vibracinėms pavaroms, kadangi pasižymi pageidaujamomis savybėmis kaip greitaveika ir tikslumas. Medžiagų parinkimas priklauso nuo panaudojimo srities. Piezokeitikliams dažniausiai naudojama kieta piezokeramika, pavyzdžiui, TC-23, P2T-4, PZT-4. Tyrimams pasirinkta PZT-8 piezokeramika. Atliekant modeliavimą, užrašomos pagrindinės piezoeftą apibūdinančios lygtys bei kokios matricos konstantų matricos. Daugiamačiai piezokeitikliai turi griežtą geometrinę formą. Jų veikimas priklauso nuo charakteringų matmenų bei elektrodų formos ir išdėstymo. Keičiant šiuos parametrus galima išgauti slenkamuosius bei sukamuosius judesius įvairiomis norimomis kryptimis. Piezokeitikliai skirstomi pagal laisvės laipsnių skaičių t.y. kuriomis kryptimis atlieka judesį – plokštumoje, erdvėje.

Dėl plataus piezokeraminių elementų pritaikymo praktikoje, jie gali būti naudojami įvairiems gamybos defektams nustatyti, išgauti reikiamą judesį. Kadangi piezokeraminių kūnų veikimą įtakoja daug veiksnių, į kuriuos ne visus ir ne visada atsižvelgiama, kuriami įvairūs teoriniai modeliai, aprašantys kūnų elgseną įvairiose situacijose. Jų veikimą įtakoja medžiaga iš kurios kūnas pagamintas, medžiagos savybės, su kokiomis medžiagomis kūnas kontaktuoja, kokioje terpėje jis yra, ar juo teka skysčiai ir daug kitų veiksnių. Visų įmanomų kintamųjų neįmanoma įtraukti į skaičiavimus, nes jie taptų labai sudėtingi ir sunkiai išsprendžiami. Taip pat ne visada įmanoma numatyti visus įtakančius veiksnus, todėl tyrimų sritis išlieka labai plati.

Atlikus piezokraminio keitiklio skaitinį modeliavimą baigtinių elementų metodu, nustatyta:

- Didžiausios kontaktinių taškų amplitudės z kryptimi, kuomet buvo taikyta pirma elektrodų konfigūracija, buvo cilindrams $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 18\text{mm}$, $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$, $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 15\text{mm}$, $r = 12\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$.
- Iš minėtųjų cilindrų pasirinktas $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$, kadangi jo kontaktiniai taškai juda tinkamomis elipsių formomis.
- Didžiausios kontaktinių taškų amplitudės z kryptimi, kuomet buvo taikyta antra elektrodų konfigūracija, buvo cilindrai $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$.
- Rezonuojantys dažniai taikant antrąją elektrodų konfigūraciją buvo didesni, todėl atitiko kitą savąją formą.
- Modalinės analizės rezultatai parodė, jog geresni dominavimo koeficientai gauti antru atveju.
- Modalinės analizės rezultatai parodė, kad tiek pirmu, tiek antru atveju tinkamiausi dominavimo koeficientai buvo cilindrams $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$.

Literatūros sąrašas

1. KENJI U. Piezoelectric Actuators and Ultrasonic Motors. Kluwer Academic Publishers, Boston, 1997.
2. UCHINO K., GINIEWICZ J. Micromechatronics. New York, Marcel Dekker Inc., 2003.
3. ДЖАГУПОВ Р., ЕРОФЕЕВ А. Пьезокерамические элементы в приборостроении и автоматике. Ленинград: Машиностроение, 1986.
4. СМАЖЕВСКАЯ, Е. ФЕЛЬДМАН, Н. Пьезоэлектрическая керамика. Москва: Советское радио, 1971.
5. БАРАУСКАС, Р.; КУЛЬВЕТИС, Г., РАГУЛЬСКИС, К. Расчет и проектирование вибродвигателей. Ленинград: Машиностроение, 1984.
6. TUMASONIENĖ I. Precizinių mikrorobotų pjzokeitiklių savųjų formų atpažinimo problema, daktaro disertacija.
7. MAŽEIKA D. Daugiamačių pjzokeitiklių geometrijos ir elektrodų konfigūracijos optimizavimas, daktaro disertacija.
8. JENSEN H. Calculations for piezoelectric ultrasonic transducers. Riso National laboratory, Denmark, 1986
9. KULVIETIS G., BANSEVIČIUS R. Piezoelectric High Resolution 3D Laser Scanners/Deflectors. Actuator, Messe Bremen, 2014.
10. EVERY A. G., SHATALOV M. Y, YENWONG-FAI A. S. Progress in the analysis of non-axisymmetric wave propagation in a homogeneous solid circular cylinder of a piezoelectric transversely isotropic material. *Physics Procedia* 3, 473–479, 2010.
11. JALILI H., GOUDARZI H. Modeling the hollow cylindrical piezo-ceramics with axial polarization using equivalent electro-mechanical admittance matrix. *Sensors and Actuators A* 14, 266–276, 2009.
12. ALIJANI F., AMABILI M. Non-linear vibrations of shells: A literature review from 2003 to 2013. *International Journal of Non-Linear Mechanics* 58 233–257, 2013.
13. KULVIETIS G., TUMASONIENĖ I., BANSEVIČIUS R., GRIGORAVIČIUS A., JURĖNAS V., NAVICKAITĖ S. Geometry optimization of piezoceramic laser shutter. *International Journal of Mechanics*. Issue 3, Volume 4, 2010.
14. BAURIENĖ G., MAMČENKO J., KULVIETIS G., GRIGORAVIČIUS A., TUMASONIENĖ I. The ring type piezoelectric actuator generating elliptical movement. ISSN 1392 - 1207. *MECHANIKA*. Volume 19(6): 688-693, 2013
15. BOTTA F., CERRI G. Wave propagation in Reissner–Mindlin piezoelectric coupled cylinder with non-constant electric field through the thickness, *International Journal of Solids and Structures* 44, 6201–6219, 2007.
16. ALLIK, H. HUGDES, T. Finite element method for piezoelectric vibrations, *International Journal for Numeric Methods in Engineering* 2, 151–157, 1970.

17. TUMASONIENĖ I., KULVIETIS G., MAŽEIKĄ D., BANSEVIČIUS R. The eigenvalue problem and its relevance to the optimal configuration of electrodes for ultrasound actuators, *Journal of Sound and Vibration* 308, 683 – 691, 2007
18. *Release 11.0 Documentation for ANSYS.*

Parengtos publikacijos

BANSEVIČIUS R., KULVIETIS G., RYBOKAS M., JANUTĖNAITĖ J. Analysis of cylindrical piezoelectric actuator used in 3-DOF deflectors, 10th International conference on Applied and Theoretical Mechanics, 2014.

