

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Aušra KLIMAVIČIENĖ

TVARAUS INVESTICIJŲ PORTFELIO SUDARYMAS PENSIJOS LAIKOTARPIUI

DAKTARO DISERTACIJA

SOCIALINIAI MOKSLAI,
EKONOMIKA (04S)



LEIDYKLA
Vilnius TECHNIKA 2011

Disertacija rengta 2006–2011 metais Vilniaus Gedimino technikos universitete.

Mokslinis vadovas

prof. habil. dr. Vidmantas JANKAUSKAS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, socialiniai mokslai, ekonomika – 04S).

<http://leidykla.vgtu.lt>

VG TU leidyklos TECHNIKA 1948-M mokslo literatūros knyga

ISBN 978-609-457-032-2

© VG TU leidykla TECHNIKA, 2011

© Aušra, Klimavičienė, 2011

ausra.klimaviciene@vgtu.lt

VILNIUS GEDIMINAS TECHNICAL UNIVERSITY

Aušra KLIMAVIČIENĖ

DETERMINING ASSET ALLOCATION OF SUSTAINABLE INVESTMENT PORTFOLIO FOR RETIREMENT PERIOD

DOCTORAL DISSERTATION

SOCIAL SCIENCES,
ECONOMICS (04S)



LEIDYKLA
Vilnius TECHNIKA 2011

Doctoral dissertation was prepared at Vilnius Gediminas Technical University in 2006–2011.

Scientific Supervisor

Prof Dr Habil Vidmantas JANKAUSKAS (Vilnius Gediminas Technical University, Social Sciences, Economics – 04S).

Reziumė

Disertacijoje nagrinėjamos tvaraus investicijų portfelio sudėties nustatymo pensijos laikotarpiui problemos. Pagrindinis tyrimo objektas – optimali investicijų portfelio sudėtis pensijos laikotarpiu – nagrinėjamas analizuojant optimalaus portfelio sudarymo metodus, stochastinių kintamųjų įtraukimą į portfelio optimizavimo modelį. Šie objektai reikšmingi sudarant tvarų portfelį pensijos laikotarpiui. Pagrindinis disertacijos tikslas – ištirti pensijos planavimui ir finansinio turto valdymui pensiniame amžiuje būdingas problemas, įskaitant portfelio sudarymui pensiniame amžiuje taikomo metodo parinkimą, portfelio tvarumo užtikrinimą, rizikos pensijos laikotarpiu mažinimą. Remiantis tyrimų rezultatais pasiūlyti tiriamų finansinių išteklių valdymo pensiniame amžiuje problemų sprendimo būdai.

Darbe sprendžiami keli pagrindiniai uždaviniai: portfelio sudėties nustatymo metodų, taikomų pensijos laikotarpiu, ištyrimas, skirtingais metodais sudarytų portfelių tvarumo patikrinimas su istoriniais rinkų duomenimis bei alternatyvus portfelio sudarymo pensijos laikotarpiui metodo pasiūlymas.

Disertaciją sudaro įvadas, penki skyriai, rezultatų apibendrinimas, naudotos literatūros ir autorės publikacijų disertacijos tema sąrašai ir dvidešimt priedų.

Įvadiniamе skyriuje aptariama tiriamoji problema, darbo aktualumas, aprašomas tyrimų objektas, formuluojamas darbo tikslas bei uždaviniai, aprašoma tyrimų metodika, darbo mokslinis naujumas, darbo rezultatų praktinė reikšmė, ginamieji teiginiai. Įvado pabaigoje pristatomos disertacijos tema autorės paskelbtos publikacijos ir pranešimai konferencijose bei disertacijos struktūra.

Pirmasis skyrius skirtas literatūros analizei. Antrasis skyrius skirtas portfelio sudarymo metodų tyrimui darant prielaidą, kad analizuojamas pastovus planuojamas pensijos laikotarpis. Trečiame skyriuje į portfelio sudarymo metodų tyrimą įvedama stochastinė asmens gyvenimo trukmė, pateikiama tyrimo metodika ir tyrimo rezultatai. Ketvirtame skyriuje portfelio sudarymo metodai tikrinami su istoriniais duomenimis, pateikiamos tyrimo išvados. Penktame skyriuje pasiūlomas originalus tvaraus investicijų portfelio sudarymo pensijos laikotarpiui metodas, palyginamas skirtingais metodais sudarytų portfelių tvarumas, pateikiamos portfelio sudarymo metodų taikymo praktikoje rekomendacijos ir nubrėžiamos galimų tolimesnių mokslinių tyrimų kryptys.

Disertacijos tema yra atspausdinti aštuoni moksliniai straipsniai: šeši – mokslo žurnaluose, vienas – recenzuojamoje tarptautinės konferencijos medžiagoje, vienas – konferencijos medžiagoje.

Abstract

The dissertation investigates the issues of determining asset allocation of sustainable investment portfolio for retirement period. The main object of research is optimal asset allocation of investment portfolio during retirement including methods employed to determine optimal asset allocation of portfolio, incorporation of stochastic variables into portfolio optimization model as the sustainability of portfolio during retirement is highly determined by above mentioned research objects. The primary purpose of this dissertation is to explore relevant problems of retirement planning and portfolio management during retirement period including selection of method employed to determine asset allocation of portfolio, ensuring the sustainability of portfolio, the reduction of retirement risks. In virtue of research results the solutions to the portfolio management problems under investigation were suggested.

The paper approaches a few major tasks such as analysis of the methods employed to determine asset allocation of investment portfolio for retirement period, portfolio sustainability testing with historical data, and development of new alternative method to determine asset allocation of investment portfolio for retirement period.

The dissertation consists of *Introduction*, *5 chapters*, *Conclusions*, *References*, *List of Publications* and *20 Annexes*.

The introduction reveals the investigated problem, importance of the thesis and the object of research and describes the purpose and tasks of the paper, research methodology, scientific novelty, the practical significance of results examined in the paper and defended statements. The introduction ends in presenting the author's publications on the subject of the defended dissertation and defining the structure of the dissertation.

Chapter 1 is devoted to the review of literature. Chapter 2 focuses on the analysis of the methods in fixed retirement planning horizon framework. In Chapter 3 stochastic lifetime is being incorporated into the stochastic research models, research methodology and results are being presented. Chapter 4 reveals the portfolio sustainability testing results. Chapter 5 suggests the original method to be applied to determine asset allocation of sustainable investment portfolio, review the sustainability of portfolios formed using analyzed methods and provides the recommendations for methods application in practice and highlights the directions for further research.

8 articles focusing on the subject of the dissertation are published: six articles - in the scientific papers, one article – in the material reviewed during international conferences, one article – in the material of conference.

Žymėjimai

Simboliai

i_r – reali grąžos norma;

i_n – nominali grąžos norma;

f – infliacija;

S_t – akcijos kaina bet kuriuo laikotarpiu t ;

μ – vidutinė logaritminė grąža;

σ – standartinis nuokrypis;

LN – lognormaliojo pasiskirstymo simbolis;

N – normaliojo pasiskirstymo simbolis;

$R_{t,i}$ – portfelio grąža t metais i realizacijoje;

$D_{t,A}$ – akcijų dalis portfelyje t metais;

$D_{t,O}$ – obligacijų dalis portfelyje t metais;

$A_{t,i}$ – reali akcijų grąža t metais i realizacijoje;

$O_{t,i}$ – reali obligacijų grąža t metais i realizacijoje.

$V_{t,i}$ – portfelio vertė t metų pabaigoje i realizacijoje;

$V_{t-1,i}$ – portfelio vertė t metų pradžioje i realizacijoje;

I – kasmetinė pastovi išėmimo norma procentais;
 V_0 – portfelio vertė pensijos laikotarpio pradžioje;
 L – planuojamo pensijos laikotarpio trukmė metais;
 a – asmens amžius pensijos laikotarpio pradžioje;
 x – asmens amžius.

Santrumpos

MHA – daugelio horizontų metodas;
DB – apibrėžtų išmokų pensijų sistema;
DC – apibrėžtų įmokų pensijų sistema;
EBPO – Ekonominio bendradarbiavimo ir plėtros organizacija;
SO – stochastinis optimizavimas.

Turinys

IVADAS	1
Problemos formulavimas.....	1
Darbo aktualumas.....	2
Tyrimų objektas.....	3
Darbo tikslas.....	3
Darbo uždaviniai	3
Tyrimų metodika	4
Darbo mokslinis naujumas	4
Darbo rezultatų praktinė reikšmė	5
Ginamieji teiginiai.....	5
Darbo rezultatų aprobavimas.....	6
Disertacijos struktūra.....	6
1. PENSIJOS PLANAVIMO TEORINIAI IR PRAKTINIAI ASPEKTAI	7
1.1. Pensijos planavimas asmeninių finansų valdymo kontekste	7
1.2. Pensijos planavimas: asmens iniciatyvos link	13
1.3. Finansų sprendimai asmens gyvenimo cikle	25
1.4. Investicijų horizontas ir portfelio sudėtis: žmogiškojo kapitalo įtaka....	29
1.5. Rizika pensijos planavime.....	35

1.6. Tvaraus investicijų portfelio sudėties nustatymo pensijos laikotarpiui problemos ištirtumas	38
1.7. Investicijų portfelio pensijos laikotarpiui sudarymo metodai	45
1.7.1. Euristinis metodas	45
1.7.2. Daugelio horizontų metodas	46
1.7.3. Stochastinis optimizavimas	49
1.8. Pirmojo skyriaus išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas	50
2. INVESTICIJŲ PORTFELIO SUDARYMAS PASTOVIAM PENSIJOS LAIKOTARPIUI.....	53
2.1. Tyrimo metodika	53
2.1.1. Konceptinis tyrimo modelis	53
2.1.2. Matematinis tyrimo modelio pagrindimas	55
2.1.3. Stochastinio optimizavimo metodika	60
2.2. Metodų tyrimo rezultatai	62
2.2.1. Optimalios akcijų dalies portfelyje nustatymas	62
2.2.2. Portfelio pereikvojimo tikimybės taikant skirtingus metodus palyginimas.....	63
2.3. Antrojo skyriaus išvados	66
3. INVESTICIJŲ PORTFELIO SUDARYMAS STOCHASTINĖS GYVENIMO TRUKMĖS ATVEJU	67
3.1. Tyrimo metodika	68
3.1.1. Konceptinis tyrimo modelis	68
3.1.2. Matematinis tyrimo modelio pagrindimas	69
3.1.3. Stochastinio optimizavimo metodika	70
3.2. Metodų tyrimo rezultatai	71
3.2.1 Optimalios portfelio sudėties paieškos esant stochastinei gyvenimo trukmei.....	71
3.2.2. Gyvenimo trukmės stochastiškumo įtaka investicijų portfelio tvarumui.....	73
3.3. Trečiojo skyriaus išvados	77
4. INVESTICIJŲ PORTFELIO TVARUMO PATIKRINIMAS SU ISTORINIAIS RINKŲ DUOMENIMIS	79
4.1. Tyrimo metodika	79
4.2. Tyrimo rezultatai	82
4.3. Ketvirtojo skyriaus išvados	85

5. EURISTINIO METODO TAISYKLĖS STOCHASTINIS OPTIMIZAVIMAS IR METODŲ TAIKYMO PRAKTIKOJE REKOMENDACIJOS.....	87
5.1. Tyrimo metodika	88
5.2. Tyrimo rezultatai	89
5.2.1. Euristinio metodo taisyklės stochastinis optimizavimas	89
5.2.2. Pakoreguoto euristinio metodo išbandymas su istoriniais duomenimis	93
5.3. Metodų taikymo praktikoje rekomendacijos ir kryptys tolimesniems tyrimams	95
BENDROSIOS IŠVADOS	101
LITERATŪRA IR ŠALTINIAI	103
AUTORĖS PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS	115
PRIEDAI	117
A priedas. Portfelio sudėties nustatymas daugelio horizontų metodu.....	117
B priedas. Vidutinė tikėtina gyvenimo trukmė pagal amžių	122
C priedas. Tyrimo matrica.....	123
D priedas. Istoriniai akcijų ir obligacijų rinkų duomenys	125
E priedas. Portfelio sudėtis pagal euristinį metodą modeliui su pastoviu pensijos laikotarpiu.....	128
F priedas. Portfelio sudėtis pagal daugelio horizontų metodą modeliui su pastoviu pensijos laikotarpiu.....	129
G priedas. Investicijų portfelio pastoviam pensijos laikotarpiui imitacinio modelio schema	130
H priedas. Akcijų dalis skirtingais metodais sudarytuose portfeliuose	131
I priedas. Imitacinio modeliavimo rezultatai taikant euristinį ir daugelio horizontų metodus pastoviam pensijos laikotarpiui.....	132
J priedas. Stochastinio optimizavimo rezultatai esant pastoviam pensijos laikotarpiui.....	136
K priedas. Mirtingumo lentelės	138
L priedas. Portfelio sudėtis pagal euristinį metodą modeliui su stochastine gyvenimo trukme	142
M priedas. Portfelio sudėtis pagal daugelio horizontų metodą modeliui su stochastine gyvenimo trukme.....	143
N priedas. Investicijų portfelio imitacinio modelio su stochastine gyvenimo trukme schema	145
O priedas. Optimalios akcijų dalies portfelyje palyginimas.....	146

P priedas. Imitacinio modeliavimo rezultatai taikant euristinį ir daugelio horizontų metodus esant stochastinei gyvenimo trukmei	147
R priedas. Stochastinio optimizavimo rezultatai esant stochastinei gyvenimo trukmei	151
S priedas. Investicijų portfelio imitacinio modelio, skirto euristinio metodo taikymui, schema	153
T priedas. Euristinio metodo taisyklės stochastinio optimizavimo rezultatai	154
U priedas. Investicinių portfelių palyginimas	155

Contents

INTRODUCTION	1
Definition of the problem	1
Topicality of the research	2
The object of the scientific research	3
The objective of the work	3
The tasks of the work	3
Methodology of the research	4
Scientific novelty	4
Practical value	5
Defended propositions	5
The approval of results	6
The scope of the scientific work	6
1. THEORETICAL AND PRACTICAL ASPECTS OF RETIREMENT	
PLANNING	7
1.1. Retirement planning in the context of personal financial management ...	7
1.2. Retirement planning: towards personal initiative	13
1.3. Financial decisions over the human life-cycle	25
1.4. The investment horizon and portfolio structure: the impact of human capital	29

1.5. Risk in the retirement planning	35
1.6. Previous researches in the field of sustainable investment portfolio formation for retirement period	38
1.7. Methods applied to determine asset allocation of investment portfolio for retirement period.....	45
1.7.1. Heuristic method.....	45
1.7.2. Multiple horizon approach	46
1.7.3. Stochastic optimization	49
1.8. Conclusions of the first chapter and formulation of dissertation tasks...	50
 2. DETERMINING ASSET ALLOCATION OF INVESTMENT PORTFOLIO FOR FIXED RETIREMENT PERIOD	53
2.1. Methodology of the research	53
2.1.1. Conceptual reaserch model	53
2.1.2. Mathematical reasoning of the research model.....	55
2.1.3. Stochastic optimization technique.....	60
2.2. Results of methods analysis	62
2.2.1. Determining optimal allocation to stocks in the portfolio.....	62
2.2.2. The comparison of portfolio ruin probability for different portfolio formation methods	63
2.3. Conclusions of the second chapter	66
 3. DETERMINING ASSET ALLOCATION OF INVESTMENT PORTFOLIO IN STOCHASTIC LIFETIME CASE.....	67
3.1. Methodology of the research	68
3.1.1. Conceptual reaserch model	68
3.1.2. Mathematical reasoning of the research model.....	69
3.1.3. Stochastic optimization technique.....	70
3.2. Results of methods analysis	71
3.2.1 Search of optimal portfolio struction in a stochastic lifetime case..	71
3.2.2. The impact of stochastic lifetime on the investment portfolio sustainability	73
3.3. Conclusions of the third chapter.....	77
 4. INVESTMENT PORTFOLIO SUSTAINABILITY TESTING WITH HISTORICAL DATA	79
4.1. Methodology of the research.....	79
4.2. Research results.....	82
4.3. Conclusions of the fourth chapter.....	85

STOCHASTIC OPTIMIZATION OF HEURISTIC METHOD RULE AND THE RECOMMENDATIONS FOR METHODS APPLICATION IN PRACTICE.....	87
5.1. Methodology of the research	88
5.2. Research results	89
5.2.1. Stochastic optimization of heuristic method rule	89
5.2.2. Testing of modified heuristic method with historical data.....	93
5.3. Recommendations for methods application in practice and directions for further research	95
GENERAL CONCLUSIONS.....	101
REFERENCES AND OTHER SOURCES	103
AUTHORESS' PUBLICATIONS ON THE TOPIC OF DISSERTATION....	115
ANNEXES	117
Annex A. Determining asset allocation of investment portfolio by multiple horizon approach	117
Annex B. Average life expectancy by age	122
Annex C. Research matrix.....	123
Annex D. Historical stock and bond market data.....	125
Annex E. Portfolio structure by heuristic method for a fixed retirement period model	128
Annex F. Portfolio structure by multiple horizon approach for fixed retirement period model.....	129
Annex G. Simulation model of investment portfolio for a fixed retirement period.....	130
Annex H. Allocation to stocks in the portfolios by employed method	131
Annex I. Simulation results for employing heuristic method and multiple horizon approach for a fixed retirement period	132
Annex J. Stochastic optimization results for a fixed retirement period.....	136
Annex K. Mortality tables	138
Annex L. Portfolio structure by heuristic method for a stochastic lifetime model	142
Annex M. Portfolio structure by multiple horizon approach for a stochastic lifetime model	143
Annex N. Simulation model of investment portfolio for a stochastic lifetime case	145
Annex O. Comparison of optimal allocation to stocks in the portfolio.....	146

Annex P. Simulation results for employing heuristic method and multiple horizon approach for a stochastic lifetime case	147
Annex R. Stochastic optimization results for a stochastic lifetime case	151
Annex S. Scheme of investment portfolio simulation model for heuristic method application.....	153
Annex T. Heuristic method rule stochastic optimization results for a fixed retirement period and stochastic lifetime case.....	154
Annex U. The comparison of investment portfolios	155

Ivadas

Problemos formulavimas

Pensijos planavimas aktualus tiek darbingą žmogaus gyvenimo ciklo etapą, tiek pensijos laikotarpiu. Šių etapų finansiniai tikslai skirtingi: darbingo amžiaus žmogus siekia sukaupti turtą (kaupimo etapas), o pensijos arba turto paskirstymo etape – užsitikrinti, kad per gyvenimą sukaupto turto vertė bus pakankama finansuoti pragyvenimo išlaidas visą pensijos laikotarpį (vartojimo tikslas) ir kitiems tikslams (pavyzdžiui, paveldėtojams). Investicijų portfelio sąvoka disertacijoje naudojama norint apibrėžti finansinio turto rinkinį, iš kurio periodiškai išimamos sumos vartojimui, o likusi suma investuojama į akcijas ir obligacijas santykiu, nustatytu tam tikru metodu. Didžiausias dėmesys šioje disertacijoje skiriamas investicijų portfelio sudėties, užtikrinančios jo tvarumą, t. y. kad portfelio pakaks vartojimui visą pensijos laikotarpį, nustatymo problemai, kadangi didžia dalimi portfelio sudėtis ir jo grąža nulemia portfelio ilgaamžiškumą. Portfelio tvarumas suprantamas ne tik kaip portfelio savybė generuoti pakankamas pajamas investuotojo pasirinktam gyvenimo kokybės lygiui pensijos laikotarpiu užtikrinti, bet ir kaip gebėjimas siekti ekonominių pensinio amžiaus žmogaus tikslų esamomis finansinėmis galimybėmis, o ne ateities kartų sąskaita. Mokslininkai sutaria, kad investicijų portfelio sudėties nustatymo problema pensijos laikotarpiu yra keblesnė nei kaupimo etape dėl šiame etape būdingos ilgaamžiš-

kumo arba portfelio poreikio rizikos, kad asmuo išnaudos turimas santaupas anksčiau nei planuota ir patirs ženklų vartojimui reikalingų lėšų sumažėjimą. Ši rizika yra susijusi su nežinoma žmogaus gyvenimo trukme, dėl kurios optimalaus portfelio problema tampa dar sudėtingesnė. Nors mokslininkų dėmesys portfelio sudėties nustatymo pensijos laikotarpiui problemai vis auga, vis dar nėra aiškos visiems priimtinos optimalios portfelio sudėties nustatymo pensijos laikotarpiui metodologijos. Ekonominiai-socialiniai procesai, tobulėjančios skaičiavimo technologijos ir informacijos prieinamumas sąlygoja esamų portfelio sudarymo metodų peržiūros būtinumą ir naujų metodų paiešką. Šiuo tyrimu siekiama prisidėti ieškant atsakymų į esminius portfelio sudėties nustatymo klausimus pensijos laikotarpiu. Nagrinėjama mokslo problema gali būti konkrečiau apibrėžiama kaip investicijų portfelio sudėčiai pensijos laikotarpiu nustatyti tinkamų metodų, adekvačių dabartinėms socialinėms-ekonominėms, technologinėms ir informacinėms sąlygomis, parengimas.

Darbo aktualumas

Pasaulio ir šalies ekonomikos nestabilumas, ilgėjanti gyvenimo trukmė, mažėjantis gimstamumas kelia rimtus iššūkius valstybinei pensijų sistemai, skatina pensijų sistemų reformas pasaulyje, didina gyventojų nesaugumą dėl pajamų pensiniame amžiuje, todėl pensijos planavimo, finansinių išteklių kaupimo ir paskirstymo pensijos laikotarpiu klausimai tampa vis aktualesni tiek visame pasaulyje, tiek Lietuvoje. 2008 m. pabaigoje rinkos tyrimų kompanijos „GfK Custom Research Baltic“ atlikta visuomenės apklausa parodė, kad dėl savo pensijos jaučiasi labiau nesaugūs nei saugūs arba visiškai nesaugūs net 62 % respondentų. Tyrimo rezultatai atskleidė, kad Lietuvos gyventojai vis dar tikisi, kad jų pensija pasirūpins valstybinio socialinio draudimo sistema, jie nėra susipažinę ir neišnaudoja kitų galimybių kaupti pensiją. „Aviva“ grupės kartu su audito bendrove „Deloitte“ atliktas išsamus tyrimas parodė, kad tiek visoje Europoje, tiek Lietuvoje, išeisiantiems į pensiją 2011–2051 m., šalia tikėtinos valstybės mokamos pensijos trūks labai didelės pajamų dalies, kad jie galėtų gyventi oriai. Nustatyta, kad vienam būsimajam pensininkui Lietuvoje norint turėti visavertį pragyvenimo lygį išėjus į pensiją kas mėnesį pritrūks apie 800 litų arba beveik 10 tūkst. litų per metus. Ateityje neišvengiamai vis didesnė atsakomybė už finansinę gerovę pensiniame amžiuje teks namų ūkiams ar asmenims, tad pensijų planavimo ir valdymo metodams bus skiriamas vis didesnis dėmesys. Finansų krizė parodė, kaip svarbu apsaugoti žmonių santaupas, skirtas pensiniam amžiui, tačiau pensijos laikotarpiu valdomam portfeliui turi būti keliamas ir didesnis tikslas – pailginti asmens finansinių išteklių ilgaamžiškumą ir padidinti jų grąžą. Kaip sudaryti tvarų portfelį įvertinant nežinomą asmens gyvenimo trukmę? Ko-

čia tikimybė, kad portfelio vertės pakaks vartojimo išlaidoms padengti (portfelis bus tvarus) visą pensijos laikotarpį? Šie neatsakytą klausimai rodo, kad tvaraus investicijų portfelio sudėties nustatymo problema yra neišspręsta ir aktuali.

Tyrimų objektas

Darbo tyrimų objektai – investicijų portfelio sudarymo pensijos laikotarpiui metodai, optimali investicijų portfelio sudėtis, portfelio poreikio tikimybė.

Darbo tikslas

Šio darbo pagrindinis tikslas yra išanalizuoti pensijos planavimui ir finansinio turto valdymui pensiniame amžiuje būdingas problemas, įskaitant investicijų portfelio sudarymui pensiniame amžiuje taikomo metodo parinkimą, investicijų portfelio tvarumo užtikrinimą, rizikos pensijos laikotarpiu mažinimą, ir remiantis tyrimų rezultatais pasiūlyti tiriamų finansinių išteklių valdymo pensiniame amžiuje problemų sprendimo būdus.

Darbo uždaviniai

Darbo tikslui pasiekti darbe reikia spręsti šiuos uždavinius:

1. Apibrėžti pensijos planavimo sąvoką asmeninių finansų valdymo kontekste, išryškinti pensijos planavimo ir portfelio sudarymo pensijos laikotarpiui problematiką, įtakojančius veiksnius ir rizikos rūšis.
2. Apžvelgti tyrimo objektui aktualių jau atliktų mokslinių tyrimų rezultatus bei kryptis.
3. Išanalizuoti investicijų portfelio sudėties nustatymo metodus (euristinių, daugelio horizontų, stochastinio optimizavimo) tiek pastovaus pensijos laikotarpio, tiek stochastinės gyvenimo trukmės atveju, nustatant portfelio poreikio tikimybę kiekvienu nagrinėjamu atveju, išryškinti metodų savybes bei taikymo galimybes gerovės pensiniame amžiuje užtikrinimui.
4. Empiriškai patikrinti investicijų portfelių, sudarytų skirtingais (euristiniu, daugelio horizontų, stochastinio optimizavimo) metodais, tvarumą su istoriniais rinkos duomenimis, norint nustatyti, ar portfelio pakanka vartojimo išlaidoms padengti nagrinėjamos trukmės pensijos laikotarpiu.

5. Pasinaudojant dinaminio stochastinio modeliavimo ir stochastinio optimizavimo galimybėmis pakoreguoti euristinį metodą siekiant didesnio metodo efektyvumo asmeninių finansų valdymo specialistams metodą taikant praktikoje.
6. Pateikti rekomendacijas dėl esamų ir autorės sudarytų investicijų portfelio sudarymo pensijos laikotarpiui metodų taikymo praktikoje ir nubrėžti tolimesnių šios srities mokslinių tyrimų kryptis.

Tyrimų metodika

Siekiant įgyvendinti išsikeltus uždavinius buvo naudojami ekonomikos, matematikos, tikimybių teorijos ir statistikos, vadybos mokslo metodai, tarpdisciplininiai metodai, tokie kaip analizė, sintezė, palyginimas, konkretizavimas, scenarijų sudarymas, apibendrinimas. Empiriniuose tyrimuose naudoti šie metodai: aprašomosios statistikos, Kolmogorovo-Smirnov testai, koreliacijos – dispersijos analizė, dinaminio stochastinio imitacinio modeliavimo technika, stochastinis optimizavimas.

Darbo mokslinis naujumas

Darbo mokslinis naujumas ir jo reikšmė atspindi šiuose rezultatuose:

1. Atliktas originalus investicijų portfelių sudarymo pensijos laikotarpiui metodų tyrimas įtraukiant į modelį stochastinę asmens gyvenimo trukmę. Nustatyta, kad portfeliai, kurių sudėtis parinkta autorės parengtais stochastinio optimizavimo modeliais, tvarumo požiūriu yra patys efektyviausi (tokių portfelių vartojimui finansuoti periodiškai išimant iš portfelio iš anksto nustatytas sumas pakaktų ilgesniam laikotarpiui).
2. Iškelta ir ankstesnių tyrimų rezultatų pagrindu pagrįsta prielaida, kad euristinis metodas, kuriuo akcijų dalis portfelyje nustatoma iš 100 atėmus investuotojo amžių, gali būti taikomas investicijų portfelio sudėčiai nustatyti pensijos laikotarpiu, kai asmuo nebegauna darbo pajamų, o žmogiškasis kapitalas kaip dabartinė planuojamų ateities darbo pajamų vertė lygi nuliui.
3. Pasiūlytas naujas investicijų portfelio sudarymo metodas, kuriuo stochastiškai optimizuojama euristinio metodo akcijų dalies nustatymo taisyklė, leidžia sudaryti tvarų investicijų portfelį pensijos laikotarpiui su vidutiniškai mažesne vidutine akcijų dalimi portfelyje.

Darbo rezultatų praktinė reikšmė

Praktiniai darbo rezultatai atspindi šiuose aspektuose:

1. Atliktas investicijų portfelio sudėties nustatymo metodų tyrimas parodė investicijų valdymo institucijoms aktualias tiriamų metodų taikymo praktikoje galimybes užtikrinant investicijų portfelio tvarumą.
2. Siekiant nustatyti investicijų portfelio sudėtį, kuri leistų pailginti finansinių išteklių skirtų pensiniam laikotarpiui ilgaamžiškumą, autorės sudaryti originalūs stochastiniai imitaciniai bei stochastinio optimizavimo modeliai suteikia galimybę investicijų portfelio sudarymo metodus taikyti praktiškai juos keičiant pagal individualius poreikius.
3. Pasiūlytas originalus investicijų portfelio sudėties nustatymo metodas bei jam sudaryti stochastiniai imitaciniai modeliai leidžia siūlomą metodą taikyti praktiškai sudarant tvarų investicijų portfelį.
4. Atlikus investicijų portfelio sudarymo metodų tyrimus, patikrinus investicijų portfelio tvarumą su istoriniais rinkų duomenimis, suformuluotos rekomendacijos dėl analizuojamų metodų taikymo praktikoje.

Ginamieji teiginiai

1. Tradiciškai modernioji portfelio teorija portfelio rizikingumui (nepastovumui) nusakyti naudoja standartinį nuokrypį, kuris rodo, kiek gražos norma skirtingais laikotarpiais nukrypsta nuo vidutinės gražos normos. Tačiau siekiant investicijų portfelio tvarumo sukauptus finansinius išteklius naudojant vartojimui finansuoti pensijos laikotarpiu, investicijų portfelio sudarymo ir valdymo metodologija turėtų įvertinti ne tik nežinomą asmens gyvenimo trukmę, bet ir portfelio poreikio riziką.
2. Euristinis metodas akcijų daliai portfelyje nustatyti dėl žmogiškojo kapitalo įtakos negali būti naudojamas sudarant investicijų portfelį kaupimo etape, tačiau, jeigu pensijos laikotarpiu žmogiškojo kapitalo vertė tampa artima ar lygi nuliui, euristinis metodas gali būti taikomas pensijos laikotarpiu portfelio sudėčiai nustatyti. Tačiau esant daliniam užimtumui ar vėlyvo išėjimo į pensiją atveju, kai asmuo gauna darbo pajamas, svarbu analizuoti ir žmogiškojo kapitalo poveikį portfelio sudėčiai.
3. Siekiant nustatyti tvaraus investicijų portfelio sudėtį, leidžiančią kuo ilgesnį laiką reguliariai iš portfelio išimti sumas vartojimo išlaidoms padengti, naudojantis imitacinio modeliavimo technika autorės sudaryti

originalūs investicijų portfelio imitaciniai bei stochastinio optimizavimo modeliai tinkami naudoti nustatant investicijų portfelio sudėtį pensijos laikotarpiui ir suteikia galimybę investicijų portfelio sudarymo metodus taikyti praktiškai juos keičiant pagal individualius poreikius.

4. Pasiūlytas originalus tvaraus investicijų portfelio sudarymo metodas bei jam sudaryti stochastiniai imitaciniai bei stochastinio optimizavimo modeliai tinkami naudoti nustatant investicijų portfelio sudėtį ir leidžia praktiškai pritaikyti siūlomą metodą sudarant tvarų investicijų portfelį.

Darbo rezultatų aprobavimas

Disertacijos tema yra atspausdinti aštuoni moksliniai straipsniai: šeši – mokslo žurnaluose, vienas – recenzuojamoje tarptautinės konferencijos medžiagoje, vienas – konferencijos medžiagoje. Disertacinis tyrimas buvo pristatomas doktorantų ir tyrėjų seminaruose.

Disertacijos struktūra

Disertaciją sudaro įvadas, penki skyriai, bendrosios išvados, literatūros šaltinių sąrašas, autorės publikacijų disertacijos tema sąrašas ir 20 priedų. Autorės sudaryti imitaciniai modeliai pateikiami kompiuterinėje laikmenoje.

Darbo apimtis yra 155 puslapiai, tekste panaudotos 9 numeruotos formulės, 29 paveikslai ir 12 lentelių. Rašant disertaciją buvo panaudoti 207 literatūros šaltiniai.

Pensijos planavimo teoriniai ir praktiniai aspektai

Skyriuje analizuojama pensijos planavimo sąvoka asmeninių finansų kontekste, pensijos planavimo procesas, asmens finansų sprendimai gyvenimo cikle, asmens gyvenimo ciklo, investicijų horizonto ir žmogiškojo kapitalo sąveika, aptariamos investicijų portfeliui pensijos laikotarpiu aktualios rizikos rūšys, pateikiama tyrimo objektui aktualių jau atliktų mokslinių tyrimų rezultatų apžvalga.

Skyriaus tematika paskelbti trys straipsniai (Klimavičienė, Jurevičienė 2007; Jurevičienė, Klimavičienė 2008; Klimavičienė 2010 B) mokslo žurnaluose.

1.1. Pensijos planavimas asmeninių finansų valdymo kontekste

Asmeniniai finansai – tai asmens ar namų ūkio pajamos ir išlaidos. Tai lėšos, kurias asmuo gauna kaip pajamas ir išleidžia sukurdamas piniginius santykius. Rutkauskas (1999) asmeninius finansus apibūdina ne tik kaip pinigus, kuriais disponuoja namų ūkis, bet ir kaip daugiašalius asmens ir kitų ekonominių subjektų piniginius santykius. Asmens finansiniai santykiai atsiranda judant pinig-

nėms lėšoms jų formavimosi ir panaudojimo procesuose. Asmeninių finansų valdymas turinio požiūriu apima investicijas, draudimą, mokesčių planavimą, pensijos planavimą ir paveldimo turto planavimą. Asmeninių finansų turinį, valdymo procesą, kitus teorinius aspektus nagrinėjo Brain (1997), Tharp (1998), Rutkauskas (1999), Tobias (2002), Bikas (2003), Faerber (2003), Hallman ir Rosenbloom (2003), Winger ir Frasca (2004), Elger (2004), Altfest (2004), Frasca (2006) ir kiti. Šiame skyriuje pateikiamas minėtų autorių požiūris į asmeninių finansų valdymą.

Asmeninių finansų valdymą turinio požiūriu Bikas (2003) siūlo skirstyti į investicijas, draudimą, mokesčių planavimą, pensijų paslaugas ir paveldimo turto planavimą. Tačiau asmens finansų planavimas, Winger ir Frasca (2006) manymu, turėtų būti suprantamas plačiau, kaip: vartojimo ir taupymo, skolų, draudimo, investavimo, pensijų, nekilnojamojo turto, pajamų mokesčių ir karjeros planavimas.

Vartojimo ir taupymo planavimas. Vartojimo ir taupymo planavimas susijęs su viso gyvenimo strategija. Būtina nuspręsti, kiek kasmet iš savo gaunamų pajamų palikti vartojimui ir kiek skirti taupymui ateičiai. Su vartojimo ir taupymo planavimu veikia susijęs periodinių asmeninių ataskaitų rengimas – pajamų ataskaitos bei balanso – ir metinio biudžeto planavimas. Biudžetas tai instrumentas, kuris dažniausiai naudojamas, kad įsitikintume ar einame link savo finansinių tikslų.

Įsipareigojimų planavimas. Labai nedaug žmonių per visą savo gyvenimą išvengia skolų, bet tai ir nėra būtina. Skola – tai būdas, kuris padeda sulyginti vartojimą per visą gyvenimą. Be to, tai pirkimo galimybė ir tai gali padėti apsaugojant nuo infliacijos poveikio, leidžiant nusipirkti turtą, kuris atitinka arba kurio nepaveikia infliacija, tačiau būtina vengti atsitiktinių skolų ir užsitikrinti, kad gauname pigiausius kreditinius išteklius.

Draudimo planavimas. Draudimas apibrėžiamas kaip individų mokėjimai, susiję su potencialia rizika, kurią, atsiradus nuostolių, padengia draudimo kompanijos (Downes, Goodman 2002). Poreikį draustis iššaukia neužtikrinta ateitis. Jauno suaugusio žmogaus pirmasis turtas – tai sugebėjimas dirbti ir gauti pajamas. Todėl būtina apsaugoti nuo šios galimybės praradimo, t. y. reikia draustis nuo nedarbingumo praradimo. Kituose gyvenimo ciklo etapuose svarbesnėmis taps kitos draudimo rūšys: siekiant apsaugoti savo artimuosius mirties atveju, būtina apsidrausti gyvybę; įsigijus didelį turtą – namą, automobilį, baldus ir kitą – atsiranda turto ir atsakomybės draudimo poreikis. O svarbiausia, visuomet būtina turėti medicininį draudimą, kuris apsaugos ligos ar nelaimingo atsitikimo atveju. Todėl draudimo klausimai yra svarbūs kuriant asmeninių finansų valdymo strategiją.

Investicijų planavimas. Taupant kiekvienais metais dalį gaunamų pajamų, būtina nuspręsti, kur jas investuoti. Pasirinkimų čia labai daug, pradedant pa-

prastomis banko sąskaitomis iki spekuliacinio žemės ar prekių ateities sandoriais. Sėkmingas investuotojas dažnai kalba apie skirtumus siekiant viso gyvenimo tikslų (o gal net jų viršijimą) ir negalėjimą tai padaryti. Svarbus pirmasis investicinis tikslas – tai užsitikrinti pakankamą likvidumą. Po to galima užsiimti rizikingesnėmis investicijomis, kurios užtikrina potencialiai didesnę grąžą.

Pensijos planavimas. Pensijos planavimas – vienas esminių asmeninių finansų srities elementų, tai nuoseklus nuolat peržiūravimo plano išsikeltiems pensijos tikslams pasiekti kūrimas ir įgyvendinimas, aktualus tiek darbingą žmogaus gyvenimo ciklo etapą, tiek pensijos laikotarpiu. Pensijos planavimą reikia pradėti, įvertinus būsimąjį vartojimą ir kitus poreikius, o vėliau nustatant būdus, kaip patenkinti tuos poreikius pensiniame amžiuje. Dauguma pasikliauja socialiniu draudimu ir darbdavio remiamais pensiniais planais, tačiau svarbu turėti ir papildomas pajamas, kurios užtikrintų patogų gyvenimą pensijoje. Svarbu per darbingą periodą investuoti, siekiant sukaupti pinigų nedarbingam laikotarpiui. Išskyrus valstybės pensijas ar kitą pensinį aprūpinimą, privatus pensijų planas yra galimybė tapti nepriklausomu nuo išorės veiksnių.

Nekilnojamojo turto planavimas. Svarbu atsiskaityti už būstą, nepaliekant skolų savo įpėdiniams. Palikimą galima sutvarkyti dar esant gyvam.

Mokesčių planavimas. Visos finansų planavimo ir asmeninio turto valdymo iniciatyvos priklauso nuo vietinių mokesčių reguliavimo. Mokesčių planavimas – yra neatsiejama tiek verslo, tiek ir privačių asmenų gyvenimo dalis. Vyriausybė tampa visų uždirbamų pajamų “partneriu”. Tačiau yra būdų, kaip sumažinti mokesčių našta, bet būtina išsiaiškinti, kokie jie, kaip ir kada juos galima panaudoti. Mokesčių planavimo tikslas yra mažinti galimus mokestinius išpareigojimus, kartu visapusiškai optimizuojant investicinę turto maksimizavimo strategiją. Taigi mokesčių planavimas turi sudaryti pakankamas galimybes minimizuoti mokesčius nustatant optimalią asmeninio turto struktūrą. Be to, tokie mokesčių planavimo klausimai, kaip turto apmokestinimas, mokesčių sumokėjimas, mokesčių susigrąžinimas, dovanojimo ir paveldimo turto mokesčiai taip pat turėtų būti įvertinti.

Karjeros planavimas. Karjeros pasirinkimas labai svarbus dalykas, ne tik finansiniu, bet ir psichologiniu ar emociniu požiūriu. Daugelį žmonių karjera apibūdina kaip asmenybes ir parodo pasitenkinimą ar nepasitenkinimą savimi. Be to, karjeros planavimas – tai ne vienkartinis veiksmas, dėl kurio apsisprendžiama paskutiniaisiais studijų metais, jis tęsiasi visą gyvenimą, nes žmonės keičia darbą, trumpam jį palieka, o vėliau vėl grįžta į darbo rinką. Nors karjeros planavimas lyg ir tiesiogiai nesusijęs su asmeniniais finansais, tačiau jie labai tarpusavyje labai susiję.

Tikslingai valdomi šie asmeninių finansų turinio elementai užtikrina ilgalaikę gerovę asmeniui ar namų ūkiui. Svarbu pabrėžti, kad svarbu tikslingai valdyti

ne vieną ar kelis paminėtus elementus, o sistemingai ir nuosekliai visus, nes tik taip galima tikėtis didžiausios naudos.

Asmeninių finansų planavimą Altfest (2004) apibūdina kaip procesą, kuris apjungia daugelį asmens finansinių interesų, iš kurių pagrindiniai: mokesčių planavimas, pinigų srautų planavimas, investicijos, rizikos valdymas, pensijos planavimas, nekilnojamojo turto planavimas.

Proceso arba veiksmų sekos požiūriu asmeninių finansų valdymas apima keturis žingsnius: finansų planavimą, finansinio plano įgyvendinimą, finansinės veiklos rezultatų vertinimą, finansinio plano peržiūrėjimą. Svarbiausia valdymo funkcija yra planavimas, kuris suprantamas kaip strategija, kuri gali padėti žmogui „judėti“ iš ten, kur jis yra, į ten, kur jis nori būti. Kaip teigia Hallman ir Rosenbloom (2003), asmeninių finansų planavimas yra koordinuotų ir išbaigtų planų pasiekti finansiniams tikslams rengimas ir įgyvendinimas. Šie autoriai tapatina asmeninių finansų valdymo ir asmeninių finansų planavimo sąvokas, finansinių planų įgyvendinimą laikydami vienu finansinio planavimo elementu. Anot minėtų autorių, finansinio planavimo procesą vis dažniau apibūdina privataus turto valdymo sąvoka (angl. *private wealth management*).

Brain (1997) pabrėžia asmeninių finansų planavimo svarbą ir teigia, kad būtina atsitiktinio pinigų valdymo (angl. *random money management*) transformacija į kontroliuojamą pinigų valdymą (angl. *controlled money management*).

Asmeninių finansų planavimu asmuo siekia:

1. Maksimizuoti pajamas ir turtą.
2. Užtikrinti efektyvų vartojimą.
3. Pasitenkinimo gyvenimu.
4. Sukurti finansinį saugumą.
5. Užtikrinti gerovę pensiniame amžiuje.

Kiekvieno asmens finansiniai tikslai gali skirtis priklausomai nuo individualių aplinkybių, požiūrio, poreikių. Vis dėlto daugumos žmonių finansinius tikslus Hallman ir Rosenbloom (2003) suskirstė į grupes:

1. Apsauga nuo rizikos (ankstyvos mirties, nedarbingumo praradimo, medicininės priežiūros išlaidų, globos išlaidų, turto netekties, nedarbo ir pan.).
2. Kapitalo kaupimas (atsargos fondui (angl. *emergency fund*), šeimos tikslams, išsilavinimui, investicijoms, ir pan.).
3. Apsirūpinimas pajamomis pensiniame amžiuje.
4. Mokesčių naštos sumažinimas (tiek esant gyvam, tiek ir mirties atveju).
5. Paveldimo turto planavimas.
6. Sukaupto turto ir investicijų valdymas (įskaitant turto valdymo invalidumo atveju planavimą).

