



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

STATYBOS FAKULTETAS

GELŽBETONINIŲ IR MŪRINIŲ KONSTRUKCIJŲ KATEDRA

Ignas Staškus

**GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ ĮTEMPIŲ IR DEFORMACIJŲ BŪVIO
ĮVERTINIMAS ESANT KINTAMIEMS ILGALAIKIAMS APKROVŲ
REŽIMAMS**

**STRESS AND STRAIN LONG-TERM BEHAVIOUR EVALUATION WHEN
REINFORCED CONCRETE ELEMENT PERMANENT LOAD IS
INCREASING GRADUALLY**

Baigiamasis magistro darbas

Statinių konstrukcijų studijų programa, valstybinis kodas 621H21001

Pastatų konstrukcijų specializacija

Statybos inžinerijos studijų kryptis 02T

Vilnius, 2014

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

STATYBOS FAKULTETAS

GELŽBETONINIŲ IR MŪRINIŲ KONSTRUKCIJŲ KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

(Parašas)

Juozas Valivonis
(Vardas, pavardė)

(Data)

Ignas Staškus

**GELŽBETONINIŲ ELEMENTŲ ĮTEMPIŲ IR DEFORMACIJŲ BŪVIO
ĮVERTINIMAS ESANT KINTAMIEMS ILGALAIKIAMS APKROVŲ
REŽIMAMS**

**STRESS AND STRAIN LONG-TERM BEHAVIOUR EVALUATION WHEN
REINFORCED CONCRETE ELEMENT PERMANENT LOAD IS
INCREASING GRADUALLY**

Baigiamasis magistro darbas

Statinių konstrukcijų studijų programa, valstybinis kodas 621H21001

Pastatų konstrukcijų specializacija

Statybos inžinerijos studijų kryptis 02T

Vadovas

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Lietuvių kalbos konsultantas

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Vilnius, 2014

Vilniaus Gedimino technikos universitetas Statybos fakultetas Gelžbetoninių ir mūrinių konstrukcijų katedra	ISBN _____ ISSN _____ Egz. sk. Data-.....-.....
---	--

Antrosios pakopos studijų Statinių konstrukcijų programos magistro baigiamasis darbas Pavadinimas Gelžbetoninių elementų įtempių ir deformacijų būvio įvertinimas esant kintamiems ilgalaikiams apkrovų režimams Autorius Ignas Staškus Vadovas doc. dr. Robertas Balevičius

Kalba:
 lietuvių

Anotacija Monolitinio pastato įrąžoms skaičiuoti, projektuotojas kurdamas pastato skaičiuotinį modelį, jį traktuoja kaip „akimirksniu“ pastatytą. Pastato statybos metu nuolatinė apkrova nuo perdangų savojo svorio, auga palaipsniui, betonuojant aukštą po aukšto, kol galiausiai, užbetuojamas paskutinis aukštas. Darbe pasiūlytas ir skaitiškai realizuotas modelis, įvertinantis betono ir armatūros įtempių bei deformacijų kitimo istoriją dėl laike palaipsniui augančios apkrovos nuo perdangų savojo svorio. Darbe taikomas superpozicijos principas betono valkšnumo deformacijoms, atsižvelgiant į Volterra lygtį. Pasiūlyta matematinė formuluotė pagrįsta matriciniu skaičiavimu ir apibendrintąją funkcijos vidurkio teorema taikant betono valkšnumui. Skaitiniu būdu gauti rezultatai patikrinti analitiškai. Modelis pritaikytas daugiaaukščio pastato papildomų šlyties jėgų perdangose, atsirandančių dėl gretimų kolonų skirtingų poslinkių vystymosi per laiką radimui. Gauti rezultatai patikrinti su apytikslis skaičiavimo rezultatais, taikant normų EC-2 reikalavimus betono valkšnumo deformacijoms. Perdangų praspaudimą kolona, kai pastarosios yra greta pastato standumo branduolių, kurių deformatyvumas yra ženkliai mažesnis, reiktų tikrinti atsižvelgiant į papildomas šlyties jėgas, atsirandančias dėl betono susitraukimo ir valkšnumo įtakos. Darbo apimtis – 88 p. teksto, 54 iliustr., 12 lent. ir 9 literatūros šaltiniai. Atskirai pridedami priedai.

Prasminiai žodžiai: Valkšnumas, gelžbetonis, senėjimo koeficientas, daugiaaukštis pastatas, įtempių ir deformacijų būvis laiko atžvilgiu
--

Vilnius Gediminas Technical University Faculty of Civil Engineering Department of Reinforced Concrete and Masonry Structures	ISBN _____ ISSN _____ Copies No. Date-.....-.....
--	--

Master Degree Studies Structural Engineering study programme Master Graduation Thesis Title Reinforced concrete elements of the stress and strain condition evaluation while being variable long-term loads modes Author Ignas Staškus Academic supervisor Assoc Prof Dr Robertas Balevičius

Thesis language:
 Lithuanian

Annotation The designer calculates a building as an instantly built. However, during construction the permanent load is increasing gradually because the floors are built step by step. This paper introduces a numerically implemented mathematical model for the column analysis accounting for the stress and strain change in reinforcement and concrete with time due to the increasing in time permanent loads induced by the self-weight of each slab during construction. The mathematical formulation is based on the superposition principle for the creep strain described by Volterra's integro-differential equation and involves a matrix solution of linear equations derived via application of the generalized mean theorem for integration. The results obtained are also verified analytically. Finally, the proposed model is applied to calculate extra shear forces caused by the deflections appearing to the adjacent columns of different cross-sections. The results obtained are also compared with the approximate calculation treating the building as an instantly built. The results indicate that additional shear forces due to different displacements of the adjacent columns are quite mild. However, the additional shear forces can be sufficiently high, if the column is located near the high stiffness walls in a non-sway building. In this case, the extra shear forces should be determined via time-dependent analysis accounting on the creep and shrinkage strains relying on the gradually increasing load during construction. The thesis consists of 88 pages, 54 pictures, 12 tables, 9 bibliographic sources. Appendixes included separately.

Keywords: creep, reinforced concrete, coefficient of ageing, multi-storey building, time-dependent stress and strain analysis.
--

Turinys

Paveikslėlių sąrašas	3
Lentelių sąrašas	5
IVADAS	6
1 MATEMATINIO MODELIO SUDARYMAS	9
1.1 Matematinio modelio sudarymo pagrindiniai principai.....	9
1.2 Matematinio modelio prielaidos	10
1.3 Skaitinė modelio formuluotė.....	10
1.4 Modelio taikymas centriškai gniuždomo gelžbetoninio elemento ilgalaikiam įtempių ir deformacijų būviui prognozuoti.....	18
1.5 Valkšnumo ir traukumo charakteristikų matematinis aprašymas	19
1.5.1 Valkšnumo koeficiento skaičiavimas	19
1.5.2 Tamprumo modulio skaičiavimas	21
1.5.3 Traukumo skaičiavimas.....	22
1.6 Išvados ir rekomendacijos	23
2 MODELIO TIKRINIMAS IR VERIFIKACIJA	23
2.1 Modelio tikrinimas grynosios relaksacijos atvežiui	23
2.1.1 Senėjimo grafikai, kai $f_{cm} = 20$ MPa, RH = 50 %, $h_0 = 100$ mm	23
2.1.2 Senėjimo koeficientų grafikai, kai $f_{cm} = 20$ MPa, RH = 50 %, $h_0 = 1000$ mm	25
2.1.3 Senėjimo koeficientų grafikai, kai $f_{cm} = 20$ MPa, RH = 80 %, $h_0 = 100$ mm....	26
2.1.4 Senėjimo koeficientų grafikai, kai $f_{cm} = 60$ MPa, RH = 50 %, $h_0 = 100$ mm	28
2.1.5 Išvados ir rekomendacijos	29
2.2 Senėjimo koeficientų reikšmės įvertinus armatūrą	30
2.3 Analitinio ir skaitinio skaičiavimo verifikacija	31
2.3.1 Analitinis AEMM įtempių skaičiavimo metodas	33
2.3.1.1 Skaičiavimas pagal AEMM metodą, kai $P = \text{const.}$	34
2.3.1.2 Skaičiavimas pagal AEMM metodą, kai $P \neq \text{const.}$	36
2.3.2 Analitinis ASSA įtempių skaičiavimo metodas	40
2.3.2.1 Skaičiavimas pagal ASSA metodą, kai $P = \text{const.}$	40
2.3.2.2 Skaičiavimas pagal ASSA metodą, kai $P \neq \text{const.}$	42
2.3.3 Betono įtempių skaičiavimas, kai kintama apkrova pridėta po keletos dienų....	45
2.3.3.1 Skaičiavimas pagal AEMM metodą, kai apkrova pridėta po keletos dienų	46
2.3.3.2 Skaičiavimas pagal ASSA metodą, kai apkrova pridėta po keletos dienų..	48

2.3.4	Apytikslis skaičiavimas (Simplified Method)	50
2.4	Išvados ir rekomendacijos	50
3	SUPERPOZICIJOS PRINCIPO EKSPERIMENTINIS TIKRINIMAS	51
3.1	Superpozicijos principo formuluotė.....	51
3.2	Ekspirimentinis tikrinimas	53
3.3	Išvados ir rekomendacijos	56
4	DAUGIAAUKŠČIO PASTATO ILGALAIKIO KOLONŲ ĮTEMPIŲ IR DEFORMACIJŲ BŪVIO ANALIZĖ	56
4.1	Skaičiuotinis modelis	57
4.2	Kolonų įtempių – deformacijų būvis, kai perdangų statyba vyksta kas 28 dienas	60
4.2.1	Apvalaus skerspjūvio kolonos analizė.....	60
4.2.2	Stačiakampio skerspjūvio kolonos analizė	62
4.2.3	Stačiakampės ir apvalios kolonos skerspjūvių įtempių – deformacijų būvis	65
4.3	Kolonų įtempių – deformacijų būvis, kai perdangų statyba vyksta kas 14 dienų.....	67
4.3.1	Apvalaus skerspjūvio kolonos analizė.....	67
4.3.2	Stačiakampio skerspjūvio kolonos analizė	68
5	PAPILDOMŲ ĮRĄŽŲ ATSIKADIMAS DĖL SKIRTINGŲ KOLONŲ DEFORMACIJŲ PER LAIKĄ	70
5.1	Kolonų poslinkių skaičiavimas	71
5.2	Gretutinių kolonų papildomų įrąžų skaičiavimas	73
5.3	Kolonos ir standumo branduolio papildomų įrąžų skaičiavimas.....	76
	DARBO APROBAVIMAS	79
	IŠVADOS.....	80
	Literatūros sąrašas.	82
	A priedas.....	83
	B priedas	88

Paveikslėlių sąrašas

1 pav. Valkšnumą suformuojantys veiksniai nuo apkrovimo	6
2 pav. Deformacijų ir įtempių kreivė tik apkrovus elementą.....	7
3 pav. Apkrovos pridėjimo tipas: a – „akimirksninis“, b – keliant aukštą po aukšto	8
1.1 pav. Įtempių ir deformacijų kitimo kreivės (Bačinskas (2002) 33 psl.)	9
1.2 pav. Skaitinės aproksimacijos tiesinei betono valkšnumo daliai grafinė interpretacija.....	15
2.1 pav. Skaitinio modelio senėjimo koeficiento grafikai, kai $f_{cm}=20$ MPa, RH=50%, $h_0 = 100$ mm.....	24
2.2 pav. Senėjimo koeficiento grafikai pagal A. Ghali, R. Favre, M. Elbadry(2002), kai $f_{cm} = 20$ MPa, RH = 50 %, $h_0 = 100$ mm	24
2.3 pav. Senėjimo koeficiento grafikai grynosios relaksacijos atvejui, kai $f_{cm}=20$ MPa, RH=50%, $h_0 = 1000$ mm.....	25
2.4 pav. Senėjimo koeficiento grafikai pagal A. Ghali, R. Favre, M. Elbadry, kai $f_{cm} = 20$ MPa, RH = 50 %, $h_0 = 1000$ mm	25
2.5 pav. Senėjimo koeficientų grafikų 2.1 ir 2.7 palyginimas	26
2.6 pav. Senėjimo koeficiento grafikai grynosios relaksacijos atvejui, kai $f_{cm}=20$ MPa, RH=80%, $h_0 = 100$ mm.....	26
2.7 pav. Senėjimo koeficiento grafikai pagal A. Ghali, R. Favre, M. Elbadry, kai $f_{cm} = 20$ MPa, RH = 80 %, $h_0 = 100$ mm	27
2.8 pav. Senėjimo koeficientų grafikų 2.1 ir 2.10 palyginimas	27
2.9 pav. Senėjimo koeficiento grafikai grynosios relaksacijos atvejui, kai $f_{cm}=60$ MPa, RH=50%, $h_0 = 100$ mm.....	28
2.10 pav. Senėjimo koeficiento grafikai pagal A. Ghali, R. Favre, M. Elbadry, kai $f_{cm} = 60$ MPa, RH = 50 %, $h_0 = 100$ mm	28
2.11 pav. Senėjimo koeficientų grafikų 2.1 ir 2.13 palyginimas	29
2.12 pav. Armavimo įtaka ($\mu = 0,005$) senėjimo koeficientui	30
2.13 pav. Armavimo įtaka ($\mu = 0,035$) senėjimo koeficientui	30
2.14 pav. Laipsniškai mažėjanti įtempių istorija.....	33
2.15 pav. Apkrovos kitimo istorija.....	37
2.16 pav. Valkšnumo koeficientų kitimas.....	37
3.1 pav. Eksperimentų A, B ir C įtempių režimai.....	53
3.2 pav. Betono deformacijų kaita per laiką t	53
3.3 pav. Eksperimentinės visiškosios deformacijos pagal A. A. Gvozdevą ir kt (1969).....	54
3.4 pav. Eksperimentinės visiškosios deformacijos po nukrovimo	55
3.5 pav. Eksperimentinių ir superpozicijos deformacijų priklausomybės palyginimas.....	55
3.6 pav. Liekamosios plastinės deformacijos $\varepsilon_{pl}(t,t_0)$	55
3.7 pav. Eksperimentinės deformacijos pagal Gvozdevo (1969:32) bandymą.....	56
4.1 pav. Administracinis 17 aukštų pastatas	57
4.2 pav. Kolonų išsidėstymas pastate.....	
4.3 pav. Pastato altitudės.....	
4.4 pav. Atstumai tarp kolonų	58

4.5 pav.	Vidurinei kolonai tenkantis apkrovos plotas	58
4.6 pav.	Nagrinėjamų gelžbetoninių kolonų skerspjūviai: a – apvalus, b – stačiakampis	58
4.7 pav.	Nuolatinės apkrovos kitimo schema per laiką pastato statybos metu	60
4.8 pav.	Įtempių betone palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra apvalus	61
4.9 pav.	Įtempių armatūroje palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra apvalus	62
4.10 pav.	Deformacijų kitimas, kai kolonos skerspjūvis yra apvalus	62
4.11 pav.	Įtempių betone palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra stačiakampis	63
4.12 pav.	Įtempių armatūroje palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra stačiakampis	64
4.13 pav.	Deformacijų kitimas, kai kolonos skerspjūvis yra stačiakampis	64
4.14 pav.	Įtempių betone kolonų skirtinguose skerspjūviuose palyginimas	65
4.15 pav.	Įtempių armatūroje kolonų skirtinguose skerspjūviuose palyginimas	66
4.16 pav.	Įtempių betone palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra apvalus	67
4.17 pav.	Įtempių armatūroje palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra apvalus	68
4.18 pav.	Įtempių betone palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra stačiakampis	69
4.19 pav.	Įtempių armatūroje palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra stačiakampis	69
5.1 pav.	Superpozicijos principo schema papildomoms įrašoms rasti	70
5.2 pav.	Gretutinių kolonų poslinkiai	72
5.3 pav.	Papildomų skersinių jėgų tarp kolonų pastate diagramos	75
5.4 pav.	Papildomi lenkimo momentai, susidarę dėl skirtingų kolonų deformacijų	75
5.5 pav.	Gretutinė kolona ir standumo branduolys	76
5.6 pav.	Papildomų skersinių jėgų tarp kolonos ir standumo branduolio diagramos	78
5.7 pav.	Papildomi lenkimo momentai kolonose	78

Lentelių sąrašas

2.1 lentelė. Betono įtempių palyginimas tarp skaitinio ir AEMM metodikų, kai $P = \text{const}$	36
2.2 lentelė. Skaitinio metodo programa senėjimo ir valkšnumo koeficientų reikšmės.....	37
2.3 lentelė. Betono įtempių palyginimas tarp skaitinio ir ASSA metodikų, kai $P = \text{const}$	42
2.4 lentelė. Betono įtempių palyginimas tarp skaitinio ir AEMM metodikų, kai apkrova pridėta po keletos dienų.....	48
2.5 lentelė. Betono įtempių palyginimas tarp skaitinio ir ASSA metodikų, kai apkrova pridėta po keleto dienų	49
5.1 lentelė. Papildomų įrašų skaičiavimo rezultatai tarp gretutinių kolonų.....	74
5.2 lentelė. Papildomų įrašų skaičiavimo rezultatai tarp kolonos ir standumo branduolio	77
B.1 lentelė. Apytikslų įrašų skaičiavimas stačiakampėje kolonoje remiantis poslinkių metodu	89
B.2 lentelė. Apytikslų įrašų skaičiavimas apvalioje kolonoje remiantis poslinkių metodu ...	90
B.3 lentelė. Apytikslų įrašų skaičiavimas standumo branduolyje remiantis poslinkių metodu	91
B.4 lentelė. Apytikslų įrašų skaičiavimas stačiakampėje kolonoje, kai $t = 0.12$ m.....	92
B.5 lentelė. Apytikslų įrašų skaičiavimas apvalioje kolonoje, kai $t = 0.12$ m.....	93

IVADAS

Šiuolaikinėje statyboje vienas iš svarbiausių dalykų yra laiko faktorius. Užsakovai, statybininkai, siekiantys greito pelno, stato greitai ir dažnai neatsižvelgia į betono klasės pasiekimo laikotarpį – 28 paras. Magistro darbo tema bus siekiama patikrinti ar projektuojant neįvertinus: betono susitraukimo, valkšnumo ir apkrovos kitimo - statant pastatą per laiką gaunami rezultatai yra artimi tiksliai skaičiavimui įvertinus minėtus faktorius.

Valkšnumas – kietojo kūno savybė lėtai plastiškai deformuotis nuo pastovios apkrovos arba įtempių. Tai taip pat yra dalinai grįžtamas procesas, nukrovus betoninį elementą pasireiškia tamprių deformacijų atsistatymas ir dalinis valkšniųjų deformacijų atsistatymas.

Gelžbetoniniame elemente, apkrautame pastovia apkrova, įtempiai betone visalaik mažėja, t.y. betonas nusikrauna, o armatūra, nepasižyminti valkšnumu, apsikrauna papildomai, nes galioja darna tarp armatūros ir betono deformacijų.

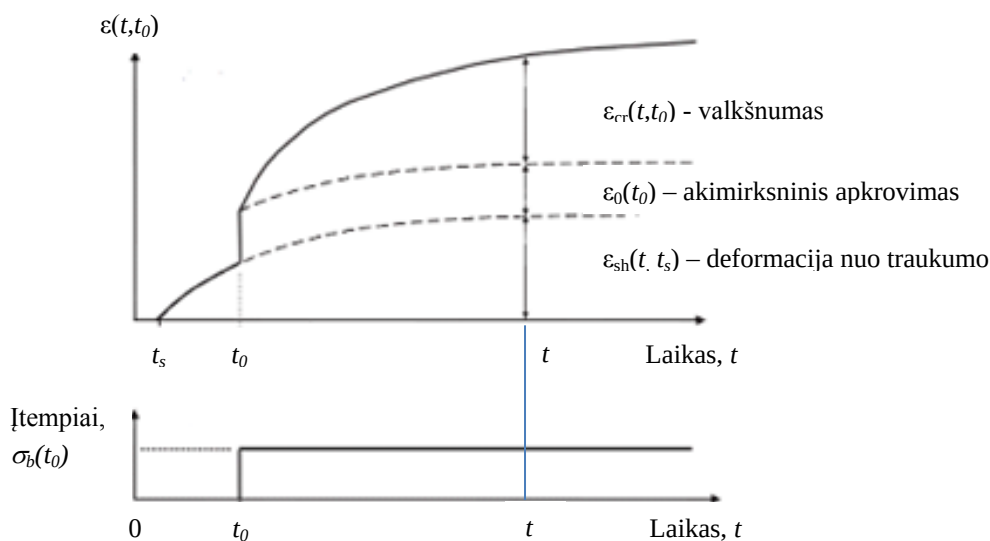
Betono deformacija susideda iš keletą ją lemiančių komponentų. Visiška deformacija susideda iš akimirksninių deformacijų apkrovimo metu, valkšnumo, traukumo 1 pav. (R. I. Gilbert 1988):

$$\varepsilon_b(t, t_0) = \varepsilon(t, t_0) + \varepsilon_{cr}(t, t_0) + \varepsilon_{sh}(t, t_s); \quad (1)$$

čia $\varepsilon(t, t_0)$ – deformacija nuo akimirksninio apkrovimo;

$\varepsilon_{cr}(t, t_0)$ – deformacija dėl betono valkšnumo, kai elementas apkrautas laiko atžvilgiu t_0 , o stebimas laiko momentas yra t ;

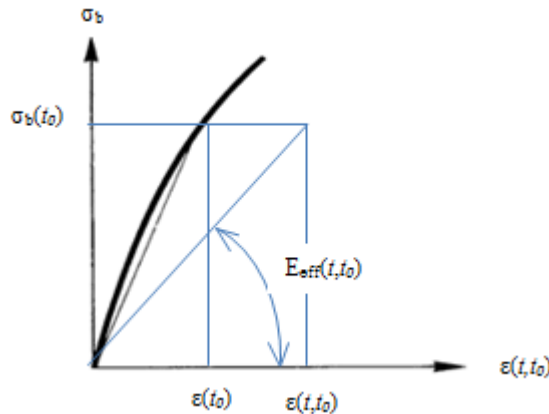
$\varepsilon_{sh}(t, t_s)$ – deformacija nuo traukumo.



1 pav. Valkšnumą suformuojantys veiksniai nuo apkrovimo

Tipinė gelžbetoninio elemento įtempių ir deformacijų būvio kreivė parodyta pav. 2 (Ghali ir kt. (2002) 1.1 pav. 3 psl.), kur įtempių ir deformacijų kintamumas yra proporcingas. Ši kreivė galioja apkrovimo metu, kai deformacijos gaunamos tik apkrovos elementą. Santykis apibrėžiamas formule:

$$\varepsilon_b(t_0) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)}. \quad (2)$$



2 pav. Deformacijų ir įtempių kreivė tik apkrovus elementą

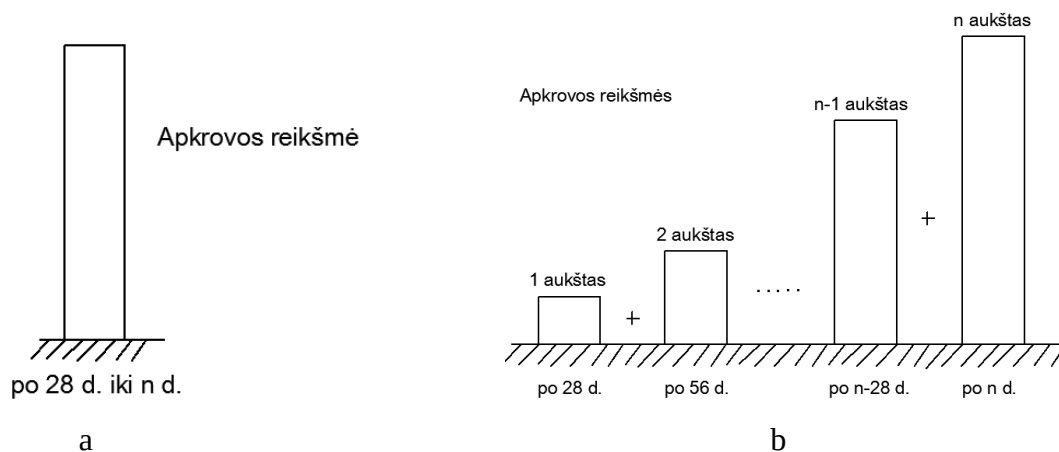
Veikiant kintamiems ilgalaikiams apkrovų režimams deformacija didėja laikui bėgant. Tai lemia valkšnumo atsiradimas ir deformacijos skaičiuojamos pagal (3) formulę, kur yra įvertinama valkšnumo įtaka konstrukcijai:

$$\varepsilon_b(t, t_0) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_b(t_0)} [1 + \varphi(t, t_0)]; \quad (3)$$

čia $\varphi(t, t_0)$ – valkšnumo koeficiento funkcija.

Kai apkrova yra kintama, tuomet betono deformacijos skaičiuojamos pagal Volterra lygtį (1.1). Volterra lygtis, deja, nėra patogi paprastam „rankiniam“ skaičiavimui, kadangi reikia išspręsti integralą įtempių atžvilgiu. Įtempių funkcija visada yra nežinoma, kad ją gauti reikia taikyti pusiausvyros ir deformacijos darnos lygtis. Pastarosios lygtys nėra integralinės, o yra algebrinės. Taigi siejant Volterra integralinę lygtį su minėtomis anksčiau mechanikos lygtimis būtina integralinę lygtį paversti diferencialine. Kai betono valkšnumo koeficiento arba mato funkcija priklauso nuo betono amžiaus τ , tuomet diferencialinės lygties pakeitimas vietoj integralinės yra analitiškai neįmanomas. Taigi galimas tik skaitinis Volterra sprendimas taikant mažus laiko intervalus ir juos integruojant. Darbe sprendžiant šią lygtį bus siekiama automatizuoti sprendimo eigą, tuo tikslu programiškai realizuojant sprendimo modelį.

Magistro darbo aktualumas tai, kad monolitinio pastato įrašoms skaičiuoti, armatūrai parinkti, projektuotojas, kurdamas pastato skaičiuotinį modelį, jį traktuoja kaip „akimirksniu“ pastatytą (pav. 3 a). Iš tiesų pastato statybos metu nuolatinė apkrova nuo perdangų savojo svorio auga laipsniškai, betonuojant aukštą po aukšto, kol galiausiai užbetonuojamas paskutinis aukštas (pav. 3 b). Kadangi esminė betono deformacijų dalis yra netamprioji, nulemta valkšnumo ir susitraukimo deformacijų kaitos per laiką, pastato kolonų įtempiai ir deformacijos, gauti įvertinus laipsniškai augančią apkrovą statybos metu, akivaizdu, bus skirtingi nei tie, kurie suskaičiuoti pridėjus viso pastato apkrovą „iškart“. Taigi yra labai aktualu ištirti valkšnumo ir susitraukimo deformacijas, bei apkrovos augimo poveikį pastato kolonos įtempių būviui.



3 pav. Apkrovos pridėjimo tipas: a – „akimirksninis“, b – keliant aukštą po aukšto

Darbo tikslas – įvertinti betono ir armatūros įtempių kitimo istoriją dėl laiko atžvilgiu laipsniškai augančios perdangų savojo svorio apkrovos, pritaikant superpozicijos principą betono valkšnumo deformacijoms, atsižvelgiant į Volterra lygtį.

Darbo uždaviniai:

- 1) Įvertinti papildomus lenkimo momentus bei skersines jėgas, atsirandančias dėl gretimų kolonų skirtingų betono deformacijų vystymosi per laiką.
- 2) Pasiūlytą modelį verifikuoti ir pritaikyti esamo daugiaaukščio pastato ikieksploatacinių poveikių skaičiavimui bei palyginti gautus rezultatus su rezultatais, gautais traktuojant pastatą kaip „akimirksniu“ pastatytą.

Temos naujumas. Nustatyti papildomas įrašas monolitinėse aukštų plokštėse, kurios atsiranda statybos eigoje, dėl gretutinių skirtingo skerspjūvio kolonų ir kolonų esančių greta standumo branduolių, skirtingų deformacijų. Šios įrašos projektavimo eigoje nėra vertinamos ir jų dydis nėra žinomas. Taip pat daugiaaukščio pastato skaičiavimas vykdomas keliant apkrova laiptiškai, užbetonuojant aukštą po aukšto. Gautų įtempių ir deformacijų rezultatai

bus palyginti su rezultatais, kai projektuojant imama visa apkrova nuo viso pastato iš karto. Bus patikrinta ar projektavimo metodas, nevertinantis statybos istorijos, skaičiuoja į „atsargą“ ar ne.

1 MATEMATINIO MODELIO SUDARYMAS

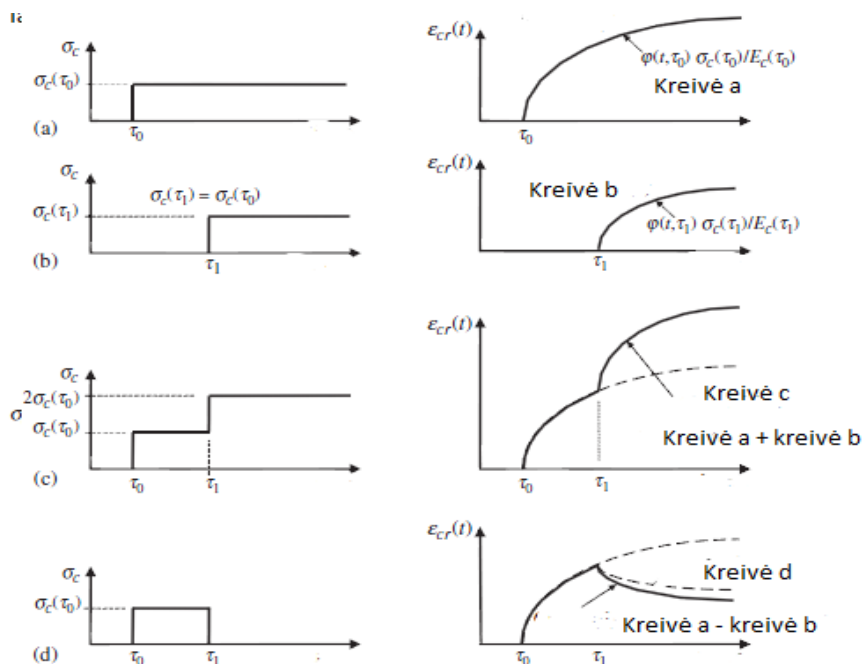
1.1 Matematinio modelio sudarymo pagrindiniai principai

Tiriant deformacijų ir įtempių būvį nuo ilgalaikės apkrovos galimi du variantai:

- a) $\sigma(t) = \text{const}, \varepsilon(t) \neq \text{const};$
- b) $\sigma(t) \neq \text{const}, \varepsilon(t) = \text{const}.$

Pagrindinės tiesinės betono valkšnumo teorijos lygties skaitinio tiesinio (betono valkšnumo deformacijos) uždavinys grindžiamas visiškios relaksacijos atveju, kada vyksta savaiminis įtempių mažėjimas išlaikant deformaciją pastovią. Siekiant surasti įtempių kitimo istoriją, deformacija pirminiame skaičiavime priimama lygi 1. Taigi sudarant matematinį modelį taikome b sąlygą, kai pastovi deformacija.

Visiškoms betono deformacijoms skaičiuoti naudojamas superpozicijos principas, kurį manoma pirmasis panaudojo McHenry. Jis teigė, kad deformacijos, atsirandančios nuo įtempių laiku τ , yra nepriklausomos nuo vėlesnių ar ankstesnių įtempių.



1.1 pav. Įtempių ir deformacijų kitimo kreivės (Bačinskas (2002) 33 psl.)

Augant įtempiams, kaip parodyta 1.1 c pav, superpozicijos principas reikalauja eksperimentinio stebėjimo. Valkšnumo kreivė, kurioje įtempiai didėja, gaunama sudėjus pavienes valkšnumo kreives, kurios veikia nepriklausomai viena nuo kitos, t.y. gali būti bandomos imant atskiras prizmes. Mažėjant įtempiams (1.1 d pav.), superpozicijos principas perversina valkšnumą, matyti, kad nukrovus prizmę pagal superpozicijos principą, bus gautas per didelis deformacijos atsistatymas, kas bandymo metu pasitvirtina 10-15 %. Išvada ta, kad Volterra lygtis neįvertina taip vadinamųjų antros eilės plastinių deformacijų, kurios bandant prizmes kaupiasi. Todėl Volterra lygties duodamos deformacijos nukrovimo metu yra per didelės. Šis efektas toliau bus tiriamas pagal Gvozdevo ir kt. eksperimentinius tyrimus.

Taikant superpozicijos principą, deformacija, veikiant kintamiems įtempiams, gali būti apskaičiuota sumuojant deformacijos, sukeltos atskiro įtempių prieaugio. Laikas yra suskirstomas į intervalus: kuo daugiau intervalų, tuo gaunami tikslesni rezultatai.

1.2 Matematinio modelio prielaidos

Tiesinėje betono valkšnumo teorijoje taikomos šios prielaidos:

1. Nagrinėjama vienalytė izotropinė medžiaga.
2. Pagrindinės betono charakteristikos: tamprumo modulis ir valkšnumo matas, esant stacionariam apkrovimui.
3. Visiškosios betono deformacijos susideda iš tamprių – akimirksninių, atsirandančių apkrovimo metu, deformacijų ir valkšnumo deformacijų, kurias sukelia ilgalaikė apkrova.
4. Visiškosioms betono deformacijoms galioja superpozicijos principas.
5. Tarp betono įtempių ir deformacijų galioja tik tiesinės lygtys.
6. Antrosios eilės efektai nevertinami, $\lambda < \lambda_{lim}$ (čia λ – skaičiuotinis liaunis, λ_{lim} – ribinis liaunis pagal EC-2).

1.3 Skaitinė modelio formuluotė

Kaip minėjome anksčiau, Volterra lygtis nėra tinkama spręsti „rankiniu“ būdu. Dėl to, kad įtempių funkcija visada yra nežinoma. Taigi galimas tik skaitinis Volterra sprendimas.

Analitinis lygties (1.1) sprendimas galimas tik atskirais atvejais, specialiai parenkant valkšnumo mato išraišką, kad ši duotų matematiškai apytiksliai valkšnumo branduolio išraišką.

Įtempių ir deformacijų būviui aprašyti taikoma Volterra lygis:

$$\varepsilon_b(t_n, t_0) = \sigma_b(t_0) \delta(t, t_0) + \int_{\sigma_b(t_0)}^{\sigma_b(t)} \delta(t, \tau) d\sigma_b; \quad (1.1)$$

čia

$\varepsilon_b(t_n, t_0)$ – betono deformacijos stebimu laiko momentu t_n , apkrovus jį po betonavimo praėjus laikui t_0 ;

$\sigma_b(t_0)$ – įtempių reikšmė apkrovimo momentu t_0 ;

$\delta(t, \tau)$ – vienetinių įtempių sukeltos deformacijos.