BANSEVIČIUS R., KULVIETIS G., TUMASONIENĖ I., JANUTĖNAITĖ J., MAŽEIKĄ D. Trajectory planning for rotational piezorobots, 10th International conference on Mechatronic systems and Materials, 2014.

PRIEDAI

A PRIEDAS

PROGRAMINIS KODAS

A.1. Pirma elektrodų schema

```
!Exits processor
FINISH
/CLEAR
!Enter the preprocessor
/PREP7
R_inner = 0.014
R_outer = 0.016
h = 0.028
!Medžiagu charakteristikos.
MPTEMP,1,0
MP,DENS,1,7600          ! Pjezokeramikos tankis (PZT-8, NavyIII)
MP,DAMP,1,5.e-8         ! Slopavimo koeficientas
!MPDATA,EX,1,,8.6e+10   ! Tamprumo modulis isskaiciuotas is garso greicio. EX - x asiai.
!PERX - Electric relative permittivities (also PERY, PERZ).
MP,PERX,1,1290
MP,PERY,1,1290
MP,PERZ,1,1000
!TB - Activates a data table for nonlinear material properties or special element input.
!PIEZ — Piezoelectric matrix (SOLID5, PLANE13, SOLID98).
TB,PIEZ,1               ! e konstantos
TBDATA,3,-4.1
TBDATA,6,-4.1
TBDATA,9,14.0
TBDATA,14,10.3
TBDATA,16,10.3
TB,ANEL,1
TBDATA,1,14.6876E+10,8.1087E+10,8.10537E+10
TBDATA,7,14.6876E+10,8.10537E+10
TBDATA,12,13.1712E+10
TBDATA,16,3.28947E+10
TBDATA,19,3.1348E+10
TBDATA,21,3.1348E+10
ET,1,SOLID5,3 !baigtinio elemento forma. Elemento isdalinimas baigtiniais elemetais
!=====
kampas1=0.0          ! Ispjovos pradinis kampas
*DO,I,1,18
  CYL4,X,Y,R_outer,kampas1,R_inner,(kampas1+20.0),h
  kampas1=kampas1+20.0
*ENDDO
VGLUE,ALL
!=====
!WPROTA, THXY, THYZ, THZX. Rotates the working plane.
WPROTA,,90          ! z pasukimas 90 laipsniu
WPROTA,,kampas1+10  ! Z pasukimas iki pirmojo segmento centro
!CSWPLA, KCN, KCS, PAR1, PAR2. Defines a local coordinate system at the origin of the working plane.
CSWPLA,11,0,1,1,    ! Pasuktos asies issaugojimas
*DO,I,1,17          ! WP asiu pasukimas ir issaugojimas
  WPROTA,,20.0
  CSWPLA,I+11,0,1,1, ! Pasuktu asiu issaugojimas
*ENDDO
WPCSYS,-1,0         ! Atsukame koordinaciu asis i globalia pozicija
*DO,I,1,17          ! Uzdedame atributus turiams
  VSEL,S,VOLU,,36-I
  VATT,1, ,1,I+10
  VSEL,ALL
*ENDDO
VSEL,S,VOLU,,1      ! Uzdedame atributa turiui Nr.1 (turiai numeruojami ne is eiles)
```

```

VATT,1, ,1,28
VSEL,ALL
!=====
MSHAPE,1,3D
MSHKEY,0
VMESH,ALL

ASEL,S,AREA,,115,127,4
NSLA,S,1
CP,1,VOLT,ALL
*GET,N1,NODE,,NUM,MIN
D,N1,VOLT,130
NSEL,ALL
ASEL,ALL
ASEL,S,AREA,,139,151,4
NSLA,S,1
CP,2,VOLT,ALL
*GET,N2,NODE,,NUM,MIN
D,N2,VOLT,130
NSEL,ALL
ASEL,ALL
ASEL,S,AREA,,163,175,4
NSLA,S,1
CP,3,VOLT,ALL
*GET,N3,NODE,,NUM,MIN
D,N3,VOLT,130
NSEL,ALL
ASEL,ALL
! IZEMINIMAS - VIDINIS CILINDRO PAVIRSIUS
ASEL,S,AREA,,112,176,4
ASEL,A,AREA,,4
DA,ALL,VOLT,0
ASEL,ALL
/REPLOT
FINISH
/SOL
ANTYPE,3
HARFRQ,100000,138000
NSUBST,200
KBC,0
/STATUS,SOLU
SOLVE
/POST1

```

A.2. Antra elektrodų schema

```

!Exits processor
FINISH
/CLEAR
!Enter the preprocessor
/PREP7
R_inner = 0.014 !Cilindro isorinis spindulys
R_outer = 0.016 !Cilindro vidinis spindulys
h = 0.014      !Cilindrom aukstis

!-----!
!-----!
!-----Medziagu charakteristikos-----!
MPTEMP,1,0
MP,DENS,1,7600      ! Pjezokeramikos tankis (PZT-8, NavyIII)
MP,DAMP,1,5.e-8     ! Slopavimo koeficientas
!MPDATA,EX,1,,8.6e+10 ! Tamprumo modulis isskaiciuotas is garso greicio. EX - x asiai.

```

!PERX - Electric relative permittivities (also PERY, PERZ).

MP,PERX,1,1290

MP,PERY,1,1290

MP,PERZ,1,1000

!TB - Activates a data table for nonlinear material properties or special element input.

!PIEZ — Piezoelectric matrix (SOLID5, PLANE13, SOLID98).

TB,PIEZ,1 ! e konstantos

TBDATA,3,-4.1 !

TBDATA,6,-4.1 !

TBDATA,9,14.0 !

TBDATA,14,10.3

TBDATA,16,10.3

TB,ANEL,1

TBDATA,1,14.6876E+10,8.1087E+10,8.10537E+10

TBDATA,7,14.6876E+10,8.10537E+10

TBDATA,12,13.1712E+10

TBDATA,16,3.28947E+10

TBDATA,19,3.1348E+10

TBDATA,21,3.1348E+10

ET,1,SOLID98,3 !baigtinio elemento forma. Elemento isdalinimas baigtiniais elemetais

!-----!