Finansinio planavimo sąvoka abstrakti, todėl ji apima visą asmeninio turto valdymo procedūrą: nuo tikslų nustatymo iki konkrečių veiksmų. Finansinio planavimo esmė – unikalus atskiro žmogaus gyvenimas, pagal kurį sudaromos

finansinės strategijos. Bikas (2003) teigia, kad planuojant finansus yra atsižvelgiama į kokybinius rodiklius ir naudojami įvairūs matematiniai modeliai, kurių kintamieji: ištekliai, numatoma grąža, laiko trukmė.

Išskiriami šie finansinio planavimo privalumai pagal Rutkauską (1999):

1. Padidėjęs efektyvumas atrandant, naudojant ir saugant pajamų šaltinius visą žmogaus gyvenimą.

2. Sumažėjęs ekonominis neapibrėžtumas, ar pageidaujamą produktą ar paslaugą bus įmanoma įsigyti.

3. Padidėjusi finansinių veiksmų kontrolė, siekiant išvengti per didelių skolų, bankroto, finansinės priklausomybės ir užsitikrinant ekonominę saugumą.

4. Įgyjamas laisvės nuo finansinių rūpesčių jausmas.

Pagal Hallman ir Rosenbloom (2003) finansinio planavimo procesas apima asmeninių tikslų pavertimą specifiniais planais ir galiausiai konkrečiomis priemonėmis tiems planams įgyvendinti. Minėti autoriai išskiria šiuos asmeninių finansų planavimo etapus:

1. Informacijos rinkimas ir asmeninių finansinių ataskaitų parengimas. Šiame etape surenkama naudinga informacija apie asmens finansinę ir asmeninę situaciją. Kokia informacija reikalinga, priklauso nuo situacijos, bet dažniausiai tai yra informacija apie asmens ar šeimos investicijas, gyvybės, sveikatos, turto ir išsipareigojimų draudimo polisus, būsimą pensiją, iš darbdavio gaunamas naudą, mokestinę situaciją – pajamų, turto ir dovanojimo mokesčius, palikimo ir kitus turto planavimo dokumentus ir pan. Apibendrinant asmens finansinę situaciją rekomenduojama parengti keletą supaprastintų asmeninių finansinių ataskaitų, panašių į naudojamas įmonėse. Tai galėtų būti asmeninis balansas, asmeninių pajamų ataskaita ir kt. Faerber (2003) pirmojo finansinio planavimo etape greta finansinių ataskaitų skatina apskaičiuoti asmens turto grynąją vertę, kuri apskaičiuojama iš turto vertės atėmus išsipareigojimus. Grynoji vertė neturėtų būti vertinama kaip suma, kurią galima išleisti, – tai labiau asmens finansinės pozicijos rodiklis. Grynoji vertė gali būti teigiama ir neigiama.

2. Tikslų nustatymas. Šiame etape suformuluojami finansiniai tikslai, kuriems pasiekti bus sudaromi finansiniai planai. Be kitų tikslų, apie kuriuos jau buvo kalbėta šiame skyriuje, labai svarbus yra kapitalo kaupimo atsargos fondui tikslas. Šis atsargos fondas reikalingas apsisaugoti netikėtoms nelaimėms (nedarbingumo, nedarbo ir pan.) atveju. Įvairūs autoriai mini įvairius tokio fondo dydžius. Tobias (2002) teigia, kad neturint nuo 5 tūkst. iki 10 tūkst. JAV dolerių, kurie būtų likvidūs ir saugiai laikomi kaip banko indėlis, net neverta svarstyti rizikingesnių investavimo būdų. Quinn (1997) reikiamo fondo dydį išreiškia tam tikru mėnesių skaičiumi, padaugintu iš vidutinių mėnesio pragyvenimo išlaidų. Jis teigia, kad toks fondas turėtų būti nuo 3 iki 6 mėnesių pragyvenimo išlaidų dydžio, o jo lėšos laikomos banke arba pinigų rinkos fonde. Tharp (1998) nuomo-

ne, finansinių tikslų išsikėlimas yra vienas svarbiausių visos sistemos kūrimo elementų, nuo kurio priklausys ir viso finansų planavimo rezultatai.

3. Esamos situacijos analizė ir alternatyvų svarstymas. Asmens dabartinė finansinė situacija analizuojama siejant ją su asmens išsikeltais tikslais, svarstomos įvairios alternatyvos, kurios padėtų pašalinti tikslų ir esamos situacijos neatitikimus. Svarbu įvertinti asmens rizikos toleranciją, o tai gali būti padaryta įvairių klausimynų pagalba. Kaip teigia Elger (2004), lygiai taip pat, kaip dauguma finansinių institucijų skiria daug dėmesio savo veiklos rizikai vertinti, tie patys metodai turi būti taikomi ir toks pat dėmesys turi būti skiriamas investuotojo (asmens ar šeimos) finansinei rizikai.

4. Plano formulavimas ir įgyvendinimas. Išanalizavus asmens dabartinę finansinę situaciją, įvertinus išsikeltus tikslus ir apsvarsčius alternatyvas tikslams pasiekti, galima sudaryti finansinį planą tikslams pasiekti. Finansiniame plane nurodomi pajamų šaltiniai, taupymo ir kaupimo planai, esami įsipareigojimai ir skolinimosi planai, vartojimo išlaidos ir būsimi pirkimai, pateikiama investavimo strategija, draudimo apsauga, įvertinami galimi mokesčiai (turto apmokestinimas, mokesčių susigrąžinimas ir pan.).

5. Periodinė peržiūra ir koregavimas. Keičiantis aplinkybėms, keičiamas ir planas. Daugybė faktorių, tokių kaip gimimas, santuoka, skyrybos, mirtis, ekonominių sąlygų pasikeitimai, darbo pakeitimas ir kiti, daro finansinio plano peržiūrą ir koregavimą privalomą.

Tuo tarpu Brinkley (2005) skiria keturis finansinio plano kūrimo etapus: tikslų ir laiko horizonto nustatymą, rizikos tolerancijos įvertinimą, lėšų tikslų finansavimui radimą (mažinant išlaidas ir pan.) ir investavimą. Žinant tikslus ir laiko horizontą, įvertinus riziką ir turint lėšų pradedama investuoti.

Daugumai žmonių finansų planavimas yra reikalingas. Hallman ir Rosenbloom (2003) teigimu, keletą sudėtingesnių turto valdymo priemonių naudoja daugiausia turintys aukštas pajamas ir daug turto, tačiau taip yra todėl, kad mažiau uždirbantiems asmenims trūksta informacijos apie finansų planavimą. Dėl ekonominio augimo, mokesčių struktūros, dviejų uždirbančiųjų šeimoje ir kitų socialinių ir ekonominių pokyčių stublinamai išaugo asmeninių finansų planavimo poreikis ir finansinio planavimo sudėtingumas.

Dėl daugybės priežasčių dauguma žmonių nelinkę planuoti asmeninių finansų. Dauguma mano, kad jie neturi pakankamai turto ar pajamų, kad jų finansinės operacijos ir taip yra teisingos ir kryptingos. Dažniausiai abi šios prielaidos yra klaidingos. Taip pat egzistuoja natūrali tendencija, būdinga užimtiems žmonėms, atidėlioti finansų planavimą. Galiausiai kai kurie žmonės laikosi nuomonės, kad profesionalus asmeninių finansų valdymas brangiai kainuos.

O'Curry (2003) tyrimai parodė, kad dauguma amerikiečių norėtų sistemingai valdyti savo finansus, tačiau to nesugeba daryti. Dažniausiai buvo nurodomos dvi priežastys, kodėl vengiama sudaryti biudžetus, planuoti išlaidas ir pan.

Tai turėjimas per mažai pinigų ir turėjimas pinigų daugiau nei reikia. Galiausiai dalis respondentų savo finansinę situaciją linkę laikyti laikina, nors dauguma jų keletą metų iš eilės yra įsiskolinę bankui.

Lietuvoje asmeninių investicijų plėtros galimybių tyrimą apklausos būdu, siekiant išsiaiškinti gyventojų taupymo ir investavimo įpročius ir kliūtis asmeninių investicijų plėtrai, atliko Klimavičienė, Jurevičienė (2007). Tyrimo rezultatai atskleidė, kad pagrindinės priežastys, kurios trukdo asmeninių investicijų plėtrai, yra investavimui reikalingų žinių ir įgūdžių stoka ir mažos gyventojų pajamos.

Nepaisant to, kad egzistuoja suprantamos priežastys, kodėl žmonės nelinkę planuoti asmeninių finansų, kaštai gali būti ypač dideli. Šeima gali būti neapsaugota arba nepakankamai apsaugota nuo tokių asmeninių nelaimių kaip mirtis, neįgalumas, sunkios ligos, nelaimės, ilgai trunkantis nedarbas, nesugebėjimas valdyti savo turto ir pan. Taip pat gali būti atidėta nepakankama lėšų suma išsilavinimui ir pensiniam amžiui. Nesugebėjimas tinkamai diversifikuoti investicijų portfelį gali atnešti daugybę nuostolių. Asmeninių finansų neplanavimas gali lemti ir didesnius nei būtina pajamų, turto, dovanojimo ir paveldimo turto mokescius. Galiausiai asmens tikslai liks neįgyvendinti. Tai gali būti galimybė keisti darbą, siekti mokymosi galimybių, keliauti, išeiti anksti į pensiją ir t. t.

Pensijos planavimas yra vienas esminių asmeninių finansų valdymo elementų. Siekiant išsikelto disertacijos tikslo toliau bus nagrinėjama pensijos planavimo problematika: pensijos planavimo apimtis, tikslai ir būdai, tiems tikslams įgyvendinti, pensijos planavimui būdinga rizika, tvaraus investicijų portfelio sudarymo klausimai.

1.2. Pensijos planavimas: asmens iniciatyvos link

Šiandien pensinio amžiaus žmonės priima vis sudėtingesnius finansinius sprendimus. Praeityje liko tie laikai, kai buvo galima pasikliauti vien valstybine pensijų sistema. Pensijos draudimo, pensijų fondų atsiradimas, pensijų reforma skatina vis daugiau žmonių kaupti ir investuoti pensiniam amžiui savarankiškai. Tikimasi, kad pensinio amžiaus sulaukęs žmonės finansuos patys didžiąją dalį savo išlaidų, tačiau ilgėjanti gyvenimo trukmė, ankstyvas išėjimas į pensiją sąlygoja tai, kad žmonių santaupos turi būti pakankamos finansuoti ir ilgesnio nei įprasta pensijos laikotarpio išlaidas. Ši atsakomybė neįgyvendinama be aiškos investicijų strategijos, apibrėžiančios investicinius sprendimus, ir išlaidų strategijos, nusakančios vartojimo sprendimus. Sharpe, Scott ir Watson (2008) investicijų ir išlaidų strategijos visumą apibūdina kaip pensijos finansų strategiją.

2008-aisiais metais prasidėjusi finansų krizė smarkiai paveikė tuos, kurie neseniai išėjo į pensiją ar ketina taip padaryti per artimiausius penkerius ar dešimtį metų. Nekilnojamojo turto kainų kritimas apribojo galimybę nekilnojamąjį

turtą naudoti kaip pajamų šaltinį išlaidų finansavimui. Smarkiai konservatyvesnė bankų kreditavimo politika dar labiau apsunkino nekilnojamojo turto savininkų galimybes pasinaudoti šia finansavimo priemone. Smarkus akcijų rinkos kritimas sumažino asmeninių santaupų ir pensijų fondų vertę.

Klement (2009) pateikia statistinius duomenis, rodančius, kad 401 (k)¹ sąskaitose sukauptos sumos krito daugiau nei 20 % per pirmuosius dešimt 2008-ųjų metų mėnesių. Kritusi turto ir santaupų vertė, ilgesnė gyvenimo trukmė, aukštesnės sveikatos ir ilgalaikės priežiūros paslaugų kainos, aktyvesnis pensinio amžiaus žmonių gyvenimo būdas nulemia didesnių pajamų pensijos laikotarpiu poreikį. Klement (2009) tiki, kad neišvengiamai šiandien išėjusiųjų į pensiją resursai bus ne tik nepakankami visiems troškimams įgyvendinti, bet ir kasdieniams poreikiams patenkinti visą jų likusį gyvenimą. Jie bus tiesiog nepajėgus mokėti už tokį gyvenimo būdą, kurio tikėjosi ir svajojo, tokį, kuriuo mėgavosi ankstesnės kartos.

Pajamų šaltinius pensijos laikotarpiu galima suskirstyti į:

1. Valstybinio socialinio draudimo sistema (pensija).
2. Pensijų fondai.
3. Pensijos draudimas.
4. Nekilnojamasis ir kitas materialus turtas.
5. Asmeninės santaupos.

Šiuo metu daugeliui išsivysčiusių šalių, taip pat ir Lietuvai, būdinga daugiaapakopė pensijų sistema, kurią sudaro trys pakopos, šiuo metu yra efektyviausias būdas senatvės pensijų sistemų subalansavimui. Pirmoji pakopa, kurią valdo valstybė ir kuri užtikrina pagrindinę (bazinę) pensiją, turi solidariai perskirstyti įmokas (socialinio draudimo mokesčių), gaunamas iš darbuotojų einamuoju laikotarpiu, tam, jog būtų mokamos išmokos (senatvės pensijos) einamojo laikotarpio pensininkams. Ši pakopa turi užtikrinti dalyviams bent minimalias pajamas skurdo atveju, ar stipriai sumažėjus pragyvenimo lygiui. Ši pakopa yra pagrįsta einamųjų mokėjimų principu (Gudaitis, 2009). Lietuvoje pirmoji pakopa yra geriausiai žinoma ir seniausiai veikianti – tai „Sodros“ pensija. Dirbantys asmenys ir jų darbdaviai moka mokesčius „Sodrai“, o „Sodra“, juos surinkusi, pasiskirsto dabartiniais pensininkams. Toks pensijų mokėjimas veikė gana sėkmingai, tačiau, pailgėjus gyvenimo trukmei, pensininkų skaičius, lyginant su dirbančių gyventojų skaičiumi, taip pat ženkliai padidėjo. Dėl minėtos priežasties mokesčiai dirbantiems gyventojams dideli, o pensijos mažos, todėl nėra viena socialinė grupė – nei mokesčių mokėtojai, nei pensijų gavėjai – tokia sistema nėra patenkinta. Be to, „Sodros“ pensija mažai priklauso nuo to, kiek žmogus

¹ JAV 401 (k) pensijos kaupimo planas leidžia darbuotojui taupyti pensijai. Sąskaitoje esančios lėšos investuojamos, pajamų mokesčiai atidedamas iki santaupų naudojimo momento. Darbuotojo pasirinkta atlyginimo dalis pervedama į šią sąskaitą. Darbdavys savo ruožtu gali pervesti tam tikrą procentą nuo atlyginimo darbuotojų motyvacijos ir kitais tikslais.

mokesčių sumokėjo, kol dirbo. Taigi tapo aišku, kad pensijų mokėjimo sistemą reikia reformuoti, todėl buvo sukurti privatūs pensijų fondai, dar vadinami II pakopos pensijų fondais.

Antrąją pakopą sudaro privalomai mokamų socialinių mokesčių dalies nukreipimas (privalomas ar savanoriškas) į juos investuojančias ir administruojančias privačias institucijas – antros pakopos pensijų fondus. Įmokų mokėjimas turėtų trukti visą dirbingą asmenų gyvenimo laikotarpį, pensijos dalis priklausytų nuo dirbančiųjų gaunamų pajamų (tuo pačiu mokamų socialinių įmokų). Ši pakopa turi skatinti dalyvius kaupti papildomą kapitalą senatvei. (Gudaitis, 2009).

Trečiąją pakopą sudaro savanoriškas įmokų mokėjimas į jas valdančias privačias institucijas – trečios pakopos pensijų fondus. Šios pakopos tikslas, suteikiant mokesčių lengvatas skatinti dalyvius sukaupti papildomų lėšų didesnei senatvės pensijai. Ši pakopa yra pagrįsta finansavimo principu (Gudaitis, 2009).

Vertindamas Lietuvos pensijų sistemos reformą, Pasaulio bankas įvardija ir nulinę pakopą (angl. *zero pillar*), kurią sudaro socialinės apsaugos instrumentai (pvz. bazinė pensija) (Gudaitis, 2009).

Pajamų pensijos laikotarpiu struktūra kinta. XX a. antroje išsivysčiusioms šalims aprūpinimas senatvės pensijomis buvo gana paprasta užduotis. Apibrėžtų išmokų (angl. *defined benefit, DB*) valstybinės pensijos sistemos veikė gerai ir teikė adekvačią ir saugią naudą dėl pakankamo įmokas mokančių dalyvių skaičiaus lyginant su pensijų gavėjų skaičiumi, kadangi tokios pensijų sistemos paremtos einamųjų mokėjimų (angl. *Pay-as-you-go, PAYG*) finansavimo modeliu (Yermo, 2011). Einamųjų mokėjimų modelyje dabartiniai dirbantieji moka socialinio draudimo įmokas, kuriomis finansuojamos esamų pensininkų pensijos. Pagal šią sistemą kiekviena vėlesnioji karta iš savo sumokėtų įmokų finansuoja ankstesnės kartos senatvės pensijas. Tuo tarpu kaupimo modelyje kiekvienas dalyvis iš pensijų sistemos gaus tiek, kiek jis sumokėjo įmokų (plius / minus investicinis pelnas) (Gudaitis, 2009).

Demografinis visuomenės senėjimas sukėlė rimtus iššūkius valstybinei pensijų sistemai. Dėl mažėjančio gimstamumo ir ilgesnės gyvenimo trukmės dabar Europos Sąjungos šalyse vidutiniškai 4 dirbantys asmenys išlaiko vieną pensininką. Iki 2040 m. šis santykis sumažės iki 2, o kai kuriose šalyse, pavyzdžiui, Vokietijoje, jis bus lygus 1. Europos Komisija prognozuoja², kad 2060 m. vienam dirbančiajam teks vienas pensinio amžiaus asmuo.

Pensijų sistemų reformų pasekmė – pensijų sistemos, kurios daugiau remiasi kaupimu ir didesniu ryšiu tarp įmokų ir išmokų nustatant apibrėžtų įmokų (angl. *defined contribution, DC*) formules. Apibrėžtų įmokų sistemoje dalyviai

² The 2009 Aging Report: Underlying Assumptions and Projection Methodologies. European Economy 7/2008. European Commission, Directorate-General for Economic and Financial Affairs. European communities, 2011.

kaupia senatvės pensiją sau. Būsima senatvės pensija priklauso nuo sumokėtų įmokų dydžio ir metinės investicijų grąžos, kuri gaunama investavus įmokas. Tuo tarpu apibrėžtų išmokų (angl. *defined benefit, DB*) sistemoje, pensija yra nustatoma pagal išdirbtą metų skaičių ir dažniausiai atsižvelgiama į atlyginimo dydį tam tikrą periodą (pvz. paskutiniai treji metai iki pensijos, viso darbingo laikotarpio vidurkis ir pan.). Tokiu būdu, senatvės pensijos apskaičiavimo formulė yra apibrėžta iš karto.

Privačios pensijos svarba išaugo pastaraisiais metais, kai vykdant pensijų reformas buvo sumažintos senatvės pensijos. 17 Ekonominio bendradarbiavimo ir plėtros organizacijos (EBPO) šalių (Suomijoje, Norvegijoje, Islandijoje, Šveicarijoje, Švedijoje, Danijoje, Olandijoje ir kt.) privačios pensijos planai yra privalomi arba beveik privalomi (privalomi darbuotojams pagal kolektyvines sutartis). 6 EBPO šalyse privačią pensiją kaupia daugiau nei 40 % populiacijos³.

Kaip teigia Martin ir Whitehouse (2008), nuo 1990 iki 2005 m. faktiškai visos 30 EBPO šalių vykdė reformas, kurių pagrindinis tikslas buvo pasiruošti padengti pensijų išlaidas visuomenėms senstant, kitaip tariant – sumažinti santykinės nacionalinės išlaidas pensijoms. Šešiolikoje iš jų padaryti pakeitimai, kurie gerokai paveiks būsimas išmokas. Taip pat visose šalyse svarbesnis vaidmuo buvo paliktas privačioms pensijoms: tiek privalomosioms, tiek savanoriškoms. Iki reformų tiriamų šalių senatvės pensijų pakeitimo koeficientas buvo 84 %, po reformų – apie 70 %. (bendras EBPO šalių vidutinis pakeitimo koeficientas sudaro 58,7 %). Labiausiai pensijos sumažintos Meksikoje – per pusę. Portugalijoje poreforminės pensijų išmokos sudaro 40 % buvusių, Vokietijoje – 27 %. Kitose šalyse reformos buvo mažiau radikalios.

Nors šie pensijų mažinimai atliekami laipsniškai (pvz., Italijoje visi pokyčiai įsigalios tik nuo 2017 m.), jie vis viena paliečia tą kartą, kuri jau yra per arti pensijos, kad galėtų prisitaikyti prie naujų taisyklių ir pasinaudoti jomis savo pensijos naudai. Kitaip sakant, valstybė keičia savo, kaip pensijos mokėtojos, išipareigojimus atgaline data ir vienašališkai. Dėl ekonominės, demografinės ir gyvenimo būdo kaitos realiųjų tokių vyriausybės veiksmai yra visiškai logiški ir pagrįsti, ir vargu ar jiems yra alternatyvų. Tačiau juos darant nebegalima teigti, kad valstybė garantuoja konkrečias pensijų išmokas. Valstybė garantuoja „kažkokias“ pensijų išmokas, visai nebūtinai tokias, kokios buvo žmogui mokant socialinio draudimo įmokas. Analogiškai kaip pensijų fondai garantuoja dalyviams ne iš anksto apibrėžtas ir žinomas, bet tokias išmokas, kokias pavyks sukaupiti (Azguridienė, 2010).

³ OECD (2011), *Pensions at a Glance 2011: Retirement-income Systems in OECD and G20 Countries*, OECD Publishing.

Šiandien neabejojama, kad ateityje asmuo vis daugiau turės rūpintis savo gerove pensijos amžiuje savarankiškai, mat senatvės pensija, teikiama valstybės socialinio draudimo sistemos, jau yra ir toliau bus nepakankama užtikrinti priešpensinio gyvenimo kokybę. Socialinės apsaugos ir darbo ministerija prognozuoja, kad 2050 m. išėję į pensiją tegaus 33 % vidutinio atlyginimo siekiančią pensiją, jei nekaups dalies pensijos II pakopos pensijų fonduose. O dalyvaujant II pakopoje pensija išaugtų iki 40,6 % vidutinio atlyginimo. Tolimesni šios disertacijos tyrimai yra paskatinti būtent šios išvalgos: asmuo neišvengiamai privalės kaupti pensijai privačiuose pensijos fonduose ar kitų finansinių instrumentų pagalba finansinius išteklius pensijos laikotarpiui tiek savo, tiek valstybės ekonominės-socialinės politikos iniciatyva, o pensijos laikotarpiu sukauptas lėšas naudoti vartojimui.

Įvertinti pajamų poreikį pensijos laikotarpiu priklausomai nuo asmens poreikių, tikslų ir norų galima įvairiais metodais, tačiau šioje disertacijoje siekiama nustatyti, kaip portfelio sudėtis gali pailginti santaupų tvarumą ir net padidinti jų grąžą. Nesitikima, kad būsimas pensinio amžiaus žmogus galės gyventi iš dividendų ir palūkanų – jis neišvengiamai turės panaudoti vartojimui ir pagrindinę santaupų sumą. Visco (2008) teigia, kad finansų krizė parodė, kaip svarbu apsaugoti žmonių santaupas, skirtas pensiniam amžiui. Šiandien itin svarbi valstybės politika šioje srityje.

Investicijų portfelis – tai skirtingų investicinių instrumentų rinkinys, sudarytas siekiant investuotojo finansinių tikslų. Investicinis portfelis gali būti sudarytas iš įvairių turto klasių: nuo akcijų, obligacijų, investicinių fondų, indėlio banke ir grynųjų pinigų iki opcijų, aukso, meno kūrinių ir pan. Šioje disertacijoje investicijų portfelium laikomas finansinių išteklių rinkinys, skirtas investuotojo tikslams pensijos laikotarpiu pasiekti. Tolimesniuose tyrimo dalyse į portfelį įeinančių turto klasių skaičius apribojamas iki akcijų ir obligacijų. Kadangi pagrindinis dėmesys disertacijoje telkiamas į portfelio sprendimus pensijos laikotarpiu, į investicijų portfelį pateks visos asmens valdomos lėšos, gautos iš pensijų fondų ir kitų finansinių instrumentų, kuriuose asmuo kaupė pensijai iki išeidamas į pensiją. Tai gali būti net paveldėtos lėšos ar lėšos gautos pardavus dalį nekilnojamojo turto ir pan.

Vartojimo finansavimui iš investicijų portfelio reguliariai išimant tam tikrą sumą, kurios santykis su pradine portfelio verte vadinamas **išėmimo norma**, portfelio turi pakakti visam pensijos laikotarpiui.

Pensijos laikotarpiu vartojimo tikslai kiekybiškai apibrėžiami per tam tikrą laikotarpį vartojimui reikalingą sumą patikslinant pagal infliaciją. Iš pensijos laikotarpiui skirtą finansinio turto per tam tikrą laikotarpį reikalinga išimti suma vartojimo tikslams nustatoma iš vartojimo reikmėms reikalingos sumos atimant pajamas iš kitų šaltinių, tokių kaip pensija, pašalpa, dalinis užimtumas ir pan. Šioje disertacijoje bus kalbama apie investicijų portfelio sudėties pensijos laiko-

tarpiu nustatymo metodus, siekiant maksimaliai pailginti išlaidų finansavimo laikotarpį ir sumažinti portfelio poreikio tikimybę. Čia vyrauja tvarus (angl. *sustainable*) požiūris į pensijų problematiką, pabrėžiantis būtinybę socialinius tikslus remti finansinėmis galimybėmis ir nespřsti esamų socialinių bei ekonominių problemų ateities kartų sąskaita.

Tvarus investicijų portfelis – toks investicijų portfelis, kurio pakanka vartojimui finansuoti išimant iš jo reguliariai tam tikras sumas visą pensijos laikotarpį. Portfelio tvarumas suprantamas ne tik kaip portfelio savybė generuoti pakankamas pajamas investuotojo pasirinktam gyvenimo kokybės lygiui pensijos laikotarpiu užtikrinti, bet ir kaip gebėjimas siekti ekonominių pensinio amžiaus žmogaus tikslų esamomis finansinėmis galimybėmis, o ne ateities kartų sąskaita. Kiek laiko toks investicijų portfelis bus pakankamas finansuoti vartojimo tikslą arba kiek portfelis bus tvarus, priklauso nuo pradinės portfelio vertės, portfelį sudarančių turto klasių grąžos, portfelio struktūros, išimamų iš portfelio sumų vartojimui, asmens amžiaus išėjimo į pensiją metu, pensijos laikotarpio trukmės.

Portfelio poreikio tikimybė – tikimybė, kad portfelio vertė taps lygi nuliui nesulaukus pensijos laikotarpio pabaigos (mirties momento). Tradiciškai modernioji portfelio teorija portfelio rizikingumui nusakyti naudoja standartinį nuokrypį, kuris rodo, kiek grąžos norma skirtingais laikotarpiais nukrypsta nuo vidutinės grąžos normos. Tačiau siekiant portfelio tikslų pensijos laikotarpiu, portfelio sudarymo ir valdymo metodologija turėtų įvertinti ne tik nežinomą asmens gyvenimo trukmę, bet ir portfelio poreikio riziką, matuojamą tikimybe, kad portfelio vertė taps lygi nuliui anksčiau nei planuota.

Optimalios investicijų portfelio sudėties radimas nėra tokia jau lengva užduotis. Paskutiniai investuotojų elgsenos tyrimai rodo, kad nepriklausomai nuo prioritetų, lūkesčių ir galimos rizikos, investuotojai priimami portfelio sudarymo sprendimai nėra optimalūs. Dominitz ir Hung (2006) teigia, kad investuotojai, sudarydami portfelį, linkę priimti sprendimus pasikliaujant paprastomis taisyklėmis. Benartzi ir Thaler (2001) taip pat pažymi, kad dažniausiai investuotojai, priimdami investicijų portfelio sudarymo sprendimus, remiasi keletu paprastų nykščio taisyklių. Viena tokių nykščio taisyklių yra investicijų diversifikavimo euristika, o jos kraštutinė forma pavadinta $1/n$ euristika. Tai reiškia, kad žmonės be profesionalios pagalbos tiesiog investuoja lygiomis dalimis į visus prieinamus investavimo objektus pensijos kaupimo fonde. Vėliau $1/n$ euristikos empirinius tyrimus atliko Huberman ir Jiang (2004), Thaler ir Benartzi (2007). Jie taip pat parodė, kad respondentai padalina investicijas po lygiai visoms jiems prieinamoms investicijų alternatyvoms.

Paprastai kalbant, jei asmeniui siūlomi n investicijų variantai, jis kiekvienam pasiūlytų investicijų objektų skirs $1/n$ portfelio dalį, nepriklausomai nuo investicijų objekto rizikos charakteristikų ar paties asmens lūkesčių ir prioritetų. Jei asmeniui pensijų fondų valdytojas siūlo investavimo kryptį, kurioje domi-

nuoja akcijos, ir tik nedidelę dalį sudaro obligacijos, tikėtina, kad investuotojas, nepaisydamas rizikos tolerancijos lygio, pasirinks taip pat didesnę akcijų dalį portfelyje. Galima daryti išvadą, kad investuotojo portfelio sudėtį smarkiai nulemia investavimo objektų pasiūla (pvz., pensijų fondų investavimo kryptių pasiūla).

Priešingai, Iyengar ir Jiang (2005) nustatė, kad papildomų investavimo galimybių pateikimas sąlygoja konservatyvesnių investavimo objektų pasirinkimą. Tai reiškia, kad pensijos fondo dalyviai, kuriems siūloma didesnė akcijų dalis pasirinks didesnę obligacijų dalį, nei tuo atveju, jei jiems būtų siūloma mažesnė akcijų dalis.

Binswanger ir Carman (2009) nustatė, kad nykščio taisyklės tipo investuotojų sukaupta pensiniam amžiui suma statistiškai reikšmingai nesiskiria nuo planuotojo tipo investuotojų sukauptos sumos. Galima būtų teigti, kad nykščio taisyklė tarsi būtų išvesta kruopščiai planuojant investicijas pensijos amžiui. Turint galvoje, kad daugumai profesionalus finansų planavimas yra gana sudėtingas ir neprieinamas, ši tyrėjų išvada teikia daug vilčių. Antra vertus, mokslininkai nustatė, kad nykščio taisyklės ir planuotojo tipo investuotojai pensijai sukaupia daug didesnes sumas negu likusi tiriamųjų grupė, kurioje investuotojai dažniausiai priimdavo atsitiktinius investavimo sprendimus.

Mokslininkai sutaria, kad akcijų ir obligacijų santykį portfelyje nulemia lytis, amžius ir pajamos: jaunesni, daugiau uždirbantys vyrai portfelyje didesnę dalį skirs akcijoms. Bhandari ir Deaves (2008) nustatė, kad didesnę akcijų dalį taip pat rinktųsi išsilavinę, patyrę ir gaunantys konsultacijas investicijų valdymo klausimais, linkę planuoti asmenys.

Daug mokslinių tyrimų atlikta analizuojant pensijos planavimą kaupimo etape. Priešingai, ši disertacija yra skirta investicijų portfelio sudarymui pensijos laikotarpiui – ne kaupimo, o sukaupto turto paskirstymo etapui. Investicijų portfelio sudarymą kaupimo etape analizavo Shleef ir Eisinger (2007), Sotto *et al.* (2008), Abuizam (2009) ir kt.

Schleef ir Eisinger (2007) Monte Carlo imitacinio modeliavimo metodu analizuoja tam tikrus portfelio sudėties variantus siekiant sukaupiti tam tikrą sumą nustatytu laiku ateityje. Padaryta išvada, kad gyvenimo ciklo fonduose sukauptos sumos neprilygsta pastovios sudėties portfeliui (pavyzdžiui, 80 % akcijų ir 20 % obligacijų) sukauptai sumai.

Sotto *et al.* (2008) atliko gyvenimo ciklo fondų portfelių patikrinimą su istoriniais duomenimis ir imitaciniu modeliavimu. Akcijų dalies mažinimas su amžiumi pasiteisino tik tikrinant su istoriniais duomenimis. Imitacinių modelių pagalba patvirtinta, kad kaupiant pensijos laikotarpiui optimali yra pastovios portfelio sudėties strategija.

Subalansuoti arba gyvenimo stiliaus fondai (angl. *life-style funds*) turi jau galias tradicijas investicinių fondų rinkoje, tačiau gyvenimo ciklo fondai (angl.

life-cycle funds) yra dar pakankamai nauji. Viceira (2007) teigia, kad gyvenimo stiliaus fondai remiasi rizika paremtu investavimu (angl. *risk-based investing*) idėja arba nuostata, kad akcijų dalis portfelyje turi būti priklausoma nuo investuotojo rizikos tolerancijos ir investicijų horizonto. Gyvenimo ciklo fondai yra gyvenimo stiliaus fondų variantas, paremtas nuo amžiaus priklausomo investavimo (angl. *age-based investing*) idėja arba nuostata, kad jaunas investuotojas turi didesnę dalį portfelyje skirti akcijoms dėl ilgesnio investavimo horizonto, o šią dalį mažinti pensiniam amžiui artėjant.

Abuizam (2009) @RISK imitacinio modeliavimo būdu tyrė tam tikrų pastovios portfelio sudėties variantų įtaką portfelio vertei ir su ja susietai rizikai. Kiekvienam portfelio scenarijui modelis nustato rizikos vertę (angl. *value at risk*) VAR, kuri nusako mažiausią tikėtiną grąžą su tam tikra tikimybe per numatomą investicijų laikotarpį. Tyrimu siekiama parodyti, kaip imitacinio modeliavimo technika gali būti panaudota sudarant optimalų portfelį.

Dėmesio optimalaus portfelio sudarymui pensijos laikotarpiui mokslinėje literatūroje skirta nedaug. Tradiciškai manoma, kad optimali portfelio sudėtis pensijos kaupimo etape ir paskirstymo etape turi būti skirtinga, kadangi kaupimo etape aktualus yra portfelio augimas, o paskirstymo etape akcentuojama galimybė iš portfelio gauti pajamų. Dėmesys pajamoms lėmė tai, kad dažniausiai būdavo rekomenduojama investicijų portfelį sudaryti iš pajamas teikiančių investicijų objektų, tokių kaip obligacijos, privilegijuotosios akcijos, aukštus dividendus žadančios akcijos, indėliai. Pastovių pajamų investicijos tokių atveju turėtų generuoti stabilų pajamų srautą, kuris būtų pakankamas finansuoti pagrindinius asmens poreikius. Tačiau, kaip teigia Leimberg *et al.* (2007), šiandien išėjusiųjų į pensiją laukia paskirstymo etapas, kuris gali trukti 20, 30 ar dar daugiau metų, todėl tradicinis požiūris į pajamų užtikrinimą pensiniam amžiui turėtų pasikeisti.

Finansiniai ištekliai, skirti pensijos laikotarpiui, arba investicijų portfelis, padalytas tam tikru santykiu tarp turto klasių, naudojamas kaip pajamų šaltinis išimant iš portfelio tam tikrą jo dalį per tam tikrą laikotarpį. Lyginant su pensijos draudimu šis pajamų pensijos laikotarpių gavimo metodas, mokslinėje literatūroje dar vadinamas asmeninio anuiteto arba periodinių išėmimų strategija, yra daug lankstesnis, ankstyvos mirties atveju įgalina sukauptos sumos nepanaudotą likutį palikti paveldėtojams. Dus, Maurer ir Mitchell (2005) teigia, kad pensijos reforma Europoje ir JAV paskatino išėmimų strategijos populiarėjimą pasaulyje. Pavyzdžiui, Vokietijoje atsirado Riester planai, mokesčių atidėjimu skatinantys asmenis savanoriškai kaupti pensijai (Borsch-Supan *et al.* 2003). Išėjus į pensiją, iš šio plano galima išimti 30 % lėšų, o likusią sumą privaloma skirti pensijų draudimui, kurį siūlo draudimo kompanijos, arba išsimokėti taikant periodinių išėmimų strategiją, šią funkciją perleidžiant investiciniam fondui arba bankui. Sulaukus 85-erių metų visa likusi suma skiriama pensijų draudimui įsigyti. Jungtinėje Karalystėje privati pensija jau yra tapusi norma, o dalis sukauptos sumos

privalo būti skirta anuitetui sulaukus 75-erių. Kanadoje, sulaukęs 69-erių metų asmuo už sukauptas santaupas privalo arba įsigyti pensijų draudimą, arba susidaryti planą periodinių išėmimų strategijos pagrindu (Milevsky, Robinson 2000). JAV pensijų draudimas nėra privalomas turint 401 (k) sąskaitą, tad čia tapo įprasta asmeniui savarankiškai valdyti investicijų portfelį. Šios tendencijos rodo augantį domėjimąsi turto paskirstymo pensijos laikotarpiu procesu, tvaraus investicijų portfelio sudarymo pensijos laikotarpiui aktualumą.

Pagrindinis pensijos planavimo tikslas pagal Guyton (2004) – pensijos laikotarpiu išlaikyti priešpensinio laikotarpio pragyvenimo lygį ir gyvenimo kokybę bei būti laisvam nuo rūpesčių dėl finansinio saugumo ateityje. Žinoma, išlaikyti tą patį pragyvenimo lygį ilgą laikotarpį reiškia turėti nuolat augančias metines pajamas, apsaugančias nuo infliacijos.

Fullmer (2007) pensinio amžiaus žmonių tikslus skirsto į dvi grupes: vartojimo finansavimo ir turto išlaikymo. Vartojimo tikslai gali būti įvardinti perkamosios galios kontekste (pavyzdžiui, mėnesio išlaidoms skirta suma, pakoreguota pagal infliaciją). Suma, reikalinga išimti iš portfelio tam tikro laikotarpio išlaidų finansavimui, yra lygi to laikotarpio vartojimo tikslo ir lėšų iš kitų šaltinių, tokių kaip socialinio draudimo sistema, pensijų fondai ar darbinės veiklos pajamos, skirtumui. Turto tikslai reiškia papildomai pageidaujamas turėti sumas portfelyje, neskaičiuojant vartojimui skirtos portfelio dalies. Tokių tikslų pavyzdžiai gali būti dovanojimo, turto kaupimo paveldėtojams ir kiti tikslai. Vartojimo ir turto išlaikymo tikslai konkuruoja dėl tų pačių išteklių, reikalingų abiejų tipų tikslams finansuoti. Nustačius šių tikslų prioritetus ir poreikius, keliamas klausimas, kaip nustatyti portfelio sudėtį, siekiant įgyvendinti išsikeltus tikslus. Šioje disertacijoje kaip tik ir siekiama atsakyti į šį klausimą.

Todėl šiame kontekste *saugios išėmimo normos* sąvoką Guyton (2004) apibrėžia kaip maksimalią išėmimo normą, kuri tenkina šias sąlygas:

1. Nereikalauja mažinti išimamos iš portfelio sumos lyginant su praėjusiais metais.
2. Siekiant atsverti infliacijos poveikį išėmimai iš portfelio nuolat didinami infliacijos tempu.
3. Užtikrina, kad portfelis būtų pakankamas tenkinti šias dvi sąlygas mažiausiai 40 metų.

Klinger (2007) saugią pradinę išėmimo normą apibūdina kaip tokią didžiausią išėmimo normą, kuri užtikrina teigiamą portfelio vertę metų pabaigoje prie tam tikro pasiklivimo lygmens. Pasiklivimo lygmuo yra mažiausia priimtina sėkmės tikimybė, nustatyta pagal asmens rizikos tolerancijos lygį. Pavyzdžiui, 99 % pasiklivimo lygmuo reiškia, kad 99 % visų investicijų portfelio realizacijų bus sėkmingos.

Jaye ir Stringfellow (2000) išskiria šiuos išimamos iš portfelio sumos arba išėmimo skaičiavimo metodus:

1. Išimama ta pati suma kiekvienais metais.
2. Išimama suma kiekvienais metais didinama tam tikra pastovia suma.
3. Išimama suma kiekvienais metais didinama infliacijos dydžiu.
4. Išimama pastovi procentinė esamos portfelio vertės dalis.

Pirmasis metodas pasižymi parastumu, tačiau jo neigiamas bruožas tas, kad visiškai nesistengiama išlaikyti tos pačios perkamosios galios. Dėl to šis metodas, ypač ilguoju laikotarpiu, yra daugeliu atvejų netinkamas.

Kiek konservatyvesnis yra antrasis metodas, kuris leidžia lengvai prognozuoti ir greitai skaičiuoti išėmimus iš portfelio. Kadangi išėmimo suma kasmet auga ta pačia pastovia suma, šis metodas nepakankamai įvertina infliacijos poveikį.

Trečiasis metodas yra dažniausiai naudojamas investicijų portfelio valdymo tikslais. Infliacijos įtaka pilnai atsveriamą, užtikrinamas perkamosios galios pastovumas.

Pastovios procentinės portfelio dalies metodas įvertina tiek infliacijos įtaką, tiek portfelio augimą (smukimą). Šis metodas užtikrina, kad portfelio vertė visada bus teigiama. Portfelio vertei mažėjant, mažės ir išimama suma, ir atvirkščiai. Šis metodas balansuoja tarp dviejų rizikų – likvidumo ir rinkos rizikos.

Prieš sudarant investicijų portfelį, atliekama asmens tikslų ir poreikių analizė, kuri pagal Collins, Lawson ir Chambers (1997) apima:

1. Asmens pajamų poreikio pensijos laikotarpiu nustatymą įvertinant infliaciją.
2. Portfelį sudarančių turto vienetų analizę ir galimas įplaukas į portfelį.
3. Išėjimo į pensiją datos nustatymą ir išėmimų iš portfelio vykdymo pobūdžio įvertinimą siekiant nustatyti turimą laiką investicijų portfelio kaupimui ir augimui.
4. Infliacijos tempų prognozių įvertinimą.
5. Tikėtinos asmens gyvenimo trukmės nustatymą siekiant nustatyti minimalų reikalaujamą portfelio tvarumo laikotarpį.

Remiantis šia informacija galima įvertinti, kaip projektuojamas portfelio kaupimas užtikrins, kad investuotojo pensijos tikslai būtų įgyvendinti. Esant tikimybei, kad portfelio tvarumas bus nepakankamas, galima keisti investicijų portfelio sudėtį, didinti taupymo apimtį, atidėti išėjimo į pensiją momentą, mažinti prognozuojamas pajamas pensijos laikotarpiu. Tačiau šis investicijų portfelio sudarymo eiliškumas tinka nagrinėjant pensijos planavimo procesą pensijos kaupimo laikotarpiu, kuomet finansiniai ištekliai kaupiami pensijos laikotarpiui.

Norint apskaičiuoti, ar portfelis bus tvarus visą pensijos laikotarpį, turime žinoti, kokios pajamos pensijos laikotarpiu asmeniui yra pakankamos. Pakeitimo koeficientas (angl. *replacement ratio*) yra plačiai pripažįstamas rodiklis, parodantis kurią priešpensinio laikotarpio pajamų dalį asmuo gauna iš kitų pajamų šaltinių pensijos laikotarpiu. Pakeitimo norma apskaičiuojama pajamas pensijos

laikotarpiu dalinant iš pajamų, buvusių prieš išeinant į pensiją. Remiantis plačiai paplitusiu požiūriu laikoma, kad asmenys, kurių pajamos pensijos laikotarpiu sudaro 70-80% priešpensinio laikotarpio pajamų, sėkmingai išlaikė darbingo amžiaus gyvenimo kokybę ir pensijos laikotarpiu (MacDonald, Moore, 2011). 70 % rodiklį naudoja ir EBPO.