Betono įtempiai pridedami skirtingais laiko momentais $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$:

$$\varepsilon_b(t_n, t_0) = \Delta\sigma_{b0}(t_0) \delta(t_n, t_0) + \Delta\sigma_{b1}(t_1) \delta(t_n, t_1) + \Delta\sigma_{bn}(t_n) \delta(t_n, t_n) = \sigma_b(\tau) \delta(t_n, \tau); \quad (1.2)$$

čia

$$\sigma_b(\tau) = \Delta\sigma_{b0}(t_0) + \Delta\sigma_{b1}(t_1) + \dots + \Delta\sigma_{bn}(t_n). \quad (1.3)$$

Pereinant prie ribos (1.2) - (1.4) formulės gali būti išreikštos integraline forma:

$$\varepsilon_b(t_n, t_0) = \sigma_b(t_0) \delta(t, t_0) + \int_{t_0}^t \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \delta(t_n, \tau) d\tau. \quad (1.4)$$

Visiškos betono deformacijos, veikiant vienetiniams įtempiams žymimos $\delta(t_n, \tau)$:

$$\delta(t_n, \tau) = \frac{1}{E_b(\tau)} + C(t_n, \tau); \quad (1.5)$$

čia

$C(t_n, \tau)$ – valkšnumo matas;

$E_b(\tau)$ – betono tamprumo modulis laiko momentu τ .

Padalinkime laikotarpį $t_n - t_0$ į n dalių - $t_0, t_1, t_2, \dots, t_{i-1}, t_i, \dots, t_{n-1}, t_n$. Tuomet lygties integralo diferencialinį narį galima užrašyti taip:

$$\begin{aligned} \int_{t_0}^{t_n} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \delta(t_n, \tau) d\tau &= \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \delta(t_n, \tau) d\tau + \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \delta(t_n, \tau) d\tau + \dots + \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \delta(t_n, \tau) d\tau + \\ &+ \dots + \int_{t_{n-2}}^{t_{n-1}} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \delta(t_n, \tau) d\tau + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \delta(t_n, \tau) d\tau. \end{aligned} \quad (1.6)$$

Lygčiai (1.6) panaudojama apibendrintoji vidurkio teorema, intervalui $[a, b]$. Ši teorema užrašoma taip:

$$\int_a^b u(x)v(x)dx = u(\xi) \int_a^b v(x)dx. \quad (1.7)$$

Imant $u(\xi) = \delta(t, t_\xi)$, o $v(\tau) = \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau}$, integralas (1.7) virsta lygtimi:

$$\int_{t_0}^{t_n} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \delta(t_n, \tau) d\tau = \delta(t_n, t_\xi) \cdot \int_{t_0}^{t_n} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} d\tau = \delta(t_n, t_\xi) \cdot [\sigma_b(t_n) - \sigma_b(t_0)]; \quad (1.8)$$

čia

$$\delta(t_n, t_\xi) = \frac{\int_{t_0}^{t_n} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \delta(t_n, \tau) d\tau}{\sigma_b(t_n) - \sigma_b(t_0)}. \quad (1.9)$$

$\delta(t_n, t_\xi)$ yra vidutinė vienetinių deformacijų reikšmė intervale $[t_n, t_0]$, tenkinanti (1.8) lygybę. Funkcija $\delta(t_n, t_\xi)$ yra nežinoma, kol neišspręstas integralas. Todėl priimama, kad galioja vidurkio formulė labai mažame intervale:

$$t_\xi = \frac{t_{i-1} + t_i}{2}.$$

Išreiškiama (1.4) formulė panaudojus (1.6) lygtį.

$$\begin{aligned} \varepsilon_b(t_n, t_0) &= \sigma_b(t_0) \delta(t_n, t_0) + \delta\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \cdot \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} d\tau + \delta\left(t_n, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \cdot \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} d\tau + \dots + \\ &+ \delta\left(t_n, \frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right) \cdot \int_{t_{i-1}}^{t_i} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} d\tau + \dots + \delta\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right) \cdot \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} d\tau + \delta\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right) \cdot \\ &\cdot \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} d\tau. \end{aligned} \quad (1.10)$$

Ištačius į (1.10) lygtį (1.5) formulę ir suintegravus gaunama tokia rekurentinė integralo forma:

$$\begin{aligned} \varepsilon_b(t_n, \tau) &= \sigma_b(t_0) \left[\frac{1}{E_b(t_0)} + C(t_n, t_0) \right] + \left[\frac{1}{E_b\left(\frac{t_0 + t_1}{2}\right)} + C\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right] \cdot [\sigma_b(t_1) - \sigma_b(t_0)] + \\ &+ \left[\frac{1}{E_b\left(\frac{t_1 + t_2}{2}\right)} + C\left(t_n, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \right] \cdot [\sigma_b(t_2) - \sigma_b(t_1)] + \dots + \left[\frac{1}{E_b\left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right)} + C\left(t_n, \frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right) \right] \cdot \\ &\cdot [\sigma_b(t_i) - \sigma_b(t_{i-1})] + \dots + \left[\frac{1}{E_b\left(\frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right)} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right) \right] \cdot [\sigma_b(t_n) - \sigma_b(t_{n-1})]. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
& \cdot [\sigma_b(t_i) - \sigma_b(t_{i-1})] + \dots + \left[\frac{1}{E_b\left(\frac{t_{n-1} + t_{n-2}}{2}\right)} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_{n-2}}{2}\right) \right] \cdot [\sigma_b(t_{n-1}) - \sigma_b(t_{n-2})] + \\
& + \left[\frac{1}{E_b\left(\frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right)} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right) \right] \cdot [\sigma_b(t_n) - \sigma_b(t_{n-1})].
\end{aligned} \tag{1.11}$$

Laikant, kad esant nedideliu laiko intervalo pokyčiui $t_{i-1} - t_i$, betono tamprumo modulio pokytis bus:

$$E_b\left(\frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right) \approx E_b(t_i). \tag{1.12}$$

Ištačius (12) priklausomybę į (11) lygtį:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_b(t_n, t_0) = & \sigma_b(t_0) \left[\frac{1}{E_b(t_0)} + C(t_n, t_0) \right] + \left[\frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_1) - \left[\frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right] \sigma_b(t_0) + \\
& + \left[\frac{1}{E_b(t_2)} + C\left(t_n, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_2) - \left[\frac{1}{E_b(t_2)} + C\left(t_n, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \right] \sigma_b(t_1) + \dots + \left[\frac{1}{E_b(t_i)} + C\left(t_n, \frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_i) \\
& - \left[\frac{1}{E_b(t_i)} + C\left(t_n, \frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right) \right] \sigma_b(t_{i-1}) + \dots + \left[\frac{1}{E_b(t_{n-2})} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_{n-2}}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_{n-1}) - \left[\frac{1}{E_b(t_{n-2})} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_{n-2}}{2}\right) \right] \\
& \cdot \sigma_b(t_{n-2}) + \left[\frac{1}{E_b(t_n)} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_n) - \left[\frac{1}{E_b(t_n)} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right) \right] \sigma_b(t_{n-1}).
\end{aligned} \tag{1.13}$$

Atliekamas narių sugrupavimas pagal įtempius:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_b(t_n, t_0) = & \sigma_b(t_0) \left[\frac{1}{E_b(t_0)} + C(t_n, t_0) - \frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right] + \left[\frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) - \frac{1}{E_b(t_2)} + C\left(t_n, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \right] \\
& \cdot \sigma_b(t_1) + \left[\frac{1}{E_b(t_2)} + C\left(t_n, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_2) + \dots + \left[\frac{1}{E_b(t_i)} + C\left(t_n, \frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_i) - \left[\frac{1}{E_b(t_i)} + C\left(t_n, \frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right) \right] \sigma_b(t_{i-1}) + \\
& \dots + \left[\frac{1}{E_b(t_{n-2})} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_{n-2}}{2}\right) - \frac{1}{E_b(t_n)} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_{n-1}) - \left[\frac{1}{E_b(t_{n-2})} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_{n-2}}{2}\right) \right] \sigma_b(t_{n-2}) + \\
& + \left[\frac{1}{E_b(t_n)} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_n).
\end{aligned} \tag{1.14}$$

Gauta rekurentinė tiesinių betono deformacijų formulė gali būti išreikšta taip:

$$\begin{aligned}
\varepsilon_b(t_n, t_0) = & \sigma_b(t_0) \left[\frac{1}{E_b(t_0)} + C(t_n, t_0) - \frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right] + \\
& + \sum_{i=2}^{i=n} \sigma_b(t_{i-1}) \cdot \left[\frac{1}{E_b(t_{n-1})} + C\left(t_n, \frac{t_{i-2} + t_{i-1}}{2}\right) - \frac{1}{E_b(t_i)} + C\left(t_n, \frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right) \right] + \left[\frac{1}{E_b(t_n)} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_n);
\end{aligned} \tag{1.15}$$

čia $i = 2, 3, 4, \dots, n$

(1.15) lygtį galima perrašyti atsižvelgiant į (1.4) lygtį, bet neatsižvelgus į (1.12):

$$\begin{aligned} \varepsilon_b(t_n, \tau) = & \sigma_b(t_0) \left[\delta(t_n, t_0) - \delta\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right] + \sum_{i=2}^{i=n} \sigma_b(t_{i-1}) \cdot \\ & \cdot \left[\delta\left(t_n, \frac{t_{i-2} + t_{i-1}}{2}\right) - \delta\left(t_n, \frac{t_{i-1} + t_i}{2}\right) \right] + \left[\delta\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right) \right] \cdot \sigma_b(t_n); \end{aligned} \quad (1.16)$$

čia vienetinių įtempių sukeltos deformacijos $\delta(t_n, t_k)$ apskaičiuojamos:

$$\delta(t_n, t_k) = \frac{1}{E(t_k)} + C(t_n, t_k), \text{ kur } k = 0, 1, \dots, n-1.$$

Dabar, atsižvelgiant į (1.16), galima išreikšti įtempius, jeigu žinomos deformacijos:

$$\sigma_b(t_n) = \frac{\varepsilon_b(t_n, t_0) - \sigma_b(t_0) \left[\delta(t_n, t_0) - \delta\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right]}{\delta\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right)} - \frac{\sum_{i=2}^{i=n} \sigma_b \left(t_{i-1} \left[\delta\left(t_n, \frac{t_{i-2} + t_{i-1}}{2}\right) \right] - \right.}{\delta\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right)}.$$

Įtempių istorija per laiką randama taip:

tegul $n = 1$:

$$\sigma_b(t_1) = \frac{\varepsilon_b(t_1, t_0) - \sigma_b(t_0) \left[\delta(t_1, t_0) - \delta\left(t_1, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right]}{\delta\left(t_1, \frac{t_2 + t_1}{2}\right)}; \quad (1.17a)$$

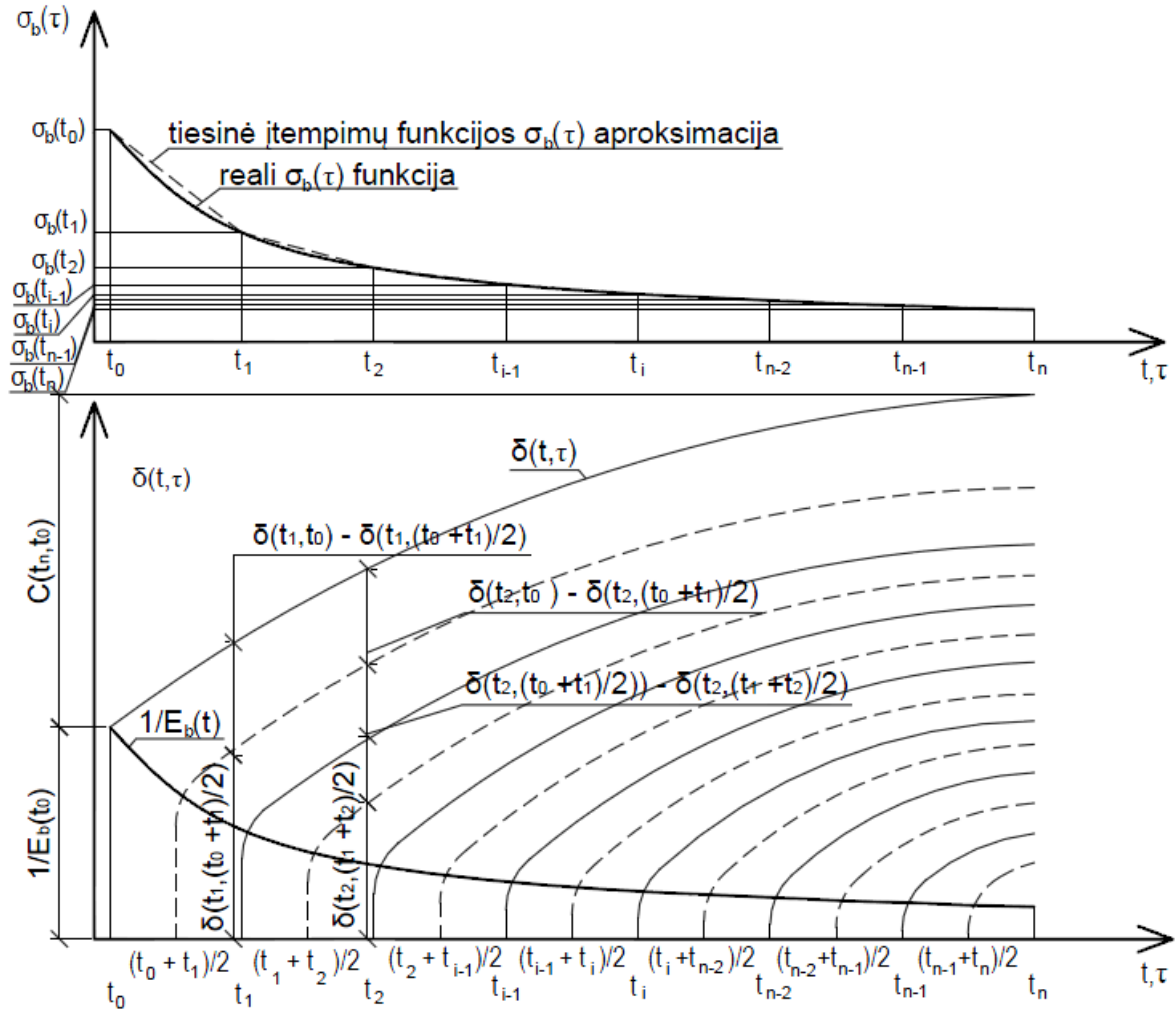
tegul $n = 2$:

$$\sigma_b(t_2) = \frac{\varepsilon_b(t_2, t_0) - \sigma_b(t_0) \left[\delta(t_2, t_0) - \delta\left(t_2, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right] - \sigma_b(t_1) \left[\delta\left(t_2, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) - \delta\left(t_2, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \right]}{\delta\left(t_2, \frac{t_1 + t_2}{2}\right)}; \quad (1.17b)$$

tegul $n = 3$:

$$\sigma_b(t_3) = \frac{\varepsilon_b(t_3, t_0) - \sigma_b(t_0) \left[\delta(t_3, t_0) - \delta\left(t_3, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right] - \sigma_b(t_1) \left[\delta\left(t_3, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) - \delta\left(t_3, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \right] - \sigma_b(t_2) \left[\delta\left(t_3, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) - \delta\left(t_3, \frac{t_2 + t_3}{2}\right) \right]}{\delta\left(t_3, \frac{t_2 + t_3}{2}\right)}. \quad (1.17c)$$

Skaičiuojant remiantis vien (1.17) lygtimi skaičiavimas beveik neįmanomas, nes užtruktų ilgai. (1.17a-1.17c) lygčių dydis didėja, nes kintamasis n nurodo skaičiuojamųjų intervalų kiekį. Kuo daugiau skaičiuojamųjų intervalų, tuo įtempių skaičiavimas darosi ilgesnis, tikslesnis.



1.2 pav. Skaitinės aproksimacijos tiesinei betono valkšnumo daliai grafinė interpretacija

Kaip matyti iš 1.2 pav., siūlomame skaitiniame modelyje tikroji betono įtempių kaitos per laiką t funkcija aproksimuojama laužtine. Betono valkšnumo deformacijos, pažymėtos punktyrine linija, traktuojamos kaip funkcijos, tenkinančios apibendrintąją funkcijos vidurkio teoremą, kai $\Delta t \rightarrow 0$.

Realizuojant anksčiau pateiktą skaitinį modelį, pasinaudota Pascal programavimo kalba, pasitelkiant procedūrinio programavimo paradigmą. Programa buvo realizuota Delphi 6 programavimo aplinkoje (Sinickas 2006), taikant siūlomą kompiliatorių su standartinėmis opcijomis. Kai kurioms matematinėms procedūroms, tokioms kaip atvirkštinės matricos radimas ir kita., realizuoti buvo parašytos specialios paprogramės. Programos tekstas ir sukurtos paprogramės pateiktos priede A. Taigi, programuojant Volterra ingro-

diferencialinės (1.15) lygties rekurentinę realizaciją, buvo gauta tokia tiesinių algebrinių (1.18) lygčių sistema, kurioje įtempių kitimo istorijos vektorius $\{\sigma_b(\tau_n)\} = \{\sigma_b(t_0), \sigma_b(t_1), \dots, \sigma_b(t_i), \dots, \sigma_b(t_{n-1}), \sigma_b(t_n)\}^T$ yra nežinomas.

$$\{\varepsilon_b(t_n, t_0)\} = [A(t_n, \tau)] \{\sigma_b(\tau)\}, \text{ kur } n = 0, 1, 2, 3, \dots, k. \quad (1.18)$$

Čia $\{\varepsilon(t_n, \tau)\}_{[n]}$ – tiesinių betono deformacijų vektorius, kurio dydis $[n]$;

$\{\sigma_b(\tau)\}_{[n]}$ – betono įtempių kitimo per laiką t_i istorijos vektorius;

$[A(t_n, \tau)]_{[n \times n]}$ – trikampė, simetrinė vienetinių betone deformacijų matrica.

k – laiko momentų fiksavimo skaičius.

Matrica A sudaryta iš $\delta(t_n, \tau)$ funkcijų.

$$\begin{bmatrix} \delta(t_0) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \delta(t_1, t_0) - \delta\left(t_1, \frac{t_0+t_1}{2}\right) & \delta\left(t_1, \frac{t_0+t_1}{2}\right) & 0 & 0 & 0 \\ \delta(t_2, t_0) - \delta\left(t_2, \frac{t_0+t_1}{2}\right) & \delta\left(t_2, \frac{t_0+t_1}{2}\right) - \delta\left(t_2, \frac{t_1+t_2}{2}\right) & \delta\left(t_2, \frac{t_1+t_2}{2}\right) & 0 & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \delta(t_n, t_0) - \delta\left(t_n, \frac{t_0+t_1}{2}\right) & \delta\left(t_n, \frac{t_0+t_1}{2}\right) - \delta\left(t_n, \frac{t_1+t_2}{2}\right) & \delta\left(t_n, \frac{t_1+t_2}{2}\right) - \delta\left(t_n, \frac{t_2+t_3}{2}\right) & \dots & \delta\left(t_n, \frac{t_{n-1}+t_n}{2}\right) \end{bmatrix}$$

Atsižvelgiant į (1.16) ir (1.18) lygtis tiesinių lygčių sistema gali būti išreikšta taip:

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_b(t_0) \\ \varepsilon_b(t_1, t_0) \\ \varepsilon_b(t_2, t_0) \\ \dots \\ \dots \\ \varepsilon_b(t_n, t_0) \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \Delta_0 & 0 & 0 & \dots & 0 \\ \Delta_{01} & \Delta_{11} & 0 & \dots & 0 \\ \Delta_{02} & \Delta_{12} & \Delta_{22} & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots & \dots & \dots \\ \Delta_{0n} & \Delta_{1n} & \Delta_{2n} & \dots & \Delta_{nn} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} \sigma_b(t_0) \\ \sigma_b(t_1) \\ \sigma_b(t_2) \\ \dots \\ \dots \\ \sigma_b(t_n) \end{Bmatrix}; \quad (1.19)$$

čia

$$\begin{aligned}
\Delta_0 &= \frac{1}{E_b(t_0)}; \\
\Delta_{01} &= \frac{1}{E_b(t_0)} + C(t_1, t_0) - \left(\frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_2, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right); \\
\Delta_{02} &= \frac{1}{E_b(t_0)} + C(t_2, t_0) - \left(\frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_2, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right); \\
\Delta_{0n} &= \frac{1}{E_b(t_0)} + C(t_n, t_0) - \left(\frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) \right); \\
\Delta_{11} &= \frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_1, \frac{t_0 + t_1}{2}\right); \\
\Delta_{12} &= \frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_2, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) - \left(\frac{1}{E_b(t_2)} + C\left(t_2, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \right); \\
\Delta_{1n} &= \frac{1}{E_b(t_1)} + C\left(t_n, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) - \left(\frac{1}{E_b(t_2)} + C\left(t_n, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) \right); \\
\Delta_{22} &= \frac{1}{E_b(t_2)} + C\left(t_2, \frac{t_1 + t_2}{2}\right); \\
\Delta_{2n} &= \frac{1}{E_b(t_2)} + C\left(t_n, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) - \left(\frac{1}{E_b(t_2)} + C\left(t_n, \frac{t_2 + t_3}{2}\right) \right); \\
\Delta_{nn} &= \frac{1}{E(t_n)} + C\left(t_n, \frac{t_{n-1} + t_n}{2}\right).
\end{aligned}$$

Žinant betono deformacijas $\{\varepsilon_b(t_n, \tau)\}$, įtempių istorija randama taip:

$$\{\sigma_b(\tau)\} = [A(t_n, \tau)]^{-1} \cdot \{\varepsilon_b(t_n, t_0)\}, \text{ kur } i = 1, 2, 3, \dots, n \quad (1.20)$$

čia $[A(t_n, \tau)]^{-1}$ - atvirkštinė vienetinių betono deformacijų matrica.

Taigi vietoj (1.17) lygties rankinio skaičiavimo pasiūlyta matricinė (1.20) lygtis skaičiuoti betono įtempių kitimą per laiką. Skaičiavimas vyks greičiau varijuojant tarp įvairių intervalo n dydžio, taip pat bus išvengta žmogiškumo klaidų užuot skaičiavus rankiniu būdu. Programa leidžia varijuoti n - laikotarpių skaičiumi. Skaičiavimuose priimamas 1 paros laikotarpis tarp skaičiavimų, t.y. skaičiavimai daromi, kai įtempiai kinta kas parą.

Betono įtempiai skaičiuojant pagal (1.20) lygtį gali būti taikomi esant grynosios relaksacijos uždaviniui, kai $\varepsilon_b(t_n, t_0) = 1 = \text{const}$. Kadangi, suteikus $\varepsilon_b(t_n, t_0) = 1$, yra pridedami standūs ryšiai, tai dėl augančių per laiką deformacijų, įtempiai pradeda mažėti, kad išlaikyti $\varepsilon_b(t_n, t_0) = \text{const}$. Taip randama įtempių kitimo istorija.

1.4 Modelio taikymas centriškai gniuždomo gelžbetoninio elemento ilgalaikiam įtempių ir deformacijų būviui prognozuoti

Betoninio elemento apkrovimas ašine jėga nelemia betono įtempių per laiką (skirtingai nuo apkrovimo deformacijos). Įtempių relaksacija (mažėjimas per laiką), kai apkraunamas elementas ašine jėga, galimas tik tuomet, kai elementas yra pagamintas iš nevienalytės medžiagos, tai yra - dviejų medžiagų: betono ir armatūros. Laikysime, kad armatūra elgiasi tamptariai, t.y. neturi valkšniųjų deformacijų, esant normaliai aplinkos temperatūrai.

Nagrinėsime centriškai armuoto gelžbetoninio elemento elgseną, veikiant per laiką nekintančiai koncentruotai jėgai.

Deformacijų darnos tarp armatūros ir betono per laiką t nepažeidžiame. Tačiau akivaizdu, kad, apkrovus jėga, elemento deformacijos ims keistis per laiką, nes augs betono valkšnumo per laiką deformacijos, todėl:

$$\varepsilon_s(t_n, \tau) = \varepsilon_b(t_n, \tau). \quad (1.21)$$

Pusiausvyros lygtis tarp apkrovos ir atsiradusių įrąžų betone ir armatūroje yra tokia:

$$P = N_c(t) + N_s(t) = \text{const}; \quad (1.22)$$

čia $P = \text{const}$ – laiko momentu t_0 pridėta ilgalaikė apkrova;

$N_c(t)$ – tenkanti ašinė jėga betonui;

$N_s(t)$ – tenkanti ašinė jėga armatūrai.

Dabar (1.22) lygtį galima išreikšti per įtempius taip:

$$P = \sigma_b(t) A_c + \sigma_s(t) A_s = A_c (\sigma_b(t) + \mu \sigma_s(t)); \quad (1.23)$$

čia A_c – skaičiuojamojo elemento betono skerspjūvio plotas;

A_s – elemento armatūros plotas;

μ – armavimo koeficientas, $A_s/A_c = \mu$.

Įtempius armatūroje galima rasti labai paprastai iš deformacijų darnos lygties:

$$\sigma_s(t) = \varepsilon_b(t_n, t_0) E_s. \quad (1.24)$$

Pritaikome matricinę modulio formulę:

$$\{\varepsilon_b(t_n, \tau)\} = [A(t_n, \tau)] \{\sigma_b(\tau)\}. \quad (1.25)$$

Ši deformacija įstatoma į pusiausvyros lygtį ir perrašoma viską matricine forma:

$$\{P\} = A_c (\{\sigma_b(t)\} + \mu E_s [A(t_n, \tau)] \{\sigma_b(\tau)\}); \quad (1.26)$$

čia $\{P\} = \{P, P, \dots, P\}^T$ apkrovos vektorius, sudarytas iš apkrovos P reikšmių, aprašančių apkrovos režimą.

Dabar išsprendžiama lygtis nežinomųjų įtempių $\{\sigma_b(\tau)\}$ atžvilgiu:

$$\frac{1}{A_c} \left([I] + \mu E_s [A(t_n, \tau)] \right)^{-1} \{P\} = \sigma_b(\tau); \quad (1.27)$$

čia $[I]$ yra vienetinė $n \times n$ matrica, pvz:

$$\begin{bmatrix} 1 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 1 & \dots & 0 \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ 0 & 0 & \dots & 1 \end{bmatrix}$$

Toliau naudojant $\{\sigma_b(\tau)\}$ funkciją, gauname senėjimo koeficientą taikant betono deformacijos išraiškos per senėjimo koeficientą pagal Trostą(1967).

$$\varepsilon_b(t_n, t_0) = \sigma_b(t_0) \frac{1 + \varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)} + \Delta\sigma_b(t) \frac{1 + \chi\varphi(t, t_0)}{E_c(t_0)}; \quad (1.28)$$

čia

$$\Delta\sigma_b(t) = \sigma_b(t) - \sigma_b(t_0) < 0, \text{ esant įtempių relaksacijai.}$$

Iš (1.28) lygties išreiškiame senėjimo koeficientą χ .

$$\chi(t_n, t_0) = \frac{(\varepsilon(t_n, t_0) E(t_0) - \sigma_b(t_0) [1 + \varphi(t_n, t_0)])}{(\sigma_b(t_n) - \sigma_b(t_0)) \varphi(t_n, t_0)} - \frac{1}{\varphi(t_n, t_0)}. \quad (1.29)$$

Taigi išreiškus senėjimo koeficientą pasiūlytame matematiname modelyje, atsirado galimybė patikrinti gaunamas šio koeficiento reikšmes su kitų autorių skaitinio sprendimo rezultatais. Kitame skyriuje lyginsime gautas $\chi(t_n, t_0)$ reikšmes su A. Ghalli, R. Favre, M. Elbadry(2002) gautomis senėjimo koeficientų reikšmėmis.

1.5 Valkšnumo ir traukumo charakteristikų matematinis aprašymas

1.5.1 Valkšnumo koeficiento skaičiavimas

Šiame darbe valkšnumo koeficientas skaičiuojamas remiantis LST EN 1992-1-1 (EC-2) B priedu, kurio pirmtakas buvo duotas MC - 90 (Model Code for Concrete Structures, 1990).

Valkšnumo koeficientas $\varphi(t, t_0)$ apskaičiuojamas taikant EC-2 lygtį:

$$\varphi(t, t_0) = \varphi_0 \beta_c(t, t_0); \quad (1.30)$$

čia $\beta_c(t, t_0)$ – laiko kaitos funkcija;

$$\beta(t, t_0) = \left[\frac{(t - t_0)}{(\beta_H + t - t_0)} \right]^{0.3}; \quad (1.31)$$

φ_0 – bazinis valkšnumo koeficientas, esant $t = \infty$, kuris apytiksliai apskaičiuojamas:

$$\varphi_0 = \varphi_{RH} \cdot \beta(f_{cm}) \beta(t_0); \quad (1.32)$$

čia

φ_{RH} – koeficientas, kurį taikant atsižvelgiama į drėgnio įtaką baziniam valkšnumo koeficientui.

$$\begin{aligned} \varphi_{RH} &= 1 + \frac{1 - RH / 100}{0.1 \cdot \sqrt[3]{h_0}}, \text{ kai } f_{cm} \leq 35; \\ \varphi_{RH} &= \left[1 + \frac{1 - RH / 100}{0.1 \cdot \sqrt[3]{h_0}} \cdot a_1 \right] \cdot a_2, \text{ kai } f_{cm} > 35; \end{aligned} \quad (1.33)$$

RH – aplinkos drėgnis, %;

h_0 – mastelio faktoriaus koeficientas:

$$h_0 = \frac{2 \cdot A_c}{u}; \quad (1.34)$$

A_c – skerspjūvio plotas [mm];

u – su aplinka turinčio sąlytį elemento perimetras [mm];

$\beta(f_{cm})$ – koeficientas, kurį taikant atsižvelgiama į drėgnio įtaką baziniam valkšnumo koeficientui.

$$\beta(f_{cm}) = \frac{16.8}{\sqrt{f_{cm}}}; \quad (1.35)$$

f_{cm} – 28 dienų betono vidutinis gniuždomasis stipris, MPa;

$\beta(t_0)$ – koeficientas, kuriuo atsižvelgiama į betono amžių;

$$\beta(t_0) = \frac{1}{(0.1 + t_0^{0.2})}; \quad (1.36)$$

β_H – nuo drėgnio (RH , %) ir elemento mastelio (h_0 , mm) priklausantis koeficientas. Jis gali būti apytiksliai apskaičiuojamas pagal lygtį:

$$\begin{aligned}\beta_H &= 1.5 \left[1 + (0.012 \cdot RH)^{18} \right] h_0 + 250 \leq 1500, \text{ kai } f_{cm} \leq 35; \\ \beta_H &= 1.5 \left[1 + (0.012 \cdot RH)^{18} \right] h_0 + 250 \cdot a_3 \leq 1500, \text{ kai } f_{cm} > 35;\end{aligned}\quad (1.37)$$

$a_{1/2/3}$ – betono stiprio įtakos įvertinimo koeficientai:

$$a_1 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.7}; \quad a_2 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.2}; \quad a_3 = \left[\frac{35}{f_{cm}} \right]^{0.5}.$$
 (1.38)

Kaip matome, į (1.31) formulę įeinančios funkcijos t_0 atžvilgiu, turėtų būti pakeistos τ statant į Volterra lygtį. Tai atlikus šios lygties sprendimas analiziniu būdu tampa neįmanomas. Tačiau skaitiškai, padalinus nagrinėjamą laikotarpį į mažus laiko intervalus, tai atliekama be komplikacijų.

1.5.2 Tamprumo modulio skaičiavimas

Senstant betonui, jo struktūra tvirtėja, todėl auga betono tamprumo modulis. Tamprumo modulis skaičiuojamas pagal EC-2. Tamprumo modulis laiko momentu t skaičiuojamas pagal Ghalli ir kt. (2002) A.11 formulę, 477 psl, taip:

$$E_c(t) = \beta_E(t) \cdot E_c(28); \quad (1.39)$$

$$\text{čia } \beta_E(t) = \sqrt{\beta_{cc}(t)}. \quad (1.40)$$

Imamas modelis pagal Ghalli ir kt. (2002) knygą, nes bus lyginami χ grafikai su skaitišku keliu gautomis reikšmėmis.

Koeficientas $\beta_{cc}(t)$ įvertina betono amžių skaičiuojant tamprumo modulį laiko momentu t .

$$\beta_{cc}(t) = \exp \left\{ s \left[1 - \left(\frac{28}{t} \right)^{0.5} \right] \right\}; \quad (1.41)$$

čia

t – betono amžius dienomis;

s – koeficientas, kuris priklauso nuo cemento rūšies:

= 0.20, kai cemento stiprumo klasės yra: CEM 42.5 R, CEM 52.5 N ir CEM 52.3 R (R klasė);

= 0.25, kai cemento klasės yra: CEM 32.5 R, CEM 42.5 N (N klasė);

= 0.38, kai cemento stiprumo klasė yra: CEM 32.5 N (S klasė).

Tamprumo modulis praėjus 28 dienoms:

$$E_c(28) = 9500 \sqrt[3]{f_{cm}}; \quad (1.42)$$

čia $f_{cm} = f_{ck} + 8 \text{ MPa}$; betono gniuždomasis stipris laiko momentu t yra 28 parų amžiaus vidutinis stipris, kuris priklauso nuo cemento rūšies, temperatūros, išlaikymo sąlygų (EC-2 3.1.2 (6)).

1.5.3 Traukumo skaičiavimas

Bendrą traukumo deformaciją sudaro du komponentai: traukioji santykinė deformacija dėl džiūvimo ir savaiminio traukumo deformacija dėl cheminės reakcijos. Traukioji santykinė deformacija dėl džiūvimo vystosi lėtai, nes ji yra vandens judėjimo sukietėjusiam betone funkcija. Savaiminio traukumo deformacija atsiranda betonui kietėjant. Taigi bendrosios traukumo deformacijos ε_{cs} reikšmės gaunamos taikant lygtį:

$$\varepsilon_{cs} = \varepsilon_{cd} + \varepsilon_{ca}; \quad (1.43)$$

čia ε_{cs} – bendroji traukumo deformacija; ε_{cd} – traukioji santykinė deformacija dėl džiūvimo; ε_{ca} – savaiminio traukumo deformacija.

Traukiosios santykinės deformacijos dėl džiūvimo kitimas per laiką apibrėžiamas taip:

$$\varepsilon_{cd}(t) = \beta_{ds}(t, t_s) k_h \cdot \varepsilon_{cd,0}; \quad (1.44)$$

čia k_h – nuo tariamojo dydžio h_0 priklausantis dydis, nustatomas pagal EC-2 3.3 lentelę.

$$\beta_{ds}(t, t_s) = \frac{(t - t_s)}{(t - t_s) + 0.04 \sqrt{h_0^3}}; \quad (1.45)$$

čia t – betono amžius nagrinėjamu laiko momentu dienomis;

t_s – betono amžius (dienomis) džiūstamojo traukimo (arba brinkimo) pradžioje. Paprastai tai yra apdorojimo pabaigoje;

h_0 – tariamasis skerspjūvio matmuo;

Savaiminio traukumo deformaciją nusako lygtis:

$$\varepsilon_{ca}(t) = \beta_{as}(t) \varepsilon_{ca}(\infty); \quad (1.46)$$

$$\text{čia } \varepsilon_{ca}(\infty) = 2.5(f_{ck} - 10) \cdot 10^{-6}; \quad (1.47)$$

$$\beta_{as}(t) = 1 - \exp(-0.2t^{0.5}). \quad (1.48)$$

Taigi sudarytas matematinis modelis remiasi šiomis EC-2 valkšnumo ir traukumo skaičiavimo sąlygomis.