!-----Cilindro formavimas-----!

kampas1=0.0 ! Ispjovos pradinis kampas

*DO,I,1,6

*IF,MOD(I,2),EQ,1,THEN

CYL4,X,Y,R_outer,kampas1,R_inner,(kampas1+40.0),h

kampas1=kampas1+40.0

*ELSE

CYL4,X,Y,R_outer,kampas1,R_inner,(kampas1+80.0),h

kampas1=kampas1+80.0

*ENDIF

*ENDDO

VGLUE,ALL

!-----Linijos isdalinimai-----!

LDIV,79,,,6

LDIV,78,,,6

LCOMB,16,17,0

LCOMB,16,19,0

LCOMB,20,78,0

LCOMB,20,22,0

LGEM,2,16,20,0

ASKIN,17,22

LDELE,19,,,1

LDIV,87,,,6

LDIV,86,,,6

LCOMB,34,36,0

LCOMB,32,34,0

LCOMB,86,37,0

LCOMB,37,38,0

LGEM,2,32,37,0

ASKIN,34,44

LDELE,36,,,1

LDIV,75,,,6

LDIV,73,,,6

LCOMB,36,75,0
 LCOMB,49,36,0
 LCOMB,61,60,0
 LCOMB,58,60,0
 LGEN,2,36,58,0
 ASKIN,49,97
 LDELE,95,,1
 LDELE,96,,1
 LDELE,75,,1
 LDELE,72,,1

AGEN,1,7,,,,0.005,,,1
 VEXT,7,,,,-0.01
 AGEN,1,8,,,0.005,,,1
 VEXT,8,,,0.01
 AGEN,1,9,,,0.005,-0.005,,,1
 VEXT,9,,,0.01,0.01

VINV,2,8
 VINV,3,10
 VINV,4,7
 VDELE,ALL,,1

ADELE,1,6,,1
 ADELE,41,48,,1
 ADELE,53,56,,1
 ADELE,7,8,,1
 ADELE,10,12,,1
 ADELE,14,18,,1
 ADELE,20,21,,1
 ADELE,24,,1
 ADELE,28,,1
 ADELE,29,32,,1
 ADELE,34,36,,1

LDELE,60,66,,1
 LDELE,68,71,,1
 LDELE,38
 LDELE,78
 LDELE,86
 LDELE,93,94,,1

!=====

kampas1=0.0 ! Ispjovos pradinis kampas

*DO,I,1,18

 CYL4,X,Y,R_outer,kampas1,R_inner,(kampas1+20.0),h
 kampas1=kampas1+20.0

*ENDDO

VGLUE,ALL

!=====

!WPROTA, THXY, THYZ, THZX. Rotates the working plane.

WPROTA,,90 ! z pasukimas 90 laipsniu

WPROTA,,kampas1+10 ! Z pasukimas iki pirmojo segmento centro

!CSWPLA, KCN, KCS, PAR1, PAR2. Defines a local coordinate system at the origin of the working plane.

CSWPLA,11,0,1,1, ! Pasuktos asies issaugojimas

```

*DO,I,1,17          ! WP asių pasukimas ir issaugojimas
  WPROTA,,20.0
  CSWPLA,I+11,0,1,1, ! Pasuktu asių issaugojimas
*ENDDO
WPCSYS,-1,0        ! Atsukame koordinacių ašis į globalią poziciją
*DO,I,1,17          ! Uždedame atributus turiams
  VSEL,S,VOLU,,36-I
  VATT,1, ,1,I+10
  VSEL,ALL
*ENDDO
VSEL,S,VOLU,,1      ! Uždedame atributą turiai Nr.1 (turiai numeruojami ne iš eilės)
VATT,1, ,1,28
VSEL,ALL
!=====

LCSL,46,190
LCSL,44,214

LCSL,40,128
LCSL,68,129

LCSL,26,116
LCSL,28,142

LSEL,S,,43
ASBL,146,ALL
LSEL,S,,44
ASBL,150,ALL
LSEL,S,,47
ASBL,154,ALL
LSEL,S,,26
ASBL,158,ALL

LSEL,S,,13
ASBL,170,ALL
LSEL,S,,14
ASBL,174,ALL
LSEL,S,,22
ASBL,178,ALL
LSEL,S,,21
ASBL,114,ALL

LSEL,S,,29
ASBL,122,ALL
LSEL,S,,30
ASBL,126,ALL
LSEL,S,,39
ASBL,130,ALL
LSEL,S,,38
ASBL,134,ALL
ADELE,13,,1
ADELE,19,,1
ADELE,33,,1

MSHAPE,1,3D
MSHKEY,0
VMESH,ALL

ASEL,S,AREA,,7
ASEL,A,AREA,,10
ASEL,A,AREA,,14
ASEL,A,AREA,,15

```

```
NSLA,S,1
CP,1,VOLT,ALL
*GET,N1,NODE,,NUM,MIN
D,N1,VOLT,130
NSEL,ALL
ASEL,ALL
```

```
ASEL,S,AREA,,7
ASEL,A,AREA,,10
ASEL,A,AREA,,14
ASEL,A,AREA,,15
NSLA,S,1
CP,1,VOLT,ALL
*GET,N1,NODE,,NUM,MIN
D,N1,VOLT,130
NSEL,ALL
ASEL,ALL
```

```
ASEL,S,AREA,,17
ASEL,A,AREA,,22
ASEL,A,AREA,,24
ASEL,A,AREA,,25
NSLA,S,1
CP,2,VOLT,ALL
*GET,N2,NODE,,NUM,MIN
D,N2,VOLT,130
NSEL,ALL
ASEL,ALL
```

```
ASEL,S,AREA,,28
ASEL,A,AREA,,31
ASEL,A,AREA,,35
ASEL,A,AREA,,36
NSLA,S,1
CP,3,VOLT,ALL
*GET,N3,NODE,,NUM,MIN
D,N3,VOLT,130
NSEL,ALL
ASEL,ALL
```

