



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

ELEKTRONIKOS FAKULTETAS

ELEKTRONINIŲ SISTEMŲ KATEDRA

Audrius KRUKONIS

**MIKROJUOSTELINIŲ STRUKTŪRŲ MATEMATINIŲ  
MODELIŲ SUDARYMAS IR TYRIMAS  
DESIGN AND INVESTIGATION OF MATHEMATICAL  
MODELS OF THE MICROSTRIP STRUCTURES**

Magistro baigiamasis darbas

Elektronikos inžinerijos studijų kryptis

Elektronikos studijų programa, valstybinis kodas 62401T209

Kompiuterizuotų elektroninių sistemų specializacija



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS  
ELEKTRONIKOS FAKULTETAS  
ELEKTRONINIŲ SISTEMŲ KATEDRA

TVIRTINU  
Katedros vedėjas

\_\_\_\_\_  
(parašas)  
prof. habil. dr. R. Martavičius  
2009 m. \_\_\_\_\_ mėn. \_\_\_\_ d.

Audrius KRUKONIS

**MIKROJUOSTELINIŲ STRUKTŪRŲ MATEMATINIŲ  
MODELIŲ SUDARYMAS IR TYRIMAS**  
**DESIGN AND INVESTIGATION OF MATHEMATICAL  
MODELS OF THE MICROSTRIP STRUCTURES**

Magistro baigiamasis darbas

Elektronikos inžinerijos studijų kryptis  
Elektronikos studijų programa, valstybinis kodas 62401T209  
Kompiuterizuotų elektroninių sistemų specializacija

|                     |                                                 |           |        |
|---------------------|-------------------------------------------------|-----------|--------|
| <b>Vadovas</b>      | doc. dr. Vytautas Urbanavičius                  | _____     | _____  |
|                     | (mokslinis vardas ir laipsnis, vardas, pavardė) | (parašas) | (data) |
| <b>Konsultantas</b> | doc. dr. Angelė Kaulakienė                      | _____     | _____  |
|                     | (mokslinis vardas ir laipsnis, vardas, pavardė) | (parašas) | (data) |



Audrius KRUKONIS

Mikrojuostelinių struktūrų matematinių modelių sudarymas ir tyrimas. Baigiamasis magistro darbas elektronikos inžinerijos laipsniui. Vilniaus Gedimino technikos universitetas. Vilnius, 2009, 65 p., 35 iliustr., 7 lent., 29 bibl.

Baigiamajame magistro darbe nagrinėjamas baigtinių skirtumų metodo susietųjų matricų būdo taikymas mikrojuostelinių struktūrų modeliavimui ir analizei. Aptarti mikrojuostelinių struktūrų parametrai, išnagrinėti keli skaitinių metodų taikymai mikrojuostelinių struktūrų elektrinių parametrų skaičiavimui. Pateikta baigtinių skirtumų metodo susietųjų matricų būdo analizė ir šio būdo taikymas mikrojuostelinių linijų potencialų pasiskirstymo skaičiavimams. Remiantis analize sukurtas algoritmas ir sudaryta originali programinė įranga, kurią taikant atlikta matematinių modelių patikra bei mikrojuostelinių struktūrų tyrimai. Tyrimo metu nustatytos mikrojuostelinių struktūrų elektrinių parametrų priklausomybės nuo struktūros konstrukcinių parametrų ir baigtinių skirtumų metodo susietųjų matricų būdo taikymo galimybės, modeliuojant mikrojuostelines struktūras.

Audrius KRUKONIS

Design and Investigation of Mathematical Models of the Microstrip Structures. Bachelor thesis for electronics engineering degree. Vilnius Gediminas Technical University. Vilnius, 2009, 65 p., 35 pict., 7 tabl., 29 bibl.

In this master thesis work finite difference method band matrix technique for modelling and analysis of microstrip structure were investigated. Main parameters of microstrip structure were discussed and few numerical methods, witch designed for microstrip structures electrical parameters calculation, were inspected. Introduced and analyzed finite difference method band matrix technique for potential distribution calculations. According to the analysis developed software algorithm, which carried out verification and testing of microstrip structures mathematical models. The study determined electrical parameters of microstrip structure dependence of structural parameters and application possibilities of finite difference method band matrix technique for modelling microstrip structures.

**VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS**  
**ELEKTRONIKOS FAKULTETAS**  
**ELEKTRONINIŲ SISTEMŲ KATEDRA**

Technologijos mokslų sritis

Elektros ir elektronikos inžinerijos mokslo kryptis

Elektronikos inžinerijos studijų kryptis

Elektronikos studijų programa, valst. kodas 62401T209

Kompiuterizuotų elektroninių sistemų specializacija

TVIRTINU

Katedros vedėjas

prof. habil. dr. R. Martavičius

2009 m. \_\_\_\_\_ mėn. \_\_\_\_ d.

**MAGISTRO BAIGIAMOJO DARBO**  
**UŽDUOTIS**

**Studentui**

Audriui KRUKONIUI

**Baigiamojo darbo tema:** Mikrojuostelinių struktūrų matematinių modelių sudarymas ir tyrimas  
Design And Investigation Of Mathematical Models Of The Microstrip Structures

Patvirtinta 2009 m. \_\_\_\_\_ mėn. \_\_\_\_ d. dekanų įsakymu Nr. \_\_\_\_\_.

Baigiamojo darbo užbaigimo terminas 2009 m. \_\_\_\_\_ mėn. \_\_\_\_ d.

**Darbo tikslas** – Išnagrinėti baigtinių skirtumų metodo tinkamumą mikrobangų įtaisams modeliuoti. Sudaryti mikrojuostelinių struktūrų (pavienės mikrojuostelinės linijos, susietųjų ir daugialaidžių linijų) modelius remiantis baigtinių skirtumų metodu bei susietųjų matricių principu ir juos iširti.

**Darbo uždaviniai**

1. Išnagrinėti baigtinių skirtumų metodo ir susietųjų matricių principo taikymo galimybes.
2. Sudaryti mikrojuostelinių struktūrų (pavienės, susietųjų ir daugialaidžių linijų) modelius.
3. Matematinius modelius įgyvendinti MATLAB terpėje.
4. Iširti sudarytus modelius.

**Aiškinamojo rašto turinys**

1. Įvadas
  - 1.1. Darbo aktualumas ir tikslas
  - 1.2. Darbo uždaviniai
  - 1.3. Naudoti tyrimo ir analizės metodai
  - 1.4. Darbo naujumas ir praktinė nauda
  - 1.5. Darbo struktūra
2. Mikrojuostelinių struktūrų parametrų analitinė apžvalga

3. Skaitinių metodų analitinė apžvalga
4. Mikrojuostelinių struktūrų modelių sudarymas
5. Programinės įrangos sudarymas ir eksperimentinis tyrimas
6. Apibendrinimas. Išvados

Literatūra

Priedai

A priedas. Sukurtų modulių programiniai kodai (CD)

B priedas. Pranešimo 12-oje Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijoje medžiaga (CD)

Baigiamojo darbo rengimo konsultantas:

*(mokslinis vardas ir laipsnis, vardas, pavardė)*

Vadovas

*(parašas)*

doc. dr. Urbanavičius Vytautas

*(mokslinis vardas ir laipsnis, vardas, pavardė)*

Užduotį gavau

*(parašas)*

2009 m. \_\_\_\_\_ mėn. \_\_\_\_ d.

# TURINYS

|                                                                                                           |    |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| <b>1. Įvadas</b>                                                                                          | 8  |
| 1.1. Darbo aktualumas ir tikslas                                                                          | 8  |
| 1.2. Darbo uždaviniai                                                                                     | 8  |
| 1.3. Naudoti tyrimo ir analizės metodai                                                                   | 8  |
| 1.4. Darbo naujumas ir praktinė nauda                                                                     | 8  |
| 1.5. Darbo struktūra                                                                                      | 9  |
| <b>2. Mikrojuostelinių struktūrų parametrų analitinė apžvalga</b>                                         | 10 |
| 2.1. Mikrojuostelinių struktūrų elektriniai parametrai                                                    | 10 |
| 2.2. Mikrojuostelinių struktūrų tipai ir jų konstrukciniai parametrai                                     | 14 |
| 2.2.1. Mikrojuostelinė linija                                                                             | 14 |
| 2.2.2. Juostelinė linija                                                                                  | 15 |
| 2.2.3. Koplanarusis bangolaidis                                                                           | 16 |
| 2.2.4. Plyšinė juostelinė linija                                                                          | 17 |
| 2.2.5. Susietosios mikrojuostelinės linijos                                                               | 17 |
| 2.3. Apibendrinimas                                                                                       | 18 |
| <b>3. Skaitinių metodų analitinė apžvalga</b>                                                             | 19 |
| 3.1. Momentų metodas                                                                                      | 20 |
| 3.1.1. Momentų metodo principai                                                                           | 20 |
| 3.1.2. Momentų metodo taikymas mikrojuostelinės linijos elektriniams parametrams<br>skaičiuoti            | 20 |
| 3.2. Baigtinių skirtumų metodas                                                                           | 25 |
| 3.2.1. Baigtinių skirtumų metodo principai                                                                | 25 |
| 3.2.2. Baigtinių skirtumų metodo taikymas mikrojuostelinės linijos elektriniams<br>parametrams skaičiuoti | 28 |
| 3.3. Skaitinių metodų tikslumas ir stabilumas                                                             | 30 |
| 3.4. Skyriaus apibendrinimas                                                                              | 32 |
| <b>4. Mikrojuostelinių struktūrų modelių sudarymas</b>                                                    | 33 |
| 4.1. Baigtinių skirtumų susietųjų matricių būdas                                                          | 33 |
| 4.2.1. Ilginės talpos skaičiavimas taikant Gauso dėsnį                                                    | 36 |
| 4.2.2. Ilginės talpos skaičiavimas taikant energijos sąvoką                                               | 37 |
| 4.2. Matematinis vienalaidės linijos modelis                                                              | 38 |
| 4.3. Matematinis susietųjų linijų modelis                                                                 | 39 |
| 4.4. Matematinis daugialaidės linijos modelis                                                             | 41 |
| 4.5. Skyriaus apibendrinimas                                                                              | 42 |
| <b>5. Programinės įrangos sudarymas ir eksperimentinis tyrimas</b>                                        | 43 |
| 5.1. Programos skaičiavimo algoritmai                                                                     | 43 |
| 5.2. Sudarytų modelių eksperimentinis tyrimas                                                             | 47 |
| 5.2.1. Vienalaidės linijos eksperimentinis tyrimas                                                        | 47 |
| 5.2.2. Susietosios linijos eksperimentinis tyrimas                                                        | 54 |
| 5.2.3. Daugialaidės linijos eksperimentinis tyrimas                                                       | 57 |
| 5.3. Skyriaus apibendrinimas                                                                              | 60 |
| <b>6. Apibendrinimas. Išvados</b>                                                                         | 62 |
| <b>Literatūra</b>                                                                                         | 64 |

# **1. ĮVADAS**

## **1.1. Darbo aktualumas ir tikslas**

Mikrojuostelinės struktūros plačiai taikomos elektroninėse sistemose tiek žemų dažnių, tiek labai aukštų dažnių – gigahercų eilės signalam perduoti [1]. Dėl mažų konstrukcinių matmenų ir puikaus atitikimo šiuolaikinėms gamybos technologijoms mikrojuostelinės struktūros pritaikomos daugelyje elektronikos komponentų: perdavimo linijose, pasyviuose grandynų elementuose, suderinimo grandinėse, aukštos kokybės mikrobangų filtruose bei rezonatoriuose ir antenose [2]. Šias struktūras sudaro vienas ar keli plokšti signaliniai laidininkai, dielektriko sluoksniu atskirti nuo ekranų. Elektroniniuose įrenginiuose panaudojama daugybė mikrojuostelinių struktūrų modifikacijų su skirtingomis elektrinėmis charakteristikomis, todėl atsiranda poreikis sparčių, tikslių matematinių modelių, skirtų mikrojuostelinių struktūrų elektriniams parametrams rasti. Darbo tikslas sudaryti mikrojuostelinių struktūrų matematinius modelius ir juos ištirti taikant baigtinių skirtumų metodo susietųjų matricių būdą.

## **1.2. Darbo uždaviniai**

Išnagrinėti baigtinių skirtumų metodą ir susietųjų matricių būdo taikymo mikrojuostelinėms struktūroms modeliuoti teoriją. Taikant susietųjų matricių būdą sudaryti mikrojuostelinių struktūrų (pavienės, susietųjų ir daugialaidžių mikrojuostelinių linijų) matematinius modelius. Įgyvendinti ir ištirti sudarytus modelius MATLAB<sup>®</sup> terpėje. Atlikus eksperimentinius skaičiavimus palyginti baigtinių skirtumų metodo iteracinio ir susietųjų matricių būdų skaičiavimo trukmę bei tikslumus, palyginti charakteringojo impedanso priklausomybę nuo mikrojuostelinės struktūros konstrukcinių parametrų. Gautas charakteringojo impedanso reikšmės palyginti su kitų autorių skelbiama skaičiavimų rezultatais ir įvertinti metodo tinkamumą mikrojuostelinių struktūrų analizavimui.

## **1.3. Naudoti tyrimo ir analizės metodai**

Mikrojuostelinių struktūrų tyrimai buvo atlikti skaitiniu baigtinių skirtumų metodu. Eksperimentiniams tyrimams kurta originali programinė įranga, taikant matematinio modeliavimo terpę MATLAB<sup>®</sup>.

## **1.4. Darbo naujumas ir praktinė nauda**

Išnagrinėtos baigtinių skirtumų metodo susietųjų matricių būdo taikymo galimybės mikrojuostelinių struktūrų analizavimui. Atlikus kitų autorių darbų apžvalgą, įsitikinta, kad juose apžvelgiamos ir analizuojamos tik viena ar kelios iš mikrojuostelinių struktūrų (vienalaidės mikrojuostelinės linijos, susietosios arba daugialaidės mikrojuostelinės linijos). Be to, baigtinių skirtumų metodo susie-

tųjų matricių būdas tik apžvelgiamas. Nepavyko rasti darbų, kuriuose šis būdas būtų pritaikytas mikrojuostelinių struktūrų analizavimui. Šiame magistro darbe analizuojamos pavienės, susietosios ir daugialaidės mikrojuostelinės struktūros bei mikrojuostelinių struktūrų matematinių modelių analizei pritaikytas baigtinių skirtumų metodo susietųjų matricių būdas. Atlikta susietųjų matricių būdo galimybių analizė modeliuojant mikrojuostelines perdavimo linijas.

### **1.5. Darbo struktūra**

Darbą sudaro 7 dalys: įvadas, mikrojuostelinių struktūrų parametrų analitinė apžvalga, skaitinių metodų analitinė apžvalga, mikrojuostelinių struktūrų modelių sudarymas, programinės įrangos sudarymas ir eksperimentinis tyrimas, išvados, literatūros sąrašas.

## 2. MIKROJUOSTELINIŲ STRUKTŪRŲ PARAMETRŲ ANALITINĖ APŽVALGA

Mikrojuostelinės struktūros plačiai taikomos elektroninėse sistemose tiek žemų dažnių, tiek labai aukštų dažnių – gigahercų eilės signalam perduoti [1]. Dėl mažų konstrukcinių matmenų ir puikios atitikimo šiuolaikinėms gamybos technologijoms mikrojuostelinės struktūros pritaikomos daugelyje elektronikos komponentų: perdavimo linijose, pasyviuose grandynų elementuose, suderinimo grandinėse, aukštos kokybės mikrobangų filtruose bei rezonatoriuose ir antenose [2]. Mikrojuostelinės struktūros apibūdinamos konstrukciniais ir elektriniais parametrais.

### 2.1. Mikrojuostelinių struktūrų elektriniai parametrai

Mikrojuostelinės struktūros naudojamos daugelyje mikrobangų įtaisuose, todėl jų projektavimui ir analizei panaudojamos grandinių ir ilgųjų linijų teorijos. Ilgoji linija vadinama elektrinė grandinė, sudaryta iš dviejų ar daugiau dielektriku atskirtų laidininkų, kurių ilgis yra vienos eilės arba didesnis už perduodamų virpesių bangos ilgį, o skerspjūvio matmenys yra daug mažesni už šios bangos ilgį [3]. Pirminiais ilgosios linijos parametrais vadinami ilginis induktyvumas  $L_1$  (apibūdina linijos induktyvumą ilgio vienetui, H/m), talpa  $C_1$  (apibūdina linijos talpą ilgio vienetui, F/m), aktyvioji varža  $R_1$  (apibūdina nuostolius linijos laidininke,  $\Omega$ /m) ir aktyvusis laidis  $G_1$  (apibūdina linijos dielektriko laidumą, S/m), kurie aprašomi lygtimis:

$$L_1 = \frac{\mu}{|I|^2} \int_s H \cdot \vec{H} ds; \quad (2.1)$$

$$C_1 = \frac{\varepsilon}{|V|^2} \int_s E \cdot \vec{E} ds; \quad (2.2)$$

$$R_1 = \frac{R_s}{|I|^2} \int_{c_1+c_2} H \cdot \vec{H} dl; \quad (2.3)$$

$$G_1 = \frac{\omega \varepsilon \tan \delta}{|V|^2} \int_s E \cdot \vec{E} ds; \quad (2.4)$$

čia:  $\varepsilon$  – dielektrinė skvarba, F/m;  $\mu$  – magnetinė skvarba, H/m;  $\omega$  – kampinis dažnis, rad/s;  $\tan \delta$  – dielektriko, supančio laidininkus, nuostolių kampo tangentas,  $R_s$  – laidininko paviršinė varža,  $\Omega$ .

Pirminiai ilgosios linijos parametrai priklauso tikrai nuo linijos skerspjūvio matmenų ir laidininkus skiriančių dielektrikų elektrinių ir magnetinių savybių. Atsižvelgus į ilgosios linijos parametrų kitimą erdvėje, laike ir į veikiančias įtampas bei tekančias sroves, ilgosios linijos klasifikuojamos į [3]:

- **Vienalytės arba nevienalytės.** Jeigu linijos pirminiai parametrai nepriklauso nuo koordinatės linija vadinama vienalyte, jei nepriklauso – nevienalyte.
- **Pastovių arba kintamų parametrų.** Jei linijos pirminiai parametrai nekinta laike – linija vadinama pastovių parametrų linija, jei kinta – kintamų parametrų linija.
- **Tiesinė arba netiesinė.** Jei linijos pirminiai parametrai priklauso nuo įtampos ir srovės dydžio, linija vadinama tiesine, jei nepriklauso – netiesine.
- **Idealios ir su nuostoliais.** Jei  $R_l$  ir  $G_l$  reikšmės lygios nuliui, linija vadinama idealia, jei didesnės – linija su nuostoliais.

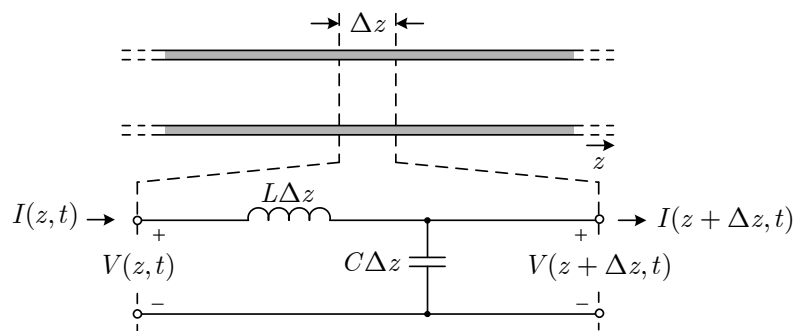
Jeigu prie idealios ilgosios linijos prijungus elektrovaros šaltinį (2.1 pav. pateikiamas linijos išilginis pjūvis ir jos ekvivalentinė elektrinė schema), tikslias matematines išraiškas, aprašančias procesus tokioje sistemoje, galima gauti tik taikant Maksvelo (angl. *Maxwell*) lygtis. Tačiau sudaromos išraiškos būtų sudėtingos, paprasčiau ilgojoje linijoje vykstančius procesus galima aprašyti taikant grandinių teoriją. Remiantis grandinių teorija, galima gauti tik apytikres formules, įvertinančias skersinių elektromagnetinių bangų TEM (angl. *transverse Electromagnetic wave*) sklaidimą ilgojoje linijoje [3].

Idealią perdavimo liniją (2.1 pav.) sudaro du idealūs laidininkai, atskirti homogeninės dielektrinės terpės [4]. Kadangi atkarpos ilgis labai mažas, jos ribose signalo sklaidimo vėlinimo galima nepaisyti ir taikyti grandinių teorijos Omo (angl. *Ohm*) ir Kirchhofo (angl. *Kirchhoff*) dėsnius. Įtampos  $V$  pokytis linijos atkarpoje, pagal antrą Kirchhofo dėsnį, yra lygus srovės induktyvumo elemente kritimui, o srovės pokytis  $I$  toje pačioje atkarpoje lygus įtampos kritimui talpoje. Gaunamos telegrafinės lygtys idealiajai perdavimo linijai [4]:

$$\frac{\partial V(z, t)}{\partial z} = -L \frac{\partial I(z, t)}{\partial t}; \quad (2.5)$$

$$\frac{\partial I(z, t)}{\partial z} = -C \frac{\partial V(z, t)}{\partial t}. \quad (2.6)$$

Į ilgosios linijos lygtis įeina dalinės įtampos ir srovės išvestinės, nes ilgoji linija yra paskirstytųjų parametrų sistema, kurioje elektriniai dydžiai priklauso nuo dviejų nepriklausomų kintamųjų – laiko ir koordinatės. Iš (2.5) ir (2.6) lygčių matyti, kad įtampos kitimo išilgai linijos priežastimi yra srovės kitimas laike, o srovės kitimo išilgai linijos – įtampos kitimas laike [3].



**2.1 pav.** Dviejų laidininkų idealios perdavimo linijos atkarpos  $\Delta z$  ekvivalentinė schema [4]

(2.5) ir (2.6) lygtys yra dviejų kintamųjų pirmosios eilės vienalyčių diferencialinių lygčių sistema. Norint ją išspręsti, būtina pereiti prie vieno kintamojo lygties. Iš pirmos eilės (2.5) ir (2.6) diferencialinių lygčių gali būti sudaryta antrosios eilės vienalytė diferencialinė lygtis įtampai:

$$\frac{\partial^2 V(z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 V(z, t)}{\partial t^2}. \quad (2.7)$$

Tai yra vienmatė vienalytė banginė lygtis, siejanti antrąsias šios lygties išvestines kintamųjų  $t$  ir  $z$  atžvilgiu. Lygiai taip pat galima gauti banginę lygtį ir srovei:

$$\frac{\partial^2 I(z, t)}{\partial z^2} = \frac{1}{v^2} \frac{\partial^2 I(z, t)}{\partial t^2}. \quad (2.8)$$

(2.7) ir (2.8) lygčių sprendiniai priklauso nuo pradinių ir ribinių sąlygų. Įtampos banginės lygties (2.7) sprendinys atrodo taip [4]:

$$V(z, t) = f_1\left(t - \frac{z}{v}\right) + f_2\left(t + \frac{z}{v}\right), \quad (2.9)$$

čia: funkcija  $f_1\left(t - \frac{z}{v}\right)$  apibūdina bangą sklindančią teigiama  $z$  koordinatės ašimi;  $f_2\left(t + \frac{z}{v}\right)$  apibūdina bangą sklindančią neigiamą  $z$  koordinatės ašimi;  $v$  – bangos sklidimo greitis, m/s. Bangos sklidimo greitis apibūdinamas:

$$v = \frac{1}{\sqrt{L_1 C_1}}. \quad (2.10)$$

Ilgosiose linijose su nevienalyčiais dielektrikais, tokiose kaip mikrojuostelinės linijos, bangos sklidimo greitis  $v$  priklauso nuo linijos konstrukcinių parametrų ir nuo dielektrikų dielektrinių skvarbų. Tokiais atvejais elektromagnetinė banga, sklindanti ilgojoje linijoje, nėra gryna TEM banga, daugelyje praktinių uždavinių ši sklindanti banga apibūdinama kaip kvazi-TEM banga [4].

Srovės banginės lygties (2.8) sprendinys, atrodo taip [4]:

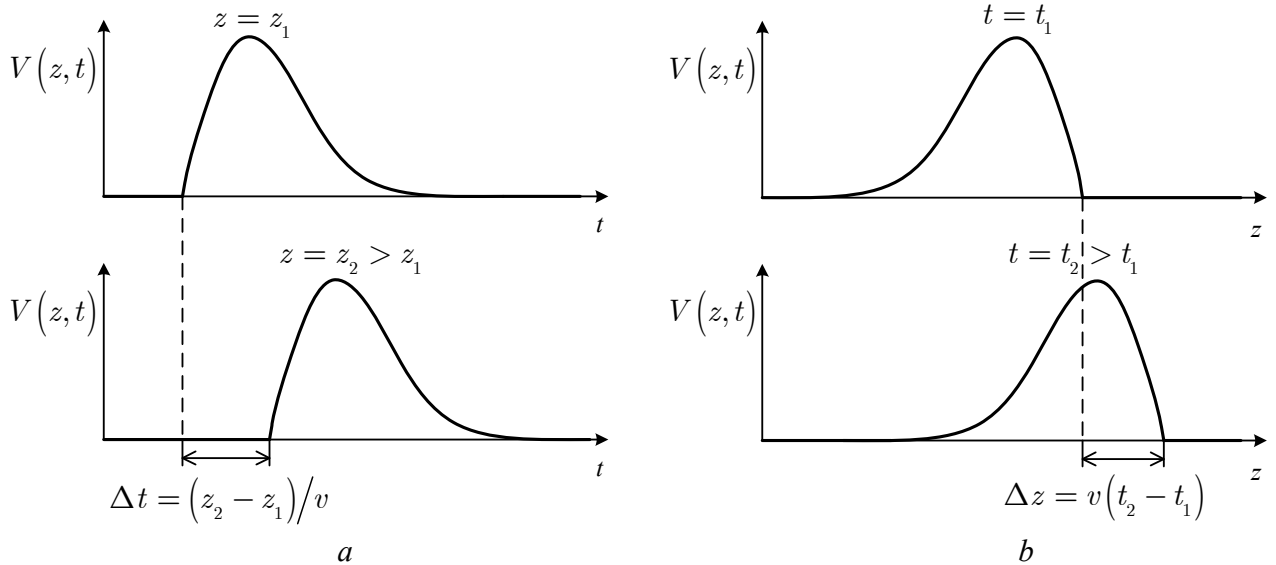
$$I(z, t) = \frac{1}{Z_0} \left[ f_1 \left( t - \frac{z}{v} \right) + f_2 \left( t + \frac{z}{v} \right) \right], \quad (2.11)$$

čia:  $Z_0$  – perdavimo linijos charakteringasis impedansas. Šį dydį, kaip ir sklidimo greitį taip pat galima išreikšti pirminiais perdavimo linijos parametrais [4]:

$$Z_0 = \sqrt{\frac{L_1}{C_1}}. \quad (2.12)$$

Charakteringasis impedansas  $Z_0$  nusako santykį tarp įtampos ir srovės ilgojoje linijoje ir, bendruoju atveju, yra dydis priklausantis nuo linijos konstrukcinių parametrų ir dielektriko, supančio laidininkus, elektrinių ir magnetinių savybių.