1.6 Išvados ir rekomendacijos

Atlikta literatūros analizė, aprašant betono valkšnumo deformacijoms, pateiktos pagrindinės išraiškos. Nustatyta, kad negalima analitiškai išspręsti Volterra lygties. Todėl suformuluotas skaitinis modelis šiai lygčiai spręsti. Modelis pritaikytas gelžbetoniniam elementui. Reikalinga modelio verifikacija.

2 MODELIO TIKRINIMAS IR VERIFIKACIJA

2.1 Modelio tikrinimas grynosios relaksacijos atvejui

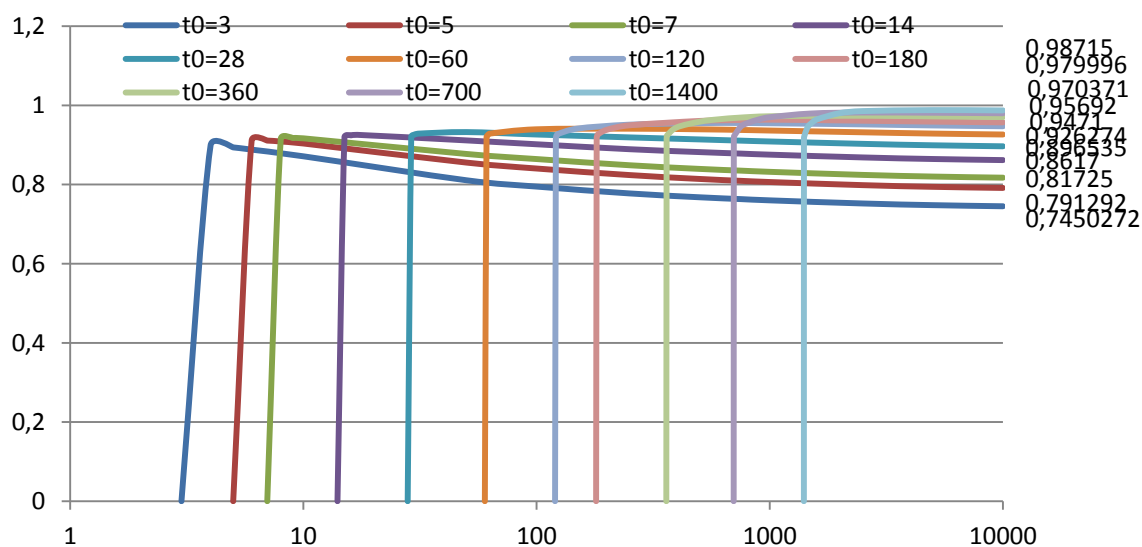
Pasiūlyto matematinio modelio rezultatai patikrinami, sprendžiant grynosios relaksacijos uždavinį, esant $\epsilon(t) = \text{const}$, tuomet $\sigma_b(t) \neq \text{const}$.

Pagal Trosto (Trost 1967) formuluotą Volterra integrodiferencialinę lygtį, kaip kad (1.3) keitinys taip pat gali būti pakeista tiesine algebrine lygtimi, tačiau reikia žinoti įtempių prieaugį ir tą prieaugį lemiantį betono senėjimo koeficientą. Be abejo, ši formuluotė efektyvi tik tuomet, kai iš anksto žinomas betono senėjimo koeficientas. Taigi betono senėjimo koeficientą laikysime skaitinio Volterra lygties sprendimo teisingumo įverčiu. Jo skaičiavimui taikysime betono įtempį $\sigma_b(t)$ iš (1.28) formulės ir palyginsime gautą senėjimo koeficiento reikšmę su kitų autorių sprendiniais. Ghalli ir kt. (2002) taip pat sprendė skaitiškai (pasiskolinę iš kitų autorių Lacidogna ir Tarantino Fortrano kalba parašytas paprogrames) Volterra lygtį, siekiant rasti χ kaitos funkcijas. Šios funkcijos pateiktos Ghalli ir kt. (2002) knygos A priede.

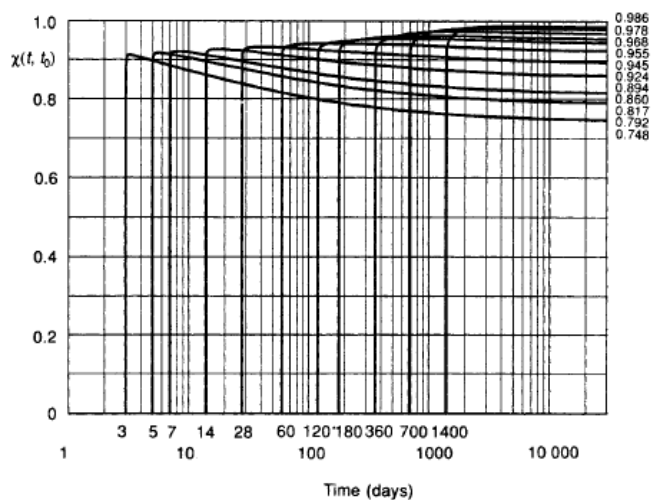
2.1.1 Senėjimo grafikai, kai $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$, $\text{RH} = 50 \%$, $h_0 = 100 \text{ mm}$

Skaitinio modelio rezultatų pagrindu gautų betono senėjimo koeficientų reikšmių palyginimas su Ghali ir kt.(2002) knygoje pateiktais grafikai parodytas 2.1-2.2 pav. Knygoje

ir šiuose skaičiavimuose taikytos valkšnumo koeficientų reikšmės nustatytos pagal normose EC-2 pateiktas formules, kai $f_{cm} = 20$ MPa, $RH = 50\%$, $h_0 = 100$ mm, o $\varepsilon_{shr} = 0$.



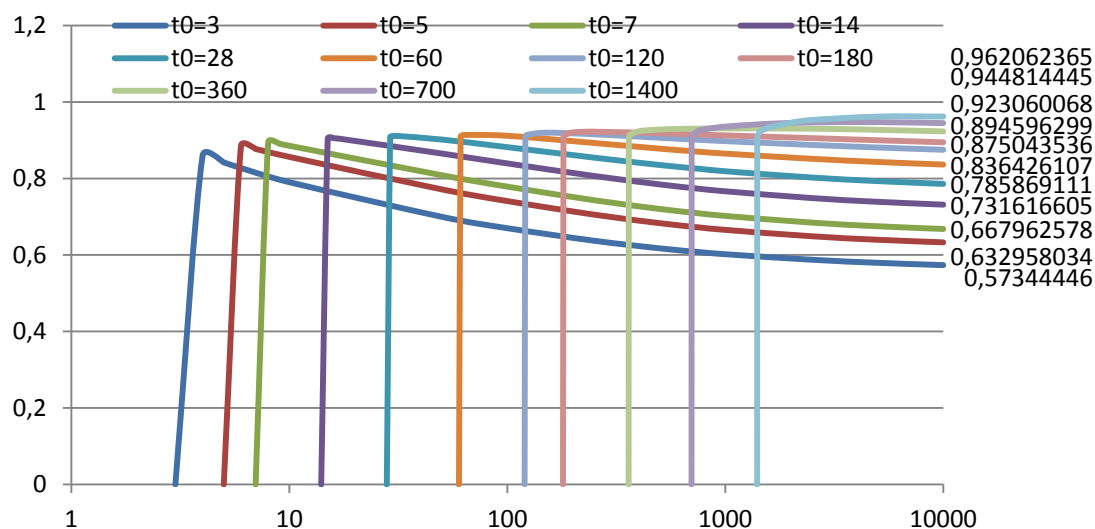
2.1 pav. Skaitinio modelio senėjimo koeficiento grafikai, kai $f_{cm}=20$ MPa, $RH=50\%$, $h_0 = 100$ mm



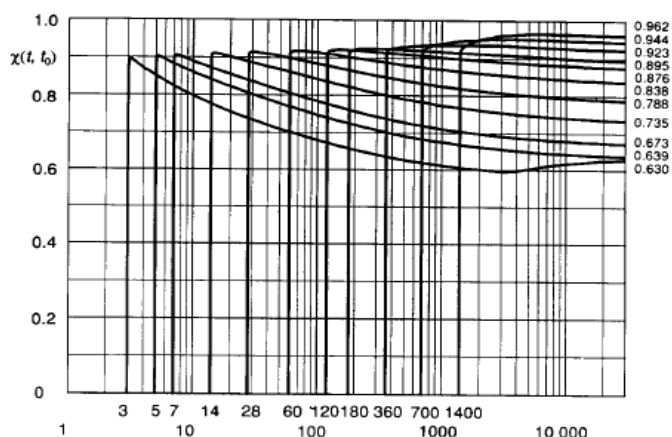
2.2 pav. Senėjimo koeficiento grafikai pagal A. Ghali, R. Favre, M. Elbadry(2002), kai $f_{cm} = 20$ MPa, $RH = 50\%$, $h_0 = 100$ mm

Kaip matome iš 2.1-2.2 grafikų, senėjimo koeficientų reikšmės, skaičiuojant pasiūlytu modeliu sutampa su Ghali ir kt. (2002) knygoje gautomis reikšmėmis. Tai rodo, siūlomo modelio rezultatų korektiškumą.

2.1.2 Senėjimo koeficientų grafikai, kai $f_{cm} = 20$ MPa, $RH = 50\%$, $h_0 = 1000$ mm

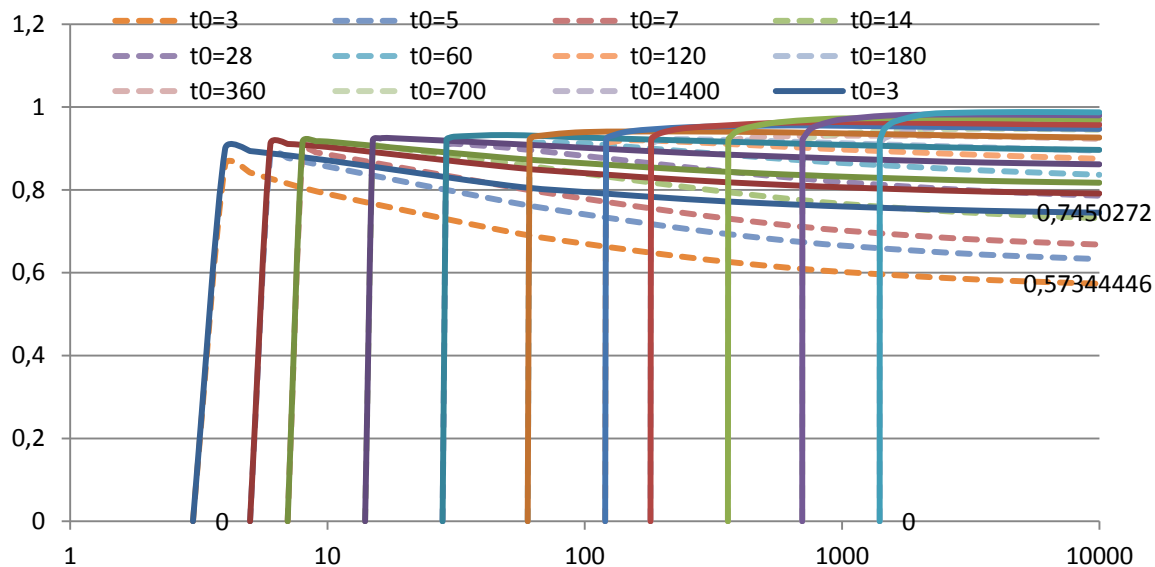


2.3 pav. Senėjimo koeficiento grafikai grynosios relaksacijos atvejui, kai $f_{cm}=20$ MPa, $RH=50\%$, $h_0 = 1000$ mm



2.4 pav. Senėjimo koeficiento grafikai pagal A. Ghali, R. Favre, M. Elbadry, kai $f_{cm} = 20$ MPa, $RH = 50\%$, $h_0 = 1000$ mm

2.3 pav. ir 2.4 pav. palyginimas rodo, kad reikšmės sutampa. Išsiskiria tik Ghali ir kt. (2002) grafiko kai apkrauta ties $t_0 = 3$ paros grafikas. Kadangi kiti grafikai sutampa, klaida gali būti paties autoriaus grafike. Tiesė neproporcingai pakyla lyginant kitų tiesių atžvilgiu, užuot leidusis žemyn.

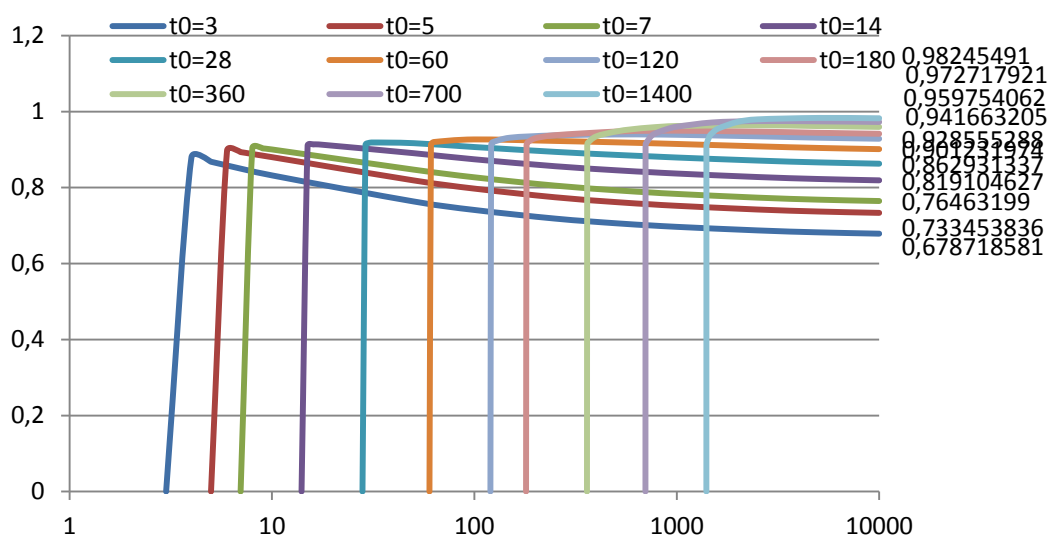


2.5 pav. Senėjimo koeficientų grafikų 2.1 ir 2.7 palyginimas

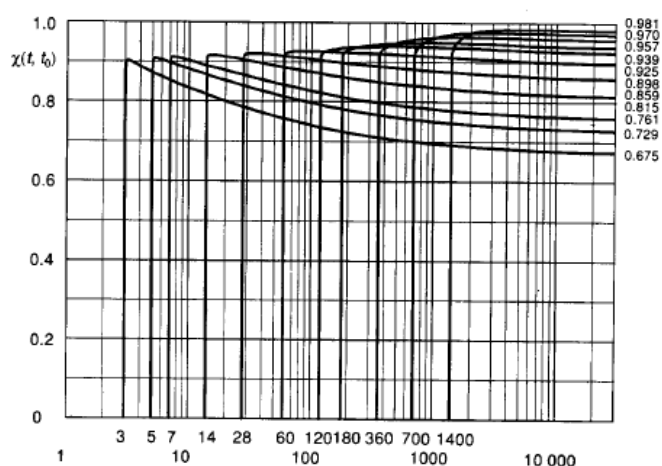
Kai mastelio faktorius priimtas $h_0 = 100$ mm, grafikai pavaizduoti (—), o kai $h_0 = 1000$ mm, grafikai – (-----).

Taigi pagal 2.5 grafiką matyti, kad esant kuo didesniai mastelio faktoriui, tuo gaunama mažesnė senėjimo koeficiento reikšmė. Apkrovus, kai $t_0 = 3$ paros, o $h_0 = 100$ mm, senėjimo koeficientas gaunamas $\chi = 0.745$, tuo tarpu esant $h_0 = 1000$ mm, senėjimo koeficientas gaunamas $\chi = 0.573$. Apkraunant jauną betoną vis vėliau, skirtumas mažėja.

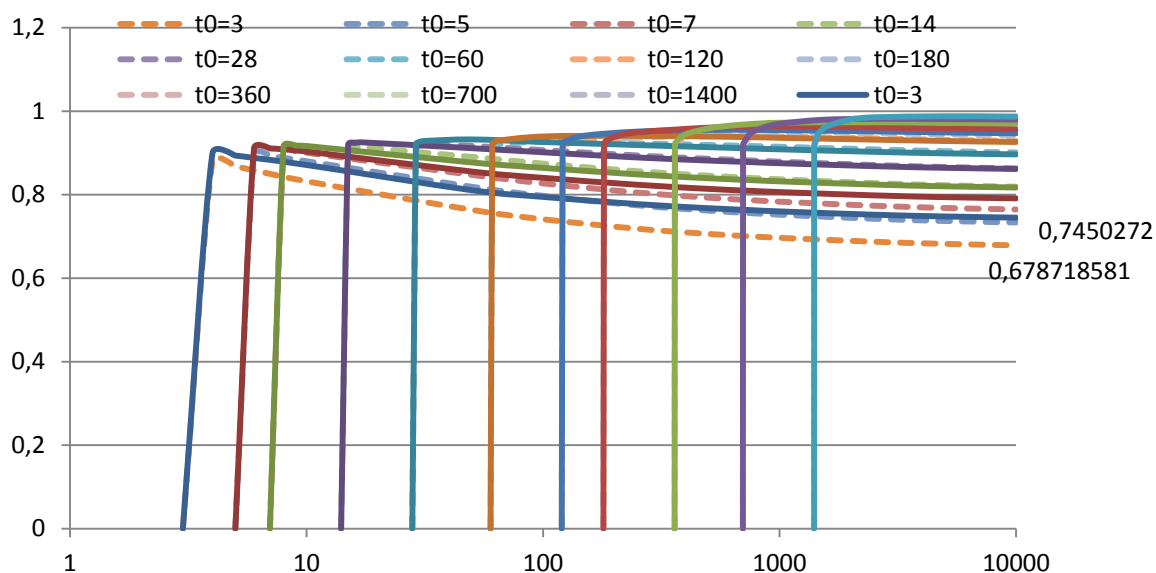
2.1.3 Senėjimo koeficientų grafikai, kai $f_{cm} = 20$ MPa, RH = 80 %, $h_0 = 100$ mm



2.6 pav. Senėjimo koeficiento grafikai grynosios relaksacijos atvejui, kai $f_{cm} = 20$ MPa, RH=80%, $h_0 = 100$ mm



2.7 pav. Senėjimo koeficiento grafikai pagal A. Ghali, R. Favre, M. Elbadry, kai $f_{cm} = 20$ MPa, $RH = 80\%$, $h_0 = 100$ mm



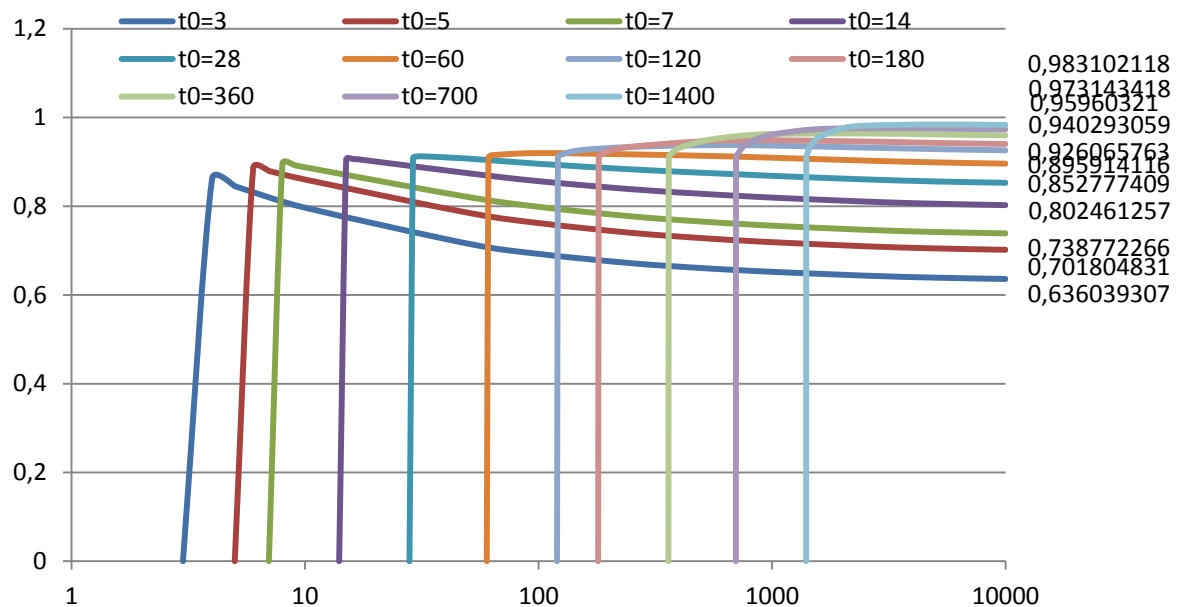
2.8 pav. Senėjimo koeficientų grafikų 2.1 ir 2.10 palyginimas

Kai aplinkos drėgnis $RH = 50\%$, grafikai pavaizduoti (—), o kai $RH = 80\%$ grafikai – (-----).

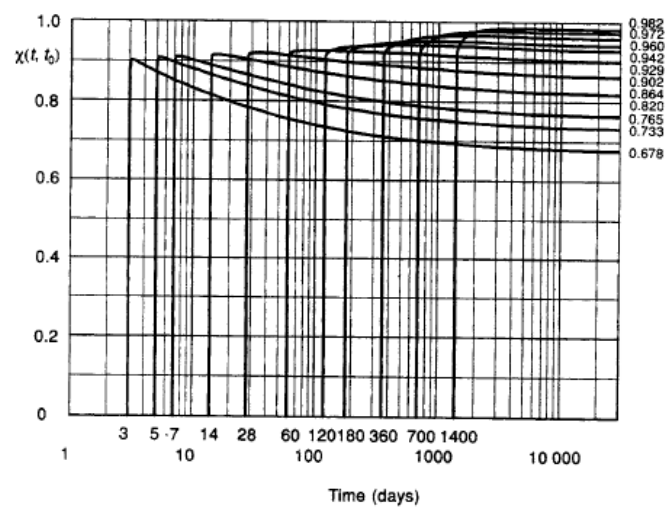
Pagal 2.8 grafiką matyti, kad esant kuo didesniai aplinkos drėgnei, tuo gaunamas mažesnė senėjimo koeficiento reikšmė. Apkrovus, kai $t_0 = 3$ paros, o $RH = 50\%$, senėjimo koeficientas gaunamas $\chi = 0.745$, o esant aplinkos drėgnei $RH = 80\%$, senėjimo koeficientas gaunamas $\chi = 0.679$.

Toks palyginimas parodo, kaip elgtųsi išanksto įtempto elemento nuostoliai dėl betono valkšnumo, kurie yra tiesiogiai priklausomi nuostolių.

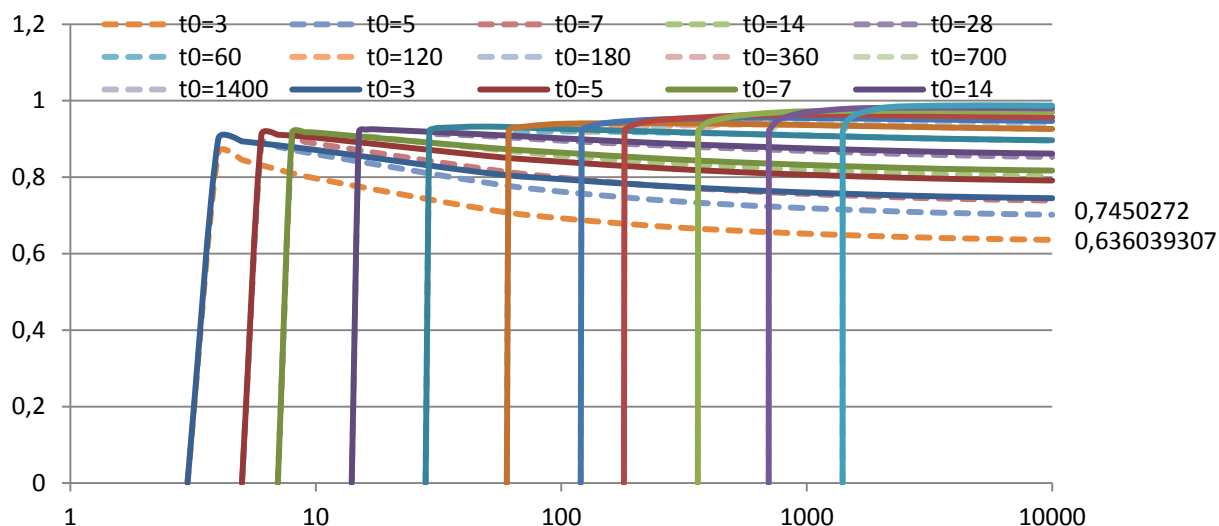
2.1.4 Senėjimo koeficientų grafikai, kai $f_{cm} = 60$ MPa, RH = 50 %, $h_0 = 100$ mm



2.9 pav. Senėjimo koeficiento grafikai grynosios relaksacijos atvejui, kai $f_{cm} = 60$ MPa, RH=50%, $h_0 = 100$ mm



2.10 pav. Senėjimo koeficiento grafikai pagal A. Ghali, R. Favre, M. Elbadry, kai $f_{cm} = 60$ MPa, RH = 50 %, $h_0 = 100$ mm



2.11 pav. Senėjimo koeficientų grafikų 2.1 ir 2.13 palyginimas

Pagal 2.11 grafiką matyti, kad esant didesnei betono stiprumo klasei, senėjimo koeficiento reikšmė gaunama mažesnė. Apkrovus, kai $t_0 = 3$ paros, o $f_{cm} = 20$ MPa, senėjimo koeficientas gaunamas $\chi = 0.745$, tuo tarpu esant $f_{cm} = 60$ MPa, senėjimo koeficientas gaunamas $\chi = 0.636$.

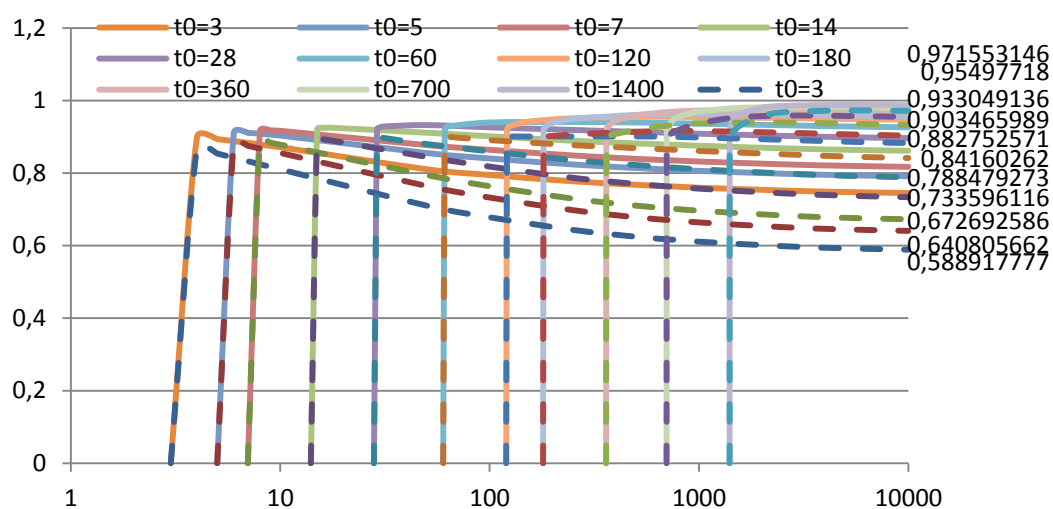
2.1.5 Išvados ir rekomendacijos

Nustatėme, kad esant mažesniai aplinkos drėgnei, gaunamos didesnės senėjimo koeficientų reikšmės, kas lemia didesnius nuostolius įtemptai armatūrai dėl valkšnumo. Taip pat matoma tendencija, kad kuo didesnis skerspjūvis ir didesnis betono stiprumas, tuo senėjimo koeficiento reikšmė mažesnė. Senėjimo koeficientų reikšmių skirtumas - žvelgiant į: drėgnį, betono stiprumą bei skerspjūvio dydį – priklauso nuo to kada apkraunamas „jaunas“ betonas, kai jo struktūra „senstant“ formuojasi ir tvirtėja. Kuo jis anksčiau apkraunamas, tuo šis skirtumas gaunamas didesnis.

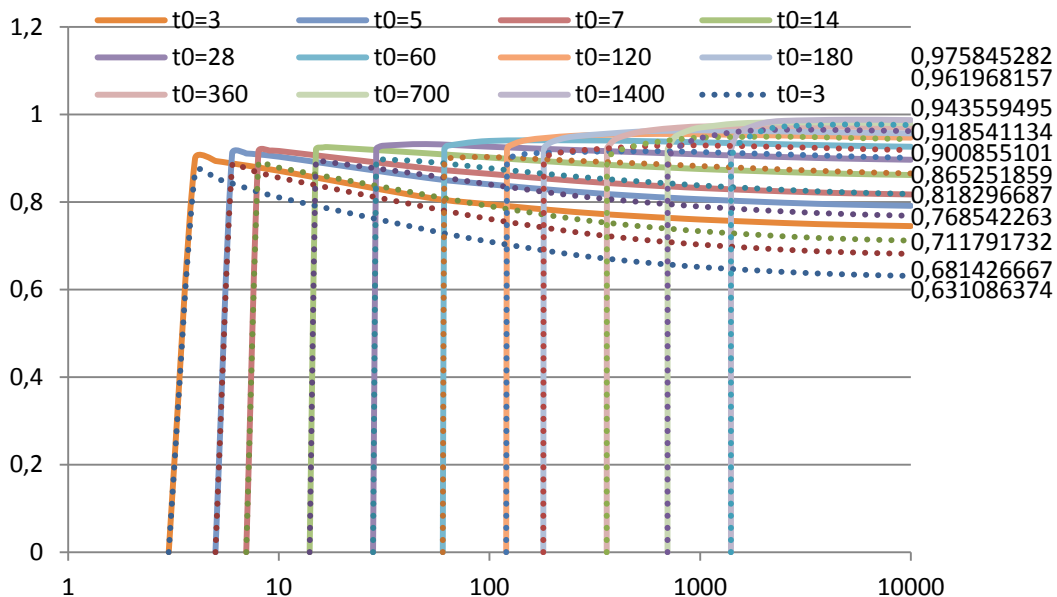
Taigi buvo išnagrinėti rezultatai gauti pagal matematinio modelį, esant grynos relaksacijos uždaviniui ir vyraujant skirtingiems parametrams: drėgnei, betono stiprumui, skerspjūvio dydžiui. Rezultatai sutapo su Ghali ir kt. (2002) prie visų parametru su skirtumu 3-iame ženkle po kablelio. Iš to seka, kad matematinis modelis skaičiuoja teisingai betono įtempių relaksaciją per laiką ir gali būti taikomas tolimesnei gelžbetoninio elemento analizei.

2.2 Senėjimo koeficientų reikšmės įvertinus armatūrą

Toliau nagrinėjama kaip senėjimo koeficientas kinta nuo armavimo koeficiento. Toks skaičiavimas reikalingas tam, kad išsiaiškintume, kiek skiriasi betono senėjimo koeficientas išsprendus relaksacijos uždavinį, nuo senėjimo koeficiento, kuris atspindi gelžbetoninio elemento įtempių ir deformacijų kaitą per laiką. Kadangi armatūra yra pasiduodantis ryšys, o grynosios relaksacijos uždavinyje ryšius atitinka nepasiduodančios atramos, kurios uždedamos suteikius $\varepsilon = \text{const.}$ deformaciją, tai χ skirtumai tarp betoninio ir gelžbetoninio elemento turi atsirasti:



2.12 pav. Armavimo įtaka ($\mu = 0,005$) senėjimo koeficientui



2.13 pav. Armavimo įtaka ($\mu = 0,035$) senėjimo koeficientui

2.12 ir 2.13 grafikuose nearmuotai konstrukcijai grafikai pavaizduoti (—), armuotai – (- - - - -).

Kaip matyti, kuo vėliau yra apkraunamas jaunas betonas, tuo armavimo santykio įtaka yra mažesnė. Tuo tarpu apkrovus jaunesnį betoną reikšmės, kai $t = 10\,000$ parų, gali skirtis iki 30 %. Pastebime, kad esant didesniam armavimo santykiui, senėjimo koeficiento reikšmė gaunama didesnė. T.y. senėjimo įtaka didesnio armavimo skerspjūviui yra mažesnė nei mažesnio armavimo skerspjūvio.

Išvada. Kad sutaptų gelžbetoninio ir relaksacijos uždavinio χ , tai teoriškai turėtų būti labai didelis armatūros procentas, tai atitiktų standžius ryšius. Antraip χ_{gb} yra mažesni. EC-2 šių pokyčių nevertina ir priima apytiksliai $\chi = 0.8$, kas pagal gautus grafikus nėra tikslu, jeigu apkrovimas yra $t_0 \ll 28$ paros.

2.3 Analitinio ir skaitinio skaičiavimo verifikacija

Praeitame skyriuje buvo nagrinėtas matematinio modelio skaičiavimo teisingumas, esant $\varepsilon_b = const.$ Iš pastovios deformacijos sąlygos nustatytas betono įtempių kitimas bei senėjimo koeficiento reikšmė. Apkrovus jėga elementą pagal (1.27) lygtį $\varepsilon_b \neq const.$, nes augs valkšnumo deformacijos per laiką. Šiame skyriuje bus skaičiuojamos betono deformacijos ir įtempiai pagal (1.28) lygtį, priklausomai nuo betono armavimo koeficiento.

Modelio rezultatų palyginimas gelžbetoniniam elementui, apkrautam ilgalaikę pastovia apkrova. Tiesioginis superpozicijos principo taikymas sumuojant įtempių prieaugius sukeltus deformacijų darnos tarp armatūros ir betono pagal:

- AEMM (Bazant 1972);
- ASSA (R. Balevičius 2010);

AEMM (Age-adjusted Effective Modulus) – ieškomi įtempių prieaugiai pertvarkant pusiausvyros ir kitas lygtis į prieaugių;

ASSA (Average Stress Strain Approach) – ieškomi vidutiniai ekvivalentiniai įtempiai tenkinantys laiko intervale Volterra lygtį.

Rezultatų paprastumui ir skaidrumui parodyti pagal sudarytą matematinį modelį apskaičiuojamos pirmos trys betono įtempių reikšmės, vėliau gauti rezultatai yra lyginami su AEMM ir ASSA analitiniais metodų gautais rezultatais.

Priimama, kad pradinis laikas $t_0 = 3$ dienos, tiriamieji laikai: $t_1 = 4$ dienos, $t_2 = 5$ dienos. Valkšnumo koeficientai: $\varphi(t_1, t_0) = 0.628$; $\varphi(t_2, t_0) = 0.772$; $\varphi(t_1, (t_0+t_1)/2) = 0.5099$; $\varphi(t_2, (t_1+t_2)/2) = 0.5074$. Valkšnumo koeficientai skaičiuoti, kai $f_{cm} = 28$ MPa, RH = 50 %, $h_0 = 100$ mm.