Lietuvos Respublikos Statistikos departamento duomenys, pateikti 1.1 lentelėje, rodo, kad bendras vidutinis darbo užmokestis atskaičius mokesčius šalies ūkyje 2010 m. buvo 1552 Lt. 2010 m. vidutinė senatvės pensija buvo 811,12 litų (1.2 lentelė) (Moterys ir vyrai Lietuvoje 2010, Lietuvos ekonominė ir socialinė raida 2011/08). Pensijos stygių sudarys skirtumas tarp pageidaujamų pajamų lygio ir tikėtinų senatvės pensijos. Nors vidutinio darbo užmokesčio ir vidutinės senatvės pensijos skirtumas nėra visiškai teisingas pensijos stygiaus atitikmuo, mat nėra tiesioginio ryšio tarp šių dydžių, visgi, šis skirtumas leidžia suprasti, kad pensijos stygius išties yra nemažas.

1.1 lentelė. Vidutinis mėnesinis darbo užmokestis Lietuvos ūkyje litais

Table 1.1. Average monthly earnings in Lithuanian economy in Litais

Vidutinis darbo užmokestis		2008	2009	2010
Vyrai	Bruto	2387	2205	2151
	Neto	1823	1711	1671
Moterys	Bruto	1928	1924	1844
	Neto	1488	1506	1447
Bendras	Bruto	2152	2056	1988
	Neto	1651	1602	1552

Šaltinis: LR Statistikos departamentas

1.2 lentelė. Valstybinio socialinio draudimo vidutinės mėnesinės senatvės pensijos dydis litais

Table 1.2. Size of State social insurance average monthly pension in Litais

Vidutinė senatvė pensija, Lt	2009	2010
Vyrai	835,4	842,9
Moterys	698,8	701,4
Bendras	811,1	746,3 ⁴

Šaltinis: LR Statistikos departamentas

Vidutinė pinigų suma, reikalinga įprastiniams poreikiams patenkinti vienam asmeniui per mėnesį 2010 m. buvo lygi 905 Lt, o dviejų asmenų namų ūkyje be

⁴ Išmokėta vidutinė senatvės pensija. Dėl Socialinių išmokų perskaičiavimo ir mokėjimo laikinojo įstatymo (Žin., 2009, 152-6820) taikymo nuo 2010 m. sausio 1 d. mokamos sumažintos pensijos. Priskaičiuota vidutinė senatvės pensija 2010 m. – 813,66 Lt.

vaikų, kuriame bent vienas asmuo yra 65 metų ar vyresnis – 924 Lt (yra pensinio amžiaus (Gyventojų pajamos ir gyvenimo sąlygos 2010)).

Gyvybės draudimo ir pensijų bendrovės „Aviva“ užsakymu audito bendrovė „Deloitte“ pirmą kartą atlikusi pensijų stygiaus tyrimą nustatė, kad per ateinančius 40 metų į pensiją išeisiantiems žmonėms tam, kad galėtų senatvėje oriai gyventi, trūks net 800 Lt kas mėnesį arba beveik 10 tūkst. Lt per metus. Tiems, kurie nekaupia pensijos antrosios pensijų pakopos fonduose, šis stygius bus dar didesnis. Tyrėjai apskaičiavo, kad 40-mečio lietuvių, uždirbančio 2 030 litų per mėnesį prieš atskaitant mokesčius, atlyginimas augs po 3,5 % kasmet ir sudarys 4 327 litus per mėnesį iki mokesčių. Tikėtina valstybės mokama pensija sudarys apie 37 % buvusių pajamų. Norint turėti pakankamą gyvenimo lygį, šiam žmogui dar trūks 830 litų per mėnesį, kad jo turimos pajamos prilygtų bent 70 % iki pensijos buvusių pajamų (Pensijų stygius Lietuvoje, 2010). Tačiau pertvarkius pensijų sistemą prognozuojama, kad 2050-aisiais vidutinė pensijos pakeitimo norma sieks 33–41 %. Tai reiškia, kad esant nustatytam įmokų dydžiui vidutinio pensijos gavėjo vartojimo pajėgumai sudarys kiek daugiau nei trečdalį vidutinio dirbančio asmens pajėgumų. Vidutinės pensijos pakeitimo normos Lietuvoje dinamika pateikta 1.3 lentelėje. Kriziniais 2009 m. pakeitimo norma buvo aukštesnė, nes smukus vidutiniam darbo užmokesčiui sumažėjo atotrūkis tarp dirbančių asmenų ir pensijų gavėjų vartojimo galimybių.

1.3 lentelė. Vidutinės senatvės pensijos pakeitimo norma Lietuvoje, %

Table 1.3. Replacement rate of State social insurance average monthly pension, %

Pakeitimo norma, %	2008	2009	2010
Bruto darbo užmokesčio	35,7	39,4	38
Neto darbo užmokesčio	46,5	50,7	48,6

Šaltinis: LR Statistikos departamentas

Autorės tyrimai (Klimavičienė, 2010 A.) parodė, kad portfelis iš kurio 65 metų išėjęs į pensiją asmuo išima daugiau nei 10 % pradinės portfelio vertės, bus pereinamas su didesne nei 40 % tikimybe. Tuo tarpu asmeniui, kuriam priimtina 10 % poreikio tikimybė, galės tikėtis išimti apie 6 % pradinės portfelio vertės kasmet, jei portfelį sudarys naudodamasis stochastinio optimizavimo metodu.

Tikėtina, kad asmenys, gaunantys aukštesnes pajamas bus sukaupę daugiau lėšų pensijai negu gaunantys vidutines ar žemesnes nei vidutines pajamas, todėl tolimesni tyrimai orientuoti į aukštesnes nei vidutines pajamas gaunančius asmenis. 1.4 lentelėje pateikti reikalingos portfelio vertės skaičiavimai trims iki pensijos laikotarpio buvusių pajamų variantams: pirmuoju atveju asmens (dydžiai vyrams ir moterims suvidurkinti) pajamos iki pensijos lygios vienam vidutiniam darbo užmokesčiui į rankas – 1552 litus, antruoju atveju – dviem viduti-

niams darbo užmokesčiams į rankas, trečiuoju – atitinkamai trims vidutiniams darbo užmokesčiams į rankas.

1.4 lentelė. Reikalinga pradinė portfelio vertė litais

Table 1.4. Required initial value of investment portfolio in Litais

	x1	x2	x3
Mėnesinis darbo užmokestis (bruto)	1965	3929	5894
Mėnesinis darbo užmokestis (neto)	1552	3104	4656
Pageidaujamas pajamų lygis	70%	70 %	70 %
Pageidaujamos mėnesio pajamos	1086	2173	3259
Mėnesinė senatvės pensija	701	1005	1310
Pajamų skirtumas per mėnesį	386	1168	1950
Pradinė portfelio vertė	77180	233560	389940

Asmuo tikisi pensijos laikotarpiu gauti pajamas, lygias 70 % iki pensijos buvusio uždarbio, atskaičius mokesčius. Kuo asmens pajamos didesnės, tuo didesnis pajamų stygius pensijos laikotarpiu. Tarkime, kad asmeniui priimtina 10 % portfelio poreikvojimo tikimybė. Todėl reikalinga pradinė portfelio, kuriuo bus finansuojamas pensijos stygius išimant po 6 % portfelio vertės kasmet, vertė pensijos laikotarpio pradžioje pirmuoju atveju turėtų būti nemažesnė nei 77 tūkst. litų, antruoju atveju – 234 tūkst. litų, trečiuoju – 390 tūkst. litų

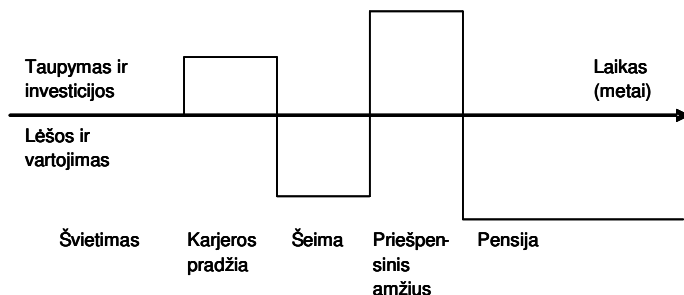
1.3. Finansų sprendimai asmens gyvenimo cikle

Praėjusio šimtmečio viduryje Nobelio premijos laureatas Modigliani ir jo studentas Brumberg (1954) pristatė vartojimo teoriją, pagal kurią asmuo priima apgalvotus sprendimus, kiek jis norėtų vartoti būdamas tam tikro amžiaus, įvertinant asmens turimus resursus per jo gyvenimą. Kaupdami ir naudodami sukauptą turtą, dirbantys individai gali kaupti pensijai, ir suderinti vartojimą su esamais to amžiaus poreikiais nepriklausomai nuo esamų pajamų tame amžiuje. Vartotojo taupymas priklauso nuo jo gyvenimo ciklo etapo, o visuminio taupymo ir vartojimo lygį lemia vidutinis pensinis amžius ir ekonominis augimas ilgu laikotarpiu. Žinoma, kuo ilgesnis pensinis amžius, tuo didesnė gyvenimo dalis praleidžiama nedirbant ir tuo mažiau pajamų vartojama einamuoju momentu. Ekonominis augimas taip pat lemia didesnę taupymą: ekonomikai augant vartotojai uždirba, taigi ir taupo, daugiau negu sutaupė ankstesniosios kartos dirbantieji – dabartiniai pensininkai, santaupas leidžiantys vartojimo reikmėms, taigi dirbančiųjų taupymas atsveria dabartinių pensininkų sukauptų lėšų vartojimą (Ramanauskas, Jakaitienė 2007).

Šios nuostatos, kurios tuo laiku buvo nepatikrinamos, suformavo gyvenimo ciklo hipotezę, kuri iki šiol yra esminė ekonominės minties dalis. Paprasčiausiai formuluojama gyvenimo ciklo teorija teigia, kad vartotojas iki pensijos taupo ir kaupia turtą, o paskui jį pamažu išsekvoja vartojimo tikslais. Deaton (2005) pastebėjo, kad Modigliani parodė, kad viena svarbiausių priežasčių taupyti yra išteklių kaupimas pensiniam amžiui.

Pagal gyvenimo ciklo teoriją žmogaus pajamos visą jo gyvenimą kinta: gyvenimo ir darbo veiklos pradžioje jos yra mažesnės (dar neįgyta kvalifikacija, dar nepadaryta karjera), vėliau jos padidėja, o profesinės veiklos ir gyvenimo ciklo pabaigoje dėl mažesnių galimybių dirbti vėl sumažėja. Išlaidos turėtų būti maždaug vienodos visą gyvenimą. Tik gyvenimo ciklo pradžioje, kai išlaidos didesnės už pajamas (įsigijamas būstas, kuriama šeima), tenka skolintis; kai pajamos didžiausios, dera atiduoti ankstesnes skolas ir kaupti pinigus senatvei arba laikui, kai pajamos gali sumažėti, kad būtų galima išlaikyti tą patį išlaidų lygmenį. Deja, žmogus dėl ekonominių, psichologinių ar socialinių priežasčių ne visada taiko šią teoriją priimdamas kasdieninius sprendimus. Tvarkant asmeninius finansus, ne visada pasiseka elgtis apgalvotai, sprendimus priimti remiantis ekonomine nauda.

Individo asmeninis turtas įvairiais gyvenimo etapais yra skirtingas. Kiekvienas etapas turi specifinių ypatybių. 1.1 paveiksle parodyta, kaip Mankiw (1997) gyvenimo ciklą vaizduoja grafiškai.

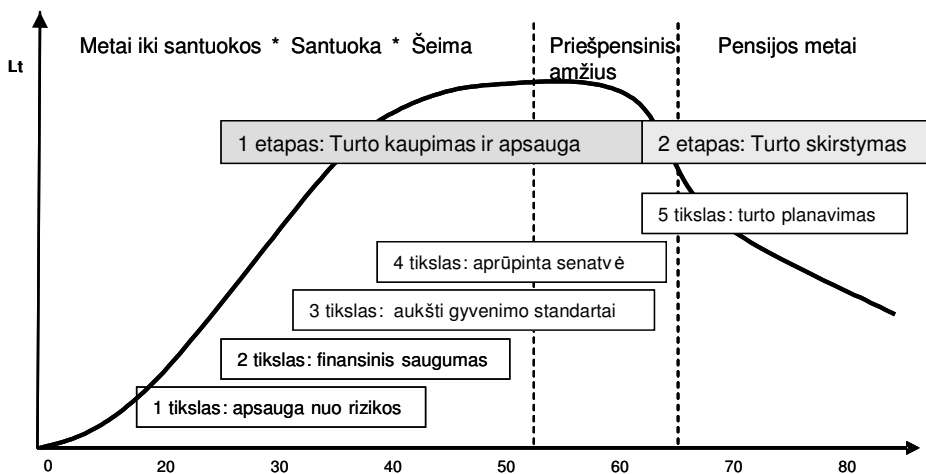


1.1 pav. Finansų sprendimai gyvenimo cikle
Fig. 1.1. Financial decisions over the life cycle

Analizuojant asmens išlaidas gyvenimo ciklo etapuose pastebima, kad jaunesnių žmonių vartojimo poreikis esant gana žemoms pajamoms yra santykinai didelis. Jis apima išsilavinimo išlaidas, šeimos kūrimą, būsto įsigijimą ir pan. Jauni žmonės dar nėra sukaukę pakankamai turto, todėl neretai tenka skolintis. Vėliau pajamos auga, paskolos būna grąžintos, vaikai suauga, dėl to išlaidos sumažėja. Pensijos laikotarpiu pajamos dažniausiai gaunamos iš pensijos ir san-

taupų. Parduodami investicijas, dauguma pensinio amžiaus žmonių gali išleisti daugiau negu gauna vien pensijos.

Ankstyvi bandymai susieti vartojimą, pajamas ir santaupas priklauso Fisher (1930) ir Harrod (1948). Tuos pačius argumentus išsakė Ando ir Modigliani (1957, 1963). Jų modelis padėjo pagrindą vartotojų išlaidų, taupymo ir investicijų tyrimams. Gyvenimo ciklo hipotezė plačiai taikoma vartojimo paskirstymui dabartyje ir ateityje paaiškinti. Pagal šią teoriją asmenys įvertina savo galimybes vartoti per ilgą laikotarpį ir atitinkamai tam tikru santykiu nustato dabartinį vartojimą. Hall (1978) teigia, kad šis įvertis gali įgyti asmeninio turto formą. Modigliani (1970) nuomone, šis įvertis gali nusakyti turto anuitetą arba pastovias pajamas, tuo tarpu, Friedman (1957) sako, kad šis santykis turi būti labai arti vieneto. Jis pateikė empirinį modelį, kuris leidžia remiantis dabartiniu vartojimu prognozuoti vartojimą ateityje. Tradiciškai gyvenimo ciklo hipotezė sako, kad turto kaupimo kreivė per asmens gyvenimo ciklą nubrėžia varpo formos kreivę, kuri paprastai kalbant reiškia, kad asmuo kaupia turtą iki pensijos, o vėliau jį sunaudoja. 1.2 paveiksle parodyta, kaip asmens finansinius tikslus gyvenimo cikle ir turto kaupimo kreivę vaizduoja Gordon (2001).



1.2 pav. Finansiniai tikslai gyvenimo cikle

Fig. 1.2. Financial goals over the life cycle

Gyvenimo ciklas lemia investicinius sprendimus: kuo ilgesnis investavimo horizontas, tuo daugiau investuojama rizikingiau. Jaunesni investuotojai, kuriems iki pensijos likę dar daug metų investuos daugiau į akcijas nei vyresni žmonės. Senstant ir trumpėjant investicijų horizontui verta būti konservatyvesniam, mažinti akcijų dalį portfelyje, kadangi turima nedaug metų blogiems me-

tams atsverti geraisiais. Todėl 25 metų žmogus, kuris tikisi gyventi iki 85 metų, pensinio amžiaus planavimo horizontas bus 60 metų. Didėjant žmogaus amžiui, planavimo horizontas trumpėja (Bodie 2002). Benzoni ir Chyruk (2009) teigia, kad akcijų dalies portfelyje mažėjimo su amžiumi reiškinys dažnai vadinamas *riboto dalyvavimo akcijų rinkoje galvosūkiu*.

Siekiant empiriškai įvertinti ryšį tarp asmens amžiaus ir portfelio sudėties Poterba ir Samwick (1997) atliko gyvenimo ciklo modelio tyrimus ir pastebėjo, kad modelis skirtingai reaguoja į atskiras turto klases. Nekilnojamojo turto ir nuosavo verslo atveju kreivė įgyja varpo formą, tuo tarpu finansinio turto dalis bendrame asmens turto portfelyje iš pradžių laikui bėgant mažėja, o sulaukus brandensio amžiaus ima kilti.

Amžiaus įtaką portfelio sudėčiai kiekybiškai įvertinti gana sudėtinga. Heaton ir Lucas (2000) tyrė namų ūkius, kurių grynoji vertė didesnė nei 10 000 JAV dolerių, o akcijų vertė ne mažesnė kaip 500 JAV dolerių. Analizuodami įvairių amžiaus asmenų portfelių sudėtį jie nustatė, kad vyresnių nei 65-eri metai asmenų portfeliuose akcijų dalis žymiai mažesnė. Yoo (1994) empiriniais tyrimais atskleidė, kad akcijų dalis finansinio turto portfelyje didėja su amžiumi, o išėjus į pensiją ima mažėti. Bertaut ir Starr-McCluer (2001) parodė, kad vyresni žmonės mažiau linkę turėti rizikingų aktyvų nei jauni. Agnew, Banduzzi ir Sunden (2003) taip pat patvirtino, kad amžius daro neigiamą poveikį akcijų daliai portfelyje.

Bhandari ir Deaves (2008) išskiria du pagrindinius investicinius sprendimus lemiančius veiksnius: rizikos toleranciją ir amžių. Visų pirma, žemos rizikos tolerancijos asmenys natūraliai pasirinks didesnę pastovių pajamų investicijų dalį portfelyje. Barsky *et al.* (1997) įrodė, kad rizikos toleranciją nulemia asmens lytis, t. y. moterys yra mažiau linkusios į rizikingesnes investicijas nei vyrai. Antra, prisiimamos rizikos lygis kinta asmeniui pereinant iš vieno gyvenimo ciklo etapo į kitą. Vyresniame amžiuje artėjant link pensijos laikotarpio saugaus žmogiškojo kapitalo dalis asmens portfelyje, kurį sudaro žmogiškasis kapitalas ir finansinis turtas, mažėja, dėl to mažesnė dalis turėtų būti investuojama į rizikingus aktyvus, taip išlaikant investuotojui priimtina rizikingo ir nerizikingo turto santykį (Bodie, Merton, Samuelson 1992). Nepaisant šių ir kitų tyrimų rezultatų, vis dar nesutariama dėl optimalios portfelio sudėties. Pensijų fondai istoriškai dažniausiai rinkosi 60/40 akcijų ir obligacijų santykį portfelyje kaip vidutinį pasirenkamą investuotojų, tuo tarpu Thaler ir Williamson (1994) pasisako už daug didesnę akcijų dalį portfelyje, o Bodie ir Clowes (2003) ragina daugelį investuotojų rinktis didesnę obligacijų dalį portfelyje.

Empiriniai tyrimai patvirtina teorinius samprotavimus. Ackert, Church ir Englis (2002) atliko tyrimą Stanfordo tyrimų institute. Sunden ir Surette (1998), Faig ir Shum (2004) atliko investuotojų finansų tyrimą, Bodie ir Crane (1997), Ameriks ir Zeldes (2001), Agnew, Banduzzi ir Sunden (2003) atliko realių turto

paskirstymo į turto klases pensijų kaupimo sąskaitose tyrimą. Kaip ir tikėtasi, jaunesni, aukštesnės rizikos tolerancijos vyrai rinkosi didesnę akcijų dalį. Logiška, kad pajamos turėtų būti koreliuotos su žmogiškuoju kapitalu. Susituokę asmenys taip pat labiau linkę investuoti į akcijas. Tai paaiškinama didesne dviejų gaunančių pajamas asmenų galimybe prisiimti didesnę riziką ir taip diversifikuoti rinkų svyravimus. Turintys aukštesnę grynąją vertę asmenys taip pat linkę į akcijas. Priežastis ir pasekmė nėra aiški: ar žmogus yra todėl turtingesnis, kad praeityje prisiėmė didesnę riziką investuodamas į akcijas, ar prisiima didesnę riziką dabar, nes turi pakankami turto „atlaikyti“ rinkos svyravimus.

Ameriks ir Zeldes (2001) tyrimai rodo, kad prisiimamos rizikos lygio ir asmens amžiaus priklausomybę apibūdina varpo formos kreivė – pirmiausia rizikos tolerancija auga, o vėliau, pasiekusi maksimumą, ima mažėti. Šie empirinių tyrimų rezultatai neprieštarauja teoriniams samprotavimams. Jagannathan ir Kocherlakota (1996) teigimu, jei asmens pajamos ir akcijų grąža yra teigiamai koreliuotos iki tam tikro lygio, rizikos tolerancija turėtų augti bėgant laikui dėl mažėjančio apsaugos poreikio. Dėl to netgi įmanoma, kad pensijos laikotarpiui artėjant akcijų dalis portfelyje padidinama (Viceira 2001). Be to, nediversifikuojama verslo rizika dažniausiai būdinga jaunesniems žmonėms (Heaton, Lucas 2000), kas taip pat pasakytina apie nekilnojamo turto pirkimo sandorius (Flavin, Yamashita 2002) ir asmeninius nelikvidžius projektus, tokius kaip verslo kūrimas (Fiag, Shum 2002).

1.4. Investicijų horizontas ir portfelio sudėtis: žmogiškojo kapitalo įtaka

Daug finansų valdymo patarėjų pataria su amžiumi mažinti akcijų dalį ir didinti obligacijų dalį portfelyje. Morris, Siegel ir Morris (1995) sako, kad obligacijų dalis portfelyje turi būti nemažesnė nei asmens amžius. Panašiai Quinn (1991) teigia, kad jaunesni asmenys turi rinktis rizikingas investicijas. Malkiel (1996) savo knygoje kalba apie didesnę akcijų dalį individams ankstyvajame gyvenimo ciklo etape ir didesnę obligacijų dalį portfelyje artėjant pensijai. Jis teigia, kad kuo ilgesnis investicijų horizontas, tuo didesnė akcijų dalis turėtų būti portfelyje. Greninger *et al.* (2000) pastebėjo, kad finansų valdymo konsultantai dažniausiai pataria sumažinti rizikingų aktyvų dalį portfelyje likus 3 – 5 metams iki pensijos laikotarpio pradžios.

Diversifikacijos laike paremtas idėja, kad aktyvas ilguoju laikotarpiu yra mažiau rizikingas nei trumpuoju. Istoriniai 1900–2009 m. 17 šalių duomenys⁵ rodo, kad akcijų pelningumas buvo ženkliai didesnis negu obligacijų ilguoju lai-

⁵ Dimson E., Marsh P., Staunton M. Credit Suisse global investment returns yearbook, 2009.

kotarpiau. Daroma išvada, kad asmenys, investuojantys ilgam laikotarpiui, turėtų rinktis rizikingus aktyvus. Daugybė mokslininkų bandė išspręsti šią mįslę, dėl kurios nėra vieningos nuomonės iki šiol. Lloyd ir Haney (1980), Butler ir Domian (1991), Strong ir Taylor (2001) nustatė, kad rizika ilgėjant investicijų horizontui mažėja. Tuo tarpu McEnally (1985) padarė priešingas išvadas. Jaggia ir Thosar (2000) pasiūlė naudingumo funkciją modifikuoti taip, kad ši atspindėtų mažėjančią asmens rizikos toleranciją didėjant amžiui, o tai savo ruožtu rodo, kad asmuo turėtų rinktis rizikingas investicijas ilgesnio investicijų horizonto atveju.

Levy ir Spector (1996) bei Hansson ir Persson (2000) nustatė, kad sudarant optimalų portfelį ilgam laikotarpiui akcijų dalis yra žymiai didesnė nei vienerių metų portfelyje. Jau minėtas Samuelson (1969, 1989, 1990, 1994) ir Kritzman ir Rich (1998), Bodie, Kane, Marcus (2002) teigia, kad rizikingo turto dalies didėjimas ilgėjant investicijų horizontui tėra iliuzija, o rizikingų ir nerizikingų aktyvų santykis portfelyje nepriklauso nuo investicijų horizonto. Tuo tarpu Gunthorpe ir Levy (1994) ir Milevsky (1999) gavo priešingus rezultatus.

Mukherji (2003), analizavę optimalių portfelių sudėties priklausomybę nuo laukiamos galutinės portfelio vertės ir investicijų horizonto, nustatė, kad išdo vekseliai dominuoja trumpo laikotarpio investicijų portfeliuose su žema laukiama galutine portfelio verte. Vidutinio trukmės vyriausybės obligacijos yra pagrindinis investicijų objektas trumpo laikotarpio investicijoms, kai laukiama vidutinė portfelio vertė, bei vidutinio laikotarpio investicijoms, kai laukiama portfelio vertė žema arba vidutinė. Aukštos galutinės portfelio vertės atveju akcijos yra pagrindinis portfelio komponentas. Siekiant vidutinės ir aukštos galutinės portfelio vertės per ilgą investicijų laikotarpį optimalų portfelį turėtų sudaryti vien smulkių įmonių akcijos.

Thorley (1995) išvadų, kad tyrimuose reikia lyginti rizikingo turto ir diversifikuoto portfelio riziką, pagrindu Jan ir Wu (2008) patvirtino Asness (1996), Hodges, Taylor ir Yoder (1997) tyrimų rezultatus ir paneigė diversifikavimo laike idėją, kas reiškia, kad investuotojai ilguoju laikotarpiu turėtų sudaryti nerizikingus arba diversifikuotus portfelius.

Samuelson (1969) ir Merton (1969) išvadas apie portfelio sudėties nepriklausomybę nuo investicijų horizonto paneigia ir realios palūkanų normos ir infliacijos kitimas laikui bėgant. Realybėje kai kurie trumpalaikių investicijų instrumentai gali atrodyti rizikingi ilgalaikiams investuotojams dėl ateities realių palūkanų normų neapibrėžtumo. Todėl investuotojai, investuojantys trumpam ar ilgam laikotarpiui, gali rinktis skirtingus rizikingus investicijų objektus.

Campbell ir Viceira (2002) parodė, kad statinė analizė ne tik netinkama teorinei analizei, bet ir gali vesti prie klaidingų išvadų praktikoje, kai investuotojas investuoja ilgam laikotarpiui. Jie parodė, kad kintant realiai palūkanų normai su infliacija susietos obligacijos suteikia realią apsaugą nuo nominalių palūkanų

normų kitimo. Dėl realių palūkanų normų neapibrėžtumo trumpalaikės investicijos ilgo horizonto investuotojui gali atrodyti rizikingos dėl nežinomų palūkanų normų reinvestavimo metu. Todėl optimali trumpo laikotarpio portfelio sudėtis gali būti skirtinga nuo optimalios ilgo laikotarpio portfelio sudėties.

Modernioji portfelio teorija, kurios vystymuisi didelės įtakos turėjo Markowitz (1952) darbai, yra plačiai pripažįstama kaip pagrindinė priemonė, naudojama nustatyti tiek asmens, tiek institucinio investuotojo portfelio sudėtį. Teorijos esmę atspindi efektyvaus portfelio, turinčio mažiausią riziką, esant tam tikram pelningumui, arba didžiausią pelningumą, esant tam tikram rizikos lygiui, sąvoka. Markowitz (1952) nuomone, nors investicijos į tam tikrą vertybinių popierių pajamingumas gali būti ženkliai didesnis, tačiau rizikos požiūriu ši investicija yra pernelyg agresyvi, nes nepasinaudojama diversifikacijos privalumais. Markowitz (1952) modelis nenustato konkrečios optimalaus portfelio sudėties, jis tik nubrėžia efektyviąją aibės kreivę, kurioje visi portfeliai yra optimalūs, o optimalų pelningumo ir rizikos santykis nustatomas naudojantis abejingumo kreivėmis. Vėliau moderniosios portfelio teorijos pradininko pasekėjai Tobin (1958), Sharpe (1964), Ross (1976), Fama ir French (1993) ir kiti plačiai nagrinėjo portfelio formavimo kriterijus, optimalaus portfelio sudarymo problemas, vertybinių popierių atrankos į portfelį ir jų įkainojimo ypatumus bei portfelio vertę lemiančius veiksnius, ieškant būdų jiems kiekybiškai išreikšti (Cibulskienė ir Grigaliūnienė 2007).

Ibbotson *et al.* (2007) pastebi, kad tradicinė dvimatė rizikos-gražos analizė neįvertina kitų rizikos rūšių, su kuriomis individas susiduria per visą gyvenimą. Dėmesio sutelkimas vien į rizikos diversifikavimą gali būti vienas svarbesnių tikslų instituciniams investuotojams, tačiau visiškai neatspindintis realybės tuo atveju, kai asmuo dirba ir kaupia senatvei. Beje, tai pastebėjo pats Markowitz (1991).

H. Markowitz modelis remiasi dviem pagrindiniais parametrais: pelningumu ir rizika. Tačiau profesorius A. V. Rutkauskas ir kiti Vilniaus Gedimino technikos universiteto mokslininkai suabejojo, ar vien tik šių dviejų parametrų naudojimas yra adekvati priemonė investavimo tikslams aprašyti. Investuotojui svarbu ne tik bendras galimybių visumos rizikingumas, bet ir kiekvienos galimybės patikimumas, todėl pasiūlė adekvatųjį investicijų portfelio pelningumo galimybių vertinimą, kuris leidžia vertinti ir pelningumo galimybių patikimumą (Rutkauskas, Žilinskij 2010).

Ieškant metodų pensinio amžiaus žmogaus vartojimo ir turto tikslams pasiekti dažniausiai remiamasi moderniosios portfelio teorijos principais, tačiau ji, Fullmer (2007) nuomone, puikiai tinka ne portfelio paskirstymo, o kaupimo etapui. Šių etapų tikslai skirtingi: kaupimo etapo tikslas yra sukaupti turtą, o paskirstymo etapo – užtikrinti teigiamą pinigų srautą vartojimui visam likusiam gyvenimui. Siekiant portfelio tikslų pensijos laikotarpiu, portfelio sudarymo ir

valdymo metodologija turėtų įvertinti moderniosios portfelio teorijos apribojimus. Ilgaamžiškumo ir portfelio pereikvojimo rizika, bei asmens galimas prisiimti jos lygis turėtų būti esminiai šios metodologijos aspektai.

Tobin (1958) analizavo rizikingų ir nerizikingų aktyvų portfelyje atskyrimo problemą, vėliau šis reiškinys pavadintas atskyrimo teorema. Pagal šią teoremą, visų investuotojų portfelius sudaro grynieji pinigai ir vienintelis rizikingų aktyvų rinkinys. Kiekvienas investuotojas pagal savo rizikos tolerancijos lygį pasirenka pinigų ir rizikingų aktyvų rinkinio santykį portfelyje. Ši logika prieštarauja bendrai pripažįstamoms investavimo taisyklėms, pagal kurias investiciniai fondai paskirsto aktyvus tarp agresyvių ir konservatyvių fondų. Sudarant konservatyvų portfelį didinamas obligacijų ir akcijų santykis, ir atvirkščiai. Canner, Mankiw ir Weil (1997) parodė, kad konservatyviems investuotojams finansų patarėjai siūlo didesnę obligacijų ir akcijų santykį portfelyje negu tiems investuotojams, kurių rizikos tolerancija yra aukštesnė. Tai prieštarauja atskyrimo teoremai, kuri leidžia keisti ne rizikingų aktyvų, o pinigų ir rizikingo turto santykį.

Kita rizikos-grąžos analizės taikymo išvada yra ta, kad investuotojai turėtų išlaikyti tą pačią portfelio sudėtį nepaisant amžiaus ar investicijų horizonto. Kaip teigia Viceira (2007), tai prieštarauja tiek privačių investicijų, tiek gyvenimo ciklo fondų investicijų valdymo praktikai, kuri leidžia manyti, jog yra ryšys tarp akcijų dalies portfelyje ir investicijų horizonto.

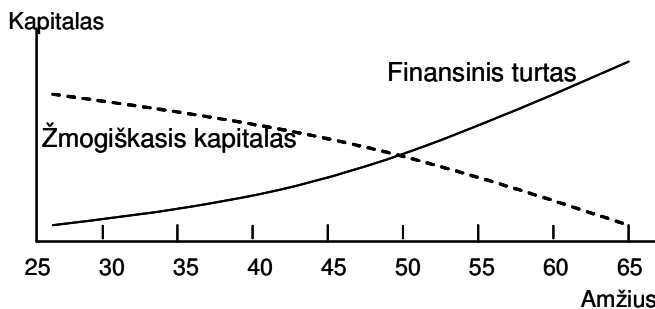
Samuelson (1969), Merton (1969) modeliai leido manyti, kad individai turėtų išlaikyti optimalią pastovią portfelio sudėtį per visą gyvenimą, tačiau šie modeliai rėmėsi prielaida, kad asmuo neturi darbo pajamų, t. y. žmogiškojo kapitalo. Ši prielaida nėra reali, kadangi dauguma žmonių turi žmogiškojo kapitalo. Žmogiškasis kapitalas apibūdinamas kaip ekonominė investuotojo pajamų ateityje dabartinė vertė. Boscaljon (2004) nurodo, kad asmens turtas yra lygus finansinio kapitalo ir žmogiškojo kapitalo sumai. Optimali portfelio sudėtis priklausys nuo žmogiškojo kapitalo rizikos ir grąžos ir jo lankstumo, t. y. galimybės jį įtakoti.

Daug žinomų finansų srities mokslininkų pabrėžia žmogiškojo kapitalo, jo kintamumo, koreliacijos su kitomis turto klasėmis nagrinėjimo svarbą bendrame asmens rizikos analizės kontekste (pavyzdžiui, Bodie, Merton ir Samuelson (1992), Campbell ir Viceira (2002), Merton (2003)). Bodie, Merton ir Samuelson (1992) nagrinėjo darbo pajamų lankstumo įtaką investicijų strategijai. Jie nustatė, kad individai su aukštesniu pajamų lankstumo lygiu, t. y. turintys daugiau galimybių įtakoti pajamas keičiant darbo pasiūlą, turėtų investuoti rizikingiau. Iš to seka, kad jaunesni investuotojai gali investuoti į rizikingesnius aktyvus nei vyresni, kadangi jaunesni turi daugiau galimybių įtakoti savo žmogiškąjį kapitalą.

Sherman ir Chen (1997) tyrė optimalią portfelio sudėtį imitaciniu modeliu, įvertindami žmogiškąjį kapitalą ir įvairius investavimo laikotarpius. Da-

rydami prielaidą, kad žmogiškasis kapitalas yra nerizikingas, jie padarė išvadą, kad dauguma investuotojų, investuodami ilgam laikotarpiui, portfelius turėtų sudaryti vien iš akcijų.

Ibbotson *et al.* (2007) teigia, kad portfelio sudėties pasirinkimo sprendimai glaudžiai susiję su žmogiškuoju kapitalu. Ekonomikos teorija teigia, kad investuotojas sprendimus priima siekdamas maksimizuoti vartojimo naudingumą per visą gyvenimą. Žmogiškasis kapitalas, kuris negali būti parduodamas, dažnai yra vienintelis ir didžiausias turtas, kurį asmuo turi. Jaunesni investuotojai turi daugiau žmogiškojo kapitalo nei finansinio, nes jiems prieš akis dar daug metų darbinei veiklai, mažai buvę laiko sukaupti finansinio turto. Ir atvirkščiai, vyresni žmonės daugiau turi finansinio turto negu žmogiškojo kapitalo, kadangi dirbti jiems likę nedaug laiko, tačiau per visą darbiningą laikotarpį jie galėjo sukaupti didelį finansinį kapitalą. Ibbotson *et al.* (2007) teigia, kad žmogiškasis kapitalas turėtų būti traktuojamas taip, kaip bet kuri kita turto rūšis, kadangi jis pasižymi savita rizika ir koreliacija su kitomis finansinio turto rūšimis. Chen *et al.* (2006) vaizduoja žmogiškojo kapitalo ir finansinio kapitalo sąveiką laike grafiškai (1.3 pav.).



1.3 pav. Finansinio turto ir žmogiškojo kapitalo sąveika

Fig. 1.3. The interaction between financial assets and human capital

Ibbotson ir Kaplan (2000) pažymi, kad investuojant ilgam laikotarpiui portfelio sudėties parinkimas yra vienas esminių sprendimų. Tačiau dažniausiai dėmesys sutelkiamas į prekiaujamo finansinio turto rizikos-grąžos charakteristikas, taip ignoruojama žmogiškojo kapitalo įtaka portfelio sudėčiai. Kaip pastebi Merton (2003), teikiantys finansų valdymo paslaugas šiandien turi analizuoti platesnį turto klasių ir rizikos rūšių ratą negu analizuodami dabartinę situaciją. Greta tradicinės rizikos ir grąžos analizės greta turėtų būti atliekama ir žmogiškojo kapitalo, mirtingumo, draudimo, mokesčių analizė.

Siekdami nagrinėti žmogiškojo kapitalo įtaką investicijų portfeliui Ibbotson *et al.* (2005) praplėtė turto paskirstymo tarp turto klasių modelį, kas leido inves-

tuotojams įvertinti portfelio riziką žmogiškojo kapitalo kontekste ir pakoreguoti rizikingo turto dalį portfelyje. Jie parodė, kad koreliacija tarp žmogiškojo ir finansinio kapitalo turi reikšmingą įtaką portfelio sudėčiai.

Individo finansinio turto dalis, optimaliai investuojama į rizikingą turtą, turėtų mažėti su amžium dėl dviejų priežasčių. Pirma, žmogiškasis kapitalas yra mažiau rizikingas nei akcijos, antra, žmogiškojo kapitalo dalis visoje individo turto struktūroje mažėja didėjant individo amžiui. Pavyzdžiui, ankstyvaisiais individo karjeros metais jo turte dominuoja santykinai saugus žmogiškasis kapitalas, tad norint išlaikyti optimalią viso turto rizikingumą, didelė dalis finansinio turto turi būti investuota į rizikingą turtą.

Kuo didesnės asmens galimybės įtakoti savo ateities pajamas, tuo daugiau bus investuojama į rizikingą turtą. Individai finansinio turto vertės pasikeitimą sugebės kompensuoti darbo kiekiu (daugiau ar mažiau dirbs). Jie turės galimybių dirbti daugiau valandų, rasti papildomo darbo, atidėti išėjimą į pensiją. Jei jaunesni darbuotojai turi daugiau galimybių keisti savo darbo pasiūlą negu vyresni darbuotojai, tai investicijų į rizikingą turtą dalis su amžiumi turėtų mažėti. Ir atvirkščiai, žmonėms, su rizikingu žmogiškuoju kapitalu, tokiems kaip verslininkai, finansų rinkų tarpininkai, analitikai, optimalus kelias būtų karjeros pradžioje iš viso neturėti portfelyje akcijų ir didinti jų dalį su amžiumi.

Kai žmogiškasis kapitalas traktuojamas kaip portfelio dalis, optimali portfelio sudėtis priklauso nuo koreliacijos tarp žmogiškojo kapitalo ir kitų turto klasių portfelyje. Campbell ir Viceira (2002) nustatė, kad nerizikingas žmogiškasis kapitalas sąlygoja galimybę daugiau investuoti į rizikingus finansinius instrumentus. Kai asmens pajamos stipriai svyruoja ir teigiamai koreliuoja su rizikingų aktyvų grąža, investuotojas turėtų rinktis saugesnes investicijas negu pensinio amžiaus žmogus be žmogiškojo kapitalo.

Kaip pabrėžia Ibbotson *et al.* (2007), esant visoms kitoms aplinkybėms vienodomis, dviejų individų, kurių pajamų projekcija ir laikotarpis iki pensijos vienodas, investicijų portfeliai neturėtų būti vienodi, jei jų žmogiškojo kapitalo rizikingumas skiriasi. Jie daro išvadą, kad 100 minus amžius taisyklė akcijų daliai portfelyje nustatyti negali būti taikoma modernaus turto valdymo kontekste. Tačiau, jeigu pensijos laikotarpiu žmogiškojo kapitalo vertė tampa lygi nuliui, disertacijoje iškeliame prielaidą, kad euristinis metodas gali būti taikomas pensijos laikotarpiu portfelio sudėčiai nustatyti.

Apibendrinant galima pasakyti, kad pagal gyvenimo ciklo teoriją jauni žmonės su daugeliu metų darbinės veiklos prieš akis, išeisiantys į pensiją po ilgo laikotarpio, turėtų investuoti į rizikingus aktyvus. Su amžiumi asmens rizikingos investicijos tampa nebe tokios patrauklios dėl žmogiškojo kapitalo vertės sumažėjimo, finansinio turto vertės išaugimo. Šioje disertacijoje dėmesys sutelkiamas į portfelio sudarymą pensijos laikotarpiu, kai žmogiškasis kapitalas nedaro įtakos portfelio sudėčiai. Tačiau esant daliniam užimtumui arba vėlyvo išėjimo į

pensiją atveju, kai asmuo gauna darbo pajamas, svarbu analizuoti ir žmogiškojo kapitalo poveikį rizikingo ir nerizikingo turto santykiui portfelyje.

1.5. Rizika pensijos planavime

Dauguma pensinio amžiaus žmonių, turinčių santaupų, susiduria su klausimu, kaip šias santaupas paversti pajamų šaltiniu ir apsisaugoti nuo rizikos.

Profesorius A. V. Rutkauskas rizikos apibrėžimą pateikia kaip nuostolio galimybę, kuri yra susijusi su investuotoju (riziką prisiimančiu subjektu) ir jos dydis yra būtinai susijęs su investuotojo priimtino nuostolio ribos vertinimu, nes vien nuostolio suma arba rizikos veiksnio pokytis gali būti dviejų skirtingų investuotojų vertinama skirtingai (Rutkauskas, 2008). Todėl mokslinėje plotmėje dažniausiai kalbama apie neigiamo rezultato galimybės patikimumą (arba tikimybės tankio funkciją su jos trimis reikšmėmis – nuostolio dydis, jo tikimybė ir tikimybės patikimumas). Rizikos apibrėžimas kaip netekties (nuostolio, praradimo ar pan.) galimybė (tikimybė) turi būti suprantamas kaip netekties galimybių tikimybės skirstinys. Taigi tiek praradimo mastai ir matas, tiek jų galimybės (tikimybės) tiesiog įeina į rizikos dimensiją (Rutkauskas, Stasytė 2011).

Kiekviena iš portfelių galimybių aibės yra charakterizuojama trimis aukščiau paminėtais parametrais – išvengtinios netekties mastai, išvengtinumo garantija, rizika, susieta nagrinėjama galimybė, todėl geriausios galimybės išrinkimo problema komplikuojasi, nes minėti parametrai turi netgi skirtingas dimensijas: piniginis vienetas – netekčiai, tikimybė – išvengimo garantijai, galimybių tikimybės skirstinys – netekčiai dėl rizikos. Todėl geriausios galimybės parinkimui reikalinga adekvati naudingumo funkcija. Sėkmės atveju naudingumo funkcija gali tapti funkcionalu, t. y. taisykle, kuri kiekvienai galimybei, vertinamai trimis parametrais, suteiktų vienareikšmį išvengtos netekties įvertinimą. Tačiau visuomenoje tai retai pavyksta ir naudingumo funkcija tampa galimybių surangavimo, arba ekspertinio vertinimo priemone.

Įprastas matas yra investicinio portfelio pelno dispersija (arba kvadratinė šaknis iš jos, t. y. vidutinis kvadratinis nuokrypis). Tačiau šis statistinis matas parodo tik investicijų portfelio pelno nepastovumą, bet neparodo, koks gali būti nuostolis su tam tikra tikimybe per tam tikrą laikotarpį. Kitas pateikiamas alternatyvus matas yra didžiausias tikėtinas nuostolis. Tačiau šis matas nėra labai informatyvus, kadangi didžiausias tikėtinas nuostolis yra visas mūsų portfelis, ir tai žinoma iš anksto. Šis rodiklis taip pat neparodo koks atskirų aktyvų santykinis rizikingumas.