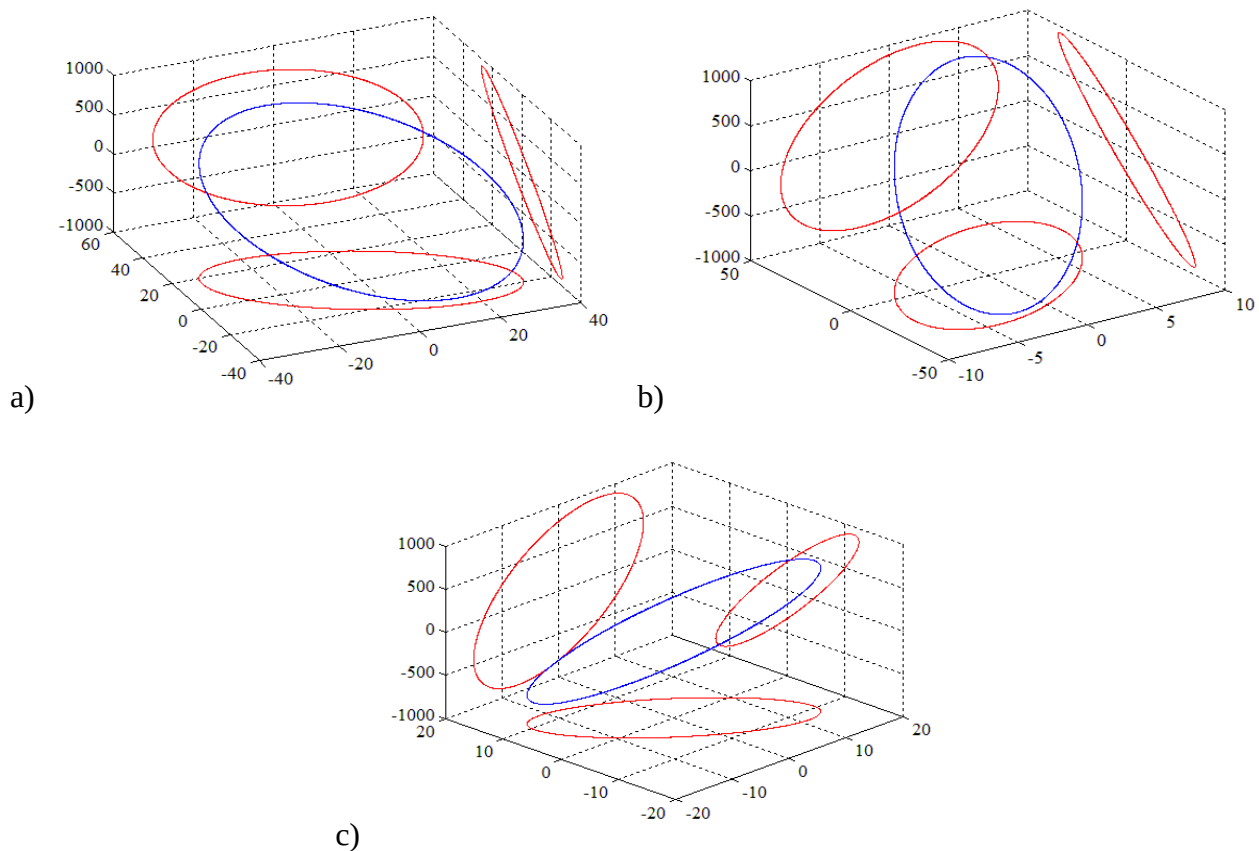
! IZEMINIMAS - VIDINIS CILINDRO PAVIRSIUS

```
ASEL,S,AREA,,115,179,4
ASEL,A,AREA,,4
DA,ALL,VOLT,0
ASEL,ALL
```

```
/REPLOT
FINISH
/SOL
ANTYPE,3
HARFRQ,100000,138000
NSUBST,200
KBC,0
/STATUS,SOLU
SOLVE
/POST1
```

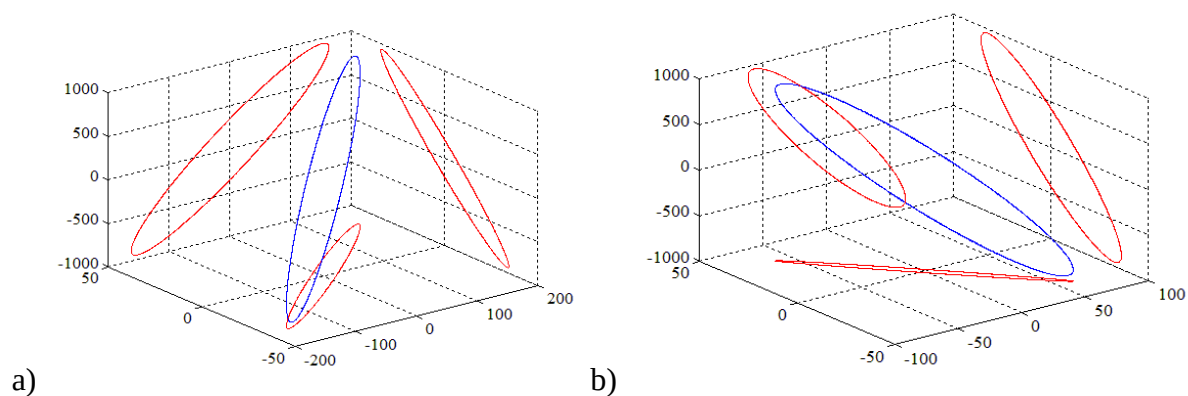
B PRIEDAS HARMONINĖS ANALIZĖS REZULTATAI

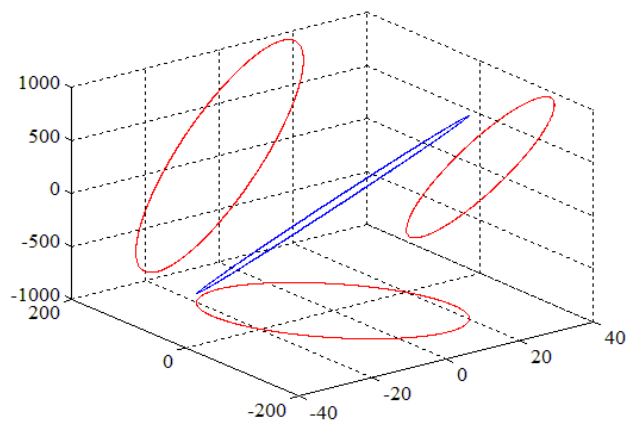
Cilindras $r = 11\text{mm}$, $R = 13\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$, pirma elektrodų schema.



1 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 1437 b) taškas 4125 c) taškas 6813.

Cilindras $r = 12\text{mm}$, $R = 14\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$.