Taigi simetrinė vienetinių deformacijų betone matrica paimta iš skaitinio metodo skaičiavimo:

$$[A(t_n, \tau)] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{b0}} & 0 & 0 \\ \delta(t_1, t_0) - \delta\left(t_1, \frac{t_0+t_1}{2}\right) & \delta\left(t_1, \frac{t_0+t_1}{2}\right) & 0 \\ \delta(t_2, t_0) - \delta\left(t_2, \frac{t_0+t_1}{2}\right) & \delta\left(t_2, \frac{t_0+t_1}{2}\right) - \delta\left(t_2, \frac{t_1+t_2}{2}\right) & \delta\left(t_2, \frac{t_1+t_2}{2}\right) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 4.266 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 6.824 \cdot 10^{-6} & 6.262 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 4.756 \cdot 10^{-6} & 1.089 \cdot 10^{-5} & 5.996 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}.$$

Apkrovos vektorių $\{P\} = const.$ priimame 1,0 MN.

Pagal (1.28) formulę skaičiuojame įtempių betone reikšmes:

$$\{\sigma_b(\tau)\} = \frac{1}{A_c} ([I] + \mu E_s [A(t_n, \tau)])^{-1} \{P\} = \frac{1}{0.09} \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + 0.02 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot \begin{bmatrix} 4.266 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 6.824 \cdot 10^{-6} & 6.262 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 4.756 \cdot 10^{-6} & 1.089 \cdot 10^{-5} & 5.996 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} 1.0 \\ 1.0 \\ 1.0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 9.491 \\ 8.678 \\ 8.511 \end{Bmatrix} \text{ MPa};$$

čia

A_c – betono skerspjūvio plotas;

Taigi pagal sudarytos programos skaičiavimą, gauname tokį įtempių kitimą kas dieną:

$$\sigma_b(\tau) = \begin{Bmatrix} 9.491 \\ 8.678 \\ 8.511 \end{Bmatrix} \text{ MPa}.$$

Radus įtempius apskaičiuojamos deformacijos iš (1.26) formulės:

$$\{\varepsilon_b(t_n, \tau)\} = [A(t_n, \tau)] \{\sigma_b(\tau)\} = \begin{bmatrix} 4.266 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 6.824 \cdot 10^{-6} & 6.262 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 4.756 \cdot 10^{-6} & 1.089 \cdot 10^{-5} & 5.996 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} 9.491 \\ 8.678 \\ 8.511 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0.405 \\ 0.608 \\ 0.65 \end{Bmatrix}.$$

Galiausiai nustatomi senėjimo koeficientai, atsižvelgiant į betono įtempių kaitos istoriją:

$$\chi(t_1, t_0) = \frac{(\varepsilon_b(t_1, t_0) E_b(t_0) - \sigma_b(t_0)[1 + \varphi(t_1, t_0)])}{(\sigma_b(t_1) - \sigma_b(t_0))\varphi(t_1, t_0)} - \frac{1}{\varphi(t_1, t_0)} =$$

$$= \frac{(0.608 \cdot 23440 - 9.491[1 + 0.628])}{(8.678 - 9.491)0.628} - \frac{1}{0.628} = 0.745;$$

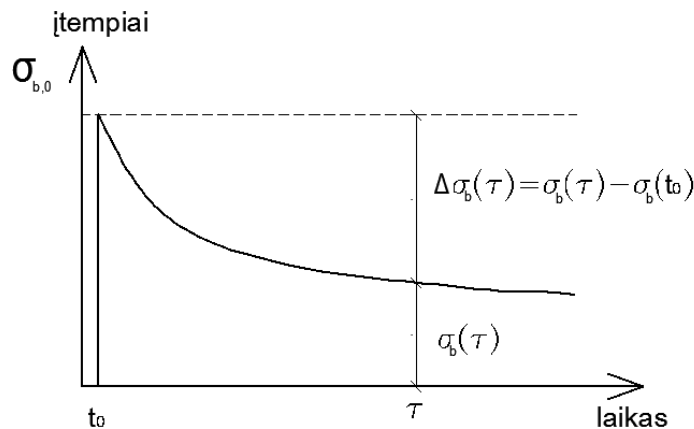
$$\chi(t_2, t_0) = \frac{(\varepsilon_b(t_2, t_0) E_b(t_0) - \sigma_b(t_0)[1 + \varphi(t_2, t_0)])}{(\sigma_b(t_2) - \sigma_b(t_0))\varphi(t_2, t_0)} - \frac{1}{\varphi(t_2, t_0)} =$$

$$= \frac{(0.65 \cdot 23440 - 9.491[1 + 0.772])}{(8.511 - 9.491)0.772} - \frac{1}{0.772} = 0.799.$$

Gautas valkšnumo ir senėjimo koeficientų reikšmės bus naudojamos analitiniuose kitų metodų siūlomose betono įtempių skaičiavimuose.

2.3.1 Analitinis AEMM įtempių skaičiavimo metodas

AEMM skaičiavimo metodą pirmasis pasiūlė Trostas, vėliau šis metodas buvo performuluotas matematiškai Bazanto(1972) ir parodytas analitinio skaičiavimo privalumas. Iki tol skaičiuojama buvo parenkant $\varphi(t, \tau)$ funkcijas, kad išspręsti Volterra lygtį. Taip anksčiau skaičiavo tarybinė valkšnumo mokykla. Bazanto metodas leidžia elementariai spręsti įtempių ir deformacijų uždavinį per įtempių prieaugius, užsidavus χ . Metodo esmė tai, kad yra įvertinamas įtempių kitimas laiko atžvilgiu per $\Delta\sigma(\tau)$ prieaugį. Pradiniai apkrovimo įtempiai laiko atžvilgiu t_0 yra didesni nei įtempiai laiko atžvilgiu t_n , dėl įtempių relaksacijos. Žiūrint į grafiką 2.14 pav., matome kaip kinta įtempiai laiko atžvilgiu.



2.14 pav. Laipsniškai mažėjanti įtempių istorija

Įtempių pokytis aprašomas lygtimi:

$$\Delta\sigma_b(t_n) = \sigma_b(t_n) - \sigma_b(t_0); \quad (2.1)$$

čia

$\Delta\sigma_b(t_n)$ – laikui kintant nežinomas įtempių prieaugis, kurie pasireiškia dėl valkšnumo. Jeigu $\sigma_b(t_0)$ yra gniuždomieji įtempiai, tai $\Delta\sigma_b(t_n)$ dažniausiai yra tempiamieji įtempiai.

Visiška betono deformacijų suma:

$$\varepsilon_b(t_n, t_0) = \frac{\sigma_b(t_0)}{E_e(t_n, t_0)} + \frac{\Delta\sigma_b(\tau)}{\overline{E_e}(t_n, t_0)}; \quad (2.2)$$

čia

$E_e(t_n, t_0)$ – efektyvusis tamprumo modulis:

$$E_{eff}(t_n, t_0) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(t_n, t_0)}; \quad (2.3)$$

$\overline{E_{eff}}(t_n, t_0)$ – efektyvusis tamprumo modulis pakoreguotas senėjimo koeficientu:

$$\overline{E_{eff}}(t_n, t_0) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \chi(t_n, t_0)\varphi(t_n, t_0)}. \quad (2.4)$$

Betono deformacijos ir armatūros deformacijos priimamos lygios: $\varepsilon_b(t_n, t_0) = \varepsilon_s(t_n, t_0)$;

Įtempiai armatūroje iš pusiausvyros lygties:

$$\sigma_s(\tau) = \frac{P - \sigma_b(\tau)A_c}{A_s}. \quad (2.5)$$

Vertinant, kad deformacijos yra lygios, sulyginame (2.2) ir (2.5) formules ir išreiškiame įtempių pokyčius.

$$\Delta\sigma_b(t_n) = \frac{1}{1 + \overline{n}^0} \left[\frac{P}{A_c} - \sigma_b(t_0)(1 + n^0\mu) \right]; \quad (2.6)$$

čia n^0 – efektyvaus ir armatūros tamprumo modulių santykis, $E_s / E_{eff}(t_n, t_0)$.

$\overline{n}^0$ – senėjimo koeficiento pakoreguoto ir armatūros tamprumo modulių santykis, $E_s / \overline{E_{eff}}(t_n, t_0)$.

2.3.1.1 Skaičiavimas pagal AEMM metodą, kai $P = \text{const}$.

Remdamiesi pasiūlytu AEMM metodo skaičiavimu randame pirmas tris betono įtempių reikšmes. Rezultatus palyginame su skaitinio metodo gautais įtempiais.

Taigi pagal AEMM teoriją atliekame skaičiavimus. Priimami anksčiau naudoti valkšnumo bei apskaičiuoti senėjimo koeficientai:

$$\chi(t_1, t_0) = 0.745; \varphi(t_1, t_0) = 0.628;$$

$$\chi(t_2, t_0) = 0.799; \varphi(t_2, t_0) = 0.772;$$

Efektyvus tamprumo modulių skaičiavimas:

$$E_{eff}(t_1, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \varphi(t_1, t_0)} = \frac{23438.45}{1 + 0.628} = 1.44 \cdot 10^4 \text{ MPa};$$

$$E_{eff}(t_2, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \varphi(t_2, t_0)} = \frac{23438.45}{1 + 0.772} = 1.323 \cdot 10^4 \text{ MPa};$$

čia

$E_b(t_0)$ – pradinis tamprumo modulis.

Tamprumo modulių santykis:

$$n_1^0 = \frac{E_s}{E_{eff}(t_1, t_0)} = \frac{2 \cdot 10^5}{1.44 \cdot 10^4} = 13.889;$$

$$n_2^0 = \frac{E_s}{E_{eff}(t_2, t_0)} = \frac{2 \cdot 10^5}{1.323 \cdot 10^4} = 15.122.$$

Laiko pakoreguotas efektyvus tamprumo modulis:

$$\overline{E}_{eff}(t_1, t_0) = \frac{E_{b0}}{1 + \chi(t_1, t_0) \cdot \varphi(t_1, t_0)} = \frac{23438.45}{1 + 0.745 \cdot 0.628} = 1.597 \cdot 10^4 \text{ MPa};$$

$$\overline{E}_{eff}(t_2, t_0) = \frac{E_{b0}}{1 + \chi(t_2, t_0) \cdot \varphi(t_2, t_0)} = \frac{23438.45}{1 + 0.799 \cdot 0.772} = 1.449 \cdot 10^4 \text{ MPa}.$$

Laiko pakoreguoto tamprumo modulių santykis:

$$\overline{n}_1^0 = \frac{E_s}{\overline{E}_{eff}(t_1, t_0)} = \frac{2 \cdot 10^5}{1.597 \cdot 10^4} = 12.524;$$

$$\overline{n}_2^0 = \frac{E_s}{\overline{E}_{eff}(t_2, t_0)} = \frac{2 \cdot 10^5}{1.449 \cdot 10^4} = 13.799.$$

Pradinio įtempio skaičiavimas:

$$\sigma_0 = \frac{P}{A_c(1 + n \cdot \mu)} = \frac{1.0}{0.09 \left(1 + \frac{2 \cdot 10^5}{2.344 \cdot 10^4} \cdot 0.02 \right)} = 9.491 \text{ MPa}.$$

Įtempių pokytis praėjus tam tikram laikui:

$$\Delta\sigma_b(t_1) = \frac{1}{1+n_1\mu} \left[\frac{P}{A_c} - \sigma_b(t_0)(1+n_1^0\mu) \right] = \frac{1}{1+12.524 \cdot 0.02} \left[\frac{1.0}{0.09} - 9.491(1+13.889 \cdot 0.02) \right] = -0.813 \text{ MPa};$$

$$\Delta\sigma_b(t_2) = \frac{1}{1+n_2\mu} \left[\frac{P}{A_c} - \sigma_b(t_0)(1+n_2^0\mu) \right] = \frac{1}{1+13.799 \cdot 0.02} \left[\frac{1.0}{0.09} - 9.491(1+15.122 \cdot 0.02) \right] = -0.980 \text{ MPa}.$$

Skaičiuojame galutines įtempių reikšmes:

$$\sigma_b(t_1, t_0) = \sigma_b(t_0) + \Delta\sigma_b(t_1) = 9.491 - 0.813 = 8.678 \text{ MPa};$$

$$\sigma_b(t_2, t_0) = \sigma_b(t_0) + \Delta\sigma_b(t_2) = 9.491 - 0.980 = 8.511 \text{ MPa}.$$

2.1 lentelė. Betono įtempių palyginimas tarp skaitinio ir AEMM metodikų, kai $P=\text{const}$

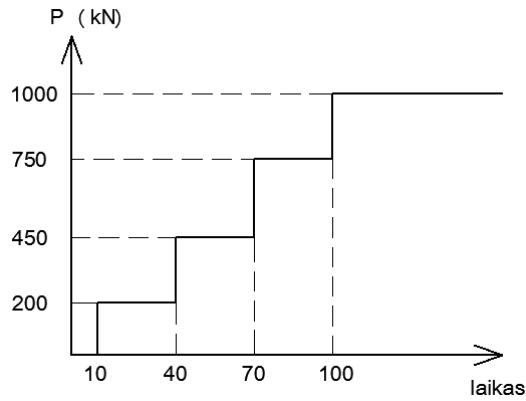
Betono įtempiai	AEMM	Skaitinis metodas
σ_0	9.491 MPa	$\{\sigma_b(\tau)\} = \begin{Bmatrix} 9.491 \\ 8.678 \\ 8.511 \end{Bmatrix} \text{ MPa};$
$\sigma_b(t_1, t_0)$	8.678 MPa	
$\sigma_b(t_2, t_0)$	8.511 MPa	

Skaičiuojant pagal AEMM metodą ir programą, atsakymai gaunami identiški, o tai rodo parašytos programos algoritmo teisingumą.

2.3.1.2 Skaičiavimas pagal AEMM metodą, kai $P \neq \text{const}$.

Iki tol skaičiavome įtempius ir deformacijas, kada konstrukcija yra apkrauta viena apkrova. Šiuo atveju didinsime laipsniškai apkrovas ir stebėsime kaip kinta įtempiai priklausomai nuo valkšnumo bei senėjimo koeficientų įtakos. R. I. Gilberto pasiūlyto varianto esmė tai, kad stebima betono įtempių kaita, nuo laiptiškai pridedamos apkrovos. Skaičiavimuose pridėta apkrova nepriklauso viena nuo kitos. Tiesiog sumuojamas galutinis variantas ties 100 parų. Gautas įtempių rezultatas bus palyginamas su matematinio modelio rezultatais.

Skaičiuojame centriškai armuotos gelžbetoninės kolonos įtempius. Pasirenkame laiptuotą apkrovos kėlimo režimą:



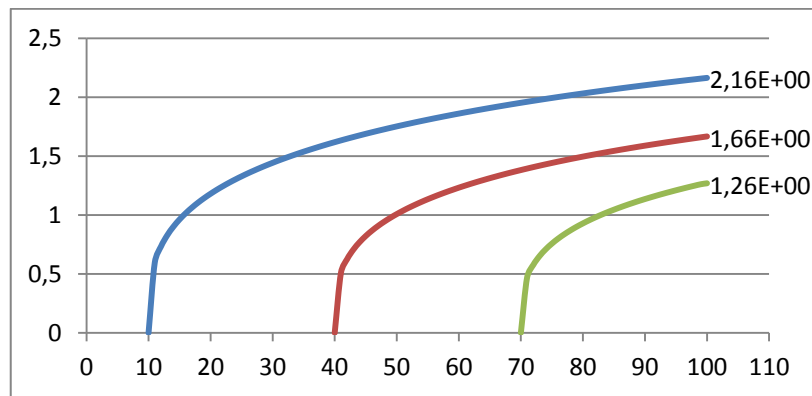
2.15 pav. Apkrovos kitimo istorija

Kolonos parametrai: $A_c = 0.09 \text{ m}^2$; $A_s = 0.0018 \text{ m}^2$; $E_s = 200 \text{ GPa}$;

$RH = 50\%$; $h_0 = 100 \text{ mm}$; $f_{cm} = 20 \text{ MPa}$.

2.2 lentelė. Skaitinio metodo programa senėjimo ir valkšnumo koeficientų reikšmės

P, kN	t_0 , paros	$\varphi(100; t_0)$	$\chi(100; t_0)$	$E_c(t_0)$, GPa
200	10	2,16	0,797	27,857
450	40	1,66	0,057	30,928
750	70	1,26	0,276	31,728
1000	100	0	0,370	32,140



2.16 pav. Valkšnumo koeficientų kitimas

- Ties $t_0 = 10$ dienų apkrauname koloną 200 kN jėga.

Pradiniai įtempiai skaičiuojami pagal AEMM metodą :

$$\sigma_{0,10} = \frac{P_{10}}{A_c (1 + n\mu)} = \frac{200}{0.09 \left(1 + \frac{200000}{27857} \cdot 0.02 \right)} = 1.943 \text{ MPa}.$$

Efektyvusis tamprumo modulis:

$$E_{eff}(100;10) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(100;t_0)} = \frac{27857}{1 + 2.16} = 8.816 \text{ GPa.}$$

Laiko pakoreguotas tamprumo modulis:

$$\overline{E}_{eff}(100;10) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(100;t_0) \cdot \chi(100;t_0)} = \frac{27857}{1 + 2.16 \cdot 0.797} = 10.23 \text{ GPa.}$$

Efektyvaus tamprumo modulių santykis:

$$n^0 = \frac{E_s}{E_{eff}(100,10)} = \frac{200}{8.816} = 22.687.$$

Laiko pakoreguotų tamprumo modulių santykis:

$$\overline{n}^0 = \frac{E_s}{\overline{E}_{eff}(100,10)} = \frac{200}{10.23} = 19.539.$$

Betono įtempiai stebėjimo laiku, kai $t = 100$ dienų:

$$\sigma_0(100) = \sigma_{0,10} \left[\frac{1 + \mu(n - n^0 + \overline{n}^0)}{1 + \overline{n}^0 \mu} \right] = 1.943 \left[\frac{1 + 0.02(7.18 - 22.687 + 19.539)}{1 + 19.539 \cdot 0.02} \right] = 1.51 \text{ MPa.}$$

- Ties $t_0 = 40$ dienų apkrauname koloną dar 250 kN jėga.

Pradiniai įtempiai:

$$\sigma_{040} = \frac{P_{40}}{A_c(1 + n\mu)} = \frac{250}{0.09(1 + 6.467 \cdot 0.02)} = 2.46 \text{ MPa.}$$

Efektyvusis tamprumo modulis:

$$E_{eff}(100;40) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(100;t_0)} = \frac{30928}{1 + 1.66} = 11.63 \text{ GPa.}$$

Laiko pakoreguotas tamprumo modulis:

$$\overline{E}_{eff}(100;40) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(100;t_0) \cdot \chi(100;t_0)} = \frac{30928}{1 + 1.66 \cdot 0.057} = 28.25 \text{ GPa.}$$

Efektyvaus tamprumo modulių santykis:

$$n^0 = \frac{E_s}{E_{eff}(100,40)} = \frac{200}{11.63} = 17.2.$$

Laiko pakoreguotų tamprumo modulių santykis:

$$\overline{n}^0 = \frac{E_s}{\overline{E}_{eff}(100,40)} = \frac{200}{28.25} = 7.079.$$

Betono įtempiai stebėjimo laiku, kai $t = 100$ dienų:

$$\sigma_0(100) = \sigma_{0,40} \left[\frac{1 + \mu(n - n^0 + \bar{n}^0)}{1 + \bar{n}^0 \mu} \right] = 2.46 \left[\frac{1 + 0.02(6.467 - 17.2 + 7.079)}{1 + 7.079 \cdot 0.02} \right] = 1.997 \text{ MPa.}$$

- Ties $t_0 = 70$ dienų apkrauname koloną dar 300 kN jėga.

Pradiniai įtempiai:

$$\sigma_{0,70} = \frac{P_{70}}{A_c(1 + n\mu)} = \frac{300}{0.09(1 + 6.304 \cdot 0.02)} = 2.96 \text{ MPa.}$$

Efektyvusis tamprumo modulis:

$$E_{eff}(100; 70) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(100; t_0)} = \frac{31728}{1 + 1.26} = 14.04 \text{ GPa.}$$

Laiko pakoreguotas tamprumo modulis:

$$\overline{E}_{eff}(100; 70) = \frac{E_c(t_0)}{1 + \varphi(100; t_0) \cdot \chi(100; t_0)} = \frac{31728}{1 + 1.26 \cdot 0.276} = 23.54 \text{ GPa.}$$

Efektyvaus tamprumo modulių santykis:

$$n^0 = \frac{E_s}{E_{eff}(100, 70)} = \frac{200}{14.04} = 14.246.$$

Laiko pakoreguotų tamprumo modulių santykis:

$$\bar{n}^0 = \frac{E_s}{\overline{E}_{eff}(100, 70)} = \frac{200}{23.54} = 8.496.$$

Įtempiai, kai $t = 100$ dienų:

$$\sigma_0(100) = \sigma_{0,70} \left[\frac{1 + \mu(n - n^0 + \bar{n}^0)}{1 + \bar{n}^0 \mu} \right] = 2.96 \left[\frac{1 + 0.02(6.304 - 14.246 + 8.496)}{1 + 8.496 \cdot 0.02} \right] = 2.558 \text{ MPa.}$$

- Ties $t_0 = 100$ dienų apkrauname koloną dar 250 kN jėga.

Pradiniai įtempiai:

$$\sigma_{0,100} = \frac{P_{100}}{A_c(1 + n\rho)} = \frac{250}{0.09(1 + 6.223 \cdot 0.02)} = 2.47 \text{ MPa.}$$

Taigi įtempių reikšmė ties 100 dienų, kai vyrauja visa pridėta apkrova:

$$\sum \sigma_{100} = 1.51 + 1.997 + 2.558 + 2.47 = 8.535 \text{ MPa.}$$

Skaitinio metodo sudaryta programa apskaičiuoti įtempiai, kai kinta apkrova tokiu pačiu dėsniu, gaunama 8.524 MPa.

Skaičiavimų skirtumas gaunamas:

$$\frac{8.535 - 8.524}{8.535} \cdot 100 \% \approx 0.1 \%$$

2.3.2 Analitinis ASSA įtempių skaičiavimo metodas

Patikrinsime pasiūlytą modelį (Balevičius 2010), skaičiuodami centriškai armuoto gelžbetoninio elemento, apkrauto pastovia ilgalaike apkrova betono įtempius per laiką t . Metodas paremtas vidutinių ekvivalentinių įtempių $\sigma_{\xi}(t_n, t)$ tenkinančių Volterra lygtį kitimu laiko atžvilgiu.

Kai $\sigma_{\xi}(t_n, t)$ įtempių betone kitimas yra žinomas, galima betono įtempius išreikšti per laiką taip:

$$\sigma_b(t_n) = \frac{\sigma_0(\chi(t_n, t_0) - 1) + \sigma_{\xi}(t_n, t_0)}{\chi(t_n, t_0)}; \quad (2.7)$$

čia $\sigma_{\xi}(t_n, t_0)$ – ekvivalentiniai įtempiai betone;

$$\sigma_{\xi}(t_n, t_0) = P / \overline{A_{c,n}}. \quad (2.8)$$

Taigi vidutiniai ekvivalentiniai įtempiai yra gaunami pakeičiant skerspjūvio betono plotą į redukuotąjį plotą, suskaičiuotą pagal efektyvųjį senėjančios medžiagos tamprumo modulį.

$$\overline{A_{c,n}} = A_b + \alpha_{eff}(t_n) A_s; \quad (2.9)$$

čia A_b – betono plotas skerspjūvyje;

A_s – armatūros plotas skerspjūvyje;

$$\alpha_{eff}(t_n) - \text{efektyvusis tamprumo modulių santykis laiko atžvilgiu } t_n \quad \alpha_{eff}(t_n) = \frac{E_s}{E_{eff}}.$$

2.3.2.1 Skaičiavimas pagal ASSA metodą, kai $P = \text{const}$.

Palyginsime skaitiniu būdu gautus rezultatus su teoriniais rezultatais pagal ASSA (Average Stress Strain Approach) metodą, grindžiamą vidutinių ekvivalentinių įtempių, tenkinančių Volterra integralą radimu, žinant betono senėjimo koeficientą. Pastarąjį imsime iš skaitinio skaičiavimo. Skaičiavimo skaidrumui parodyti pasitelksime tris laiko intervalus.

Taigi pagal ASSA (Balevičius 2010) skaičiavimo metodą atliekame skaičiavimus.

Priimamos anksčiau naudotas valkšnumo ir senėjimo koeficientų reikšmės:

$$\chi(t_1, t_0) = 0.745; \varphi(t_1, t_0) = 0.628;$$

$$\chi(t_2, t_0) = 0.799; \varphi(t_2, t_0) = 0.772.$$

Tamprumo modulių santykis:

$$\alpha(t_0) = \frac{E_s}{E_b(t_0)} = 8.533.$$

Pradiniai įtempiai betone:

$$\sigma_0 = \frac{P}{A_b + \alpha(t_0) A_s} = \frac{1.0}{0.09 + 8.533 \cdot 0.0018} = 9.491 \text{ MPa}.$$

Efektyvusis tamprumo modulių nuo senėjimo santykis:

$$\overline{E}_{eff}(t_1, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \chi(t_1, t_0) \varphi(t_1, t_0)} = \frac{23440}{1 + 0.745 \cdot 0.628} = 15970 \text{ MPa};$$

$$\overline{E}_{eff}(t_2, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \chi(t_2, t_0) \varphi(t_2, t_0)} = \frac{23440}{1 + 0.799 \cdot 0.772} = 14490 \text{ MPa}.$$

Efektyvaus tamprumo modulių santykis:

$$\alpha_{eff}(t_1) = \frac{E_s}{\overline{E}_{eff}(t_1, t_0)} = \frac{200000}{15970} = 12.524;$$

$$\alpha_{eff}(t_2) = \frac{E_s}{\overline{E}_{eff}(t_2, t_0)} = \frac{200000}{14490} = 13.799.$$

Redukuotas skerspjūvio plotas:

$$\overline{A}_{c,1} = A_b + \alpha_{eff}(t_1) A_s = 0.09 + 12.524 \cdot 0.0018 = 0.113 \text{ m}^2;$$

$$\overline{A}_{c,2} = A_b + \alpha_{eff}(t_2) A_s = 0.09 + 13.799 \cdot 0.0018 = 0.115 \text{ m}^2.$$

Ekvivalentiniai įtempiai:

$$\sigma_{\xi}(t_1, t_0) = \frac{P}{\overline{A}_{c,1}} = \frac{1.0}{0.113} = 8.885 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{\xi}(t_2, t_0) = \frac{P}{\overline{A}_{c,2}} = \frac{1.0}{0.115} = 8.708 \text{ MPa}.$$

Įtempiai betone įvertinus ekvivalentinius įtempius:

$$\sigma_b(t_1, t_0) = \frac{\sigma_0 (\chi(t_1, t_0) - 1) + \sigma_{\xi}(t_1, t_0)}{\chi(t_1, t_0)} = \frac{9.491(0.745 - 1) + 8.885}{0.745} = 8.678 \text{ MPa};$$

$$\sigma_b(t_2, t_0) = \frac{\sigma_0(\chi(t_2, t_0) - 1) + \sigma_{\xi}(t_2, t_0)}{\chi(t_2, t_0)} = \frac{9.491(0.799 - 1) + 8.708}{0.799} = 8.511 \text{ MPa.}$$

2.3 lentelė. Betono įtempių palyginimas tarp skaitinio ir ASSA metodikų, kai $P = \text{const}$

Betono įtempiai	AEMM	Skaitinis metodas
σ_0	9.491 MPa	$\{\sigma_b(\tau)\} = \begin{Bmatrix} 9.491 \\ 8.678 \\ 8.511 \end{Bmatrix} \text{ MPa;}$
$\sigma_b(t_1, t_0)$	8.678 MPa	
$\sigma_b(t_2, t_0)$	8.511 MPa	

Skaičiuojant pagal ASSA metodą ir skaitinio modelio programą, atsakymai gaunami identiški, kas sąlygoja parašytos programos ir ASSA metodo teisingumą.

2.3.2.2 Skaičiavimas pagal ASSA metodą, kai $P \neq \text{const}$.

Skaičiavimams priimame tuos pačius duomenis, kaip prieš tai skaičiuotame AEMM modelyje (magistro darbo 37 psl.)

- Ties $t_0 = 10$ dienų apkrauname koloną 200 kN jėga.

Tamprumo modulių santykis:

$$\alpha(t_0) = \frac{E_s}{E_{b0}} = 7.18.$$

Pradiniai įtempiai betone:

$$\sigma_0 = \frac{P_{10}}{A_b + \alpha(t_0)A_s} = \frac{200}{0.09 + 7.18 \cdot 0.0018} = 1.943 \text{ MPa.}$$

Efektyvusis tamprumo modulių nuo senėjimo santykis:

$$\overline{E_{eff}}(t_1, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \chi(t_1, t_0)\varphi(t_1, t_0)} = \frac{27857}{1 + 0.797 \cdot 2.16} = 10.24 \text{ GPa.}$$

Efektyvusis tamprumo modulių santykis:

$$\alpha_{eff}(t_1) = \frac{E_s}{\overline{E_{eff}}(t_1, t_0)} = \frac{200}{10.24} = 19.539.$$

Redukuotas skerspjūvio plotas:

$$\overline{A_{c,1}} = A_b + \alpha_{eff}(t_1)A_s = 0.09 + 19.539 \cdot 0.0018 = 0.125 \text{ m}^2.$$

Ekvivalentiniai įtempiai:

$$\sigma_{\xi}(t_1, t_0) = \frac{P_{10}}{A_{c,1}} = \frac{200}{0.125} = 1.598 \text{ MPa.}$$

Įtempiai betone įvertinus ekvivalentinius įtempius:

$$\sigma_b(t_1, t_0) = \frac{\sigma_0(\chi(t_1, t_0) - 1) + \sigma_{\xi}(t_1, t_0)}{\chi(t_1, t_0)} = \frac{1.943(0.797 - 1) + 1.598}{0.797} = 1.51 \text{ MPa.}$$

- Ties $t_0 = 40$ dienų apkrauname koloną 250 kN jėga.

Tamprumo modulių santykis:

$$\alpha(t_0) = \frac{E_s}{E_{b40}} = 6.467.$$

Pradiniai įtempiai betone:

$$\sigma_0 = \frac{P_{40}}{A_b + \alpha(t_0)A_s} = \frac{250}{0.09 + 6.467 \cdot 0.0018} = 2.46 \text{ MPa.}$$

Efektyvusis tamprumo modulių nuo senėjimo santykis:

$$\overline{E_{eff}}(t_1, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \chi(t_1, t_0)\varphi(t_1, t_0)} = \frac{30928}{1 + 0.057 \cdot 1.66} = 28.25 \text{ GPa.}$$

Efektyvaus tamprumo modulių santykis:

$$\alpha_{eff}(t_1) = \frac{E_s}{\overline{E_{eff}}(t_1, t_0)} = \frac{200}{28.25} = 7.079.$$

Redukuotas skerspjūvio plotas:

$$\overline{A_{c,40}} = A_b + \alpha_{eff}(t_1)A_s = 0.09 + 7.079 \cdot 0.0018 = 0.103 \text{ m}^2.$$

Ekvivalentiniai įtempiai:

$$\sigma_{\xi}(t_1, t_0) = \frac{P_{40}}{\overline{A_{c,40}}} = \frac{250}{0.103} = 2.433 \text{ MPa.}$$

Įtempiai betone įvertinus ekvivalentinius įtempius:

$$\sigma_b(t_1, t_0) = \frac{\sigma_0(\chi(t_1, t_0) - 1) + \sigma_{\xi}(t_1, t_0)}{\chi(t_1, t_0)} = \frac{2.46(0.057 - 1) + 2.433}{0.057} = 1.997 \text{ MPa.}$$

- Ties $t_0 = 70$ dienų apkrauname koloną 300 kN jėga.

Tamprumo modulių santykis:

$$\alpha(t_0) = \frac{E_s}{E_{b70}} = 6.304.$$

Pradiniai įtempiai betone:

$$\sigma_0 = \frac{P_{70}}{A_b + \alpha(t_0)A_s} = \frac{300}{0.09 + 6.304 \cdot 0.0018} = 2.96 \text{ MPa.}$$

Efektvūsio tamprumo modulių nuo senėjimo santykis:

$$\overline{E_{eff}}(t_1, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \chi(t_1, t_0)\varphi(t_1, t_0)} = \frac{31728}{1 + 0.276 \cdot 1.26} = 23.54 \text{ GPa.}$$

Efektvaus tamprumo modulių santykis:

$$\alpha_{eff}(t_1) = \frac{E_s}{\overline{E_{eff}}(t_1, t_0)} = \frac{200}{23.54} = 8.496.$$

Redukuotas skerspjūvio plotas:

$$\overline{A_{c,70}} = A_b + \alpha_{eff}(t_1)A_s = 0.09 + 8.496 \cdot 0.0018 = 0.105 \text{ m}^2.$$

Ekvivalentiniai įtempiai:

$$\sigma_{\varepsilon}(t_1, t_0) = \frac{P_{40}}{\overline{A_{c,40}}} = \frac{300}{0.105} = 2.849 \text{ MPa.}$$

Įtempiai betone įvertinus ekvivalentinius įtempius:

$$\sigma_b(t_1, t_0) = \frac{\sigma_0(\chi(t_1, t_0) - 1) + \sigma_{\varepsilon}(t_1, t_0)}{\chi(t_1, t_0)} = \frac{2.96(0.276 - 1) + 2.849}{0.276} = 2.558 \text{ MPa.}$$

- Ties $t_0 = 100$ dienų apkrauname koloną 250 kN jėga.

Tamprumo modulių santykis:

$$\alpha(t_0) = \frac{E_s}{E_{b100}} = 6.223.$$

Pradiniai įtempiai betone:

$$\sigma_0 = \frac{P_{100}}{A_b + \alpha(t_0)A_s} = \frac{250}{0.09 + 6.223 \cdot 0.0018} = 2.47 \text{ MPa.}$$

Taigi įtempių reikšmė ties 100 dienų, kai vyrauja kintanti apkrova:

$$\sum \sigma_{100} = 1.51 + 1.997 + 2.558 + 2.47 = 8.535 \text{ MPa.}$$

Skaitiniu metodu gautų įtempių atsakymas, praėjus 100 parų: $\sigma_{100} = 8.524 \text{ MPa.}$

Kaip matome, atsakymai ASSA metodo sutampa su atsakymais AEMM metodu. Skaičiuojant skaitinio metodo programa vyrauja nedidelė paklaida tarp atsakymų. Tačiau ši paklaida yra labai maža, siekia tik 0,1 %. Gauta maža paklaida įrodo sudarytos programos teisingumą, kai skaičiuojami įtempiai esant $P \neq \text{const.}$ dėsniui.