2.2 pav. pateiktas įtampos, sklindančioje bangoje, pasiskirstymas išilgai linijos ir įtampos kitimas laike. 2.2 pav. a) matyti, kad išilgai idealios linijos sklindanti banga nekeičia savo formos, o jos sklidimo greitis priklauso nuo pirminių linijos parametrų. 2.2 pav. b) matyti, kad banga sklisdama baigtiniu greičiu  $v$  skirtingus linijos pjūvius pasieks skirtingais laiko momentais [3].



**2.2 pav.** Bangos kitimas laike (a) ir bangos pasiskirstymas išilgai idealios vienalytės linijos (b) [4]

Darant prielaidą, kad ilgojoje linijoje sklinda sinusoidinės harmoninės bangos, atitinkamos lygtys užrašomos tokia forma [4]:

$$V(z, t) = V_{Am} \cos(\omega t - \beta z + \phi_A) + V_{Bm} \cos(\omega t + \beta z + \phi_B), \quad (2.13)$$

čia:  $\beta$  – fazės koeficientas, aprašantis ilginį fazės pokytį  $\beta = \omega/v = 2\pi/\lambda$ ;  $V_{Am}$  ir  $V_{Bm}$  – įtampos kompleksinės amplitudės linijos pradžioje, apskaičiuojamos iš pradinių ir ribinių sąlygų;  $\phi_A$  ir  $\phi_B$  – pradinės fazės. Kadangi ilginis fazės pokytis  $\beta z$  priklauso nuo atkarpos ir bangos ilgio linijoje, šis dydis apibūdinamas kaip elektrinis atstumas (arba elektrinis ilgis) [4]:

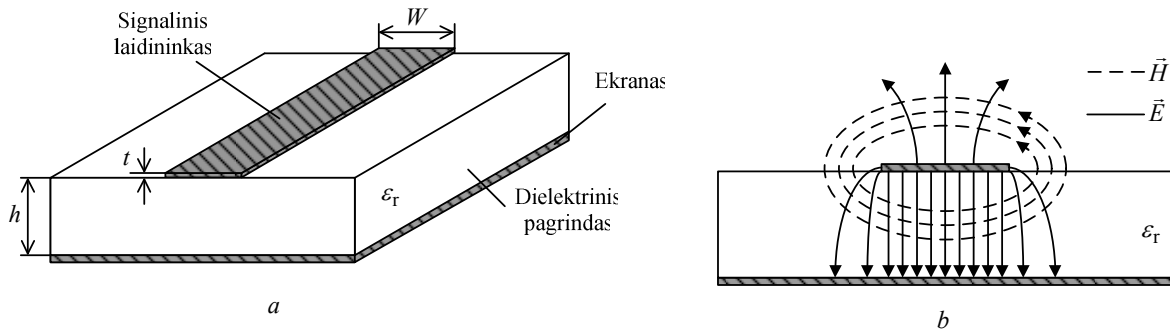
$$\theta = \beta z = 2\pi \frac{z}{\lambda}. \quad (2.14)$$

## 2.2. Mikrojuostelinių struktūrų tipai ir jų konstrukciniai parametrai

Mikrojuostelinės struktūros idėmiau pradėtos nagrinėti nuo 1950 m. Plačiausiai naudojama mikrojuostelinė perdavimo linija, sukurta apie 1952 m., juostelinė linija apie 1955 m., plyšinė linija – 1969 m. Kitos mikrojuostelinės struktūros (koplanarieji bangolaidžiai, plonosios linijos ir t. t.) sukurtos bėgant laikui [5]. Elektroniniuose įrenginiuose panaudojama daugybė mikrojuostelinių struktūrų modifikacijų, nuo kurių konstrukcinių parametru priklauso šių struktūrų elektrinės charakteristikos.

### 2.2.1. Mikrojuostelinė linija

Mikrojuostelinę liniją sudaro signalinis laidininkas, dielektriko sluoksniu atskirtas nuo ekrano (2.3 pav. a). Elektromagnetinė banga mikrojuostelinėje linijoje sklinda dielektriku žemiau signalinio laidininko ir oru virš signalinio laidininko (2.3 pav. b). Tokia struktūra dėl skirtingų dielektrikų yra nehomogeniška, todėl mikrojuosteline linija nesklinda gryna skersinė TEM elektromagnetinė banga, kuri vadinama kvazi-TEM banga. Taip yra dėl to, kad elektromagnetinis laukas be skersinių komponentų turi išilgines komponentes, kurių stipris daug mažesnis už skersinių komponentų stiprį. Todėl šiai bangai apibūdinti galima pasitelkti įtampos tarp laidininko ir ekrano, srovės laidininke ir banginės varžos sąvokas. Ši aproksimacija galima daugelyje dažnių, kuriuose veikia mikrojuostelinė linija [6]. Įrodyta, kad mikrojuostelinėje linijoje sklindančios kvazi-TEM bangos krizinis dažnis yra lygus nuliui [3]. Kadangi signalinis laidininkas yra tarp dviejų dielektrikų (oro ir dielektrinio pagrindo), bangos šioje mikrojuostelinėje linijoje turės neišnykusias išilgines elektrinio ir magnetinio lauko komponentes ir jų sklaidimo greitis priklausys ne tik nuo medžiagos savybių, bet ir nuo mikrojuostelės matmenų.



**2.3 pav.** Mikrojuostelinės perdavimo linijos eskizas (a); Kvazi-TEM bangos elektromagnetinio lauko struktūra mikrojuostelinės linijos skerspjūvyje (b)

Mikrojuostelinė linija yra dispersinė struktūra, t. y. didėjant dažniui, efektyvioji dielektrinė skvarba tolygiai artėja prie pagrindo dielektrinės skvarbos, dėl to bangos sklidimo greitis tolygiai mažėja [7; 8]. Mikrojuostelinė linija yra nesimetrinė struktūra įžeminto ekrano atžvilgiu, todėl ši linija turi nevienodą elektrinio lauko stiprio linijų pasiskirstymą (tankesnės linijos žemiau laidininko, nei virš jo) ir dalis elektromagnetinių bangų išspinduliuojama [9]. Slopinimas mikrojuostelinėje linijoje priklauso nuo nuostolių linijos laidininkuose (ypač siaurame signaliniame laidininke). Nuostolius mikrojuostelinės linijos dielektrike galima atmesti, jeigu linijos pagrindas pagamintas iš kokybiškos keramikos (kvarco, polikoro), tačiau juos būtina įvertinti, kai pagrindas pagamintas iš ferito arba puslaidininkio [3].

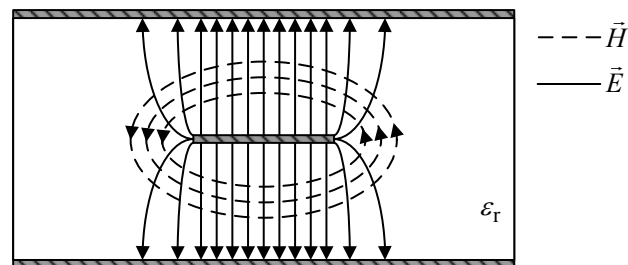
Mikrojuostelinės linijos pritaikomos daugelyje elektronikos komponentų: stiprintuvuose, generatoriuose, maišytuvuose, hibridiniuose šakotuvuose, filtruose ir pan. Pagrindinis šių mikrojuostelinių linijų privalumas – visi elektriniai komponentai gali būti montuojami ant viršaus, tačiau šių linijų prasta izoliacija nuo išorinių trukdžių [10], dalies elektromagnetinių bangų spinduliavimas ir netolygus fazės vėlinimas [9].

### 2.2.2. Juostelinė linija

Juostelinę liniją sudaro signalinis laidininkas, esantis dielektriko centre ir iš abiejų pusių dielektriką dengiantys ekranai [11]. Ši linija gali būti simetrinė, kai atstumas nuo apatinio ir viršutinio ekrano iki centrinio laidininko yra vienodas bei nesimetrinė, kai atstumas skirtingas. Šių linijų gamyba yra sudėtingesnė ir brangesnė. Bendroju atveju linija gaminama suspaudžiant du dielektrikus, vieno iš dielektrikų vidinėje pusėje yra signalinis laidininkas. Išoriniai laidininkai sujungiami tarpusavyje, taip gaunama bendra „žemė“. Jei spaudžiami dielektrikai yra minkšti, priešingai nei kietieji (pvz., keramika), oro tarpas prie vidinio laidininko kraštų nereikšmingas. Šias juostelinių linijas sudėtinga sujungti su kitomis planarinėmis linijomis ar komponentais [9]. Įvairūs aktyviniai

ir pasyviniai elementai turėtų būti sumontuoti tarp dviejų ekranų dielektrike arba turėtų būti sudarytas perėjimas su mikrojuosteline linija, taip sujungiant su išorėje esančiais elementais.

Skirtingai nuo mikrojuostelinės linijos, juostelinė linija yra homogeniška, todėl joje gali sklirti grynoji TEM banga. Juostelinės linijos, veikiančios TEM bangos režimu, elektromagnetinio lauko elektrinės ir magnetinės dedamųjų linijos tam tikru laiko momentu pavaizduotos 2.4 pav.

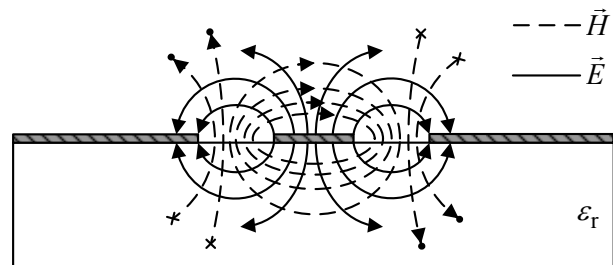


**2.4 pav.** TEM bangos elektromagnetinio lauko struktūra juostelinės linijos skerspjūvyje

Juostelinės linijos naudojamos daugelyje įrenginių dėl mažo spinduliavimo, dispersijos ir nuostolių. Tačiau jos sunkiau technologiškai pagaminamos, palyginti su mikrojuostelinėmis linijomis, ir dėl šios priežasties jos mažiau paplitusios nei analogiškos mikrojuostelinės linijos. Juostelinės linijos turi geresnius pralaidumo juostos parametrus nei mikrojuostelinės linijos. Kitas šių linijų privalumas yra tas, kad gerai izoliuojama nuo išorinių trukdžių ir gretimų signalinių laidininkų, tačiau dėl antro ekrano įtakos signalinio laidininko plotis bei storis turi būti daug mažesnis nei mikrojuostelinės linijos tam pačiam charakteringajam impedansui gauti [12].

### 2.2.3. Koplanarusis bangolaidis

Koplanarusis bangolaidis pirmą kartą paminėtas 1969 m. C. P. Wheno darbe [13]. Ši bangolaidį sudaro dielektrinis pagrindas ant kurio per vidurį suformuotas signalinis laidininkas ir ekranas iš abiejų signalinio laidininko šonų. Gamybos technologija panaši kaip ir mikrojuostelinės linijos, tačiau metalizacija vykdoma tik iš vienos pusės. Koplanariojo bangolaidžio struktūra patogiai išoriniams komponentams prijungti. Ši struktūra dėl skirtingų dielektrikų nehomogeniška, tačiau mažiau dispersinė nei mikrojuostelinė linija. Koplanariojo bangolaidžio, veikiančio kvazi-TEM bangų režimu, elektromagnetinio lauko elektrinės ir magnetinės dedamųjų linijos tam tikru laiko momentu pavaizduotos 2.5 pav. Šiame ban-

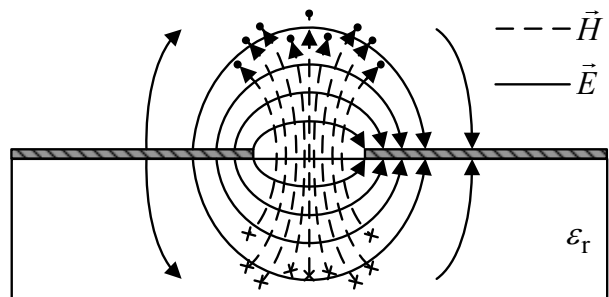


**2.5 pav.** Kvazi-TEM bangos elektromagnetinio lauko struktūra koplanariojo bangolaidžio skerspjūvyje

golaidyje gali sklisti kvazi-TEM bangos, tačiau didėjant sklindančios bangos dažniui išilginės magnetinio lauko dedamosios stiprėja ir bangolaidžiu pradeda sklisti TEM bangos. Charakteringasis impedansas bangolaidyje priklauso nuo santykio tarp juostelės pločio ir atstumo iki ekranuotų laidininkų, be to, charakteringojo impedanso reikšmė pasiekama didesnė nei mikrojuostelinėje linijoje, esant tam pačiam signalinio laidininko pločiui. Energijos išspinduliavimas plyšiuose tarp laidininkų koplanariuose bangolaidžiuose gana didelis, tačiau išspinduliavimą galima kontroliuoti palaikant grandinės simetriją tarp ekranuotų laidininkų, t. y. dažnai sujungiant žemės laidininkus, kad išliktų tas pat potencialas visame bangolaidyje, idealiu atveju šoniniai laidininkai turi būti sujungti ištisai [9].

#### 2.2.4. Plyšinė juostelinė linija

Plyšinė juostelinė linija sudaryta iš dielektrinio pagrindo, ant kurio suformuoti du laidininkai, tarp kurių paliekamas plyšys. Plyšinė juostelinė linija sudaroma nehomogeniška, kad elektromagnetinė banga galėtų sklisti plyšiu [14]. Šia struktūra negali sklisti TEM bangos, joje sklinda kvazi skersinė elektrinė banga TE (angl. *Transverse Electric wave*), kurios magnetinis laukas išilginėje plokštumoje yra elipsinės poliarizacijos. Dėl šios priežasties plyšinės linijos pritaikomos feromagnetiniuose įrenginiuose. Plyšinės juostelinės linijos, veikiančios kvazi-TE bangų režimu, elektromagnetinio lauko elektrinės ir magnetinės dedamųjų linijos tam tikru laiko momentu pavaizduotos 2.6 pav. Siekiant išvengti energijos išspinduliavimo svarbu naudoti pagrindą su aukšta dielektrine skvarba (didesnė nei 10 [15]), tuomet elektromagnetinis laukas lieka sukoncentruotas dielektriko viduje. Praktiškai plyšys daromas siauras, kad būtų nuslopinamos aukštesnės eilės modos ir energijos išspinduliavimas [9]. Didžiausias pasiekiamas charakteringasis impedansas yra daug didesnis nei mikrojuostelinėje linijoje. Plyšinės linijos panaudojamos kryptiniuose šakotuvuose arba filtruose, antenose [15].

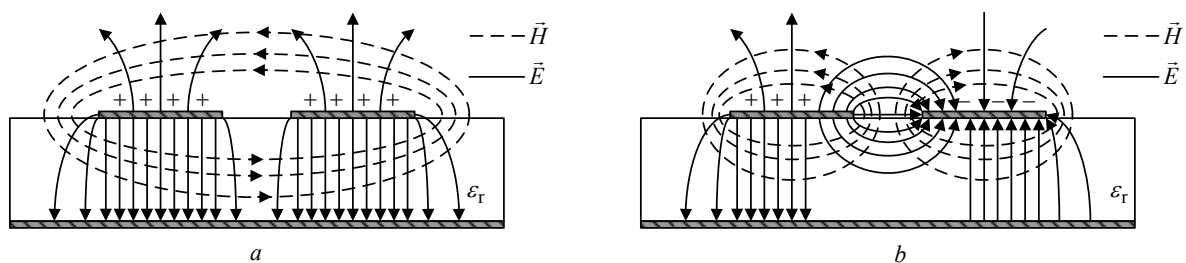


2.6 pav. Kvazi-TE bangos elektromagnetinio lauko struktūra plyšinės juostelinės linijos skerspjūvyje

#### 2.2.5. Susietosios mikrojuostelinės linijos

Susietosios mikrojuostelinės linijos sudaromos iš dviejų signalinių laidininkų, suformuotų ant dielektrinio pagrindo. Signaliniai laidininkai suformuojami pakankamai arti vienas kito, kad jų elektriniai ir magnetiniai laukai sąveikautų tarpusavyje. Mikrojuostelinės linijos tarpusavyje susietos gali būti keliais būdais, priklausomai nuo pageidaujamo sąryšio ir pralaidumo [16]. Šias linijas

sunkiau charakterizuoti nei pavienes mikrojuostelines linijas, nes susietose mikrojuostelinėse linijose veikiantys elektromagnetiniai laukai gali turėti skirtingas formas. Susietosios mikrojuostelinės linijos, veikiančios kvazi-TEM bangų režimu, elektromagnetinio lauko elektrinės ir magnetinės dedamųjų linijos tam tikru laiko momentu pavaizduotos 2.7 pav. Mikrojuostelinė linija dirba vienu sužadinimo režimu, tačiau susietosios mikrojuostelinės linijos palaiko du sužadinimo režimus: sinfazinį ir priešfazinį. Sinfaziniame režime abi mikrojuostelinės linijos turi tuos pačius įtampos potencialus ir mikrojuostelinių linijų simetrinėje plokštumoje gaunamas sinfazinis elektrinis laukas. Priešfaziniame – mikrojuostelinės linijos turi priešingų ženklų potencialus, todėl simetrinėje plokštumoje gaunamas priešfazinis elektrinis laukas. Bendroju atveju, šie du režimai egzistuoja tuo pačiu laiko momentu, tačiau su skirtingais bangos sklidimo greičiais, nes šiuose režimuose nėra gryųjų TEM bangų ir juos įtakoja skirtingos efektinės dielektrinės skvarbos. Todėl susietosios mikrojuostelinės linijos apibūdinamos dviem parametru rinkiniais: sinfaziniu, priešfaziniu charakteringaisiais impedansais, efektinėmis dielektrinėmis skvarbomis, nuostoliais ir t. t. [6]. Susietosios mikrojuostelinės perdavimo linijos plačiai naudojamos sudaryti mikrojuosteliniams filtrams, šakotuvams.



**2.7 pav.** Kvazi-TEM bangos elektromagnetinio lauko struktūra susietoje mikrojuostelinėje linijoje (a) sinfaziniame režime; (b) priešfaziniame režime

### 2.3. Apibendrinimas

Skyriuje pateikta mikrojuostelinių struktūrų elektrinių parametru apžvalga, jų apibūdinimai ir priklausomybė nuo ilgosios linijos konstrukcinių parametru bei šių parametru skaičiavimo metodika. Taip pat skyriuje pateikta įvairių mikrojuostelinių struktūrų tipų apibūdinimai, jų konstrukciniai, veikimo ypatumai ir šių struktūrų panaudojimo galimybės.

### 3. SKAITINIŲ METODŲ ANALITINĖ APŽVALGA

Elektromagnetinių problemų sprendimui mokslininkai ir inžinieriai taiko daugelį būdų, kuriuos būtų galima suskirstyti į eksperimentinius ir teorinius. Eksperimentiniai būdai yra brangūs, ilgai trunkantys, neleidžiantys lanksčiai keisti analizuojamų sistemų parametrų. Šių problemų pavyksta išvengti naudojant teorinius būdus, t. y. matematinį modeliavimą [17].

Beveik visi nagrinėjami elektromagnetiniai uždaviniai formuluojami ir sprendžiami diferencialinėmis ar integralinėmis lygtimis. Taigi, darytina prielaida, kad teoriškai elektromagnetiniai uždaviniai sprendžiami dviem būdais [17]:

- **diferencialiniu (elektromagnetinio lauko požičiu).** Šiuo būdu sprendžiamos diferencialinės lygtys su tam tikromis ribinėmis sąlygomis. Būdas sėkmingai taikomas uždaros srities problemoms spręsti.
- **integraliniu (elektromagnetinio lauko šaltinio požičiu).** Šiuo būdu sprendžiamos integralinės lygtys. Būdas sėkmingai taikomas atviros srities problemoms spręsti.

Savo ruožtu šie būdai klasifikuojami į analitinius ir skaitinius. Elektromagnetinių problemų sprendimui dažniausiai naudojami šie analitiniai metodai [18]:

- kintamųjų atskyrimo;
- skleidimo eilutėmis;
- konforminių transformacijų;
- integralinių transformacijų.

Elektromagnetinių problemų sprendimui dažniausiai naudojami šie skaitiniai metodai [17]:

- baigtinių skirtumų metodas FDM (angl. *finite difference method*);
- baigtinių elementų metodas FEM (angl. *finite element method*);
- ribinių elementų metodas BEM (angl. *boundary element method*);
- momentų metodas MOM (angl. *method of moments*).

Analitiniai metodai netaikomi sudėtingos konfigūracijos nehomogeninių ar sudėtingų struktūrų uždavinių sprendimui, nes sudėtinga matematiškai aprašyti tokios konfigūracijos struktūras. Ši problema įveikiama skaitiniais metodais, tačiau šie turi savų trūkumų – gaunami apytiksliai sprendiniai, didelis kompiuterio išteklių panaudojimas. Analitiniai ir skaitiniai metodai taikomi ne tik elektrodinaminių problemų nagrinėjimui, bet ir kitose mokslo bei technikos srityse, pavyzdžiui: skysčių, šilumos dinamikos, akustikos srityse.

### 3.1. Momentų metodas

Praėjusio šimtmečio viduryje, didėjant kompiuterių ištekliais, inžinieriai ir mokslininkai ieškojo tikslių, bet reikalaujančių mažiau kompiuterio išteklių, metodų, kurie apibūdintų elektromagnetinius laukus kompleksinėse struktūrose, esant skirtingiems sužadinimams [19]. Vieni iš tokių – integralinių lygčių metodai dar kitaip žinomi, kaip momentų metodai, išsamiai aptariamai [18; 20] darbuose.

#### 3.1.1. Momentų metodo principai

Momentų metodo pavadinimas kilo nuo to, kad imami momentai dauginant atitinkamo svorio funkcijas ir jas integruojant. Vakarų literatūroje pirmasis momentų metodo pavadinimą sprendžiant elektromagnetinius uždavinius pavartojo Haringtonas (angl. *Harrington*) [21], jis taip pat aprašė metodo atsiradimą ir plėtrą. Momentų metodo panaudojimas elektrodinamikoje išpopuliarėjo septintame dvidešimto amžiaus dešimtmetyje ir jis sėkmingai pritaikytas daugybei elektrodinaminių problemų nagrinėjimui: plonų laidų ir jų rinkinių spinduliavimo tyrimams, mikrojuostelinių struktūrų analizei, energijos išspinduliavimo problemoms ir kt.

Atliekant analizę momentų metodu, reikia keturių etapų:

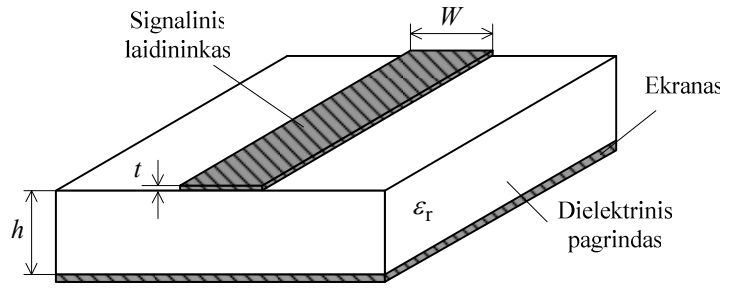
1. Tinkamos integralinės lygties išvedimas.
2. Integralinių lygčių konversija (diskretizacija) į matricines lygtis, naudojantis pagrindinėmis (arba papildomomis) funkcijomis ir svorio (arba testinėmis) funkcijomis.
3. Matricos elementų įvertinimas.
4. Matricinių lygčių sprendimas ir norimų parametrų radimas.

Sprendžiant uždavinius momentų metodu visa nagrinėjama sritis padalijama į segmentus, taip pat svarbu parinkti naudojamų bazinės (kurios dažnai segmento ribose lygios 1, už segmento ribų lygios 0) ir svorio (dažnai Dirako (angl. *Dirac*)) funkcijas.

#### 3.1.2. Momentų metodo taikymas mikrojuostelinės linijos elektriniams parametrams skaičiuoti

Ieškant mikrojuostelinės struktūros elektrinių parametrų momentų metodu lengviau nagrinėti pasitelkus pavyzdį, todėl imamas paprasčiausios nevienalytės mikrojuostelinės struktūros atvejis. Čia mikrojuostelinės linijos laidininkas, pavaizduotas 3.1 pav., yra nevienalyčių dielektrikų (oro bei dielektrinio pagrindo) sandūroje. Tokio dielektriko nevienalytiškumui įvertinti, skaičiuojant krūvių pasiskirstymą mikrojuostelinėje linijoje momentų metodu, taikomas dalinių atvaizdų principas [22].

Krūvio dalinių atvaizdų skaičiavimą apibūdina procesai, vykstantys dvejų skirtingų begalinių dielektrinių sričių riboje 3.2 pav. Antroje srityje esantis linijinis krūvis  $+q$  sukuria elektrinį srautą, kurio tankis  $\vec{D}$ . Šis srautas nuožulniai krisdamas į dielektrikų ribą išsi-



**3.1 pav.** Mikrojuostelinė perdavimo linija

skaido į dvi dalis: atsispindėjusį  $\vec{D}^a$  ir perėjusį  $\vec{D}^p$  srautų tankius. Šie srautai turi tenkinti terpių ribines sąlygas: normaliosios ir tangentinės elektrinio lauko stiprio komponentės abejose srityse turi būti netrūkios.