Mulvey ir Purcell (2008) išskiria šias rizikos, būdingos pensijos planavimui, rūšis:

1. *Ilgamžiškumo rizika* – tai rizika, kad asmuo išnaudos turimas santaupas anksčiau nei planuota ir patirs ženklų pajamų sumažėjimą.

2. *Investicijų rizika* – tai rizika, kad investicijų pensiniam laikotarpiui vertė sumažės.

3. *Infliacijos rizika* – tai rizika, kad dėl kainų kilimo sumažės individo pajamų pensijos laikotarpiu perkamoji galia.

4. *Netikėtų įvykių*, tokių kaip skrybės, sutuoktinio mirtis, medicininės išlaidos ar ilgalaikės priežiūros poreikis, *rizika*.

Egzistuoja strategijos, padedančios sumažinti kiekvieną šių rizikų, tačiau nėra vienintelės strategijos, kuri efektyviai sumažintų visas rizikos rūšis. Pavyzdžiui, pensijos draudimas apsaugo nuo ilgamžiškumo rizikos ir perkelia ją draudimo bendrovei, tačiau draudimo įmoka mažina asmens turtą. Asmuo, ketinantis įsigyti pensijų draudimą, turi nuspręsti, kokią sumą norėtų gauti per mėnesį, o tai sunku padaryti dėl investicijų rizikos ir gyvenimo trukmės stochastiškumo.

Ilgamžiškumo rizika reiškia, kad jei asmuo nepakankamai įvertina tikimybę gyventi iki gilios senatvės, jis gali turimą investicijų portfelį išnaudoti per greitai, o tai lems ženklų gyvenimo kokybės sumažėjimą vėlyvame pensijos amžiuje ir poreikį pasikliauti vien socialinio draudimo sistemos teikiama nauda.

Investicijų riziką galima mažinti diversifikavimo pagalba, kadangi vienu aktyvų kainų kritimas gali būti kompensuotas kitų aktyvų kainų kilimu. Investiciniai fondai padeda išskaidyti riziką tarp daugybės įmonių ir pramonės sektorių vertybinių popierių. Investicijų rizika apima rinkos riziką, kuri reiškia, kad portfelio vertė gali sumažėti dėl bendro rinkos kritimo. Net ir labai gerai diversifikuotas portfelis neatlaikytų tokio akcijų kainų kritimo kaip 2008-aisiais prasidėjusios finansų krizės metu. Imitacinio modeliavimo technika šiandien leidžia visapusiškai įvertinti investicijų portfelio vertės dinamiką priklausomai nuo stochastinės rinkos grąžos.

Infliacijos riziką galima sumažinti į portfelį įtraukiant aktyvų, kurių aukštas galimas kainos augimas, įsigyjant su inflacija susietų vertybinių popierių. Makroekonominio aspektu labai svarbu, kad vyriausybė palaikytų žemą inflaciją šalyje.

Netikėtų įvykių rizika gali ženkliai sumažinti pajamas pensijos laikotarpiu. Tyrimo duomenimis daugiau nei du trečdaliai vyresnių nei 70-metų amžiaus respondentų per devynerių metų laikotarpį bent kartą patiria vieną netikėtą įvykį (Mulvey, Purcell 2008). Pensinio amžiaus žmogui dažniausiai netikėti įvykiai yra susiję su sveikatos problemomis.

Drew, Stanford ir Stanhope (2005) išskiria ir *pinigų srauto arba nominalaus pakeitimo koeficiento riziką*, t. y. riziką, kad pensijos laikotarpio metu pajamos neatitiks pageidaujamo iki pensijos laikotarpio pajamų pakeitimo koeficiento lygio. Šią riziką Bruckenstein (2006) vadina finansavimo rizika. Beje, Bruckens-

tein (2006) išskiria ir *gyvenimo stiliaus riziką*, kuri reiškia, kad asmuo vartojimui skirs per mažą nei įmanoma portfelio dalį ir dėl to nukentės jo gyvenimo kokybė.

Leimberg *et al.* (2007) rizikas skirsto į rizikas, į diversifikuojamas ir nediwersifikuojamas. Kai kurios rizikos, tokios kaip investicijų, gali būti diversifikuojamos pačio asmens. Kitos diversifikuojamos tam tikros institucijos, pavyzdžiui per draudimo produktus ir paslaugas.

Fullmer (2007) išskiria du esminius metodus ilgaamžiškumo rizikai sumažinti. Pirmuoju atveju pasitelkiama draudimo bendrovė, kuomet už santaupas įsigyjamas pensijų draudimas (arba tai daroma periodiškai mokant įmokas), kuris garantuoja pajamų srautą pensijos laikotarpiu. Tai reiškia, kad pensijai skirtų santaupų neįmanoma panaudoti kitiems tikslams. Kitu atveju, ilgaamžiškumo rizika mažinama per investicijų portfelio valdymą. Siekiama, kad portfelio sudėtis atspindėtų pasikeitusias rinkos sąlygas, nenukenčiant portfelio savininko gyvenimo kokybei ir interesams.

Draudimo ir pajamų pensijos laikotarpiu sąveiką ir galimas strategijas nagrinėjo nemažai mokslininkų, o dėmesys šiai sričiai nuolat didėja. Naujausius tyrimus šioje srityje atliko Gerrard ir Vigna (2004), Dus, Maurer ir Mitchell (2005), Kaplan (2006), Milevsky, Moore ir Young (2006), Horneff, Maurer, Mitchell ir Dus (2008), Horneff, Maurer, Mitchell ir Stamos (2008) ir kt. Šiuose ir kituose tyrimuose ieškoma optimalaus pensijų draudimo ir kitų investicijų santykio, efektyviausių pensijų draudimo rūšių, tačiau šioje disertacijoje visas dėmesys bus skiriamas alternatyviam ilgaamžiškumo rizikos valdymo būdai – per investicijų portfelio valdymą.

1.5 lentelė. Portfelio tvarumas pagal skirtingus grąžos sekos scenarijus

Table 1.5. Portfolio sustainability according to return sequence scenarios

	Grąžų sekos scenarijai		
	A	B	C
Kasmet iš portfelio išimama suma	\$62 000	\$62 000	\$62 000
Grąža 1 metais	–10%	+7,56%	+29%
Grąža 2–29 metais	+7,56%	+7,56%	+7,56%
Grąža 30 metais	+29%	+7,56%	–10%
Vidutinė 30 metų grąža	+7,56%	+7,56%	+7,56%
Kiek metų portfelis bus tvarus?	22 metus	30 metų	30 metų
Galutinė portfelio vertė	\$0	\$98 000	\$1 543 000

Be aukščiau paminėtų rizikos rūšių reikia paminėti, kad portfelio rezultatams didžiulę įtaką turi ne tik portfelį sudarančių aktyvų grąža, bet ir grąžos eiliškumas. Kaip teigia Guyton (2004), pasitelkdamas Monte Carlo atsitiktinių skaičių generavimo techniką, parodė, jog nors ir neišvengiamai investicijų port-

felis patirs tiek teigiamą, tiek neigiamą grąžą metams bėgant, tačiau žymiai geriau, jei geriausi metai būtų pensijos laikotarpio pradžioje negu pabaigoje. Priešinga taisyklė galioja kaupimo etapui. Šią rizikos sekos įtaką paprasta iliustruoti lentele (1.5 lentelė). Pasinaudodami Curtis (2006) pavyzdžiu, tarkime, kad sutuoktiniai yra 65-erių metų ir nesenai išėjo į pensiją, sukaupę vieną milijoną JAV dolerių. 55 % portfelio sudaro akcijos su laukiama vidutine 7,56 % metine grąža. Sutuoktiniai tikisi iš portfelio kasmet išimti 62 tūkst. JAV dolerių, išimamą sumą didinti laukiamos vidutinės 3 % infliacijos dydžiu. Keleriems metams jiems pakaks portfelio?

Rezultatai rodo, kad nepaisant tos pačios vidutinės grąžos per visą 30-ties metų laikotarpį galutinė portfelio vertė reikšmingai skiriasi. A scenarijaus atveju dėl nuostolių pirmaisiais pensijos laikotarpio metais portfelio pakako tik 22-jiems metams nepaisant to, kad paskutiniaisiais metais rinka stipriai augo. Priešingu C variantu portfelis ne tik užtikrino tvarumą visą planuojamą pensijos laikotarpį, bet ir aukštą galutinę portfelio vertę.

Curtis (2006) šią ne visada pastebimą riziką pavadini *grąžos sekos rizika*. Net jei pensijos laikotarpiu būtų pasiektas vidutinė planuota metinė grąža, metinių grąžų seka gali lemti žymų galutinės vertės nukrypimą nuo laukiamų rezultatų.

Kaip jau buvo minėta, šioje disertacijoje visas dėmesys bus sutelktas į rizikos mažinimą pensijos laikotarpiu per investicijų portfelio valdymą. Pažymėtina tai, kad mokslininkų dėmesys šiai sričiai nuolat auga, ieškoma efektyvesnių būdų portfelio tvarumui padidinti siekiant užtikrinti didžiausią galimą naudą pensijos laikotarpiu. Kitame skyriuje pateikiama tyrimo objektui aktualių mokslinių tyrimų apžvalga.

1.6. Tvaraus investicijų portfelio sudėties nustatymo pensijos laikotarpiui problemos ištirtumas

Šioje dalyje pateikiama tvaraus investicijų portfelio sudėties nustatymo pensijos laikotarpiui problemos ankstesnių tyrimų ir jų rezultatų apžvalga laikantis istorinio nuoseklumo. Taip siekiama akivaizdžiau parodyti, kaip disertacijos autorė prisideda tęsiant mokslinius tyrimus, siekiant spręsti nagrinėjamą mokslo problemą.

Investicijų portfelio tvarumo pensijos laikotarpiu problemai skirta nemažai mokslinių tyrimų, tačiau dauguma jų siekia nustatyti ne optimalią portfelio sudėtį, o didžiausią galimą iš portfelio išimti sumą per tam tikrą laikotarpį. Procentinė šios sumos išraiška nuo pradinės portfelio vertės vadinama išėmimo norma. Dažniausiai tyrimuose analizuojami keli hipotetiniai portfelio sudėties variantai, nustatomos maksimalios galimos išėmimo normos esant tam tikrai portfelio su-

dėčiai. Tiriant naudojami imitacinio modeliavimo, tiek tikrinimo su istoriniais rinkų duomenimis metodai.

Monte Carlo imitacinio modeliavimo metodas yra vienas sudėtingiausių, tačiau tuo pačiu metu ir universaliausių bei galingiausių finansinių priemonių portfelių rizikos modeliavimo technikų, kurią galima pritaikyti praktiškai bet kokių finansinių priemonių, jų portfelių ar investicijų projektų rizikai vertinti.

Imitacinis modeliavimas, remiantis istoriniais duomenimis, arba istorinio modeliavimo metodas nesiremia normaliojo pasiskirstymo prielaida. Priešingai, taikant šį metodą, nesiekama tam tikrą atsitiktinį dydį aproksimuoti kokiu nors teoriniu pasiskirstymo dėsniu. Čia visas dėmesys yra koncentruojamas į tiriamo atsitiktinio dydžio empirinį pasiskirstymo dėsnį, atspindintį istorinių duomenų kitimą.

Bierwith (1994) pasiūlė alternatyvą pastovioms per tam tikrą hipotetinį pensijos planavimo laikotarpį investicijų grąžos ir infliacijos normoms, pristatydamas naują požiūrį, kuris ėgavo persidengiančių periodų metodologijos (angl. *overlapping periods methodology*) pavadinimą. Pagal ją skaičiuojama portfelio grąža pagal jį sudarančių turto klasių istorinę grąžą skirtingais laikotarpiais. Analiduodamas tam tikras investavimo strategijas su istoriniais grąžos ir infliacijos rodikliais, asmuo gali matyti, kaip su kiekvienu persidengiančiu laikotarpiu kintančios grąžos ir infliacijos normos įtakoja portfelio vertę. Suprasdamas istorinių rezultatų kitimą, asmuo gali priimti pagrįstesnius investicijų sprendimus.

Bengen (1994), remdamasis istoriniais duomenimis, nustatė, kad akcijos ticipiniame portfelyje pensiniame amžiuje turėtų sudaryti nuo 50 % iki 75 % portfelio, tokiu atveju su 4 % išėmimo norma, pakoreguota pagal infliaciją, portfelis būtų tvarus finansuoti išėmimus iš jo 35 metus. Bengen (1996) pasiūlė akcijų dalį portfelyje pensinio amžiaus laikotarpiu kasmet mažinti po 1 % pagal formules: 115 minus amžius konservatyviam investuotojui; 128 minus amžius nuosai kiam investuotojui ir 140 minus amžius agresyviai investuotojui. Visais atvejais tvari išėmimo norma nekinta ir yra lygi 3–4 %. Tyrimas leido padaryti išvadą, kad investuotojo tikslams nesikeičiant pradinė portfelio sudėtis gali likti ta pati. Bengen (1997) tyrimai su ketvirtiniais grąžos rodikliais patvirtino ankstesnių tyrimų su metiniais duomenimis rezultatus.

Cooley, Hubbard ir Walz (1998, 1999, 2001), naudodamiesi persidengiančių periodų metodologija, analizavo diversifikavimo įtaką tvarioms išėmimo normoms (angl. *sustainable withdrawal rate, safe withdrawal rate*). Jie atskleidė, kad 6–7 % išėmimo norma yra tvari daugumoje periodų, jei akcijos sudaro ne mažiau kaip 50 % investicijų portfelio. Jų tyrimai atskleidė diversifikuoto portfelio svarbą planuojant išėmimus iš portfelio pensiniame amžiuje. Prie daugumos išėmimo normų ir analizuojamų periodų, portfelis, sudarytas iš akcijų ir obligacijų, turės didesnę sėkmingo pensijos finansavimo tikimybę nei portfelis, kurį sudaro vien akcijos arba vien obligacijos. Panašiai istorinius 1926–1998 m.

gražos duomenis panaudojo Jarrett ir Stringfellow (2000), skaičiuodami aukščiausias galimas išėmimo normas skirtingos trukmės persidengiančiuose laikotarpuose.

Stein (1999) pastebėjo, kad pensinio amžiaus žmonės rinkos kritimo laikotarpiais yra linkę mažinti vartojimo išlaidas. Ši tendencija turėtų atsispindėti ir portfelio valdyme pensijos laikotarpiu. Viena iš siūlomų strategijų, kurią pristatė Williams (1999), – išėmimo normą kasmet skaičiuoti kaip procentinę dalį nuo nuo esamos tų metų portfelio vertės, o ne nuo pradinės. Taip iš portfelio išimama suma svyruotų priklausomai nuo rinkų, o ne didėtų kasmet infliacijos dydžiu.

Bengen (2001) ieškojo alternatyvių išėmimų iš portfelio pensiniame amžiuje strategijų. Pensijos laikotarpį suskirsčius į tris skirtingos elgsenos etapus ir kiekvienam etapui nustatius skirtingą išėmimo normą, gali būti pasiektas didesnis portfelio tvarumas. Taip pat Bengen pasiūlyta išėmimo normos grindų (leistinas sumažėjimas ne daugiau kaip 10 % pirmųjų metų išėmimo sumos) ir lubų (leistinas padidėjimas ne didesnis kaip 25 % pirmųjų metų išėmimo sumos) strategija leido pasiekti 4,58 % maksimalią saugią išėmimo normą, net 10 % didesnę nei tradicinės strategijos, kuomet išėmimo norma tėra kiekvienais metais pakoreguojama infliacijos dydžiu, atveju. Taip išėmimo normai buvo leista kilti ar kristi priklausomai nuo finansų rinkos dinamikos ir portfelio rezultatų.

Cooley, Hubbard ir Walz (2003) nagrinėjo išėmimo normų tvarumo skirtumus, lygindami persidengiančių periodų ir Monte Carlo imitacinio modeliavimo metodus. Naudodami istorinius 1946–2001 m. akcijų ir obligacijų gražos duomenis, jie konstatavo, kad abiem metodais gauti panašūs sėkmės tikimybės rezultatai, tačiau Monte Carlo imitacinio modeliavimo metodas galėtų būti geresnė alternatyva persidengiančių periodų metodologijai dėl ribotos istorinių duomenų apimties. Nustatyta, kad 4 % išėmimo norma yra tvari 30 metų su 75 % sėkmės tikimybe, kuomet akcijos bei obligacijos sudaro portfelyje po 50 %. Mokslininkai taip pat pabrėžė akcijų dalies portfelyje įtaką portfelio tvarumui vykdant išėmimus iš portfelio ilgesniais laikotarpiais. Cooley, Hubbard ir Walz (2003) taip pat bandė išsiaiškinti, ar tarptautinis portfelio diversifikavimas pensijos laikotarpiu gali padidinti tvarią išėmimo normą. Jei akcijos portfelyje sudaro ne mažiau kaip 50 %, patiriama nežymi tarptautinės diversifikacijos nauda.

Ameriks, Veres ir Warshawsky (2001) testavo kitų autorių nustatytą 4,5 % tvarią išėmimo normą taip pat dviem – persidengiančių periodų ir Monte Carlo imitacinio modeliavimo – metodais. Jie patvirtino Bengen (1997) ir Pye (2000) portfelio tvarumo tyrimų rezultatus. Kai akcijų dalis portfelyje didelė, 4,5 % išėmimo norma yra tvari 30-čiai metų su 90 % tikimybe.

Miglietti (2007) atkreipia dėmesį, kad persidengiančių laikotarpių metodas, nors ir plačiai naudojamas, turi didelį trūkumą, vadinamą persidengimo efektu. Tai reiškia, kad imant tam tikros trukmės laikotarpius iš istorinio duomenų laikotarpio vidurinių metų duomenys tyrime naudojami dažniau. Pavyzdžiui, imant

30-ties metų laikotarpių duomenis iš 1930–2000 metų istorinio laikotarpio viduriniai 1950–1980 metų duomenys bus naudojami daug daugiau nei periodo pirmieji (1930–1950 metai) ar paskutiniai laikotarpiai (1980–2000 metai). Minėto efekto išvengti padeda imitacinio modeliavimo metodai.

Weiss (2001) pristatė dinaminio rebalansavimo idėją valdant portfelį pensijos laikotarpiu. Monte Carlo metodu atskleista, kad portfelio, kurio 50 % sudaro akcijos su 8 % vidutine metine realia grąža, 50 % – obligacijos su 2 % vidutine metine realia grąža, dinaminis rebalansavimas leidžia taikyti 4,2 % išėmimo normą su 10 % poreikvojimo tikimybe ir 4,8 % išėmimo normą su 20 % poreikvojimo tikimybe.

Dauguma autorių, ieškodami tinkamiausios išėmimo normos, skaičiavimuose naudoja kasmetinio rebalansavimo metodą, t. y. kasmet portfelio struktūra grąžinama į pradinę. Nepaisant to, kad šios tikslinės turto struktūros laikymasis yra naudingas investuotojo rizikos tolerancijos požiūriu, tikslinga turėti keletos metų ar mėnesių rezervą, investuotą į saugius pinigų rinkos instrumentus, taip išvengiant rinkos svyravimų artimiausiais laikotarpiais. Vienas iš geriausių pavyzdžių – Evensky (2000) siūlomas sudaryti pinigų srauto rezervas, skirtas dviejų artimiausių metų vartojimui skirtas lėšas apsaugoti nuo staigių rinkos svyravimų.

Vora, McGinnis (2000) analizavo, kokia turėtų būti portfelio struktūra pensijos laikotarpiu. Tyrimo rezultatai parodė, kad 100 % akcijų portfelis buvo pranašesnis už 100 % obligacijų portfelį, garantuodamas didesnę vartojimą pensijos laikotarpiu. Tais retais atvejais, kai už 100 % akcijų portfelį buvo naudingesni kiti turto deriniai, buvo stebimas ekonomikos nuosmukis, tad daroma išvada, kad, jei ekonomika nesitraukia, pensijos laikotarpiu portfelį turėtų sudaryti vien akcijos. Autoriai taip pat nustatė, kad akcijų portfelio pranašumas prieš obligacijų portfelį didėja ilgėjant investavimo horizontui.

Terry (2003) Monte Carlo imitacinio modeliavimo metodu analizavo, kaip akcijų ir skolos instrumentų dalys portfelyje įtakoja tvarią pagal infliaciją pako-reguotą išėmimo normą, ir konstatavo, kad didėjant akcijų daliai portfelyje mažėja išėmimo norma.

Tezel (2004) tyrimuose analizavo šešis geriausius portfelius, nustatytus remiantis ketvirtiniais 1926–2003 m. duomenimis ir sudarytus iš penkių turto klasių, ir jiems apskaičiavo tvarias išėmimo normas. Monte Carlo imitacinio modeliavimo metodu nustatė, kad akcijų dalis portfelyje turėtų sudaryti 80–90 %, obligacijų – nuo 2 iki 7,5 %, išdo vekselių – 5 % portfelio.

Spitzer ir Singh (2006) lygindami poromis skirtingus portfelius parodė, kad portfelio tvarumas gali būti pratęstas pirmiausia iš portfelio išimant mažesnės tikėtinės grąžos turta, po to – didesnės. Jei portfelį sudaro tik akcijos ir obligacijos, pirmiausia asmuo turėtų likviduoti obligacijas, ir tik po to akcijas.

Spitzer, Strieter ir Singh (2007) Bootstrap imitacinio modeliavimo metodu analizavo išėmimo normos, finansinio turto struktūros ir tikimybės, jog portfelio nepakaks pensijos laikotarpiui finansuoti, sąveiką. Jie išplėtė ankstesnius tyrimus, nagrinėdami daug daugiau finansinio turto derinių (21 skirtingos sudėties akcijų ir obligacijų portfeliai, kur akcijų dalis sudaro nuo 0 % iki 100 % su 5 % intervalu) ir išėmimo normų (71 išėmimo norma nuo 2 % iki 9 % su 0,1 % intervalu). Kiekvienai iš 1491 portfelio ir išėmimo normos kombinacijų buvo sugeneruota po 10000 30-metų realios grąžos kitimo scenarijų. Autoriai paneigė teiginį, kad 4 % išėmimo norma yra visiškai tvari – akcijų ir obligacijų dalimis portfelyje sudarant po 50 %, išlieka net 6 % portfelio poreikvojimo tikimybė.

Spitzer (2008) praplėtė ankstesnį tyrimą Bootstrap imitacinio modeliavimo metodu, iki tol tyrimuose naudotas fiksuotas per visą pensijos laikotarpį išėmimo normas ir portfelio struktūrą pakeisdami kintančiomis kas 5 metus. Tyrimo rezultatai parodė, kad išėmimo normos arba/ir finansinio turto struktūros keitimas kas 5 metus ne tik sumažino tikimybę, jog portfelis bus poreikvotas nesulaukus pensijos laikotarpio pabaigos, bet ir leido išimti iš portfelio didesnes sumas. Autoriai padarė išvadą, kad „eigos keitimo“ strategijos neabejotinai pranašesnės nei fiksuotos išėmimo normos strategija.

Spitzer ir Singh (2007) Bootstrap imitacinio modeliavimo bei persidengiančių periodų metodais nagrinėjo, ar portfelio rebalansavimas turi įtakos portfelio tvarumui pensiniame amžiuje. Rezultatai parodė, kad rebalansavimas nepadidina portfelio tvarumo nė viename iš nagrinėjamų 15, 20, 25 ar 30 metų pensijos laikotarpių. Persidengiančių periodų metodu buvo nustatyta, kad portfelio rebalansavimas padidina portfelio poreikvojimo tikimybę ir yra netgi žalingas. Išimant dalį lėšų iš portfelio pirmiausia reikėtų likviduoti obligacijas, po to akcijas. Taip akcijų dalis portfelyje laikui bėgant didėja, o tai prieštarauja plačiai paplitusiam požiūriui, kad kuo vyresnis asmuo, tuo rizikingo turto dalis portfelyje turi būti mažesnė. Nepaisant to, autorių siūloma strategija reikšmingai sumažina poreikvojimo tikimybę.

Spitzer, Strieter ir Singh (2008) Bootstrap imitacinio modeliavimo metodu nagrinėjo „prisitaikančių išėmimų“ iš portfelio strategijų įtaką portfelio, kurį sudaro tik akcijos ir obligacijos, tvarumui pensijos laikotarpiu. Autoriai dar kartą paneigė Bengen (1994) teiginį, kad 4 % išėmimo norma yra tvari. Net ir 3 % išėmimo norma 30-ties metų laikotarpiu yra tvari su tam tikra nedidele poreikvojimo tikimybė. Autoriai padarė išvadą, kad prisitaikančių prie rinkos pokyčių išėmimų strategija, kuomet išimama iš portfelio mažiausiai 4 % pradinio portfelio, kai portfelis auga, ir 3,6 % pradinio portfelio, kairinka krenta, yra pati palankiausia lyginant su fiksuotų išėmimų strategijomis, kadangi leidžia išimti iš portfelio didžiausias sumas. Mažiausia portfelio poreikvojimo tikimybė stebima tuomet, kai akcijų dalis portfelyje sudaro nuo 45 % iki 55 %.

Guyton (2004), į portfelį įtraukdamas daugiau turto klasių ir patikrindamas modelį su 1973–2003 m. laikotarpio duomenimis, parodė, kaip tam tikrų sprendimo priėmimo taisyklių rinkinys lemia tvarios išėmimo normos dydį – norma patenka į 5,8–6,2 % intervalą priklausomai nuo akcijų dalies portfelyje, kai numatomas pensijos laikotarpis lygus 40-čiai metų. Taisyklės numato, kokia tvarka ir kokio dydžio vykdomi išėmimai iš portfelio, kaip išėmimai modifikuojami didelės infliacijos ir neigiamos investicijų grąžos laikotarpiais. Kadangi autorius nepateikė tyrimo metodologijos aprašymo, tyrimo rezultatus sunku patikrinti ar palyginti su kitų autorių darbais. Guyton, Klinger (2006) papildė sprendimo priėmimo taisykles ir rezultatus dar kartą patikrino Monte Carlo imitacinio modeliavimo metodu. Kai akcijų dalis portfelyje sudaro 65 %, 5,2–5,6 % pradinė (pirmaisiais metais) išėmimo norma yra tvari 40 metų periodui su 99 % pasiklivimo lygmeniu ir padidėja iki 5,7–6,2 %, kai pasiklivimo lygmuo lygus 95 %. Tyrimo metodologija taip pat menkai išdėstyta, tad rezultatus sunku pakartoti ar papildyti.

Klinger (2007) ankstesnių tyrimų pagrindu sprendimo priėmimo taisykles pritaikė trimis skirtingiems išėmimų vykdymo scenarijams: įprastam, kai išėmimai pastovūs, progresyvaus, kai išėmimai didėja ir agresyvaus, kai išėmimai mažėja per pensijos laikotarpį. Kaip ir ankstesniais tyrimais, šiuo taip pat siekiama rasti tvarią išėmimo normą, tačiau leidžiama asmeniui iš anksto pasirinkti išėmimų pobūdį. Rezultatai rodo, kad taikant taisykles įmanoma iš portfelio išimti žymiai didesnes sumas, tačiau taisyklių taikymo painiava būtų išties didelė kliūtis net ir finansų žinių turinčiam pensinio amžiaus žmogui.

Visi aukščiau paminėti mokslininkai atliko eksperimentus, apimančius istorines ar atsitiktinai imitaciniu modeliavimu generuotas grąžas, siekdami išmatuoti įvairių strategijų ir vartojimo įtaką portfelio tvarumui.

Milevsky (2007) nuomone, ankstesni tyrimai pasižymi keletu trūkumų: pirma, tokių eksperimentų rezultatus keblu patikrinti, antra, dauguma jų nagrinėja minimalų skaičių realizacijų, trečia, dauguma jų pilnai neatskleidžia grąžos ir rizikos santykio. Ankstesniuose tyrimuose didesnis dėmesys teikiamas vartojimo įpročių ir portfelio sudėties priklausomybei atskleisti, neįvertinamos kitos rizikos, įtakančios pajamų pensijos laikotarpiu tvarumą.

Mažai autorių analizavo investicijų portfelio tvarumą esant tikimybinei asmens gyvenimo trukmei, dar mažiau mokslininkų tyrė optimalią portfelio sudėtį ir jos nustatymo metodus. Nesant aiškos metodologijos ar vengiant sudėtingų matematinių skaičiavimų nustatant optimalų portfelį esant tam tikrai išėmimo normai ir planavimo horizontui, ankstesni tyrimai apsiribodavo išėmimo normų ir tam tikrų portfelio sudėčių kombinacijų nustatymu tam tikram pastoviam pensijos laikotarpiui.

Ho, Milevsky ir Robinson (1994) sukūrė modelį optimaliai portfelio, sudaryto iš dviejų aktyvų – rizikingo ir nerizikingo turto, struktūrai nustatyti minimi-

zuojant portfelio poreikio tikimybę, t. y. kad portfelis bus nepakankamas finansuoti išėjimus iš jo visą pensijos laikotarpį. Remdamiesi kanadiečių mirtingumo ir finansinio turto grąžos duomenimis, jie padarė išvadą, kad akcijų kaip rizikingo turto dalis portfelyje pensiniame amžiuje turėtų būti žymiai didesnė (nuo 75 % iki 100 %) nei iki tol buvo galvojama. Vėliau Milevsky, Ho ir Robinson (1997) praplėtė ankstesnį tyrimą, finansų rinkų grąžą pagal lognormalųjį skirstinį ir tikėtiną gyvenimo trukmę modeliuodami Monte Carlo imitacinio modeliavimo metodu. Tyrimo rezultatai dar kartą patvirtino, kad akcijų dalis portfelyje pensiniame amžiuje turėtų būti didesnė nei mokslininkai siūlė iki tol.

Kaip ir Trainor (2005), darydami daro prielaidą, kad realią akcijų grąžą geriausiai apibūdina lognormalusis skirstinys su hipotetiniu 7 % vidurkiu ir 20 % standartiniu nuokrypiu, Milevsky ir Robinson (2005) apjungia lognormalųjį grąžos skirstinį ir mirtingumo tikimybės eksponentinį pasiskirstymą, skaičiuodami stochastinę dabartinę vertę, reikalingą tvaraus vartojimo pensijos laikotarpiu užtikrinimui. Milevsky ir Robinson (2005) nustatė, kad šešiasdešimtmečiui su 4 % realia išėjimo norma galioja 13,7 % portfelio poreikio tikimybė, tuo tarpu išėjimo normos padidėjimas iki 5 % portfelio poreikio tikimybę padidina iki 22,9 %.

Stout ir Mitchell (2006), remdamiesi Guyton (2004) pristatytomis sprendimo priėmimo taisyklėmis išėjimams iš portfelio pensijos laikotarpiu vykdyti, sukūrė dinamišką išėjimų planavimo modelį, fiksuotą planuojamą pensijos laikotarpį pakeisdami tikėtiną gyvenimo trukmę. Aktyvus dinamiškas išėjimų valdymas, paremtas portfelio rezultatais ir tikėtina gyvenimo trukme, leido pasiekti didesnes vidutines išėjimų iš portfelio sumas su mažesne portfelio poreikio tikimybę. Autorių skaičiavimuose naudoto portfelio 65 % sudaro akcijos, likusią dalį – vyriausybės obligacijos. Vėliau Mitchell (2009) pratęsė tyrimus su papildytais rinkų duomenimis, parodydamas, kaip pastarųjų metų rinkų kritimas paveikia tyrimų rezultatus.

Stout (2008) optimalios portfelio sudėties problemai pritaikė stochastinio optimizavimo algoritmą, siekdamas minimizuoti portfelio poreikio tikimybę per asmens gyvenimą, kurio trukmė yra stochastinis dydis, o tikimybė išgyventi dar vienerius metus gali būti aprašyta binominio skirstinio pagalba. Portfelio poreikio tikimybė ir akcijų dalis portfelyje didėja didinant išėjimo normą, ir, atvirkščiai, kuo vyresnis asmuo išeina į pensiją, tuo akcijų dalis portfelyje ir portfelio poreikio tikimybė mažesnė. Stout (2008) tyrimo metodika paremti disertantės sudaryti dinaminiai stochastiniai imitaciniai modeliai ir jais gauti tyrimo rezultatai, plačiau pateikti 2–3 skyriuose.

1.7. Investicijų portfelio pensijos laikotarpiui sudarymo metodai

Optimalios investicijų portfelio sudėties ir optimalios išėmimų iš portfelio strategijos sudarymas yra sudėtinga užduotis, kuriai įveikti iki šiol aiškos metodologijos nėra. Portfelio sudėties nustatymo sprendimų svarba plačiai nagrinėta mokslinėje literatūroje (Jahnke 2000, Elton, Gruber 2000 ir kt.). Dažnai cituojami Brinson, Hood ir Beebower (1986), Brinson, Singer ir Singer (1991, 1995) darbai rodo, kad portfelio sudėties sprendimai nulemia beveik 90 % portfelio vertės kitimo. Pasiūlyta daugybė metodų optimaliai portfelio sudėčiai nustatyti, pradedant nuo 100 iki 145 minus investuotojo amžiaus taisykle (Bengen 1996), nusakančią akcijų dalį portfelyje ir baigiant stochastiniu optimizavimu, pasiūlytu Koskosidis ir Duarte (1997), tačiau iki šiol jie beveik nebuvo analizuojami portfelio valdymo pensijos laikotarpiu kontekste.

Žemiau aptariami trys esminiai optimalaus investicijų portfelio sudarymo metodai, taikomi pensijos laikotarpiui, iš esmės besiskiriantys skaičiavimo sudėtingumu. Šie metodai, autorės žiniomis, apima visus dažniausiai praktikoje taikomus būdus investicijų portfelio sudėčiai pensijos laikotarpiui nustatyti. Šie metodai skiriasi savo skaičiavimo sudėtingumu ir techninių skaičiavimo galimybių poreikiu. Kituose disertacijos skyriuose naudojamos šiais metodais atliekant detalius investicijų portfelio sudėties skaičiavimus. Dar daugiau, euristinis ir daugelio horizontų metodas taikomas pasitelkiant dinaminio stochastinio imitacinio modeliavimo techniką investicijų portfelio poreikvojimo tikimybei nustatyti ir investicijų portfelio tvarumui įvertinti.

1.7.1. Euristinis metodas

Euristika – kokia nors taisyklė, principas ar metodika, nusakanti, kaip ir kokią veiksmą reikia atlikti, norint surasti kokią nors sprendinį ar priimti kokią nors sprendimą. Euristika antikinėje filosofijoje — teorinio tyrimo, tiesos ieškojimo loginių būdų ir metodinių taisyklių visuma. Euristiniu metodu šioje disertacijoje vadinamas apytikslis investicijų portfelio sudėties nustatymo metodas, pagal kurį akcijų dalis portfelyje nustatoma remiantis populiariaja „100 minus investuotojo amžius“ taisykle. Tai reiškia, kad, pavyzdžiui, 35 % 65-erių metų asmens portfelio turėtų sudaryti akcijos, o likusią dalį – obligacijos ar kiti mažiau rizikingi aktyvai. 1.3 ir 1.4 skyriuose aptarta, kaip investicijų horizontas, asmens gyvenimo ciklas ir žmogiškasis kapitalas nulemia portfelio sudėtį. Verta priminti, kad šis požiūris į portfelio sudėties nustatymą turi daug šalininkų, tarp kurių O'Connell (1995), Malkiel (1996), Jagannathan ir Kocherlakota (1996), Canner, Mankiw ir Weil (1997), Greninger *et al.* (2000), Booth (2004) ir kiti.

Ibbotson *et al.* (2007) abejoja, ar euristinis metodas gali būti taikomas pensijos kaupimo etape, kai asmuo gauna darbo pajamas. Šioje disertacijoje nagrinėjama portfelio sudėtis pensijos laikotarpiu, o tai reiškia, kad žmogiškasis kapitalas neturi įtakos portfelio sudėčiai, todėl keliame hipotezę, kad euristinis metodas gali būti taikomas pensijos laikotarpiu portfelio sudėčiai nustatyti.

Neigiama euristinio metodo ypatybė ta, kad vidutinė obligacijų dalis portfelio yra pernelyg didelė, kas gali lemti portfelio didesnę nei pageidaujama portfelio poreikvojimo tikimybę bei mažesnę galutinę portfelio vertę paveldėtojams.

Dėl šios priežasties atsirado euristinio metodo modifikacijų, kurias vėlgi galima vadinti euristinėmis, apskaičiuotomis apytiksliai. Tarp tokių modifikuotų metodų yra Bengen (1996) akcijų daliai portfelyje nustatyti taikoma „115 minus investuotojo amžius“ konservatyviam investuotojui, „128 minus investuotojo amžius“ nuosaikiam investuotojui, „140 minus investuotojo amžius“ agresyviai investuotojui, Smith ir Gould (2007) obligacijų dalies portfelyje nustatymo taisyklė „investuotojo amžius minus 25“ arba „investuotojo amžius minus 35“ strategija, Leimberg *et al.* (2007) akcijų daliai nustatyti taikoma „110 minus investuotojo amžius“ taisyklė ir kt.

Kaip ir minėta, šios disertacijos 2–4 skyriuose analizuojama euristiniu metodu vadinama „100 minus investuotojo amžius“ taisyklė investicijų portfelio sudėčiai nustatyti, o disertacijos 5-ame skyriuje pateikiami euristinio metodo taisyklės stochastinio optimizavimo rezultatai.

1.7.2. Daugelio horizontų metodas

Cordell (2005) daugelio horizontų metodas investicijų portfelio sudėčiai pensijos laikotarpiui nustatyti paremtas prielaida, kad asmuo valdo portfelį, susidedantį iš keleto ar keliasdešimt portfelių, turinčių skirtingą investicijų horizontą. Įsivaizduokime asmenį, kuris išėjęs į pensiją planuoja iš sukaupto portfelio kasmet išimti tam tikras sumas vartojimui. Su kiekvienais metais asmuo vieneriais metais priartėja prie išimamos sumos. Išėjęs į pensiją asmuo išgrynina pirmąjį portfelį. Savaiame suprantama, kad portfelį, kuris bus išgrynintas po vienerių metų, turėtų sudaryti konservatyvūs aktyvai. Tačiau tie portfeliai, kurių horizontas didesnis nei 20 metų, turėtų būti investuojami gerokai rizikingiau. Net ir portfelio su 10-ties metų investicijų horizontų didžiąją dalį turėtų sudaryti akcijos.

Žinoma, tai nereiškia, kad asmuo su 25 metų planuojamu pensijos laikotarpio realybėje turės 25 atskirus portfelius, priešingai, 25 portfeliai sudarys vieną investicijų portfelį, kurį atskirais portfeliais vaizduoti reikėtų tik siekiant, kad portfelio sudarymo procesas būtų lengvai suprantamas.

Daugelio horizontų metodo esmę ir taikymo aplinkybes lengviausia iliustruoti pavyzdžiu. Tradiciškai šiuo požiūriu portfelis sudaromas iš trijų turto klasių: akcijų su 10 % metine grąža, obligacijų su 6 % metine grąža ir pinigų rinkos

priemonių su 4 % metine grąža. Šios grąžos nustatomos skaičiuojant geometrinius vidurkius iš istorinių akcijų, obligacijų ir pinigų rinkos priemonių metinių grąžų duomenų. Tarkime, asmuo šiuo metu yra 64-erių metų amžiaus ir tikisi gyventi dar 20 metų. Saugumo sumetimais pridedame dar 5 metus, tokiu būdu pajamas pensijos laikotarpiu planuojame 25 metams. Kasmet iš portfelio asmuo ketina išimti po 1 000 litų vartojimo išlaidoms padengti.

Kiekviena kasmet iš portfelio išimama suma traktuojama kaip atskiras portfelis su atskiru investicijų horizontu, todėl atsižvelgiant į asmens rizikos toleranciją nustatoma kiekvienam portfeliui sudėtis atskirai. 1.6 lentelėje pateikiamas pavyzdinis 25-ių portfelių sudėčių rinkinys, kuris gali būti koreguojamas pagal asmens rizikos tolerancijos lygį ir kitas aplinkybes. Metų stulpelis rodo, koks portfelio investicijų horizontas numatomas konkrečiam išėmimui.

1.6 lentelė. Atskirų portfelių sudėtis pagal daugelio horizontų metodą

Table 1.6. Asset allocation of separate portfolios according to multiple horizon approach

Metai	Akcijų dalis, %	Obligacijų dalis, %	Pinigų rinkos priemonių dalis, %
1	0	0	100
2	0	10	90
3	0	20	80
4	0	30	70
5	0	40	60
6	10	40	50
7	20	40	40
8	30	40	30
9	40	40	20
10	50	40	10
11	60	40	0
12	70	30	0
13	80	20	0
14	90	10	0
15–25	100	0	0

Suma, kurią reikės išgryninti po vienerių metų, investuojama į aukšto likvidumo pinigų rinkos priemones. Antrųjų metų portfelis investuojamas šiek tiek rizikingiau, 10 % portfelio skiriant obligacijoms ir t.t. Portfeliai, kurių investicijų horizontas lygus ar mažesnis nei 5 metai, neturi akcijų, vėliau akcijų dalis didinama, o ilgesnio nei 15 metų horizonto atveju investuojama išskirtinai vien į akcijas.

Investicijų portfelio, kaip skirtingos trukmės portfelių visumos, sudėtis nustatoma remiantis pinigų laiko vertės koncepcija ir aukščiau išdėstyta informacija apie asmens situaciją ir rinkų grąžos duomenis. A priede A.1 lentelėje patei-

kiamas portfelio sudėties pirmaisiais metais skaičiavimo pavyzdys. Prognozuojama 3 % infliacija, todėl pradinė iš portfelio išimama suma kasmet ptikslinama pagal infliacijos prognozę. Šiame pavyzdyje asmuo išeina į pensiją nedelsiant, tačiau daugelio horizontų metodą galima pritaikyti ir tokiam atvejui, kai pirmasis išėmimas vykdomas ne po metų, o po ilgesnio laikotarpio, t. y. taikymui priešpensiniame laikotarpyje.

1.7 lentelė. Investicijų portfelio sudėtis pagal daugelio horizontų metodą

Table 1.7. Asset allocation of investment portfolio according to multiple horizon approach

Metai	Akcijų dalis, %	Obligacijų dalis, %	Pinigų rinkos priemonių dalis, %
1	48,49	20,28	31,23
2	47,53	20,66	31,81
3	46,46	21,08	32,46
4	45,27	21,55	33,18
5	43,94	22,07	33,99
6	42,44	22,66	34,89
7	40,76	23,33	35,92
8	38,84	24,08	37,08
9	36,65	24,94	38,40
10	34,14	25,93	39,93
11	31,22	27,08	41,70
12	27,81	28,42	43,77
13	24,33	29,46	46,22
14	20,80	30,05	49,14
15	17,26	30,06	52,68
16	13,74	29,24	57,02
17	10,31	28,22	61,47
18	7,03	26,92	66,04
19	4,06	25,23	70,71
20	1,59	22,94	75,46
21	0,00	19,71	80,29
22	0,00	14,83	85,17
23	0,00	9,92	90,08
24	0,00	4,97	95,03
25	0,00	0,00	100,00

2-asis A.1 lentelės, pateiktos A priede, stulpelis rodo išėmimų projekciją 25 metams, išėmimo sumą kasmet didinant infliacijos prognozės dydžiu. 3,4 ir 5 stulpelis atkartoja pradinę atskirų portfelių sudėtį, pateiktą 2.1 lentelėje. 6 stulpelyje skaičiuojama kiekvieno portfelio vidutinė grąža priklausomai nuo portfe-

lio sudėties. Šios gražos 7 stulpelyje virsta metiniais diskonto faktoriais, kuriuos dauginant su ankstesnių metų diskonto faktoriais 8 stulpelyje gaunami sudėtiniai diskonto faktoriai. Jie naudojami kiekvienos išėmimo sumos (portfelio) dabartinei vertei nustatyti (9 stulpelis). Suma 9 stulpelio apačioje rodo, kokia portfelio suma, esant tam tikroms aplinkybėms, reikalinga finansuoti išėmimus artimiausius 25 metus. 10, 11 ir 12 laukelis rodo akcijų, obligacijų ir pinigų rinkos priemonių dalį kiekviename iš portfelių, o sumos apačioje nurodo akcijų, obligacijų ir pinigų rinkos priemonių vertę, reikalingą turėti portfelyje. Procentinės jų dalys portfelyje nurodo portfelio sudėtį pirmiesiems metams. Taigi, šiuo atveju turime, kad akcijos turi sudaryti 48,49 %, obligacijos – 20,28 % ir pinigų rinkos priemonės – 31,23 % portfelio vertės. Kadangi ši lentelė perskaičiuojama kasmet, portfelio sudėtis kiekvienais metais bus vis kitokia. Antrųjų metų lentelė pateikta A priede A.2 lentelėje. Antraisiais metais akcijų dalis sumažėjo iki 47,53 %, obligacijų – padidėjo iki 20,66 %, pinigų rinkos priemonių – iki 31,81 %. Analogiškai nustatoma portfelio sudėtis vėlesniais metais. 1.7 lentelėje pateikti portfelio sudėtis ateinantiems 25 metams.