2.3.3 Betono įtempių skaičiavimas, kai kintama apkrova pridėta po keletos dienų

Siekiant galutinai išsiaiškinti sudaryto matematinio modelio teisingumą, pridėsime kintamą apkrovą po keletos dienų. Ankstesniuose skyriuose buvo nagrinėtas skaičiavimo teisingumas pridėjus apkrovą laipsniškai ir laikant ją pastovia. Šiuo atveju atliekame skaičiavimą, kai apkrovos vektorius yra: $P = [200 \ 200 \ 900 \ 900]^T$. Skaičiavimas remsis superpozicijos principo tikrinimu.

Priimti laiko intervalai, kad $t_0 = 10$; $t_1 = 15$; $t_2 = 15$; $t_3 = 25$. Kaip matome 15 parą bus skaičiuojama du kartus, norint gauti laiptą apkrovos režime. Pirmu atveju, kai apkrova bus dar tik 200 kN, antru atveju jau bus įvertinta apkrova kaip 900 kN, esant valkšnumo koeficientų reikšmėms: $\varphi(t_1, t_0) = 0.963$; $\varphi(t_2, t_0) = 1.329$.

Simetrinė vienetinių deformacijų betone matrica:

$$[A(t_n, \tau)] = \begin{bmatrix} \frac{1}{E_{b0}} & 0 & 0 & 0 \\ \delta(t_1, t_0) - \delta\left(t_1, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) & \delta\left(t_1, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) & 0 & 0 \\ \delta(t_2, t_0) - \delta\left(t_2, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) & \delta\left(t_2, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) - \delta\left(t_2, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) & \delta\left(t_2, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) & 0 \\ \delta(t_3, t_0) - \delta\left(t_3, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) & \delta\left(t_3, \frac{t_0 + t_1}{2}\right) - \delta\left(t_3, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) & \delta\left(t_3, \frac{t_1 + t_2}{2}\right) - \delta\left(t_3, \frac{t_2 + t_3}{2}\right) & \delta\left(t_3, \frac{t_2 + t_3}{2}\right) \end{bmatrix} =$$

$$= \begin{bmatrix} 3.59 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 8.378 \cdot 10^{-6} & 6.208 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 8.378 \cdot 10^{-6} & 2.754 \cdot 10^{-5} & 3.455 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 5.104 \cdot 10^{-6} & 4.678 \cdot 10^{-6} & 9.734 \cdot 10^{-6} & 6.408 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix}.$$

Pagal (1.27) formulę skaičiuojamos įtempių betone reikšmės:

$$\sigma_b(\tau) = \frac{1}{A_c} \left([I] + \mu E_s [A(t_n, \tau)] \right)^{-1} \{P\} = \frac{1}{0.09} \cdot \left(\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} + 0.02 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot \begin{bmatrix} 3.59 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 & 0 \\ 8.378 \cdot 10^{-6} & 6.208 \cdot 10^{-5} & 0 & 0 \\ 8.378 \cdot 10^{-6} & 2.754 \cdot 10^{-5} & 3.455 \cdot 10^{-5} & 0 \\ 5.104 \cdot 10^{-6} & 4.678 \cdot 10^{-6} & 9.734 \cdot 10^{-6} & 6.408 \cdot 10^{-5} \end{bmatrix} \right)^{-1} \cdot \begin{Bmatrix} 200 \\ 200 \\ 900 \\ 900 \end{Bmatrix} =$$

$$= \begin{Bmatrix} 1.943 \\ 1.728 \\ 8.562 \\ 7.637 \end{Bmatrix} MPa.$$

Gauname įtempių kitimo istoriją, kai apkrova kintanti:

$$\sigma_b(\tau) = \begin{Bmatrix} 1.943 \\ 1.728 \\ 8.562 \\ 7.637 \end{Bmatrix} MPa.$$

Deformacijų reikšmės:

$$\{\varepsilon_b(\tau)\} = [A(t_n, \tau) \cdot \sigma_b(\tau)] = \begin{Bmatrix} 0.07 \\ 0.124 \\ 0.36 \\ 0.591 \end{Bmatrix}.$$

Senėjimo koeficiento reikšmė, kai pradinis apkrovimo laikas yra 10 dienų, o tiriamasis laikas 15 dienų:

$$\chi(t_1, t_0) = \frac{(\varepsilon_b(t_1, t_0)E(t_0) - \sigma_0[1 + \varphi(t_1, t_0)])}{(\sigma(t_1) - \sigma_0)\varphi(t_1, t_0)} - \frac{1}{\varphi(t_1, t_0)} = \frac{(0.124 \cdot 27.86 - 1.943[1 + 0.963])}{(1.728 - 1.943) \cdot 0.963} - \frac{1}{0.963} = 0.758.$$

Senėjimo koeficiento reikšmė, kai pradinis apkrovimo laikas yra 10 dienų, o tiriamasis laikas 25 dienos.

$$\chi(t_3, t_0) = \frac{(\varepsilon(t_3, t_0)E(t_0) - \sigma_0[1 + \varphi(t_3, t_0)])}{(\sigma(t_3) - \sigma_0)\varphi(t_3, t_0)} - \frac{1}{\varphi(t_3, t_0)} = \frac{(0.591 \cdot 27.86 - 1.943[1 + 1.329])}{(7.637 - 1.943) \cdot 1.329} - \frac{1}{1.329} = 0.824.$$

2.3.3.1 Skaičiavimas pagal AEMM metodą, kai apkrova pridėta po keletos dienų

Pritaikome AEMM skaičiavimo metodą ir tikriname ar gausime tokius pačius įtempius kaip skaičiuojant superpozijos metodu. Skaičiuojame įtempius gautus po 25 dienų, t.y. po pridėtos apkrovos.

Pradinis įtempis:

$$\sigma_0 = \frac{P_{t_1}}{A_c(1+n \cdot \mu)} = \frac{0.200}{0.09(1+7.179 \cdot 0.02)} = 1.943 \text{ MPa}.$$

Efektyvaus tamprumo modulio skaičiavimas:

$$E_{eff}(t_1, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \varphi(t_1, t_0)} = \frac{27.86}{1 + 0.963} = 1.419 \cdot 10^4 \text{ MPa}.$$

$$E_{eff}(t_3, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \varphi(t_3, t_0)} = \frac{27.86}{1 + 1.329} = 1.196 \cdot 10^4 \text{ MPa};$$

čia

$E_b(t_0)$ – pradinis tamprumo modulis, imame visur tik pradinį modulį, nes AEMM metode jis turi būti pastovus, o kitimas įvertinamas per $\chi(t_n, t_0)$.

Tamprumo modulių santykis:

$$n_1^0 = \frac{E_s}{E_{eff}(t_1, t_0)} = \frac{2 \cdot 10^5}{1.419 \cdot 10^4} = 14.09;$$

$$n_3^0 = \frac{E_s}{E_{eff}(t_3, t_0)} = \frac{2 \cdot 10^5}{1.196 \cdot 10^4} = 16.72.$$

Senėjančios medžiagos tamprumo modulis:

$$\overline{E}_{eff}(t_1, t_0) = \frac{E_{b0}}{1 + \chi(t_1, t_0) \cdot \varphi(t_1, t_0)} = \frac{27.86}{1 + 0.758 \cdot 0.963} = 1.611 \cdot 10^4 \text{ MPa};$$

$$\overline{E}_{eff}(t_3, t_0) = \frac{E_{b0}}{1 + \chi(t_3, t_0) \cdot \varphi(t_3, t_0)} = \frac{27.86}{1 + 0.824 \cdot 1.329} = 1.329 \cdot 10^4 \text{ MPa}.$$

Laiko pakoreguoto tamprumo modulių santykis:

$$\overline{n}_1^0 = \frac{E_s}{\overline{E}_{eff}(t_1, t_0)} = \frac{2 \cdot 10^5}{1.611 \cdot 10^4} = 12.416;$$

$$\overline{n}_3^0 = \frac{E_s}{\overline{E}_{eff}(t_3, t_0)} = \frac{2 \cdot 10^5}{1.329 \cdot 10^4} = 15.045.$$

Įtempių pokytis praėjus tam tikram laikui tarpui:

$$\Delta \sigma_b(t_1) = \frac{1}{1 + \overline{n}_1^0 \rho} \left[\frac{P}{A_c} - \sigma_0 (1 + n_1^0 \rho) \right] = \frac{1}{1 + 12.416 \cdot 0.02} \left[\frac{0.200}{0.09} - 1.943(1 + 14.09 \cdot 0.02) \right] = -0.2152 \text{ MPa};$$

$$\Delta \sigma_b(t_3) = \frac{1}{1 + \overline{n}_3^0 \rho} \left[\frac{P}{A_c} - \sigma_0 (1 + n_3^0 \rho) \right] = \frac{1}{1 + 15.045 \cdot 0.02} \left[\frac{0.900}{0.09} - 1.943(1 + 16.72 \cdot 0.02) \right] = 5.694 \text{ MPa}.$$

Skaičiuojame galutines įtempių reikšmes:

$$\sigma_b(t_1, t_0) = \sigma_0 + \Delta\sigma_b(t_1) = 1.943 - 0.2152 = 1.728 \text{ MPa};$$

$$\sigma_b(t_3, t_0) = \sigma_0 + \Delta\sigma_b(t_3) = 1.943 + 5.694 = 7.637 \text{ MPa}.$$

2.4 lentelė. Betono įtempių palyginimas tarp skaitinio ir AEMM metodikų, kai apkrova pridėta po keletos dienų

Betono įtempiai	AEMM	Skaitinis metodas
σ_0	1,943 MPa	$\{\sigma_b(\tau)\} = \begin{Bmatrix} 1.943 \\ 1.728 \\ 8.562 \\ 7.637 \end{Bmatrix} \text{ MPa};$
$\sigma_b(t_1, t_0)$	1,728 MPa	
$\sigma_b(t_2, t_0)$	-	
$\sigma_b(t_3, t_0)$	7,637 MPa	

Skaiciuojant pagal AEMM metodą ir programą, atsakymai gaunami identiški, kas sąlygoja parašytos programos teisingumą. Laiko atžvilgiu $t_3 = 25$ dienos įtempiai sutapo skaičiuojant pagal superpozijos ir AEMM modelius.

2.3.3.2 Skaiciavimas pagal ASSA metodą, kai apkrova pridėta po keleto dienų

Pateiksime skaičiavimą ASSA metodu, kai skaičiuojame nuo veikiančios apkrovos, o ne nuo apkrovos prieaugio, kaip kad AEMM metode.

Skaiciavimams priimame tą patį apkrovos vektorių, naudojames 2.2.2 poskyrio skaičiavimais.

Efektyvusis tamprumo modulių nuo senėjimo santykis:

$$\overline{E_{eff}}(t_1, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \chi(t_1, t_0)\varphi(t_1, t_0)} = \frac{27.86}{1 + 0.758 \cdot 0.963} = 1.611 \cdot 10^4 \text{ MPa};$$

$$\overline{E_{eff}}(t_3, t_0) = \frac{E_b(t_0)}{1 + \chi(t_3, t_0)\varphi(t_3, t_0)} = \frac{27.86}{1 + 0.824 \cdot 1.329} = 1.329 \cdot 10^4 \text{ MPa}.$$

Efektyvusis tamprumo modulių santykis:

$$\alpha_{eff}(t_1) = \frac{E_s}{\overline{E_{eff}}(t_1, t_0)} = \frac{200000}{1.611 \cdot 10^4} = 12.416;$$

$$\alpha_{eff}(t_3) = \frac{E_s}{\overline{E_{eff}}(t_3, t_0)} = \frac{200000}{1.329 \cdot 10^4} = 15.045.$$

Redukuotas skerspjūvio plotas:

$$\overline{A_{c,1}} = A_b + \alpha_{eff}(t_1) A_s = 0.09 + 12.416 \cdot 0.0018 = 0.112 \text{ m}^2;$$

$$\overline{A_{c,3}} = A_b + \alpha_{eff}(t_3) A_s = 0.09 + 15.045 \cdot 0.0018 = 0.117 \text{ m}^2.$$

Ekvivalentiniai įtempiai veikiami visa apkrova pirmame žingsnyje:

$$\sigma_{\xi}(t_1, t_0) = \frac{P_{t_1}}{A_{c,2}} = \frac{0.200}{0.112} = 1.78 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{\xi}(t_3, t_0) = \frac{P_{t_3}}{A_{c,2}} = \frac{0.900}{0.117} = 7.687 \text{ MPa}.$$

Įtempiai tik pridėjus apkrovą:

$$\sigma_{t01} = \frac{P_{k1}}{\left(A_c + \frac{E_s}{E_{b0}} A_s \right)} = \frac{0.200}{0.09 + \frac{200}{27.86} 0.0018} = 1.943 \text{ MPa};$$

$$\sigma_{t02} = \frac{P_{k2}}{\left(A_c + \frac{E_s}{E_{b0}} A_s \right)} = \frac{0.900}{0.09 + \frac{200}{27.86} 0.0018} = 8.744 \text{ MPa}.$$

Įtempiai betone įvertinus ekvivalentinius įtempius:

$$\sigma_b(t_1, t_0) = \frac{\sigma_{t01}(\chi(t_1, t_0) - 1) + \sigma_{\xi}(t_1, t_0)}{\chi(t_1, t_0)} = \frac{1.943(0.758 - 1) + 7.687}{0.758} = 1.728 \text{ MPa};$$

$$\sigma_b(t_3, t_0) = \frac{\sigma_{t02}(\chi(t_3, t_0) - 1) + \sigma_{\xi}(t_3, t_0)}{\chi(t_3, t_0)} = \frac{8.744(0.824 - 1) + 7.687}{0.824} = 7.462 \text{ MPa}.$$

2.5 lentelė. Betono įtempių palyginimas tarp skaitinio ir ASSA metodikų, kai apkrova pridėta po keleto dienų

Betono įtempiai	AEMM	Skaitinis metodas
σ_0	1,943 MPa	$\{\sigma_b(\tau)\} = \left\{ \begin{matrix} 1.943 \\ 1.728 \\ 8.562 \\ 7.637 \end{matrix} \right\} \text{ MPa};$
$\sigma_b(t_1, t_0)$	1,728 MPa	
$\sigma_b(t_2, t_0)$	-	
$\sigma_b(t_3, t_0)$	7,462 MPa	

Kaip matome, ASSA metodu gaunami įtempiai, kai skaičiuojame pagal pridėtą apkrovą, o ne pagal jų prieaugį, skiriasi tiek nuo AEMM, tiek nuo skaitinio metodo gautų

įtempių. Skirtumas rodo, kad skaičiuoti pagal pridėtą apkrovą yra nekorektiška. Skaičiavimai pagal ASSA metodą, imant apkrovos prieaugius ir nuo jų gautus įtempius laiko momentu t pagal superpozicijos principą duoda tokias pačias įtempių reikšmes kaip ir skaitiniu keliu gauti.

2.3.4 Apytikslis skaičiavimas (Simplified Method)

Šiuo metodu bus skaičiuojami betono įtempiai laikant, kad veikia visa apkrova. Priimama, kad $h_0 = 100$ mm, $RH = 50$ %, $f_{ck} = 20$ MPa. Skaičiuojamo skerspjūvio plotas – $0,09$ m², armavimo koeficientas – $0,02$. Betonas apkraunamas, kai $t_0 = 28$ paros, tiriamasis laikas $t = 30\,000$ parų. Senėjimo ir valkšnumo reikšmės imame iš skaitinio modelio skaičiavimo: $\chi_{30000} = 0.801$; $\varphi_{30000} = 3.21$.

Reikšmės tikslumui nustatyti skaičiuojame pagal Gilbert(1988) 4.8 formulę:

$$\sigma_b(30000) = \frac{P}{A_c(1+n^0\rho)} = \frac{1.0}{0.09(1+23.6 \cdot 0.02)} = 7.55 \text{ MPa};$$

čia

$$n^0 = \frac{E_s}{E(\infty; \tau_0)} = \frac{200}{8.48} = 23.6;$$

$$\bar{E}(\infty; \tau) = \frac{E_{b0}}{1 + \chi_{30000} \cdot \varphi_{30000}} = \frac{30.3}{1 + 0.801 \cdot 3.21} = 8.48 \text{ GPa}.$$

Apskaičiuoti įtempiai programa - $\sigma_b(30000) = 6.99 \text{ MPa}$.

Atlikę skaičiavimus pastebime, kad reikšmės išsiskyrė. Skaičiuojant pagal apytikslį metodą apkrova buvo pridėta iš karto nevertinant ankstesnės įtempių kitimo istorijos, toks skaičiavimas atitiktų EC-2 reikalavimus. Tuo tarpu skaitiniu metodu buvo skaičiuota tiksliai, stebint įtempių kitimą kiekvieną dieną ir pridėdant kiekvienos dienos prieaugius. Apytikslis skaičiavimas atitinka projektuotojo skaičiavimą. Šiuo atveju projektuotojas gauna įtempius betone į „atsargą“.

2.4 Išvados ir rekomendacijos

Atlikę patikros skaičiavimą nustatėme, kad sudaryta skaičiavimo programa skaičiuoja teisingai lyginant su analitiniais AEMM ir ASSA metodų rezultatais. Esant grynosios

relaksacijos uždaviniui programos paimtų senėjimo koeficiento reikšmės, kurios sutampa su Ghali ir kt. (2002) senėjimo koeficiento grafikais.

Nustatyta, kad skaičiuojant ASSA metodu, kai $P \neq \text{const.}$ galimas teisingas skaičiavimas tik prieaugiais. Taigi tiek skaičiuojant prieaugius pagal superpozicijos principą tiek AEMM, tiek ASSA duoda tuos pačius rezultatus. Skaičiavimas prieaugiais pagal ASSA reikalauja daugiau matematinių veiksmų.

Įrodę programos teisingą skaičiavimą galima ją pritaikyti jau realiam objektui, daugiaaukščiam pastatui, ir palyginti įtempių rezultatus su laipsniškai keliama apkrova bei „akimirksniu“ projektuotojo skaičiavimu.

3 SUPERPOZICIJOS PRINCIPO EKSPERIMENTINIS TIKRINIMAS

3.1 Superpozicijos principo formuluotė

Kadangi modelis skirtas sudėtiniam apkrovos režimui, kuomet apkrova gali kilti arba leistis per laiką, būtina išsiaiškinti kokios yra paklaidos su eksperimentinėmis, kuomet Volterra lygtis laikoma apkrovimo – nukrovimo atvejui.

Pirmasis superpozicijos principą valkšnumo teorijos taikymui, matyt, suformavo McHenry. Pagal superpozicijos principą: visiška betono deformacija, veikiant kintamiems įtempiams, gali būti apskaičiuota susumavus deformacijas, sukeltas atskirų įtempių prieaugių. Kitaip tariant, betono deformacija stebimu laiko momentu t , kurią sukelia įtempių prieaugis pridėtos apkrovimo momentu t_0 , negali būti nulemta bet kokio įtempių prieaugio, pridėto anksčiau t_0 ar vėliau laiku t_n . Tai leidžia bandymuose naudoti atskiras prizmes, kurios duotų tokius pat rezultatus kaip ir sudėtingais apkrovos režimais apkrauta prizmė. Magistro darbo matematinis modelis sudarytas superpozicijos principu. Superpozicijos principas galioja tol, kol įtempiai ir ilgalaikės deformacijos kinta tiesiškai:

$$\sigma_b(t_0) \leq 0.5R_{pr}(t_0) \approx 0.45f_{cm}(t_0);$$

čia

$R_{pr}(t_0)$ – prizmių stiprumas apkrovos pridėjimo metu.

Volterra lygtis, tikrinant superpozicijos principą, kai prieaugiai išlieka pastovūs tam tikrą laiką ir pridedami laiko momentais $t_0, t_1, t_2, \dots, t_n$:

$$\begin{aligned}\varepsilon_b(t_n, t_0) = & \sigma_b(t_0) \left[\frac{1}{E(t_0)} + C(t_n, t_0) \right] + \int_{t_0}^{t_1} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t_n, \tau) \right] d\tau + \\ & + \int_{t_1}^{t_2} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t_n, \tau) \right] d\tau + \dots + \int_{t_{n-1}}^{t_n} \frac{d\sigma_b(\tau)}{d\tau} \left[\frac{1}{E(\tau)} + C(t_n, \tau) \right] d\tau.\end{aligned}\quad (3.1)$$

Lygtyje suprastinę $d\tau$ ir paėmę įvairius režius atitinkančius amžių, kuriame pridedami nauji įtempiai, gauname:

$$\begin{aligned}\varepsilon_b(t_n, t_0) = & \sigma_b(t_0) \delta(t_n, t_0) + \delta(t_n, t_0) \int_{\sigma_b(t_0)}^{\sigma_b(t_1)} d\sigma(\tau) + \delta(t_n, t_1) \int_{\sigma_b(t_1)}^{\sigma_b(t_2)} d\sigma_b(\tau) + \dots + \\ & + \delta(t_n, t_{n-1}) \int_{\sigma_b(t_{n-1})}^{\sigma_b(t_n)} d\sigma_b(\tau).\end{aligned}\quad (3.2)$$

Kai $\sigma_b(t_{i-1}) = \sigma_b(t_i) = \text{const}$, intervale $t_i - t_{i-1}$, gauname:

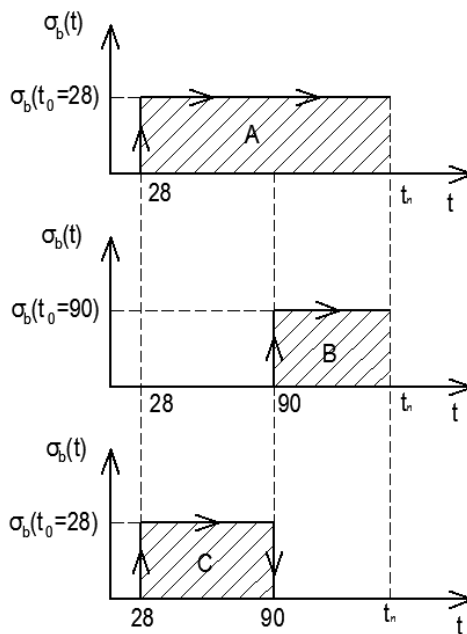
$$\begin{aligned}\varepsilon_b(t_n, t_0) = & \sigma_b(t_0) \delta(t_n, t_0) + \delta(t_n, t_1) [\sigma_b(t_1) - \sigma_b(t_0)] + \delta(t_n, t_2) [\sigma_b(t_2) - \sigma_b(t_1)] + \dots + \\ & + \delta(t_n, t_{n-1}) [\sigma_b(t_n) - \sigma_b(t_{n-1})] = \sigma_b(t_0) \delta(t_n, t_0) + \delta(t_n, t_1) \Delta \sigma_b(t_1) + \delta(t_n, t_2) \Delta \sigma_b(t_2) + \dots + \\ & + \delta(t_n, t_{n-1}) \Delta \sigma_b(t_n);\end{aligned}\quad (3.3)$$

čia $\sigma_b(t_n) = \sigma_b(t_0) + \Delta \sigma_b(t_1) + \Delta \sigma_b(t_2) + \dots + \Delta \sigma_b(t_n)$.

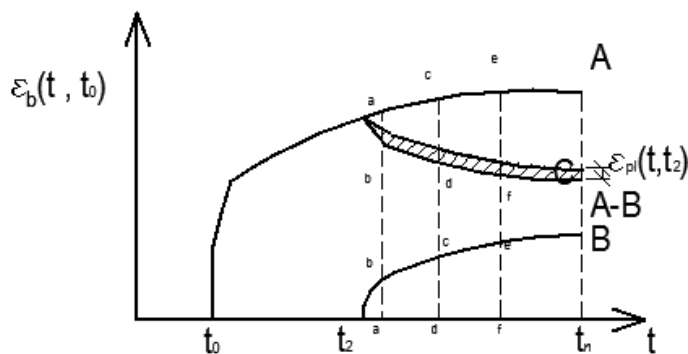
Pritaikykime superpozicijos formuluotę tokiems įtempių režimams (3.1 pav.), kuriuos lengvai galima įgyvendinti eksperimentiškai, norint patikrinti Volterra lygties galiojimą.

- Eksperimentas A: pirmoji prizmė apkraunama, esant $t_0 = 28$ paroms, o nukraunama laiko momentu t ;
- Eksperimentas B: antroji prizmė apkraunama vėliau, esant $t_1 = 90$ paroms, o nukraunama laiko momentu t ;
- Eksperimentas C: trečioji prizmė apkraunama, esant $t_0 = 28$ paroms, tačiau esant $t_2 = 90$ nukraunama ir toliau stebima, kaip per laiką t atsikuria jos betono deformacijos.

Superpozicijos principas galiotų jeigu C eksperimento prizmės deformacijos po nukrovimo būtų lygios prizmių deformacijų skirtumui: $A - B = C$ (3.2 pav.).



3.1 pav. Eksperimentų A, B ir C įtempių režimai



3.2 pav. Betono deformacijų kaita per laiką t

3.2 Eksperimentinis tikrinimas

Remiantis A.A. Gvozdevo ir kt. (1969) eksperimentiniais bandymais, kuriuose yra pagaminamos trys betono prizmės iš to paties mišinio, kurios bus apkrautos trimis skirtingais režimais (3.1 pav.):

Nukrovimo režimui (A-B) pritaikę Volterra lygtį gausime:

$$\begin{aligned} \varepsilon_b(t_n, t_2, t_0) &= \varepsilon_A(t_n, t_0) - \varepsilon_B(t_n, t_2) = \sigma_b(t_0 = 28) \delta(t_n, t_0 = 28) + \delta(t_n, t_2) \int_{\sigma_b(t_0=28)}^0 d\sigma_b(\tau) = \\ &= \sigma_b(t_0 = 28) \delta(t_n, t_0 = 28) + \delta(t_n, t_2) [0 - \sigma_b(t_0 = 28)]. \end{aligned} \quad (3.4)$$

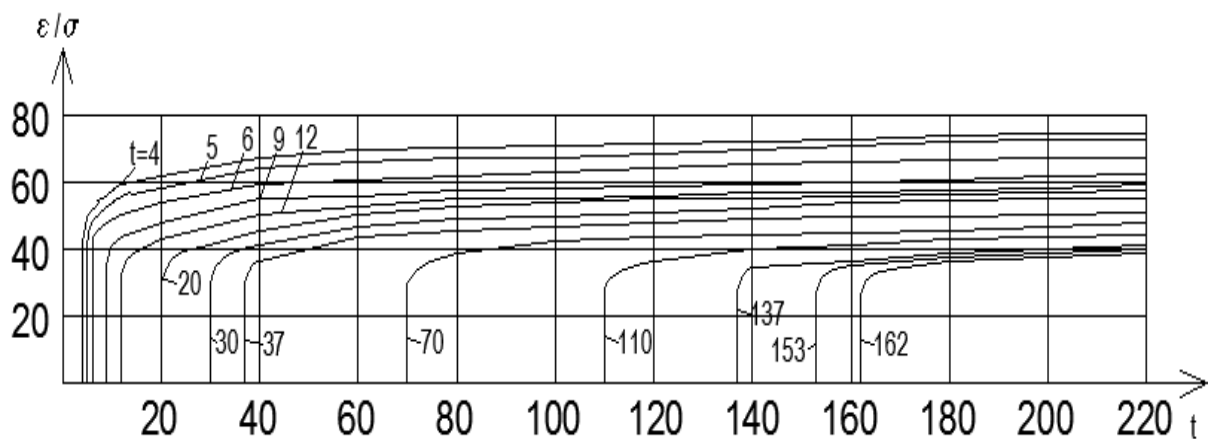
Taigi, kaip matome, atėmę atskirai išbandytų A ir B bandinių deformacijas, jei galioėtų superpozicijos principas, turėtume gauti C bandinio nukrovimo deformaciją. Literatūroje eksperimentinių tyrimų analizė rodo, kad superpozicijos principo taikymas (Volterra lygtis) lemia paklaidas, nukrovus prizmę ir pamatavus jos liekamąją deformaciją - ji yra didesnė. Liekamoji deformacija parodyta 3.2 pav. užbrūkšniuotu plotu. Jeigu po tam tikro periodo vėl apkrautume prizmę (C), tai eksperimentinės deformacijos jau būtų didesnės nei tos, kuri būtų pirmą kartą apkrauta. Tai rodo, kad yra pirmo laipsnio $\varepsilon_{pl}(t, t_0)$ deformacijos, kurios gali kauptis medžiagoje ir jų pasireiškimui reikalingas laikas. Įvertinus šias deformacijas, betono deformacijos galima skaičiuoti:

$$\varepsilon_b(t_n, t_2, t_1) = \varepsilon_A(t_n, t_0) - \varepsilon_B(t_n, t_2) + \varepsilon_{pl}(t_n, t_2).$$

Šias deformacijas nustatysime iš eksperimento atlikto 3.1 pav. kaip skirtumą tarp bandinių deformacijų ir deformacijų gautų pagal Volterra lygtį:

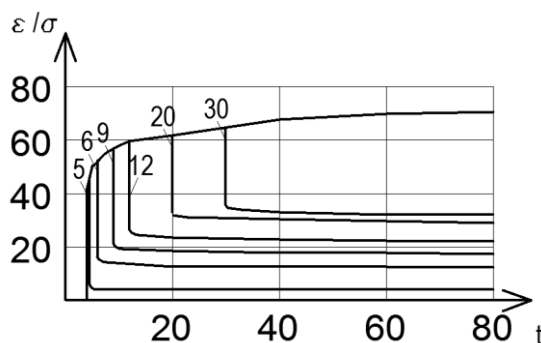
$$\varepsilon_{pl}(t_n, t_2) = \varepsilon_b(t_n, t_2) - \varepsilon_b(t_n, t_2, t_0);$$

Pagal A. A. Gvozdevo(1969) 24 psl. eksperimentus visiškų deformacijų grafikai tik apkrovus prizmes:



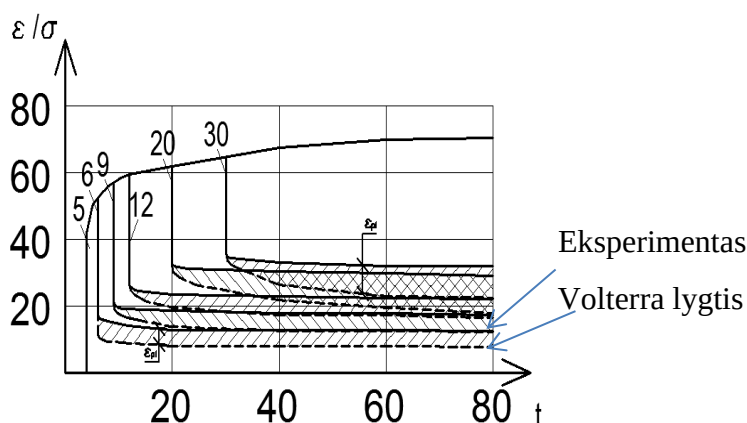
3.3 pav. Eksperimentinės visiškosios deformacijos pagal A. A. Gvozdevą ir kt (1969)

3.3 pav. atitinka 3.2 pav. kreives A ir B. Taip pat (A.A. Gvozdev et al 1969) literatūroje pateikiamas 25 psl. eksperimentinis grafikas C (3.4 pav.).

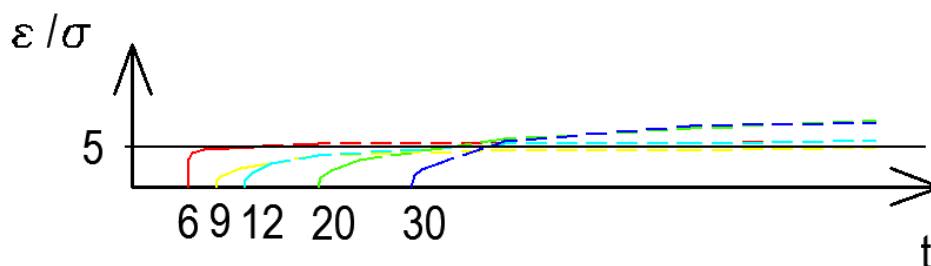


3.4 pav. Eksperimentinės visiškosios deformacijos po nukrovimo

Pritaikę superpozicijos principo metodą tai, kad $A-B = C$, pastebime 3.5 pav. superpozicijos principo paklaidos atsiradimą lyginant su eksperimentiniais tyrimais.



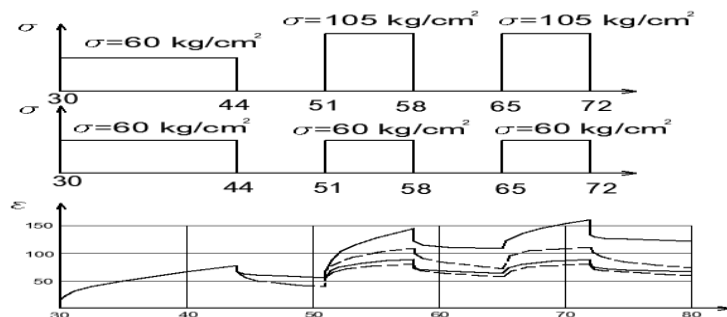
3.5 pav. Eksperimentinių ir superpozicijos deformacijų priklausomybės palyginimas



3.6 pav. Liekamosios plastinės deformacijos $\varepsilon_{pl}(t, t_0)$

Superpozicijos būdu gautos betono deformacijos nukrovus prizmes (-----). Išmatuotos deformacijos po prizmių nukrovimo (———).

Superpozicijos principo ir eksperimentinių tyrimų skirtumą, matyt, sąlygoja mikro plyšių atsiradimas ir galimas jų kaupimasis prizmėse. Tai lemia papildomos pažeidimų deformacijos $\varepsilon_{pl}(t, t_0)$, kurių Volterra lygtis nevertina. Po apkrova skaičiavimas, remiantis superpozicijos principu, mikropleišėjimo neįvertina, todėl ir gaunamos tokios paklaidos, kurios siekia 10-15 %.



3.7 pav. Eksperimentinės deformacijos pagal Gvozdevo (1969:32) bandymą

Taip pat buvo patikrintas sudėtingesnis apkrovimo - nukrovimo variantas (3.6 pav.). Superpozicijos būdu gautos betono deformacijos nukrovus prizmes (-----). Išmatuotos deformacijos po prizmių nukrovimo (—). Pastebime, kad skirtumas, tarp eksperimentinių ir skaičiavimo pagal superpozicijos principą, auga. Taip yra todėl, kad superpozicijos principas neįvertina paklaidos ir jos nuolat didėja.

3.3 Išvados ir rekomendacijos

Atlikę lyginamąją analizę tarp eksperimentinių ir superpozicijos principu besiremiančių deformacijų skaičiavimu, matyti, kad superpozicijos principo skaičiavime vyrauja 10-15 % paklaida. Šią paklaidą lemia mikro plyšių kaupimasis. Paklaidų dydis priklauso nuo apkrovimo režimo. Esant laipsniškai augančiai apkrovai, palankiausia režimui superpozicijos principo paklaida siekia < 10 %.

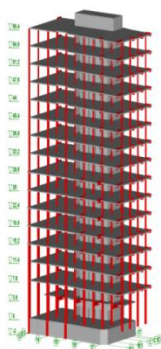
4 DAUGIAAUKŠČIO PASTATO ILGALAIKIO KOLONŲ ĮTEMPIŲ IR DEFORMACIJŲ BŪVIO ANALIZĖ

Pasiūlytas modelis bus pritaikytas modeliuoti įtempių kaitą daugiaaukščiam pastatui, siekiant įvertinti statybos metu kylančios apkrovos režimo.