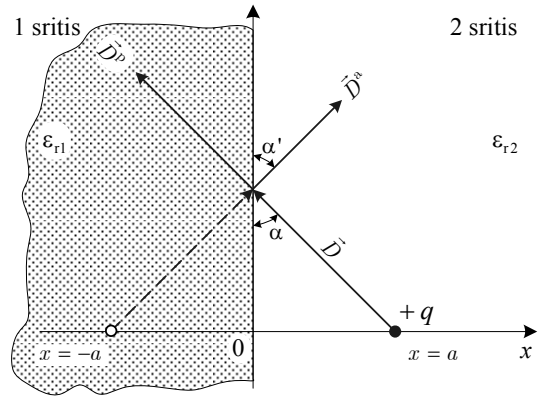
Atspindžio ir perėjimo procesams apibūdinti naudojami atspindžio ir perėjimo koeficientai:

$$K^a = \frac{D^a}{D}; \quad (3.1)$$

$$K^p = \frac{D^p}{D}. \quad (3.2)$$

Įvertinus ribines sąlygas gaunama atspindžio koeficiento priklausomybė nuo sričių dielektrinių skvarbų:

$$K^a = -\frac{\varepsilon_{r1} - \varepsilon_{r2}}{\varepsilon_{r1} + \varepsilon_{r2}}. \quad (3.3)$$



**3.2 pav.** Krūvio ir jo dalinių vaizdų sukurti elektriniai laukai [22]

Mikrojuostelinėje linijoje vienas iš dielektrikų yra oras, jo dielektrinė skvarba  $\varepsilon_{r2} = 0$ , todėl (3.3) formulės išraiška tampa:

$$K = K^a = -\frac{\varepsilon_r - 1}{\varepsilon_r + 1}. \quad (3.4)$$

Atspindžio ir perėjimo procesus patogiau pakeisti tik perėjimo procesais (3.3 pav.). Atspindėtą srautą  $D^a$  (pakeitus perėjimo procesu, žymimas  $KD$ ) sukuria krūvio  $+q$  dalinis atvaizdas  $Kq$  esantis 1 srityje  $x = -a$  taške (3.3 pav. c). Praėjusį į 1 sritį srautą (žymimas  $(1 - K)D$ ) sukuria krūvio dalinis vaizdas  $(1 - K)q$  esantis 2 srityje taške  $x = a$  (3.3 pav. b). Tikrasis krūvis ir jo daliniai atvaizdai taikomi Gryno (angl. *Green*) funkcijoje, kuri nusako kaip atitinkamoje srityje surasti

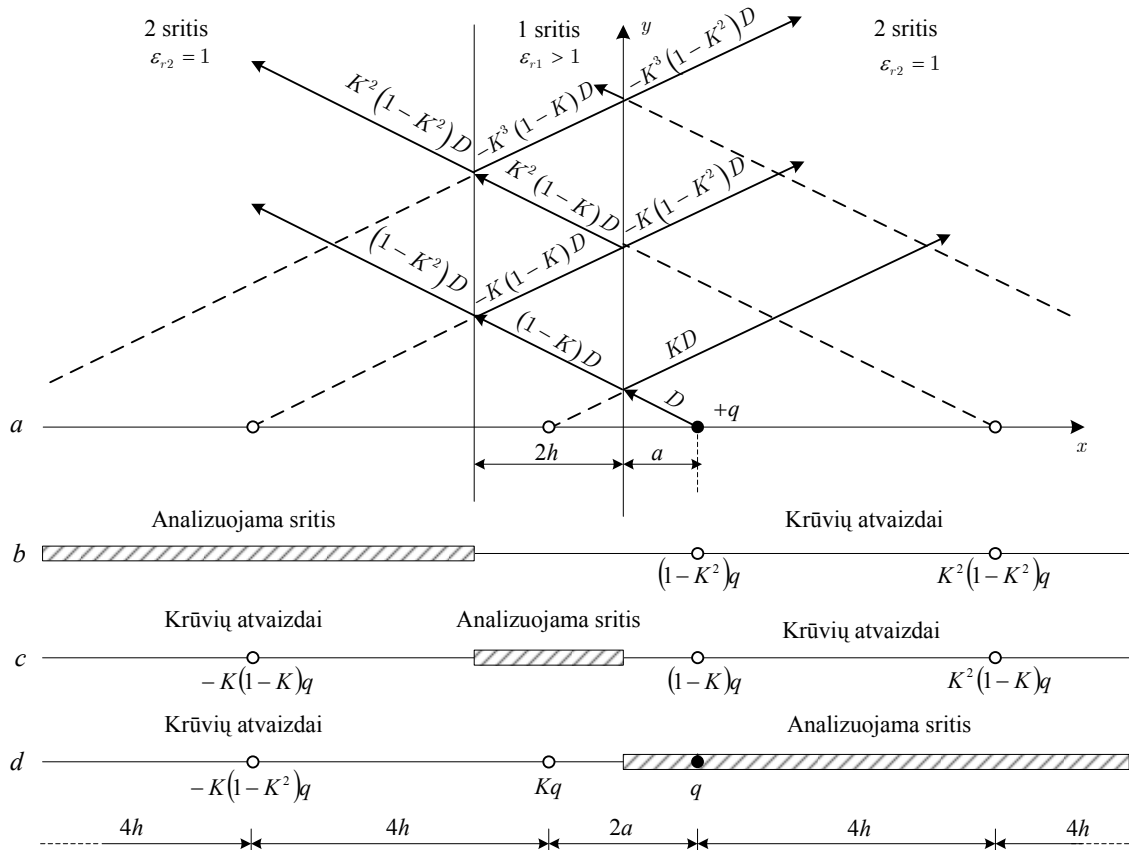
potencialą, kurį sužadina vienetinis krūvis. Gryno funkcijos išraiška, kuri naudojama pirmos srities potencialui apskaičiuoti pagal krūvio dalinio atvaizdo  $(1 - K)q$  vertę (3.3 pav., b):

$$G(P_j : P_i) = -\frac{1 - K}{4\pi\epsilon_r\epsilon_0} \ln \left[ (x_j - a)^2 + (y_j - y_i)^2 \right] \quad (3.5)$$

čia:  $G(P_j : P_i)$  – Gryno funkcija, kuri aprašo potencialą esantį  $P_j \equiv (x_j, y_j)$  taške ir šį potencialą sužadinantį vienetinį krūvį esantį taške  $P_i \equiv (x_i, y_i)$ .

Gryno funkcijos išraiška, kuri naudojama antros srities potencialui apskaičiuoti pagal krūvio, esančio taške  $x = a$ , ir krūvio dalinio atvaizdo, esančio taške  $x = -a$ , vertes (3.3 pav. c):

$$G(P_j : P_i) = -\frac{1}{4\pi\epsilon_0} \left\{ \ln \left[ (x_j - a)^2 + (y_j - y_i)^2 \right] + K \ln \left[ (x_j + a)^2 + (y_j - y_i)^2 \right] \right\} \quad (3.6)$$



**3.3 pav.** Krūvio ir jo dalinių atvaizdų sukurti elektriniai srautai srityje su dielektriko pagrindu (a), krūvio ir jo dalinių atvaizdų schemas Gryno funkcijai nustatyti už dielektriko pagrindo (b), dielektriko pagrinde (c), prieš dielektriko pagrindą (d) [22]

Krūvio dalinių atvaizdų principas leidžia apskaičiuoti potencialą kiekviename elektros lauko taške, krūvį, jo dalinį atvaizdą ir atstumą nuo jų iki analizuojamo taško. Bendruoju atveju krūvių atvaizdų skaičius yra begalinis, tai matyti 3.3 pav. Čia parinktas  $2h$  dielektriko sluoksnis, šis storis

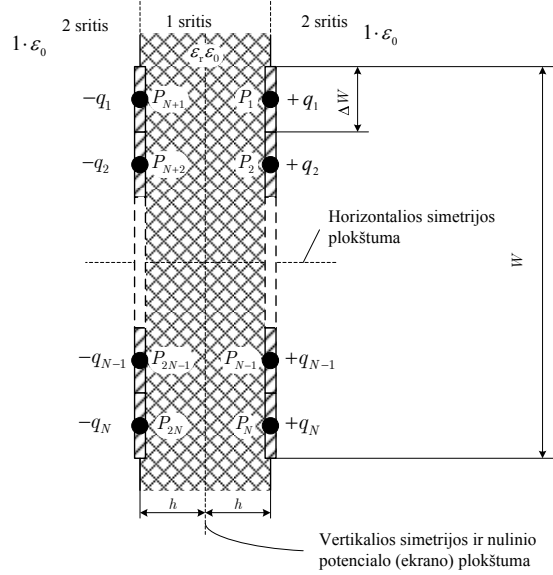
parinktas tam, kad būtų galima panaudoti krūvių veidrodinių atspindžių principą ekranui modeliui. Gryno funkcija išvedama kiekvienai iš trijų 3.3 pav. pateiktai sričiai:

$$\varphi(P_j : P_i) = -\sum_{i=1}^{\infty} \frac{1}{4\pi\epsilon} q_i \times \ln \left[ (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 \right]; \quad (3.7)$$

čia:  $q_i$  – krūvis, kuris atitinka  $i$  – tąjį atvaizdą (krūvis kuris patalpintas  $P_i \equiv (x_i, y_i)$  taške); dielektrinės skvarbos  $\epsilon$  vertė ( $\epsilon = \epsilon_r \epsilon_0$  arba  $\epsilon = \epsilon_0$ ) apibūdina analizuojamą  $P_j$  tašką.

Skaičiuojant mikrojuostelinės linijos krūvių pasiskirstymą, liniją išivaizduojama esanti viename puserdvyje ir padalytą į  $N$  dalinių sričių. Ekranas plokštumos ekvipotencialus paviršius gaunamas sudarant taškiniam krūviui jo veidrodinį atspindį  $-q_i$ . Kadangi  $a \rightarrow 0$  tai taško  $P_j$  potencialą sužadina tame taške esantis krūvis ir jo pirmasis dalinis atvaizdas:  $q_j + Kq_j = (1 + K)q_j$ . Mikrojuostelinės linijos krūvių pasiskirstymas, taikant atvaizdų principą, randamas 6 etapais [22]:

1. Potencialo, kurį sužadina tame pačiame taške esantis krūvis  $q_j$  ir jo pirmas dalinis atvaizdas  $Kq_j$ , skaičiavimas:



**3.4 pav.** Mikrojuostelinės linijos padalinimas į dalines sritis [22]

$$\varphi(P_j : P_j) = -\frac{(1 + K)q_j}{2\pi\epsilon_0} \left[ \ln \left( \frac{\Delta W}{2} \right) - 1 \right]. \quad (3.8)$$

Jei ieškomas potencialas, esantis  $j$  – taške, kurį sužadina  $i$  – taške esantis krūvis  $q_i$ , pirmo žingsnio išraiška tampa:

$$\varphi(P_j : P_i) = -\frac{(1 + K)q_i}{2\pi\epsilon_0} \ln(|j - i| \Delta W). \quad (3.9)$$

2. Potencialo, kurį sužadina kiti  $q_j$  krūvio daliniai atvaizdai, skaičiavimas

$$\varphi(P_j : P_j) = \frac{K(1 - K^2)q_j}{2\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} K^{2(n-1)} \ln(4nh). \quad (3.10)$$

Jei ieškomas potencialas, esantis  $j$  – taške, kurį sužadina  $i$  – taške esantis krūvis  $q_i$ , pirmo žingsnio išraiška tampa:

$$\varphi(P_j : P_i) = \frac{K(1 - K^2)q_i}{4\pi\epsilon_0} \times \sum_{n=1}^{\infty} K^{2(n-1)} \ln \left[ \left( |i - j| \Delta W \right)^2 + (4nh)^2 \right]. \quad (3.11)$$

3. Potencialo, kurį sužadina  $P_{N+j}$  taške esantis  $-q_j$  krūvis ir visi jo daliniai atvaizdai, skaičiavimas:

$$\varphi(P_j : P_{N+j}) = \frac{(1 - K^2)q_j}{2\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} K^{2(n-1)} \ln \left[ (4n - 2)h \right]. \quad (3.12)$$

4. Potencialo, kurį sužadina  $P_{N-j+1}$  taške esantis  $q_j$  veidrodinis krūvis ir jo pirmas  $Kq_j$  dalinis atvaizdas, skaičiavimas:

$$\varphi(P_j : P_{N-j+1}) = -\frac{(1 + K)q_j}{2\pi\epsilon_0} \times \ln \left[ (N - j + 1) \Delta W \right]. \quad (3.13)$$

5. Potencialo, kurį sužadina kiti  $P_{N-j+1}$  taške esančio  $q_j$  veidrodinio krūvio daliniai atvaizdai, skaičiavimas:

$$\varphi(P_j : P_{N-j+1}) = \frac{K(1 - K^2)q_j}{4\pi\epsilon_0} \times \sum_{n=1}^{\infty} K^{2(n-1)} \ln \left\{ \left[ (N - j + 1) \Delta W \right]^2 + (4nh)^2 \right\}. \quad (3.14)$$

6. Potencialo, kurį sužadina  $P_{2N-j+1}$  taške esantis  $-q_j$  krūvis ir visi jo daliniai atvaizdai, skaičiavimas:

$$\varphi(P_j : P_{2N-j+1}) = \frac{(1 - K^2)q_j}{4\pi\epsilon_0} \sum_{n=1}^{\infty} K^{2(n-1)} \times \ln \left\{ \left[ (2N - j + 1) \Delta W \right]^2 + \left[ (2n - 1)2h \right]^2 \right\}. \quad (3.15)$$

Radus visuose  $P_1 \dots P_{N/2}$  taškuose potencialo komponentes, sudaroma tiesinių lygčių sistema:

$$\begin{cases} 1 = A_{11}q_1 + A_{12}q_2 + \dots + A_{\frac{N}{2}\frac{N}{2}}q_{\frac{N}{2}} \\ 1 = A_{21}q_1 + A_{22}q_2 + \dots + A_{\frac{N}{2}\frac{N}{2}}q_{\frac{N}{2}} \\ \dots \dots \dots \dots \\ 1 = A_{\frac{N}{2}1}q_1 + A_{\frac{N}{2}2}q_2 + \dots + A_{\frac{N}{2}\frac{N}{2}}q_{\frac{N}{2}} \end{cases} \quad (3.16)$$

Lygčių sistema (3.16) matricų pavidale užrašoma taip:

$$[1] = [A] \cdot [q]. \quad (3.17)$$

Koeficientai  $A_{ij}$  apibūdina  $q_j$  krūvio sužadinamą potencialą  $P_j$  taške. Šie koeficientai gaunami susumavus rezultatus, gautus pagal šešias lygtis (3.9) – (3.15):

$$A_{ij} = \sum_{j=1}^6 \varphi(P_i : P_j). \quad (3.18)$$

Ši lygčių sistema sprendžiama, pvz., tokiu būdu:

$$[q] = [A]^{-1} \cdot [1]; \quad (3.19)$$

čia:  $A$  – koeficientų matrica;  $q$  – ieškomų krūvių vektorius.

Išsprendus lygčių sistemą gaunamas krūvių pasiskirstymas mikrojuostelinėje linijoje. Susumavus visus mikrojuostelinės linijos krūvius apskaičiuojamas pirminis parametras – ilginė talpa:

$$C_1 = \sum_{i=1}^N q_i. \quad (3.20)$$

Charakteringasis impedansas gali būti apskaičiuotas pagal tokią išraišką [11]:

$$Z = \frac{1}{c_0 \sqrt{C_1 C_{10}}}. \quad (3.21)$$

čia:  $c_0$  – šviesos greitis vakume;  $C_{10}$  – ilginė talpa, kai mikrojuostelinės linijos dielektrinis pagrindas pakeičiamas oru.

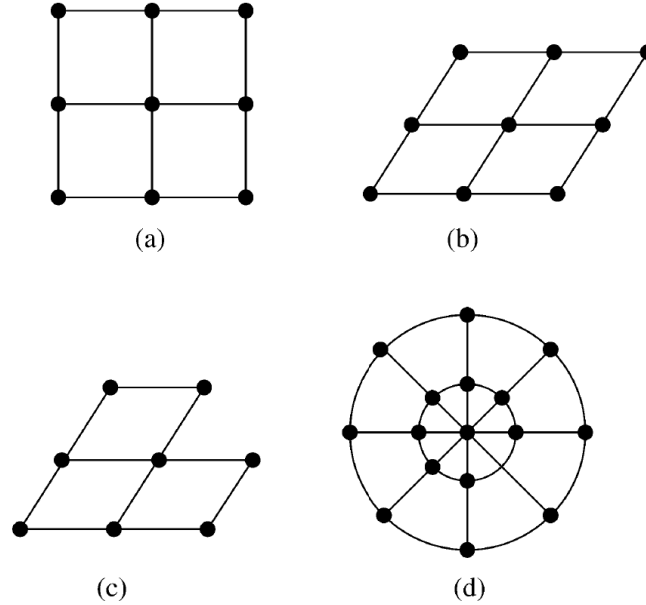
## 3.2. Baigtinių skirtumų metodas

Baigtinių skirtumų metodas sukurtas 1920 m. spręsti netiesinėms hidrodinamikos lygtims, tuomet buvo vadinamas kvadratų metodu [23]. Nuo tada šis metodas taikomas įvairių sričių problemoms spręsti. Tai palyginus nesudėtingas ir be ypatingų problemų programiškai įgyvendinamas metodas, išsamiai aptariamas [18; 20] darbuose.

### 3.2.1. Baigtinių skirtumų metodo principai

Baigtinių skirtumų metodas pagrįstas aproksimacija, t. y. dalinių išvestinių lygčių pakeitimas dalinių skirtumų lygtimis. Ši baigtinių skirtumų aproksimacija yra algebrinės formos ir ieškomo kintamojo vertė sprendimo srityje nustatoma iš greta esančių mazgų. Sprendžiant uždavinius baigtinių skirtumų metodu, atliekami šie žingsniai:

1. Nagrinėjamo elektrodinaminio įtaiso sritis suskaidoma tinkleliu (3.5 pav. pateikta naudojamų tinklelių rūšys).
2. Diferencialinė lygtis išreiškiama ekvivalentiška baigtinių skirtumų lygtimi, kurioje nagrinėjamo mazgo reikšmė priklauso nuo gretimų mazgų verčių skirtumų.
3. Sudarytų skirtumų lygčių sistema sprendžiama atsižvelgus į tam tikras analizuojamos sistemos ribines ir (arba) pradines sąlygas.



**3.5 pav.** Naudojami tinkleliai: a) stačiakampis; b) nuožulnus; c) trikampis; d) apskritas [18]

Diferencialinės lygties išreiškiamas ekvivalentiška baigtinių skirtumų lygtimi vykdomas atliekat išvestinės skaitinę aproksimaciją. Pavyzdžiui, funkcijos (3.6 pav.)  $f(x)$  išvestinė taške  $P$  galima rasti naudojant priekinę skirtumo išraišką:

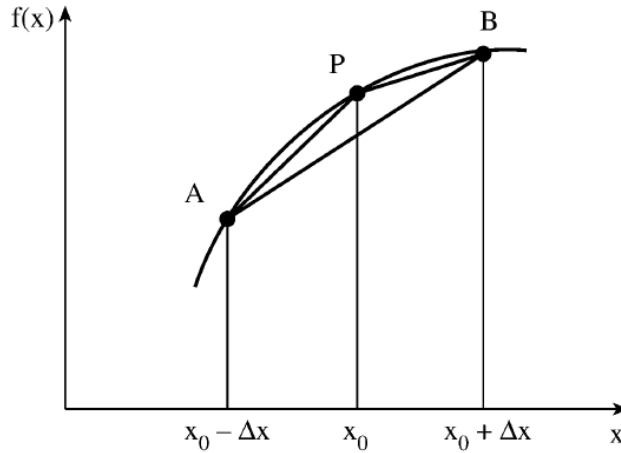
$$f'(x_0) \simeq \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x}; \quad (3.22)$$

atgalinę skirtumo išraišką:

$$f'(x_0) \simeq \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x}; \quad (3.23)$$

centrinę skirtumo išraišką:

$$f'(x_0) \simeq \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x}. \quad (3.24)$$



**3.6 pav.** Apytikris funkcijos  $f(x)$  išvestinės taške  $P$  radimas naudojant priekinį, atgalinį ar centrinį skirtumus [18]

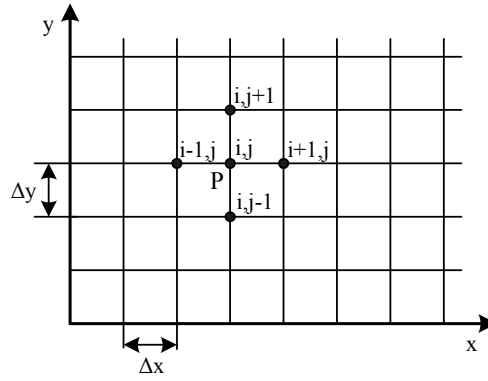
Bet kokios išvestinės aproksimacija išreikšta vertėmis diskretinių taškų aibėje vadiname baigtinių skirtumų aproksimacija. Baigtinių skirtumų aproksimacijos formulių (3.22), (3.23), (3.24) išvedimas yra daugiau intuityvus, bendresnis būdas – Teiloro (angl. *Taylor*) eilutės panaudojimas. Panaudojant Teiloro eilutę, pirmos eilės išvestinės baigtinių skirtumų aproksimacijos formulė gaunama tokia pati kaip ir (3.24) formulė. Šios formulės nukirtimo paklaida yra  $(\Delta x)^2$ , o (3.22) bei (3.23) formulių paklaidos yra vienodos ir lygios –  $\Delta x$ . Aukštesnės eilės baigtinių skirtumų aproksimacijos gali būti sudarytos paimant daugiau narių Teiloro eilutėje, jų nukirtimo paklaida gaunama mažesnė.

Pritaikant skirtumo metodą funkcijos  $\Phi(x, y)$  sprendinio suradimui, analizuojama sritis dvima-  
tėje plokštumoje padalinama į stačiakampį tinklą, kurio šoninės sienelės  $\Delta x$  ir  $\Delta y$  (analizuojamos srities suskaidymas tinkleliu pateiktas 3.7 pav.). Kiekvieno mazgo  $x$  koordinatė lygi  $x = i\Delta x$ , kur  $i = 0, 1, 2, \dots$ . Kiekvieno mazgo  $y$  koordinatė lygi  $y = j\Delta y$ , kur  $j = 0, 1, 2, \dots$ . Ieškomo mazgo ( $P$  taške) koordinatės:  $\Phi_P = \Phi(i\Delta x, j\Delta y) = \Phi(i, j)$ .

Mazgo taške  $(i, j)$  išvestinės centrinė skirtumų aproksimacija:

$$\Phi_{x|i,j} \simeq \frac{\Phi(i+1, j) - \Phi(i-1, j)}{2\Delta x}; \quad (3.25)$$

$$\Phi_{y|i,j} \simeq \frac{\Phi(i, j+1) - \Phi(i, j-1)}{2\Delta y}. \quad (3.26)$$



3.7 pav. Dvimatės analizuojamos srities tinklelis [18]

### 3.2.2. Baigtinių skirtumų metodo taikymas mikrojuostelinės linijos elektriniams parametrams skaičiuoti

Dalinės diferencialinės lygtys – tai klasė diferencialinių lygčių, kuriose yra daugiau nei vienas nepriklausomas kintamasis. Bendru atveju dalinė diferencialinė lygtis aprašoma [24]:

$$A(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + B(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial x \partial y} + C(x, y) \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = f\left(x, y, u, \frac{\partial u}{\partial x}, \frac{\partial u}{\partial y}\right); \quad (3.27)$$

čia  $x_0 \leq x \leq x_f, y_0 \leq y \leq y_f$ .

Šios dalinės diferencialinės lygtys klasifikuojamos į:

- elipsinės dalinės diferencialinės lygtys, kai:  $B^2 - 4AC < 0$ ;
- parabolinės dalinės diferencialinės lygtys, kai:  $B^2 - 4AC = 0$ ;
- hiperbolinės dalinės diferencialinės lygtys, kai:  $B^2 - 4AC > 0$ .

Elektrodinaminiam uždaviniams dvimatėje erdvėje spręsti baigtinių skirtumų metodu panaudojamos Puasono elipsinių dalinių išvestinių lygtys dviejų koordinačių sistemoje (sprendimo srities suskaidymas tinkleliu pateiktas 3.7 pav.):

$$\nabla^2 \Phi = \frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = g(x, y); \quad (3.28)$$

čia:  $\nabla^2$  – operatorius;  $x, y$  – koordinatės;  $\Phi$  – potencialas, V;  $g(x, y)$  – sužadinimo šaltinis.

Galima naudoti centrinių skirtumų aproksimacija dalinėms išvestinėms rasti, iš kurių paprasčiausia forma yra:

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial x^2} = \frac{\Phi(i+1, j) - 2\Phi(i, j) + \Phi(i-1, j))}{(\Delta x)^2} + O(\Delta x)^2, \quad (3.29)$$

$$\frac{\partial^2 \Phi}{\partial y^2} = \frac{\Phi(i, j+1) - 2\Phi(i, j) + \Phi(i, j-1)}{(\Delta y)^2} + O(\Delta y)^2; \quad (3.30)$$

čia:  $x = i\Delta x$ ,  $y = j\Delta y$  ir  $i, j = 0, 1, 2 \dots$ ;  $O(\Delta x)^2$  ir  $O(\Delta y)^2$  – nukirtimo paklaidos. Jei tarsime, kad  $\Delta x = \Delta y = \Delta$ , tai (3.29) ir (3.30) formules galima išreikšti:

$$\Phi(i, j) = \frac{1}{4} [\Phi(i+1, j) + \Phi(i-1, j) + \Phi(i, j+1) + \Phi(i, j-1) - \Delta^2 g(i, j)]; \quad (3.31)$$

čia:  $\Delta$  – tinkelio žingsnis. Specialus (3.28) formulės atvejis, kai analizuojamoje srityje krūvių nėra t. y.  $g(x, y) = 0$ . Tai veda prie Laplaso (angl. *Laplace*) lygties, tokiu būdu (3.28) formulė tampa:

$$\Phi(i, j) = \frac{1}{4} [\Phi(i+1, j) + \Phi(i-1, j) + \Phi(i, j+1) + \Phi(i, j-1)]. \quad (3.32)$$

Iš šios formulės matyti, kad analizuojamos srities tinkelio kiekvieno mazgo potencialo dydis yra lygus jį supančių keturių mazgų potencialų vidurkiui. Tai nevienintelis būdas aproksimuoti Laplaso lygtį, tačiau šis vienas iš populiariausių.