Matyti, kad akcijų dalis nuosekliai mažėja didėjant mažiau rizikingų aktyvų daliai portfelyje. Obligacijų dalis nežymiai didėja laikui bėgant, o nuo 14–15-tų metų ima mažėti. Pinigų rinkos priemonių dalis portfelyje nuolat auga. Metodas atspindi idėją, kad akcijų rizikingų ir nerizikingų aktyvų santykis portfelyje turėtų su amžiumi keistis, ir tai atliekama laipsniškai.

Šis gana nesudėtingas, lankstus ir lengvai pritaikomas metodas, autoriaus nuomone, turi ir trūkumą – nustatyta portfelio sudėtis gali būti tam tikrais atvejais pernelyg konservatyvi. Pavyzdžiui, jei asmuo turi didesnę santaupų sumą, nei reikalaujama pagal metodą, tuomet jis galėtų ryžtis rizikingesnėms investicijoms ir taip palikti paveldėtojams didesnę sumą. Tokiems asmenims tikėtina gyvenimo trukmė neatspindi tikrojo investicijų horizonto.

1.7.3. Stochastinis optimizavimas

Stochastinis (gr. stochasis – nuspėjimas), matematikoje atsitiktinis, tikimybinis, reiškinyss turi atsitiktinį, tikimybinį pobūdį – vienas ar keli kintamieji kinta stochastiniu būdu. Reiškinių su stochastiniais kintamaisiais aprašymui ir tyrimui labai naudingi yra stochastiniai modeliai, kurie padeda juos tirti kompiuterių pagalba ir matematiškai.

Stochastinis optimizavimas nusako tikslo funkcijos su stochastinės prigimties kintamaisiais optimizavimą. Didėjant Monte Carlo imitacinio modeliavimo galimybėms, vis dažniau imitacinio modeliavimo programinių priemonių gamintojai į jas įtraukia stochastinio optimizavimo procedūros galimybę. Stochastinio optimizavimo metu imitacinio modeliavimo programinis paketas modelio skaičiavimo rezultatus (išvestį) panaudoja kaip įvestį optimizavimo algoritmui.

Stochastinio optimizavimo procedūra labai dažnai taikoma fizikos ir gamtos moksluose, tačiau optimalaus investicijų portfelio pensijos laikotarpiui sudarymui ir išėmimų strategijos planavimui ši procedūra dar menkai naudota. Autorės žiniomis, stochastinio optimizavimo metodas investicijų portfelio sudėčiai nustatyti iki šiol plačiai nebuvo naudojamas – vienintelis bandymas stochastiškai optimizuoti investicijų portfelio sudėtį pensijos laikotarpiu priklauso Stout (2008), kurio tyrimo metodika paremti tolimesni tyrimai, pateikti šios disertacijos 2-ame ir 3-iaame skyriuose.

Stochastinio investicijų portfelio optimizavimo tikslas yra nustatyti optimalią portfelio sudėtį, užtikrinančią, kad išimant iš portfelio tam tikras sumas vartojimui portfelio pakaks visam planuojamam pensijos laikotarpiui įvertinant stochastinę portfelį sudarančių turto klasių grąžų ir asmens gyvenimo trukmės prigimtį. Tokiu tikslu siekiama minimizuoti įvykio, kad portfelio vertė taps lygi nuliui, atsitikimo dažnumą. Detalesnė autorės atliktų tyrimų metodika ir optimizavimo procedūra pateikiama 2.1. ir 3.1. skyriuose.

1.8. Pirmojo skyriaus išvados ir disertacijos uždavinių formulavimas

Siekiant gilaus nagrinėjamos problemos ištirtumo, šiame skyriuje apžvelgta Lietuvos ir užsienio autorių mokslinė literatūra, nagrinėjanti asmeninių finansų ir pensijos planavimo ryšį, pensijos planavimo procesą, tikslus ir priemones, asmens sprendimus gyvenimo cikle, investicijų horizonto ir portfelio sudėties sąveiką, žmogiškojo kapitalo vaidmenį sudarant portfelį, riziką pensijos planavime, tvaraus investicijų portfelio sudarymą. Atlikta literatūros šaltinių analizė leidžia padaryti šias išvadas:

1. Pensijos planavimas yra vienas svarbiausių asmeninių finansų turinio elementų, kuris kartu su vartojimo ir taupymo, įsipareigojimų, draudimo, investicijų, nekilnojamojo turto, mokesčių ir karjeros planavimu užtikrina visapusišką asmens finansų valdymą ir nulemia asmens gyvenimo kokybę pensijos laikotarpiu. Tai nuoseklus nuolat peržiūrimo plano išsikeltiems pensijos tikslams pasiekti kūrimas ir įgyvendinimas, aktualus tiek darbingą žmogaus gyvenimo ciklo etapą, tiek pensijos laikotarpiu.

2. Pagrindinis pensijos planavimo tikslas – užsitikrinti pakankamas pajamas pensijos laikotarpiu, išlaikyti iki pensinio laikotarpio gyvenimo kokybę ir išsilaikinti nuo rūpesčių dėl finansinio saugumo ateityje. Prieš sudarant portfelį atliekama asmens tikslų ir poreikių analizė apima asmens pajamų poreikio, investicijų objektų, galimų pajamų analizę, portfelio kaupimo horizonto ir tikėtinos gyvenimo trukmės nustatymą, infliacijos prognozių įvertinimą. Gyvenimo kokybės rodiklis pajamų iš portfelio pensijos laikotarpiu kontekste yra išėmimo

norma – procentinė pradinės portfelio vertės dalis, skirta vartojimui per tam tikrą laikotarpį. Optimali portfelio sudėtis nustatoma darant prielaidą, kad taikoma vienokia ar kitokia išėmimo norma.

3. Empiriniai gyvenimo ciklo modelio tyrimai rodo, kad su amžiumi asmens žmogiškasis kapitalas mažėja, finansinis kapitalas didėja, o investicijų horizontas mažėja. Remiantis šia sąveika galima pateisinti požiūrį, kad didesnę akcijų dalį portfelyje turėtų laikyti jaunesni investuotojai. Sudarant portfelį turi būti įvertinama koreliacija tarp asmens pajamų ir rizikingų aktyvų grąžos bei ateities pajamų rizikingumas. Pensijos laikotarpiu žmogiškasis kapitalas nesvarbus, kadangi jo vertė yra lygi arba artima nuliui, dėl to, autorės nuomone, euristinis metodas galėtų būti taikomas pensijos laikotarpiu.

5. Moderniosios portfelio teorijos principai tinka pensijos kaupimo etapui, tačiau nėra taikytini paskirstymo etape. Siekiant portfelio tikslų pensijos laikotarpiu, portfelio sudarymo ir valdymo metodologija turėtų įvertinti moderniosios portfelio teorijos apribojimus. Ilgaamžiškumo ir portfelio pereikvojimo rizika bei asmens galimas prisiimti jos lygis turėtų būti esminiai šios metodologijos aspektai.

6. Investicijų portfelio valdyme aktualios ilgaamžiškumo, investicijų, infliacijos, netikėtų įvykių, pinigų srauto, gyvenimo stiliaus ir grąžos sekos rizikos. Efektyviu investicijų portfelio valdymu dalį šių rizikos rūšių galima sumažinti.

7. Kritusi turto ir santaupų vertė, ilgesnė gyvenimo trukmė, aukštesnės sveikatos ir ilgalaikės priežiūros paslaugų kainos, aktyvesnis pensinio amžiaus žmonių gyvenimo būdas nulemia didesnių pajamų pensijos laikotarpiu poreikį. Nepaisant augančio mokslininkų dėmesio investicijų portfelio tvarumo problemai vis dar nėra vieningos optimalaus investicijų portfelio sudarymo ir valdymo metodikos, kuri būtų plačiai pripažįstama ir taikoma investicijų valdymo srities mokslininkų ir profesionalų.

8. Metodai, pasirinkti tolimesniems tyrimams, – euristinis, daugelio horizontų metodas, stochastinio optimizavimo – apima visus dažniausiai praktikoje taikomus būdus investicijų portfelio sudėčiai pensijos laikotarpiui nustatyti.

Reikia pripažinti, kad egzistuoja daug galimų portfelio valdymo strategijų, kurios tėra stilizuotos į tikslą orientuoto investavimo, analizuoto Brunel (2006) bei Chhabra, Kumeru ir Zaharoff (2008), lockbox strategijos, kurią pasiūlė Sharpe, Scott ir Watson (2007) arba Robinson (2007) išdėstytų tarpsniais pajamų požiūrio variantai. Todėl šioje disertacijoje bus siekiama iš esmės išnagrinėti tvaraus investicijų portfelio sudėties nustatymo metodus, nustatyti optimalią investicijų portfelio sudėtį pensijos laikotarpiui ir pateikti rekomendacijas dėl nagrinėjamų metodų taikymo praktikoje. Tam tikslui įgyvendinti darbe iškelti šie uždaviniai:

1. Išanalizuoti investicijų portfelio sudėties nustatymo metodus (euristinį, daugelio horizontų, stochastinio optimizavimo) tiek pastovaus pensijos laikotar-

pio, tiek stochastinės gyvenimo trukmės atveju, nustatant portfelio poreikvojimo tikimybę kiekvienu nagrinėjamu atveju, išryškinti metodų savybes bei taikymo galimybes gerovės pensiniame amžiuje užtikrinimui.

2. Empiriškai patikrinti investicijų portfelių, sudarytų skirtingais (euristiniu, daugelio horizontų, stochastinio optimizavimo) metodais, tvarumą su istoriniais rinkos duomenimis, norint nustatyti, ar portfelio pakanka vartojimo išlaidoms padengti nagrinėjamos trukmės pensijos laikotarpiu.

3. Pasinaudojant dinaminio stochastinio modeliavimo ir stochastinio optimizavimo galimybėmis pakoreguoti euristinį metodą siekiant didesnio metodo efektyvumo asmeninių finansų valdymo specialistams metodą taikant praktikoje.

4. Pateikti rekomendacijas dėl esamų ir autorės sudarytų investicijų portfelio sudarymo pensijos laikotarpiui metodų taikymo praktikoje ir nubrėžti tolimesnių šios srities mokslinių tyrimų kryptis.

Investicijų portfelio sudarymas pastoviam pensijos laikotarpiui

Šio tyrimo tikslas yra išnagrinėti investicijų portfelio sudėties nustatymo metodus (euristinį, daugelio horizontų, stochastinio optimizavimo) pastovaus pensijos laikotarpio atveju, nustatant portfelio poreikvojimo tikimybę kiekvienu nagrinėjamu atveju, išryškinti metodų savybes bei taikymo galimybes gerovės pensiniame amžiuje užtikrinimui.

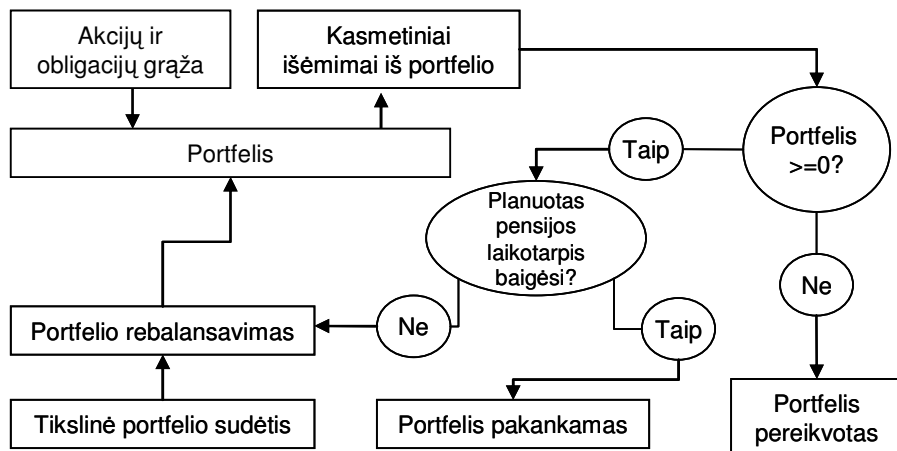
Skyriaus tematika paskelbtas vienas autoriaus straipsnis (Klimavičienė 2010 B) mokslo žurnale.

2.1. Tyrimo metodika

2.1.1. Konceptinis tyrimo modelis

Tarkime, kad turime asmenį, kuris netrukus išeis į pensiją. Tarkime, kad asmuo turi sukaupęs tam tikrą sumą pinigų, pvz. 1 mln. litų. Kasmet asmuo išima iš portfelio pastovią procentinę pradinio portfelio vertės dalį vartojimui, tad pensijos laikotarpį asmuo pradeda išimdamas iš portfelio tam tikrą sumą, o likutį investuoja į akcijas ir vidutinės trukmės vyriausybės obligacijas tam tikru santy-

kiu, kurį nustato trimis skirtingais (euristiniu, daugelio horizontų bei stochastinio optimizavimo) metodais. Akcijų ir obligacijų grąža modelyje – stochastiniai dydžiai. Asmuo siekia, kad portfelio pakaktų planuojamam pensijos laikotarpiui. Taikant aukščiau minėtus metodus siekiama nustatyti optimalią finansinio turto struktūrą, kuri užtikrintų, kad tikimybė, jog portfelio vertė taps lygi nuliui (toliau – poreikvojimo tikimybė) būtų minimali, ir palyginti skirtingais metodais gautus rezultatus.



2.1 pav. Modelio su pastoviu planuojamu pensijos laikotarpiu schema

Fig. 2.1. Fixed retirement planning horizon model

Siekiant atlikti kuo platesnį tyrimą, analizuojami keli skirtingi scenarijai amžiaus ir išimamos iš portfelio sumos aspektais:

1) asmuo išeina į pensiją būdamas nuo 55 iki 70 metų (nagrinėjami atvejai kas 5 metus), todėl skaičiavimuose taikomas planuojamas pensijos laikotarpis su papildomu penkerių metų apsaugos laikotarpiu atitinkamai 35, 30, 25, 20 metų. Visais atvejais asmuo tikisi gyventi iki 85 metų. Siekiant papildomai apsidrausti pridedama po 5 papildomus metus, todėl visais atvejais asmuo planuoja pajamas iki 90 metų. Pasirinkti pensijos laikotarpio variantai atspindi Lietuvos gyventojų statistinius tikėtinos gyvenimo trukmės duomenis, pateiktus B priede.

2) tiriant metodus nagrinėjamos nuo 3 % iki 10 % (kas 0,5 procentinio punkto) išėmimo normos. Taikant mažesnę nei 3 % išėmimo normą, tikimybė, kad portfelio vertė taps lygi nuliui anksčiau numatyto termino, visuomet yra arti nulio. Kasmet iš portfelio išimama suma laikoma pakoreguota pagal infliaciją, kadangi modelyje naudojamos realios turto klasių grąžos. Išėmimo norma yra fiksuota ir nekinta per nagrinėjamą pensijos laikotarpį. Tyrimo matrica, kurioje pateikti pagrindiniai tyrimo aspektai ir tiriama atvejai, pateikta C priede C.1 lentelėje.

Pabrėžtina, kad šioje tyrimo dalyje išėmimo norma nėra koreguojama atsižvelgiant į tai, kokias pajamas asmuo gauna iš pensijos ar kitos veiklos. Taip pasielgta siekiant pateikti skirtingas analizuojamais metodais sudarytų portfelių galimybes. Penktame disertacijos skyriuje pateikiami skaičiavimai remiantis Lietuvos statistiniais duomenimis įvertinant asmens būsimą pensijos dydį ir jo dydžiu mažinant išėmimo normą.

Portfelis visais atvejais perbalansuojamas kasmet. Mokesčiai bei operacijų kaštai modelyje neįvertinti.

2.1.2. Matematinis tyrimo modelio pagrindimas

Anksčiau minėtiems trims metodams tirti pasitelkiama dinaminio Monte Carlo imitacinio modeliavimo technika (GoldSim v. 10.10 programinis paketas), kuria naudodamasi autorė sudarė imitacinius modelius⁶, skaičiuojančius tikimybę, kad portfelio vertė pensijos laikotarpiu taps lygi nuliui, kitaip tariant, portfelis bus pereikvotas anksčiau negu planuota (toliau – pereikvojimo tikimybė). Kiekvienos simuliacijos metu autorės pasirinkimu modelis generuoja 20 000 realizacijų – 20 000 portfelio augimo per tam tikros trukmės laikotarpį scenarijų – ir vieną portfelio pereikvojimo tikimybę p , kuri lygi:

$$p = \frac{k}{n} \quad (2.1)$$

čia k – realizacijų, kai portfelio vertė tampa lygi 0, skaičius; n – realizacijų skaičius.

Autorės pastebėjimu, modelio rezultatai stabilūs, jei generuojama 10 000 realizacijų, tačiau dėl didesnio tikslumo pasirinkta generuoti 20 000 realizacijų. Didinant realizacijų skaičių, pavyzdžiui, iki 50 000 realizacijų, modelio skaičiavimams reikalingas laikas smarkiai pailgėja.

Priešingai nei statinio imitacinio modeliavimo atveju, dinaminis imitacinis modelis kinta laikui bėgant. Dinaminis imitacinis modeliavimas sudaro sąlygas suprasti, kaip tam tikra sistema kinta laike, prognozuoti sistemos elgseną laikui bėgant bei tikėtinus ateities rezultatus, parinkti priemones įtakojančias sistemos elgsenos pokyčius pageidaujama linkme (Probabilistic Simulation Environment, 2010). Investicijų portfelio tvarumo pensijos laikotarpiu problemai spręsti sudaryti modeliai kinta laikui bėgant, kai kurie veiksmai modelyje atsitinka tik tuo atveju, jei įvyksta tam tikri įvykiai: čia vykdomi išėmimai iš portfelio, portfelio vertei pasiekus nulį, modelis fiksuoja, kad portfelio nepakako visam pensijos laikotarpiui bei metus, kuriais portfelio vertė pasiekė nulį, taip pat stabdoma to-

⁶ Modeliai pateikti kompiuterinėje laikmenoje.

limesni išėmimai iš portfelio. Modeliuojant stochastinę asmens gyvenimo trukmę, įvykus sistemos pokyčiui (asmuo miršta), modelis fiksuoja sėkmingą realizaciją, portfelio vertės augimas ir išėmimai iš portfelio nutraukiami. Šių vienas nuo kito priklausančių įvykių modeliavimas sunkiai įmanomas įprastinėmis modeliavimo priemonėmis, pavyzdžiui, paprastais imitacinio modeliavimo įrankiais, neturinčiais dinaminio modeliavimo funkcijų.

Ankstesniuose tyrimuose (Bengen 1994, Kim ir Wong 1997, Shoven 1999, Smith, Gould 2007, Cooley, Hubbard, Waltz 2003, Stout, Mitchell 2006, Stout 2008, Mitchell 2009 ir kt.) dažniausiai buvo analizuojamas dviejų turto klasių – akcijų ir vyriausybės obligacijų portfelis, todėl ir šiame tyrime nagrinėjama hipotetinį portfelį taip pat sudaro dvi turto klasės: akcijos ir vidutinės trukmės JAV vyriausybės obligacijos. Šių turto klasių metinės realios grąžos atsitiktinai generuojamos modelio pagalba. Modeliui sudaryti pasirinktos realios, pagal infliaciją pakoreguotos, grąžos siekiant sumažinti skaičiavimų sudėtingumą bei išvengti infliacijos modeliavimo. Realias turto klasių grąžas tyrimuose taip pat naudojo Smith ir Gould (2007), Stout ir Mitchell (2006), Stout (2008), Mitchell (2009) ir kt. Realį grąžos normą i_r apskaičiuojama (Hennessey 2004):

$$i_r = \frac{1 + i_n}{1 + f} - 1 \quad (2.2)$$

čia i_n – nominali grąžos norma; f – infliacija.

Modelio parametrus nustatyti analizuojami 1926–2009 metų istoriniai duomenys (D priedas), kurių pagrindiniai rodikliai pateikti 2.1 lentelėje:

2.1 lentelė. Istoriniai 1926–2009 m. akcijų ir obligacijų rodikliai

Table 2.1. Historical stock and bond indicators for 1926–2009 period

Turto klasė	Vidutinė metinė reali grąža	Standartinis nuokrypis	Metinių istorinių duomenų šaltinis
Akcijos	8,65 %	20,52 %	S&P indeksas
Vidutinės trukmės JAV vyriausybės obligacijos	2,20 %	7,18 %	1926–1995 m. Center for Research in Security Prices 1996–1999 m. <i>Lehman Bros. intermediate-term Treasury</i> indeksas 2000–2009 m. <i>DFA Five-Year Government I</i> indeksas

Daug mokslininkų, pvz. Blanchett ir Frank (2009), Spitzer, Strieter ir Singh (2008), Spitzer ir Singh (2007), tyrimuose naudoja savirankos (*bootstrap*) imitacinio modeliavimo metodą, kuomet grąžos atsitiktinai generuojamos iš istorinių

metinių arba mėnesinių grąžų. Šio metodo esmė ta, kad istorinės metinės ar mėnesinės grąžos užrašomos ant kamuoliukų, kurie sudedami į vieną indą ir atsitiktinai traukiamas kamuoliukas, grąža užfiksuojama, o kamuoliukas padedamas atgal į tą patį indą. Taigi, tą patį kamuoliuką galime ištraukti ne sykį. Traukimas tęsiamas tol, kol išrenakamos ir užfiksuojamos visos imituojamo laikotarpio grąžos. Tokiu atveju daroma prielaida, kad tos pačios 30, 60 ar 100 metų laikotarpio istorinės metinės ar mėnesinės grąžos kartosis ateityje, tačiau kita seka. Atsitiktinai imama tam tikrų metų portfelio sudarančių turto klasių grąžų rinkinys, taip išlaikant koreliaciją tarp turto klasių grąžų. Nors, anot Schleefer ir Eisinger (2007) modeliuojant šiuo metodu nereikia daryti prielaidų apie turto klasių grąžų pasiskirstymą (normalųjį ar lognormalųjį), didžiausias šio metodo trūkumas, pasak Mitchell (2009) yra tas, kad pasiskirstymo funkcija yra apribota istorinių grąžų, tačiau situacija rinkoje gali pasikeisti staiga ir nebūtinai atkartoti praeitį.

Šis tyrimas, kaip ir Cooley, Hubbard ir Waltz (2003), Stout ir Mitchell (2006), Stout (2008), Mitchell (2009), remiasi Monte Carlo imitacinio modeliavimo technika. Pavyzdžiui, Milevsky ir Panyagometh (2001) Monte Carlo imitacinio modeliavimo metodu sprendė investicinių fondų portfelių sudarymo problemas. Toks modelis, anot Mitchell (2009), leidžia imituoti ekstremalesnius negu istoriniai akcijų bei obligacijų rinkos svyravimus. McCabe, Boinske (2000) teigia, kad geresnė bootstrap metodui alternatyva yra daryti prielaidą, kad kaupimo daugikliai yra pasiskirstę pagal lognormalųjį pasiskirstymą, o šio pasiskirstymo parametrus (vidurkį ir standartinį nuokrypį) kiekvienai turto klasei atskirai nustatyti iš istorinių duomenų ir skaičiuojant svertinį vidurkį nustatyti viso portfelio grąžą ir kintamumą. Anot McCabe, Boinske (2000), lognormalaus pasiskirstymo naudojimas yra standartinis nuo pat Fama (1965) publikacijos.

Sudarant modelį daroma prielaida, kad turto klasių vienerių metų kaupimo daugikliai (kitais – kainų santykiai) arba $(1 + \text{metinė reali grąža})$ (toliau – kaupimo daugikliai) pasiskirstę lognormaliai. Lognormalumo prielaida taip pat remiasi Ho, Milevsky ir Robinson (1997), Cooley, Hubbard ir Waltz (2003), Guyton ir Klinger (2006), Klinger (2007), Smith ir Gould (2007), Stout ir Mitchell (2006), Stout (2008), Mitchell (2009) ir kiti. Crow ir Shimizu (1988) lognormalųjį pasiskirstymą apibūdina kaip pasiskirstymą atsitiktinio dydžio, kurio logaritmas pasiskirstęs normaliai. Trainor (2005), analizavęs prielaidas apie rinkos grąžų normalų pasiskirstymą, padarė išvadą, kad ilgesnių nei dešimties metų laikotarpių rinkos grąžos projekcijos turėtų būti pakoreguotos pagal lognormalųjį pasiskirstymą.

Finansų literatūroje tradicinis požiūris į akcijų grąžų modeliavimą tolydžiam laike remiasi geometrine Brauno dėsnio prielaida. Diskretaus laiko atveju tai reiškia, kad (Hardy, 2003):

1) kiekviename diskrečiame laiko intervale akcijos kaupimo daugiklis yra pasiskirstęs lognormaliai. Tarkime, kad S_t yra akcijos kaina bet kuriuo laikotar-

piu $t > 0$. Tuomet lognormalumo prielaida reiškia, kad prie tam tikrų parametrų μ ir σ ir bet kokio $w > 0$:

$$\frac{S_{t+w}}{S_t} \sim LN(w\mu, \sqrt{w}\sigma) \Rightarrow \log \frac{S_{t+w}}{S_t} \sim N(w\mu, w\sigma^2) \quad (2.3)$$

čia LN – lognormalusis pasiskirstymas; N – normalusis pasiskirstymas; μ – vidutinė logaritminė grąža; σ – standartinis nuokrypis.

Ir atvirkščiai, jei X yra pasiskirstęs normaliai su vidurkiu μ ir dispersija σ^2 , tuomet e^x yra pasiskirstęs lognormaliai.

2) kaupimo daugikliai nepersidengiančiuose intervaluose yra nepriklausomi, t. y. esant bet kokiems t, u, v, w , kai $t < u < v < w$:

$$S_u/S_t \text{ ir } S_w/S_v \text{ yra nepriklausomi} \quad (2.4)$$

μ ir σ gali būti nustatomi iš istorinių duomenų, t. y. nustatant vidutinę logaritminę grąžą ir dispersiją (Beninnga 2008):

$$\mu = \frac{M \left[\ln \left(\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} \right) \right]}{\Delta t}, \quad \sigma^2 = \frac{D \left[\ln \left(\frac{S_{t+\Delta t}}{S_t} \right) \right]}{\Delta t} \quad (2.5)$$

čia M – aritmetinis vidurkis; D – dispersija.

Lognormalumo prielaida buvo patikrinta skaičiuojant istorines logaritmines grąžas bei Kolmogorovo – Smirnovu testu tikrinant, ar minėtų grąžų skirstiniai skiriasi nuo normalaus pasiskirstymo. Hipotezė apie skirstinių vienodumą patvirtinta. Lognormalių atsitiktinių dydžių generavimas gali būti paremtas normaliai pasiskirsčiusių atsitiktinių dydžių generavimu bei lognormalių ir normalių skirstinių sąryšiu (Ayyub, McCuen 2003). Paprasčiausia sugeneruoti lognormaliai pasiskirsčiusį atsitiktinį dydį Y yra generuoti normaliai pasiskirsčiusį atsitiktinį dydį X ir tuomet skaičiuoti $Y = e^x$ (Gentle 2003).

Į modelį įtrauktų atsitiktinių dydžių atsitiktiniai pasiskirstymai buvo modeliuoti LHS (Latin Hypercube Sampling) metodu, pristatytu McKay, Beckman ir Conover (1979), vėliau plėtotu Stein (1987), kuris dažnai naudojamas siekiant sumažinti realizacijų skaičių, kuris reikalingas, kad būtų pakankamai tiksliai atspindėtas atsitiktinio dydžio pasiskirstymas. Taikant šį metodą atsitiktinio dydžio tikimybės pasiskirstymas yra suskaidomas į n atkarpų arba sluoksnių (angl. *strata*) (kur n – realizacijų skaičius; tyrimo atveju – 20 000), tuomet jos sumaišomos, o atsitiktinis dydis parenkamas iš eilės iš kiekvienos atkarpos, tačiau atsitiktinai pačios atkarpos viduje (Glasserman 2004). LHS metodas užtikrina, kad

kiekviena atsitiktinio dydžio reikšmė generuojant atsitiktinius dydžius būtų atspindėta.

Imitacinio modelio pagalba generuojant atsitiktinius dydžius taip pat išlaikyta istorinė koreliacija tarp akcijų ir vidutinės trukmės JAV vyriausybės obligacijų, lygi 0,16.

Neparametriniu Kolmogorovo-Smirnovo Z testu patvirtinta nulinė hipotezė, kad imitacinio modelio turto klasių grąžų skirstiniai statistiškai reikšmingai nesiskiria nuo istorinių grąžų pasiskirstymo. Kolmogorovo – Smirnov Z testas parremtas didžiausio skirtumo tarp abiejų imčių sukaupytųjų dažnių skirstinių apskaičiavimu. Iš to sprendžiama, ar skirtumas tarp imčių yra reikšmingas (Pukėnas 2004). Remiantis testo rezultatais daroma prielaida, kad istorinių duomenų pagrindu nustatyti akcijų ir obligacijų kaupimo daugiklių skirstinių parametrai tinkamai apibūdina galimas ateities turto klasių grąžų trajektorijas. Analogiškai hipotezes apie imčių skirstinių vienodumą tikrino Stout ir Mitchell (2006), Stout (2008).

Kiekvienų metų pradžioje asmuo išima iš portfelio tam tikrą sumą, o likutį iki kito išėmimo investuoja tam tikru santykiu į akcijas ir vidutinės trukmės vyriausybės obligacijas ir gauna realią grąžą priklausomai nuo turto klasių santykio portfelyje. Vienerių metų portfelio grąža apskaičiuojama:

$$R_{t,i} = D_{t,A} \times A_{t,i} + (1 - D_{t,A}) \times O_{t,i} \quad (2.6)$$

čia $R_{t,i}$ – portfelio grąža t metais i realizacijoje; $D_{t,A}$ – akcijų dalis portfelyje t metais; $A_{t,i}$ – reali akcijų grąža t metais i realizacijoje; $O_{t,i}$ – reali obligacijų grąža t metais i realizacijoje.

Portfelio vertė t laikotarpio pabaigoje gali būti apskaičiuojama:

$$V_{t,i} = (V_{t-1,i} - I \times V_0) \times (1 + R_{t,i}) \quad (2.7)$$

čia $V_{t,i}$ – portfelio vertė t metų pabaigoje i realizacijoje; $V_{t-1,i}$ – portfelio vertė t metų pradžioje i realizacijoje; I – kasmetinė pastovi išėmimo norma procentais; V_0 – portfelio vertė pensijos laikotarpio pradžioje.

Imitacinis modelis turi vieną būsenos kintamąjį – „LYGUS 0“, bet kuriuo laikotarpiu t tikrinantį, ar portfelio vertė netampa lygi nuliui, ir galintį įgyti reikšmes tik „teisinga“ arba „klaidinga“ (modelyje neleidžiama portfelio vertei tapti neigiama). Išimti iš portfelio lėšų įmanoma tik tada, kai būsenos kintamojo reikšmė yra „klaidinga“, o pensijos laikotarpis dar nėra pasibaigęs. Todėl:

$$V_{t,i} = (V_{t-1,i} - I \times V_0) \times (1 + R_{t,i}), \text{ jeigu } \text{LYGUS } 0 = \text{klaidinga} \quad (2.8)$$

priešingu atveju $V_{t,i} = 0$

Visais atvejais t gali įgyti reikšmes nuo 1 iki L , kur L – planuojamo pensijos laikotarpio trukmė metais. Kaip jau minėta, tiriami atvejai, kai L lygus 20, 25, 30, 35. i kinta nuo 1 iki 20 000, t. y. priklausomai nuo eksperimente generuojamo realizacijų skaičiaus.

Akcijų ir obligacijų dalys portfelyje, apskaičiuotos pagal euristinį ir daugelio horizontų metodus, vėliau patikrinamos dinaminio stochastiniu imitaciniu modeliu su stochastine turto klasių grąža. Stochastinio optimizavimo metodu turto klasių santykis nustatomas vien dinaminio stochastinio imitacinio modelio pagalba. Portfelio paskirstymas pagal euristinį metodą skirtingiems planavimo horizontams L pateiktas E priede. Portfelio paskirstymas pagal daugelio horizontų metodą skirtingiems planavimo horizontams L pateiktas F priede. Dinaminio stochastinio imitacinio modelio schema pateikta G priede. Visi kiti statistiniai skaičiavimai ir duomenų testai tyrimų metu atlikti SPSS v. 11.0.1 bei MS Excel 2002 paketais.

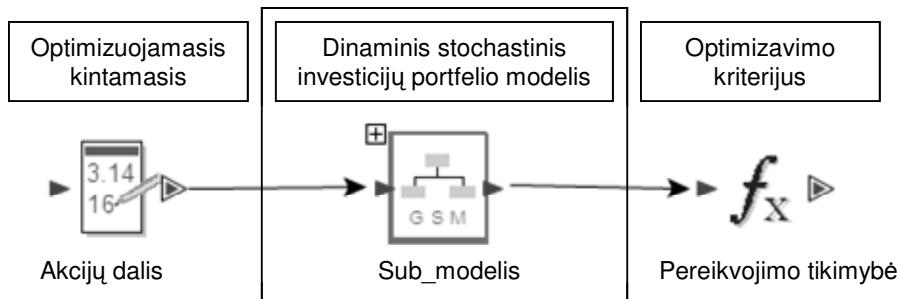
2.1.3. Stochastinio optimizavimo metodika

GoldSim programiniu paketu sudarytų imitacinių modelių optimizavimo algoritmas paremtas Box komplekto metodu (angl. *Box complex method*), pristatytu Box (1965). Metodo esmė ta, kad pirmiausia yra parenkamas tam tikras sprendinių, tenkinančių visus vartotojo reikalavimus, „komplektas“, sudarytas iš dvigubai daugiau sprendinių nei yra optimizuojamų kintamųjų. Kai tik nustatomas pradinis sprendinių rinkinys, algoritmas sprendinių apribotame paieškos lauke atlieka skaičiavimus kiekvienąkart keisdamas mažiausiai optimalius komplekto narius į artimesnius optimaliajam tol, kol surandamas optimalus sprendinys (Probabilistic Simulation Environment 2010).

Stochastiniu optimizavimu siekiama rasti tokią optimalią portfelio, sudaryto iš dviejų aktyvų, sudėtį, prie kurios tikimybė, kad portfelis bus pereikvotas anksčiau nei numatytas pensijos laikotarpis, būtų minimali.

Siekiant šio tikslo sudarytas imitacinis modelis, kuris apjungia statinio optimizavimo ir dinaminio stochastinio imitacinio modeliavimo galimybes. Šiuo atveju statinio optimizavimo procedūroje naudojamas modelis savyje talpina kitą (submodelį) – dinaminį stochastinį imitacinį modelį. Taip yra todėl, kad optimizuojama tikslo funkcija privalo būti statinė, o stochastinio modelio rezultatai visada būna išreikšti tam tikrais tikimybės skirstiniais. Kitaip tariant, jei X yra stochastinio modelio rezultatas (visais atvejais tai tikimybės skirstinys), X optimizavimas būtų bevaisis. Tikslinga yra optimizuoti tam tikrą statistiką, pavyzdžiui, X vidurkį. Tam tikslui sudaromas modelis modelyje, t. y. dinaminis Monte Carlo imitacinis modelis patalpinamas statiniame optimizavimo modelyje. Stochastinio optimizavimo modelio schema pateikta 2.2 paveiksle.

Šiame modelyje optimizuojamas kintamasis yra akcijų dalis portfelyje, o optimizavimo kriterijus – minimali investicijų portfelio pereikvojimo tikimybė, kuri nustatoma minimizuojant įvykio, kad portfelio vertė tampa lygi nuliui, atsitikimo dažnumą (realizacijų skaičių, kuriose portfelio vertė tapo lygi nuliui). Priminsiu, kad portfelio pereikvojimo tikimybė modelyje skaičiuojama kaip realizacijų, kai portfelio vertė tampa lygi 0, ir visų generuojamų realizacijų santykis.



Sudaryta GoldSim v. 10.10 programiniu paketu

2.2 pav. Investicijų portfelio stochastinio optimizavimo modelis

Fig. 2.2. Stochastic optimization model of investment portfolio

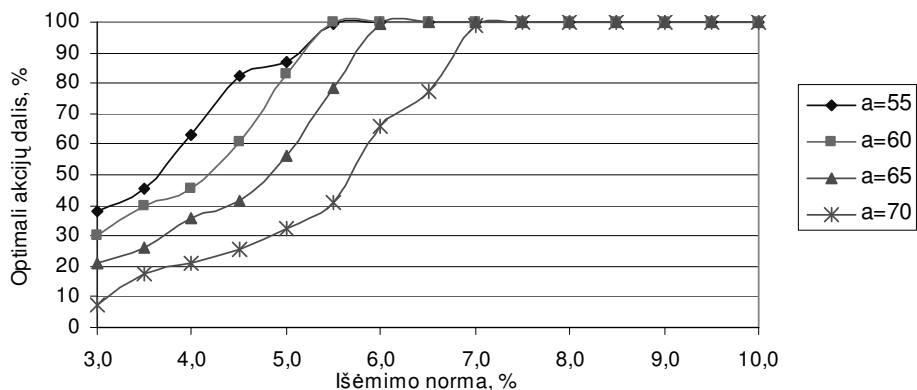
Imitacinio modelio skaičiavimų rezultatas – tikimybė, kad portfelio vertė bus lygi nuliui bei tikimybė, kad portfelio vertė netaps lygi nuliui (abiejų tikimybių suma visada lygi 1). Tikimybė, kad portfelio vertė taps lygi nuliui, priklauso nuo išėmimo normos, portfelio sudėties, asmens amžiaus pensijos laikotarpio pradžioje (pensijos laikotarpio trukmės) bei stochastinių akcijų ir obligacijų grąžų. Optimizuojant siekiama minimizuoti tikimybę, kad portfelio vertė taps lygi nuliui prie tam tikros išėmimo normos, asmens amžiaus pensijos pradžioje (pensijos laikotarpio trukmės), stochastinių turto klasių grąžų.

Gautos optimalios akcijų dalys esant įvairioms išėmimo normoms ir pensijos laikotarpio trukmėms toliau išbandomos tam tikslui parengto dinaminio stochastinio imitacinio modelio pagalba, taip gaunant vidutinės portfelio pereikvojimo tikimybės ir jos standartinio nuokrypio statistikas, o taip pat ir vidutinio galutinės ir pradinės investicijų portfelio vertės santykio bei jo standartinio nuokrypio statistikas. Minėtos statistikos nustatomos skirtingoms išėmimo normoms ir pensijos laikotarpio trukmėms atskirai. Kiekvienu atveju skaičiuojama 20 000 realizacijų.

2.2. Metodų tyrimo rezultatai

2.2.1. Optimalios akcijų dalies portfelyje nustatymas

Stochastiškai optimizuojant imitacinį modelį, detaliau apibūdintą 2.1 skyriuje, nustatyta optimali akcijų dalis portfelyje esant tam tikrai išėmimo normai I ir planuojamam pensijos laikotarpiui, kai žinomas asmens amžius a pensijos laikotarpio pradžioje. Kaip matyti iš 2.3 paveiksle pateiktų stochastinio optimizavimo rezultatų, trumpėjant planuojamam pensijos laikotarpiui, optimali akcijų dalis portfelyje mažėja, tačiau didėjant išėmimo normai optimali akcijų dalis portfelyje smarkiai didėja, o taikant 7,5 % ir didesnę išėmimo normą esant bet kuriai analizuojamai planuojamo pensijos laikotarpio trukmei portfelį turėtų sudaryti vien akcijos.



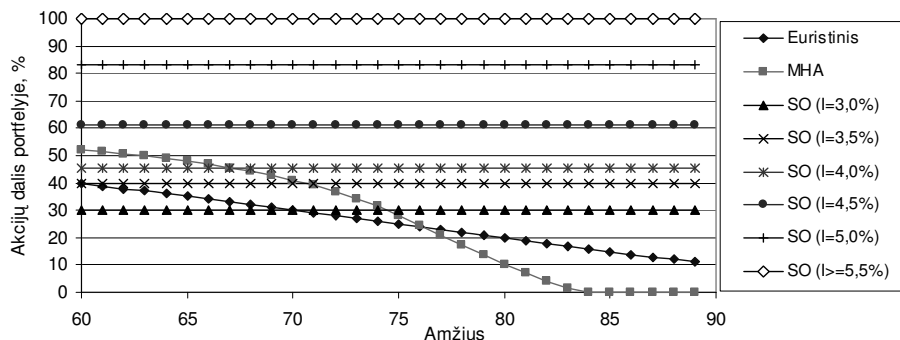
čia a – asmens amžius pensijos laikotarpio pradžioje.

2.3 pav. Optimali akcijų dalis pastoviam lanuojamam pensijos laikotarpiui

Fig. 2.3. Optimal allocation to stocks in fixed retirement planning horizon case

Stochastinio optimizavimo būdu nustatyta akcijų dalis portfelyje išimant iš portfelio daugiau nei 3,5 % pradinės portfelio vertės kasmet į pensiją išėjusiam 60-ties metų asmeniui yra visuomet didesnė nei euristiniu metodu nustatyta akcijų dalis, o išimant daugiau nei 4,5 % – visuomet didesnė ir už daugelio horizontų metodu nustatytą akcijų dalį portfelyje (2.4 pav.). Daugelio horizontų metodu nustatyta akcijų dalis kasmet mažėja, tačiau pirmąją pensijos laikotarpio dalį yra aukštesnė nei euristiniu metodu nustatytoji, antrąją pensijos laikotarpio dalį – mažesnė, o paskutinius šešerius pensijos laikotarpio metus lygi nuliui, palyginus su euristiniu metodu, pagal kurį paskutiniais pensijos laikotarpio metais akcijų dalis lygi 11 %.

Apibendrinus visus analizuojamus laikotarpius, optimali akcijų dalis portfelioje išimant iš portfelio 3,5 % pradinės portfelio vertės ir daugiau per metus yra didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta euristiniu ar daugelio horizontų metodu: nuo 8,06 iki 75,75 procentinio punkto didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta euristiniu metodu, ir nuo 8,60 iki 76,29 procentinio punkto didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta daugelio horizontų metodu, taikant išėmimo normą atitinkamai nuo 3,5 % iki 10 %.