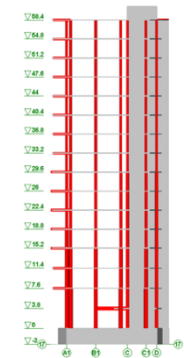
Tiriamasis objektas yra 17 aukštų pastatas. Šio pastato kolonų skerspjūviai ir armatūros plotai buvo parinkti projektuotojų pagal normų EC-2 reikalavimus, apskaičiavus pastato įrąžas nuo nuolatinių, bei laikinųjų apkrovų. Čia vertinsime tik statybos metu atsirandančią apkrovą nuo perdangų svorio. Savojo svorio apkrova nuo perdangos pasiskirsto simetriškai, todėl lenkimo momentai kolonoje nesukeliami.

Pasirinktame objekte yra dviejų tipų kolonos: apvalaus skerspjūvio bei stačiakampio skerspjūvio. Šios kolonos stovi greta, t.y. vieno ir kito tipo kolonų skaičius pastate yra vienodas. Kadangi kolonų mastelio faktorius, lemiantis betono valkšnumo ir susitraukimo deformacijas yra skirtingas, kolonos deformuosis skirtingai. Tai lems papildomas skersines jėgas ties kolonomis dėl to, kad perdangos plokštės išlinks.

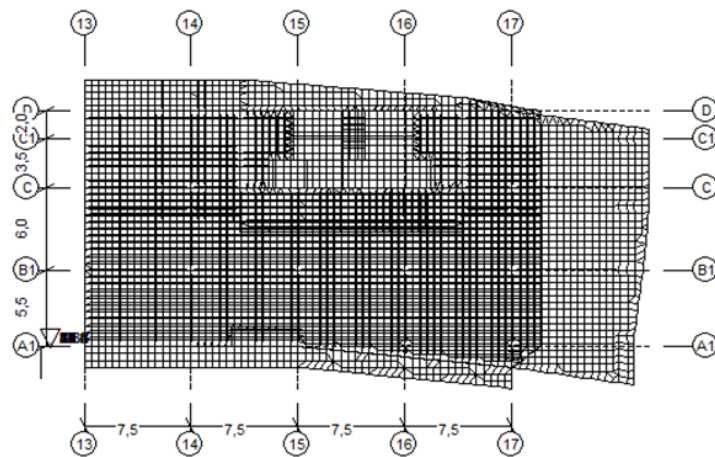
Pasirinktas objektas yra realus pastatas. Pagrindinės pastatų laikančiosios konstrukcijos perimančios horizontalią apkrovą: monolitiniai gelžbetoniniai standumo branduoliai; vertikalios apkrovai skirtos – perdangos, kolonos. Mazgai tarp plokščių ir kolonų priimti standūs.



4.2 pav. Kolonų išsidėstymas pastate

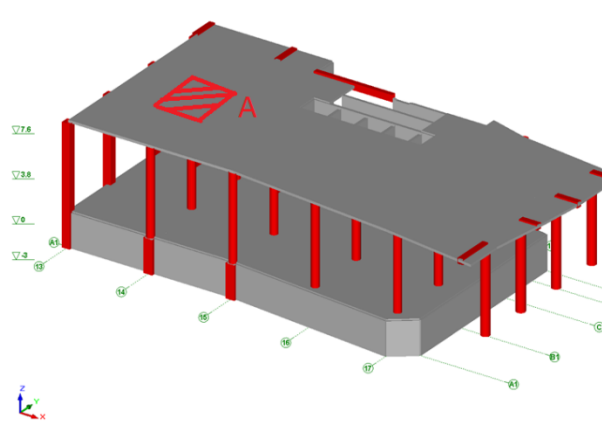


57



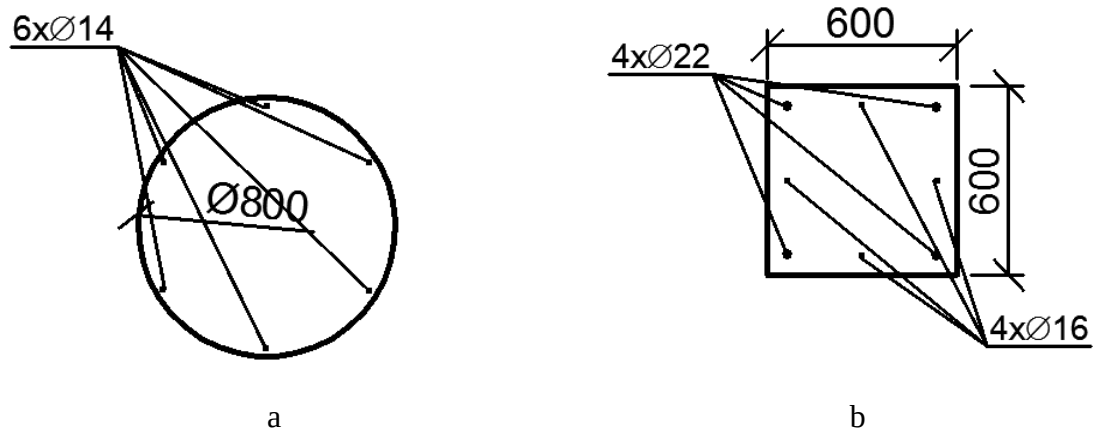
4.4 pav. Atstumai tarp kolonų

Tyrimams pasirenkame viduriniąją koloną ir stebima kaip kis įtempiai joje.



4.5 pav. Vidurinei kolonai tenkantis apkrovos plotas

Remdamiesi darbe anksčiau pasiūlytu skaitiniu modeliu tirsime dviejų skerspjūvio tipų kolonų (6.6 pav.) įtempių ir deformacijų būvį.



4.6 pav. Nagrinėjamų gelžbetoninių kolonų skerspjūviai: a – apvalus, b – stačiakampis

- Apvalios kolonos skerspjūvio charakteristikos yra tokios (pav. 4.6 a):

$$A_c = \pi \frac{d^2}{4} = 3.14 \frac{0.8^2}{4} = 0.5024 \text{ m}^2;$$

$$A_s = 6 \cdot \pi \frac{d^2}{4} = 6 \cdot 3.14 \frac{0.014^2}{4} = 0.000923 \text{ m}^2.$$

Armatūros ir betono plotų santykis:

$$\mu_1 = \frac{A_s}{A_c} = \frac{0.000923}{0.5024} = 0.00184.$$

- Stačiakampės kolonos skerspjūvio charakteristikos yra tokios (pav. 4.6 b):

$$A_c = b \cdot a = 0.6 \cdot 0.6 = 0.36 \text{ m}^2;$$

$$A_s = 4 \cdot \pi \frac{d^2}{4} + 4 \cdot \pi \frac{d^2}{4} = 4 \cdot 3.14 \frac{0.016^2}{4} + 4 \cdot 3.14 \frac{0.022^2}{4} = 0.00232 \text{ m}^2.$$

Armatūros ir betono plotų santykis:

$$\mu_2 = \frac{A_s}{A_c} = \frac{0.00232}{0.36} = 0.00644.$$

Kolonos išdėstytos 7,5 m žingsniu. Nagrinėjamai kolonai tenkantis plotas yra lygus 43.1 m^2 . Perdangos savojo svorio charakteristinė apkrova pagal kolonai tenkanti plotą sudaro 129,3 kN. Betono klasė yra lygi C20/25, tamprumo modulis $E_{cm} = 34,21 \text{ GPa}$, valkšnumo koeficientas 2.58, esant $t_0=447$ paros, $t = 30000$ parų ir aplinkos drėgmei RH 50 %, cilindų vidutiniam gniuždymo stipriui $f_{cm} = 28 \text{ MPa}$, ploto-perimetro santykiui $h_0 = 2A_c/u = 400 \text{ mm}$ (apvali kolona), $h_0 = 2A_c/u = 300 \text{ mm}$ (stačiakampė kolona). Betono susitraukimo deformacija lygi $4,39 \cdot 10^{-4}$ (apvali kolona), $4,03 \cdot 10^{-4}$ (stačiakampė kolona).

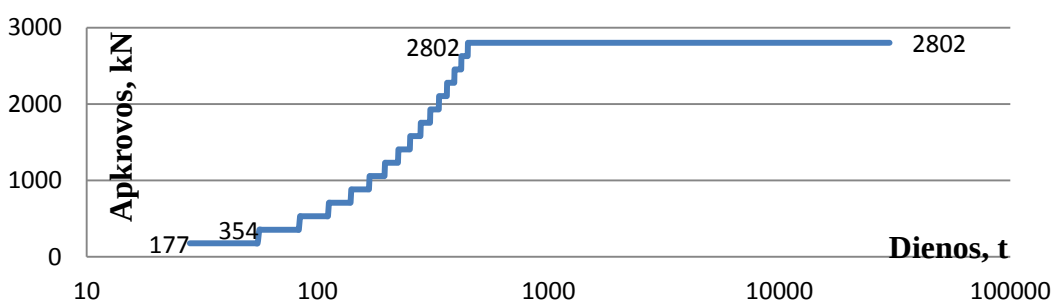
Taigi vieno aukšto perdangos statyba trunka 28 dienas. Stebėsime kaip kinta įtempiai apatinėje kolonoje. Pirmame aukšte koloną veikia jos savasis svoris bei tenkanti apkrova nuo perdangos. Tolimesniuose skaičiavimuose pirmame aukšte esančią koloną veiks antro aukšto kolonos savasis svoris ir antro aukšto apkrova tenkanti nuo perdangos ir taip toliau tokia pačia seka iki 17 aukšto. Baigę visus aukštus stebėsime, kaip įtempiai kinta pirmo aukšto kolonoje, statybos metu atsirandant valkšniosioms ir susitraukimo deformacijoms. Šiuos, laiko atžvilgiu įvertintus įtempius, lyginsime su įtempiais, kurie pridėti „akimirksniu“ būdu, t.y. iš karto skaičiuojant visišką apkrovą apkrautą pastatą, kuri lygi apvaliai kolonai $P = 2.802 \text{ MN}$ (žr. 4.7 pav.), stačiakampei kolonai – $P = 2.6184 \text{ MN}$. Atlikdamas šį skaičiavimą, laikydamasis normų EC-2 reikalavimų, siekdamas apskaičiuoti betono įtempius nagrinėjamu laiko momentu, projektuotojas privalėtų pakeisti betono tamprumo modulį į efektyvųjį senėjančios

medžiagos tamprumo modulį, imdamas betono senėjimo koeficiento reikšmę, lygią 0.8, (ši reikšmė yra reglamentuota EC-2 armatūros išankstinio įtempio nuostolių dėl betono valkšnumo skaičiavimo metode).

4.2 Kolonų įtempių – deformacijų būvis, kai perdangų statyba vyksta kas 28 dienas

4.2.1 Apvalaus skerspjūvio kolonos analizė

Pastato kolona pirmą kartą apkraunama esant 28 dienai, kol ties $t_0 = 447$ dienos pasiekiami visiškai apkrovimo reikšmė $\sum P = 2802 \text{ kN}$, t.y. užbetonuojamos visos perdangos. Jeigu stebėtume visą apkrovimo eigą, atsižvelgiant į betono valkšnumo ir susitraukimo deformacijas, kyla klausimas, koks bus kolonų įtempių – deformacijų būvis, kai pastatas tarnaus neribotai ilgą laiką po statybos. Šiuo atveju imsime $t = 30\,000$ dienų (80 metų), kai betono valkšnumo ir susitraukimo augimas išnyksta.



4.7 pav. Nuolatinės apkrovos kitimo schema per laiką pastato statybos metu

Taigi kolonos savasis svoris:

$$G_{kolona} = A_c \cdot h \cdot \rho = 0.5024 \cdot 3.8 \cdot 25 = 47.7 \text{ kN}.$$

Kolonai pirmame aukšte tenkanti apkrova:

$$P_1 = A \cdot t \cdot \rho + G_{kolona} = 43.1 \cdot 0.12 \cdot 25 + 47.7 = 177 \text{ kN};$$

čia

A – perdangos apkrovos plotas tenkantis kolonai;

$$A = (2.75 + 3) \cdot 7.5 = 43.1 \text{ m}^2;$$

t – perdangos storis, priimame 12 cm.

Skaiciuojant kaip akimirksniu pastatytą pastatą, apatinę koloną veiks $P = 2802 \text{ kN}$ apkrova.

Taigi įtempių betone apatinėje kolonoje pradiniu laiko momentu $t_0 = 28$ paros:

$$\sigma_b = \frac{\sum P}{A_c \left(1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot \mu_1\right)} = \frac{2.802}{0.5024 \left(1 + \frac{200}{30} \cdot 0.00184\right)} = 5.510 \text{ MPa.}$$

Betono įtempiai, kai $t = 30000$ parų:

$$\begin{aligned} \sigma_b(30000) &= \frac{\sum P}{A_c \left(1 + \frac{E_s}{E_{eff}} \cdot \mu_2\right)} - \frac{\varepsilon_{shr} \cdot E_s \cdot \mu}{1 + \mu \cdot E_s / E_{eff}} = \\ &= \frac{2.802}{0.5024 \left(1 + \frac{200 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3 / (1 + 0.8 \cdot 2.58)} \cdot 0.00184\right)} - \frac{4.39 \cdot 10^{-4} \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 0.00184}{1 + 0.00184 \cdot 200 \cdot 10^3 / 34.21 \cdot 10^3} = \\ &= 5.216 \text{ MPa.} \end{aligned}$$

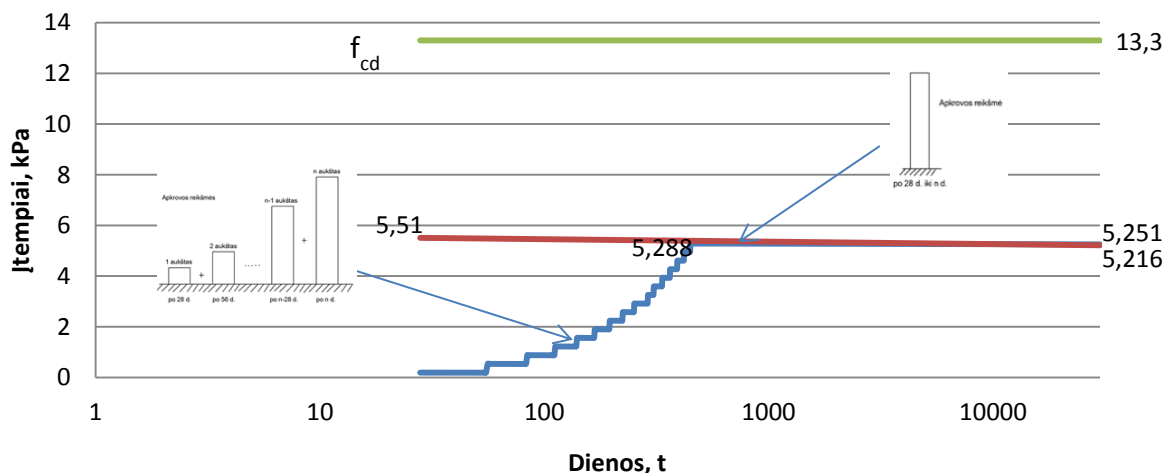
Kaip matome, pasireiškus betono valkšnumui, įtempiai pradeda relaksuoti. Tai vyksta todėl, kad turi galioti darna tarp armatūros ir betono deformacijų. Betono suvaržytas susitraukimas sukelia savaime susibalsuojančius įtempius betone, kad galėtų vidinių jėgų pusiausvyra. Todėl armatūra yra apgniuždoma, o betonas yra tempiamas. Atsiranda dar didesnė įtempių relaksacija.

Įtempiai armatūroje pradžioje laiko momentu ir po 30 000 parų:

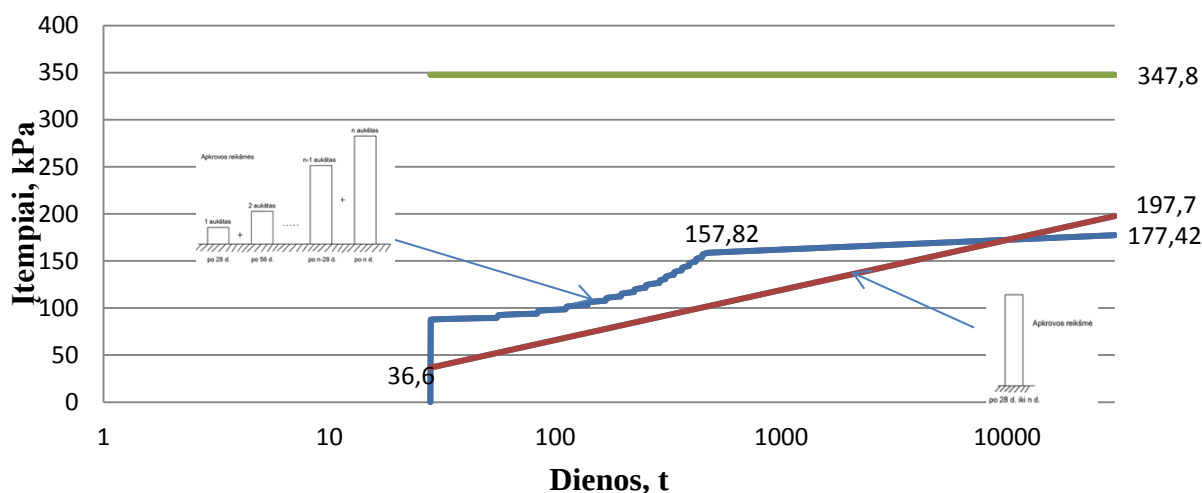
$$\sigma_s(t_0) = \frac{\sum P - \sigma_b(t_0) \cdot A_c}{A_s} = \frac{2.802 - 5.51 \cdot 0.5024}{0.000923} = 36.6 \text{ MPa;}$$

$$\sigma_s(30000) = \frac{\sum P - \sigma_b(30000) \cdot A_c}{A_s} = \frac{2.802 - 5.216 \cdot 0.5024}{0.000923} = 197.2 \text{ MPa.}$$

Kaip matome, dėl betono įtempių relaksacijos įtempiai armatūroje po 30 000 parų pasireiškus susitraukimui ir valkšnumui išauga apie 5 kartus.

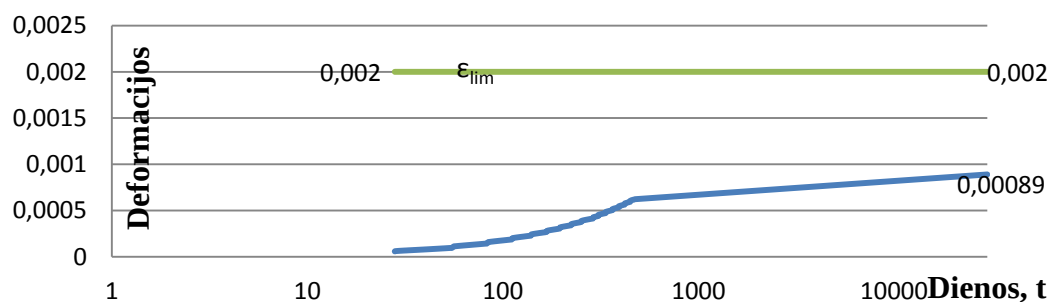


4.8 pav. Įtempių betone palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra apvalus



4.9 pav. Įtempių armatūroje palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra apvalus

Atlikus skaičiavimą rankiniu „apytiksliai“ būdu, pateiksime skaitinio sprendinio pagal pasiūlytą modelį rezultatus (4.8 pav., 4.9 pav.). Įtempiai betone gaunami labai panašūs lyginant abiejų metodų skaičiavimus. Kaip matome armatūroje skirtumas, kai $t = 30000$ parų nėra didelis taip pat. Tačiau galima išvelgti, kad ne statybos pabaigoje gauti įtempiai, skaičiuojant apytiksliai būtų gana stipriai uždidinti. Esant $t = 30000$ parų, projektuotojo rasti apytiksliai būdu įtempiai būtų ne į „atsargą“ maždaug 1 %. Tokie skirtumai esminių pakitimų konstrukcijose nesukeltų, juolab, kad pastatas statiškai neišsprendžiamas.

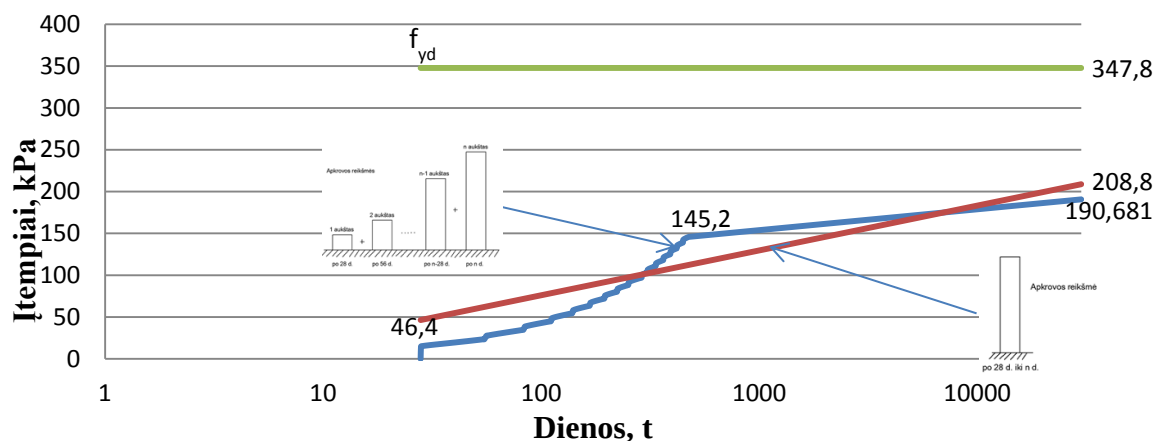


4.10 pav. Deformacijų kitimas, kai kolonos skerspjūvis yra apvalus

Laiko atžvilgiu $t = 30000$ parų, betono deformacijos nepasiekia centriškai gniuždomo betono ribines 0,002 deformacijas. Pastato kolonos tarnaus visą eksploataavimo periodą, t.y. bent 50 metų. Taip pat mažą deformaciją lemia mažos traukumo deformacijos, kuriuos labai priklauso nuo armavimo koeficiento.

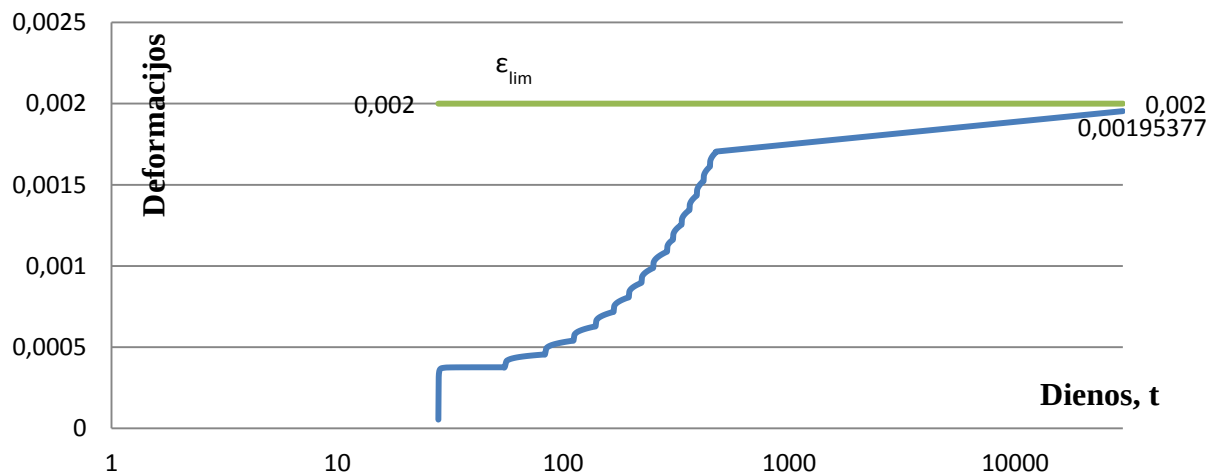
4.2.2 Stačiakampio skerspjūvio kolonos analizė

Taigi kolonos savasis svoris:



4.12 pav. Įtempių armatūroje palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra stačiakampis

Atlikus skaičiavimą rankiniu „apytiksliai“ būdu, pateiksime skaitinio sprendinio pagal pasiūlytą modelį rezultatus (4.11 pav., 4.12 pav.). Šiuo atveju matome, kad betono įtempių skaičiavimo skirtumas, laiko atžvilgiu $t = 30000$ parų, gaunamas didesnis, apie 3 %. Projektuotojo apytikslis betono įtempių skaičiavimas laiku $t = 30000$ parų yra ne į „atsargą“. Taip pat pastebime, kad įtempiai betone, kai $t_0 = 28$ paros, yra smarkiai padidinti, esant projektuotojo apytiksliam skaičiavimui.



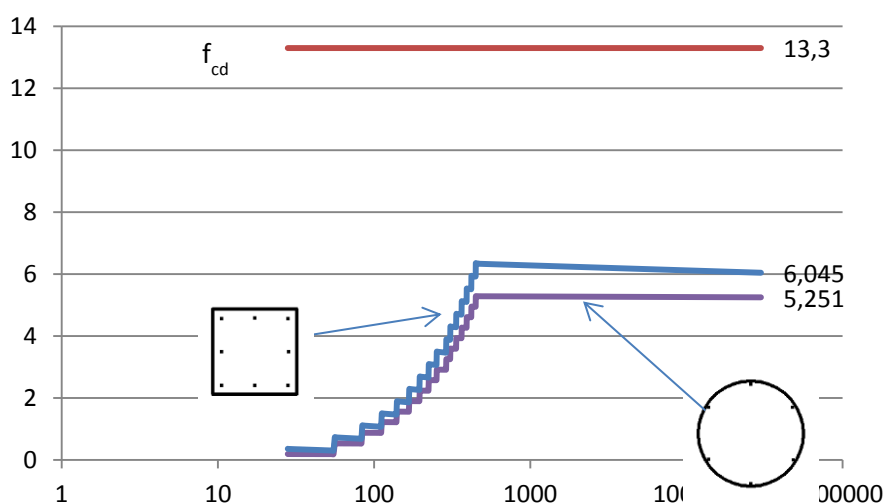
4.13 pav. Deformacijų kitimas, kai kolonos skerspjūvis yra stačiakampis

Kaip matome deformacijos laiko atžvilgiu $t = 30000$ parų beveik pasiekia centriškai gniuždomo elemento ribines deformacijas - 0,002. Kai kolonos elgsena būtų su nedideliu ekscentricitetu (kas daugiaaukščiuose pastuose dėl standumo branduolių įtakos lemia atskirų kolonų „izoliuotų“ nuo didelių momentų elgseną), tai deformacijų reikšmė galėtų kilti

labiausiai gniuždomame sluoksnyje ir neturėtų viršyti $\varepsilon_{cu3} = 0,0035$. Kadangi skaičiuota reikšmė yra maždaug 80 metų, o žinant, kad projektuojama 50 metų eksploataavimo ciklui, tai gauta deformacijos reikšmė nebūtų kritinė. Tačiau praėjus daugiau nei 80 metų, stačiakampė kolona suirs.

4.2.3 Stačiakampės ir apvalios kolonos skerspjūvių įtempių – deformacijų būvis

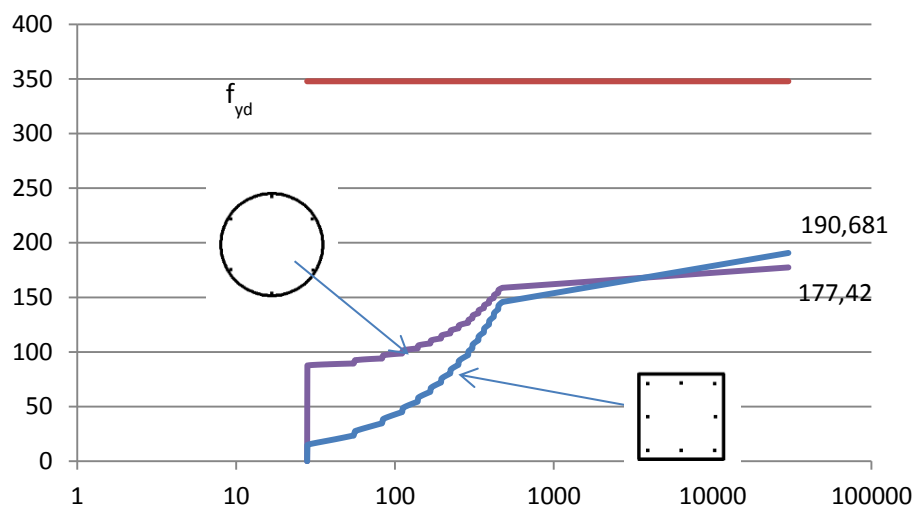
Palyginsime apvalaus ir stačiakampio skerspjūvio kolonų betono įtempių rezultatus (4.14 pav.).



4.14 pav. Įtempių betone kolonų skirtinguose skerspjūviuose palyginimas

Kaip matyti iš 4.14 pav. grafikų, apvalioje kolonoje gaunami didesni įtempiai betone, nes apvalios kolonos betono skerspjūvio plotas yra apie ~1,5 karto didesnis nei stačiakampės kolonos. Taip pat pastebime, kad apvalioje kolonoje įtempių betone kritimas yra spartesnis, tam sąlygos turi mastelio faktorius, valkšnumas ir susitraukimas. Ankstesniame skyriuje (2.1 skyrius) nustatėme, kad mažesnis mastelio faktorius sukelia didesnius įtempius betone. Šiuo atveju mastelio faktorius apvaliame skerspjūvyje yra 400 mm, tuo tarpu stačiakampiame skerspjūvyje yra 300 mm. Analizė parodo, kad gniuždomo betono projektinis stipris nepasiekiamas. Čia yra didžiulė „atsarga“, nes skaitinė analizė atlikta tik nuolatinei apkrovai, atsirandančiai statybos metu.

Toliau palyginsime įtempių kaitą armatūroje (4.15 pav.):



4.15 pav. Įtempių armatūroje kolonų skirtinguose skerspjūviuose palyginimas

Dėl didelio armavimo koeficiento stačiakampiame skerspjūvyje įtempiai armatūroje gaunami didesni nei kad apvalaus skerspjūvio kolonos dėl įtempių persiskirstymo tarp betono ir armatūros. Stačiakampės kolonos armavimas yra 3,5 karto didesnis.

Taigi apskaičiavus kolonas skaitiniu ir apytikslu būdais, pastebima, kad apvalioje kolonoje skirtumas tarp šių metodų gaunamas nežymus, tikrinant betono įtempius. Matyti, kad betono įtempiai, suskaičiuoti apytiksliai, pridėdant visą apkrovą iškart ir taikant nekintamą senėjimo koeficiento reikšmę $\chi = 0.8$, yra apie 1% mažesni už skaitiniu būdu gautas reikšmes. Stačiakampėje kolonoje pastebime didesnę skirtumą tarp skaičiavimų, skirtumas siekia apie 3 %. Nors skirtumas ir nėra didelis, tačiau pastebime, kad apytikslio skaičiavimo rezultatas nėra „atsargos“ pusėn.

Tuo tarpu, įtempiai armatūroje lyginant tarp skaitinio ir apytikslio skaičiavimo, matome, kad tiek esant stačiakampei kolonai ar apvaliai, gaunami mažesni nei apytikslio skaičiavimo dėl deformacijų darnos tarp armatūros ir betono. Esminį skirtumą galima pastebėti laiko atžvilgiu $t_0 = 28$ paros, kai skaitiniu būdu skaičiuojant apvalaus skerspjūvio kolonos armatūros įtempius, gaunami gerokai didesni nei apytiksliame skaičiavime. Tuo tarpu stačiakampiame skerspjūvyje – atvirkščiai. Kaip jau minėjome anksčiau, skaitinio metodo skaičiavimui įtakos turi armavimo koeficientas.

4.3 Kolonų įtempių – deformacijų būvis, kai perdangų statyba vyksta kas 14 dienų

4.3.1 Apvalaus skerspjūvio kolonos analizė

Taigi koloną veiks ta pati jėga kaip ir anksčiau skaičiuotame poskyryje - $P = 2802 \text{ kN}$ apkrova apvalioje kolonoje, $P = 2618.4 \text{ kN}$ stačiakampėje kolonoje. Tik šiuo atveju, aukštas bus apkraunamas greičiau, kas 14 dienų. „Akimirksninio“ skaičiavimo metodika išlieka ta pati, skirsis tik valkšnumo ir susitraukimo deformacijų reikšmė, kuri bus šiek tiek didesnė, nes bus apkraunamas jaunesnis betonas.