Dalinių išvestinių lygčių sprendimas baigtinių skirtumų metodu veda prie didelių algebrinių lygčių sistemų sudarymo ir jų sprendimas yra didelė problema. Du pagrindiniai būdai naudojami tokių lygčių sistemų sprendimui:

- iteracinis;
- susietųjų matricių.

### Iteracinis skaičiavimo būdas

Pagal (3.32) išraišką apibūdinus visų mazgų potencialus iš eilės atliekamas jų apskaičiavimas. Bendruoju atveju naudojantis iteraciniu metodu lygčių sprendinių pirmoji aproksimacija taikoma apskaičiuoti antrajai aproksimacijai, šioji savo ruožtu taikoma trečiajai aproksimacijai rasti ir t. t. Dažniausiai naudojami trys iteraciniai metodai: Jacobi, Gauss-Seidel ir tolimesnio sumažėjimo SOR (angl. *successive over-relaxation*) [18].

Taikant SOR metodą pirma nustatoma kiekvieno mazgo pradinė liekana  $R(i, j)$ , kuri netenkina paklaidos sąlygos:

$$R(i, j) = \Phi(i+1, j) + \Phi(i-1, j) + \Phi(i, j+1) + \Phi(i, j-1) - 4\Phi(i, j) - \Delta^2 g(i, j). \quad (3.33)$$

Liekanos reikšmė  $R^k(i, j)$   $k$ -joje iteracijoje, gali būti laikoma kaip korekcija, kurią būtina pridėti prie  $\Phi(i, j)$ , kad gautoji reikšmė būtų artimesnė tikrajai reikšmei. Kai  $\Phi(i, j)$  konverguoja link tikrosios reikšmės,  $R^k(i, j)$  artėja prie nulio. Norint kad konvergencija pagreitėtų, liekana dauginama

ma iš skaičiaus  $\omega$  ir pridedama prie  $\Phi(i, j)$   $k$ -joje iteracijoje, kad būtų gauta  $\Phi(i, j)$   $k + 1$  iteracijoje:

$$\Phi^{k+1}(i, j) = \Phi^k(i, j) + \frac{\omega}{4} R^k(i, j); \quad (3.34)$$

čia:  $\omega$  – parametras vadinamas relaksacijos faktoriumi, jo reikšmė paprastai būna nuo 1 iki 2.

### Susietųjų matricų skaičiavimo būdas

Baigtinių skirtumų sprendinio paieškos trukmė, taikant iteracinį skaičiavimo būdą, priklauso nuo siekiamo tikslumo. Skaičiavimam paspartinti taikytinas tiesioginis susietųjų matricų būdas, pagal kurį baigtinių skirtumų sprendinys surandamas tiksliai. Baigtinių skirtumų metode naudojamo tinklelio kiekvieno mazgo reikšmę veikia kiti artimiausi tinklelio mazgai, o tolimesni mazgai įtakos neturi. Taigi analizuojamos srities tinklelio visų mazgų reikšmės galima rasti išsprendus lygtį:

$$[A] \times [X] = [B]; \quad (3.35)$$

čia:  $[A]$  – retoji matrica (angl. *sparse matrix*), turinti daugybę nulinių elementų;  $[X]$  – stulpelinė matrica, kurią sudaro nežinomos mazgų vertės;  $[B]$  – vektorius, kurį sudaro žinomos mazgų vertės. Nežinomųjų matricos  $[X]$  reikšmės randamos naudojant, pvz., tokią formulę:

$$[X] = [A]^{-1} [B]; \quad (3.36)$$

čia:  $[A]^{-1}$  – atvirkštinė koeficientų matrica. Nežinomųjų matricą taip pat galima rasti taikant įvairius eliminavimo metodus (Gausso, Gausso Jordano ir kt.).

### 3.3. Skaitinių metodų tikslumas ir stabilumas

Tikslumas ir stabilumas labai svarbi sąvoka skaitiniuose metoduose, nes tuomet galima nusakyti ar gautas rezultatas yra patikimas ir naudingas. Tikslumas nurodo kaip ieškomas sprendinys yra arti tikrojo sprendinio. Stabilumas nurodo ar naudojamas sprendimo būdas nepadidins bendros paklaidos skaičiavimus atliekant skirtingais laiko tarpais [25]. Skaitinis algoritmas yra stabilus, jei maža klaida duoda mažesnę bendrą klaidą bet kuriu sprendimo etapu, kitu atveju jis yra nestabilus.

Yra trys pagrindiniai klaidų tipai, kurių negalima išvengti sprendžiant fizikinius uždavinius skaitiniais metodais [25]:

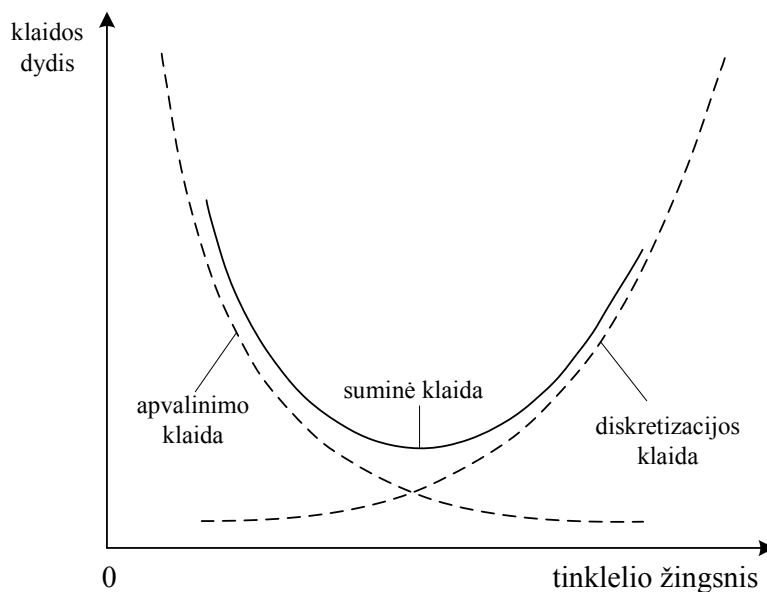
- modeliavimo klaidos;
- nukirtimo (diskretizacijos) klaidos;

- apvalinimo klaidos.

Nuo kiekvienos iš šių klaidų priklauso sprendimo tikslumas. Modeliavimo klaidos atsiranda dėl tam tikrų supaprastinamo prielaidų daromu matematiniame modelyje. Pavyzdžiui, netiesinė sistema gali būti aprašyta tiesinėmis dalinėmis diferencialinėmis lygtimis.

Nukirtimo klaidos atsiranda dėl to, kad skaitinėje analizėje galima naudoti tik baigtinius skaičius, o nagrinėjami procesai, uždaviniai aprašomi begalinėmis eilutėmis. Pavyzdžiui, sudarant baigtinių skirtumų lygtis, kai kurie aukštesnės eilės Teiloro eilutės dėmenys atmetami, dėl to atsiranda nukirtimo paklaida. Nukirtimo klaidos gali būti sumažinamos naudojant mažesnę tinklę arba naudojant didesnę kiekį dėmenų Teiloro eilutėje, sudarant aukštesnės eilės aproksimacijas. Tačiau, kai naudojamos aukštesnės eilės skirtumų lygtys nei nagrinėjamos dalinės diferencialinės lygtys, gali atsirasti nestabilumas ir privesti prie klaidingų rezultatų.

Apvalinimo klaidos atsiranda dėl to, kad kompiuteriai yra baigtinio tikslumo (registrai aritmetiniame įrenginyje yra baigtinio dydžio). Šios klaidos gali būti sumažinamos naudojant dvigubą tikslumo aritmetiką. Visiškai išvengti apvalinimo klaidų galima tiksliai tuomet, kai visos operacijos aprašomos naudojant sveikųjų skaičių aritmetiką, tačiau tai sunkiai įmanoma. Baigtinių skirtumų metode mažinant tinklę mažėja nukirtimo klaidos, tačiau apvalinimo klaidos atvirkščiai – didėja, dėl padidėjusio skaičiaus aritmetinių operacijų.



**3.8 pav.** Baigtinių skirtumų metodo skaičiavimo klaidos priklausomybė nuo tinklės dydžio [18]

### **3.4. Skyriaus apibendrinimas**

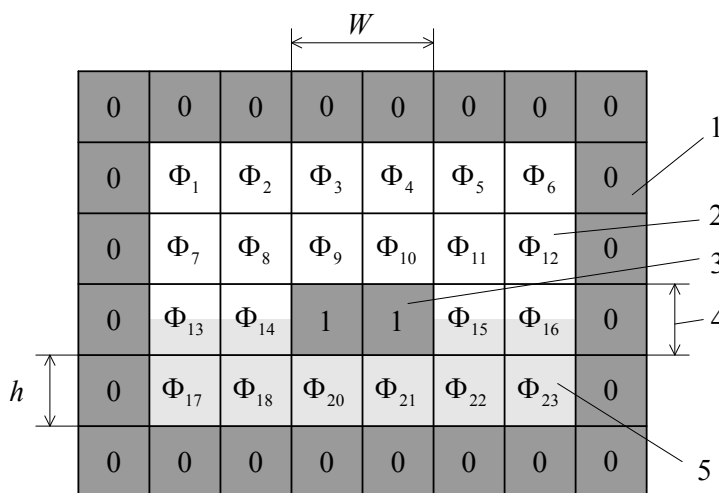
Skyriuje aptariami analitinių bei skaitinių metodų taikymo galimybės, kokio tipo uždaviniams spręsti skirti analitiniai bei skaitiniai metodai. Pristatomi bei aptariami du skaitiniai metodai: momentų metodas bei baigtinių skirtumų metodas. Aptariami skaitinių metodų privalumai, trūkumai, tikslumas bei stabilumas.

## 4. MIKROJUOSTELINIŲ STRUKTŪRŲ MODELIŲ SUDARYMAS

Aptarus mikrojuostelinių struktūrų parametrus (2 skyrius) bei skaitinius analizės metodus, skirtus elektriniams parametrams skaičiuoti (3 skyrius). Šiame skyriuje pereinama prie mikrojuostelinių struktūrų modelių sudarymo baigtinių skirtumo metodo susietųjų matricių būdu. Siekiama sumodeliuoti ir ištirti tris mikrojuostelinių linijų struktūras: vienalaidę liniją, susietąsias bei daugialaides linijas. Prieš sudarant mikrojuostelinės linijos matematinį modelį reikia plačiau išnagrinėti baigtinių skirtumų metodo susietųjų matricių būdo taikymą mikrojuostelinės linijos elektriniams parametrams skaičiuoti. Baigtinių skirtumų metodo ir jo dviejų skaičiavimo būdų (iteracinio bei susietųjų matricių) aprašymas pateiktas 3 skyriuje, šiame skyriuje nagrinėjamas susietųjų matricių būdo taikymas mikrojuostelinių struktūrų modeliams kurti.

### 4.1. Baigtinių skirtumų susietųjų matricių būdas

Susietųjų matricių skaičiavimo principą lengviau nagrinėti pasitelkus pavyzdį, tad 4.1 pav. pateiktas mikrojuostelinės linijos skerspjūvio modelis. Ši mikrojuostelinė linija yra dviejų dielektrikų tarpe, jos laidininko storis yra be galo plonas.



**4.1 pav.** Nagrinėjamos srities pavyzdys: 1 – ekranas; 2 – pirmasis dielektrikas (oras); 3 – signalinis laidininkas; 4 – dielektrikų pereinamoji sritis; 5 – dielektrinis pagrindas

Koeficientų matricos  $[A]$  dydis priklauso nuo nežinomų potencialų skaičiaus. 4.1 pav. pateiktame pavyzdyje nežinomų potencialų yra 23, taigi sudaroma  $23 \times 23$  koeficientų matrica. Sudarytoje matricoje eilučių skaičius atitinka nežinomų potencialų skaičių, o eilutės stulpeliuose surašomi koeficientai apibūdinantys kiekvieno potencialo įtaką nežinomam potencialui.

Skaičiuojant potencialų pasiskirstymą vieno dielektriko terpėje naudojama formulė (3.32), kuri pagal susietųjų matricų būdą išreiškiama tokiu pavidalu:

$$4\Phi(i, j) - \Phi(i+1, j) - \Phi(i-1, j) - \Phi(i, j+1) - \Phi(i, j-1) = 0. \quad (4.1)$$

Kairėje šios lygties pusėje surašomi nežinomi potencialai bei jų įtakos koeficientai (potencialai kurių įtaka lygi nuliui lygtyje neįrašyti), dešinėje surašomos žinomų potencialų vertės, nuo kurių priklauso ieškomo potencialo dydis. Tarkime, pagal 4.1 pav. ieškant  $\Phi_1$  priklausomybę nuo kitų potencialų gaunama tokia lygtis:

$$4\Phi_1 - \Phi_2 - \Phi_7 = 0; \quad (4.2)$$

apskaičiuojant potencialą  $\Phi_2$ , gaunama:

$$4\Phi_2 - \Phi_1 - \Phi_3 - \Phi_8 = 0; \quad (4.3)$$

apskaičiuojant potencialą  $\Phi_{10}$ , gaunama:

$$4\Phi_{10} - \Phi_4 - \Phi_9 - \Phi_{11} = 1. \quad (4.3)$$

Pagal baigtinių skirtumų metodą skaičiuojant potencialų pasiskirstymą dviejų dielektrikų riboje naudojama tokia formulė [18]:

$$\Phi(i, j) = \frac{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\Phi(i+1, j) + (\varepsilon_1 + \varepsilon_2)\Phi(i-1, j)}{4(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} + \frac{2\varepsilon_1\Phi(i, j+1) + 2\varepsilon_2\Phi(i, j-1)}{4(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)}; \quad (4.4)$$

čia:  $\Phi(i+1, j)$  ir  $\Phi(i-1, j)$  – potencialai dviejų dielektrikų terpių riboje;  $\Phi(i, j+1)$  ir  $\Phi(i, j-1)$  – potencialai yra skirtinguose dielektrikuose. Šią formulę pritaikius susietųjų matricų būdui, gaunama tokia išraiška:

$$4\Phi(i, j) - \Phi(i+1, j) - \Phi(i-1, j) - \frac{2\varepsilon_1\Phi(i, j+1)}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} - \frac{2\varepsilon_2\Phi(i, j-1)}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} = 0. \quad (4.5)$$

Nagrinėjamu atveju dviejų dielektrikų riboje yra  $\Phi_{13}$ ,  $\Phi_{14}$ ,  $\Phi_{15}$  ir  $\Phi_{16}$  potencialai, taigi pritaikius (4.5) gaunama:

$$4\Phi_{13} - \Phi_{14} - \frac{2\varepsilon_1\Phi_7}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} - \frac{2\varepsilon_2\Phi_{17}}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} = 0; \quad (4.6)$$

$$4\Phi_{14} - \Phi_{13} - \frac{2\varepsilon_1\Phi_8}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} - \frac{2\varepsilon_2\Phi_{18}}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} = 1; \quad (4.7)$$

$$4\Phi_{15} - \Phi_{16} - \frac{2\varepsilon_1\Phi_{11}}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} - \frac{2\varepsilon_2\Phi_{22}}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} = 1; \quad (4.8)$$

$$4\Phi_{16} - \Phi_{15} - \frac{2\varepsilon_1\Phi_{12}}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} - \frac{2\varepsilon_2\Phi_{23}}{(\varepsilon_1 + \varepsilon_2)} = 0; \quad (4.9)$$

Panašiu būdu išvedus lygtis, apibūdinančias visus nežinomus potencialus, sudaroma koeficientų matrica  $[A]$  ir žinomų potencialų vektorius  $[B]$ , gaunama tiesinių lygčių sistema:

$$\begin{bmatrix} 4 & -1 & 0 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ -1 & 4 & -1 & 0 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 4 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 4 & \dots & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & \dots & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \dots & -1 & 4 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_1 \\ \Phi_2 \\ \Phi_3 \\ \Phi_4 \\ \Phi_5 \\ \vdots \\ \Phi_{23} \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

Sudaryta tiesinių lygčių sistema gali būti sprendžiama, pvz., taikant (3.35) išraišką. Išsprendus (4.10) lygčių sistemą gaunamas nežinomųjų potencialų vektorius, kuris perkomponuojamas į potencialų pasiskirstymo matricą, o žinant potencialų pasiskirstymą galima rasti linijos elektrinius parametrus. Mikrojuostelinės linijos vienas iš svarbiausių parametrų: charakteringasis impedansas, randamas taikant formulę [11]:

$$Z_0 = \frac{1}{c\sqrt{C_1C_{10}}}; \quad (4.11)$$

čia:  $c$  – šviesos sklaidimo greitis ( $3 \cdot 10^8$  m/s);  $C_1$  – ilginė talpa mikrojuostelinėje linijoje su skirtingais dielektrikais;  $C_{10}$  – ilginė talpa mikrojuostelinėje linijoje su vienalyčių dielektriku (mikrojuostelinės linijos pagrindo dielektrikas pakeičiamas oru).

Iš charakteringojo impedanso skaičiavimo formulės matyti, kad yra tik du nežinomieji – ilginė talpa mikrojuostelinėje linijoje su vienalyčių dielektriku ir ilginė talpa su nevienalyčiu dielektriku. Ilginė talpa gali būti apskaičiuota taikant Gauso dėsnį elektrinės indukcijos srautui arba sukauptos elektrinio lauko energijos sąvoką.

### 4.2.1. Ilginės talpos skaičiavimas taikant Gauso dėsnį

Talpa gali būti apskaičiuota žinant krūvį  $q$ , sutelktą ilgio vienetui bei potencialą  $V$ :

$$C = \frac{q}{V}; \quad (4.12)$$

Kadangi  $V$  yra žinomas dydis (apskaičiuotas visas mikrojuostelinės linijos potencialų pasiskirstymas susietųjų matricų būdu), belieka rasti krūvį sutelktą ilgio vienetui, kurį apskaičiuoti galima taikant Gauso dėsnį:

$$\oint_S \vec{D} d\vec{S} = q. \quad (4.13)$$

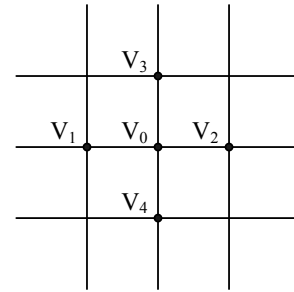
Mūsų atveju krūvis sukaupytas begaliniame laidininke. Atsižvelgus į tai, kad  $\vec{D} = \varepsilon \vec{E}$ , ir elektrinio lauko stiprį tarp nagrinėjamų taškų išreiškus kaip potencialų skirtumo ir atstumo santykį, integravimą pagal uždara paviršių  $S$  (4.13) lygtyje galime išreikšti sumavimu išilgai uždaro kontūro  $L$ :

$$q = \oint_L \varepsilon \Delta V d\vec{n} = - \sum_L \varepsilon \frac{\Delta V}{\Delta n} dn; \quad (4.14)$$

čia:  $\Delta n$  – yra tinklelio dydis;  $\Delta V$  – potencialų skirtumas tarp dviejų tinklelio mazgų,  $V$ . Kadangi mazgų potencialai yra per du laukelius vienas nuo kito (4.2 pav.), formulė (4.14) įgauna pavidalą:

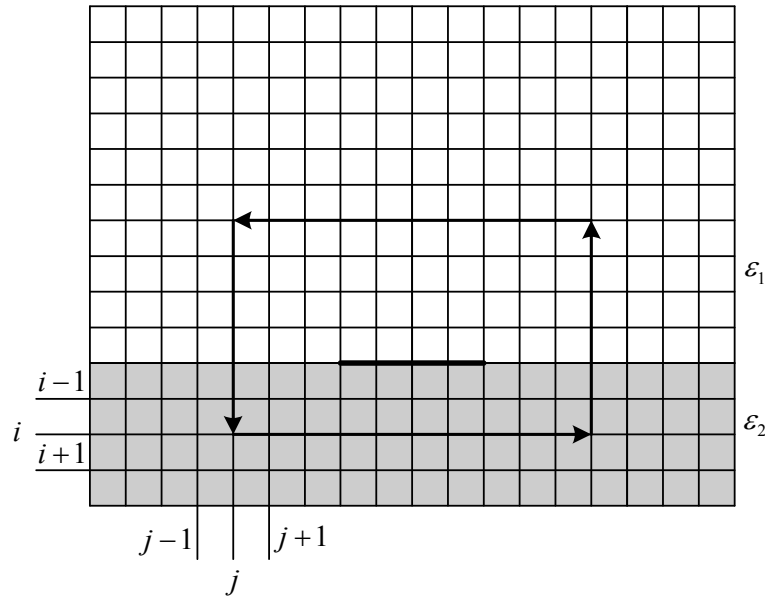
$$q = - \sum_L \varepsilon \frac{\Delta V}{2}. \quad (4.15)$$

Nagrinėjamos mikrojuostelinės struktūros kiekvieno tinklelio mazgo potencialas priklauso nuo šalia jo esančių kitų tinklelio mazgų. Apskaičiavus visos mikrojuostelės pjūvio srities potencialų pasiskirstimą tiek su vienu dielektriku (oru), tiek su dviem skirtingais dielektrikais, galima rasti krūvį ilgio vienetui. Aplink mikrojuostelinę liniją pasirenkamas apėjimo kontūras (4.3 pav.), ir šio kontūro ilginio vieneto krūvis randamas:



4.2 pav. Tinklelio mazgai

$$q = - \left( \dots + \varepsilon_1 \frac{V_{i-1,j-1} - V_{i-1,j+1}}{2} + \frac{\varepsilon_1 + \varepsilon_2}{2} \frac{V_{i,j-1} - V_{i,j+1}}{2} + \varepsilon_2 \frac{V_{i+1,j-1} - V_{i+1,j+1}}{2} + \dots \right); \quad (4.16)$$



**4.3 pav.** Krūvio pasiskirstymo ilgio vienetui skaičiavimas

#### 4.2.2. Ilginės talpos skaičiavimas taikant energijos sąvoką

Ilginę talpą galima apskaičiuoti taikant energijos išraišką:

$$W_E = \frac{V^2}{2} C; \quad (4.17)$$

Iš energijos išraiškos talpa apskaičiuojama:

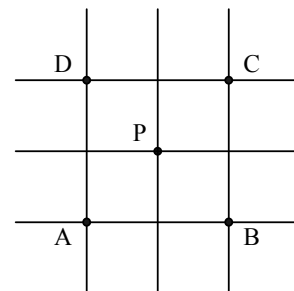
$$C = \frac{2W_E}{V^2} \quad (4.18)$$

Skaičiuojant, potencialų skirtumas prilyginamas vienetui, taip supaprastinama išraiška. Energija galima išreikšti elektrinių laukų tūryje:

$$W_E = \frac{1}{2} \int_V \epsilon E^2 dV, \quad (4.19)$$

Tuomet (4.18) formulė įgyja tokį pavidalą:

$$C = \int_V \epsilon E^2 dV. \quad (4.20)$$



**4.4 pav.** Tinklelio mazgų išsidėstymas, skaičiuojant taško P energiją

Kadangi nagrinėjamas mikrojuostelinės linijos pjūvis, (4.20) formulę galima išreikšti:

$$C = \int_A \varepsilon E^2 dA; \quad (4.21)$$

čia:  $A$  – integravimo sritis. Iš šios lygties matyti, kad reikia rasti energijos kvadratų sumą visoje pjūvio srityje. Kiekvieno tinklelio mazgo (4.4 pav.) energijos kvadratas priklauso nuo:

$$|E(p)|^2 \cong \frac{(\varphi_A - \varphi_C)^2 + (\varphi_B - \varphi_D)^2}{2\Delta^2}; \quad (4.22)$$

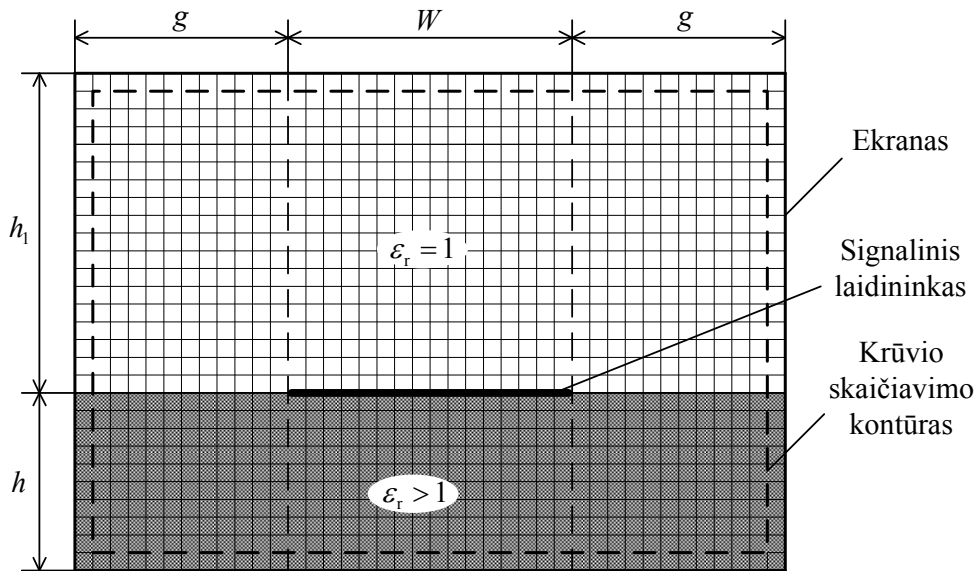
čia:  $\Delta^2$  – tarpas tarp mazgų.

Paskaičiavus kiekvieno mazgo energijos kvadratą, galima rasti viso mikrojuostelinės linijos skerspjūvio talpą. Taip apskaičiuojama tiek mikrojuostelės esančios viename dielektrike (ore) tiek dviejuose talpa, kurios panaudojamos charakteringojo impedanso radimui.

## 4.2. Matematinis vienlaidės linijos modelis

Sudarant vienlaidės mikrojuostelinės linijos modelį svarbu parinkti ir susieti su realiais modeliuojamos linijos geometrinius parametrus. Kadangi nagrinėjamos be galo plonos mikrojuostelinės linijos, sudarant matematinį modelį laikoma, kad signalinio laidininko storis yra dviejų terpių riboje. 4.5 pav. pateiktas mikrojuostelinės linijos skerspjūvis, kuriame matyti visi naudojami geometriniai parametrai.