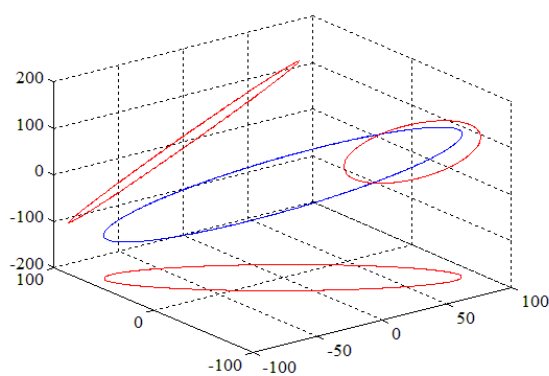




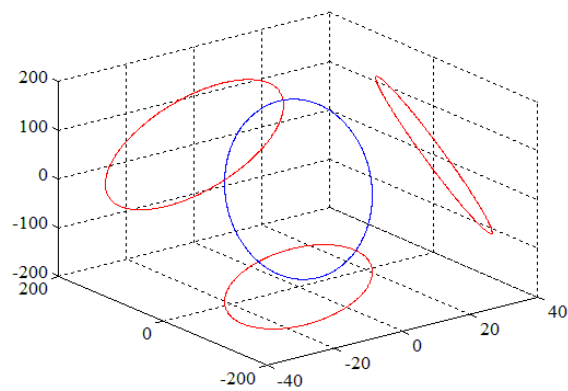
c)

2 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 1437 b) taškas 4125 c) taškas 6813.

Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 7\text{mm}$.



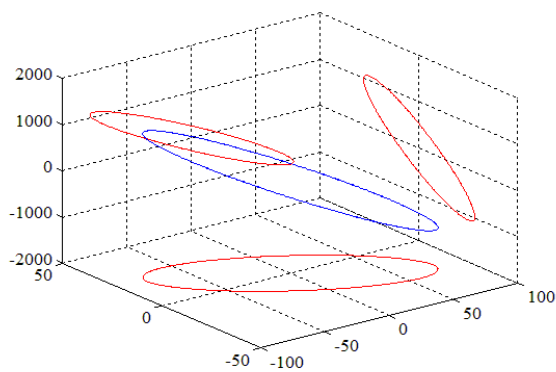
a)



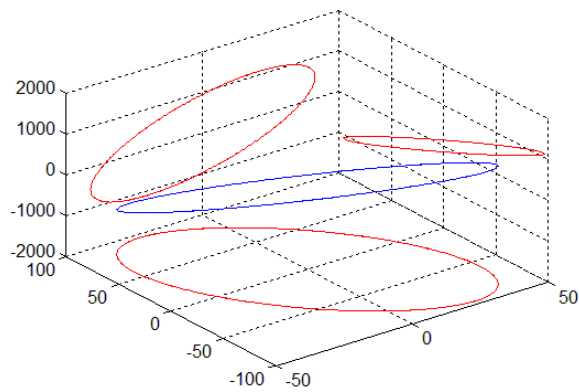
b)

3 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 3537 b) taškas 5841.

Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$.



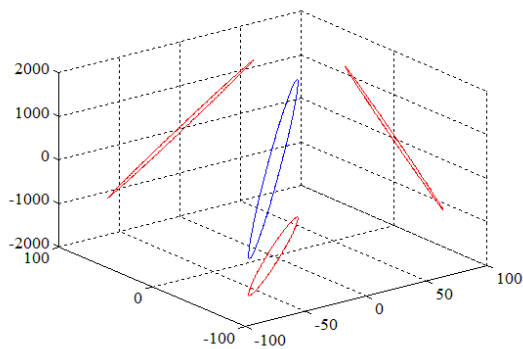
a)



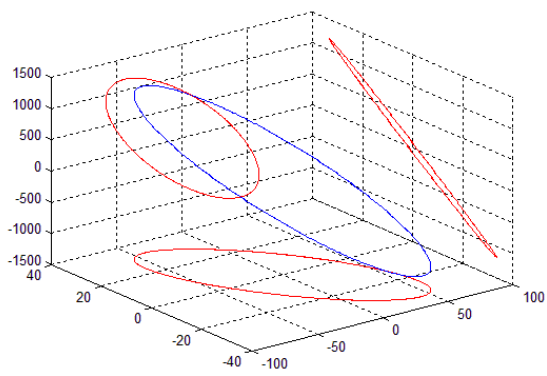
b)

4 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 4705 b) taškas 7777.

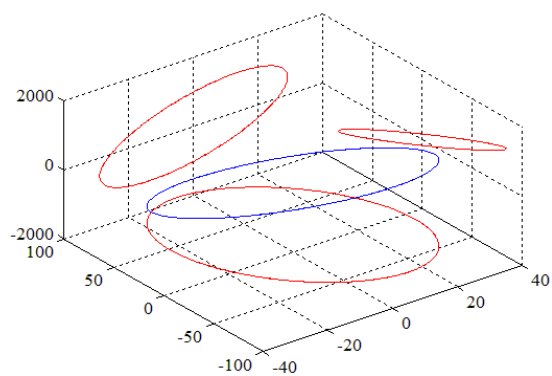
Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 15\text{mm}$.



a)

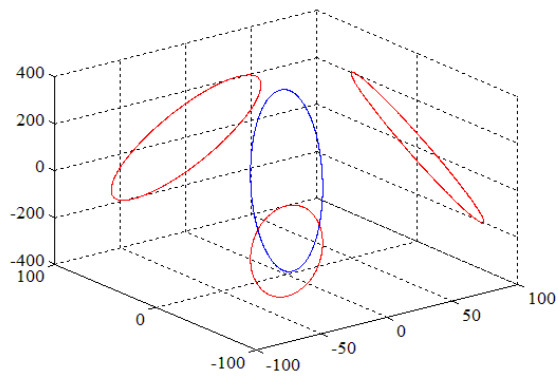


b)

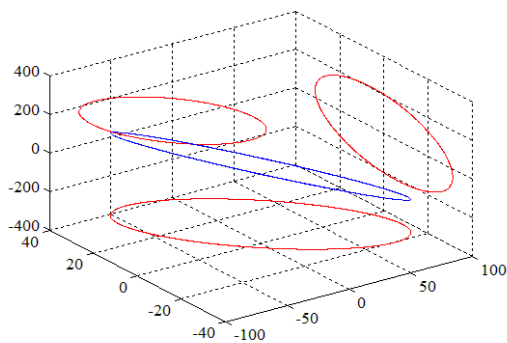


c)