Atliekami skaičiavimai apytiksliai būdu, betono įtempiai apatinėje kolonoje, pradiniai įtempiai betone ir ties 30 000 parų yra tokie:

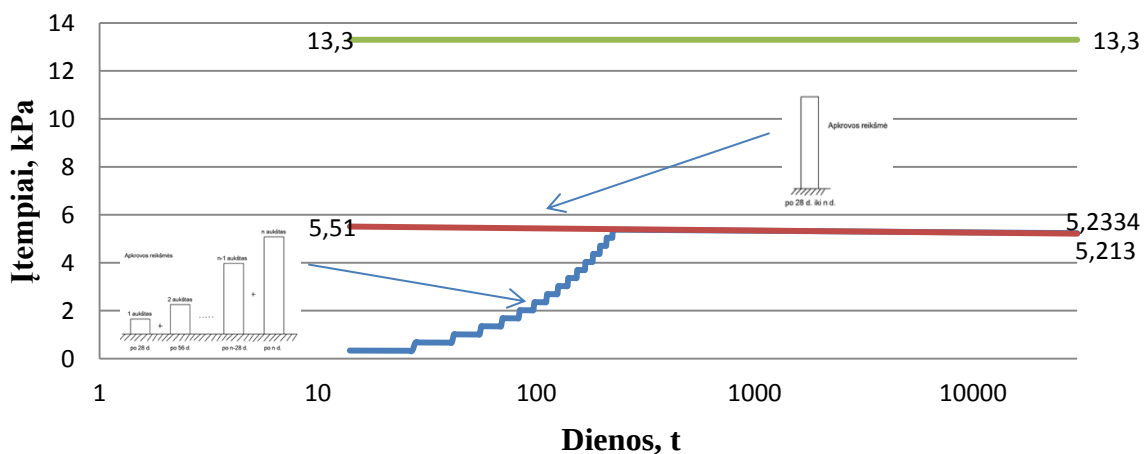
$$\sigma_b = \frac{\sum P}{A_c \left(1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot \mu_1\right)} = \frac{2802 \cdot 10^3}{0.5024 \left(1 + \frac{200}{30} \cdot 0.00184\right)} = 5.510 \text{ MPa};$$

$$\sigma_b(30000) = \frac{\sum P}{A_c \left(1 + \frac{E_s}{E_{eff}} \cdot \mu_2\right)} - \frac{\varepsilon_{shr} \cdot E_s \cdot \mu}{1 + \mu \cdot E_s / E_{eff}} = \frac{2.802}{0.5024 \left(1 + \frac{200 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3 / (1 + 0.8 \cdot 2.79)} \cdot 0.00184\right)} - \frac{4.15 \cdot 10^{-4} \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 0.00184}{1 + 0.00184 \cdot 200 \cdot 10^3 / 34.21 \cdot 10^3} = 5.213 \text{ MPa}.$$

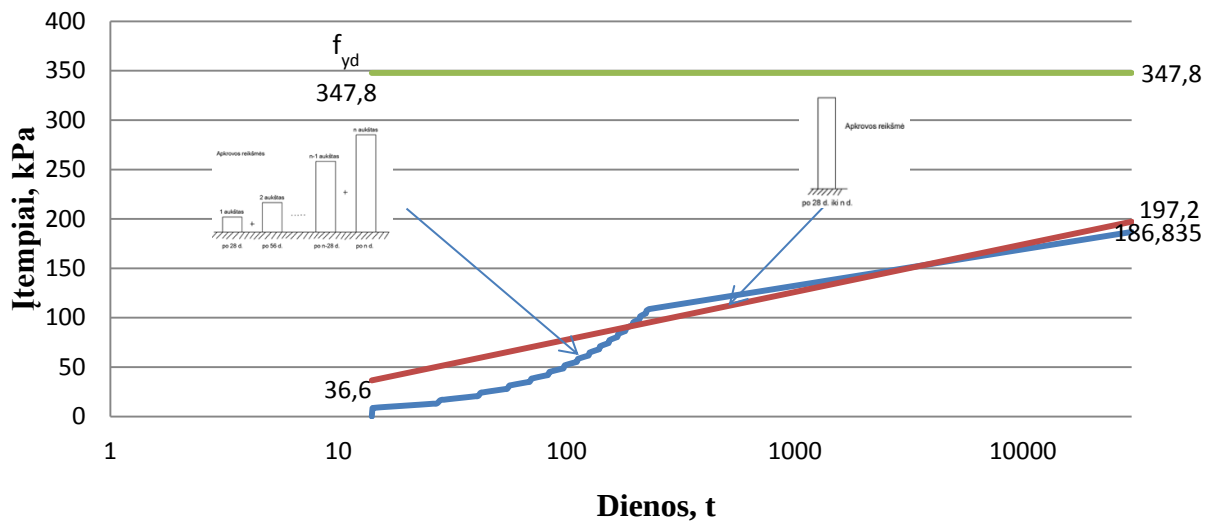
Įtempiai armatūroje pradiniu laiku ir ties 30 000 parų:

$$\sigma_s(t_0) = \frac{\sum P - \sigma_b(t_0) \cdot A_c}{A_s} = \frac{2.802 - 5.51 \cdot 0.5024}{0.000923} = 36.6 \text{ MPa};$$

$$\sigma_s(30000) = \frac{\sum P - \sigma_b(30000) \cdot A_c}{f_{cd} A_s} = \frac{2.802 - 5.214 \cdot 0.5024}{0.000923} = 197.7 \text{ MPa}.$$



4.16 pav. Įtempių betone palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra apvalus



4.17 pav. Įtempių armatūroje palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra apvalus

4.3.2 Stačiakampio skerspjūvio kolonos analizė

Koloną veiks ta pati jėga kaip ir anksčiau skaičiuotame poskyryje - $P = 2618.4 \text{ kN}$ apkrova. Tik šiuo atveju kolona bus apkraunama greičiau, kas 14 dienų. „Akimirksninio“ skaičiavimo metodika išlieka ta pati, skirsis tik valkšnumo koeficiento reikšmė.

Atliekami skaičiavimai apytikslu būdu, betono įtempiai pradiniu laiku ir ties 30000 parų:

$$\sigma_b(t_0) = \frac{\sum P}{A_c \left(1 + \frac{E_s}{E_c} \cdot \mu_2\right)} = \frac{2.6184}{0.36 \left(1 + \frac{200 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3} \cdot 0.00644\right)} = 6.974 \text{ MPa};$$

$$\sigma_b(30000) = \frac{\sum P}{A_c \left(1 + \frac{E_s}{E_{eff}} \cdot \mu_2\right)} - \frac{\varepsilon_{shr} \cdot E_s \cdot \mu}{1 + \mu \cdot E_s / E_{eff}} =$$

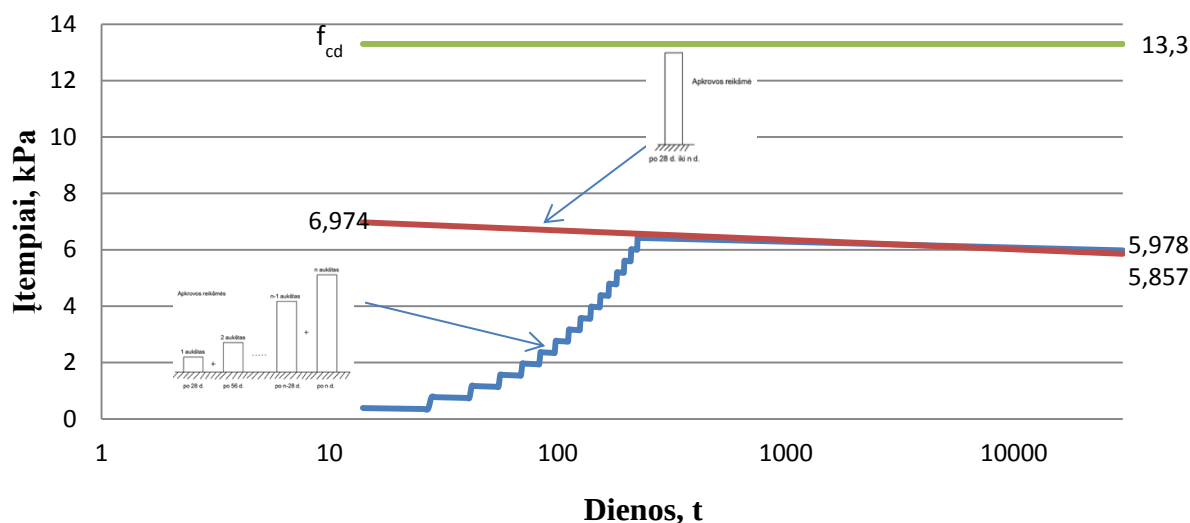
$$= \frac{2.6184}{0.36 \left(1 + \frac{200 \cdot 10^3}{30 \cdot 10^3 / (1 + 0.8 \cdot 2.91)} \cdot 0.00644\right)} - \frac{4.03 \cdot 10^{-4} \cdot 200 \cdot 10^3 \cdot 0.00644}{1 + 0.00644 \cdot 200 \cdot 10^3 / 34.21 \cdot 10^3} =$$

$$= 5.857 \text{ MPa}.$$

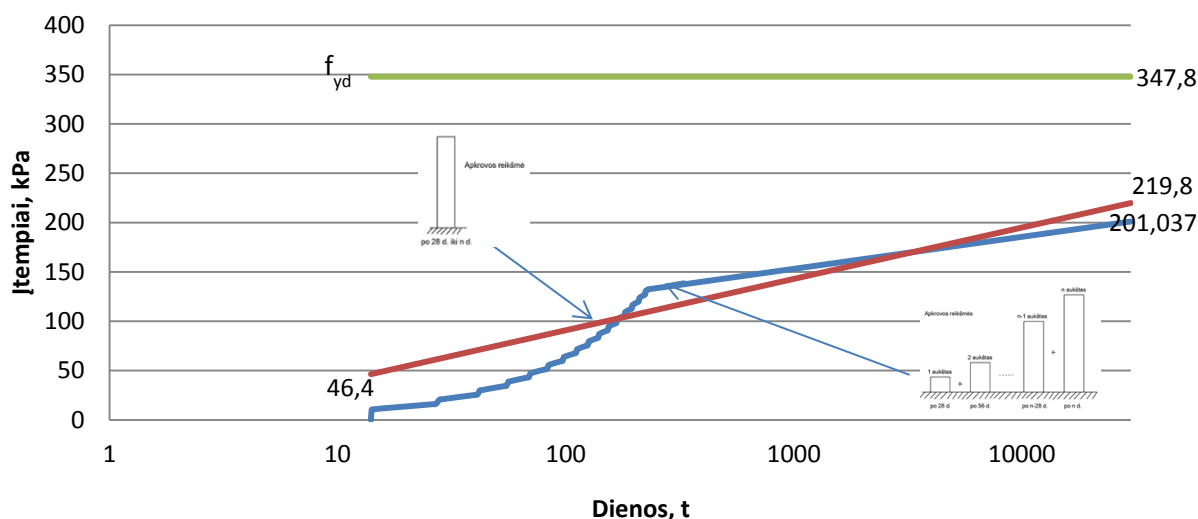
Įtempiai armatūroje pradiniu laiku ir ties 30000 parų:

$$\sigma_s(t_0) = \frac{\sum P - \sigma_b(t_0) \cdot A_c}{A_s} = \frac{2.6184 - 6.974 \cdot 0.36}{0.00232} = 46.4 \text{ MPa};$$

$$\sigma_s(30000) = \frac{\sum P - \sigma_b(30000) \cdot A_c}{A_s} = \frac{2.6184 - 5.857 \cdot 0.36}{0.00232} = 219.8 \text{ MPa}.$$



4.18 pav. Įtempių betone palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra stačiakampis



4.19 pav. Įtempių armatūroje palyginimas, kai kolonos skerspjūvis yra stačiakampis

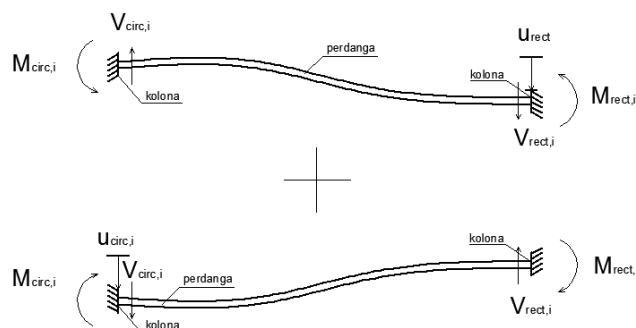
Palyginę skaičiavimą galime padaryti tokias išvadas. Atlikus skaičiavimus, kai betonavimas vyksta kas 14 dienų, nepastebime didelio skirtumo, lyginant perdangos statybą kas 28 dienas, kai galutinis laikas priimtas 30 000 parų. Pasiskirstymas išliko panašus ir tai, kad apytiksliai gauti įtempiai betone yra šiek tiek mažesni nei tiksliai apskaičiavus pagal skaitinį modelį.

Skaičiavimai rodo, kad kai statoma kas 14 dienų ir kas 28 dienas, kai pridedama visiška apkrova, didesni įtempiai betone gaunami, kai kraunama, kas 14 dienų. Įtempiai betone, kai $t = 223$ paros yra 6.44 MPa kraunant kas 14 dienų, o kraunant kas 28 dienas – įtempiai betone – 6,34 MPa, kai $t = 447$ paros. Kai statyba vyksta kas 14 parų įtempiai

stačiakampėje kolone yra 219,8 MPa, o vykstant statybai, kas 28 paros yra lygūs 190,68 MPa. Kaip matome, gauname maždaug 15 % armatūros įtempių padidėjimus dėl „pagreitinios“ statybos.

5 PAPILDOMŲ ĮRĄŽŲ ATSIKADIMAS DĖL SKIRTINGŲ KOLONŲ DEFORMACIJŲ PER LAIKĄ

Kaip matėme iš ankstesnio skyriaus, gretimos kolonos deformuojasi skirtingai per laiką dėl skirtingų betono valkšniųjų ir susitraukimo deformacijų. Akivaizdu, kad šių deformacijų skirtumas lems papildomas įrąžas(skersines jėgas bei lenkimo momentus) plokštėse dėl išlinkimo (5.1 pav.). Plokštės yra standžiai sujungtos su kolonomis. Gretutinių kolonų skirtingi poslinkiai ties kiekvieno aukšto perdangomis lems papildomų šlyties jėgų ir lenkimo momentų atsiradimą. Šlyties jėgų augimas per laiką gali būti pavojingas plokščių praspaudimui kolona, kadangi šios įrąžos gali papildomai prisidėti prie įrąžų, kurios gautos projektuojant pastatą nuo visų apkrovų, neįvertinus statybos metu kylančios apkrovos ir betono valkšnumo su susitraukimu.



5.1 pav. Superpozicijos principo schema papildomoms įrąžoms rasti

Darbe atliksime apytikslį skaičiavimą, remdamiesi statiskai neišsprendžiamų lenkiamų elementų (5.1 pav.), apkrautų poslinkiais analitinėmis formulėmis. Tikslus šlyties jėgų skaičiavimas būtų gautas taikant Ržanycino sudėtinių strypų teoriją (Lenovič 1972) arba taikant BEM. Formulės knygoje išvestos vėjo apkrovai, o ne vertikalčiai ir be valkšnumo įtakos. Tačiau pastarųjų atvejų metodų taikymas būtų per platus spręsti šiame darbe.

Taigi, dėl gretutinių kolonų skirtingų susitraukimo ir valkšnumo deformacijų vystymosi per laiką kolonų poslinkiai yra skirtingi. Tai lemia perdangų išlinkimą dėl šlyties, o kolonose savo ruožtu atsiranda papildomos įrąžos, t.y. skersinės jėgos ir lenkimo momentai.

Kadangi apkrovimas poslinkiu lemia tos pačios krypties reakciją $V_{rect,i}$ atramoje (5.1 pav.), tai kitoje atramoje atsiras priešingos linkmės skersinė jėga. Momentų atžvilgiu, poslinkis sukels priešingų linkmių momentus $M_{rect,i}$, $M_{circ,i}$ atramose (5.1 pav.).

5.1 Kolonų poslinkių skaičiavimas

Kiekvieno aukšto deformacijos perdangoje buvo rastos iš sudaryto skaitinio modelio laiko atžvilgiu, kai $t = 30000$ parų, tai atitiktų pastato tarnavimo amžių – 80 metų. Pagal Volterra lygtį gautos deformacijos yra integruojamos, atsižvelgiant į poslinkių darną tarp aukštų, taip gaunant kolonos poslinkių diagramą (5.2 pav.). Poslinkiai tik nuo perdangos apkrovų skaičiuojami kaip pirmame aukšte įtvirtinant centriškai gniuždomus elementus. Kiekvienas apkrovos pridėjimas įvedamas į $\{P\}$ vektorių. Taigi Volterra lygties modelis $\varepsilon_b(t_n, t_0) = [A]\{P\}$ savaime sumuoja deformacijas. Analogiškai kaip, kad pjaunant kolonos pjūvius rastume ašinių jėgų diagramą, kurioje jėgos augtų žemyn link kolonos įtvirtinimo. Skaičiavimas buvo atliktas 17 kartų, laipsniškai įvedant apkrovos didėjimą ir gaunant sumines deformacijas. Galiausiai nuo visos apkrovos poslinkiai randami pagal deformacijas sprendžiant diferencialinę lygtį, imant laiko atžvilgiu pjūvį $t=30000$ dienų.

$$\text{Taigi } \frac{du}{dz} = \varepsilon(z) = \varepsilon_i(z, t, t_0). \quad (5.1)$$

Tuomet integruojant gauname:

$$\int_{u_{i-1}}^{u_i} du = \int_{l_{i-1}}^{l_i} \varepsilon_i(z, t, t_0) dz;$$

čia $\varepsilon(z, t, t_0)$ – nuo altitudės z , laiku t ir t_0 deformacija, gauta sprendžiant Volterra lygtį pagal pasiūlytą skaitinį modelį, imant pirmo aukšto altitudę ties perdanga z_1 , gausime $\varepsilon_1(z_1, t = 30000, 28)$, imant antrą aukštą – $\varepsilon_2(z_2, t = 30000, 56)$, nes 2-ojo aukšto perdanga betonuojama po 28 parų nuo 1-ojo aukšto betonavimo.

Kadangi nuo koncentruotos jėgos gauta deformacija yra vienoda tarp aukštų aukštyje, tai gauname:

$$u_i^P(z) = u_{i-1}^P + \varepsilon_i(z, t, t_0)(l_i - l_{i-1}); \quad (5.2)$$

čia l_i – aukšto aukštis, kur i – aukšto numeris. Poslinkis atramoje – $u_0 = 0$.

Tokiu būdu prie prieš tai buvusio poslinkio pridedamas esamas poslinkis užtikrinant poslinkių darną.

Poslinkiai nuo kolonos savojo svorio yra sukelti išskirstytos apkrovos veikimo, todėl jų kitimas pagal kolonos aukštį nėra tiesinis, o atitinkamai – parabolinis.

Norint tiksliai apskaičiuoti poslinkį nuo savojo svorio apkrovos, reikalingas dvigubas integravimas per laiką ir per kolonos aukštį. Kolonos apkrovos yra ženkliai mažesnės už veikiančią apkrovą nuo aukšto. Tai buvo nustatyta skaičiuojant apytiksliai pasitelkiant $\overline{E_{eff}}$ modulį. Skaičiavimo paklaida būtų nedidelė poslinkių nuo perdangų atžvilgiu, todėl vietoj dvigubo integravimo tamprumo modulis buvo apytiksliai pakeistass į E_{eff} . Tai gali būti laikoma priimtinu supaprastinimu:

$$u_i^p(z) = u_{i-1}^p + \int_0^{z_i} \frac{\rho g A_c z}{E_{eff} A_c} dz = u_{i-1}^p + \frac{\gamma z^2}{2 \cdot E_{eff}}; \quad (5.3)$$

kai $u_{i-1} = u_0 \longrightarrow$ bus lygus nuliui ties įtvirtinimu.

Suminis poslinkis:

$$u_i(z) = u_i^p + u_i^r(z);$$

Nustačius poslinkius, skaičiuojame papildomas įrašas dėl plokščių išlinkio dėl skirtingų gretimų kolonų deformacijų. Skaičiuojant taikomas superpozicijos principas, t.y. atskirai skaičiuojama įtvirtintos kolonos poslinkiai priešingoje pusėje ir atskirai kitoje pusėje. Atsižvelgus į įrašų ženklą, gaunasi ne sumavimas, o skirtumas (5.1 pav.):

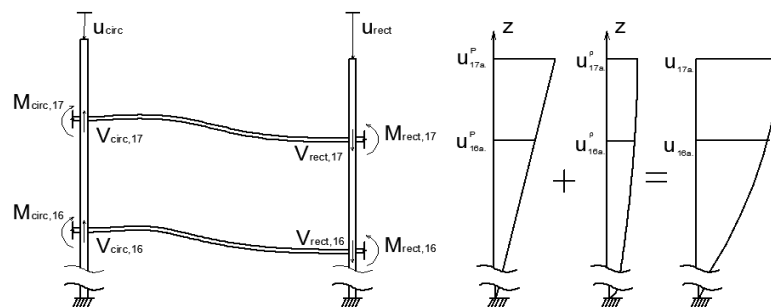
$$V_{circ,i} + V_{rect,i} = \Delta V_i; \quad M_{circ,i} + M_{rect,i} = \Delta M_i; \quad (5.4)$$

čia V_i – papildoma skersinės jėgos įrašas, M_i – papildoma lenkimo momento įrašas.

Statiškai neišsprendžiamame rėme įrašos nuo kiekvienos kolonos apskaičiuojamos:

$$M_{m,i} = \frac{6\overline{E_{eff}} I}{l^2} u_{m,i}; \quad V_{m,i} = \frac{12\overline{E_{eff}} I}{l^3} u_{m,i};$$

čia m – indeksas nurodantis skerspjuvio tipą.



5.2 pav. Gretutinių kolonų poslinkiai

Gautos įrašos yra nuo skirtingų poslinkių poveikio, jas paprasčiausiai galima gauti ir be superpozicijos principo taikymo, t.y.:

$$\Delta M_i = \frac{6\overline{E_{eff}}}{l^2} \Delta u, \quad \Delta V_i = \frac{12\overline{E_{eff}}}{l^3} \Delta u,$$

čia $\Delta u = u_{rect} - u_{circ}$.

Akivaizdu, kad įrašos ties kolonų ir perdangų mazgais bus skirtingų ženklų vienos ir kitos kolonos atžvilgiu. Skaičiuojant įrašas M_i, V_i , formulėse privalo būti pakeistas tamprumo modulis į $\overline{E_{eff}}$, nes veikianti pastoviai apkrova pasireikš betono valkšnumo deformacijų augimu. Keitinys bus apytikslis, nes reiktų įrašas formuluot sprendžiant tiksliai per Volterra lygtį. Į $\overline{E_{eff}}$ statomas senėjimo koeficientas iš programos pagal atitinkamai augančią apkrovos istoriją.

5.2 Gretutinių kolonų papildomų įrašų skaičiavimas

Žinant suminius kiekvieno aukšto poslinkius, papildomos įrašos skaičiuojamos *apytiksliai* remiantis statiskai neišsprendžiamų rėmų poslinkių metodu (5.1 pav.), kai skaičiuojamos perdangos plotis - 7,5 m, perdangos skerspjūvio aukštis – 0,2 m.

Perdangos standis EI apskaičiuojamas taip:

$$E_{eff} I = 12720 \cdot 10^3 \cdot \frac{7.5 \cdot 0.2^3}{12} = 63.6 \text{ kNm}^2.$$

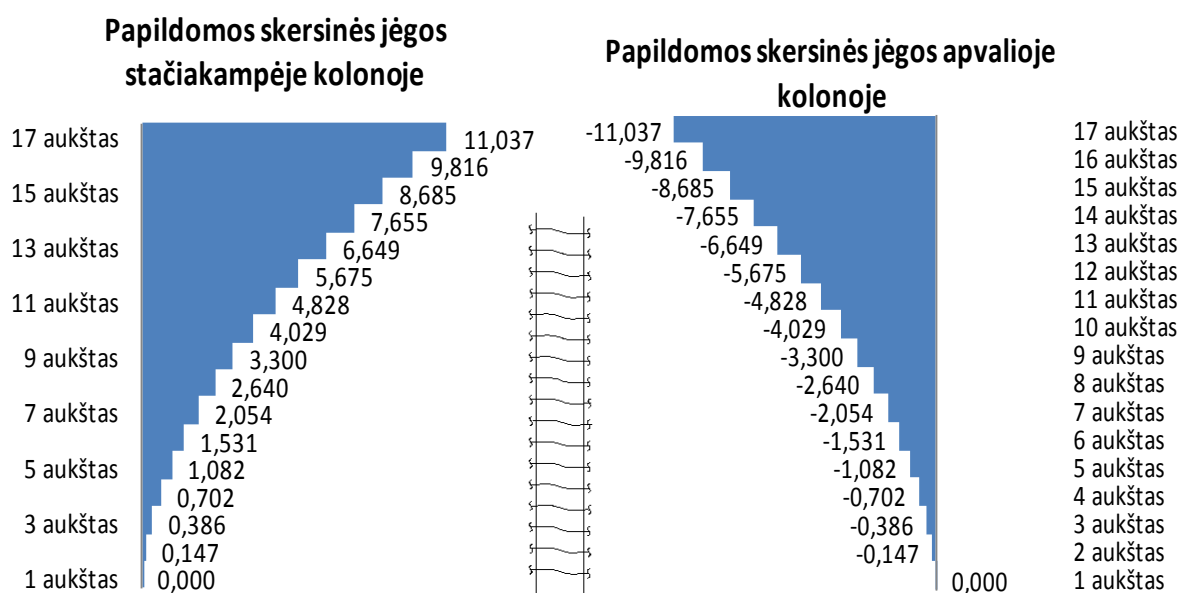
Tenkanti perdangos apkrova į koloną:

$$P_p = A \cdot t \cdot \gamma = 43.1 \cdot 0.2 \cdot 25 = 215.6 \text{ kN};$$

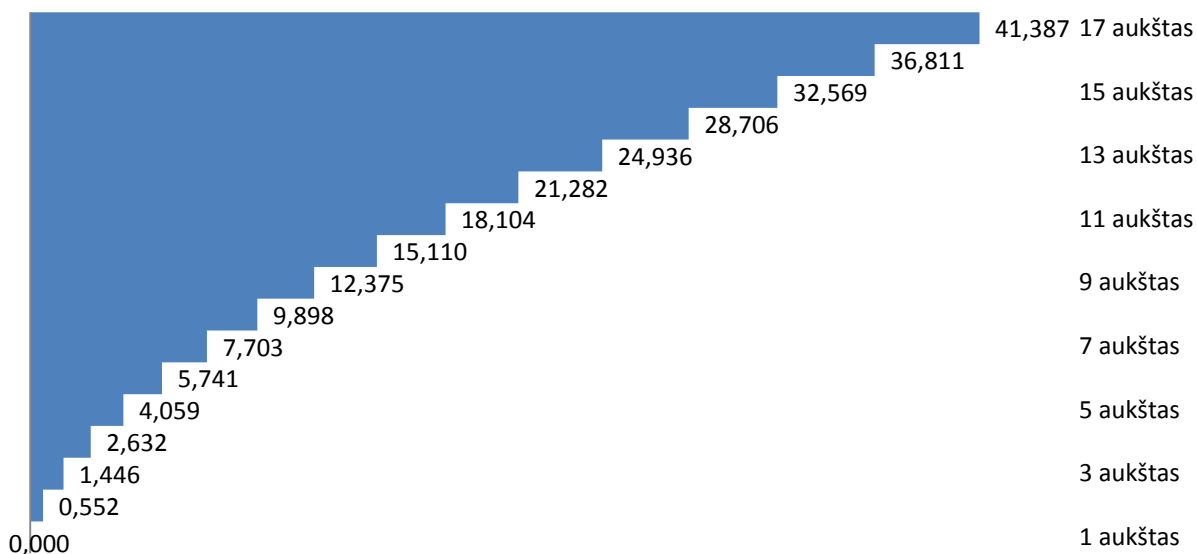
Gavus skaitinio metodo programos kiekvieno aukšto deformacijas, buvo rastos papildomos įrašos taikant (5.2), (5.3) ir (5.4) lygtis. Papildomų įrašų skaičiavimo lentelės pateiktos B priedo B.1 ir B.2 lentelėse.

5.1 lentelė. Papildomų įrašų skaičiavimo rezultatai tarp gretutinių kolonų

Aukštai	Stačiakampė kolona		Apvali kolona		Papildomos skersinės jėgos apvaliai kolonai, kN	Papildomos skersinės jėgos stačiakampei kolonai, kN	Papildomo lenkimo momentai, kNm
	M, kNm	V, kN	M, kNm	V, kN			
1 aukštas	0,0	0,0	0,0	0,0	0,000	0,000	0,000
2 aukštas	12,2	3,2	11,6	3,1	-0,147	0,147	0,552
3 aukštas	25,8	6,9	24,4	6,5	-0,386	0,386	1,446
4 aukštas	40,9	10,9	38,2	10,2	-0,702	0,702	2,632
5 aukštas	56,4	15,0	52,3	14,0	-1,082	1,082	4,059
6 aukštas	73,1	19,5	67,4	18,0	-1,531	1,531	5,741
7 aukštas	91,0	24,3	83,3	22,2	-2,054	2,054	7,703
8 aukštas	110,1	29,4	100,2	26,7	-2,640	2,640	9,898
9 aukštas	130,4	34,8	118,0	31,5	-3,300	3,300	12,375
10 aukštas	151,8	40,5	136,7	36,4	-4,029	4,029	15,110
11 aukštas	174,3	46,5	156,2	41,6	-4,828	4,828	18,104
12 aukštas	197,9	52,8	176,6	47,1	-5,675	5,675	21,282
13 aukštas	222,8	59,4	197,8	52,8	-6,649	6,649	24,936
14 aukštas	248,6	66,3	219,9	58,6	-7,655	7,655	28,706
15 aukštas	275,4	73,4	242,8	64,7	-8,685	8,685	32,569
16 aukštas	303,3	80,9	266,5	71,1	-9,816	9,816	36,811
17 aukštas	332,3	88,6	290,9	77,6	-11,037	11,037	41,387



5.3 pav. Papildomų skersinių jėgų tarp kolonų pastate diagramos



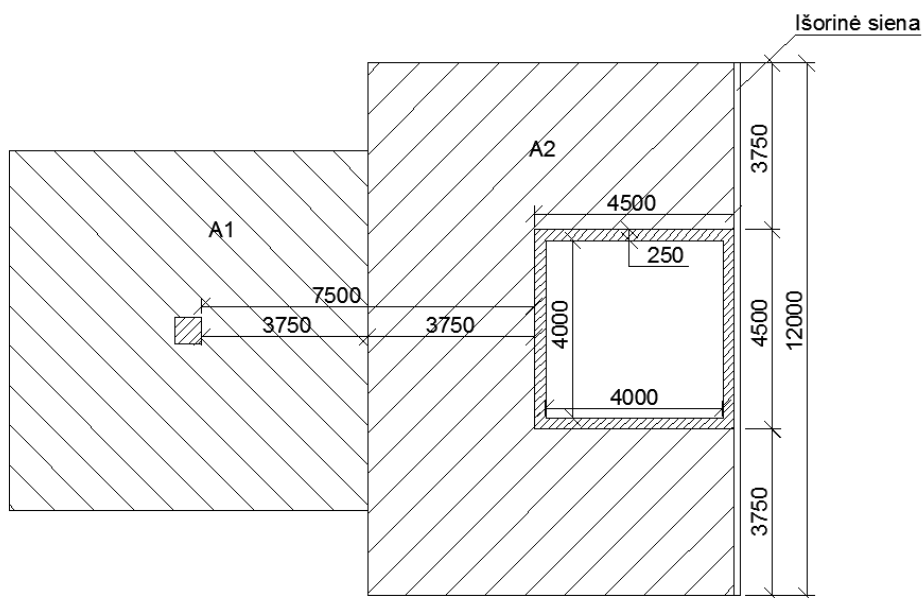
5.4 pav. Papildomi lenkimo momentai, susidarę dėl skirtingų kolonų deformacijų

Nagrinėjamam atvejui gautos papildomos skersinės jėgos, esant $t = 30000$ dienų, gali lemti perdangos praspaudimą. Didžiausia jų įtaka praspaudimui būtų viršutinio aukšto perdangoms (žr. 5.3 pav.), kur gretutinių kolonų poslinkiai yra didžiausi. Taigi, maksimali gaunama papildomos skersinės jėgos reikšmė – 11,037 kN. Apytiksliai skaičiavime neįvertinus statybos metu kitusios apkrovos ištirtijos ir valkšnumo, papildoma įrašą nebūtų įvertinama.

Atlikus papildomų lenkimo momentų skaičiavimą nustatyta, kad maksimali papildomo momento reikšmė yra 41,387 kNm.

5.3 Kolonos ir standumo branduolio papildomų įrašų skaičiavimas

Praeitame skyriuje buvo tirtos papildomos įrašos atsirandančios dėl gretutinių kolonų, pagamintų iš skirtingų skerspjūvių, pasislinkimo. Jeigu pastatas būtų iš vienodų skerspjūvio kolonų, tai papildomos įrašos dėl statybos metu esančios istorijos neatsirastų. Tačiau kolonos ties standumo branduoliais, vieno kito atžvilgiu deformuosis skirtingai vertikalia linkme. Taigi poskyryje įvertinsime skirtingus poslinkius tarp kolonos ir standumo branduolio. Kolonos skerspjūvis – stačiakampis. Kadangi standumo branduolys turės mažesnį poslinkį lyginant su kolona, to pasekoje poslinkių skirtumas bus didesnis. Priimami standumo branduolio matmenys - 4,5 m x 4,5 m dydžio.



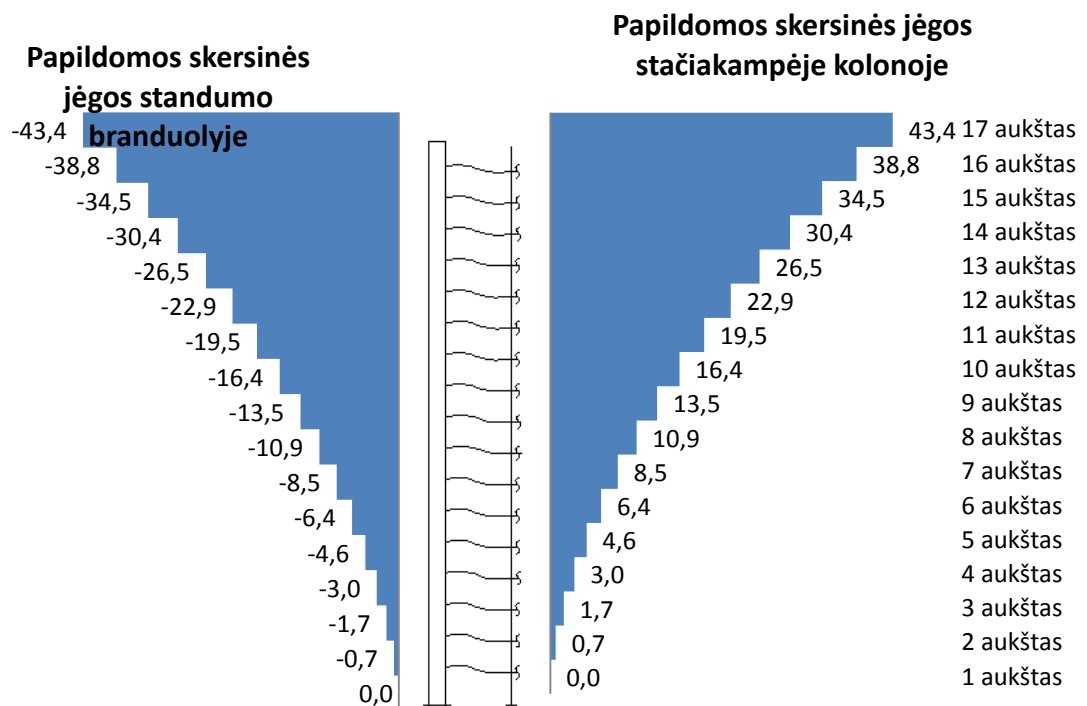
5.5 pav. Gretutinė kolona ir standumo branduolys

Skerspjūvio plotas – 4,25 m², perimetras – 34 m. Ploto – perimetro santykis $h_0 = 2A_c/u = 250$ mm. Tiriama kai aplinkos drėgnis 50 %, betono stiprumo klasė C20/25, armavimo koeficientas priimtas – 0,02. Apkraunama kas 28 dienos, kaip ir ankstesniuose variantuose. Stebimas laikas – 30000 parų. Veikiamas perdangos plotas į standumo briauną yra $A_2 = 78,8$ m², veikiamą apkrovą nuo perdangos – 394 kN, perdangos standis $EI = 171$ kNm².