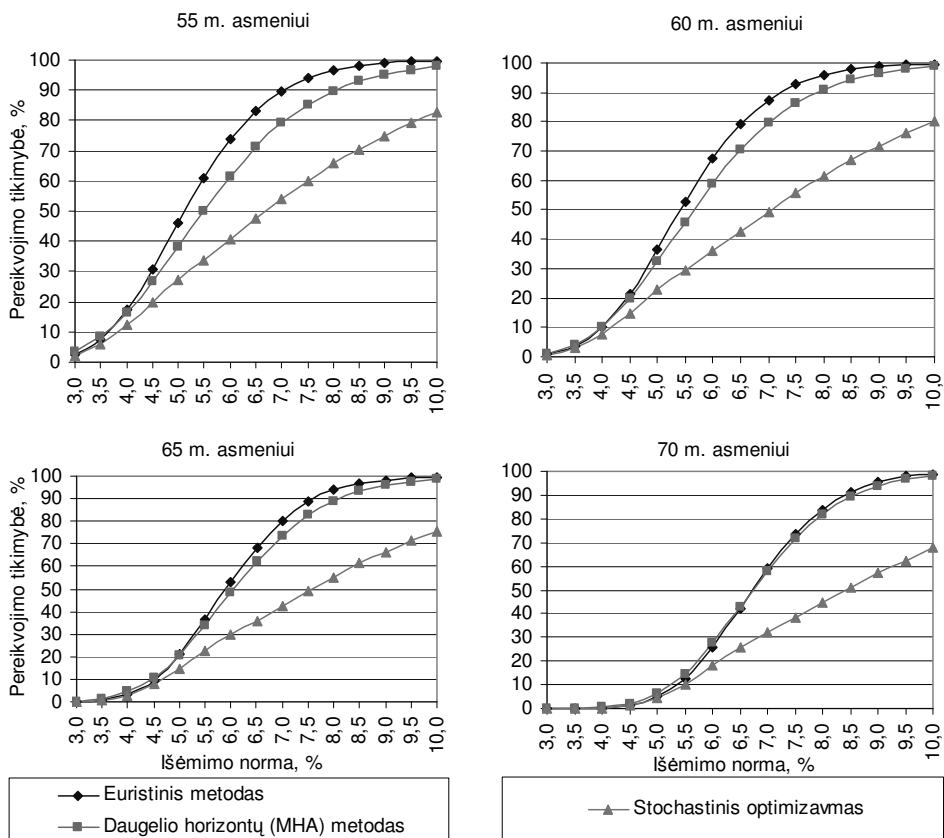
2.4 pav. Akcijų dalis portfelioje pagal skirtingus metodus 60-ties metų asmeniui
Fig. 2.4. Allocation to stocks according to different methods for 60 years old retiree

Akcijų dalies taikant skirtingus finansinio turto struktūros nustatymo metodus palyginimas pateiktas grafikuose H priede. Didesnė optimali akcijų dalis palyginus su kitais metodais nustatyta akcijų dalimi portfelioje pensijos laikotarpiu lemia mažesnę portfelio pereikvojimo tikimybę, kuri plačiau aptarta kitame skirsnyje.

2.2.2. Portfelio pereikvojimo tikimybės taikant skirtingus metodus palyginimas

Dinaminio stochastinio imitacinio modelio pagalba nustatytos portfelio pereikvojimo tikimybės prie tam tikros išėmimo normos ir asmens amžiaus pensijos laikotarpio pradžioje, darant prielaidą, kad asmuo tikisi gyventi iki 90-ties metų. Tokiu atveju pereikvojimo tikimybė arba tikimybė, kad portfelio vertė taps lygi nuliui, priklauso nuo išėmimo normos, portfelio sudėties, asmens amžiaus pensijos laikotarpio pradžioje (pensijos laikotarpio trukmės) bei stochastinių akcijų ir obligacijų grąžų. Kartu nustatytas ir pereikvojimo tikimybės standartinis nuokrypis, vidutinis galutinės (pensijos laikotarpio pabaigoje) ir pradinės portfelio vertės santykis bei šio santykio standartinis nuokrypis. Portfelio pereikvojimo tikimybės bei aukščiau minėti imitacinio modeliavimo rezultatai taikant euristinį

metodą pateikti I priede I.1 lentelėje, taikant daugelio horizontų metodą – I priede I.2 lentelėje, taikant stochastinio optimizavimo metodą – J priede.



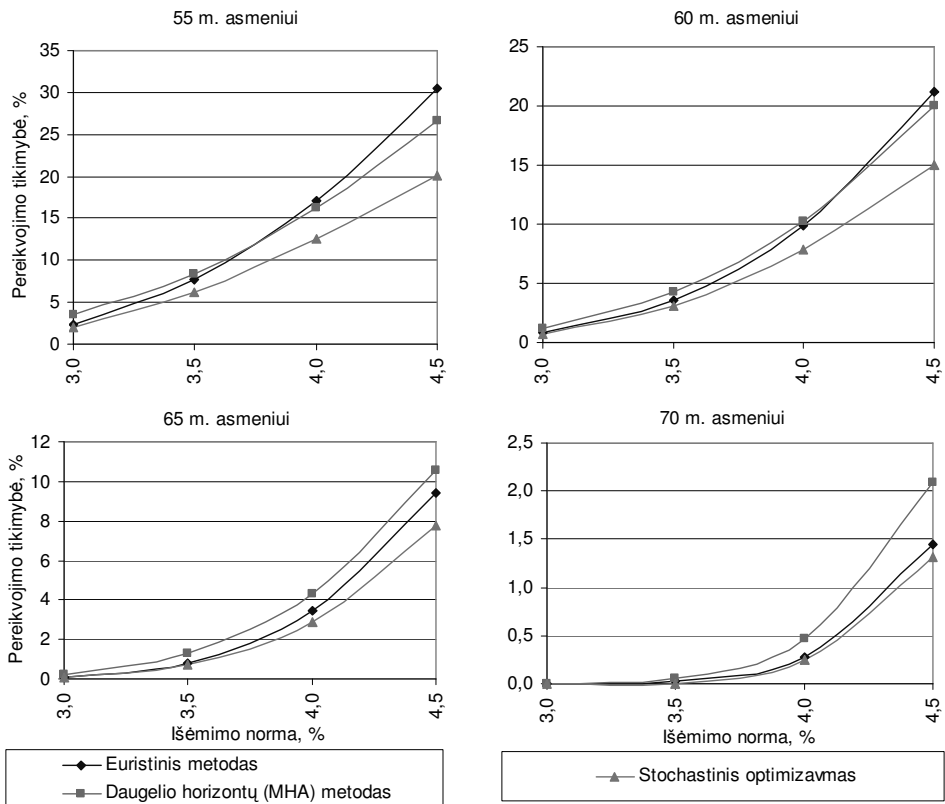
2.5 pav. Portfelio pereikvojimo tikimybė pagal taikomą metodą ir asmens amžių pensijos laikotarpio pradžioje

Fig. 2.5. Portfolio ruin probability according to applied method and retirement age

2.5 paveiksle pateiktas grafinis portfelio pereikvojimo tikimybės palyginimas taikant skirtingus metodus portfelio sudėčiai nustatyti. Asmuo, sudarydamas portfelį, siekia, kad jo pakaktų planuojamam pensijos laikotarpiui, dėl to pagrindinis metodo efektyvumo kriterijus yra mažiausia portfelio pereikvojimo tikimybė kaip matas, skirtas portfelio rizikai pensijos laikotarpiu nusakyti. Kiekvienas iš keturių grafikų vaizduoja portfelio pereikvojimo tikimybes asmenims, išeinantiems į pensiją skirtingo amžiaus, ir taikančio skirtingus portfelio sudarymo metodus.

Akivaizdu, kad stochastinio optimizavimo būdu gautas optimalus dviejų aktyvų portfelis užtikrina visais atvejais mažiausią portfelio pereikvojimo tikimybę

lyginant su euristiniu ir daugelio horizontų metodais sudarytais portfeliais. Pavyzdžiui, tikimybė, kad asmens, išėjusio į pensiją būdamas 65-erių metų, portfelio vertė per ateinančius 25 metus taps lygi nuliui yra vidutiniškai 20,9 procentinio punkto (arba 58,5 %) didesnė taikant euristinį metodą lyginant su stochastinio optimizavimo būdu sudarytu portfeliumi bei 18,5 procentinio punkto (arba 51,7 %) didesnė sudarant portfelį daugelio horizontų metodu.



2.6 pav. Portfelio pereikvojimo tikimybė pagal taikomą metodą ir asmens amžių pensijos laikotarpio pradžioje mažesnėms išėmimo normoms

Fig. 2.6. Portfolio ruin probability according to applied method and retirement age for lower withdrawal rates

Analizuojant vien euristinį ir daugelio horizontų metodus galima pastebėti, kad daugelio horizontų metodu nustatant akcijų ir obligacijų santykį portfelyje taikant aukštesnes išėmimo normas tikimybė pereikvoti portfelį yra mažesnė, t. y. daugelio horizontų metodu sudaryti portfeliai prie aukštesnių išėmimo normų yra arčiau stochastinio optimizavimo metodu gautų portfelių.

Neturint techninių galimybių stochastiškai optimizuoti, 55-erių metų asmuo, taikantis 4,0 % ir didesnę išėmimo normą, 60-ties metų asmuo, taikantis 4,5 % ir didesnę išėmimo normą, 65-erių metų asmuo, taikantis 5,0 % ir didesnę išėmimo normą bei 70-ties metų asmuo, taikantis 7,0 % ir didesnę išėmimo normą turėtų portfelį sudaryti daugelio horizontų metodu, nes šis užtikrina mažesnę portfelio pereikvojimo tikimybę.

Analizuojant portfelio pereikvojimo tikimybes, kai taikoma žemesnė nei 4,5 % išėmimo norma (2.6 pav.), pastebime, kad euristinis metodas šiuo atveju nežymiai pranašesnis už daugelio horizontų metodą pensijos laikotarpiu. Turint galvoje, kad daugelio horizontų metodas reikalauja daugiau skaičiavimų nei euristinis metodas, prie didesnių išėmimo normų ir ilgesnių nei 20-ties metų pensijos planavimo laikotarpių racionaliau būtų naudoti daugelio horizontų metodą, jei neturima stochastinio optimizavimo galimybių. 20-ties metų laikotarpiu euristiniu metodu sudaryto portfelio pereikvojimo tikimybė vidutiniškai tik 0,3 procentinio punkto didesnė nei daugelio horizontų metodu sudaryto portfelio, dėl to šiuo atveju rekomenduojama pasirinkti euristinį metodą.

2.3. Antrojo skyriaus išvados

Išanalizavus investicijų portfelio sudėties nustatymo metodų pastoviam pensijos laikotarpiui tyrimo rezultatus galima padaryti šias pagrindines tyrimo išvadas:

1. Apibendrinus visus analizuojamus laikotarpius, optimali akcijų dalis portfelyje išimant iš portfelio 3,5 % pradinės portfelio vertės ir daugiau per metus yra didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta euristiniu ar daugelio horizontų metodu: nuo 8,06 iki 75,75 procentinio punkto didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta euristiniu metodu, ir nuo 8,60 iki 76,29 procentinio punkto didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta daugelio horizontų metodu, taikant išėmimo normą atitinkamai nuo 3,5 % iki 10 %.

2. Stochastinio optimizavimo metodu sudaryto portfelio pereikvojimo tikimybė visais analizuojamais atvejais mažesnė nei portfelį sudarant euristiniu ar daugelio horizontų metodais: 20,6 procentinio punkto mažesnė nei euristinio metodo taikymo atveju ir 17,5 procentinio punkto mažesnė nei daugelio horizontų metodo taikymo atveju.

3. Nesant stochastiškai optimizavimo galimybių, 55-erių metų asmuo, taikantis 4,0 % ir didesnę išėmimo normą, 60-ties metų asmuo, taikantis 4,5 % ir didesnę išėmimo normą, 65-erių metų asmuo, taikantis 5,0 % ir didesnę išėmimo normą bei 70-ties metų asmuo, taikantis 7,0 % ir didesnę išėmimo normą turėtų portfelį sudaryti daugelio horizontų metodu, nes šis užtikrina mažesnę portfelio pereikvojimo tikimybę. Visais kitais atvejais tiks euristinis metodas.

Investicijų portfelio sudarymas stochastinės gyvenimo trukmės atveju

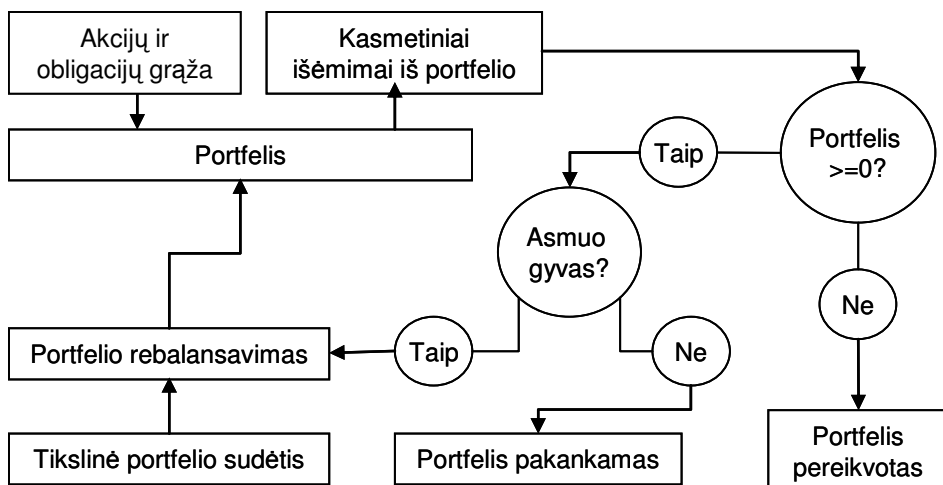
Visgi realybėje tikslią žmogaus gyvenimo trukmę nusakyti neįmanoma, tad nebent kaip orientyrais galime remtis gyventojų mirtingumo statistika. Siekiant kuo tikslesnių tyrimo rezultatų tyrimuose naudojamus dinامينius stochastinius imitacinius modelius pakoreguosiu, kad šie atspindėtų stochastinę žmogaus gyvenimo trukmės prigimtį. Šio tyrimo tikslas yra išnagrinėti investicijų portfelio sudėties nustatymo metodus (euristinį, daugelio horizontų, stochastinio optimizavimo) stochastinės asmens gyvenimo trukmės atveju, nustatant portfelio perėikvojimo tikimybę kiekvienu nagrinėjamu atveju, išryškinti metodų savybes bei taikymo galimybes gerovės pensiniame amžiuje užtikrinimui. Siekiant šio tikslo pakoreguoti tyrimuose naudojami dinaminiai stochastiniai imitaciniai modeliai – asmens gyvenimo trukmę nuo šiol apsprendžia tikimybė išgyventi dar vienerius metus, modeliuojama remiantis šalies gyventojų mirtingumo statistika.

Skyriaus tematika paskelbtas vienas autoriaus straipsnis (Klimavičienė 2010 A) mokslo žurnale.

3.1. Tyrimo metodika

3.1.1. Konceptinis tyrimo modelis

Antrame tyrimo etape pastovų pensijos planavimo horizontą keičia imitacinio modelio pagalba modeliuojama tikimybinė asmens gyvenimo trukmė. Tikimybė išgyventi dar vienerius metus kiekvienais pensijos laikotarpio metais tampa vis mažesnė. Išimti iš portfelio lėšų galima tik tuomet, kai asmuo gyvas, o portfelio vertė teigiama.



3.1 pav. Modelio su stochastinės trukmės pensijos laikotarpiu schema

Fig. 3.1. Stochastic retirement planning horizon model

Kai kurie autoriai (Bengen 1994, Pye 2000, Booth 2004 ir kt.), kaip ir ankstesnio tyrimo atveju, skaičiuoja tikimybę, kad portfelis bus išnaudotas per tam tikrą laikotarpį, o po to gautas rezultatas lyginamas su tikėtina asmens gyvenimo trukme. Tačiau tikimybė menka, kad žmogaus gyvenimo trukmė bus lygi tikėtinajam trukmei. Anot Smith ir Gould (2007), taip, kaip imitaciniame modelyje pranašiau yra daryti prielaidą apie turto klasių kaupimo faktorių pasiskirstymus negu tikėtis, kad metinės grąžos bus lygios istoriniam vidurkiui, lygiai taip pat efektyviau yra naudoti metinės mirtingumo tikimybes negu teigti, kad kiekvienas su tikėtina 20-ties metų likusio gyvenimo trukme gyvens lygiai 20 metų.

Iš viso nagrinėjama 180 skirtingų scenarijų (3 metodai x 4 asmens amžiaus pensijos laikotarpio pradžioje variantai x 15 išėmimo normų). Tyrimo matrica,

kurioje pateikti pagrindiniai tyrimo aspektai ir tiriami atvejai, pateikta C priede C.2 lentelėje.

Visi kiti modelio parametrai lieka nepakitę lyginant su 2.1.1 skirsnyje pateiktu modelio aprašymu.

3.1.2. Matematinis tyrimo modelio pagrindimas

Ankstesniame 2.1.2. skirsnyje pateiktas modelio matematinis pagrindimas galioja ir šiam tyrimui. Skirtinga yra tik tai, kad modelis⁷ šiuo atveju turi ne vieną, o du būsenos kintamuosius: „LYGUS 0“, tikrinantį, ar portfelio vertė netampa lygi nuliui, ir „GYVAS“, nusakantį, ar asmuo laikotarpiu t dar yra gyvas.

Pagal LR Draudimo priežiūros komisijos parengtas Lietuvos gyventojų mirtingumo lenteles binominio skirstinio pagalba kiekvienais pensijos laikotarpio metais modeliuojama tikimybė išgyventi dar vienerius. Priklausomai nuo atitinkamų metų statistinės tikimybės, būsenos kintamasis „GYVAS“ įgyja reikšmes „teisinga“ arba „klaidinga“. Siekiant gautų rezultatų palyginamumo su ankstesnių tyrimų rezultatais bei rezultatais, gautais esant fiksuotam pensijos planavimo horizontui, vyrų ir moterų mirtingumo lentelės apibendrinamos apskaičiuojant tikimybių vidurkius. Gauti duomenys pateikiami K priede K.1 lentelėje. Finansinio turto struktūros nustatymo metodus taikant praktikoje siūloma naudoti atskiras vyrų ir moterų mirtingumo lenteles dėl didesnio rezultatų patikimumo.

Kadangi mirtingumo lentelės sudarytos atspindėti tikimybę išgyventi dar vienerius metus, kai asmens dabartinis amžius yra nuo 60 iki 101 metų, modelyje daroma prielaida, kad tikimybė išgyventi dar vienerius metus nuo 55 iki 60 metų lygi 1 (būsenos kintamasis „GYVAS“ visuomet įgis reikšmę „teisinga“), o išgyvenimo tikimybė virš 101 metų visuomet lygi 0 (būsenos kintamasis „GYVAS“ visuomet įgis reikšmę „klaidinga“). Modelyje naudojamos tikimybės išgyventi dar vienerius metus įvairiam asmens amžiui pensijos laikotarpio pradžioje pateiktos K priede K.2 lentelėje. Portfelio vertė pensijos laikotarpio metais t apskaičiuojama pagal formulę:

$$V_{t,i} = (V_{t-1,i} - I \times V_0) \times (1 + R_{t,i}),$$

$$\text{jeigu } \text{LYGUS } 0 = \text{klaidinga ir } \text{GYVAS} = \text{teisinga} \quad (4.1)$$

priešingu atveju:

$$V_{t,i} = V_{t-1,i}, \text{ jeigu } \text{GYVAS} = \text{klaidinga}; V_{t,i} = 0, \text{ jeigu } \text{LYGUS } 0 = \text{teisinga}.$$

⁷ Modeliai pateikti kompiuterinėje laikmenoje

Pensijos laikotarpio trukmė priklauso nuo amžiaus išėjimo į pensiją metu ir stochastinės gyvenimo trukmės. Pažymėkime asmens amžių pensijos laikotarpio pradžioje a raide. Tuomet:

kai $a = 55$, t gali įgyti reikšmes nuo 1 iki 47 priklausomai nuo mirties tikimybės;

kai $a = 60$, t gali įgyti reikšmes nuo 1 iki 42 priklausomai nuo mirties tikimybės;

kai $a = 65$, t gali įgyti reikšmes nuo 1 iki 37 priklausomai nuo mirties tikimybės;

kai $a = 70$, t gali įgyti reikšmes nuo 1 iki 32 priklausomai nuo mirties tikimybės.

Realizacijos numeris i , kaip ir ankstesnio tyrimo atveju, kinta nuo 1 iki 20 000.

Akcijų ir obligacijų dalys portfelyje, apskaičiuotos pagal euristinę ir daugelio horizontų metodus, vėliau išbandomos dinaminio stochastiniu imitaciniu modeliu su stochastine turto klasių grąža. Stochastinio optimizavimo metodu turto klasių santykis nustatomas vien dinaminio stochastinio imitacinio modelio pagalba. Portfelio sudėtis pagal euristinę metodą įvairiam asmens amžiui pensijos laikotarpio pradžioje a pateiktas L priede. Portfelio sudėtis pagal daugelio horizontų metodą įvairiam asmens amžiui pensijos laikotarpio pradžioje a pateiktas M priede.

Dinaminio stochastinio imitacinio modelio schema pateikta N priede.

3.1.3. Stochastinio optimizavimo metodika

Šiame tyrime taikoma ta pati stochastinio optimizavimo metodika, pateikta 2.1.3 skirsnyje. Skirtumas tas, kad dinaminis stochastinis imitacinis modelis (submodelis) turi papildomą stochastinę būsenos kintamąjį, priklausantį nuo kiekvienais metais atsitiktinai generuojamo mirties įvykio. Optimizuojant šiuo atveju siekiama minimizuoti tikimybę, kad portfelio vertė taps lygi nuliui prie tam tikros išėmimo normos, asmens amžiaus pensijos pradžioje, stochastinių turto klasių grąžų ir stochastinės asmens gyvenimo trukmės (pensijos laikotarpio trukmės). Optimizuojamas kintamasis – akcijų dalis portfelyje.

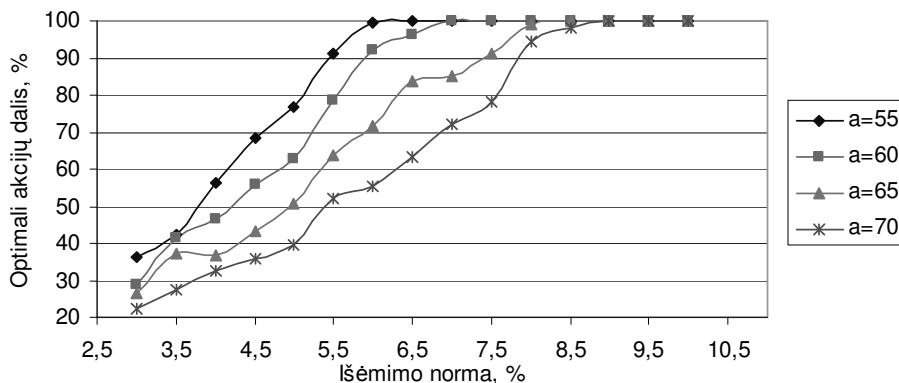
Kaip ir ankstesnio tyrimo atveju, gautos optimalios akcijų dalys esant įvairioms išėmimo normoms ir asmens amžiui pensijos laikotarpio pradžioje toliau išbandomos tam tikslui parengto dinaminio stochastinio imitacinio modelio pagalba, taip gaunant vidutinės portfelio pereikvojimo tikimybės ir jos standartinio nuokrypio statistikas, o taip pat ir vidutinio galutinės ir pradinės investicijų portfelio vertės santykio bei jo standartinio nuokrypio statistikas. Minėtos statistikos

nustatomos skirtingoms išėmimo normoms ir pensijos laikotarpio trukmėms atskirai. Kiekvieno atveju skaičiuojama 20 000 realizacijų.

3.2. Metodų tyrimo rezultatai

3.2.1 Optimalios portfelio sudėties paieškos esant stochastinei gyvenimo trukmei

Stochastinio optimizavimo metodu gautos optimalios akcijų dalys portfelyje ir portfelio pereikvojimo tikimybės tam tikram asmens amžiui pensijos laikotarpio pradžioje ir įvairioms taikomoms išėmimo normoms. Kaip matyti iš 3.2 paveikslė pateiktų stochastinio optimizavimo rezultatų, kaip ir pastovaus pensijos laikotarpio atveju, trumpėjant planuojamam pensijos laikotarpiui, optimali akcijų dalis portfelyje mažėja, tačiau didėjant išėmimo normai optimali akcijų dalis portfelyje smarkiai didėja, o taikant 9,0 % ir didesnę išėmimo normą esant bet kuriai analizuojamai planuojamo pensijos laikotarpio trukmei portfelį turėtų sudaryti vien akcijos. Lyginant su stochastinio optimizavimo rezultatais pastoviam pensijos laikotarpiui (3.2 pav.) optimali akcijų dalis prie tam tikros išėmimo normos yra mažesnė.



čia a – asmens amžius pensijos laikotarpio pradžioje.

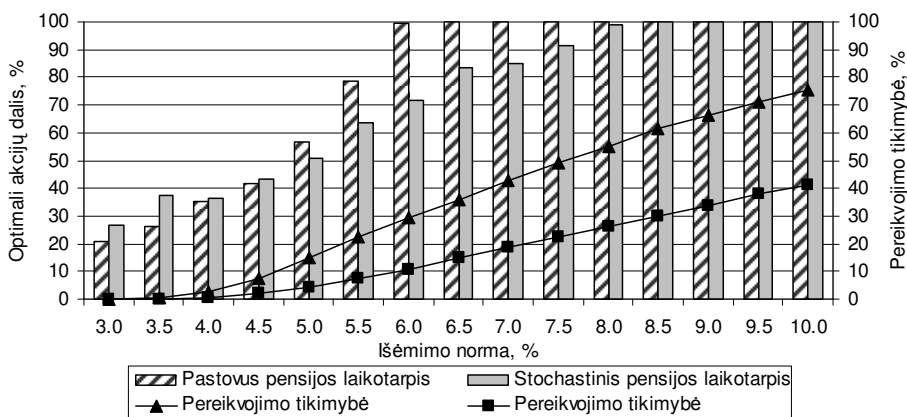
3.2 pav. Optimali akcijų dalis portfelyje esant stochastinei asmens gyvenimo trukmei

Fig. 3.2. Optimal allocation to stocks in stochastic lifetime case

Apibendrinus visus analizuojamus laikotarpius, optimali akcijų dalis portfelyje yra didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta euristiniu ar daugelio horizontų metodu: nuo 10,26 iki 81,72 procentinio punkto didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta euristiniu metodu, ir nuo 11,90 iki 83,38 procentinio punkto

didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta daugelio horizontų metodu, taikant išėmimo normą atitinkamai nuo 3,0 % iki 10 %.

Palyginimui 3.3 paveiksle pateikiu stochastinio optimizavimo būdu gautas optimalias akcijų dalis prie tam tikrų išėmimo normų pastoviam ir stochastiniam pensijos laikotarpiams gautas asmeniui, kuris išeina į pensiją būdamas 65-erių metų.



3.3 pav. Optimali akcijų dalis portfelįje pagal pensijos laikotarpio tipą

Fig. 3.3. Optimal allocation to stocks according to retirement planning horizon type

Kaip matyti iš grafiko, 65-erių metų išėjusio į pensiją asmens atveju optimali akcijų dalis esant stochastinei gyvenimo trukmei prie 4,5 % ir mažesnių išėmimo normų yra aukštesnė nei pastovaus planuojamo pensijos laikotarpio atveju, o taikant išėmimo normą nuo 5,0 % iki 8,0 % yra žemesnė nei pastovaus laikotarpio atveju. Taikant aukštesnę nei 8,0 % išėmimo normą abiem laikotarpiams optimalų portfelį sudarys 100 % akcijos.

Pažymėtina tai, kad 65-erių metų išėjusio į pensiją asmens atveju pereikvojimo tikimybė modelyje su stochastine gyvenimo trukme vidutiniškai 19,0 procentinių punktų yra mažesnė. O taikant išėmimo normą nuo 5,0 % iki 8,0 % pasiekama mažesnė pereikvojimo tikimybė su mažesne akcijų dalimi portfelįje (atitinkamai taikant aukštesnę nei 8,0 % išėmimo normą žemesnė pereikvojimo tikimybė pasiekama su ta pačia akcijų dalimi portfelįje). Optimalios akcijų dalies palyginimas kartu su portfelio pereikvojimo tikimybe pagal pensijos laikotarpio trukmės pobūdį kitiems asmens amžiaus pensijos laikotarpio pradžioje variantams pateiktas O priede.

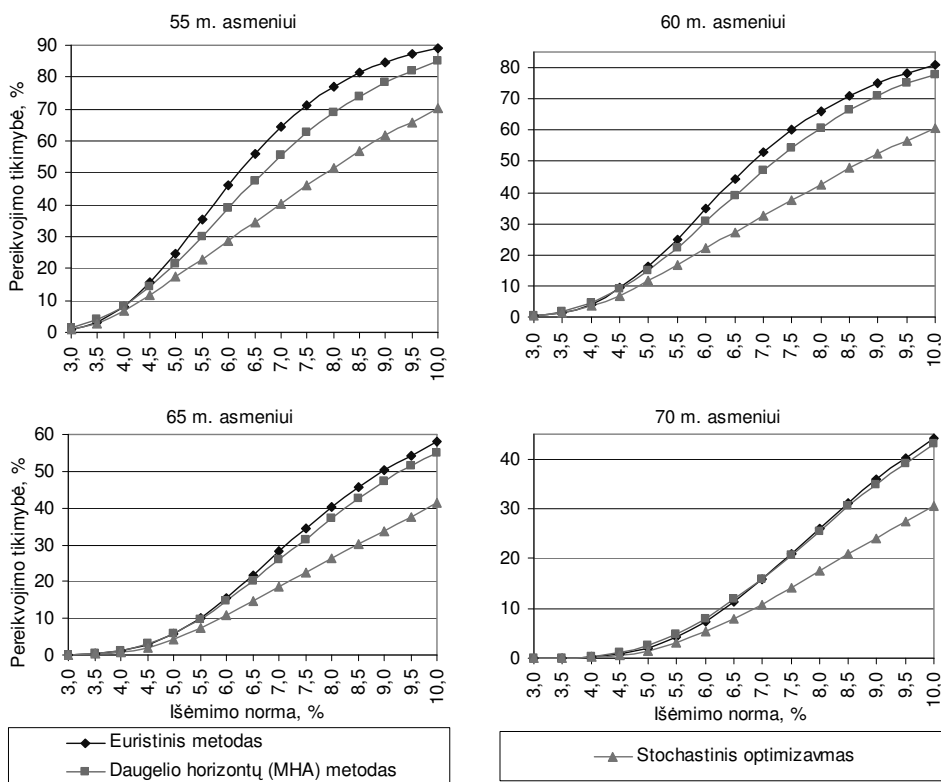
3.2.2. Gyvenimo trukmės stochastiškumo įtaka investicijų portfelio tvarumui

Dinaminio stochastinio imitacinio modelio su stochastiniu mirtingumo procesu pagalba nustatytos portfelio pereikvojimo tikimybės prie tam tikros išėmimo normos ir asmens amžiaus pensijos laikotarpio pradžioje. Tokiu atveju pereikvojimo tikimybė arba tikimybė, kad portfelio bus tvarus iki pat asmens mirties, priklauso nuo išėmimo normos, portfelio sudėties, asmens amžiaus pensijos laikotarpio pradžioje, stochastinės gyvenimo trukmės ir stochastinių akcijų ir obligacijų grąžų. Kartu nustatytas ir pereikvojimo tikimybės standartinis nuokrypis, vidutinis galutinės (mirties metais) ir pradinės portfelio vertės santykis bei šio santykio standartinis nuokrypis. Portfelio pereikvojimo tikimybės bei aukščiau minėti imitacinio modeliavimo rezultatai taikant euristinį metodą pateikti P priede P.1 lentelėje, taikant daugelio horizontų metodą – P priede P.2 lentelėje, taikant stochastinio optimizavimo metodą – R priede.

Kaip ir pastovaus planuojamo pensijos laikotarpio atveju, stochastinio optimizavimo metu gauti optimalūs portfeliai pasižymi mažiausia portfelio pereikvojimo tikimybe. 3.4 paveiksle pateiktos portfelių pereikvojimo tikimybės pagal asmens amžių pensijos laikotarpio pradžioje ir taikomą metodą portfelio sudėčiai nustatyti. Visais analizuojamais asmens amžiaus atvejais stochastinio optimizavimo metodu sudarytų portfelių pereikvojimo tikimybių kreivė yra žemiau euristiniu ar daugelio horizontų metodu sudarytų portfelių pereikvojimo tikimybių kreivės.

Mažesnę optimalių portfelių pereikvojimo tikimybę lemia didesnė akcijų dalis, kuri sudarant portfelį stochastinio optimizavimo būdu yra didesnė nei euristiniu ar daugelio horizontų metodais. Pastarųjų metodų atveju akcijų dalis nuolat mažėja, o daugelio horizontų metodu nustatyta akcijų dalis paskutiniuosius kelerius asmens gyvenimo metus būna lygi nuliui. Tuo tarpu verta priminti, kad optimali akcijų dalis lieka nepakitusi visą pensijos laikotarpį, nesvarbu kokia aukšta ji būtų.

Nesant stochastinio optimizavimo galimybių, galimybės daugelio horizontų metodą rekomenduojama naudoti asmenims, išėjusiems į pensiją nuo 55 iki 60-ties metų, turintiems tikslą iš portfelio išimti 4,5 % portfelio pradinės vertės ir daugiau. 65-erių metų asmenims su 5,5 % ir aukštesne išėmimo norma ir 70-ties metų asmenims su 7,5 % ir aukštesne išėmimo norma taip pat turėtų portfelį sudaryti daugelio horizontų metodu, nes šis užtikrina mažesnę portfelio pereikvojimo tikimybę. Visais kitais atvejais tiks euristinis metodas.



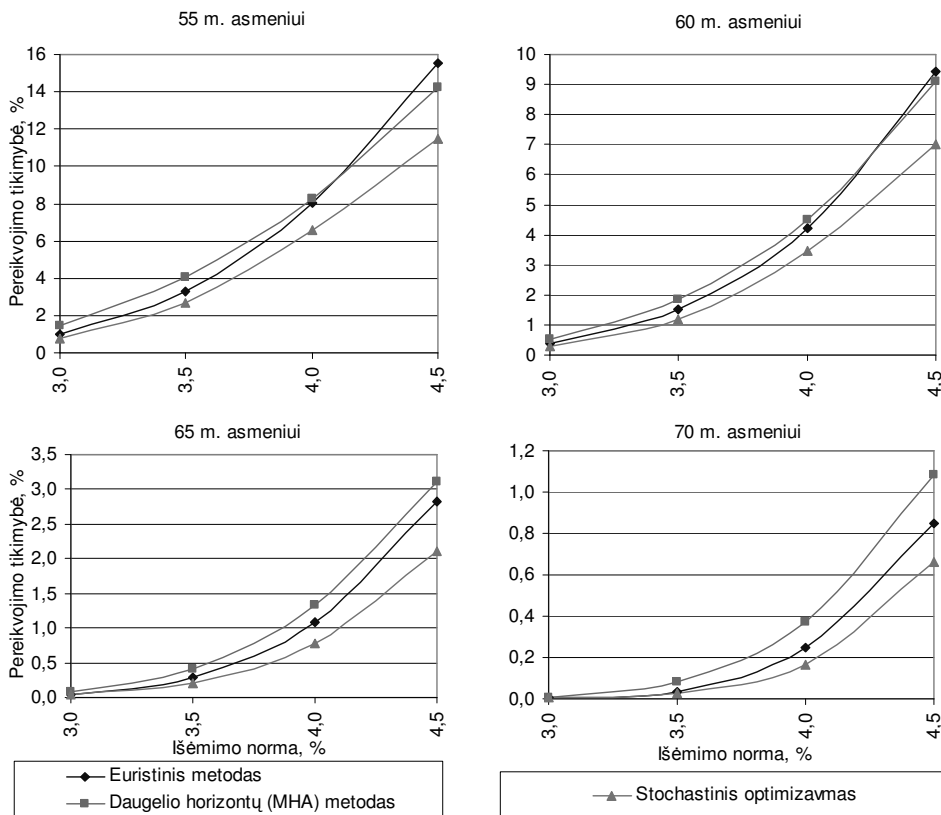
3.4 pav. Portfelio pereikvojimo tikimybė pagal taikomą metodą ir asmens amžių pensijos laikotarpio pradžioje

Fig. 3.4. Portfolio ruin probability according to applied method and retirement age

Analizuojant detaliau portfelio pereikvojimo tikimybes, kai iš portfelio kasmet išimamos mažesnės nei 4,5 % pradinės portfelio vertės sumos (3.5 pav.), pastebima, kad euristinis metodas šiuo atveju nežymiai pranašesnis už daugelio horizontų metodą, tačiau esant galimybei visada rekomenduojama naudoti stochastinio optimizavimo metodą portfeliiui sudaryti.

Tarkime, kad minimali toleruojama portfelio rizika, kurios matas yra portfelio pereikvojimo tikimybė, yra 5 %. Tuomet asmuo, į pensiją išėjęs būdamas 55-erių metų, iš portfelio gali tikėtis išimti kasmet apie 3,85 % pradinės portfelio vertės, kai akcijų dalis portfelyje lygi 48,8 %. Asmuo, pensijos laikotarpio pradžioje būdamas 60-ties metų amžiaus su ta pačia rizikos tolerancija iš portfelio galės išimti apie 4,25 %, kai akcijų dalis portfelyje lygi 54,2 %. 65-erių metų asmuo, iš portfelio, kurio 50,9 % sudaro akcijos, galės išimti apie 5,0 %, o 70-ties metų asmuo su 55,2 % akcijų portfeliumi galės tikėtis išimti apie 6 % pradinės

portfelio vertės kasmet. Kuo didesnė asmens rizikos tolerancija ir kuo vyresnis asmuo išeina į pensiją, tuo didesnė gali būti taikoma išėmimo norma.



3.5 pav. Portfelio pereikvojimo tikimybė pagal taikomą metodą ir asmens amžių pensijos laikotarpio pradžioje mažesnėms išėmimo normoms

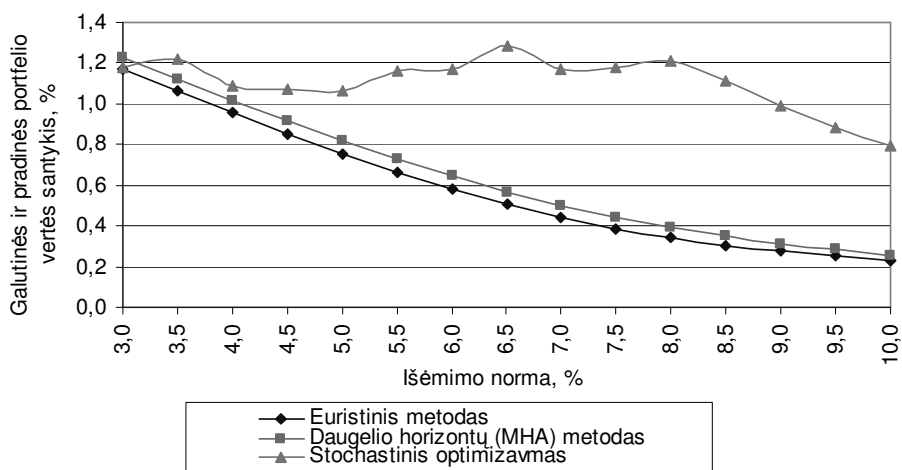
Fig. 3.5. Portfolio ruin probability according to applied method and retirement age for lower withdrawal rates

Pažymėtina tai, kad 3 % išėmimo norma negarantuoja portfelio tvarumo, kaip buvo anksčiau teigta. Net ir septyniasdešimtmečiui išėjus į pensiją išlieka 0,01 % portfelio pereikvojimo tikimybė. Taikant mažesnę nei 3 % normą, pereikvojimo tikimybė artėja link nulio, o 2,5 % ir mažesnė išėmimo norma yra saugi (t. y. portfelio pereikvojimo tikimybė lygi nuliui) 70-ties metų asmeniui, sudariusiam portfelį euristiniu metodu.

3.4 ir 3.5 paveiksluose pavaizduotos kreivės gali būti naudojamos portfelio sudėties nustatymo metodui pasirinkti. Įvertinus investuotojo pageidaujamą priimti portfelio pereikvojimo riziką, kreivės kaip investuotojo naudos ir rizikos

kombinacijų rinkinys, padėtų priimti sprendimą, kokį metodą naudoti atsižvelgiant į investuotojo tikslus bei technines skaičiavimų atlikimo galimybes.

Keičiant parengto dinaminio stochastinio imitacinio modelio parametrus galima apskaičiuoti ir kito amžiaus asmens portfelio tvarumo galimybes nusakančias poreikvojimo tikimybes, jų standartinę nuokrypį, stebėti portfelio vertės dinamiką ateityje, prognozuoti galutinę portfelio vertę, atsižvelgiant į jos statistikas – galutinės portfelio vertės, galutinės ir pradinės portfelio vertės santykio vidurkį ir standartinę nuokrypį. Kaip jau buvo minėta, analizuojamiems atvejams šie imitacinio modeliavimo rezultatai pateikti lentelėse I, J, P ir R prielaidose.



3.6 pav. Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis pagal išėmimo normą

Fig. 3.6. Average ending portfolio value to initial portfolio value ratio according to withdrawal rate

Stochastinio optimizavimo būdu sudarytų portfelių pranašumą patvirtina ir vidutinio galutinės ir pradinės portfelio vertės santykio skaičiavimo rezultatai. 3.6 paveiksle pateiktas skirtingais metodais sudarytų portfelių vidutiniai galutinės ir pradinės portfelio vertės santykiai pagal taikomą išėmimo normos dydį. Euristiniu ir daugelio horizontų metodais sudarytų portfelių analizuojamas santykis turi tendenciją mažėti didėjant išėmimo normai, tačiau stochastiškai optimalių portfelių verčių santykis išlieka gana stabilus greičiausiai dėl itin spartaus akcijų dalies portfelyje didėjimo didinant taikomą išėmimo normą. Skaičiavimai taip pat rodo, kad vidutinio galutinės ir pradinės portfelio vertės santykio standartinis nuokrypis taip pat yra aukštesnis nei euristiniu ar daugelio horizontų metodu sudarytų portfelių atvejais.

3.3. Trečiojo skyriaus išvados

Išanalizavus finansinio turto struktūros nustatymo metodų stochastinės trukmės pensijos laikotarpiui tyrimo rezultatus galima padaryti šias pagrindines tyrimo išvadas:

1. Apibendrinus visus analizuojamus laikotarpius, optimali akcijų dalis portfelio yra didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta euristiniu ar daugelio horizontų metodu: nuo 10,26 iki 81,72 procentinio punkto didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta euristiniu metodu, ir nuo 11,90 iki 83,38 procentinio punkto didesnė nei vidutinė akcijų dalis, nustatyta daugelio horizontų metodu, taikant išėmimo normą atitinkamai nuo 3,0 % iki 10 %.

2. Stochastinio optimizavimo metodu sudaryto portfelio pereikvojimo tikimybė visais analizuojamais atvejais mažesnė nei portfelį sudarant euristiniu ar daugelio horizontų metodais: 10,34 procentinio punkto mažesnė nei euristinio metodo taikymo atveju ir 7,97 procentinio punkto mažesnė nei daugelio horizontų metodo taikymo atveju.

3. Stochastinės gyvenimo trukmės įvedimas į dinaminį stochastinį imitacinį modelį parodė, kad iki šiol plačiai pensijos planavime naudotas pastovus planuojamas pensijos laikotarpis pernelyg pervertina pereikvojimo tikimybę. Portfelio pereikvojimo tikimybė, kai modelyje įvertinta stochastinė žmogaus gyvenimo trukmės prigimtis, yra vidutiniškai 14,8 procentinių punktų mažesnė nei pastovaus pensijos laikotarpio atveju.