Vienlaidę mikrojuostelinę liniją apibūdinti galima šiais geometriniais parametrais:  $h$  – atstumas nuo apatinio ekrano iki signalinio laidininko (dielektrinio pagrindo storis);  $h_1$  – atstumas nuo



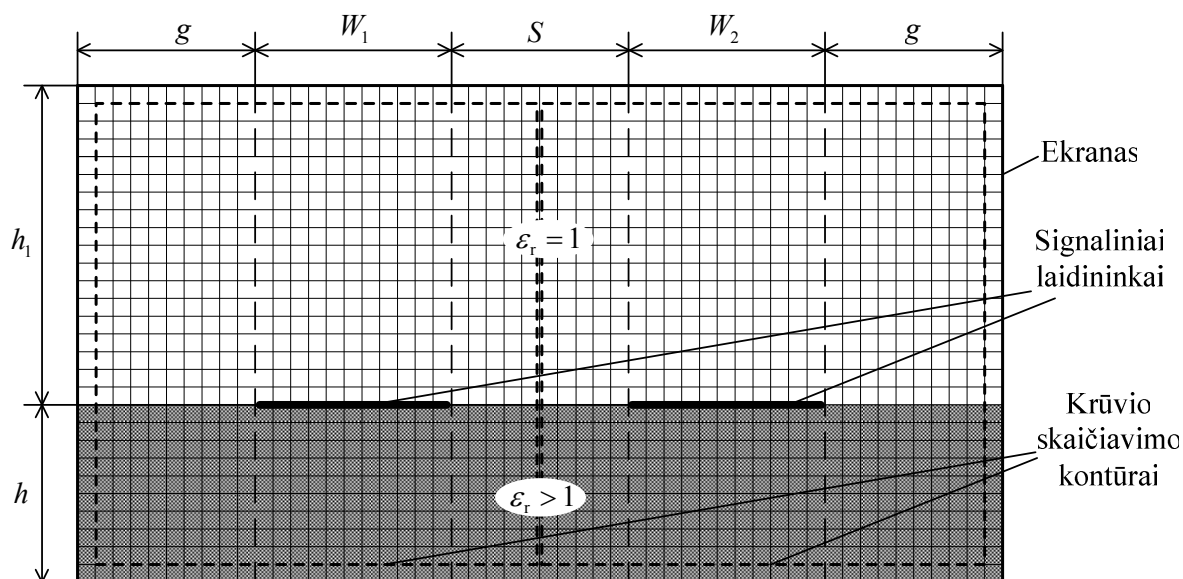
4.5 pav. Mikrojuostelinės linijos skerspjūvis padalintas  $28 \times 40$  tinkleliu

signalinio laidininko iki viršutinio ekrano;  $W$  – signalinio laidininko plotis;  $g$  – atstumas nuo signalinio laidininko iki šoninio ekrano. Krūvio skaičiavimo kontūras sudaromas vienu tinklelio mazgu arčiau nei ekranas.

### 4.3. Matematinis susietųjų linijų modelis

Sudarant susietosios mikrojuostelinės linijos modelį, prie vienlaidės linijos pridedamas papildomas signalinis laidininkas. Signaliniai laidininkai, kaip ir vienlaidės mikrojuostelinės linijos atveju yra be galo ploni ir dviejų terpių riboje. 4.6 pav. pateiktas susietosios mikrojuostelinės linijos skerspjūvis, kuriame matyti visi naudojami geometriniai parametrai. Susietąją mikrojuostelinę liniją apibūdinti galima šiais geometriniais parametrais:  $h$  – atstumas nuo apatinio ekrano iki signalinių laidininkų;  $h_1$  – atstumas nuo signalinių laidininkų iki viršutinio ekrano;  $g$  – atstumas nuo signalinių laidininkų iki šoninių ekranų.  $W_1$  – pirmojo signalinio laidininko plotis;  $W_2$  – antrojo signalinio laidininko plotis;  $S$  – tarpas tarp signalinių laidininkų.

Kiekvieno signalinio laidininko kontūrai išdėstomi iš vienos pusės (taip pat iš viršaus ir apa-



4.6 pav. Susietosios mikrojuostelinės linijos skerspjūvis padalintas  $28 \times 64$  tinkleliu

čios) vienu tinklelio mazgu arčiau nei ekranas, iš kitos pusės, tarpe tarp signalinių laidininkų, išdėstomi tarpo  $S$  viduryje. Susietosios mikrojuostelinės linijos potencialų pasiskirstymas randamas lygiai taip pat kaip ir mikrojuostelinės linijos, tačiau banginės varžos skaičiavimai skiriasi dėl skirtingų sužadinių susietose linijose.

Susietose linijose gali sklisti lyginė (angl. *even*) arba nelyginė (angl. *odd*) elektromagnetinės bangos. Lyginė banga sklinda, kai į signalinius laidininkus siunčiamos vienodos įtampos – sinfazi-

nis režimas. Nelyginė banga sklinda, kai į signalinius laidininkus siunčiamos to paties dydžio, skirtingų ženklų įtampos – priešfazinis režimas [26].

Skirtingo pločio susietose linijose į signalinius laidininkus siunčiamos įtampos skiriasi ženklais ir dydžiu. Įtampų santykiai sinfaziniame ir priešfaziniame režime žymimi atitinkamai  $R_c$  ir  $R_\pi$ . Vienodo pločio susietose linijose šie santykiai yra lygūs 1.

Norint rasti susietųjų linijų elektrinius parametrus (charakteringąjį impedansą, efektinę dielektrinę skvarbą) skirtingiems sužadavimo režimams (sinfaziniam ir priešfaziniam), reikia rasti signalinių laidininkų sąvasias ir tarpusavio ilginės talpas [26]:

$$Z_{1c,\pi} = \left[ c_0 \sqrt{(C_{11}^a - R_{c,\pi} C_{12}^a)(C_{11} - R_{c,\pi} C_{12})} \right]^{-1}, \quad (4.20)$$

$$Z_{2c,\pi} = \left[ c_0 \sqrt{(C_{22}^a - C_{12}^a/R_{c,\pi})(C_{22} - C_{12}/R_{c,\pi})} \right]^{-1}, \quad (4.21)$$

$$e_{r \text{ ef } c,\pi} = \frac{C_{11} - R_{c,\pi} C_{12}}{C_{11}^a - R_{c,\pi} C_{12}^a} = \frac{C_{22} - (C_{12}/R_{c,\pi})}{C_{22}^a - (C_{12}^a/R_{c,\pi})}, \quad (4.22)$$

čia:  $C_{11}$ ,  $C_{11}^a$  – pirmojo  $W_1$  pločio laidininko savosios ilginės talpos, F/m;  $C_{22}$ ,  $C_{22}^a$  – antrojo  $W_2$  pločio laidininko savosios ilginės talpos, F/m;  $C_{12}$ ,  $C_{12}^a$  – signalinių laidininkų tarpusavio ilginės talpos, F/m; indeksas a žymi talpas, apskaičiuotas, kai dielektrinis pagrindas pakeičiamas oru;  $Z_{1c,\pi}$  – pirmojo  $W_1$  pločio laidininko charakteringasis impedansas,  $\Omega$ ;  $Z_{2c,\pi}$  – antrojo  $W_2$  pločio laidininko charakteringasis impedansas,  $\Omega$ ;  $e_{r \text{ ef } c,\pi}$  – efektinė dielektrinė skvarba; indeksai c ir  $\pi$  žymi sinfazinius ir priešfazinius režimus.

Signalinių laidininkų sąvasios  $C_{11}$ ,  $C_{11}^a$ ,  $C_{22}$ ,  $C_{22}^a$  ir tarpusavio  $C_{12}$ ,  $C_{12}^a$  ilginės talpos randamos apskaičiavus talpas sinfaziniame ir priešfaziniame režimuose, taikant Gauso dėsnį [26]:

$$C_{11} = \frac{(C_{1o} + C_{1e})}{2}, \quad (4.23)$$

$$C_{11}^a = \frac{(C_{1o}^a + C_{1e}^a)}{2}, \quad (4.24)$$

$$C_{22} = \frac{(C_{2o} + C_{2e})}{2}, \quad (4.25)$$

$$C_{22}^a = \frac{(C_{2o}^a + C_{2e}^a)}{2}, \quad (4.26)$$

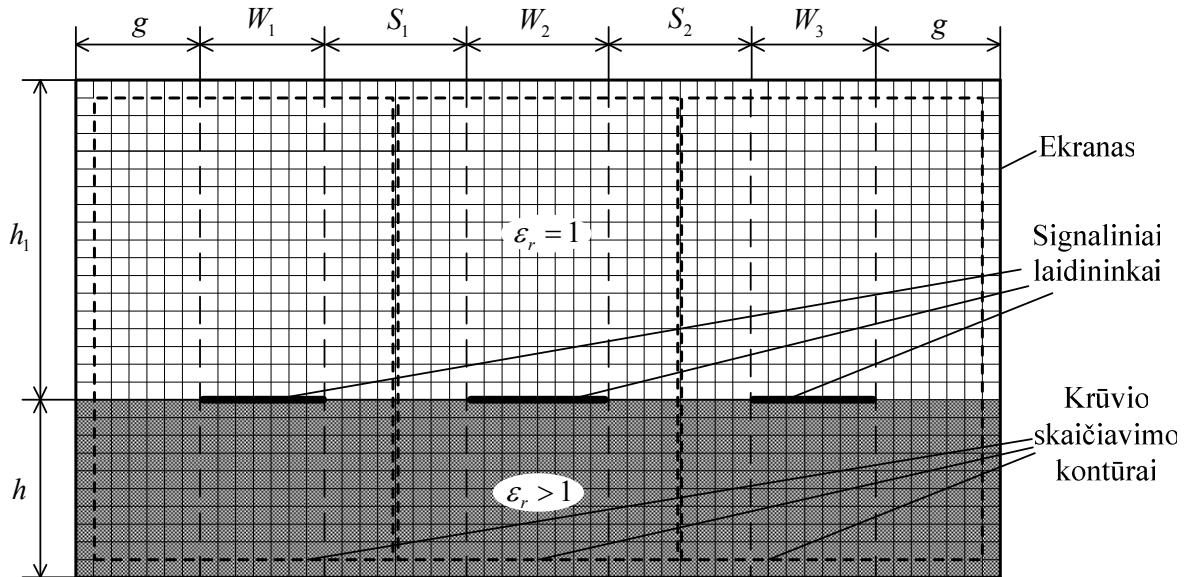
$$C_{12} = C_{21} = \frac{(C_{1o} - C_{1e})}{2} = \frac{(C_{2o} - C_{2e})}{2}, \quad (4.27)$$

$$C_{12}^a = C_{21}^a = \frac{(C_{1o}^a - C_{1e}^a)}{2} = \frac{(C_{2o}^a - C_{2e}^a)}{2}, \quad (4.28)$$

čia:  $C_{1e}$ ,  $C_{2e}$  – pirmojo  $W_1$  pločio ir antrojo  $W_2$  pločio signalinių laidininkų ilginės talpos, kai siunčiamas to paties potencialo signalas, F/m;  $C_{1o}$ ,  $C_{2o}$  – pirmojo  $W_1$  pločio ir antrojo  $W_2$  pločio signalinių laidininkų ilginės talpos, kai siunčiamas to paties dydžio, skirtingo ženklo potencialo signalas, F/m; indeksas  $a$  žymi talpas, apskaičiuotas, kai dielektrinis pagrindas pakeičiamas oru;

#### 4.4. Matematinis daugialaidės linijos modelis

Sudarant daugialaidės mikrojuostelinės linijos modelį, prie susietosios linijos pridedamas vienas ar daugiau signalinių laidininkų. Signaliniai laidininkai, kaip ir vienlaidės mikrojuostelinės linijos atveju yra be galo ploni ir dviejų terpių riboje. 4.7 pav. pateiktas daugialaidės (trijų signalinių laidininkų) mikrojuostelinės linijos skerspjūvis, kuriame matyti visi naudojami geometriniai parametrai.



4.7 pav. Daugialaidės (trijų signalinių laidininkų) mikrojuostelinės linijos skerspjūvis padalintas 28 × 64 tinkleliu

Iš pateikto pavyzdžio daugialaidę mikrojuostelinę liniją apibūdinti galima šiais geometriniais parametrais:  $h$  – atstumas nuo apatinio ekrano iki signalinių laidininkų;  $h_1$  – atstumas nuo signalinių laidininkų iki viršutinio ekrano;  $g$  – atstumas nuo signalinių laidininkų iki šoninių ekranų.  $W_1$ ,  $W_2$ ,  $W_3$  – pirmojo, antrojo, trečiojo signalinio laidininko plotis;  $S_1$  – tarpas tarp pirmojo ir antrojo signalinių laidininkų;  $S_2$  – tarpas tarp antrojo ir trečiojo signalinių laidininkų. Daugialaidėse linijose su didesniu signalinių laidininkų skaičiumi prisidės papildomi  $S$  ir  $W$  parametrai.

#### 4.5. Skyriaus apibendrinimas

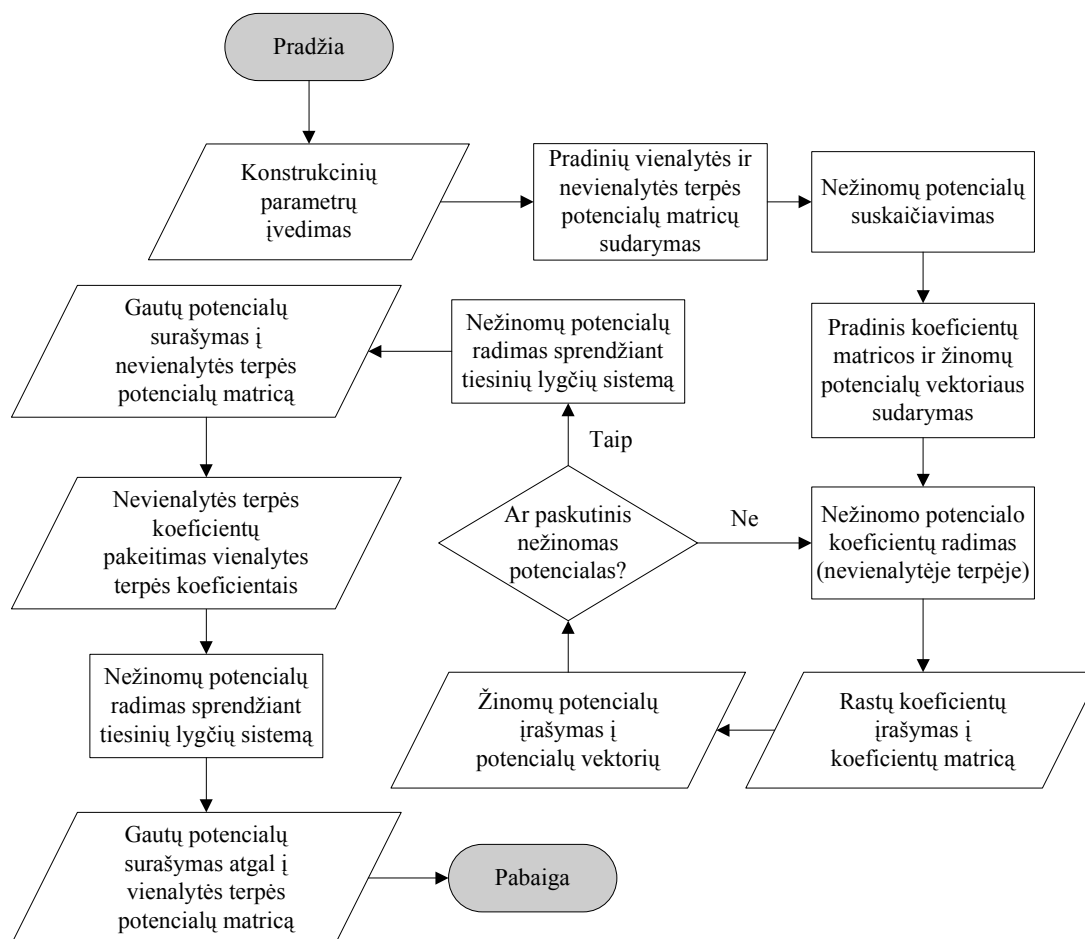
Skyriuje aptariamas baigtinių skirtumų metodo susietųjų matricų būdo taikymas mikrojuostelinių linijų elektriniams parametrams skaičiuoti bei aptariami ilginės talpos skaičiavimo būdai. Sudaryti vienalaidžių, susietųjų ir daugialaidžių mikrojuostelinių linijų modeliai.

## 5. PROGRAMINĖS ĮRANGOS SUDARYMAS IR EKSPERIMENTINIS TYRIMAS

Sukurtiems matematiniams modeliams (4 skyrius) sudaromi skaičiavimo algoritmai ir kuriama atitinkama programinė įranga, kuria ir tiriama matematiniai modeliai. Tyrimo tikslais sudaryti skaičiavimo algoritmai ne tik reikalaujamiems matematiniams modeliams, bet ir papildomiems skaičiavimams: potencialų pasiskirstymo vienalaidėje mikrojuostelinėje linijoje skaičiavimo baigtinių skirtumų metodo iteraciniu būdu ir ilginės talpos skaičiavimo taikant energijos sąvoka algoritmai.

### 5.1. Programos skaičiavimo algoritmai

Nors sudaryti linijų matematiniai modeliai turi panašumų, tačiau kiekvienos iš linijų parametru skaičiavimo algoritmas šiek tiek skiriasi. Vienalaidės mikrojuostelinės linijos potencialų pasiskirstymo tiek vienalytėje tiek nevienalytėje terpėje skaičiavimo algoritmas pateiktas 5.1 pav.



**5.1 pav.** Potencialų pasiskirstymo vienalaidėje linijoje (vienalytėje ir nevienalytėje) taikant baigtinių skirtumų susietųjų matricų būdą programos algoritmas

Kaip matyti iš pateikto algoritmo, pirmiausia įvedami konstrukciniai vienalaidės linijos parametrai: parenkamas analizuojamos srities dydis – sudaroma matrica, kurios plotis didesnis nei signalinio laidininko plotis; surašomos signalinio laidininko pradžios ir pabaigos koordinatės –  $x_{pr}, y_{pr}, x_{pab}, y_{pab}$ ; ir įvedama pagrindo dielektrinė skvarba. Signalinio laidininko  $x_{pr}$  koordinatė atitinka atstumą  $g$  nuo kairio ekrano iki signalinio laidininko pradžios,  $x_{pab}$  koordinatė atitinka atstumą  $g$  nuo kairio ekrano ir signalinio laidininko pločio  $W$  sumą ( $x_{pab} = g + W$ ). Koordinatės  $y_{pr}$  ir  $y_{pab}$  atitinka  $h$  – atstumą nuo apatinio ekrano iki signalinio laidininko. Nors nagrinėjamos be galo plonos signalinių laidininkų mikrojuostelinės linijos – užtektų trijų koordinačių, tačiau atsižvelgta į tai, kad laidininkas gali turėti tam tikrą storį. Todėl koordinatė  $y_{pab}$  galėtų būti panaudota skaičiavimams kai laidininkas turėtų tam tikrą storį ( $y_{pab} = h + t$  ( $t$  – signalinio laidininko storis)). Signalinio laidininko vienalaidės linijos atveju potencialas nustatomas lygus 1 V.

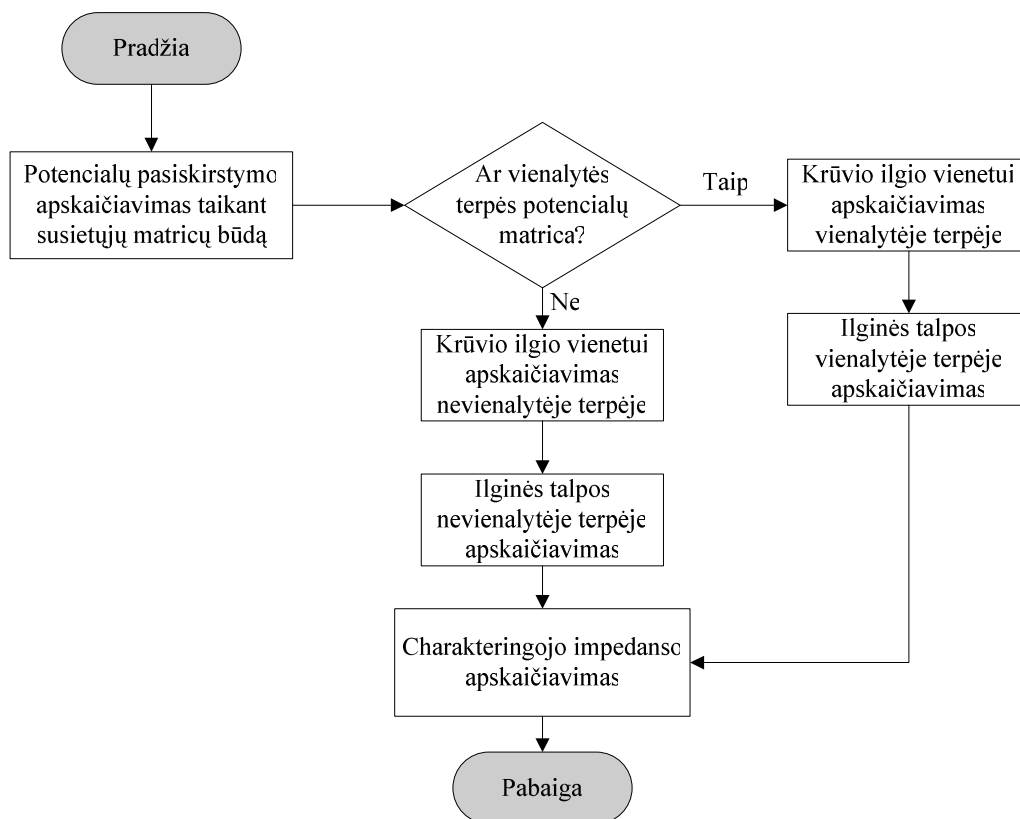
Iš konstrukcinių parametrų sudaroma pradinė potencialų matricą, kurioje surašomi žinomi (ekrano bei signalinio laidininko) ir nežinomi potencialai. Iš šios matricos suskaičiuojamas nežinomų potencialų kiekis, kuris savo ruožtu panaudojamas pradiniam koeficientų matricos ir žinomų potencialų vektorių sudarymui. Koeficientų matrica bei žinomų potencialų vektorius sudaromos kaip retosios matricos. Naudojant retąsias matricas atmintyje saugomos tik nenulinės reikšmės, tai leidžia sumažinti atmintyje matricos užimamą vietą bei pagreitinti skaičiavimus. Pavyzdžiui, kai nežinomų potencialų skaičius yra 100, tai sudaroma koeficientų matrica būtų  $10000 \times 10000$ . Nenaudojant retosios matricos kiekvienas matricos elementas atmintyje užima tam tikrą kiekį atminties – „double“ tipo užima 8 baitus. Tai bendras užimamos atminties kiekis – 800000000 baitų (762,9 MB). Tačiau naudojant retąsias matricas ir tarus, kad aplink kiekvieną nežinomą potencialą yra keturi kiti nežinomi potencialai (realiai prie ekranų ir signalinio laidininko yra tik trys nežinomi potencialai, aplink ekrano kampuose esančius potencialus yra tik du nežinomi potencialai), gaunamas užimamos atminties kiekis – 400000 baitų (390,625 KB).

Toliau atliekamas ieškomo potencialo koeficientų bei žinomų potencialų radimas ir surašymas į koeficientų matricą. Kadangi vienalytės ir nevienalytės terpės koeficientų matricos skiriasi tik nežinomų potencialų, esančių dviejų terpių riboje, koeficientais, tai pirma koeficientų matrica sudaroma nevienalytei terpei. Nevienalytės terpėje esantį potencialą įtakoja virš jo ir žemiau jo esantys skirtingose terpėse potencialai, kurių koeficientai nelygus  $-1$  (viršutinio mažiau nei  $-1$ , apatinio daugiau nei  $-1$  (žr. (4.5) formulę)), o vienalytės terpės visi potencialą įtakojoje potencialų koeficientai lygus  $-1$ . Taigi koeficientų radimą galima atlikti tik vieną kartą. Išsprendus nevienalytės srities tiesinių lygčių sistemą, nevienalytės terpės riboje potencialų koeficientai pakeičiami vienalytės terpės ir tiesinių lygčių sistema sprendžiama iš naujo. Taip gaunamas potencialų

pasiskirstymas vienalytėje bei nevienalytėje terpėje. Tiesinių lygčių sistema sprendžiama taikant specializuotą MATLAB® programavimo terpės funkciją – „\“, kuri atlieka tiesinės lygčių sistemos sprendimą taikant Gauso eliminavimo principą.

Susietosios ir daugialaidės linijos atveju 5.1 pav. pavaizduotas algoritmas skiriasi tuo, kad įvedamas signalinių laidininkų koordinačių matricą  $n \times 4$ , kur  $n$  – signalinių laidininkų skaičius, o stulpeliai atitinka koordinates  $x_{pr}$ ,  $y_{pr}$ ,  $x_{pab}$ ,  $y_{pab}$ . Be to, sudaromos dvi skirtingos matricos – sinfaziniam ir priešfaziniam režimui. Koeficientų matrica randama lygiai taip pat kaip ir vienalaidės linijos, tačiau sudaromi žinomų potencialų vektoriai sinfaziniam ir priešfaziniam režimams. Atliekami tiesinių lygčių sistemų sprendimai sinfazinio ir priešfazinio režimo vienalytėje bei nevienalytėje aplinkoje, gaunamos keturios potencialų pasiskirstymo matricos.