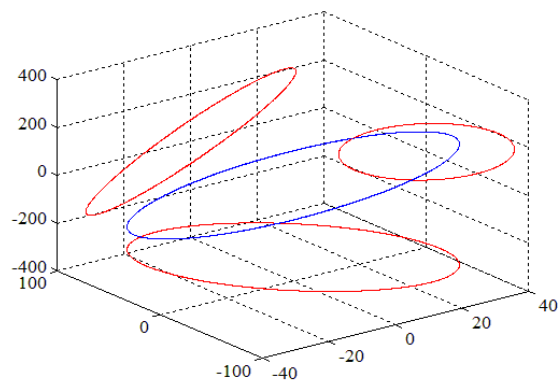
5 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 1633 b) taškas 4705 c) taškas 7777.
Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 16\text{mm}$.



a)



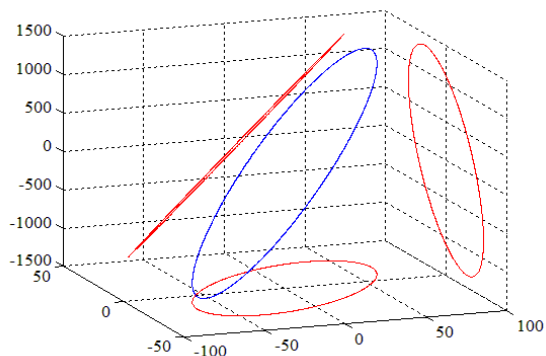
b)



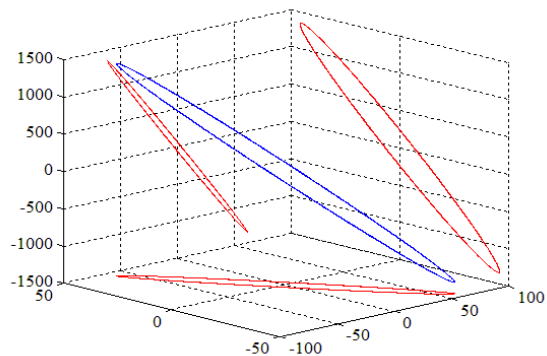
c)

6 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 1633 b) taškas 4705 c) taškas 7777.

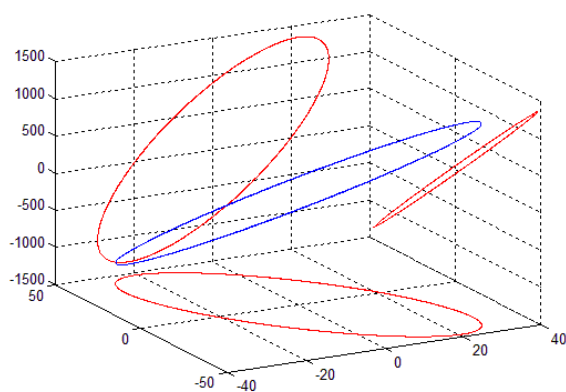
Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 17\text{mm}$.



a)



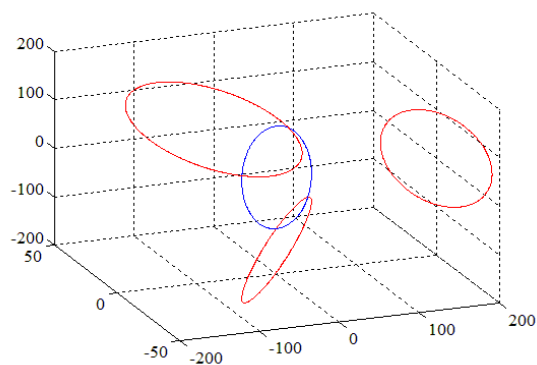
b)



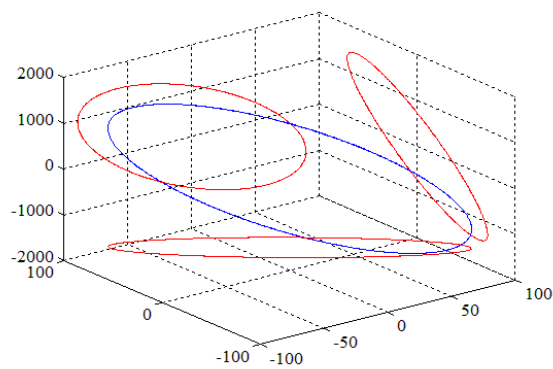
c)

7 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 1633 b) taškas 4705 c) taškas 7777.

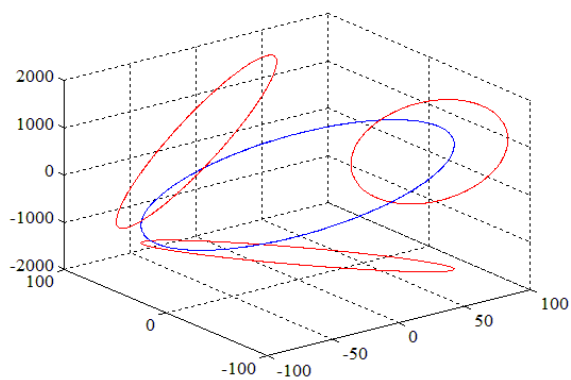
Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 18\text{mm}$.



a)



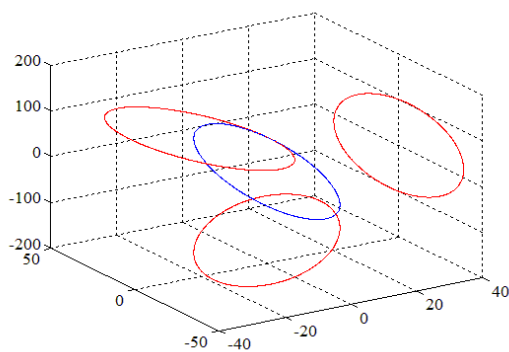
b)



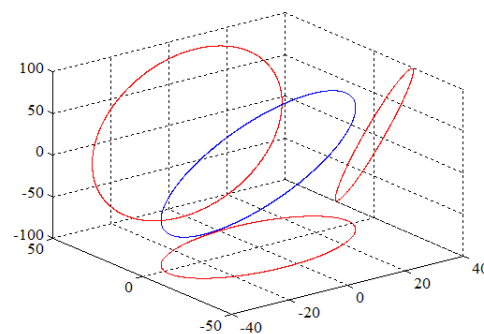
c)

8 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 1633 b) taškas 4705 c) taškas 7777.