4. Nesant stochastinio optimizavimo galimybių, galimybių daugelio horizontų metodą rekomenduojama naudoti asmenims, išėjusiems į pensiją nuo 55 iki 60-ties metų, turintiems tikslą iš portfelio išimti 4,5 % portfelio pradinės vertės ir daugiau. 65-erių metų asmenims su 5,5 % ir aukštesne išėmimo norma ir 70-ties metų asmenims su 7,5 % ir aukštesne išėmimo norma taip pat turėtų portfelį sudaryti daugelio horizontų metodu, nes šis užtikrina mažesnę portfelio pereikvojimo tikimybę. Visais kitais atvejais tiks euristinis metodas.

5. 3 % išėmimo norma negarantuoja investicijų portfelio tvarumo. Visais analizuojamais atvejais išlieka menka pereikvojimo tikimybė, todėl išimant kasmet 3 % portfelio vertės, irgi rizikuojama, kad investicijų portfelis bus nepakankamas visam pensijos laikotarpiui.

Šios išvados padarytos atliekant skaičiavimus dinaminio stochastinio imitacinio modeliu su parametrais, nustatytais remiantis istoriniais akcijų ir obligacijų rinkų duomenimis bei statistinėmis gyventojų mirtingumo lentelėmis. Patikrinti nagrinėjamų portfelio sudėties nustatymo metodų efektyvumą ateityje taikant šiuos metodus praktikoje nėra daug galimybių. Tokie tyrimai užtruktų keletą dešimtmečių, dėl to pasirinktas kitas portfelio tvarumo tyrimo būdas – išsiaiškinti, koks būtų analizuojamais metodais sudarytų portfelio tvarumas realiame gyvenime, patikrinant šį modelį su istoriniais duomenimis.

Investicijų portfelio tvarumo patikrinimas su istoriniais rinkų duomenimis

Šis investicijų portfelio sudarymo metodų (euristinio, daugelio horizontų, stochastinio optimizavimo) tyrimas atliktas siekiant įvertinti minėtais metodais sudarytų investicijų portfelių tvarumą empiriškai su istoriniais akcijų bei obligacijų rinkų duomenimis ir darant prielaidą, kad asmuo gyveno tam tikrą pastovų laikotarpį.

Skyriaus tematika paskelbtas vienas autoriaus straipsnis (Klimavičienė 2011 A) mokslo žurnale.

4.1. Tyrimo metodika

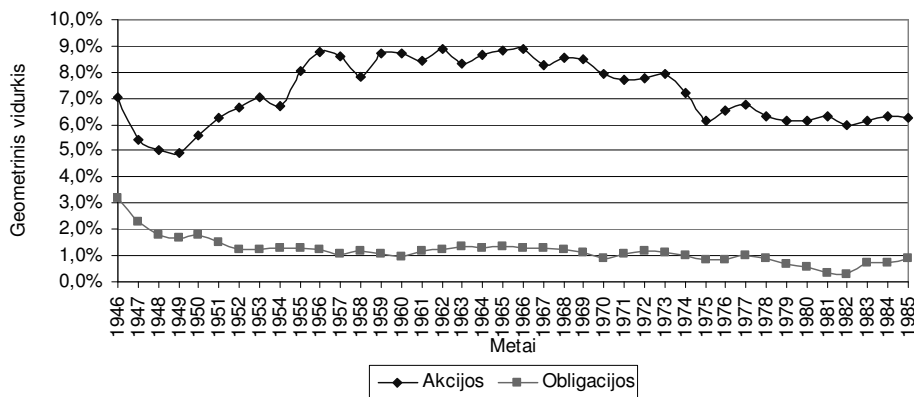
Tyrime skaičiavimai atliekami remiantis istoriniais 1926–2009 m. akcijų ir obligacijų realios grąžos duomenimis (D priedas). Pasirinktas tyrimui asmens amžius pensijos laikotarpio pradžioje – 65-eri metai. Tiriamas atvejis, kad asmens pensijos laikotarpis truko 25 metus. 65-erių metų amžius pasirinktas dėl šių priežasčių:

1. Kuo trumpesnis planuojamas pensijos laikotarpis, tuo daugiau portfelių galima sudaryti remiantis istoriniais duomenimis. Kiekvieno tiriamo portfelio horizontas pastovus – 25 metai, todėl tiriama šiuo atveju po 40 portfelių, sudarytų kiekvienu iš trijų analizuojamų metodų.

2. Dauguma ankstesnių tyrimų darė prielaidą, kad asmuo į pensiją išeina būtent 65-erių metų amžiaus, kas yra būdinga užsienio šalyse. Siekiant palyginti gautas išvadas su ankstesnių tyrimų metu gautais rezultatais, pasirinktas tas pats analizuojamas asmens amžius pensijos laikotarpio pradžioje.

3. Jau šiandien Lietuvoje kalbama apie tai, kad laikui bėgant asmens pensinį amžių teks vėlinti iki 65-erių ar net 67-erių metų, tad tyrimo rezultatai bus aktualesni ilgesnį laiką.

Tiek daugelio horizontų metodu sudarant portfelį, tiek stochastiniam optimizavimui reikalingi tam tikro laikotarpio istoriniai duomenys tikėtinais grąžai ar standartiniam nuokrypiui nustatyti. Tuo tikslu 1926–1945 m. duomenys naudojami sudaryti portfelį 1946 m. pradžioje ir planuojama, kad šis portfelis bus tvarus 25 metus, t. y. iki 1970-ųjų pabaigos, o šio portfelio tvarumas skaičiuojamas remiantis realios akcijų ir obligacijų grąžos 1946–1970 m. duomenimis. Kitais 1947 m. sudarant portfelį istorinių duomenų bazė modelio parametrams įvertinti pailgėja vieneriais metais. Toks portfelis tikima bus tvarus vėlgi 25 metus, t. y. nuo 1947 m. iki 1971. Paskutinis keturiasdešimtas portfelis sudaromas 1985 – 2009 m. laikotarpiui.



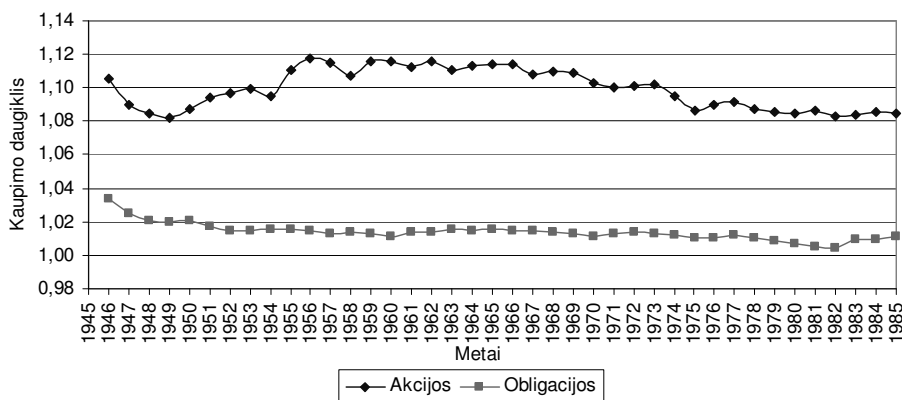
4.1 pav. Tikėtina akcijų ir obligacijų grąža

Fig. 4.1. Expected stock and bond return

Euristiniu metodu sudaryti portfeliai savo sudėtimi skirtingais analizuojamais 25 metų trukmės periodais nesiskiria. Visų jų pirmaisiais metais 35 % (100-65) sudaro akcijos, kurių dalis kasmet mažėja vienu procentiniu punktu.

Daugelio horizontų metodu visi portfeliai savo sudėtimi skiriasi, kadangi juos sudarant naudojami skirtingų laikotarpių istoriniai duomenys laukiamai grąžai apskaičiuoti (skaičiuojamas istorinių metinių grąžų geometrinis vidurkis). 4.1 paveiksle pateikta geometrinių realių akcijų ir obligacijų grąžų vidurkių kaip tikėtinų turto klasių grąžų sudarant portfelį daugelio horizontų metodu dinamika. Metai absčių ašyje žymi metus, kuriais portfelis buvo sudarytas, pvz. 1946 m. reiškia, kad portfelis sudarytas 1946 m., portfelio tvarumas skaičiuojamas per ateinančius 25 metus. Laukiama akcijų grąža, naudojama portfelio sudarymui atliekamuose skaičiavimuose, – 7 %, obligacijų – 3,2%. Portfelį sudėtis skirtingais laikotarpiais panaši – pirmaisiais metais apie 50 % sudaro akcijos, paskutiniaisiais pensijos laikotarpio metais portfelį sudaro vien obligacijos.

Stochastinio optimizavimo būdu sudaryti portfeliai skirtingais laikotarpiais taip pat skiriasi dėl skirtingų duomenų, naudojamų modelio parametrams įvertinti. 4.2 paveiksle matyti, kaip kinta stochastinio imitacinio modelio parametrai (akcijų ir obligacijų kaupimo daugikliai) bėgant laikui. Nustatyta optimali akcijų dalis išlaikoma pastovi visą 25 metų laikotarpį. Nesant galimybės stochastinio optimizavimo būdu sudarant portfelį naudotis istorinėmis mirtingumo lentelėmis, stochastiškai optimizuojamas modelis su pastoviu planuojamu pensijos laikotarpiu⁸.



4.2 pav. Kaupimo daugiklių dinamika
Fig. 4.2. The dynamics of wealth relatives

Visais analizuojamais istoriniais laikotarpiais buvo laikomasi prielaidos, kad akcijų ir obligacijų kaupimo daugikliai yra pasiskirstę lognormaliai.

Analizuojama išėmimo norma – 5 %. Esant šiai normai tikėtina, kad dalis portfelį bus pakankami finansuoti išėmimus 25 metus, kita dalis jų bus perein-

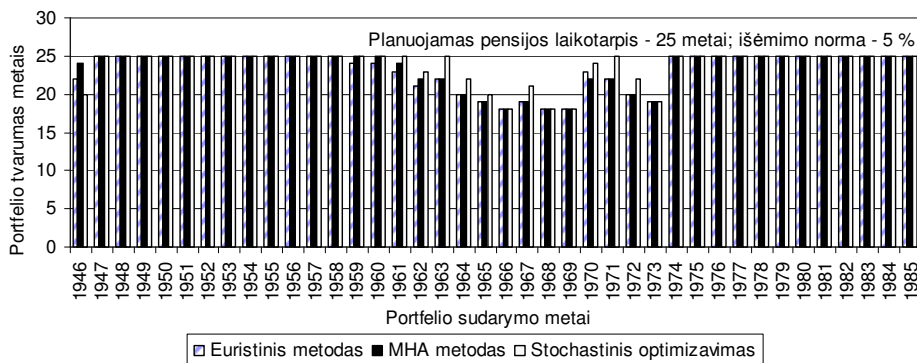
⁸ Modeliai pateikti kompiuterinėje laikmenoje.

vota. Taip bus galima įvertinti portfelio tvarumą esant realiai portfelio poreikvojimo galimybei. Pradinė portfelio vertė visais analizuojamais atvejais – 1 mln. litų.

Susumuojant galima pasakyti, kad analizuojama iš viso 120 istorinių portfelių. Tyrimo metu atskleisti dėsningumai pateikiami kitame skyriuje.

4.2. Tyrimo rezultatai

4.3 paveiksle pateiktas portfelių, sudarytų euristiniu, daugelio horizontų ir stochastinio optimizavimo metodais, tvarumo palyginimas. Kadangi planuojamas pensijos laikotarpis lygus 25 metams, grafikas baigiasi ties šia riba. Akivaizdu, kad daugeliu atvejų visais trimis metodais sudaryti portfeliai istoriškai būtų buvę pakankami išimant iš jų 5 % pradinės portfelio vertės kasmet. Portfeliai, sudaryti nuo 1959 m. pradžios iki 1974 m. pradžios būtų poreikvoti anksčiau nei per 25 metus. Matyti, kad daugelių horizontų metodu sudaryti portfeliai kai kuriais atvejais nežymiai pranašesni už euristiniu metodu sudarytus portfelius, tačiau stochastinio optimizavimo būdu parinktas optimalus akcijų ir obligacijų santykis portfelyje būtų užtikrinęs dar didesnę portfelio tvarumą. Tai patvirtina ankstesnių 3-iaame ir 4-ame skyriuose pateiktų tyrimų rezultatus. 60 % stebimų euristiniu metodu sudarytų portfelių būtų buvę tvarūs visą pensijos laikotarpį; 65 % – sudarytų daugelio horizontų metodu ir 73 % – sudarytų stochastinio optimizavimo metodu.



4.3 pav. Portfelio tvarumo palyginimas

Fig. 4.3. The comparison of portfolio sustainability

1959–1973 m. laikotarpį sudarytų portfelių nepakankamą tvarumą daugiausia nulėmė rinkos ciklų eiliškumas. Kaip žinome, grąžų eiliškumas turi didelę įtaką investicijų vertei. Tarkime, kad turime 100 Lt vertės portfelį, kurio grąža pirmaisiais metais lygi 10 %, o antraisiais metais patiriame 10 % kritimą. Portfe-

lio vertė po dviejų metų bus lygi 99 Lt nepriklausomai nuo gražos sekos. Tačiau situacija keičiasi iš esmės, jei iš portfelio išimame dalį vertės. Jei metų pradžioje išimtume po 10 Lt, tai 10 % augimas ir po jo sekęs 10 % kritimas duotų 80,1 Lt galutinę portfelio vertę. Jei pirmaisiais metais patirtume 10 % kritimą, o antraisiais 10 % augimą – po dviejų metų 78,1 Lt. Todėl sudarant portfelį ilgam laikotarpiui portfelio tvarumui didelę reikšmę turi tai, kuriame rinkos etape daromi išėmimai iš portfelio.

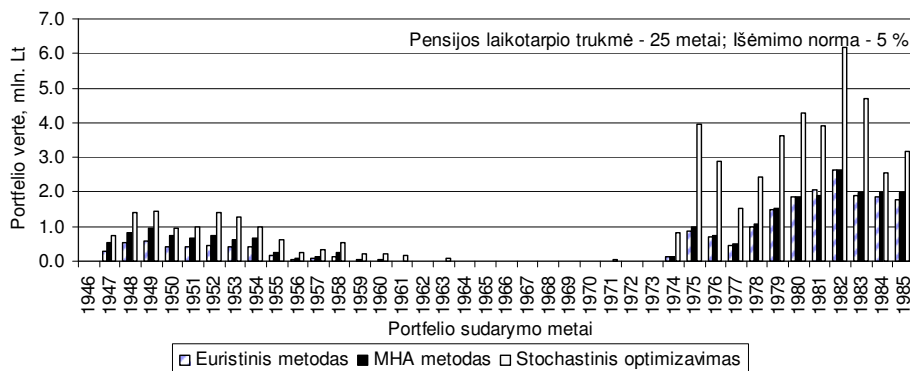
4.1 lentelė. Rinkos ciklai

Table 4.1. Market cycles

Mėsos rinka				Bulius rinka			
Laikotarpis	Trukmė, metais	Graža, %		Laikotarpis	Trukmė, metais	Graža, %	
		Nominali	Reali			Nominali	Reali
1906–1921	15	-220	-6,30	1921–1929	8	18,10	18,80
1929–1949	20	-2,60	-4,20	1949–1966	17	11,60	9,70
1966–1982	16	1,80	-4,70	1982–2000	18	14,80	11,10

Parengta pagal Harris (2009)

4.1 lentelėje, sudarytoje Harris (2009), pateikti XX a. rinkų ciklai, jų trukmė ir vidutinė nominali bei reali graža. Iki 1959-ųjų sudarytiems portfeliams buvo palanki kylanti rinka. Vėliau sudaryti portfeliai turėjo galimybę kelerius metus augti, tačiau nuosmukio fazė ženkliai sumažino portfelio vertę. Nuo 1974 m. iki 1981 metų sudaryti portfeliai pirmaisiais metais patyrė rinkos smukimą, tačiau vėlesnių metų itin spartus augimas užtikrino pageidaujamą portfelio tvarumą.



4.4 pav. Portfelio vertė pensijos laikotarpio pabaigoje

Fig. 4.4. Portfolio value at the end of retirement period

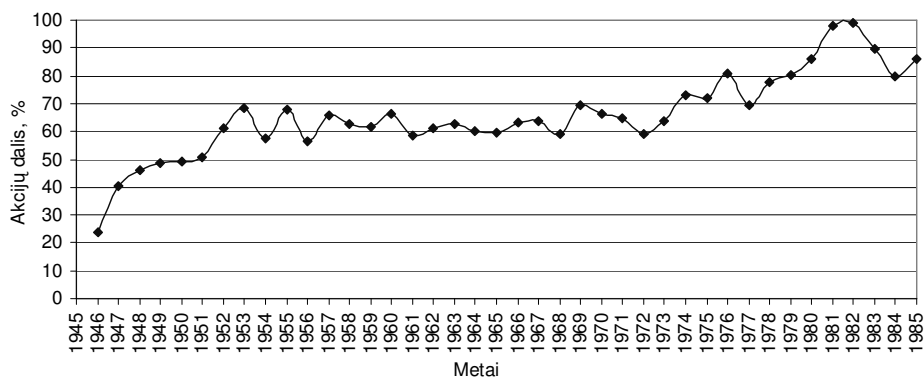
4.3 paveikslas pilnai neatskleidžia teigiamos kylančios rinkos įtakos portfeliui, kadangi analizė nutrūksta ties planuojamo pensijos laikotarpio trukmės riba.

4.4 paveiksle pateikiama portfelių vertė po 25 metų. Kuo didesnė galutinė portfelio vertė, tuo daugiau metų (daugiau negu 25 metai) portfelis tvarus finansuoti išėmimus.

Iš paveikslo matyti, kad stochastinio optimizavimo būdu nustačius optimalią portfelio sudėtį portfelio vertė po 25 metų, tais atvejais, kai ji teigiama, yra didesnė negu portfelių, sudarytu euristiciniu ar daugelio horizontų metodais. Vidutinis stebimų portfelių vertės po 25 metų ir pradinės portfelio vertės santykis yra 2,5 karto didesnis negu euristicinio metodo taikymo atveju ir 2.2 karto didesnis nei daugelio horizontų metodo taikymo atveju.

Didesnė galutinė portfelio vertė reiškia tai, kad:

1) didesnį portfelio augimą nulėmė didesnė akcijų, kaip aukšto rizikingumo aktyvo, dalis portfelyje (4.5 paveiksle pateikta optimali akcijų dalis, nustatyta stochastinio optimizavimo būdu, ir naudojama portfelio tvarumo patikrinime su istoriniais akcijų ir obligacijų grąžų duomenimis);



4.5 pav. Optimali akcijų dalis portfelyje

Fig. 4.5. Optimal allocation to stocks in the portfolio

2) didesnė vertė užtikrina papildomą finansavimą ilgesniam laikui nei planuotas pensijos laikotarpis ir didesnę palikimą paveldėtojams.

Pažymėtina ir tai, kad portfelių, sudarytų euristiciniu ir daugelio horizontų metodais nuo 1974-ųjų metų, galutinė vertė yra panaši, o 1980-aisiais ir 1981-aisiais euristiciniu metodu sudaryti portfeliai pranašesni už daugelio horizontų metodu sudarytuosius. Tai lėmė didesnė akcijų dalis paskutinį pensijos laikotarpio dešimtmetį portfeliuose, kuriuose akcijų ir obligacijų santykis nustatytas euristiciniu metodu. Tuo tarpu daugelio horizontų metodu nustatant portfelio sudėtį paskutiniuosius šešerius pensijos laikotarpio metus portfelį sudaro vien obligacijos.

Šiame tyrime ieškant optimalių portfelių naudotas dinaminis stochastinis imitacinis modelis su pastovia planuojama pensijos laikotarpio trukme. Nors 65-erių metų sulaukęs asmuo gali tikėtis dar gyventi vidutiniškai 16 metų, šiame tyrime daroma prielaida, kad asmuo gyvena 25 metus, dėl to realybėje esant tokioms aplinkybėms galutinė portfelio vertė, paliekama paveldėtojams gali būti dar didesnė, kadangi daugelio horizontų metodu nustatyta akcijų dalis pirmuosius kelerius metus yra didesnė nei euristiciniu metodu nustatytoji.

4.3. Ketvirtojo skyriaus išvados

Atlikus investicijų portfelio nustatymo metodų patikrinimą su istoriniais duomenimis, galima padaryti šias išvadas:

1. Stochastinio optimizavimo būdu nustatytų optimalių portfelių tvarumas didesnis nei euristiciniu ar daugelio horizontų metodais sudarytų portfelių: 13 procentinių punktų daugiau portfelių buvo tvarūs visą pensijos laikotarpį nei sudaryti euristiciniu metodu ir 8 procentiniais punktais daugiau nei sudaryti daugelio horizontų metodu.

2. Stochastinio optimizavimo būdu sudaryti portfeliai užtikrina didesnę galutinę portfelio vertę, kuri gali būti panaudojama finansuoti išlaidas papildomais metais ar kaip palikimas paveldėtojams. Vidutinis stebimų portfelių vertės po 25 metų ir pradinės portfelio vertės santykis yra 2,5 karto didesnis negu euristicinio metodo taikymo atveju ir 2.2 karto didesnis nei daugelio horizontų metodo taikymo atveju.

Stochastinio optimizavimo metodo efektyvumą patvirtino ir šis tyrimas. Vis dėlto, patikrinimas su istoriniais duomenimis parodė, kad net ir šis metodas negarantuoja visiškos sėkmės. Be to, šiuo metodu nustatyta akcijų dalis yra gana aukšta, o kartu didėja didinant išėmimo normą. Nors šis metodas užtikrina minimalią portfelio poreikvojimo tikimybę, tai yra pasiekama didelės akcijų dalies, kartais net siekiančios ir 100 % portfelio vertės, sąskaita. Pirmaisiais pensijos laikotarpio metais tai nėra didelė problema, kadangi investicijų horizontas didelis, o galimiems rinkų svyravimams yra pakankamai laiko „išsilyginti“. Tačiau ne visi turbūt sutiktų tokią didelę akcijų dalį išlaikyti portfelyje paskutiniuosius pensijos laikotarpio metus. Tokio sprendimo, paremto stochastinio optimizavimo galimybėmis, paieškai skirtas penktasis disertacijos skyrius.

Euristinio metodo taisyklės stochastinis optimizavimas ir metodų taikymo praktikoje rekomendacijos

Investicijų portfelio pensijos laikotarpiui sudarymo metodų tyrimai parodė, kad minimali portfelio poreikvojimo tikimybė dažniausiai reiškia ir itin aukštą rizikingų aktyvų dalį portfelyje, pavyzdžiui, 65-erių metų asmuo, norėdamas išimti iš investicijų portfelio 5,5 % pradinės jo vertės, turės laikyti 63,84 % portfelio vertės akcijose, kas ne visais atvejais yra priimtina investuotojui. Tai rodo poreikį keisti esamus ir kurti naujus investicijų portfelio pensijos laikotarpiui sudarymo metodus, kurie būtų patrauklesni konservatyvesniems investuotojams.

Šiame skyriuje pasiūlomas originalus investicijų portfelio pensijos laikotarpiui sudarymo metodas, sukurtas pasinaudojant dinaminio stochastinio modeliavimo ir stochastinio optimizavimo galimybėmis ir pakoreguojant tradicinį euristinį portfelio sudarymo metodą, pateikiamos investicijų portfelio sudarymo metodų taikymo praktikoje rekomendacijos ir nubrėžiamos galimų tolimesnių mokslinių tyrimų kryptys.

Skyriaus tematika paskelbtas vienas autoriaus straipsnis (Klimavičienė 2011 B) mokslo žurnale.

5.1. Tyrimo metodika

Ankstesniuose tyrimuose stochastinio optimizavimo būdu buvo nustatoma optimali akcijų dalis portfelyje tiek pastoviam planuojamam pensijos laikotarpiui, tiek esant stochastinei asmens gyvenimo trukmei. Pastovi akcijų dalis portfelyje reiškia, kad jei optimali, t. y. užtikrinanti minimalią portfelio poreikvojimo tikimybę pensijos laikotarpiu, akcijų dalis yra ypač didelė, asmuo kasmet rebalansuoja portfelį, išlaikydamas optimalų akcijų ir obligacijų santykį. Net ir itin rizikos nebijantiems asmenims aukšta akcijų dalis portfelyje pensijos laikotarpio pabaigoje nėra priimtina. Tam tikslui bei siekiant rasti strategiją, efektyvesnę negu stochastinio optimizavimo metodas su pastovia akcijų dalimi, buvo sudarytas papildomas stochastinio optimizavimo modelis. Šis modelis parengtas tiek pastovaus planuojamo pensijos laikotarpio, tiek stochastinės gyvenimo trukmės atvejams 2-ame ir 3-iaje disertacijos skyriuose naudojamų modelių pagrindu⁹.

Skirtumas tas, kad šiuo atveju optimizuojamas kitas kintamasis, pavadintas „*TAISYKLĖ*“. Euristinis metodas arba „100 minus amžius“ taisyklė reiškia, kad akcijų dalis nustatoma iš 100 atėmus asmens amžių. Sudarytu modeliu siekiama sužinoti, koks yra optimalus skaičius, iš kurio atėmus žmogaus amžių tam tikrais metais, nustatoma kiekvieniems metams akcijų dalis (kasmet mažinama 1 procentiniu punktu). Optimizuojamas kintamasis tokiaime modelyje priklausomas nuo asmens amžiaus pensijos laikotarpio pradžioje, išėmimo normos, stochastinių akcijų ir obligacijų grąžų, o stochastinės gyvenimo trukmės atveju ir nuo šio veiksnio. Stochastinio optimizavimo metu minimizuojama portfelio poreikvojimo tikimybė.

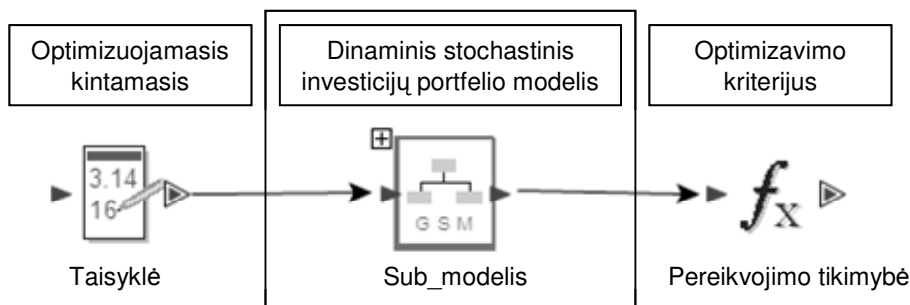
Kaip ir ankstesnių stochastinio optimizavimo modelių atveju, statinio optimizavimo modelis savyje turi dinaminį stochastinį imitacinį modelį, kurio kiekvienu atveju stebima 20 000 realizacijų. Stochastinio optimizavimo modelio schema pateikta 5.1 paveiksle.

Euristinio metodo taisyklės optimizavimas atliekamas tik 65-erių metų asmeniui su 1 mln. litų pradine portfelio verte. Kadangi modelyje nesudaroma galimybė skolintis, portfelio vertė niekada nebūna mažesnė už nulį, o akcijų ir obligacijų dalys – tik teigiami dydžiai, kurių suma visada lygi 100 %. Todėl optimizuojamo kintamojo optimalios vertės ieškoma pastovaus 25 metų laikotarpio atveju [90;165] intervale, tuo tarpu stochastinės gyvenimo trukmės modelio atveju – [100;165] intervale. Optimalių reikšmių ieškoma tik tarp sveikųjų skaičių.

Stochastinio optimizavimo metu gautos optimalios taisyklės toliau išbandomos tam tikslui parengtu dinaminio stochastinio imitaciniu modeliu, taip gaunant vidutinės portfelio poreikvojimo tikimybės ir jos standartinio nuokrypio

⁹ Modeliai pateikti kompiuterinėje laikmenoje.

statistikas, o taip pat ir vidutinio galutinės ir pradinės investicijų portfelio vertės santykio bei jo standartinio nuokrypio statistikas. Minėtos statistikos nustatomos skirtingoms išėmimo normoms atskirai. Kiekvienu atveju skaičiuojama 20 000 realizacijų. Šio dinaminio stochastinio modelio schema pateikta S priede.



Sudaryta GoldSim v. 10.10 programiniu paketu

5.1 pav. Euristinio metodo taisyklės stochastinio optimizavimo modelis

Fig. 5.1. Stochastic optimization model of heuristic method rule

Gauti stochastinio optimizavimo su pastoviu planuojamu pensijos laikotarpiu rezultatai vėliau buvo tikrinami su istoriniais duomenimis, laikantis 5 dalyje pateiktos tyrimo metodikos. Kiekvieno tiriamo istorinio laikotarpio pradžioje buvo atliekamas stochastinis optimizavimas siekiant nustatyti optimalią taisyklę, pagal kurią bus nustatoma portfelio sudėtis visą nagrinėjamą laikotarpį. Modelio parametrams (akcijų ir obligacijų skirstinių charakteristikoms) nustatyti buvo naudojami visi iki to laikotarpio pradžios turimi akcijų ir obligacijų realių metinių grąžų duomenys. Visais laikotarpiais laikomasi prielaidos, kad akcijų ir obligacijų kaupimo daugikliai yra pasiskirstę lognormaliai. Portfelio augimas skaičiuojamas remiantis istoriniais tų metų grąžų duomenimis.

5.2. Tyrimo rezultatai

5.2.1. Euristinio metodo taisyklės stochastinis optimizavimas

5.1 lentelėje pateikti stochastinio optimizavimo, atlikto siekiant nustatyti pako-reguotą optimalią euristinio metodo taisyklę akcijų daliai portfelyje apskaičiuoti, rezultatai. Tradicinė „100 minus amžius“ taisyklė optimali yra tik tuomet, kai 65-erių metų asmuo 25 metus kasmet iš portfelio išima 3,5 % pradinės portfelio vertės. Išimant iš portfelio kasmet 6,5 % ir daugiau, optimali taisyklė būtų „165 minus amžius“. Taip pirmaisiais pensijos laikotarpio metais portfelį sudarytų vien akcijos, o kasmet akcijų dalis mažėtų vienu procentiniu punktu.

5.1 lentelė. Optimali taisyklė portfelio sudėčiai nustatyti**Table 5.1.** Optimal rule determining asset allocation

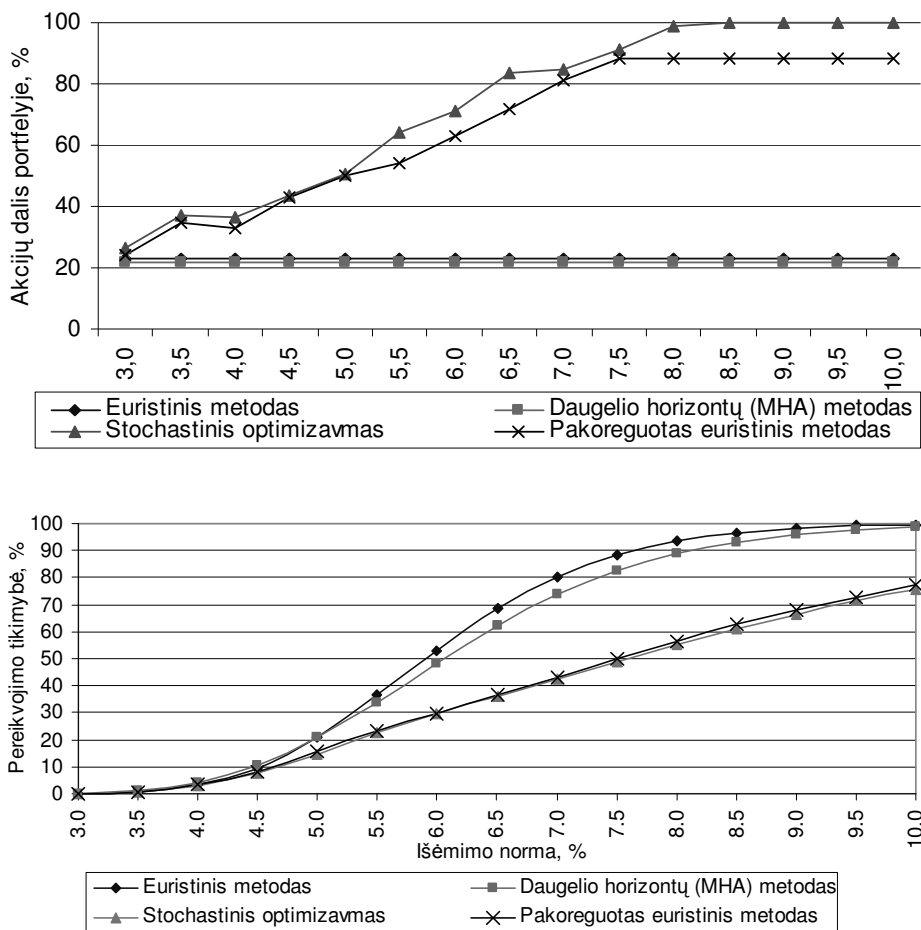
Išėmimo norma, %	Modelis su pastoviu pensijos laikotarpiu		Modelis su stochastine gyvenimo trukme	
	Optimali taisyklė	Vidutinė tikimybė, kad portfelis bus pereinamas, %	Optimali taisyklė	Vidutinė tikimybė, kad portfelis bus pereinamas, %
3,0	93	0,10	101	0,05
3,5	100	0,78	112	0,25
4,0	106	3,28	110	0,95
4,5	116	8,38	120	2,34
5,0	131	15,65	127	4,71
5,5	148	23,17	131	7,84
6,0	163	29,94	140	11,26
6,5	165	36,36	149	15,05
7,0	165	43,29	158	18,74
7,5	165	49,93	165	22,48
8,0	165	56,44	165	26,50
8,5	165	62,72	165	30,33
9,0	165	67,95	165	34,24
9,5	165	72,88	165	38,18
10,0	165	77,23	165	41,97

Modelio su stochastine gyvenimo trukme atveju išimant iš portfelio 7,5 % pradinės portfelio vertės ir daugiau kasmet optimali taisyklė akcijų daliai nustatyti būtų „165 minus amžius“. Didėjant išėmimo normai abiem atvejais didėja ir portfelio pereinimo tikimybė. Pereinimo tikimybių prie skirtingų išėmimo normų, vidutiniai galutinės ir pradinės portfelio vertės santykiai, jų standartiniai nuokrypiai tiek pastovaus pensijos laikotarpio, tiek laikotarpio, priklausančio nuo atsitiktinės mirties, pateikti T priede.

5.2 paveiksle pateikiamas portfelių, sudarytų 65-erių metų asmeniui pastoviam 25 metų laikotarpiui skirtingais metodais, pereinimo tikimybės. Pastebima tai, kad pakoreguotu euristiniu metodu (optimalios taisyklės) sudaryto portfelio pereinimo tikimybė nežymiai, t. y. vidutiniškai 0,82 procentinio punkto, didesnė nei stochastinio optimizavimo būdu sudaryto portfelio. Verta atminti, kad pakoreguoto euristinio metodo atveju akcijų dalis kasmet mažinama, tuo tarpu stochastinio optimizavimo keliu sudaryto portfelio atveju išlieka pastovi, taip užtikrindama minimalią portfelio pereinimo galimybę.

5.3 paveiksle pateikiamas analogiškas portfelių pereinimo tikimybių palyginimas modelyje įvertinus stochastinę asmens gyvenimo trukmę. Kaip ir pastovaus laikotarpio atveju, stochastinis optimizavimas užtikrina, kad portfelio pereinimo tikimybė bus minimali ir esant aukštesnėms išėmimo normoms

ženkliai mažesnė nei tradiciniu euristiniu metodu ar daugelio horizontų metodu sudarytų portfelių, tačiau vidutiniškai 0,27 procentinio punkto didesnė nei stochastinio optimizavimo būdu sudaryto portfelio su pastovia akcijų dalimi.

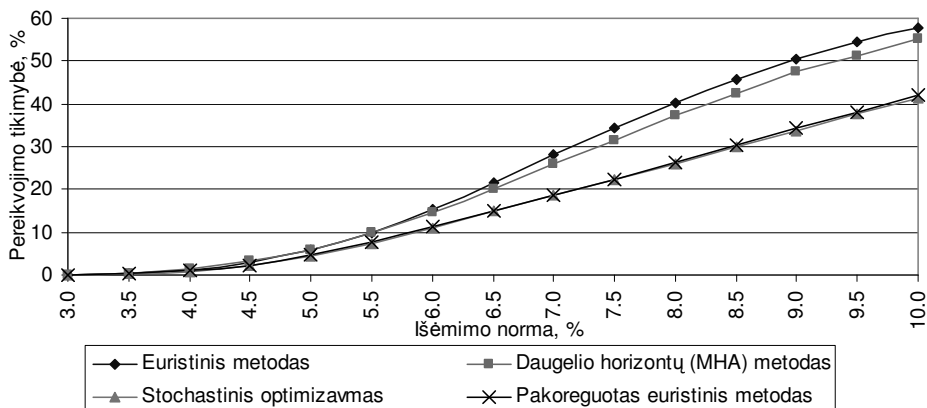


5.2 pav. Portfelio pereikvojimo tikimybė esant pastoviam pensijos laikotarpiui

Fig. 5.2. Portfolio ruin probability in fixed retirement planning horizon case

Pereikvojimo tikimybės panašios, tačiau iš esmės skiriasi portfelio sudėtis. 5.4 paveiksle parodyta, kaip skiriasi vidutinė akcijų dalis portfeliuose, sudarytuose skirtingais disertacijoje nagrinėjamais metodais. Čia skaičiuojama vidutinė akcijų dalis per pirmuosius 25 pensijos metus. Pakoreguotu euristiniu metodu nustačius portfelio sudėtį vidutinė akcijų, kaip rizikingo aktyvo, dalis portfelioje

yra 7,05 procentinio punkto mažesnė nei stochastinio optimizavimo metodu nustatyta dalis, kuri, kaip jau anksčiau minėta, yra pastovi visą pensijos laikotarpį.



5.3 pav. Portfelio pereikvojimo tikimybė esant stochastinei gyvenimo trukmei

Fig. 5.3. Portfolio ruin probability in stochastic lifetime case

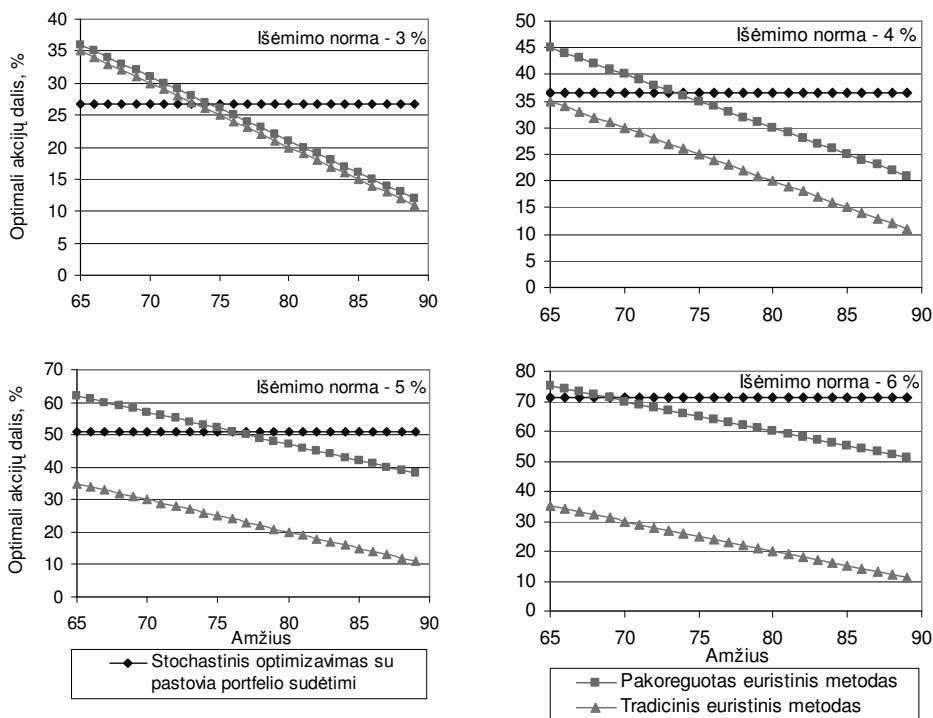
5.4 pav. Vidutinė akcijų dalis portfelyje esant stochastinei gyvenimo trukmei

Fig. 5.4. Average allocation to stocks in stochastic lifetime case

5.5 paveiksle parodyta, kaip skiriasi tradiciniu euristiniu metodu ir stochastinio optimizavimo būdu sudarytų portfelių sudėtis pastovaus akcijų ir obligacijų santykio atveju ir nustatant portfelio sudėtį pakoreguotu euristiniu metodu pagal optimalią taisyklę. Paveiksle nagrinėjamas modelis su stochastine gyvenimo trukme. Pakoreguotu euristiniu metodu nustatyta akcijų dalis portfelyje pirmaisiais pensijos laikotarpio metais yra aukštesnė nei pastovios portfelio sudėties atveju ir kasmet mažėja vienu procentiniu punktu. Paskutiniaisiais pensijos laikotarpio metais akcijų dalis portfelyje yra ženkliai mažesnė nei būtų pastovios portfelio sudėties atveju. Kaip jau minėta anksčiau, portfelio pereikvojimo tikimybė naudojant pakoreguotą euristinį metodą tik nežymiai padidėja lyginant su portfelio, kurio sudėtis laikui bėgant nekinta, pereikvojimo tikimybė.

Atotrūkis tarp tradicinio euristinio metodo ir pakoreguoto euristinio metodo kreivių rodo, kiek tradiciniu euristiniu metodu nustatyta akcijų dalis atsilieka nuo optimalios akcijų dalies portfelyje. Taikant gana žemą 3 % išėmimo normą „100 minus amžius“ taisyklė arti optimalios, tačiau kuo išėmimo norma didesnė, tuo didesnis atotrūkis tarp tradicinio euristinio metodo ir pakoreguoto euristinio metodo kreivių.

Pakoreguotu euristiniu metodu nustatytos akcijų dalies vidurkis yra mažesnis už pastovią optimalią akcijų dalį portfelyje, o tai reiškia, kad su mažiau rizikingo aktyvo pasiekama panaši portfelio pereikvojimo tikimybė.



5.5 pav. Akcijų dalies portfelyje palyginimas

Fig. 5.5. The comparison of allocation to stocks in the portfolio

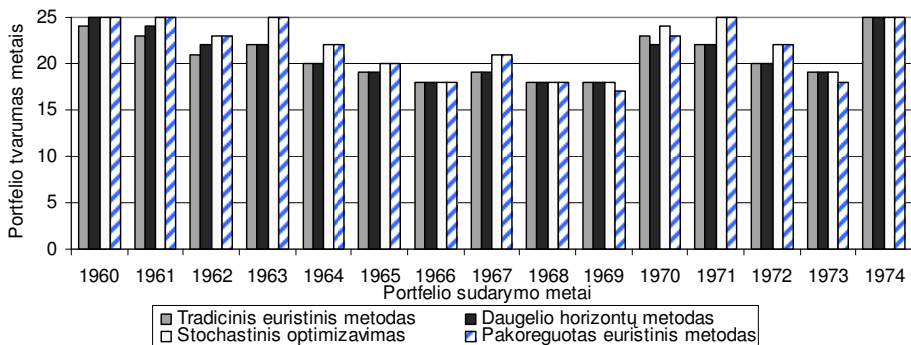
Kitame skirsnyje pateikiami pakoreguoto euristinio metodo patikrinimo su istoriniais duomenimis rezultatai.