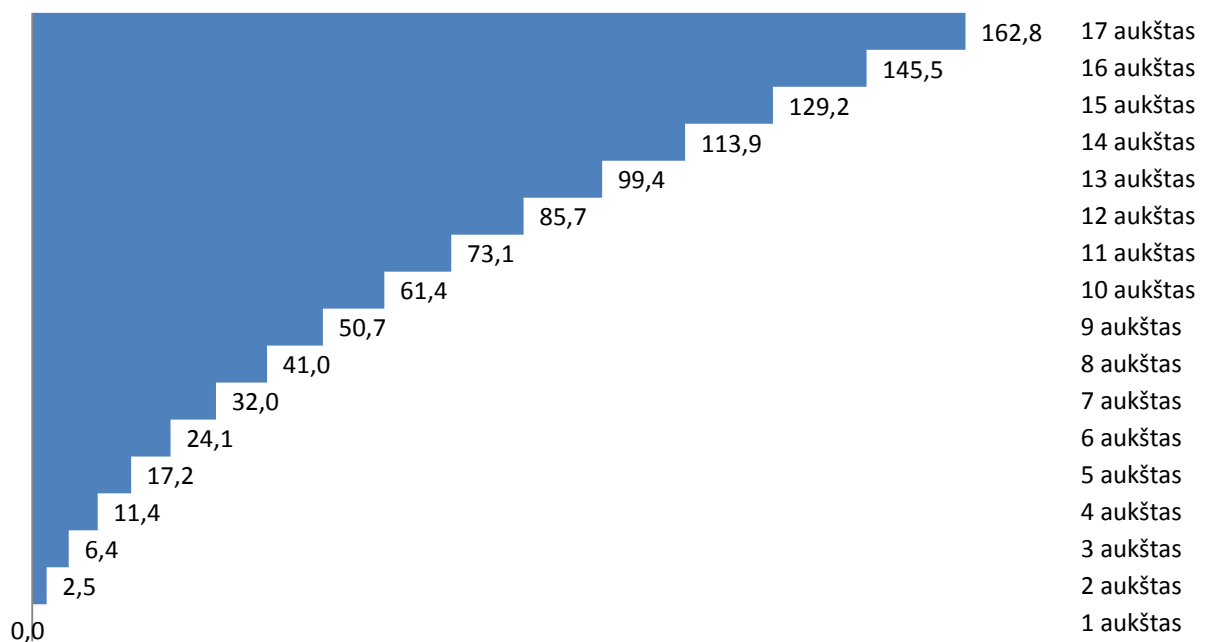
Standumo branduolio įrašų skaičiavimas pateiktas B priedo lentelėje B.3.

5.2 lentelė. Papildomų įrašų skaičiavimo rezultatai tarp kolonos ir standumo branduolio

Aukštai	Stačiakampė kolona		Standumo briauna		Papildomos skersinės jėgos standumo briaunai, kN	Papildomos skersinės jėgos stačiakampei kolonai, kN	Papildomo lenkimo momentai, kNm
	M, kNm	V, kN	M, kNm	V, kN			
1 aukštas	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000	0,000
2 aukštas	12,178	3,247	9,671	2,579	-0,668	0,668	2,506
3 aukštas	25,831	6,888	19,467	5,191	-1,697	1,697	6,364
4 aukštas	40,860	10,896	29,464	7,857	-3,039	3,039	11,396
5 aukštas	56,377	15,034	39,143	10,438	-4,596	4,596	17,234
6 aukštas	73,103	19,494	48,979	13,061	-6,433	6,433	24,124
7 aukštas	91,037	24,276	58,998	15,733	-8,544	8,544	32,039
8 aukštas	110,132	29,368	69,174	18,446	-10,922	10,922	40,958
9 aukštas	130,387	34,770	79,689	21,250	-13,520	13,520	50,698
10 aukštas	151,780	40,475	90,360	24,096	-16,379	16,379	61,420
11 aukštas	174,287	46,476	101,189	26,984	-19,493	19,493	73,098
12 aukštas	197,907	52,775	112,200	29,920	-22,855	22,855	85,707
13 aukštas	222,783	59,409	123,368	32,898	-26,511	26,511	99,415
14 aukštas	248,606	66,295	134,718	35,925	-30,370	30,370	113,888
15 aukštas	275,378	73,434	146,174	38,980	-34,454	34,454	129,204
16 aukštas	303,334	80,889	157,785	42,076	-38,813	38,813	145,548
17 aukštas	332,332	88,622	169,554	45,214	-43,407	43,407	162,778



5.6 pav. Papildomų skersinių jėgų tarp kolonos ir standumo branduolio diagramos



5.7 pav. Papildomi lenkimo momentai kolonoje

Taigi, maksimali gaunama papildomos skersinės jėgos reikšmė – 43,4 kN. Pasislinkimas perdangoje yra didesnis, kai jungiama kolona ir standumo briauna.

Atlikus papildomų lenkimo momentų skaičiavimą nustatyta, kad papildomas momentas gavo gana ženklus - 162,8 kNm. Tikslus BEM skaičiavimas koreguotą šią reikšmę.

Atlikus papildomų įrąžų skaičiavimus, pastebime, kad papildomos įrąžos tarp kolonų susidaro mažos ir įtakos gana didelės neturi konstrukcijai. Tuo tarpu papildomos įrąžos susidaranti ties standumo branduoliu ir kolonos perdangoje turi didesnę įtaką, gaunama maksimali papildoma skersinė jėga – 43,4 kN. Skaičiuojant apytiksliai metodu, ši papildoma įrąža yra neįvertinama, todėl perdangą tarp branduolio ir kolonos būtina sutvirtinti.

Priede B pateikti rezultatai, kai perdangų storis imamas 12 cm. Kaip matyti iš rezultatų, papildomos įrąžos yra mažesnės, tačiau verta paminėti, kad įrąžos keičia ženklą per kolonų aukštį, tai lemia skirtingos kolonų susitraukimo ir valkšnumo deformacijų kitimas per laiką.

DARBO APROBAVIMAS

Darbo tematika paskelbtas straipsnis VGTU mokslo žurnalui „Mokslas – Lietuvos ateitis“

I. Staškus. „Statybos metu laipsniškai augančios apkrovos įtaka daugiaaukščio pastato gelžbetoninių kolonų ilgalaikiam įtempių ir deformacijų būviui. [ISSN (VGTU jaunųjų mokslininkų konferencijų ciklui) ir ISBN (sekcijai „STATYBA“)].

Darbo tematika taip pat darytas pranešimas 17-ojo VGTU jaunųjų mokslininkų konferencijoje „Mokslas – Lietuvos ateitis“, „STATYBA“ sekcijos posėdį.

IŠVADOS

1. Darbe pasiūlytas ir skaitiškai realizuotas (naudota Pascal programavimo kalba) modelis, įvertinantis betono ir armatūros įtempių bei deformacijų kitimo istoriją dėl laiko atžvilgiu laipsniškai augančios apkrovos režimo, pritaikant superpozicijos principą betono valkšnumo deformacijoms, atsižvelgiant į Volterra integro-diferencialinę lygtį. Pasiūlyta matematinė formuluotė buvo pagrįsta matriciniu skaičiavimu ir apibendrintąja funkcijos vidurkio teorema sprendžiant Volterra lygties integralą.
2. Modelio skaitiniu būdu gautų rezultatų korektiškumas. Analitiškai parodyta skaičiavimo eiga ir palygintos rezultatų reikšmės. Rezultatų teisingumas taip pat patikrintas taikant analitinę Trosto formuluotę, kuri pagrįsta betono senėjimo koeficientu (pagal EC-2). Pagal formuluotę skaitiniu būdu gautos grynosios relaksacijos uždavinio senėjimo koeficientų reikšmės yra adekvačios Ghali ir kt. (2002) skaitiniu būdu gautų senėjimo koeficientų grafikams.
3. Pasiūlytas modelis pritaikytas daugiaaukščio pastato su žinomais armatūros kiekiais papildomoms skersinėms jėgoms, atsirandančioms dėl galimų gretimų kolonų skirtingų poslinkių vystymosi per laiką, rasti. Gauti rezultatai palyginti su apytiksliai skaičiavimo rezultatais, gautais traktuojant pastatą kaip „akimirksniu“ pastatytą, taikant normų EC-2 reikalavimus betono valkšnumo deformacijoms. Toks apytikslis „akimirksninio“ statinio modelis yra taikomas projektavime dešimtmečiais.
4. Nagrinėtam daugiaaukščiam pastatui, jei perdangos būtų betonuojamos kas 28 dienos, skaičiuojant apytiksliu metodu (t.y. pastatas traktuojamas kaip „iškart pastatytas“), stebimu laiko momentu $t=30000$ dienų, gaunami panašūs rezultatai kaip ir skaičiuojant tiksliai pagal statybos metu kintamą apkrovą.
5. Esant „pagreitintai“ statybai, jei perdangos būtų betonuojamos „jaunesniam“ betono amžiui kas 14 dienų ir t.t., analizė rodo, kad nagrinėtam statiniui įtempia armatūroje padidėjo 20 % lyginant su įtempia gautais vykdant perdangų statybą kas 28 paras. Perdangų praspaudimo kolona, kai perdangos yra greta pastato standumo branduolių, kurių deformatyvumas, dažniausiai, yra ženkliai mažesnis, reiktų tikrinti atsižvelgiant į papildomas šlyties jėgas, atsirandančias dėl betono susitraukimo ir valkšnumo deformacijų įtakos.

6. Dėl skirtingų gretimų kolonų skerspjūvių, naudojamų pastate, laiko momentu $t=30000$ dienos viršutiniame aukšte atsiranda gana nedidelės papildomos skersinės jėgos tarp kolonų lygios 11,037 kN. Didesnės papildomos skersinės jėgos atsiranda perdangoje esančioje tarp kolonos ir standumo briaunos, įrąža siekia – 43,4 kN.

Literatūros sąrašas.

- Bačinskas, A., 2002. *„Lenkiamųjų gelžbetoninių elementų ilgalaikių deformacijų modelis“*. Disertacija. 100 p.
- Balevičius, R., 2010. *„An average stress strain approach to creep analysis of RC uncracked elements“*. *„Mechanics of time – dependent materials“*. 70 - 89 p.
- Ghalli, A.; Favre, R.; Elbadry, M., 2002. *„Concrete Structures. Stresses and Deformations“*. Third Edition, 609 p.
- Gilbert, I.R., 1988. *„Time Effects in Concrete Structures“*. 317 p.
- LST EN 1992-1-1, 2007. Gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas. 1-1 dalis. Bendrosios ir pastatų taisyklės. 234 p.
- Sinickas, H., 2006. *„Struktūrinis programavimas“*. KTU, Technologija, paskaitų konspektas. 111 p.
- Trost, H., 1967. *Auswirkungen des Superpositionsprinzips auf Kriech- und Relaxationsprobleme bei Beton und Spannbeton*. *Beton- und Stahlbetonbau*, 62(10), 230-238; 62(11), 261-269 (1967).
- Гвоздев, А. А.; Яшин, А. В.; Галустов, К. З., 1969. *„К вопросу об уточнении теории линейной ползучести бетона“*. 19 – 37 p.
- Lenovič, L. E., 1972. *„Расчет и конструирование частей гражданских зданий“*. 666 p.

A priedas

Priede A pateikiama matematinio modelio programos išraiška. Pateikta programa buvo rašyta Pascal programavimo kalba. Buvo sukurta keletas programos tipų skaičiuoti atskirai skerspjūvius, t. y. apvalaus ir stačiakampio skerspjūvio kolonas. Taip buvo padaryta, kad paspartinti skaičiavimus, išvengiant pirminių įvedimų programai startuojant.

Priedo A rodoma programa skirta skaičiuoti stačiakampei kolonai pagal magistro darbo skerspjūvio parametrus. Norint pritaikyti skaičiavimus kitai kolonai, reikia daryti pakoregavimus programoje. Pakeisti dydžius A_c ir A_s , taip pat keisti apkrovos vektorių.

Magistro darbo programa skirta skaičiuoti stačiakampei kolonai:

```

program Pagrindine_programa;

uses crt;

(***** Skaiciavimo momentu ivedimas *****)
var
  i:integer;
  j,n,k:integer;
type  time = array [1..1000] of real;
      Matr = array [1..1000,1..1000] of real;
var   A : Matr;
      Ik : Matr;
      C : Matr;
      P : time;
      E : time;
      Sigma : time;
      Sen : time;
      Sigmarm : time;
      t : time;
      RH:real;
      Eff,eps :real;
      kh:real;
      H0:real;
      t0:real;
      tj,ti:real;
      fcm:real;
      fck:real;
      s:real;
      mikro:real;
      Es:real;
      As:real;
      Ac:real;
      sigma0:real;
      function Valkoeff(i:integer;j:integer;t:time;ti:real; tj:real; RH:real; H0:real; fcm:real):real;
      var
        fi:real;
        s:real;
        fi0:real;
        Bfcm:real;
        Bt0:real;
        Bh:real;
        Be:real;
        Bc:real;
        a1:real;
        a2:real;
        a3:real;
      begin
        Bfcm:=16.8/sqrt(fcm);
        a1:=exp(0.7*ln(35/fcm));
        a2:=exp(0.2*ln(35/fcm));
        a3:=exp(0.5*ln(35/fcm));
        Bt0:=1/(0.1+exp(0.2*ln(tj)));
        if fcm<=35
          then fi:=1+(1-RH/100)/(0.1*(exp((1/3)*ln(H0))))
          else fi:=(1+a1*(1-RH/100)/(0.1*(exp((1/3)*ln(H0)))))a2;
        fi0:=fi*Bfcm*Bt0;
        if fcm<=35

```

```

        then Bh:=(1.5*(1+exp(18*ln(0.012*RH)))*H0+250)
        else Bh:=(1.5*(1+exp(18*ln(0.012*RH)))*H0+250*a3);
        s:=0.25;
        Be:=sqrt(exp(((1-sqrt(28/tj))*s)));
        Bc:=exp(0.3*ln((ti-tj)/(Bh+ti-tj)));
        Valkoef:=fi0*Bc*Be;
    end;
function Tamprumas(i:integer;j:integer;t:time;tj:real;fcm:real):real;
var
    s:real;
    Be:real;
    Ec28:real;
begin
    s:=0.25;
    Ec28:=21500*exp(1/3*ln(fcm/10));
    Be:=sqrt(exp(((1-sqrt(28/tj))*s)));
    Tamprumas:=Be*Ec28;
end;
function Delta(i:integer;j:integer;t:time;ti:real;tj:real):real;
begin
    if i=1 then Delta:=1/Tamprumas(i,j,t,tj,fcm)
    else Delta:=(1+Valkoef(i,j,t,ti,tj,RH,H0,fcm))/Tamprumas(i,j,t,tj,fcm);
end;
function epsshr(i:integer;j:integer;t:time;ti:real;tj:real):real;
var
    epscd0, epscdt, epsca, epscat:real;
    betaRH:real;
    betaDS, betaAS:real;
    kh, alfa1, alfa2, ts :real;
begin
    alfa1:=4;
    alfa2:=0.12;
    kh:=0.7;
    ts:=1;
    betaDS:=(ti-ts)/((ti-ts)+0.04*exp(3/2*ln(H0)));
    betaRH:=1.55*(1-exp(3*ln(RH/100)));
    epscd0:=0.85*((220+110*alfa1)*exp(-alfa2*fcm/10))*0.000001*betaRH;
    epscdt:=betaDS*kh*epscd0;
    epsca:=2.5*(fcm-10-8)*0.000001;
    betaAS:=1-exp(-0.2*sqrt(ti));
    epscat:=betaAS*epscat;
    epsshr:=epscat+epscdt;
end;
begin
    Writeln('Iveskite pradini laika t0 =');
    read(t0);
    Writeln('Iveskite betono stipruma, fck =');
    read(fck);
    fcm:=fck+8;
    Writeln('Iveskite aplinkos dregni, RH=');
    read(RH);
    s:=0.25;
    mikro:=0.00644;
    Es:=200000;
    Ac:=0.36;
    As:=0.00232;
    H0:=(2*Ac)/((0.6+0.6)*2)*1000;
    readln;
    clrscr;
    writeln('Ivesti laiko momentu kieki n = ');
    read(n);
    clrscr;
    t[1]:=t0;
    for i:=2 to 11 do
        begin
            t[i]:=t[i-1]+0.1;
        end;
    for i:=12 to 229 do
        begin
            t[i]:=t[i-1]+1;
        end;
    for i:=230 to n+1 do
        begin
            t[i]:=t[i-1]+100;
        end;
    (*****Matricos A skaiciavimas*****)

```

```

begin
  for i:=1 to n+1 do
    begin
      for j:=1 to n+1 do
        A[i,j]:=0;
      end;
    end;
  end;
  (*****Matricos A sudarymas*****)
  A[1,1]:=1/Tamprumas(i,j,t,t[1],fcm);
  begin
    for i:=2 to n+1 do
      A[i,i]:=Delta(i,j,t,t[i],(t[i]+t[i-1])/2);
    end;
  begin
    for i:=2 to n+1 do
      for j:=1 to i-1 do
        if j=1 then A[i,j]:=Delta(i,j,t,t[i],t[j])-Delta(i,j,t,t[i],(t[j]+t[j+1])/2)
        else A[i,j]:=Delta(i,j,t,t[i],(t[j-1]+t[j])/2)-Delta(i,j,t,t[i],(t[j]+t[j+1])/2);
      end;
    end;
  end;
  (*****Matricos Ik sudarymas*****)
begin
  for i:=1 to n+1 do
    begin
      for j:=1 to n+1 do
        Ik[i,j]:=0;
      end;
      begin
        for i:=1 to n+1 do
          Ik[i,i]:=1;
        end;
      end;
    end;
  end;
  (*****Skliaustines matricos C sudarymas*****)
begin
  i:=1;
  j:=1;
  for i:=1 to n+1 do
    for j:=1 to n+1 do
      C[i,j]:=Ik[i,j]+mikro*Es*A[i,j];
    end;
  end;
  (*****Matricos C atvirkstines atspausdinimas*****)
  for k:=1 to n+1 do
    begin
      for j:=1 to n+1 do
        if (j<>k) then C[k,j]:=C[k,j]/C[k,k];
      end;
      C[k,k]:=1.0/C[k,k];
      for i:=1 to n+1 do
        if (i<>k) then
          begin
            for j:=1 to n+1 do
              if (j<>k) then C[i,j]:=C[i,j]-C[i,k]*C[k,j];
              C[i,k]:=-C[i,k]*C[k,k];
            end;
          end;
        end;
      end;
    end;
  end;
  (*****Matricos P ir A daugyba*****)
  begin
    for j:=1 to 23 do P[j]:=0.1635;
  end;
  begin
    for j:=24 to 37 do P[j]:=0.327;
  end;
  begin
    for j:=38 to 51 do P[j]:=0.4905;
  end;
  begin
    for j:=52 to 65 do P[j]:=0.654;
  end;
  begin
    for j:=66 to 79 do P[j]:=0.8177;
  end;
  begin
    for j:=80 to 93 do P[j]:=0.9814;
  end;
  begin
    for j:=94 to 107 do P[j]:=1.1451;
  end;
  begin

```

```

        for j:=108 to 121 do P[j]:=1.3088;
    end;
    begin
        for j:=122 to 135 do P[j]:=1.4725;
    end;
    begin
        for j:=136 to 149 do P[j]:=1.6362;
    end;
    begin
        for j:=150 to 163 do P[j]:=1.7999;
    end;
    begin
        for j:=164 to 177 do P[j]:=1.9636;
    end;
    begin
        for j:=178 to 191 do P[j]:=2.1273;
    end;
    begin
        for j:=192 to 205 do P[j]:=2.291;
    end;
    begin
        for j:=206 to 219 do P[j]:=2.4547;
    end;
    begin
        for j:=220 to n+1 do P[j]:=2.6184;
    end;
i:=1;
j:=1;
    for i:=1 to n+1 do
        for j:=1 to n+1 do
            Sigma[i]:=Sigma[i]+C[i,j]*(P[j]-epshr(i,j,t,t[i],t[1])*Es*As)*(1/Ac);
        (***)Sigma armatuross(***)
    end;
i:=1;
j:=1;
    for i:=1 to n+1 do
        for j:=1 to i-1 do
            Sigmarm[i]:=(P[j]-Sigma[i]*Ac)/As;
        (***)Matrica E[j](***)
    end;
i:=1;
j:=1;
    for i:=1 to n+1 do
        for j:=1 to n+1 do
            begin
                E[i]:=0;
                for i:=1 to n+1 do
                    for j:=1 to n+1 do
                        E[i]:=(A[i,j]*Sigma[j]+E[i])+epshr(i,j,t,t[i],t[1]);
                    end;
                (***)Senejimo koeficientas, matrica Lambda(***)
            end;
        for i:=1 to n+1 do
            for j:=1 to i-1 do
                Sen[i]:=((E[i]*Tamprumas(i,j,t,t[1],fcm))-Sigma[1]*(1+Valkoef(i,j,t,t[i],t[1],RH,H0,fcm)))/((Sigma[i]-Sigma[1])*Valkoef(i,j,t,t[i],t[1],RH,H0,fcm))-(1/Valkoef(i,j,t,t[i],t[1],RH,H0,fcm));
            for i:=1 to n+1 do
                begin
                    writeln('Sigma['t[i],'], Sigma[i]);
                    writeln('Sigmarm['t[i],'], Sigmarm[i]);
                end;
            readln;
            readln;
        end.

```

B priedas

Priede B pateikiami skaičiavimai papildomom įrašoms rasti. Deformacijų reikšmės buvo paimitos iš skaitinio modelio skaičiavimo.

B.1 lentelė. Apytikslių įrašų skaičiavimas stačiakampėje kolonoje remiantis poslinkių metodu

Aukštai	Stačiakampė kolona					
	ϵ	u , <i>perdangos</i>	u , <i>kolonos</i>	u , <i>bendras</i>	M , kNm	V , kN
1 aukštas	0	0	1,4629E-08	1,46295E-08	0,000	0,000
2 aukštas	4,87E-04	1,85E-03	5,85E-08	0,001850659	12,178	3,247
3 aukštas	5,46E-04	3,93E-03	1,32E-07	0,003925532	25,831	6,888
4 aukštas	6,01E-04	6,21E-03	2,34E-07	0,006209434	40,860	10,896
5 aukštas	6,55E-04	0,008567	3,58E-07	0,008567558	56,377	15,034
6 aukštas	7,06E-04	0,011109	5,08E-07	0,011109308	73,103	19,494
7 aukštas	7,57E-04	0,013834	6,85E-07	0,013834685	91,037	24,276
8 aukštas	8,06E-04	0,016736	8,88E-07	0,016736488	110,132	29,368
9 aukštas	8,55E-04	0,019814	1,12E-06	0,019814717	130,387	34,770
10 aukštas	9,03E-04	0,023064	1,37E-06	0,023065772	151,780	40,475
11 aukštas	9,50E-04	0,026484	1,65E-06	0,026486054	174,287	46,476
12 aukštas	9,97E-04	0,030074	1,96E-06	0,030075561	197,907	52,775
13 aukštas	1,05E-03	0,033854	2,30E-06	0,033855895	222,783	59,409
14 aukštas	1,09E-03	0,037778	2,66E-06	0,037780256	248,606	66,295
15 aukštas	1,13E-03	0,041846	3,04E-06	0,041848642	275,378	73,434
16 aukštas	1,18E-03	0,046094	3,46E-06	0,046097055	303,334	80,889
17 aukštas	1,22E-03	5,05E-02	3,89E-06	0,050503894	332,332	88,622

B.2 lentelė. Apytikslų įrašų skaičiavimas apvalioje kolonoje remiantis poslinkių metodu

Aukštai	Apvali kolona					
	ε	u , <i>perdangos</i>	u , <i>kolonos</i>	u , <i>bendras</i>	M , <i>kNm</i>	V , <i>kN</i>
1 aukštas	0	0	1,41919E-08	1,42E-08	0,00	0,00
2 aukštas	4,51E-04	1,71E-03	5,68E-08	1,71E-03	11,63	3,10
3 aukštas	4,95E-04	3,59E-03	1,28E-07	3,59E-03	24,39	6,50
4 aukštas	5,37E-04	5,64E-03	2,27E-07	5,64E-03	38,23	10,19
5 aukštas	5,77E-04	7,71E-03	3,47E-07	7,71E-03	52,32	13,95
6 aukštas	6,16E-04	9,93E-03	4,93E-07	9,93E-03	67,36	17,96
7 aukštas	6,54E-04	1,23E-02	6,64E-07	1,23E-02	83,33	22,22
8 aukštas	6,92E-04	1,48E-02	8,61E-07	1,48E-02	100,23	26,73
9 aukštas	7,28E-04	1,74E-02	1,08E-06	1,74E-02	118,01	31,47
10 aukštas	7,64E-04	2,01E-02	1,33E-06	2,01E-02	136,67	36,45
11 aukštas	7,99E-04	2,30E-02	1,60E-06	2,30E-02	156,18	41,65
12 aukštas	8,37E-04	2,60E-02	1,90E-06	2,60E-02	176,62	47,10
13 aukštas	8,69E-04	2,92E-02	2,23E-06	2,92E-02	197,85	52,76
14 aukštas	9,03E-04	3,24E-02	2,58E-06	3,24E-02	219,90	58,64
15 aukštas	9,38E-04	3,58E-02	2,95E-06	3,58E-02	242,81	64,75
16 aukštas	9,71E-04	3,93E-02	3,35E-06	3,93E-02	266,52	71,07
17 aukštas	1,00E-03	4,29E-02	3,78E-06	4,29E-02	290,95	77,59

B.3 lentelė. Apytikslų įrašų skaičiavimas standumo branduolyje remiantis poslinkių metodu

Aukštai	Standumo branduolys					
	ε	u , <i>perdangos</i>	u , <i>kolonos</i>	u , <i>bendras</i>	M , kNm	V , kN
1 aukštas	0	0	1,32843E-08	1,3E-08	0,000	0,000
2 aukštas	3,51E-04	1,33E-03	5,31E-08	0,00133	9,671	2,579
3 aukštas	3,56E-04	2,69E-03	1,20E-07	0,00269	19,467	5,191
4 aukštas	3,63E-04	4,07E-03	2,13E-07	0,00407	29,464	7,857
5 aukštas	3,71E-04	5,40E-03	3,25E-07	0,0054	39,143	10,438
6 aukštas	3,77E-04	6,76E-03	4,62E-07	0,00676	48,979	13,061
7 aukštas	3,84E-04	8,14E-03	6,22E-07	0,00814	58,998	15,733
8 aukštas	3,90E-04	9,54E-03	8,06E-07	0,00955	69,174	18,446
9 aukštas	4,03E-04	1,10E-02	1,01E-06	0,011	79,689	21,250
10 aukštas	4,09E-04	1,25E-02	1,25E-06	0,01247	90,360	24,096
11 aukštas	4,15E-04	1,40E-02	1,50E-06	0,01396	101,189	26,984
12 aukštas	4,22E-04	1,55E-02	1,78E-06	0,01548	112,200	29,920
13 aukštas	4,28E-04	1,70E-02	2,08E-06	0,01702	123,368	32,898
14 aukštas	4,35E-04	1,86E-02	2,41E-06	0,01859	134,718	35,925
15 aukštas	4,39E-04	2,02E-02	2,76E-06	0,02017	146,174	38,980
16 aukštas	4,45E-04	2,18E-02	3,14E-06	0,02177	157,785	42,076
17 aukštas	4,51E-04	2,34E-02	3,54E-06	0,0234	169,554	45,214

Skaičiavimai, kai perdangos storis 0,12 cm

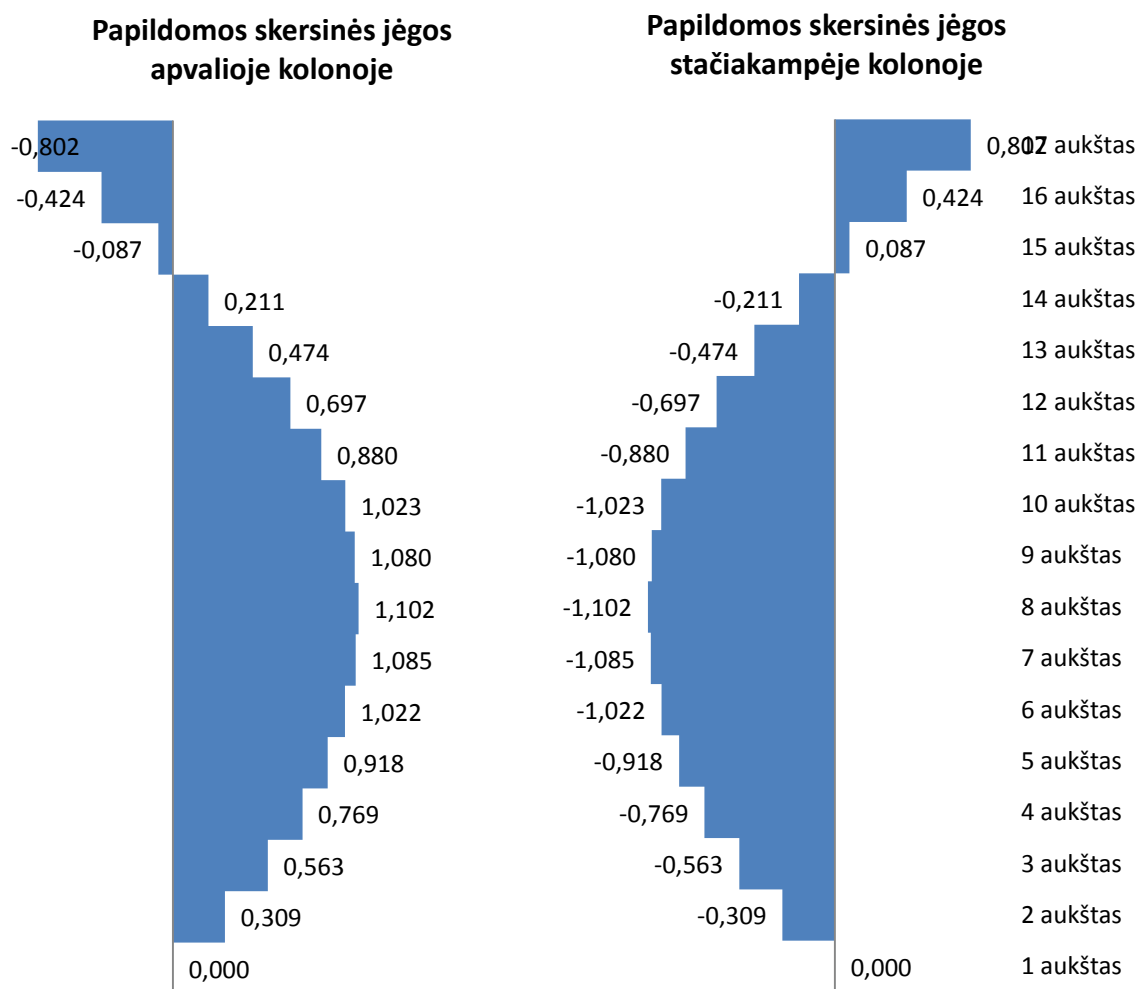
Žinant suminius kiekvieno aukšto poslinkius, papildomos įrašos skaičiuojamos *apytiksliai* remiantis statiška neišsprendžiamų rėmų poslinkių metodu (5.1 pav.), kai perdangos standumas – $EI = 36,9 \text{ kNm}^2$. Skaičiuojamos perdangos plotis - 7,5 m, perdangos skerspjuvio aukštis – 0,12 m.

B.4 lentelė. Apytikšlių įrašų skaičiavimas stačiakampėje kolonoje, kai $t = 0.12 \text{ m}$

Aukštai	H, m	Stačiakampė kolona						
		N, kN	ϵ	$u, \text{perdan-}$ gos	$u, \text{kolonos}$	$u, \text{bendras}$	M, kNm	V, kN
1 aukštas	3,8	70	0	0,0000	1,46E-08	1,5E-08	0,000	0,000
2 aukštas	3,8	163,5	3,99E-04	0,0015	5,85E-08	1,5E-03	9,977	2,661
3 aukštas	3,8	327	4,34E-04	0,0032	1,32E-07	3,2E-03	20,830	5,555
4 aukštas	3,8	490,5	4,67E-04	0,0049	2,34E-07	4,9E-03	32,508	8,669
5 aukštas	3,6	654	4,99E-04	0,0067	3,58E-07	6,7E-03	44,330	11,821
6 aukštas	3,6	817,7	5,30E-04	0,0086	5,08E-07	8,6E-03	56,886	15,170
7 aukštas	3,6	981,4	5,60E-04	0,0107	6,85E-07	1,1E-02	70,153	18,708
8 aukštas	3,6	1145	5,90E-04	0,0128	8,88E-07	1,3E-02	84,131	22,435
9 aukštas	3,6	1309	6,19E-04	0,0150	1,12E-06	1,5E-02	98,796	26,346
10 aukštas	3,6	1473	6,47E-04	0,0173	1,37E-06	1,7E-02	114,125	30,433
11 aukštas	3,6	1636	7,04E-04	0,0199	1,65E-06	2,0E-02	130,804	34,881
12 aukštas	3,6	1800	7,32E-04	0,0225	1,96E-06	2,3E-02	148,147	39,506
13 aukštas	3,6	1964	7,60E-04	0,0252	2,30E-06	2,5E-02	166,153	44,307
14 aukštas	3,6	2127	7,87E-04	0,0281	2,66E-06	2,8E-02	184,798	49,280
15 aukštas	3,6	2291	8,14E-04	0,0310	3,04E-06	3,1E-02	204,084	54,422
16 aukštas	3,6	2455	8,41E-04	0,0340	3,46E-06	3,4E-02	224,009	59,736
17 aukštas	3,6	2618	8,68E-04	0,0372	3,89E-06	3,7E-02	244,574	65,220

B.5 lentelė. Apytikslų įrašų skaičiavimas apvalioje kolonoje, kai $t = 0.12$ m

Aukštai	Apvali kolona						
	N, kN	ε	$u, \text{ perdangos}$	$u, \text{ kolonos}$	$u, \text{ bendras}$	M, kNm	V, kN
1 aukštas	0	0	0	1,4E-08	1,4E-08	0,000	0,000
2 aukštas	177	4,32E-04	1,64E-03	5,7E-08	1,6E-03	11,136	2,970
3 aukštas	354	4,58E-04	3,38E-03	1,3E-07	3,4E-03	22,942	6,118
4 aukštas	531	4,83E-04	5,22E-03	2,3E-07	5,2E-03	35,392	9,438
5 aukštas	708	5,07E-04	7,04E-03	3,5E-07	7,0E-03	47,774	12,740
6 aukštas	882,5	5,30E-04	8,95E-03	4,9E-07	9,0E-03	60,717	16,191
7 aukštas	1057	5,53E-04	1,09E-02	6,6E-07	1,1E-02	74,222	19,793
8 aukštas	1232	5,75E-04	1,30E-02	8,6E-07	1,3E-02	88,265	23,537
9 aukštas	1406	5,97E-04	1,52E-02	1,1E-06	1,5E-02	102,845	27,425
10 aukštas	1581	6,19E-04	1,74E-02	1,3E-06	1,7E-02	117,962	31,457
11 aukštas	1755	6,61E-04	1,98E-02	1,6E-06	2,0E-02	134,105	35,761
12 aukštas	1930	6,82E-04	2,22E-02	1,9E-06	2,2E-02	150,761	40,203
13 aukštas	2104	7,03E-04	2,48E-02	2,2E-06	2,5E-02	167,931	44,782
14 aukštas	2279	7,23E-04	2,74E-02	2,6E-06	2,7E-02	185,588	49,490
15 aukštas	2453	7,44E-04	3,00E-02	3,0E-06	3,0E-02	203,759	54,336
16 aukštas	2628	7,64E-04	3,28E-02	3,4E-06	3,3E-02	222,418	59,312
17 aukštas	2802	7,84E-04	3,56E-02	3,8E-06	3,6E-02	241,566	64,418



B.1 pav. Papildomos įrašos, kai perdangos storis 0,12 m