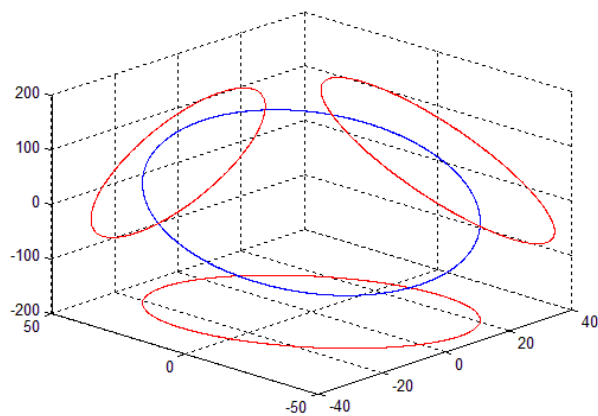
Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 25\text{mm}$.



a)



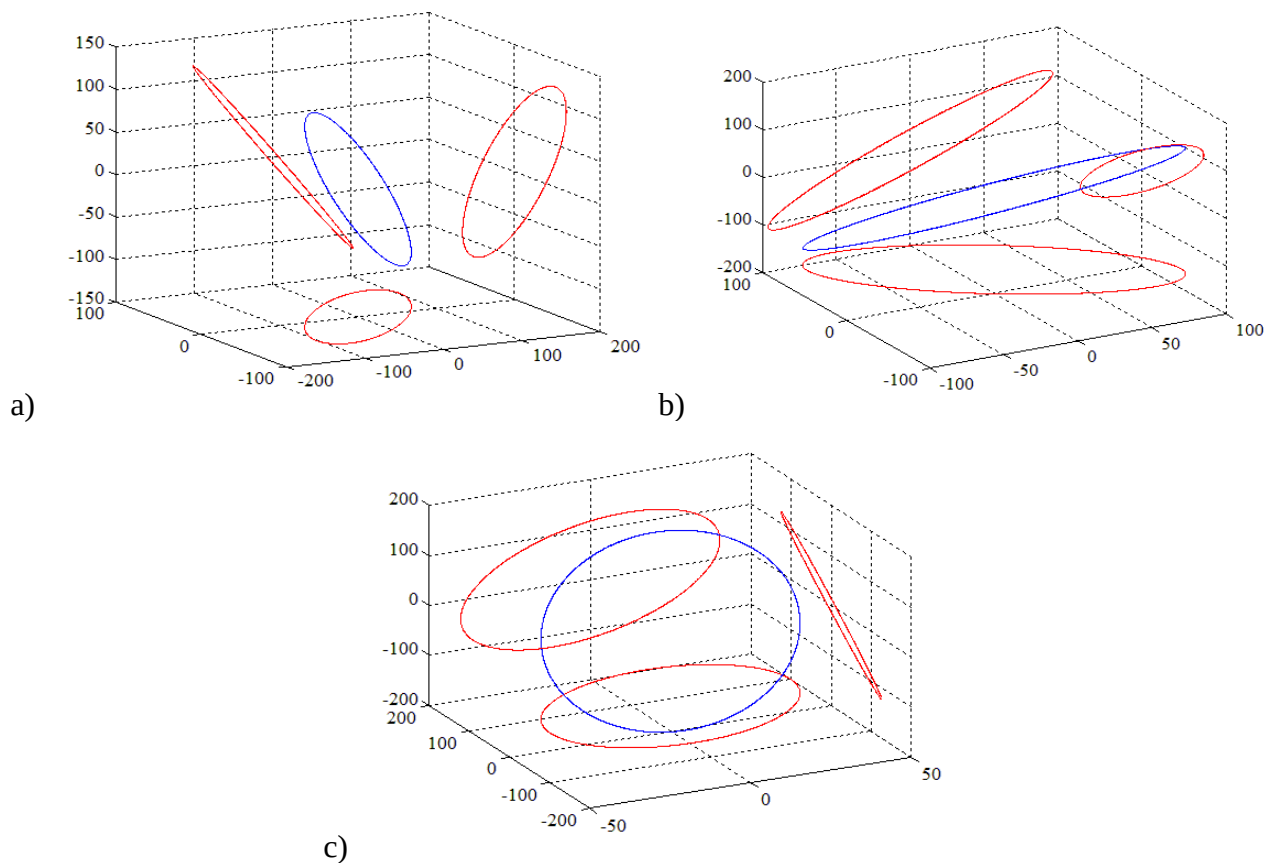
b)



c)

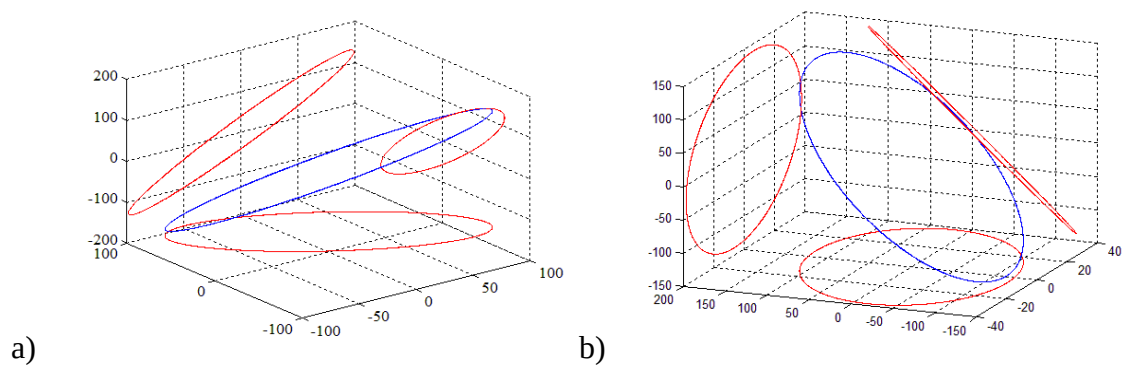
9 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 1633 b) taškas 4705 c) taškas 7777.

Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 27\text{mm}$.