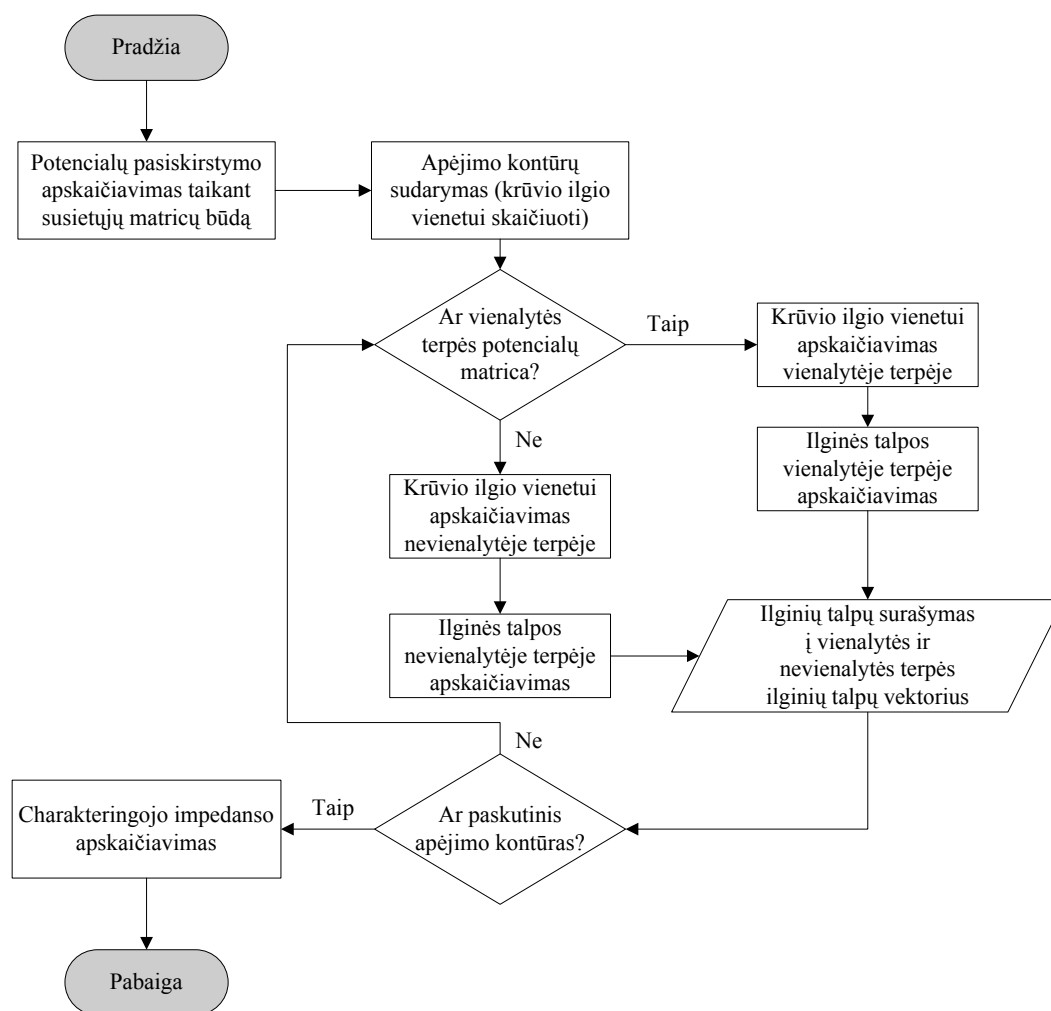
Apskaičiavus potencialų pasiskirstymą vienalaidėje linijoje tiek vienalytėje, tiek nevienalytėje terpėje, galima apskaičiuoti vieną iš svarbiausių linijos parametrų – charakteringąjį impedansą. Charakteringojo impedanso skaičiavimo algoritmas pateiktas 5.2 pav. Vienalaidėje mikrojuostelinėje linijoje apėjimo kontūras krūvio ilgio vienetui skaičiuoti parenkamas vienu tinklelio mazgu arčiau mikrojuostelinės linijos nei išorinis ekranas. Krūviai apskaičiuojami tiek vienalytei tiek nevienalytei terpei, o šie panaudojami ilginės talpos radimui. Galiausiai apskaičiuojamas charakteringasis impedansas taikant (4.11) formulę.



5.2 pav. Vienalaidės linijos charakteringojo impedanso skaičiavimo algoritmas

Skaičiuojant vienalaidės linijos charakteringąjį impedansą taikant energijos sąvoką 5.2 pav. pavaizduotas algoritmas skiriasi tuo, kad po potencialų pasiskirstymo apskaičiavimo skaičiuojamas kiekvieno potencialo energijos kvadratas taikant (4.19) išraišką. Ilginė talpa apskaičiuojama taikant (4.18) formulę.

Susietųjų ir daugialaidžių linijų charakteringojo impedanso skaičiavimo algoritmas pavaizduotas 5.3 pav. Apskaičiavus potencialo pasiskirstymą, sudaroma kontūro apėjimo matrica –  $n \times 4$  ( $n$  – kontūrų skaičius; stulpeliai – tai kontūro pradžios ir pabaigos taškai:  $x_{pr}, y_{pr}$  – apatinio, kairiojo taško koordinatės;  $x_{pab}, y_{pab}$  – viršutinio, dešiniojo taško koordinatės;). Pagal kiekvieną signalinio laidininko kontūrą apskaičiuojami skirtingų (sinfazinių ir priešfazinių) režimų krūviai ir ilginės talpos bei charakteringieji impedansai.



**5.3 pav.** Susietosios ir daugialaidės linijos charakteringojo impedanso skaičiavimo algoritmas

Pagal šiuos algoritmus sukurtos programos, kuriomis atliekamas mikrojuostelinių linijų matematinų modelių tyrinėjimas bei rezultatų analizė.

## 5.2. Sudarytų modelių eksperimentinis tyrimas

Visi skaičiavimai atliekami naudojant PC suderinamą kompiuterį, kurio CPI taktinis dažnis – 2 GHz, pagrindinės atminties talpa – 4 GB, operacinė sistema – MS Windows XP.

### 5.2.1. Vienalaidės linijos eksperimentinis tyrimas

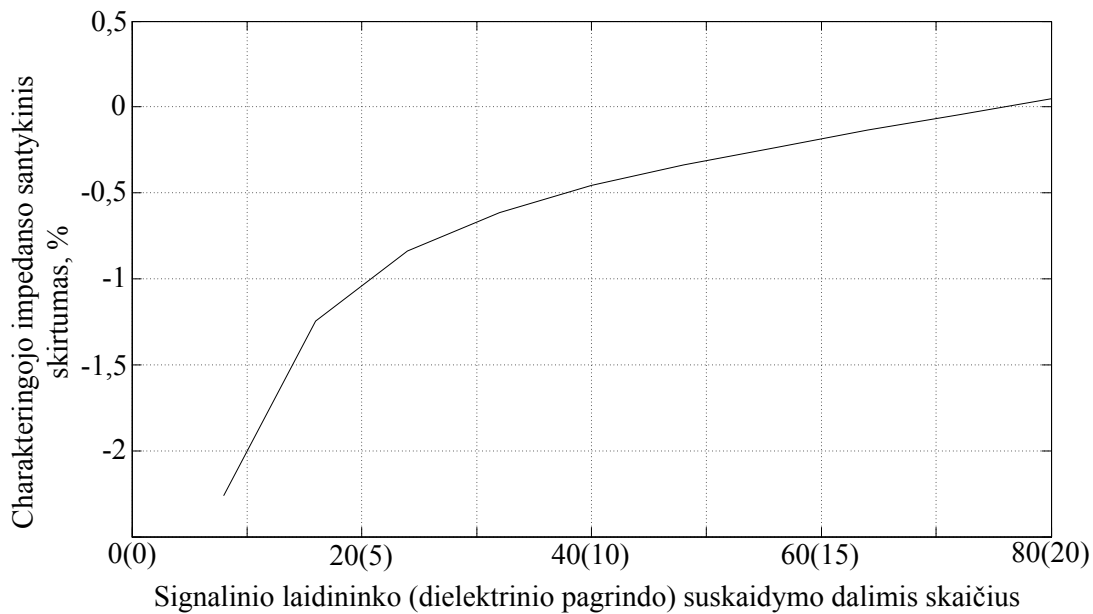
Vienalaidės mikrojuostelinės linijos elektrinių parametrų skaičiavimo rezultatams palyginti naudojami duomenys iš [22; 27] darbų (žr. 5.1 lentelė). 5.1 lentelėje pateikti palyginamieji rezultatai gauti apskaičiuojant charakteringąjį impedansą atviros mikrojuostelinės linijos, t. y. iš šonų ir iš viršaus tokia linija neekranuota. Baigtinių skirtumų metodu nagrinėjama sritis visada yra apribota ekranu. Taigi modeliuojant mikrojuostelines struktūras iškyla svarbūs klausimai – kada mikrojuostelinę liniją galima laikyti atvira struktūra ir koku tinklelio žingsniu reikia suskaidyti mikrojuostelinės linijos skerspjūvį, kad rezultatai būtų gaunami tikslūs? Tai svarbūs klausimai, nes dėl mažo pasirinkto tinklelio žingsnio rezultatai gali būti netikslūs, o arti esantys šoniniai ir viršutiniai ekranai įtakotų mikrojuostelinės linijos parametrus ir tokios struktūros negalima būtų laikyti atvira linija. Tačiau didelis žingsnio tankis didintų ne tik skaičiavimo trukmę, bet didėtų ir diskretizacijos paklaidos.

**5.1 lentelė.** Mikrojuostelinės linijos su skirtingais parametrais charakteringojo impedanso dydis, rąstas taikant skirtingus metodus

| $W / h$ | $\epsilon_r = 6,0$ |               |               | $\epsilon_r = 9,6$ |               |               | $\epsilon_r = 13,0$ |               |               | $\epsilon_r = 28,0$ |               |               |
|---------|--------------------|---------------|---------------|--------------------|---------------|---------------|---------------------|---------------|---------------|---------------------|---------------|---------------|
|         | $Z, \Omega^1$      | $Z, \Omega^2$ | $Z, \Omega^3$ | $Z, \Omega^1$      | $Z, \Omega^2$ | $Z, \Omega^3$ | $Z, \Omega^1$       | $Z, \Omega^2$ | $Z, \Omega^3$ | $Z, \Omega^1$       | $Z, \Omega^2$ | $Z, \Omega^3$ |
| 0,1     | 135,44             | 134,7143      | 134,78        | 109,63             | 109,0053      | 109,06        | 95,219              | 94,6657       | 94,718        | 65,972              | 65,5756       | 65,612        |
| 0,2     | 113,30             | 112,4978      | 112,58        | 91,61              | 90,948        | 91,020        | 79,53               | 78,9519       | 79,015        | 55,07               | 54,6559       | 54,699        |
| 0,4     | 90,948             | 90,3807       | 90,482        | 73,440             | 72,9718       | 73,054        | 63,719              | 63,3088       | 63,381        | 44,073              | 43,7853       | 43,835        |
| 0,7     | 73,340             | 72,7845       | 72,892        | 59,127             | 58,6731       | 58,761        | 51,264              | 50,8671       | 50,943        | 35,417              | 35,1407       | 35,194        |
| 1,0     | 62,228             | 61,8807       | 61,987        | 50,103             | 49,8175       | 49,904        | 43,413              | 43,1634       | 43,238        | 29,965              | 29,7903       | 29,843        |
| 2,0     | 42,391             | 42,2886       | 42,376        | 34,017             | 33,9308       | 34,001        | 29,430              | 29,35,35      | 29,415        | 20,264              | 20,2099       | 20,249        |
| 4,0     | 26,436             | 26,4489       | 26,503        | 21,132             | 21,1389       | 21,183        | 18,250              | 18,2547       | 18,282        | 12,532              | 12,5332       | 12,555        |

**Pastabos:** <sup>1</sup> – vertė gauta taikant baigtinių skirtumų susietųjų matricių būdą; <sup>2</sup> – vertė gauta taikant momentų metodą [22]; <sup>3</sup> – vertė gauta taikant spektrinį metodą [27].

Siekiant išsiaiškinti, koku žingsniu reiktų suskaidyti mikrojuostelinės linijos skerspjūvį, atlikti skaičiavimai, kurių rezultatai pateikti 5.4 pav. Atliekant šiuos skaičiavimus buvo pasirinkta kvadratinė analizuojama sritis, kuri suskaidyta 500×500 tinkleliu. Tokio dydžio analizuojama sritis pasirinkta tam, kad būtų imituota atvira mikrojuostelinė linija ir rezultatus galima būtų palyginti su pateiktais lentelėje.

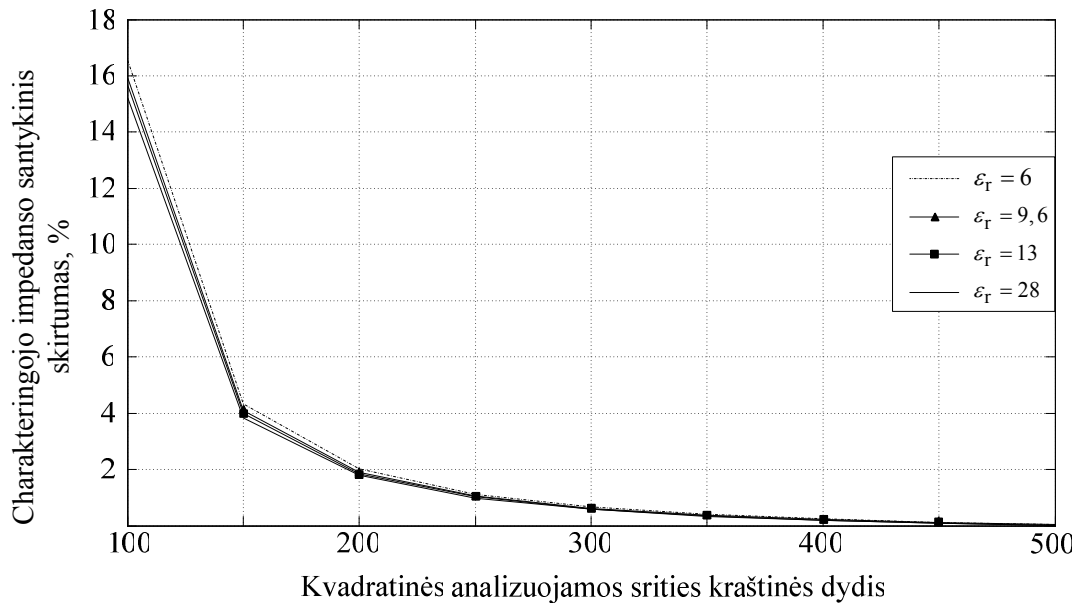


**5.4 pav.** Mikrojuostelinės linijos apskaičiuoto charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su pateiktais 5.1 lentelėje, kai  $W / h = 4,0$  ir  $\varepsilon_r = 6$

Parinkus mikrojuostelinės linijos konstrukcinių parametrų santyki  $W / h = 4,0$ , signalinio laidininko plotis nustatytas 8 tinklelio žingsniams (dielektrinis pagrindas, siekiant išlaikyti tą patį  $W / h = 4,0$  santykį, nustatytas 2 tinklelio žingsniams). Signalinio laidininko pločio ir dielektrinio pagrindo storio užimamų tinklelio žingsnių skaičius palaipsniui didinamas, taip didinant nagrinėjamos mikrojuostelinės linijos žingsnio tankį. Kaip matyti iš grafiko parinkus signalinio laidininko ploti daugiau nei 70 tinklelio žingsnių (dielektrinio pagrindo aukštį daugiau nei 16 tinklelio žingsnių) charakteringojo impedanso reikšmė gauta labai artima kitų autorių gautoms reikšmėms. Toliau didinant signalinio laidininko pločio ir dielektrinio pagrindo storio užimamų tinklelio žingsnių skaičių reiktų didinti nagrinėjamos srities tinklelio dydį, kitu atveju šoniniai ekranai artėtų prie mikrojuostelinės linijos ir tokia struktūra taptų uždara. Kai mikrojuostelinės linijos signalinio laidininko plotis užima 20 tinklelio žingsnių, o dielektrinio pagrindo aukštis 5 tinklelio žingsnius (išlaikomas tas pats  $W / h = 4,0$  santykis) apskaičiuoto charakteringojo impedanso santykinis skirtumas nuo pateiktų lentelėje ne didesnis negu 1,5 %. Galima daryti išvadą, kad mikrojuostelinės struktūros laidininko skerspjūvį ir dielektrinio pagrindo aukštį reiktų suskaidyti į ne mažiau 5 tinklelio žingsnių, kitu atveju mažėja skaičiavimo tikslumas.

Nagrinėjant kada mikrojuostelinę liniją galima laikyti atvirą keičiamas nagrinėjamos srities tinklelio dydis. Susietųjų matricų būdu apskaičiuotų charakteringųjų impedansų dydžių santykinis skirtumas su pateiktais lentelėje pavaizduoti 5.5 pav. ir 5.6 pav. Siekiant priartėti prie atviros mikrojuostelinės linijos modelio baigtinių skirtumų metodu, nagrinėjama sritis plečiama, t. y. tolinamas

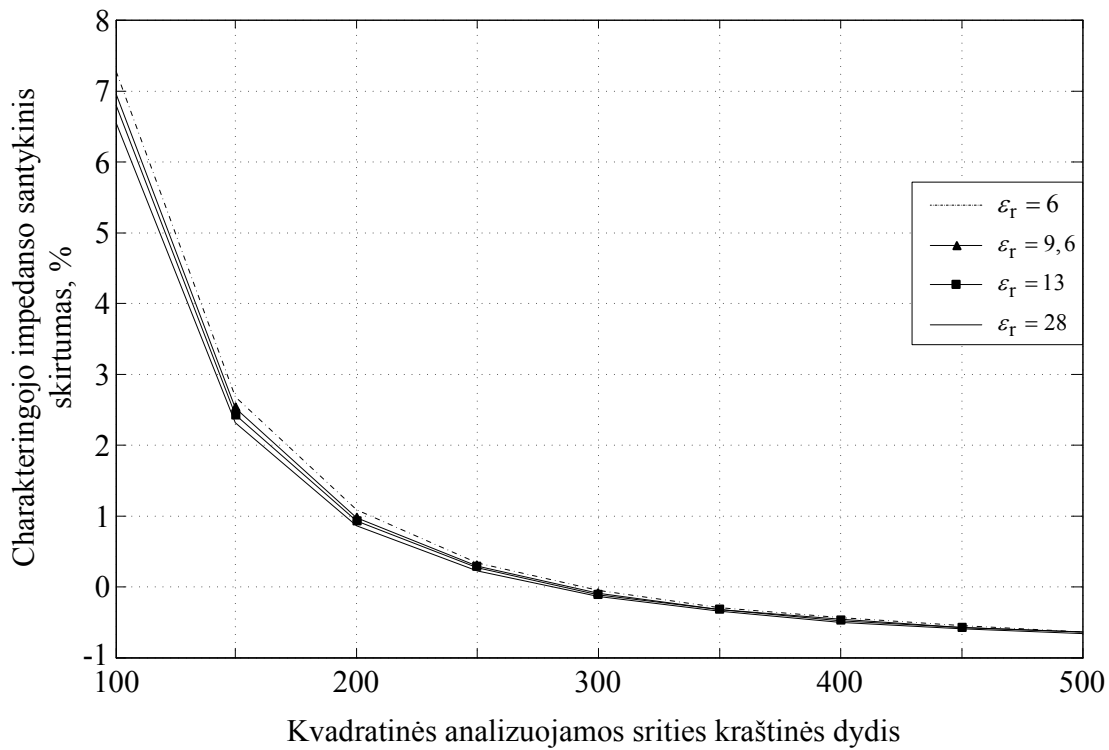
ekranas iš šonų ir viršaus, paliekant nepakitusius mikrojuostelinės linijos konstrukcinius parametrus  $W$  ir  $h$ .



**5.5 pav.** Mikrojuostelinės linijos apskaičiuoto charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su pateiktais 5.1 lentelėje, kai  $W / h = 4,0$

Skaiciuojant vienalaidės mikrojuostelinės linijos charakteringąjį impedansą, mikrojuostelinės linijos signalinio laidininko plotis nustatytas 80 tinklelio žingsnių, dielektrinio pagrindo aukštis – 20 tinklelio žingsnių, esant konstrukcinių parametrų santykiui  $W / h = 4,0$ . Šių konstrukcinių parametrų vienalaidės mikrojuostelinės linijos charakteringąjį impedansą skaičiavimo rezultatai pateikti 5.5 pav. Analizuojant šio paveikslo kreives matyti, kad, kai nagrinėjama sritis maža (analizuojamos srities kraštinė  $< 150$  tinklelio žingsnių), charakteringojo impedanso dydžiui didelę įtaką daro arti esantis ekranas ir santykinis skirtumas su 5.1 lentelėje pateikiamomis vertėmis viršija 10 %. Be to, dėl mažo tinklelio žingsnio, gaunamos didesnės apvalinimo paklaidos. Tolstant ekranui charakteringojo impedanso reikšmė artėja prie atviros mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso reikšmės. Tarkime, kai analizuojamos srities kraštinė didesnė už 200 (žr. 5.5 pav.), charakteringojo impedanso vertė, apskaičiuota pagal baigtinių skirtumų metodą, taikant susietųjų matricių būdą, skiriasi nuo apskaičiuotų kitais metodais mažiau nei 2 % nepriklausomai nuo pagrindo dielektrinės skvarbos  $\epsilon_r$ . Charakteringojo impedanso vertė mažėja didėjant pagrindo dielektrinei skvarbai, kai vienalaidės mikrojuostelinės linijos konstrukciniai parametrai išlieka tie patys.

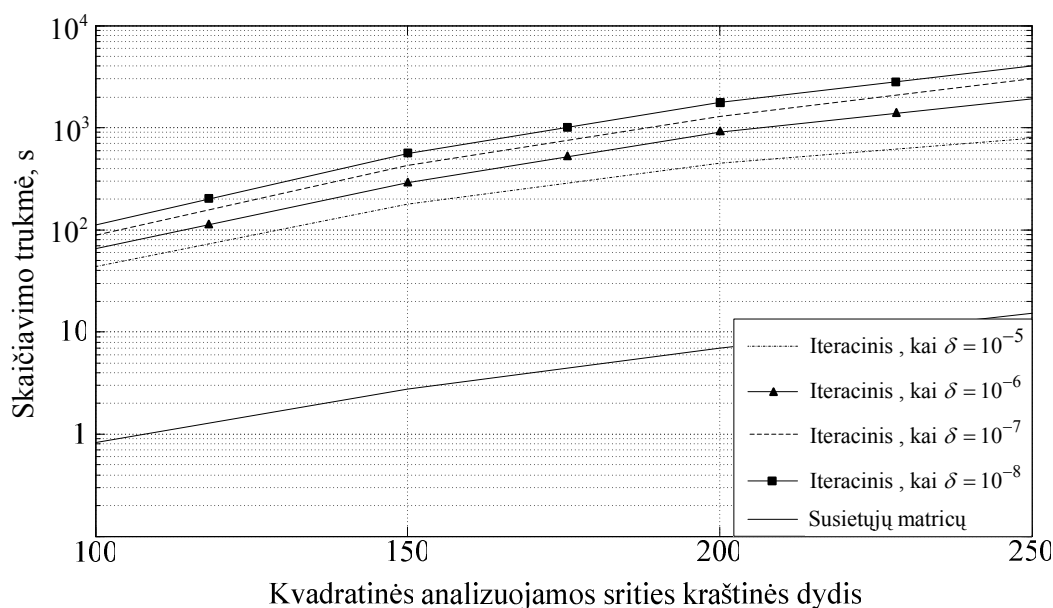
Skaiciuojant vienalaidės mikrojuostelinės linijos charakteringąjį impedansą, kai konstrukcinių parametrų santykis  $W / h = 0,2$ , signalinio laidininko plotis nustatytas 8 tinklelio žingsnių, dielektrinio pagrindo aukštis – 40 tinklelio žingsnių (skaičiavimo rezultatai pateikti 5.6 pav.).



**5.6 pav.** Mikrojuostelinės linijos apskaičiuoto charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su pateiktais 5.1 lentelėje, kai  $W / h = 0,2$

Analizuojant šio paveikslą kreives matyti, kad, kai nagrinėjama sritis maža (analizuojamos srities kraštinė  $< 150$  tinklelio žingsnių), charakteringojo impedanso dydžiui didesnę įtaką turi ne šoniniai ekranai, kurie yra nutolę didesniu atstumu nei pačios mikrojuostelinės linijos signalinio laidininko plotis, tačiau apvalinimo paklaidos ir per mažas signalinio laidininko žingsnio tankis. Charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su 5.1 lentelėje pateikiamomis vertėmis viršija 6 %. Toliau ekranui charakteringojo impedanso reikšmė artėja prie atviros mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso reikšmės ir kai analizuojamos srities kraštinė didesnė už 200 (žr. 5.6 pav.), charakteringojo impedanso vertė susilygina su kitų autorių apskaičiuotomis vertėmis ir toliau didėja, didėjant analizuojamai sričiai. Šis didėjimas atsiranda dėl diskretizacijos paklaidų didėjimo. Nagrinėjant vienalaidę mikrojuostelinę liniją, kai  $W / h = 4,0$ , signalinis laidininkas užima 80 tinklelio žingsnių. Tokioje struktūroje šoniniai ekranai nuo signalinio laidininko nutolę daugiau nei 2,5 karto, nei pačio signalinio laidininko plotis. Nagrinėjant vienalaidę mikrojuostelinę liniją, kai  $W / h = 0,2$ , signalinis laidininkas užima 8 tinklelio žingsnius. Tokioje struktūroje šoniniai ekranai nuo signalinio laidininko nutolę daugiau nei 30 kartų, lyginant su pačio signalinio laidininko pločiu ir potencialų dydžiai šiuo atveju prie ekrano yra nykstamai maži ( $< 10^{-5}$  V). Todėl didėja diskretizacijos paklaidos, nes skaičiuojant krūvį ilgio vienetui apėjimo kontūras parenkamas prie pat išorinio ekrano, kuris  $W / h = 0,2$  atveju yra daug toliau nuo signalinio laidininko nei  $W / h = 4,0$  atveju.

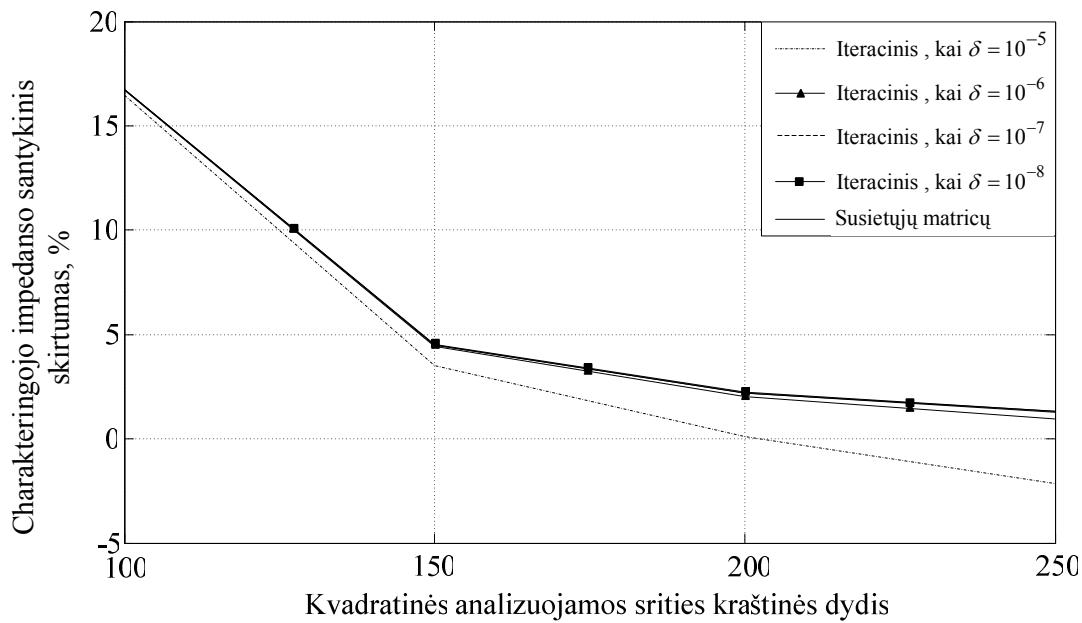
Atliekant potencialo pasiskirstymo skaičiavimus mikrojuostelinėje linijoje baigtinių skirtumų susietųjų matricių būdu, vertėtų įsitikinti šio būdo skaičiavimo tikslumo ir trukmės skirtumais nuo kito, dažniau taikomo baigtinių skirtumų iteracinio būdo.