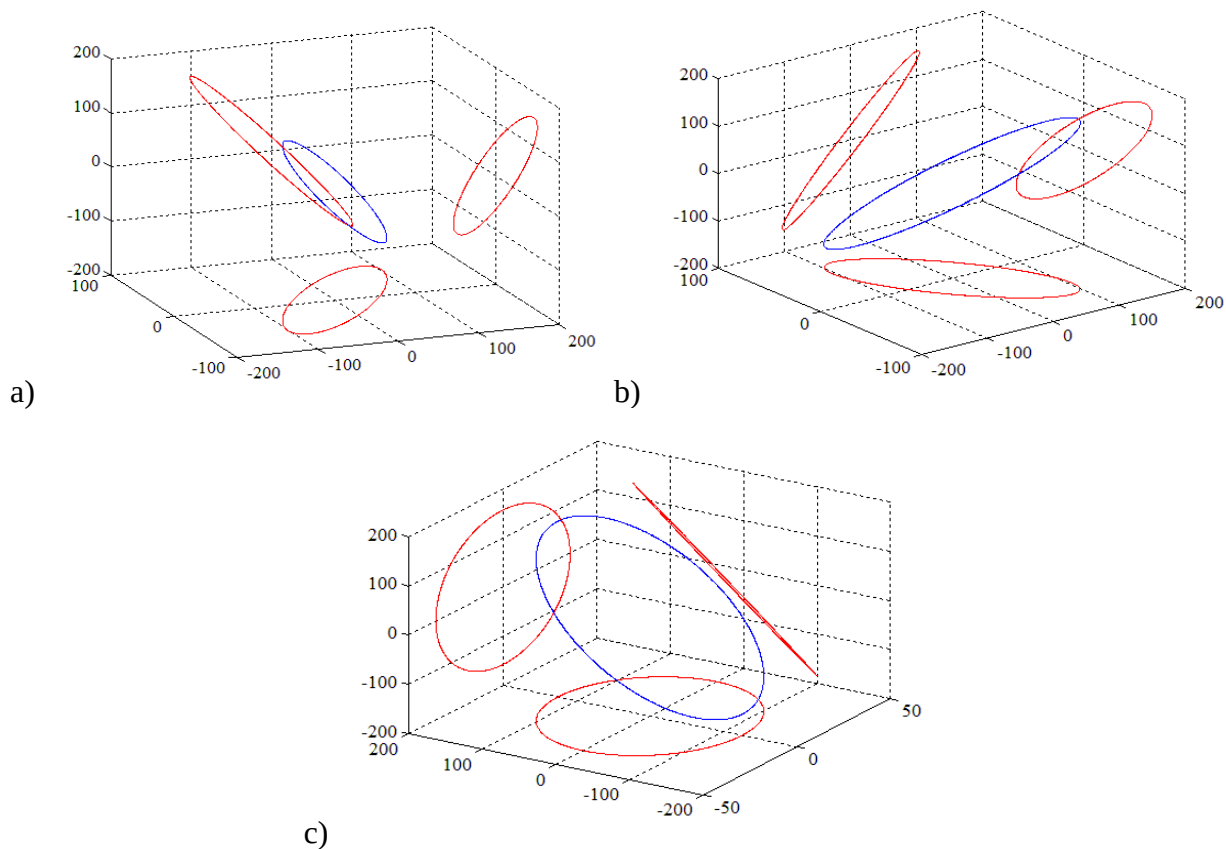
10 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 1633 b) taškas 4705 c) taškas 7777.

Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 28\text{mm}$.



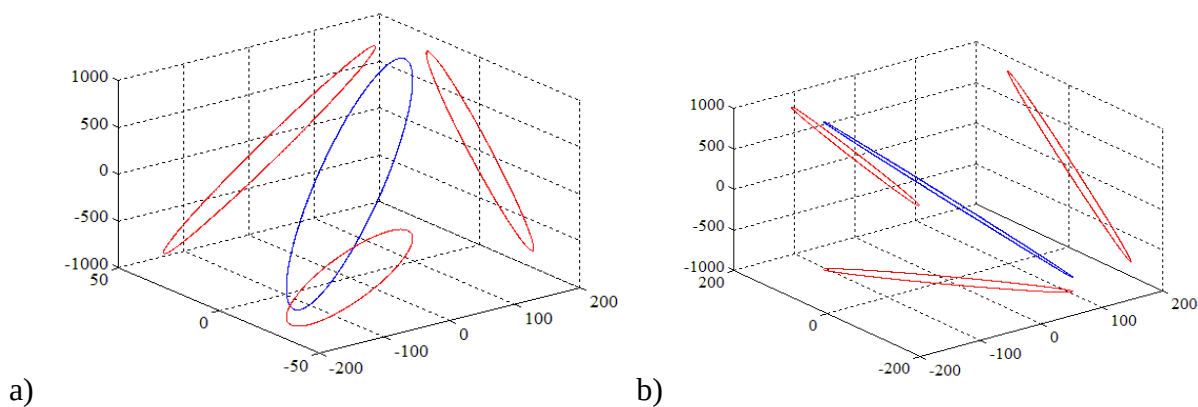
11 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 4705 b) taškas 7777.

Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 29\text{mm}$.



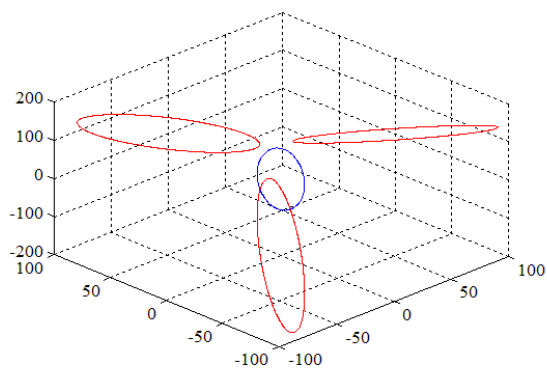
12 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 1633 b) taškas 4705 c) taškas 7777.

Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 14\text{mm}$, $l = 11.17$, $\alpha = 51^\circ$, antra elektrodų schema.

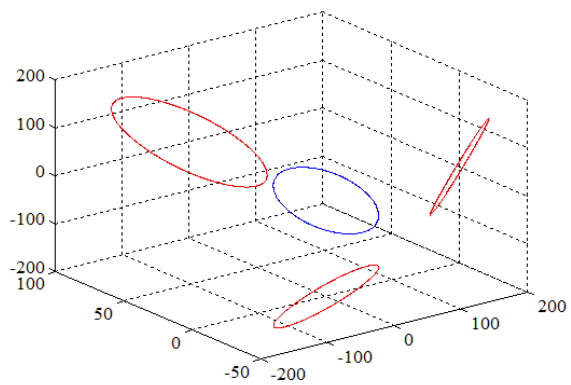


13 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 5472 b) taškas 12983.

Cilindras $r = 14\text{mm}$, $R = 16\text{mm}$, $h = 7\text{mm}$, $l = 11.17$, $\alpha = 32^\circ$, antra elektrodų schema.



a)



b)

14 pav. Kontaktinių taškų judėjimas erdvėje: a) taškas 3741 b) taškas 9018.