**5.7 pav.** Mikrojuostelinės linijos analizės trukmės priklausomybė nuo analizuojamos srities dydžio ir skaičiavimo būdo

Charakteringojo impedanso skaičiavimo trukmės priklausomybės nuo analizuojamos srities dydžio iteraciniu ir susietųjų matricių būdu pateiktos 5.7 pav. (mikrojuostelinės linijos konstrukcinių parametrų santykis  $W / h = 4,0$ ). Šio paveikslą kreivės rodo, kad, kai nagrinėjama sritis gana maža (analizuojamos srities kraštinė  $< 150$  tinklelio žingsnių), skaičiavimai vyksta pakankamai sparčiai (mažiau 5 s taikant susietųjų matricių būdą ir mažiau 6 minučių taikant iteracinį būdą, esant tai pačiai kompiuterio konfigūracijai. Nagrinėjamai sričiai didėjant, skaičiavimo trukmė taip pat smarkiai didėja ir gali trukti dešimtys sekundžių taikant susietųjų matricių būdą bei dešimtys minučių taikant iteracinį būdą.

Charakteringojo impedanso skaičiavimo tikslumo priklausomybės nuo analizuojamos srities dydžio iteraciniu ir susietųjų matricių būdu pateiktos 5.8 pav. (pasirinktas mikrojuostelinės linijos konstrukcinių parametrų santykis  $W / h = 4,0$ ).



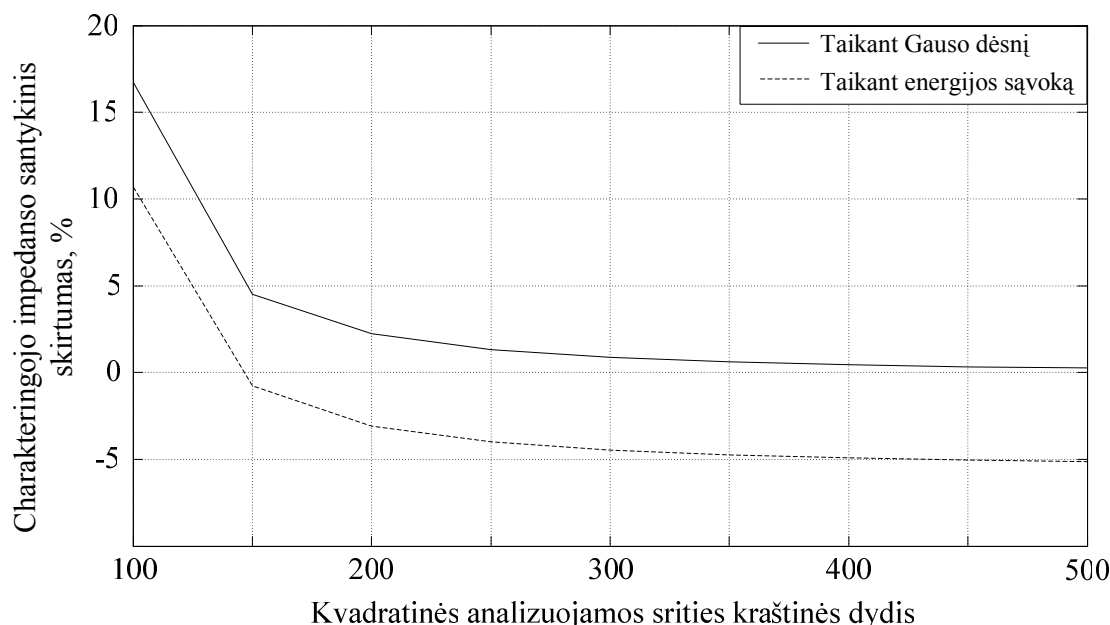
**5.8 pav.** Skirtingais būdais apskaičiuoto mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su pateiktais 5.1 lentelėje, kai  $W/h = 4,0$  ir  $\epsilon_r = 6$

Šio paveikslą kreivės rodo, kad, kai nagrinėjama sritis gana maža (analizuojamos srities kraštinė  $< 150$  tinklėlio žingsnių), charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su pateiktais 5.1 lentelėje skiriasi daugiau nei 15 %. Skaičiuojant iteraciniu būdu, kai skaičiavimo paklaida nustatyta  $\delta = 10^{-5}$  ir tinklėlio dydis  $200 \times 200$ , charakteringojo impedanso vertė sutampa su kitų autorių gautomis vertėmis (žr. 5.1 lentelę), tačiau toliau didinant tinklėlio dydį, charakteringojo impedanso santykinis skirtumas toliau smarkiai didėja. Skaičiuojant iteraciniu būdu, kai skaičiavimo paklaida nustatyta  $\delta = 10^{-6}$  ir mažesnė, rezultatai susilygina su susietųjų matricų skaičiavimo rezultatais. Tikslesni šių skaičiavimų rezultatai pateikti 5.2 lentelėje. Iš 5.7 pav. ir 5.8 pav. kreivių galima daryti išvadą, kad taikant baigtinių skirtumų susietųjų matricų būdą potencialo pasiskirstymo skaičiavimams mikrojuostelinėje linijoje rezultatai bus gaunami tokie pat tikslūs kaip ir naudojant iteracinį būdą, kai skaičiavimo paklaida nemažesnė nei  $\delta = 10^{-7}$ , tačiau skaičiavimai trunka žymiai trumpiau.

**5.2 lentelė.** Mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso dydis, rastas taikant skirtingus skaičiavimo būdus, kai  $W/h = 4,0$  ir  $\epsilon_r = 6$

| Tinklėlio dydis \ Naudojamas būdas | 100 × 100 | 150 × 150 | 200 × 200 | 250 × 250 |
|------------------------------------|-----------|-----------|-----------|-----------|
|                                    | Z, Ω      | Z, Ω      | Z, Ω      | Z, Ω      |
| Iteracinis, kai $\delta = 10^{-5}$ | 22,145    | 25,57     | 26,474    | 27,078    |
| Iteracinis, kai $\delta = 10^{-6}$ | 22,079    | 25,334    | 25,971    | 26,247    |
| Iteracinis, kai $\delta = 10^{-7}$ | 22,073    | 25,3098   | 25,922    | 26,162    |
| Iteracinis, kai $\delta = 10^{-8}$ | 22,072    | 25,307    | 25,917    | 26,154    |
| Susietųjų matricų                  | 22,072    | 25,307    | 25,916    | 26,153    |

Siekiant patikrinti charakteringojo impedanso rezultatų priklausomybę nuo ilginės talpos skaičiavimo būdo, buvo atlikti skaičiavimai taikant Gauso dėsnį bei energijos sąvoką. Skaičiavimo rezultatai pateikti 5.9 pav. (pasirinktas mikrojuostelinės linijos konstrukcinių parametrų santykis  $W/h = 4,0$ ).



**5.9 pav.** Skirtingais būdais apskaičiuoto mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su pateiktais 5.1 lentelėje, kai  $W/h = 4,0$  ir  $\varepsilon_r = 6$

Analizuojant šio paveikslą kreives matyti, kad charakteringojo impedanso verčių, gautų taikant Gauso dėsnį bei energijos sąvoką, kitimo pobūdis panašus. Kai nagrinėjama sritis maža (analizuojamos srities kraštinė  $< 150$  tinklėlio žingsnių), charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su 5.1 lentelėje pateikiamomis vertėmis viršija 10 %. Kai analizuojamos srities kraštinė didesnė už 200 (žr. 5.9 pav.), charakteringojo impedanso vertė, apskaičiuota taikant Gauso dėsnį, artėja prie kitų autorių gautų verčių ir skiriasi mažiau nei 2 %. Tačiau charakteringojo impedanso vertė, apskaičiuota taikant energijos sąvoką, didėja, kol pasiekia 5 % didesnę vertę nei kitų autorių apskaičiuotų charakteringųjų impedansų vertės (žr. 5.1 lentelė). Šis skirtumas atsiranda dėl skaičių reikšmingumo paklaidų, kurios atsiranda esant beveik vienodų skaičių atimčiai. Kadangi skaičiuojant elektrinio lauko sukauptą energiją vykdoma potencialų atimtis ir jų kėlimas kvadratu ((4.22) formulė), o nuo vienalaidės mikrojuostelinės linijos signalinio laidininko nutolę potencialai labai maži, jų skirtumo kvadratas įgauna vertes mažesnes nei  $10^{-9}$ . Todėl didėjant tinklėlio dydžiui apskaičiuota elektrinio lauko sukaupta energija šiek tiek mažesnė nei esant mažesniai tinklėlio dydžiui, o dėl to charakteringojo impedanso vertė gauta didesnė. Taikant Gauso dėsnį charakteringojo impedanso vertė apskaičiuojama tiksliau, nei taikant energijos sąvoką.

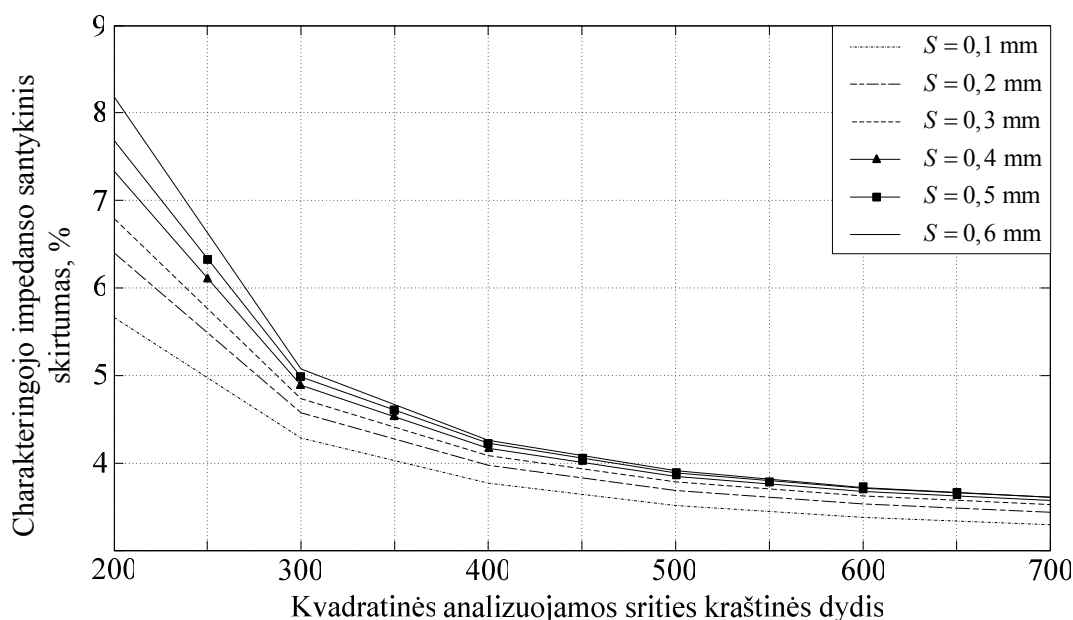
### 5.2.2. Susietosios linijos eksperimentinis tyrimas

Atliekant susietųjų mikrojuostelinių linijų matematinio modelio tyrimus, pirmiausia tikrinamas baigtinių skirtumų susietųjų matricų būdo tinkamumas šio tipo mikrojuostelinių struktūrų analizavimui. Gauti rezultatai lyginami su [28; 26] darbuose pateiktais skaičiavimo rezultatais (5.3 lentelė), kuriuose naudojami tie patys susietosios mikrojuostelinės linijos konstrukciniai parametrai.

**5.3 lentelė.** Nesimetrinių susietųjų mikrojuostelinių linijų charakteringieji impedansai, rasti taikant skirtingus metodus, kai  $W_1 = 0,6$  mm,  $W_2 = 1,2$  mm,  $h = 0,62$  mm ir  $\varepsilon_r = 9,7$

| $S$ ,<br>mm | Konforminių keitimų<br>Metodas [28] |                  |                    |                    | Momentų metodas [26] |                  |                    |                    | Susietųjų matricų būdas |                  |                    |                    |
|-------------|-------------------------------------|------------------|--------------------|--------------------|----------------------|------------------|--------------------|--------------------|-------------------------|------------------|--------------------|--------------------|
|             | $Z_{c1}, \Omega$                    | $Z_{c2}, \Omega$ | $Z_{\pi1}, \Omega$ | $Z_{\pi2}, \Omega$ | $Z_{c1}, \Omega$     | $Z_{c2}, \Omega$ | $Z_{\pi1}, \Omega$ | $Z_{\pi2}, \Omega$ | $Z_{c1}, \Omega$        | $Z_{c2}, \Omega$ | $Z_{\pi1}, \Omega$ | $Z_{\pi2}, \Omega$ |
| 0,1         | 74,50                               | 42,15            | 34,45              | 19,49              | 72,78                | 42,48            | 34,63              | 20,21              | 70,384                  | 40,504           | 34,506             | 19,857             |
| 0,2         | 70,81                               | 41,50            | 38,85              | 22,77              | 69,57                | 41,61            | 39,10              | 23,39              | 67,177                  | 39,664           | 38,739             | 22,873             |
| 0,3         | 68,04                               | 40,90            | 41,58              | 25,05              | 67,02                | 40,85            | 41,89              | 25,53              | 64,659                  | 38,931           | 41,365             | 24,905             |
| 0,4         | 65,90                               | 40,40            | 43,51              | 26,69              | 64,96                | 40,18            | 43,87              | 27,14              | 62,640                  | 38,301           | 43,207             | 26,418             |
| 0,5         | 64,28                               | 40,01            | 44,96              | 27,99              | 63,29                | 39,62            | 45,34              | 28,38              | 61,009                  | 37,761           | 44,563             | 27,582             |
| 0,6         | 62,99                               | 39,67            | 46,10              | 29,04              | 61,91                | 39,13            | 46,48              | 29,38              | 59,675                  | 37,302           | 45,607             | 28,508             |

Nesimetrinės susietosios mikrojuostelinės linijos konstrukciniai parametrai parinkti tokie: pirmojo signalinio laidininko plotis  $W_1$  nustatytas 30 tinklelio žingsnių, antrojo signalinio laidininko plotis  $W_2$  – 60 tinklelio žingsnių, dielektrinio pagrindo storis  $h$  – 31 tinklelio žingsnių, tarpas tarp signalinių laidininkų  $S$  keičiamas nuo 5 iki 30 tinklelio žingsnių, pagrindo dielektrinė skvarba  $\varepsilon_r = 9,7$ . Nesimetrinės susietosios mikrojuostelinės linijos skaičiavimai pradedami nuo mažesnio nagrinėjamos srities dydžio, kuri palaipsniui didinama. Tokiu būdu galima įsitikinti, kad kaip ir vienalaidėje mikrojuostelinėje linijoje, taip ir susietosiose linijose svarbu parinkti tokius konstrukcinius parametrus ir tokį tinklelio dydį, kad būtų gautas atviros mikrojuostelinės linijos efektas. 5.10 pav. pateikta nesimetrinės susietosios mikrojuostelinės linijos pirmojo laidininko charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su pateiktais 5.3 lentelėje, kai mikrojuostelinė linija veikia sinfaziniu režimu. Kaip matyti iš kreivės, kai nagrinėjamos srities tinklelio dydis  $700 \times 700$ , pirmojo signalinio laidininko ( $W_1$ ) charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su pateiktais 5.4 lentelėje neviršija 4 % lyginant su momentų metodu. Lyginant pirmojo signalinio laidininko rezultatus su konforminių skirtumų metodu, santykinis skirtumas neviršija 6 %, esant sinfaziniam režimui. Kai nagrinėjama sritis maža (analizuojamos srities kraštinė  $< 150$  tinklelio žingsnių), kaip ir vienalaidės mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso vertei didelę įtaką daro arti esantis ekranas.



**5.10 pav.** Nesimetrinių susietųjų mikrojuostelinių linijų pirmojo laidininko charakteringojo impedanso santykinis skirtumas su apskaičiuotu momentų metodu (pateikta 5.3 lentelėje), esant sinfaziniam režimui

Lyginant kitas nesimetrinės susietosios linijos laidininkų charakteringųjų impedansų vertes (žr. 5.3 lentelę), apskaičiuotas tiek sinfaziniu tiek priešfaziniu režimu, matyti, jog yra artimos kitų autorių pateiktomis charakteringųjų impedansų vertėmis. Charakteringojo impedanso vertės, gautos baigtinių skirtumų susietųjų matricių būdu, santykinis skirtumas konforminių keitimų metodo atžvilgiu neviršija 7 %, momentų metodo – 5 %.

Nesimetrinės susietosios mikrojuostelinės linijos, veikiančios sinfaziniu režimu, signalinių laidininkų charakteringieji impedansai didesni nei linijos, veikiančios priešfaziniu režimu. Sinfazinio režimo atveju signalinių laidininkų ilginės talpos yra mažesnės nei tokių pačių laidininkų esant priešfaziniam režimui, todėl charakteringieji impedansai gaunami didesni. Tai paaiškinti galima tuo, kad esant priešfaziniam režimui elektrinis laukas tarp signalinių laidininkų stiprėja (žr. 2.7 pav. b), todėl krūvių tankis padidėja tarpe tarp laidininkų.

Kai tarpas tarp signalinių laidininkų mažas, didėja laidininkų tarpusavio sąveika ir, esant sinfaziniam režimui, abiejų signalinių laidininkų charakteringasis impedansas didesnis, dėl mažesnio elektrinio lauko stiprio dielektriniame pagrinde po tarpu. Signalinių laidininkų tarpusavio įtaka didėjant tarpui mažėja, silpsta elektrinis laukas tarpe tarp laidininkų, daugiau krūvio susikaupia laidininkų vidiniuose kraštuose, todėl mažėja signalinių laidininkų charakteringasis impedansas. Esant priešfaziniam režimui, kai tarp laidininkų mažas tarpas, elektrinis laukas tarp signalinių laidininkų stipresnis (krūvių tankis didesnis), todėl laidininkų ilginės talpos didesnės, o charakteringasis impedansas mažesnis. Didėjant tarpui tarp signalinių laidininkų priešfaziniame režime, elektrinio lauko stipris tarpe tarp signalinių laidininkų silpnėja (mažėja krūvių tankis), todėl mažėja ilginės talpos ir

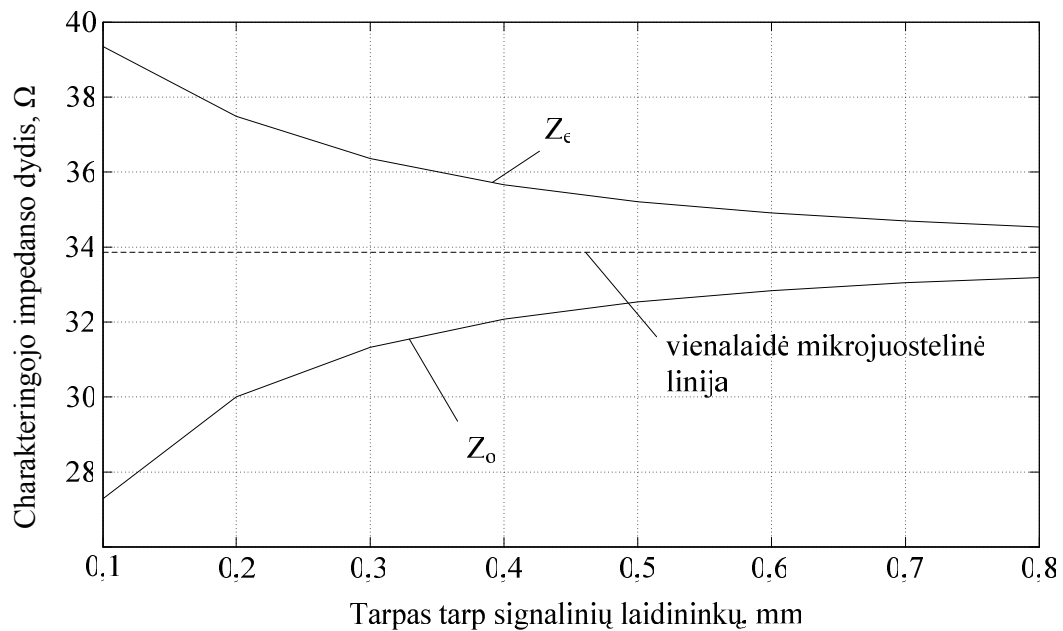
didėja charakteringasis impedansas. Šie kitimai matyti 5.3 lentelėje, tačiau akivaizdesnė tarpusavio įtaka matyti nagrinėjant simetrinę susietąją mikrojuostelinę liniją.

Simetrinės susietosios mikrojuostelinės linijos konstrukciniai parametrai parinkti tokie: pirmojo  $W_1$  ir antrojo  $W_2$  signalinių laidininkų pločiai nustatyti 40 tinklelio žingsnių, dielektrinio pagrindo storis  $h$  – 20 tinklelio žingsnių, tarpas tarp signalinių laidininkų  $S$  keičiamas nuo 10 iki 80 tinklelio žingsnių, pagrindo dielektrinė skvarba  $\varepsilon_r = 9,6$ , nagrinėjamos srities tinklelio dydis  $500 \times 500$ .

**5.4 lentelė.** Simetrinės susietosios mikrojuostelinės linijos charakteringieji impedansai esant sinfaziniam ir priešfaziniam režimui, kai  $W_1 = W_2 = 0,4$  mm,  $h = 0,2$  mm ir  $\varepsilon_r = 9,6$

| $S$ , mm | $Z_e$ , $\Omega$ | $Z_o$ , $\Omega$ |
|----------|------------------|------------------|
| 0,1      | 39,3299          | 27,2855          |
| 0,2      | 37,473           | 29,9939          |
| 0,3      | 36,3509          | 31,3217          |
| 0,4      | 35,6537          | 32,0694          |
| 0,5      | 35,2027          | 32,5275          |
| 0,6      | 34,8973          | 32,8271          |
| 0,7      | 34,6813          | 33,0336          |
| 0,8      | 34,5223          | 33,1821          |

Pirmojo ir antrojo signalinių laidininkų santykis su pagrindo storium  $W/h = 2,0$ . Šis santykis atitinka vienalaidės mikrojuostelinės linijos santykį, todėl tolinant vieną nuo kito signalinius laidininkus, jų charakteringieji impedansai turėtų artėti prie vienalaidės mikrojuostelinės linijos (žr. 5.4 lentelėje). Kaip ir nesimetrinės susietosios mikrojuostelinės linijos atveju taip ir simetrinės arti vienas kito esantys signaliniai laidininkai įtakoja vienas kitą (žr. 5.11 pav.) ir jų charakteringieji impedansai didesni sinfaziniame režime bei mažesni – priešfaziniame režime. Analizuojant 5.11 pav. kreives matyti, kad, kai tarpo ir laidininkų pločio santykis  $S/h = 0,5$  (tarpas tarp laidininkų lygus 0,1 mm), charakteringųjų impedansų vertės skiriasi daugiau nei 5  $\Omega$  nuo vienalaidės mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso. Kai  $S/h$  santykis didesnis nei 1,0 (tarpas tarp laidininkų didesnis nei 0,4 mm), susietosios mikrojuostelinės linijos laidininkų charakteringieji impedansai skiriasi ne daugiau 2  $\Omega$  nuo vienalaidės mikrojuostelinės linijos. Kaip matyti iš 5.11 pav. kreivių, signaliniai laidininkai nutolę santykiu  $S/h = 2,0$  (tarpas tarp laidininkų 0,8 mm) vis dar veikia vienas kitą, nors šis veikimas labai mažas (susietosios mikrojuostelinės linijos laidininkų charakteringieji impedansai skiriasi mažiau nei 1  $\Omega$  nuo vienalaidės mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso). didinant toliau atstumą tarp laidininkų, jų tarpusavio įtaka tolygiai mažės, tačiau ne taip staigiai, kai santykis  $S/h$  neviršija 1,0.



**5.11 pav.** Simetrinės susietosios mikrojuostelinės linijos signalinių laidininkų charakteringųjų impedansų priklausomybė nuo tarpo tarp signalinių laidininkų

### 5.2.3. Daugialaidės linijos eksperimentinis tyrimas

Atliekant daugialaidės mikrojuostelinės linijos matematinio modelio tyrimus, pirmiausia tikrinamas baigtinių skirtumų susietųjų matricių būdo tinkamumas šio tipo mikrojuostelinių struktūrų analizavimui. Gauti rezultatai lyginami su [29] darbe pateiktais skaičiavimo rezultatais (5.5 lentelė), kuriame naudojami tie patys daugialaidės mikrojuostelinės linijos konstrukciniai parametrai. Nagrinėjama trijų laidininkų mikrojuostelinė linija, kurios konstrukciniai parametrai parinkti tokie: tinkelio dydis  $700 \times 700$ , pirmojo signalinio laidininko plotis  $W_1$  nustatytas 30 tinkelio žingsnių, antrojo signalinio laidininko plotis  $W_2$  – 60 tinkelio žingsnių, trečiojo signalinio laidininko plotis  $W_3$  – 120 tinkelio žingsnių, dielektrinio pagrindo storis  $h$  – 63 tinkelio žingsnių, tarpo  $S_1$  plotis – 20 tinkelio žingsnių, tarpo  $S_2$  plotis – 40 tinkelio žingsnių, pagrindo dielektrinė skvarba  $\epsilon_r = 9,7$ . Skaičiavimai atlikti skirtingoms bangos sužadinimo modams, kurių ekvivalentinės įtampos buvo nustatytos iš to paties autoriaus [29] darbe pateikto įtampų nustatymo grafiko ([29], 5 psl., 3 pav.). Sužadinimo modos A atveju į signalinius laidininkus buvo siunčiamos 1 V, –0,9 V ir 0,2 V ekvivalentinės įtampos. Sužadinimo modos B atveju – 1 V, 0,6 V ir –0,7 V ekvivalentinės įtampos, sužadinimo modos C atveju – 1 V, 1,2 V ir 1,1 V ekvivalentinės įtampos. Skaičiuojamos santykinės dielektrinės skvarbos, kurios mūsų atveju buvo gautos apskaičiuojant trijų mikrojuostelinių linijų santykinį dielektrinių skvarbų vidurkį. Rezultatai lyginami su [29] darbo 2 pav. pavaizduotomis trijų modų santykinį dielektrinių skvarbų charakteristikomis ir pateikiami 5.5 lentelėje.

**5.5 lentelė.** Trijų laidininkų daugialaidės mikrojuostelinės linijos santykinės dielektrinės skvarbos, kai  $W_1 = 0,3$  mm,  $W_2 = 0,6$  mm,  $W_3 = 1,2$  mm,  $S_1 = 0,2$  mm,  $S_2 = 0,4$  mm,  $h = 0,635$  mm ir  $\varepsilon_r = 9,8$

| Darbo režimas | Santykinė efektyvioji dielektrinė skvarba     |                                            |
|---------------|-----------------------------------------------|--------------------------------------------|
|               | Laiko srities baigtinių skirtumų metodas [29] | Baigtinių skirtumų susietųjų matricų būdas |
| Moda A        | 5,56                                          | 5,529                                      |
| Moda B        | 6,23                                          | 6,051                                      |
| Moda C        | 7,82                                          | 7,336                                      |

Iš 5.5 lentelės matyti, kad visų modų santykinės dielektrinės skvarbos šiek tiek mažesnės nei pateiktos [29] darbe. Apskaičiuotų A ir B modų santykinų dielektrinių skvarbų santykinis skirtumas su [29] darbe pateiktomis vertėmis mažesnis nei 3 %, o B modos mažesnis nei 8 %. Nors B modos santykinis skirtumas gana didelis, tačiau išlaikoma reikšmių pasiskirstymo tendencija.

Siekiant ištirti didesnio signalinių laidininkų skaičiaus daugialaidę mikrojuostelinę liniją, sudaryta 9 vienodo pločio signalinių laidininkų mikrojuostelinė linija. Šiuo atveju skaičiavimai atliekami tyrinėjant skaičiavimo tikslumą bei charakteringojo impedanso priklausomybę nuo kitų laidininkų bei tarpo nuo jų. Šios linijos konstrukciniai parametrai parinkti tokie: tinklelio dydis  $500 \times 700$ , visų signalinių laidininkų plotis  $W$  nustatytas 20 tinklelio žingsnių, tarpai tarp signalinių laidininkų  $S$  didinami nuo 20 iki 60 tinklelio žingsnių, pagrindo dielektrinė skvarba  $\varepsilon_r = 9,6$ . Didinant tarpą tarp signalinių laidininkų, jų charakteringieji impedansai turėtų artėti prie vienailaidės mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso. Be to, kadangi nagrinėjama simetrinė daugialaidė linija, tai pirmojo ir paskutiniojo, antrojo ir priešpaskutiniojo ir t. t. signalinių laidininkų reikšmės turėtų būti vienodos tiek esant sinfaziniam tiek esant priešfaziniam režimams. Skaičiavimų rezultatai pateikti 5.6 ir 5.7 lentelėse.

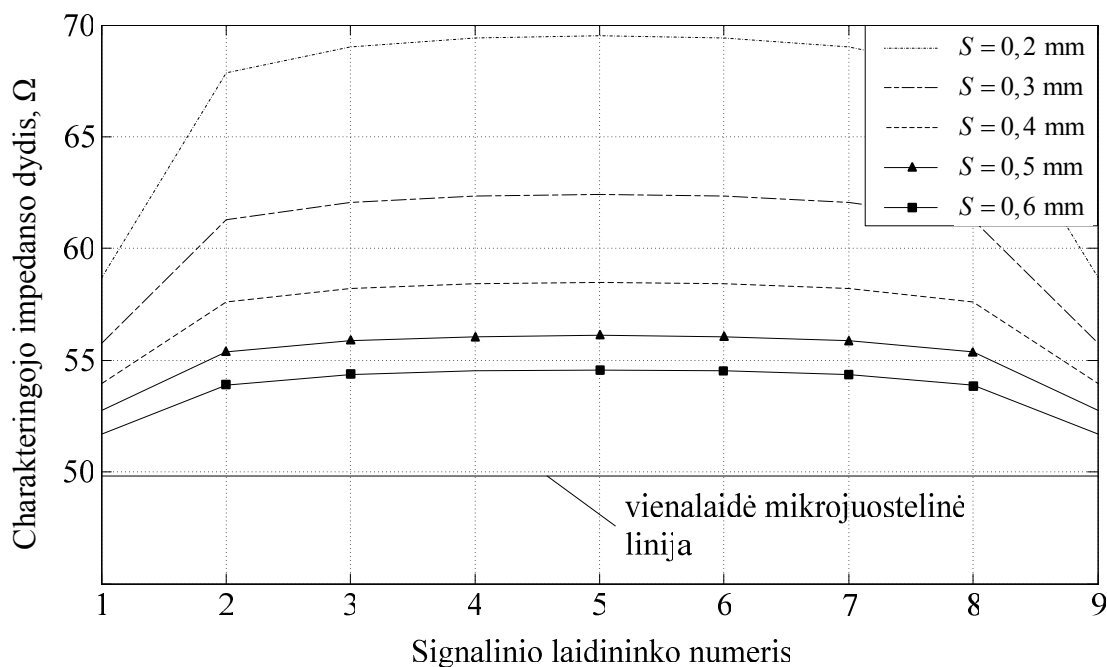
**5.6 lentelė.** Daugialaidės susietosios mikrojuostelinės linijos charakteringieji impedansai esant sinfaziniam režimui, kai signalinių laidininkų pločiai  $W = 0,2$  mm,  $h = 0,2$  mm ir  $\varepsilon_r = 9,6$

| laid. nr.<br>$S$ , mm | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       | 7       | 8       | 9       |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0,2                   | 58,6902 | 67,8747 | 69,0142 | 69,4185 | 69,5281 | 69,4185 | 69,0142 | 67,8747 | 58,6902 |
| 0,3                   | 55,7780 | 61,2688 | 62,0572 | 62,3406 | 62,4175 | 62,3406 | 62,0572 | 61,2688 | 55,7780 |
| 0,4                   | 53,9796 | 57,6073 | 58,2006 | 58,4169 | 58,4758 | 58,4169 | 58,2006 | 57,6073 | 53,9796 |
| 0,5                   | 52,7532 | 55,3850 | 55,8742 | 56,0553 | 56,1047 | 56,0553 | 55,8742 | 55,3850 | 52,7532 |
| 0,6                   | 51,6989 | 53,8993 | 54,3621 | 54,5334 | 54,5798 | 54,5334 | 54,3621 | 53,8993 | 51,6989 |

**5.7 lentelė.** Daugialaidės susietosios mikrojuostelinės linijos charakteringieji impedansai esant priešfaziniam režimui, kai signalinių laidininkų pločiai  $W = 0,2$  mm,  $h = 0,2$  mm ir  $\varepsilon_r = 9,6$

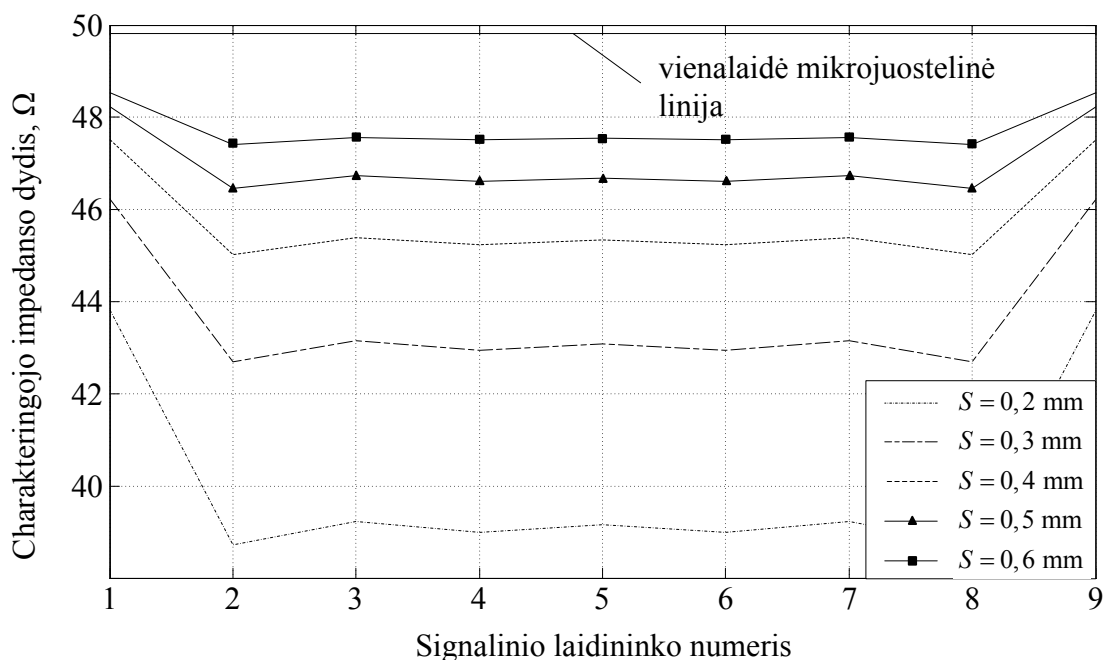
| laid. nr.<br>$S$ , mm | 1       | 2       | 3       | 4       | 5       | 6       | 7       | 8       | 9       |
|-----------------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| 0,2                   | 43,8083 | 38,7246 | 39,2382 | 39,0007 | 39,1679 | 39,0007 | 39,2382 | 38,7246 | 43,8083 |
| 0,3                   | 46,2221 | 42,6983 | 43,1520 | 42,9462 | 43,0874 | 42,9462 | 43,1520 | 42,6983 | 46,2221 |
| 0,4                   | 47,5105 | 45,0236 | 45,3904 | 45,2310 | 45,3365 | 45,2310 | 45,3904 | 45,0236 | 47,5105 |
| 0,5                   | 48,2222 | 46,4591 | 46,7290 | 46,6198 | 46,6885 | 46,6198 | 46,7290 | 46,4591 | 48,2222 |
| 0,6                   | 48,5317 | 47,4103 | 47,5644 | 47,5091 | 47,5414 | 47,5091 | 47,5644 | 47,4103 | 48,5317 |

Kaip matyti iš pateiktų rezultatų šoninių signalinių laidininkų charakteringieji impedansai mažesni už vidinius signalinius laidininkus esant sinfaziniam režimui ir didesni – esant priešfaziniam režimui. Antrųjų nuo krašto signalinių laidininkų charakteringieji impedansai didesni nei išorinių ir artimi kitiems vidiniams signaliniams laidininkams sinfaziniame režime. Tai galima paaiškinti nevienodų krūvio pasiskirstymo laidininkuose. Esant sinfaziniam sužadinimui, šoninių laidininkų to paties ženklo krūviai mažiau įtakoja vieni kitus ir šiuose laidininkuose krūvių susikaupia daugiau nei vidiniuose, todėl šoninių laidininkų charakteringasis impedansas mažesnis nei vidinių laidininkų. Sinfaziniu režimu veikiančios daugialaidės linijos signalinių laidininkų charakteringųjų impedansų pasiskirstymai pateikti 5.12 pav. Kaip matyti iš pateiktų kreivių, signalinių laidininkų tarpusavio įtaka mažėja didėjant tarpams ir charakteringieji impedansai vienodėja bei artėja prie vienalaidės mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso vertės.



**5.12 pav.** Simetrinės daugialaidės mikrojuostelinės linijos signalinių laidininkų charakteringųjų impedansų priklausomybė nuo tarpo tarp signalinių laidininkų esant lyginiam sužadinimui

Esant priešfaziniam režimui, vidurinių signalinių laidininkų charakteringųjų impedansų reikšmės išlieka panašios, tačiau kraštinių laidininkų – didesnės. Taip yra dėl to, kad vidiniuose laidininkuose sukaupiamas didesnis krūvininkų skaičius nes iš abiejų pusių yra priešingo potencialo ženklo signaliniai laidininkai. Kraštiniuose signaliniuose laidininkuose priešingo ženklo laidininkai yra tik iš vidinių pusių, todėl krūviai kraštiniuose laidininkuose susikaupia mažesni, o dėl šios priežasties charakteringasis impedansas gaunamas didesnis. Priešfaziniu režimu veikiančios daugialaidės linijos signalinių laidininkų charakteringieji impedansai pateikti 5.13 pav., šiame grafike matyti, kad kaip ir sinfaziniu režimu, signalinių laidininkų tarpusavio įtaka mažėja didėjant tarpams ir charakteringieji impedansai vienodėja bei artėja prie vienalaidės mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso vertės.



**5.13 pav.** Simetrinės daugialaidės mikrojuostelinės linijos signalinių laidininkų charakteringųjų impedansų priklausomybė nuo tarpo tarp signalinių laidininkų esant nelyginiam sužadinimui

### 5.3. Skyriaus apibendrinimas

Skyriuje aptariami vienalaidžių, susietųjų ir daugialaidžių mikrojuostelinių linijų modelių programų algoritmai, kuriais modeliuojamos ir tiriamos šios struktūros. Analizuojant vienalaidės mikrojuostelines linijas nustatyti jų charakteringųjų impedansų priklausomybė nuo linijos konstrukcinių parametrų bei išorinio ekrano. Lyginant su kitų autorių darbuose [22; 27] skelbtais rezultatais, nustatyta, kad rezultatai gauti baigtinių skirtumų susietųjų matricų būdu artimi lyginamiesiems ir neviršija 1 %. Todėl galima teigti, kad sukurtas modelis tinkamas vienalaidžių mikrojuostelinių linijų nagrinėjimui. Atliekant baigtinių skirtumų iteracinio ir susietųjų matricų būdų palyginimus nustaty-

ta, kad susietųjų matricų būdo skaičiavimų trukmė mažesnė nei iteracinio ir skaičiavimų tikslumas nemažesnis nei iteracinio būdo, kai skaičiavimo paklaida  $\delta = 10^{-8}$ . Lyginant ilginės talpos skaičiavimo būdus nustatyta, kad taikant Gauso krūvio tvermės dėsnį rezultatai gaunami tikslesni ir artimesni kitų autorių darbuose [22; 27] pateiktiems rezultatams nei taikant energijos sąvoką. Analizuojant susietąsias mikrojuostelines linijas nustatyta charakteringojo impedanso priklausomybė nuo tarpo tarp signalinių laidininkų bei nuo linijoje veikiančio režimo (sinfazinio ar priešfazinio). Lyginant su kitų autorių darbuose [28; 26] skelbtais rezultatais, nustatyta, kad rezultatai gauti baigtinių skirtumų susietųjų matricų būdu tiek sinfaziniu tiek priešfaziniu režimais mažiau tikslūs nei vienalaidžių mikrojuostelinių linijų ir skaičiavimų paklaida konforminių keitimų metodo atžvilgiu neviršija 7 %, o momentų metodo – 5 %. Analizuojant daugialaides mikrojuostelines linijas atlikti daugialaidės linijos, sudarytos iš 3 nesimetrinių bei 9 simetrinių signalinių laidininkų, charakteringojo impedanso bei efektinės santykinės dielektrinės skvarbos skaičiavimai. Lyginant su autoriaus [29] darbe skelbiamais 3 signalinių laidininkų daugialaidės linijos skaičiavimo rezultatais, nustatyta, kad rezultatų, gautų baigtinių skirtumų susietųjų matricų būdu, paklaida neviršija 7 %. Todėl galima teigti, kad susietųjų ir daugialaidžių mikrojuostelinių linijų sukurti matematiniai modeliai mažiau tikslūs nei vienalaidės mikrojuostelinės linijos modelis. Taigi sudaryti susietųjų ir daugialaidžių linijų modeliai taikytini vykdant nagrinėjamų struktūrų pirminę analizę. Atliekant 9 signalinių laidininkų mikrojuostelinės linijos skaičiavimus, nustatytos laidininkų charakteringųjų impedansų priklausomybės nuo atstumo tarp laidininkų ir laidininko pozicijos.

## 6. APIBENDRINIMAS. IŠVADOS

Baigiamojo magistro darbo tikslas buvo išnagrinėti baigtinių skirtumų metodo susietųjų matricų būdo tinkamumą mikrojuostelinėms struktūroms modeliuoti. Siekiant šio tikslo, darbe pateikta mikrojuostelinių struktūrų elektrinių parametrų apžvalga, jų apibūdinimas ir priklausomybė nuo ilgosios linijos konstrukcinių parametrų bei šių parametrų skaičiavimo metodika. Pateikta įvairių mikrojuostelinių struktūrų tipų apibūdinimai, jų konstrukciniai, veikimo ypatumai ir šių struktūrų panaudojimo galimybės. Aptartos analitinių bei skaitinių metodų taikymo galimybės, nurodyta kokio tipo uždaviniams spręsti skirti analitiniai bei skaitiniai metodai. Pristatomi bei aptariami du skaitiniai metodai: momentų metodas bei baigtinių skirtumų metodas. Apžvelgiamas šių metodų pritaikymas mikrojuostelinių struktūrų analizavimui, aptariami skaitinių metodų privalumai, trūkumai, tikslumas bei stabilumas. Aptartas baigtinių skirtumų metodo susietųjų matricų būdo taikymas mikrojuostelinių linijų elektriniams parametrams skaičiuoti bei aptariami ilginės talpos skaičiavimo būdai (taikant Gauso krūvio tvermės dėsnį bei taikant energijos sąvoką). Atsižvelgiant į darbo uždutį sudaryti vienalaidžių, susietųjų ir daugialaidžių mikrojuostelinių linijų matematiniai modeliai.

Tyrimams atlikti, sudaryti skaičiavimo algoritmai ir sukurta atitinkama programinė įranga, kuria ir tiriami matematiniai modeliai. Tiriant vienalaides mikrojuostelines linijas nustatytos jų charakteringųjų impedansų priklausomybės nuo linijos konstrukcinių parametrų bei išorinio ekranu. Lyginant su kitų autorių darbuose [22; 27] skelbtais rezultatais, nustatyta, kad gautų rezultatų paklaida neviršija 1 %. Atliekant baigtinių skirtumų iteracinio ir susietųjų matricų būdo palyginamuosius skaičiavimus nustatyta, kad mikrojuostelinės linijos charakteringojo impedanso skaičiavimai taikant susietųjų matricų būdą vyksta žymiai sparčiau nei taikant iteracinį skaičiavimo būdą – daugiau nei 60 kartų, esant tai pačiai kompiuterio konfigūracijai (PC suderinamas kompiuteris, CPI taktinis dažnis – 2 GHz, pagrindinės atminties talpa – 4 GB, operacinė sistema – MS Windows XP). Susietųjų matricų būdu analizės rezultatas gaunamas iš karto išsprendus tiesinių lygčių sistemą, o taikant iteracinį būdą prie tikrosios reikšmės artėjama didėjant iteracijų skaičiui. Iteracinio skaičiavimo būdo tikslumas ir skaičiavimo trukmė priklauso nuo nustatytos paklaidos. Tarkime, sumažinus skaičiavimo paklaidą nuo  $10^{-7}$  iki  $10^{-8}$ , skaičiavimo trukmė padidėja 1,5 kartų, kai analizuojamos srities dydis  $150 \times 150$ . Susietųjų matricų būdo skaičiavimų tikslumas ne mažesnis nei iteracinio būdo, kai skaičiavimo paklaida  $\delta = 10^{-8}$ . Taikant susietųjų matricų būdą reiktų naudoti specializuotas retąsias matricas, kuriose saugomi tik nenuliniai skaičiai ir, sudarant koeficientų matricas, retosios užimamos atminties kiekis mažesnis nei naudojant paprastąją matricą. Charakteringojo impedanso skaičiavimų rezultatai taikant Gauso krūvio tvermės dėsnį gaunami tikslesni ir artimesni kitų autorių darbuose [22; 27] pateiktiems rezultatams nei taikant energijos sąvoką.

Atliekant susietųjų mikrojuostelinių linijų tyrimus, nustatyta charakteringojo impedanso priklausomybė nuo tarpo tarp signalinių laidininkų, esant sinfaziniam ir priešfaziniam režimui. Lyginant su kitų autorių darbuose [28; 26] skelbtais rezultatais, nustatyta, kad gautų rezultatų paklaida konforminių keitimų metodo atžvilgiu neviršija 7 %, o momentų metodo – 5 %. Atliekant daugialaidžių mikrojuostelinių linijų tyrimus, buvo sudaryti 3 nesimetrinių bei 9 simetrinių signalinių laidininkų daugialaidės mikrojuostelinės linijos. Atliekant 9 simetrinių signalinių laidininkų mikrojuostelinės linijos skaičiavimus, nustatytos laidininkų charakteringųjų impedansų priklausomybės nuo atstumo tarp laidininkų ir laidininko pozicijos. Lyginant su autoriaus [29] darbe skelbiamais 3 nesimetrinių signalinių laidininkų daugialaidės linijos skaičiavimo rezultatais, nustatyta, kad gautų rezultatų paklaida neviršija 7 %. Todėl galima daryti išvadą, kad susietųjų ir daugialaidžių mikrojuostelinių linijų sukurti matematiniai modeliai mažiau tikslūs nei vienailaidės mikrojuostelinės linijos modelis, taikant baigtinių skirtumų susietųjų matricų skaičiavimo būdą.

## Literatūra

1. WILLIAMS, D. F.; ARZ, U.; GRABINSKI, H. 1998. Accurate characteristic impedance measurement on silicon, *1998 IEEE MTT-S International on Microwave Symposium Digest* 3(7-12): 1917 – 1920.
2. SAYRE, C. W. 2008. *Complete Wireless Design 2 ed.* New York: McGraw-Hill Professional. 700 p.
3. VAINORIS, Z. 2004. *Bangų elektronikos pagrindai: vadovėlis.* Vilnius: Technika. 514 p.
4. BANSAL, R. 2004. *Handbook of Engineering Electromagnetics.* New York: CRC. 720 p.
5. MATTHEW, PH. D.; RADMANESH, M. 2009. *Advanced RF & Microwave Circuit Design: The Ultimate Guide to Superior Design.* London: AuthorHouse. 740 p.
6. HONG, JIA-SHEN G.; LANCASTER, M. J. 2001. *Microstrip Filters for RF/Microwave Applications.* New York: Wiley-Interscience. 488 p.
7. DENLINGER, E.J. 1971. A frequency dependent solution for microstrip transmission lines, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 19: 30 – 39.
8. CORY, H. 1981. Dispersion characteristics of microstrip lines, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 29: 59 – 61.
9. BESSER, L.; GILMORE, R. 2003. *Practical RF Circuit Design for Modern Wireless Systems, Volume I : Passive Circuits and Systems.* London: ArtechHouse. 566 p.
10. *Microstrip* [Interaktyvus]. 2008. P-N Designs, Inc. [žiūrėta 2008 m. gegužės 30d.]; Prieiga per internetą: <http://www.microwaves101.com/encyclopedia/microstrip.cfm>.
11. GARG, R.; BAHL, I.; BHARTIA, P.; GUPTA, K. C. 1996. *Microstrip Lines and Slotlines.* London: Artech House Publishers. 535 p.
12. *Stripline* [Interaktyvus]. 2008. P-N Designs, Inc. [žiūrėta 2008 m. gegužės 31d.]; Prieiga per internetą: <http://www.microwaves101.com/encyclopedia/stripline.cfm>.
13. WEN, C. P. 1969. Coplanar Waveguide: A Surface Strip Transmission Line Suitable for Nonreciprocal Gyromagnetic Device Applications, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 17(12): 1087 – 1090.
14. SMITH, J. I. 1971. The Even- and Odd-Mode Capacitance Parameters for Coupled Lines in Suspended Substrate. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 19(5): 424 – 431.
15. FRANCO, D. P. 2000. *Networks and Devices Using Planar Transmission Lines.* New York: CRC. 680 p.
16. HOWE, J. H. 1974. *Stripline Circuit Design.* London: Artech House Publishers. 356 p.
17. POLJAK, D. 2007. *Advanced Modeling in Computational Electromagnetic Compatibility.* New York: John Wiley and Sons. 496 p.
18. SADIKU, PH.D.; MATTHEW, N. O. 2001. *Numerical Techniques in Electromagnetics.* New York: CRC 760 p.

19. VOLAKIS, J.L.; KEMPEL, L.C. 1995. Electromagnetics: computational methods and considerations, *Computational Science & Engineering* 2: 42 – 57.
20. BOOTON, R. C. 1992. *Computational Methods for Electromagnetics and Microwaves*. New York: Wiley-Interscience. 192 p.
21. HARRINGTON, R. F. 1993. *Field Computation by Moment Methods*. New York: Wiley-IEEE Press. 240 p.
22. URBANAVIČIUS, V.; MARTAVIČIUS, R. 2006. Model of the microstrip line with a non-uniform dielectric, *Electronics and Electrical Engineering* 6(67): 55 – 60.
23. THOM, A.; APELT, C.J. 1961. *Field Computations in Engineering and Physics*. London: D. Van Nostrand. 165 p.
24. YANG, W. Y.; CAO, W.; CHUNG, T.; MORRIS, J. 2005. *Applied Numerical Methods Using MATLAB*. New York: Wiley-Interscience. 528 p.
25. VEMURI, V.; KARPLUS, W.J. 1981. *Digital Computer Treatment of Partial Differential Equations*. NJ: Prentice Hall. 480 p.
26. URBANAVIČIUS, V., MIKUČIONIS, Š., MARTAVIČIUS, R. 2007. Model of the Coupled Transmission Lines with a non-uniform Dielectric, *Electronics and Electrical Engineering* 5(77): 23 – 28.
27. CHENG, K. K. M.; EVERARD, J. K. A. 1991. Accurate formulas for efficient calculation of the characteristic impedance of microstrip line, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 39(9): 1658 – 1661.
28. BEDAIR, S. S. 1984. Characteristics of some asymmetrical coupled transmission lines. *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 32(1): 108 – 110.
29. FENG LIU; SCHUTT-AINE, J. E.; JI CHEN. 2002. Full-wave analysis and modeling of multi-conductor transmission lines via 2-D-FDTD and signal-processing techniques, *IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques* 50(2): 570 – 577.