5.2.2. Pakoreguoto euristinio metodo išbandymas su istoriniais duomenimis

Pakoreguoto euristinio metodo išbandymui su istoriniais duomenimis pasirinktas 1960–1974 m. laikotarpis. Kaip jau buvo pastebėta 4-ame disertacijos skyriuje, šiuo laikotarpiu sudarytų portfelių tvarumas buvo mažesnis negu kitais laikotarpiais sudarytų portfelių. 5.6 paveiksle pateikiamas skirtingais metodais sudarytų portfelių tvarumas. Planuojamas pensijos laikotarpis lygus 25 metams. Taikoma 5 % pradinės portfelio vertės išėmimo norma.

Kaip matyti iš 5.6 paveikslo, koreguotu euristiniu metodu sudarytų portfelių tvarumas būtų buvęs panašus lyginant su stochastinio optimizavimo būdu nustatyto portfelio su pastoviu akcijų ir obligacijų santykiu tvarumu. Šiuo požiūriu stochastinio optimizavimo būdu sudaryti portfeliai, tiek pastovios akcijų dalies,

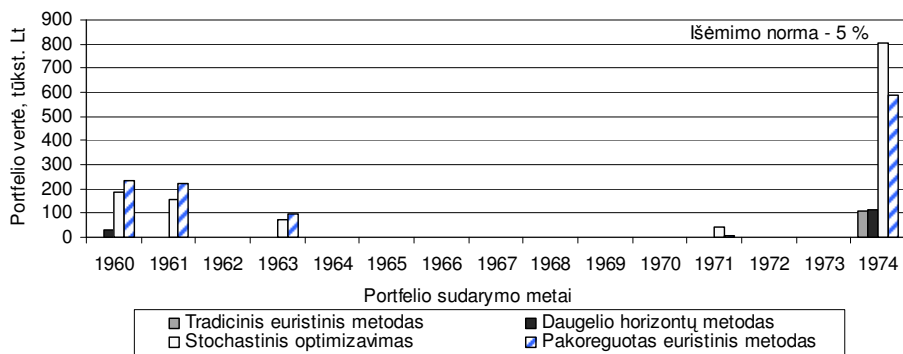
tiesiog kasmet vienu procentiniu punktu mažėjančios akcijų dalies atveju būtų pranašesni už tradiciniu euristiniu metodu ar daugelio horizontų metodu sudarytus portfelius.



5.6 pav. Portfelio tvarumo palyginimas

Fig. 5.6. The comparison of portfolio sustainability

Galutinė portfelio vertė po 25 metų šiuo laikotarpiu yra dažniausiai lygi nuliui (5.7 pav.), tačiau tais metais, kai portfelis yra pakankamas viso planuojamo laikotarpio išėmimams finansuoti, koreguotas euristinis metodas lemia didesnę galutinę portfelio vertę. Todėl šiuo būdu sudarius portfelį asmuo būtų gavęs didesnę naudą.



5.7 pav. Portfelio vertė pensijos laikotarpio pabaigoje

Fig. 5.7. Value of portfolio at the end of retirement period

Atlikus euristinio metodo taisyklės stochastinį optimizavimą ir įvertinus metodo efektyvumą su istoriniais duomenimis, galima padaryti išvadą, kad stochastinio optimizavimo būdu sudarytų portfelio, tiek esant pastoviai portfelio sudėčiai, tiek akcijų dalį nustatant pagal pakoreguotą euristinį metodą, pereinamo-

jimo tikimybė panaši, tačiau pakoreguotu euristiniu metodu sudarytų portfelių akcijų dalies portfelyje vidurkis yra mažesnis negu optimali pastovi akcijų dalis, o paskutiniaisiais pensijos laikotarpio metais aukšto rizikingumo aktyvų dalis yra gerokai žemesnė, kas yra labiau priimtina investuotojui.

5.3. Metodų taikymo praktikoje rekomendacijos ir kryptys tolimesniems tyrimams

Atlikus investicijų portfelio sudarymo metodų tyrimą pastoviam pensijos laikotarpiui (2-asis disertacijos skyrius), esant stochastinei gyvenimo trukmei (3-iasis disertacijos skyrius), patikrinus portfelių tvarumą su istoriniais duomenimis (4-asis disertacijos skyrius) ir stochastinio optimizavimo būdu pakoregavus euristinio metodo taisyklę akcijų daliai portfelyje nustatyti (5-asis disertacijos skyrius), nustatyta, kad stochastinio optimizavimo būdu sudaryti portfeliai tvarumo požiūriu yra patys efektyviausi – šių portfelių pereinamojo tikimybė yra minimali. Tyrimų metu nustatyta, kad esant stochastinei gyvenimo trukmei optimali akcijų dalis yra didesnė nei nustatytoji euristiniu arba daugelio horizontų metodais. Tai reiškia, kad siekiant didesnio portfelio tvarumo neišvengiamai reikia didinti didesnio rizikingumo ir tikėtino pelningumo aktyvo dalį portfelyje.

Dėl stochastinio optimizavimo priemonių naudojimo sudėtingumo ir prienamumo ne kiekvienas investuotojas galės pats sudaryti optimalų investicijų portfelį pensijos laikotarpiui. Nesant stochastinio optimizavimo galimybės, galimybės daugelio horizontų metodą rekomenduojama naudoti asmenims, išėjusiems į pensiją nuo 55 iki 60-ties metų, turintiems tikslą iš portfelio išimti 4,5 % portfelio pradinės vertės ir daugiau. 65-erių metų asmenims su 5,5 % ir aukštesne išėmimo norma ir 70-ties metų asmenims su 7,5 % ir aukštesne išėmimo norma taip pat turėtų portfelį sudaryti daugelio horizontų metodu, nes šis užtikrina mažesnę portfelio pereinamojo tikimybę. Visais kitais atvejais tiks euristinis metodas.

Verta priminti, kad plačiai literatūroje teigta nuostata, kad 3 % išėmimo norma yra tvari, paneigta, nes taikant šią išėmimo normą išlieka menka portfelio pereinamojo galimybė.

Siekiant kuo didesnės portfelio vertės pensijos laikotarpio pabaigoje, kuri galėtų būti paliekama paveldėtojams, taip pat rekomenduojama rinktis stochastinio optimizavimo metodą.

Siekiant išvengti didelės akcijų dalies portfelyje rekomenduojama naudoti pakoreguotą euristinį metodą, kuriuo sudarytų portfelių pereinamojo tikimybė nežymiai didesnė nei pastovios optimalios akcijų dalies atveju, tačiau vidutinė akcijų dalis pensijos laikotarpiu yra mažesnė.

Visais atvejais sudarant portfelį derėtų įvertinti investuotojo tikslus, rizikos toleranciją, individualias investuotojo savybes bei aplinkybes, kuris galėtų įtakoti portfelio tvarumą. Tam tikslui lengvai galima keisti dinaminio stochastinio imitacinio modelio parametrus ir apribojimus optimizuojamam kintamajam (pavyzdžiui, akcijų dalis nė vienais metais negali viršyti 50 % portfelio vertės). Be kitų parametrų, kaip jau minėta 2-ame disertacijos skyriuje, apskaičiuodami taikomą išėmimo normą įvertiname ir asmens gaunamas pajamas iš kitų šaltinių, tokių kaip pensija, nuomos pajamos ar kita. Siekdama parodyti skirtingais metodais sudarytų portfelių galimybes šių dienų Lietuvos socialinėmis-ekonominėmis sąlygomis nagrinėtais metodais nustatysiu portfelių sudėtį, jų poreikvojimo tikimybes, galutinės ir pradinės portfelio vertės santykio vidurkį ir standartinį nuokrypį, vidutinę akcijų dalį portfelyje. Šiuo atveju nagrinėsime vyro, sulaukusio 62 metų, atvejį. Vidutinis vyro darbo užmokestis 2010 m. duomenimis buvo 2151 litų (1.1 lentelė) (Moterys ir vyrai Lietuvoje 2010, Lietuvos ekonominė ir socialinė raida 2011/08). Remiantis Socialinės apsaugos ir darbo ministerijos parengta skaičiuokle¹⁰ nustatome tikėtiną senatvės pensijos sumą. Statistiniai duomenys rodo, kad 2010 m. vyro vidutinė senatvės pensija buvo 835,4 litų (1.2 lentelė) (Moterys ir vyrai Lietuvoje 2010).

Autorės nuomone, mažesnes nei vidutines pajamas gaunantys asmenys vargiai galės sukaupti reikšmingą sumą pensijai, todėl orientuotasi tik į vidutines ir aukštesnes pajamas gaunančius asmenis. Skaičiuosime atvejus, kai gaunamas vidutinis mėnesinis darbo užmokestis (1 atvejis), du vidutiniai mėnesiniai darbo užmokesčiai (2 atvejis), trys vidutiniai mėnesiniai darbo užmokesčiai (3 atvejis). Darome prielaidą, kad asmuo tikisi išlaikyti priešpensinio gyvenimo kokybę, todėl pageidauja gauti 80 % priešpensinio laikotarpio pajamų. Tarkime, kad asmuo turi sukaupęs 250 tūkst. litų portfelį. Nagrinėjami atvejai pateikiami 5.2 lentelėje.

5.2 lentelė. Nagrinėjamų atvejų pagrindiniai dydžiai

Table 5.2. Key parameters of cases under investigation

Pagrindiniai parametrai	1 atvejis	2 atvejis	3 atvejis
Mėnesinis darbo užmokestis (bruto), Lt	2115	4230	6346
Mėnesinis darbo užmokestis (neto), Lt	1671	3342	5013
Mėnesinė senatvės pensija, Lt	734	1073	1411
Pageidaujamas pajamų lygis, %	80	80	8
Pageidaujamos mėnesio pajamos, Lt	1336,8	2673,6	4010,4
Pajamų skirtumas per mėnesį, Lt	602,8	1600,6	2599,4
Pradinė portfelio vertė A atveju, Lt	250 000		
Išėmimo norma A atveju, %	2,9	7,7	12,5

¹⁰ Pasiekama per interneto prieigą <http://www.pensijusistema.lt>

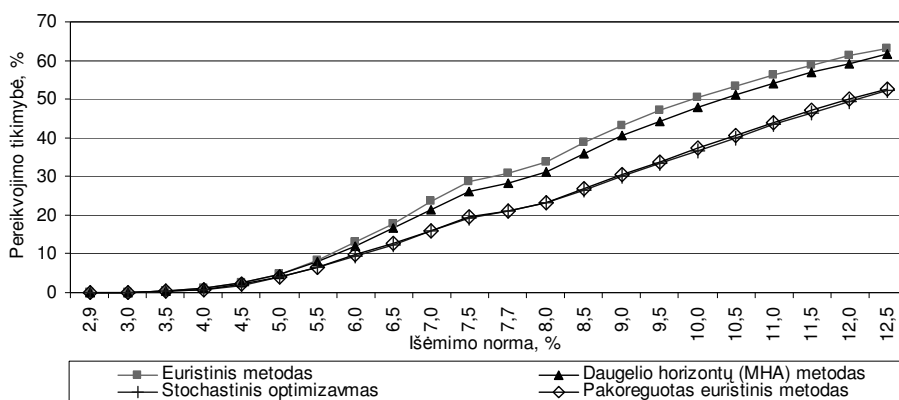
Remiantis 5.2 lentelėje numatytais parametrais skaičiuojama portfelio sudėtis pagal euristinį, daugelio horizontų, stochastinio optimizavimo ir pakoreguotą euristinį metodus taikant autorės sudarytus dinaminio stochastinio optimizavimo modelius. Kadangi imitaciniuose modeliuose generuojamos realios turto klasių gražos, išėmimo suma modelyje laikoma pakoreguota pagal infliaciją. Tokiu būdu daroma prielaida, kad iš investicijų portfelio išimama kasmet suma yra pakoreguota pagal infliaciją.

5.3 lentelė. Portfelio pereikvojimo tikimybės nagrinėjamais atvejais

Table 5.3. Portfolio ruin probabilities in the cases under investigation

Metodas	Pereikvojimo tikimybė, %		
	1 atvejis	2 atvejis	3 atvejis
Euristinis metodas	0,05	30,77	63,11
Daugelio horizontų metodas	0,07	28,11	61,56
Stochastinis optimizavimas	0,04	20,99	52,17
Pakoreguotas euristinis metodas	0,05	21,22	52,60

5.3 lentelė rodo nagrinėjamais metodais sudarytų portfelių pereikvojimo tikimybės. Detalesni skaičiavimai pateikti U priede. Pirmuoju atveju asmeniui pavyks išsaugoti užtikrintą priešpensinio gyvenimo kokybę, kadangi šio asmens atveju turimos santaupos yra palyginti ženklios, todėl pereikvojimo tikimybė, nepriklausomai nuo taikomo metodo, yra labai nedidelė, t. y. neviršija 1 %. Antroju atveju portfelio pereikvojimo tikimybė yra nuo 21,22 % iki 30,77 % priklausomai nuo taikomo metodo. Trečiuoju atveju portfelis bus pereikvotas su didesne nei 52 % tikimybe.



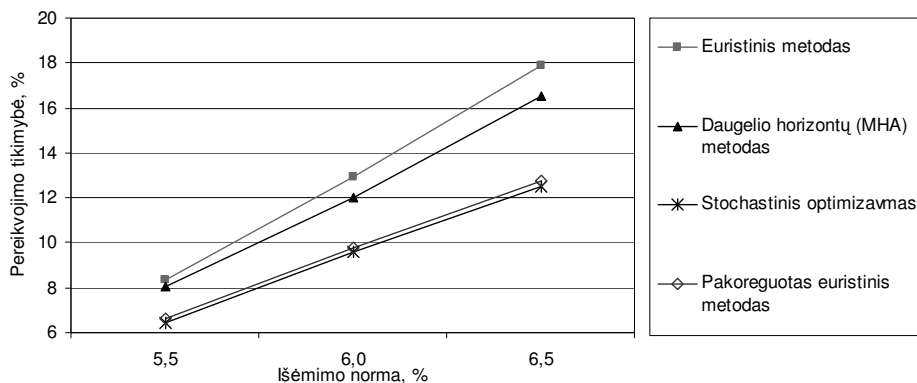
5.8 pav. Portfelio pereikvojimo tikimybės palyginimas

Fig. 5.8. The comparison of portfolio ruin probabilities

5.8 paveiksle pateikiamos portfelių, sudarytų skirtingais metodais, pereikvojimo tikimybės ir alternatyvių išėmimo normų atveju. Matyti, kad metodo pasirinkimas reikšmingesnis tuomet, kai išėmimo norma didesnė nei 5 %.

Kai išėmimo norma mažesnė nei 3 %, portfelio pereikvojimo tikimybė bet kuriuo atveju yra labai maža, dėl to portfelio sudėties keitimas neturi didelės įtakos. Kai išėmimo norma yra labai aukšta, t. y. didesnė nei 12 % pradinės portfelio vertės, pereikvojimo tikimybė yra didesnė nei 50 %, todėl portfelio galimybių prie aukštesnių išėmimo normų netenka prasmės.

Tarkime, kad nagrinėjamu atveju asmeniui priimtina 10 % pereikvojimo tikimybė. Tokiu būdu pirmuoju atveju asmuo sudarydamas portfelį euristiniu metodu galės kasmet išimti 5,69 % pradinės portfelio vertės ir taip galės tikėtis turėti sumą vartojimui, prilygstančią 114,8 % priešpensinio laikotarpio pajamų. Daugelio horizontų metodu sudarytas portfelis leis išimti 5,76 % pradinės portfelio vertės kasmet, kas reiškia 115,7 % priešpensinio laikotarpio pajamų. Stochastinis optimizavimu sudarant portfelį su pastovia akcijų dalimi (72,5 % portfelio) leistų išimti kasmet 6,10 % pradinės portfelio vertės, o tai sudarytų 120 % priešpensinio laikotarpio uždarbio. Pakoreguoto euristinio metodo atveju portfelis leis turėti 119,4 % priešpensinio laikotarpio pajamų. Taigi pirmuoju atveju asmuo turi perteklinių išteklių, skirtų pensijai, todėl pensijos laikotarpiu galės mėgautis pakankamomis pajamomis ir aukštesne gyvenimo kokybe. 5.9 paveiksle pateikiamas skirtingais metodais sudarytų portfelių pereikvojimo tikimybių palyginimas prie 5,5%–6,5 % išėmimo normų.



5.9 pav. Portfelio pereikvojimo tikimybių palyginimas

Fig. 5.9. The comparison of portfolio ruin probabilities

Antruoju atveju, esant pereikvojimo tikimybei 10 %, tiriamais metodais sudaryti portfeliai leis asmeniui turėti nuo 67,5 % priešpensinio laikotarpio pajamų

euristinio metodo atveju iki 70,1 % stochastinio optimizavimo atveju. Pakoreguotas euristinis metodas leis tikėtis 69,8 % priešpensinio laikotarpio pajamų.

Trečiuoju atveju, esant pereikvojimo tikimybei 10 %, skirtingais metodais sudaryti portfeliai leis asmeniui turėti nuo 51,8 % priešpensinio laikotarpio pajamų euristinio metodo atveju iki 53,5 % stochastinio optimizavimo atveju. Pakoreguotas euristinis metodas leis tikėtis 53,3 % priešpensinio laikotarpio pajamų. Taigi šiuo atveju asmuo negali tikėtis siekiamo 80 % priešpensinio pajamų lygio, tačiau net ir tokiu atveju, jo gyvenimo kokybė pensijos laikotarpiu yra gana neblogo, lyginti su tų pačių priešpensinio laikotarpio pajamų atveju, kuomet asmuo neturi sukaupęs finansinių išteklių pensijai.

Pastebėta, kad čia pateiktos portfelio pereikvojimo tikimybės skiriasi nuo 3-iaame disertacijos skyriuje nustatytų, o tai galima paaiškinti didesniu vyrų mirtingumu (ankstesniuose modeliuose vyrų ir moterų išgyvenimo dar vienerius metus tikimybės buvo suvidurkintos). Dėl didesnio vyrų mirtingumo, portfelio pereikvojimo tikimybės ir optimalios akcijų dalys nustatytos žemesnės. Tiriant portfelių galimybes atskirai vyrams ir moterims, tikėtina, kad šie skirtumai dar labiau išryškėtų. Ankstesni mokslininkų tyrimai rodo, kad vyrai linkę labiau rizikuoti, nei moterys, tačiau autorės pateikiami rezultatai perša išvadą, kad net ir esant tokiam rizikos tolerancijos pobūdžiui, vyrų portfelio pereikvojimo tikimybės ir optimali akcijų dalis portfelyje, nustatytos stochastiniu optimizavimu, yra žemesnės. Turint galvoje dar šiandienos situaciją, kuomet moteris į pensiją Lietuvoje išeina anksčiau nei vyras (2020 m. jis turėtų būti suvienodintas iki 65 metų), moters portfelis turėtų būti tvarus ilgesnį laikotarpį.

Autorės sudaryti imitaciniai modeliai suteikia galimybę parodyti visas taikomais metodais sudarytų portfelių galimybes prie tam tikrų sąlygų. Dinaminis stochastinis imitacinis modeliavimas suteikia priemones stebėti modelio dinamiką – modeliuoti sistemos pasikeitimus ir galimus atsakus į juos. Sudaryti tyrimuose naudoti modeliai atlieka monitoringo funkciją: nuolat stebima situacija rinkoje ir portfelio augimo trajektorija, modelis informuoja apie situacijos pasikeitimus. Esant poreikiui, portfelį galima sudaryti ir iš skolintų lėšų. Atlikus tam tikrus modelių pakeitimus, galima taikyti įvairias išėmimų, portfelio perbalansavimo strategijas ir tirti alternatyvių portfelių sudėčių teikiamas portfelio galimybes. Šios imitacinių portfelių savybės teikia apčiuopiamą praktinę naudą tyrėjui.

Verta pabrėžti, kad disertacijoje pateikiami tyrimų rezultatai rodo bendrai visiems galiojančias investicijų portfelių galimybes, o individualaus investicijų portfelio parinkimo problema turėtų būti nagrinėjama atskirai ir yra verta atskiros gilios studijos. Kitos tolimesnių tyrimų kryptys gali būti šios:

1. Visuose dinaminuose stochastiniuose imitaciniuose modeliuose ignoruojami sandorių kaštai bei mokesčių įtaka. Šiais veiksniais papildyti modeliai leistų nustatyti optimalią portfelio sudėtį ir įvertinti minėtų veiksnių poveikį.

2. Tyrimuose daroma prielaida, kad kiekvienais pensijos laikotarpio metais iš portfelio išimama pastovi suma, tačiau realybėje asmens išlaidos skirtingais pensijos laikotarpio etapais gali skirtis. Optimalios investicijų portfelio sudėties nustatymui esant kintamai išėmimo normai galėtų būti skirtas didesnis dėmesys tolimesniuose tyrimuose.

3. Tyrimuose stochastiškai optimali akcijų dalis portfelyje nustatoma vieną kartą pensijos laikotarpio pradžioje, o kasmet portfelis perbalansuojamas siekiant išlaikyti optimalią jo sudėtį. Modelio papildymas periodinio optimizavimo galimybe padėtų geriau suvokti optimalią investicijų portfelio sudėtį ir ją įtakančius veiksniai.

4. Modelio su stochastine gyvenimo trukme patikrinimas su istoriniais duomenimis padėtų tiksliau įvertinti stochastinio optimizavimo efektyvumą.

5. Portfelio tvarumą neabejotinai lemia rinkos ciklai, todėl portfelio sudarymo metodai ateityje turėtų būti analizuojami per rinkos ciklą ir jų eiliškumo prizmę. Nustatant modelio parametrus turėtų būti nustatomas esamas rinkos ciklo etapas ir sudaromos rinkos ciklo prognozės pensijos laikotarpiui. Tokių tyrimų rezultatai padėtų visapusiškai įvertinti portfelio sudėtį lemiančius veiksniai ir priimti teisingus investavimo sprendimus.

Bendrosios išvados

1. Pagrindinis pensijos planavimo tikslas – užsitikrinti pakankamas pajamas pensijos laikotarpiu – įgyvendinamas tinkamai nustatant investicijų portfelio sudėtį pensijos laikotarpiu, įtakojančią investicijų portfelio grąžą ir tvarumą. Efektyvus investicijų portfelio valdymas turėtų sumažinti pensijos laikotarpiu aktualias ilgaamžiškumo, investicijų, infliacijos, netikėtų įvykių, pinigų srauto, gyvenimo stiliaus ir grąžos sekos rizikos rūšis ir garantuoti portfelio tvarumą.

2. Žmogiškojo kapitalo teorijos taikymas sudarant portfelį leidžia numanyti, kad euristicinis metodas gali būti taikomas pensijos portfelio sudėčiai nustatyti pensijos laikotarpiu, kuomet žmogiškasis kapitalas kaip dabartinė planuojamų ateities darbo pajamų vertė tampa lygus nuliui.

3. Apibendrinus visus analizuojamus laikotarpius, taikant 3,5 % ir didesnę išėmimo normą pastovaus pensijos laikotarpio atveju (atitinkamai – 3,0 % stochastinės gyvenimo trukmės atveju) optimali akcijų dalis portfelyje yra didesnė nei vidutinė akcijų dalis portfelyje, nustatyta euristiniu ar daugelio horizontų metodu.

4. Stochastinio optimizavimo metodu sudaryto portfelio poreikvojimo tikimybė pastovaus pensijos laikotarpio atveju 20,6 procentinių punktų mažesnė nei portfelį sudarant euristiniu metodu ir 17,5 procentinių punktų – daugelio horizontų metodu (stochastinės gyvenimo trukmės atveju – atitinkamai 10,34 ir 7,97 procentinių punktų).

5. Nesant stochastinio optimizavimo galimybės, daugelio horizontų metodą rekomenduojama naudoti asmenims, išėjusiems į pensiją 55-erių ar 60-ties metų, turintiems tikslą iš portfelio išimti 4,5 % portfelio pradinės vertės ir daugiau. 65-erių metų asmenims su 5,5 % ir aukštesne išėmimo norma ir 70-ties metų asmenims su 7,5 % ir aukštesne išėmimo norma taip pat turėtų portfelį sudaryti daugelio horizontų metodu, nes šis užtikrina mažesnę portfelio pereikvojimo tikimybę. Visais kitais atvejais tiks euristinis metodas.

6. Stochastinės gyvenimo trukmės įvedimas į dinaminį stochastinį imitacinį investicijų portfelio modelį parodė, kad iki šiol plačiai pensijos planavime naudotas pastovus planuojamas pensijos laikotarpis pernelyg pervertina portfelio pereikvojimo tikimybę, kuri, kai modelyje įvertinta stochastinė žmogaus gyvenimo trukmės prigimtis, yra vidutiniškai 14,8 procentinių punktų mažesnė nei pastovaus pensijos laikotarpio atveju. Paneigta, kad 3,0 % išėmimo norma yra visiškai saugi.

7. Investicijų portfelių tvarumo tyrimas su istoriniais akcijų bei obligacijų rinkų duomenimis parodė, kad stochastinio optimizavimo būdu nustatytų optimalių portfelių tvarumas yra didesnis nei euristiniu ar daugelio horizontų metodais sudarytų portfelių. Stochastinio optimizavimo būdu sudaryti portfeliai užtikrina didesnę galutinę portfelio vertę, kuri gali būti panaudojama finansuoti išlaidas papildomais metais ar kaip palikimas paveldėtojams.

8. Autorės siūlomas pakoreguotas euristinis metodas patrauklus tuo, kad leidžia sudaryti investicijų portfelį pensijos laikotarpiui su nežymiai didesne pereikvojimo tikimybe, tačiau vidutinė akcijų dalis pensijos laikotarpiu yra mažesnė:

- portfelio pereikvojimo tikimybė 65-erių metų asmeniui yra vidutiniškai 0,27 procentinio punkto didesnė nei stochastinio optimizavimo būdu sudaryto portfelio su pastovia akcijų dalimi;

- vidutinė akcijų, kaip rizikingo aktyvo, dalis portfelyje yra 7,05 procentinio punkto mažesnė nei stochastinio optimizavimo būdu sudaryto portfelio su pastovia akcijų dalimi.

Literatūra ir šaltiniai

Abuizam, R. A. 2009. Risk-Based Model For Retirement Planning, *Journal of Business & Economics Research* 7(6): 31–44.

Ackert, L. F.; Church, B. K.; Englis, B. 2002. The asset allocation decision and investor heterogeneity: A puzzle? *Journal of Economic Behavior and Organization* 47: 423–433.

Agnew, J.; Balduzzi, P.; Sunden, A. 2003. Portfolio Choice and Trading in a Large 401(k) Plan, *American Economic Review* 93(1): 193–215.

Ayyub, B. M.; McCuen, R. H. 2003. *Probability, Statistics, and Reliability for Engineers and Scientists*. Second edition Chapman & Hall/CRC Press LLC. 640 p.

Altfest, L. 2004. Personal Financial Planning: Origins, Developments and a Plan for Future Direction, *The American Economist* 48(2): 53–60.

Ameriks, J.; Veres, R.; Warshawsky, M. J. 2001. Making Retirement Income Last a Lifetime, *Journal of Financial Planning* 14(2): 60–76.

Ameriks, J.; Zeldes, S. P. 2001. *How Do Household Portfolio Shares Vary With Age?:* Working paper, Columbia University Graduate School of Business.

Ando, A.; Modigliani, F. 1957. Tests of the life cycle hypothesis of saving: comments and suggestions, *Oxford Institute of Statistics Bulletin* 19: 99–124.

Ando, A.; Modigliani, F. 1963. The ‘life cycle’ hypothesis of saving: aggregate implications and tests, *American Economic Review* 53(1): 55–84.

- Asness, C. S. 1996. Why not 100% Equities, *Journal of Portfolio Management* 22(2): 29–34.
- Azguridienė, G. 2010. Pensijų sistemos tvarumas ir jos dalyvių interesai, *Politologija* 2010(4): 142–172 p.
- Barsky, R. B.; Juster, F. T.; Kimball, M. S.; Shapiro, M. D. 1997. Preference parameters and behavioral heterogeneity: An experimental approach in the health and retirement study, *Quarterly Journal of Economics* 112(2): 537–579.
- Benartzi, S.; Thaler, R. H. 2001. Naive Diversification Strategies in Defined Contribution Savings Plans, *The American Economic Review* 91(1): 79–98.
- Bengen, W. P. 1994. Determining Withdrawal Rates Using Historical Data, *Journal of Financial Planning* 7(4): 171–180.
- Bengen, W. P. 1996. Asset Allocation for a Lifetime, *Journal of Financial Planning* 9(4): 58–67.
- Bengen, W. P. 1997. Conserving Client Portfolios During Retirement, Part III, *Journal of Financial Planning* 10(6): 84–97.
- Bengen, W. P. 2001. Conserving Client Portfolios During Retirement, Part IV, *Journal of Financial Planning* 14(5): 110–119.
- Beninnga, S. 2008. *Financial Modeling*. Third edition. MIT Press. 1168 p.
- Benzoni, L.; Chyruk, O. 2009. *Investing over the Life Cycle with Long-Run Labor Income Risk*. Prieiga per internetą: <http://ssrn.com/abstract=1172702>
- Bertaut, C.; Starr-McCluer, M. 2000. *Household Portfolios in the United States*: FEDS Working Paper No. 2000-26, Federal Reserve Board of Governors. 41 p.
- Bhandari, G.; Deaves R. 2008. Misinformed and informed asset allocation decisions of self-directed retirement plan members, *Journal of Economic Psychology* 29(4): 473–490.
- Bierwirth, L. 1994. Investing for retirement: using the past to model the future, *Journal of Financial Planning* 7(1): 15–24.
- Bikas, E. 2003. Asmeninio turto valdymas ir jo aktualijos Lietuvai integruojantis į Europos Sąjungą, *Ekonomika* 63: 7–15 p.
- Binswanger, J.; Carman, K. G. 2009. How Real People Make Long-Term Decisions: The Case of Retirement Preparation, *CentER Discussion Paper Series* 2009–73.
- Blanchett, D. M.; Frank, L. R. 2009. A Dynamic and Adaptive Approach to Distribution Planning and Monitoring, *Journal of Financial Planning* 22(4): 52–66.
- Bodie, Z. 2002. *Life-Cycle Investing in Theory and Practice*: Boston University School of Management Working Paper No. 2002-02. 13 p.
- Bodie, Z.; Clowes, M. J. 2003. *Worry-free Investing: A Safe Approach to Achieving Your Lifetime Financial Goals*. Financial Times /Prentice Hall. 242 p.
- Bodie, Z.; Crane, D. B. 1997. Personal Investing: Advice, Theory and Evidence, *Financial Analysts Journal* 53(6): 13–23.

- Bodie, Z.; Kane, A.; Marcus, A. 2002. *Investments*. Fifth edition. McGraw-Hill Higher Education. 1015 p.
- Bodie, Z.; Merton, R. C.; Samuleson, W. 1992. Labor Supply Flexibility and Portfolio Choice in a Lifecycle Model, *Journal of Economic Dynamics and Control* 16(3-4): 427–449.
- Booth, L. 2004. Formulating Retirement Targets and the Impact of Time Horizons on Asset Allocation, *Financial Services Review* 13(1): 1–17.
- Borsch-Supan, A.; Heiss, F.; Ludewig, A.; Winter, J. 2003. Pension Reform, Capital Market and the Rate of Return, *German Economic Review* 4(2): 151–181.
- Boscailjon, B. 2004. Time, wealth, and human capital as determinants of asset allocation, *Financial Services Review* 13(3): 167–184.
- Box, M. J. 1965. A New Method of Constrained Optimization and a Comparison with Other Methods, *The Computer Journal* 8(1): 42–52.
- Brain, M. 1997. *Understanding and Controlling Your Finances*. BYG Publishing, Inc. 110 p.
- Brinkley, R. 2005. Creating your investment plan: here are some simple steps for those developing a financial strategy, *Black Enterprise*, July issue.
- Brinson, G. P.; Hood, R. L.; Beebower, G. L. 1986. Determinants of Portfolio Performance, *Financial Analysts Journal* 42(4): 39–45.
- Brinson, G. P.; Singer, B. D.; Beebower, G. L. 1991. Determinants of Portfolio Performance II: An Update, *Financial Analysts Journal* 47(3): 40–48.
- Brinson, G. P.; Singer, B. D.; Beebower, G. L. 1995. Determinants of Portfolio Performance, *Financial Analysts Journal* 51(1): 133–138.
- Bruckenstein, J. P. 2006. The Search for Software, in Evensky H.; Katz, D. B. eds. *Retirement Income Redesign: Master Plans for Distribution*, Bloomberg Press, 343–352.
- Brunel, J. L. P. 2006. How Sub-Optimal – If at All – Is Goal-Based Asset Allocation? *Journal of Wealth Management* 9(2): 19–34.
- Butler, K. C.; Domian D. L. 1991. Risk, Diversification, and the Investment Horizon, *Journal of Portfolio Management* 17(3): 41–47.
- Campbell, J. Y.; Viceira, L. M. 2002. *Strategic Asset Allocation: Portfolio Choice for Long-term Investors*. Oxford University Press. 272 p.
- Canner, N.; Mankiw, N. G.; Weil, D. N. 1997. An asset allocation puzzle, *American Economic Review* 87(1): 181–191.
- Chen, P.; Ibbotson, G.; Milevsky, M. A.; Zhu, K. X. 2006. Human Capital, Asset Allocation, and Life Insurance, *Financial Analysts Journal* 62(1): 97–109.
- Chhabra, A. B.; Kureru, R.; Zaharoff, L. 2008. Creating a Goal-Based Wealth Allocation Process, *Journal of Wealth Management* 11(3): 48–55.

- Cibulskienė, D.; Grigaliūnienė, Ž. 2007. Moderniosios portfelio teorijos genezė ir vystymasis, *Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos* 1(8): 52–61.
- Collins, P. J.; Lawson, K. J.; Chambers, J. C. 1997. Monitoring Retirement Portfolio Sufficiency, *Journal of Financial Planning* 10(1): 66–74.
- Cooley, P. L.; Hubbard, C. M.; Walz, D. T. 1998. Retirement Savings: Choosing a Withdrawal Rate That Is Sustainable, *Journal of the American Association of Individual Investors* 20(2): 16–21.
- Cooley, P. L.; Hubbard, C. M.; Walz, D. T. 1999. Sustainable Withdrawal rates from your retirement portfolio, *Financial Counseling and Planning* 10(1): 39–47.
- Cooley, P. L.; Hubbard, C. M.; Walz, D. T. 2001. Withdrawing money from your retirement portfolio without going broke, *Journal of Retirement Planning* 4(4): 35–41.
- Cooley, P. L.; Hubbard, C. M.; Walz, D. T. 2003. A Comparative Analysis of Retirement Portfolio Success Rates: Simulation Versus Overlapping Periods, *Financial Services Review* 12(2): 115–128.
- Cooley, P. L.; Hubbard, C. M.; Walz, D. T. 2003. Does International Diversification Increase the Sustainable Withdrawal Rates from Retirement Portfolios? *Journal of Financial Planning* 16(1): 74–80.
- Cordell, D. M. 2005. A Multiple-Horizon Approach to Asset Allocation in Retirement Portfolio, *Journal of Financial Planning* 8(5): 34–39.
- Crow E. L.; Shimizu, K. 1988. *Lognormal Distributions: Theory and Applications*. Marcel Dekker. 387 p.
- Curtis, R. D. 2006. Monte Carlo Mania, in Evensly, H.; Katz, D. B. eds. *Retirement Income Redesigned: Master Plans for Distribution*, Bloomberg Press, 117–140.
- Deaton, A. 2005. *Franco Modigliani and the Life Cycle Theory of Consumption*: Paper presented at the Convegno Internazionale Franco Modigliani, Accademia Nazionale dei Lincei, Rome, February 17–18, Research Program in Development Studies and Center for Health and Wellbeing, Princeton University.
- Dominitz, J.; Hung, A. 2006. *Retirement Savings Portfolio Management*: Michigan Retirement Research Center Research Paper No. WP 2006–138. 32p.
- Downes, J.; Goodman, J. E. 2002. *Dictionary of Finance and Investment Terms*. Barron's Educational Series. 736 p.
- Drew, M.; Stanford, J.; Stanhope, B. 2005. Sustainable Retirement: A Look At Consumer Desires, *The Australian Journal Of Business And Social Inquiry* 3(3): 1–23.
- Dus, I.; Maurer, R.; Mitchell, O. S. 2005. Betting on Death and Capital Markets in Retirement: A Shortfall Risk Analysis of Life Annuities versus Phased Withdrawal Plans. *Financial Services Review* 14(3): 169–196.
- Elger, J. F. 2004. Personal Financial Management as Personal Risk Management, *Journal of Financial Service Professionals* 58(1): 38–39.

- Elton, E. J.; Gruber, M. J. 2000. The Rationality of Asset Allocation Recommendations, *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 35(1): 27–42.
- Evensky, H. 2000. Myth of The Income Portfolio, *Financial Planning* 30(4): 139–144.
- Faerber, E. 2003. *The Personal Finance Calculator*. McGraw-Hill. 292 p.
- Faig, M.; Shum, P. M. 2002. Portfolio Choice in the Presence of Personal Illiquid Projects, *Journal of Finance* 57(1): 303–328.
- Fama, E. F. 1965. The Behavior of Stock Market Prices, *Journal of Business* 38(1): 34–105.
- Fama, E. F.; French, K. R. 1998. Value versus Growth: The International Evidence, *Journal of Finance* 53(6): 1975–1999.
- Farnen, D. B. 2000. Sounds Great, But What's in It for Me? Helping Employees Understand Their Role in the Retirement Planning Process, *Benefits Quarterly* 16(4): 17–23.
- Fisher, I. 1930. *The Theory of Interest as Determined by Impatience to Spend Income and Opportunity to Invest It*. The Macmillan Company. 566 p.
- Flavin, M.; Yamashita, T. 2002. Owner-Occupied Housing and the Composition of the Household Portfolio, *American Economic Review* 92(1): 345–362.
- Friedman, M. 1957. *A Theory of the Consumption Function*. Princeton University Press. 243 p.
- Fullmer, R. K. 2007. Modern Portfolio Decumulation: A New Strategy for Managing Retirement Income, *Journal of Financial Planning* 20(8): 40–50.
- Gentle, J. E. 2003. *Random Number Generation and Monte Carlo Methods*. Second edition. Springer-Verlag. 300 p.
- Gerrard, R.; Vigna, E. 2004. Optimal Investment Choices Post-retirement in a Defined Contribution Pension Scheme, *Insurance: Mathematics and Economics* 35(2): 321–342.
- Glasserman, P. 2004. *Monte Carlo Methods in Financial Engineering*. Springer-Verlag. 596 p.
- Gordon, M. G. 2001. *The Life Cycle of Financial Planning*. University of Wyoming Cooperative Extension Service.
- Greninger, S. A.; Hampton, V. L.; Kitt, K. A.; Jacquet, S. 2000. Retirement planning guidelines: a Delphi study of financial planner and educators, *Financial Services Review* 9(3): 231–245.
- Gudaitis, T. 2009. Sentavės pensijų sistemos modelių teorinė analizė, *Organizacijų vadyba: sisteminiai tyrimai* 2009.50: 23–68.
- Guyton J. T. 2004. Decision Rules for Portfolio Management for Retirees: Is the 'Safe' Initial Withdrawal Rate Too Safe? *Journal of Financial Planning* 17(10): 54–61.
- Guyton, W. T.; Klinger, W. 2006. Decision Rules and Maximum Initial Withdrawal Rates, *Journal of Financial Planning* 19(3): 48–59.

- Gunthorpe, D. Levy, H. 1994. Portfolio Composition and the Investment Horizon, *Financial Analysts Journal* 50(1): 51–56.
- Gyventojų pajamos ir gyvenimo sąlygos 2010. 2011. Lietuvos statistikos departamentas.
- Hall, R. E. 1978. Stochastic Implications of the Life Cycle-Permanent Income Hypothesis: Theory and Evidence, *The Journal of Political Economy* 86(6): 971–987.
- Hallman, G. V.; Rosenbloom, J. S. 2003. *Personal Financial Planning*. Seventh Edition. McGraw-Hill. 623 p.
- Hansson, B.; Persson, M. 2000. Time Diversification and Estimation Risk, *Financial Analysts Journal* 56(5): 55–62.
- Hardy, M. 2003. *Investment Guarantees: Modeling and Risk Management for Equity-Linked Life Insurance*. John Wiley & Sons. 286 p.
- Harris, J. 2009. Market Cycles and Safe Withdrawal Rates, *Journal of Financial Planning* 22(9): 38–48.
- Harrod, R. 1948. *Towards a Dynamic Economics*. Macmillan. 168 p.
- Heaton, J.; Lucas, D. 2000. Portfolio Choice and Asset Prices: The importance of entrepreneurial risk, *Journal of Finance* 55(3): 1163–1198.
- Hennessey, S. 2004. A Practical Approach to Retirement Planning, *FMI Journal* 15(3): 26–30.
- Ho, K.; Milevsky, M. A.; Robinson, C. 1994. Asset Allocation, Life Expectancy, and Shortfall, *Financial Services Review* 3(2): 109–126.
- Hodges, Ch. W.; Taylor, W. R. L.; Yoder J. A. 1997. Stocks, Bonds, the Sharpe Ratio, and the Investment Horizon, *Financial Analysts Journal* 53(6): 74–80.
- Horneff, W. J.; Maurer, R. H.; Mitchell, O. S.; Dus, I. 2008. Following the Rules: Integrating Asset Allocation and Annuitization in Retirement Portfolios, *Insurance: Mathematics and Economics* 42(1): 396–408.
- Horneff, W. J.; Maurer, R. H.; Mitchell, O. S.; Stamos, M. Z. 2008. *Asset Allocation and Location over the Life Cycle with Survival-Contingent Payouts*. Michigan Retirement Research Center, University of Michigan. WP 2008–177. 29 p.
- Huberman, G.; Jiang, W. 2004. *The 1/N heuristic in 401(k) plans*: EFA 2004 Masstricht Meetings Paper No. 2036. 46 p.
- Ibboston, R.G.; Chen, P.; Milevsky, M. A.; Zhu, K. X. 2005. *Human Capital, Asset Allocation, and Life Insurance*: Yale ICF Working Paper No. 05–11. 20 p.
- Ibbotson, R. G.; Kaplan, P. D. 2000. Does Asset Allocation Policy Explain 40, 90, or 100 Percent of Performance? *Financial Analysts Journal* 56(1): 26–33.
- Ibbotson, R. G.; Milevsky, M. A.; Chen, P.; Zhu, K. X. 2007. *Lifetime Financial Advice: Human Capital, Asset Allocation, and Insurance*. The Research Foundation of CFA Institute. 95 p.

Iyengar, S. S.; Jiang, W. 2005. *The Psychological Costs of Ever Increasing Choice: A Fallback to the Sure Bet*: Columbia University Working Paper. 42 p.

Yoo, P. S. 1994. *Age Dependent Portfolio Selection*: Federal Reserve Bank of Saint Louis Working Paper No. 94-003A. p. 22.

Jaggia, S.; Thosar, S. 2000. Risk Aversion and the Investment Horizon: A New Perspective on the Time Diversification Debate, *The Journal of Psychology and Financial Markets* 1(3&4): 211–215.

Jahnke, W. W. 2000. The Importance of Asset Allocation, *Journal of Investing* 9(1): 61–64.

Jan, Y.; Wu, Y. 2008. Revisit the Debate of Time Diversification, *Journal of Money, Investment and Banking* 6: 27–33.

Jarrett, J. C.; Stringfellow, T. 2000. Optimum Withdrawals from an Asset Pool, *Journal of Financial Planning* 13(1): 80–92.

Jagannathan, R.; Kocherlakota, N. R. 1996. Why Should Older People Invest Less in Stocks Than Younger People? *Quarterly Review* 20(3): 11–23.

Jurevičienė, D.; Klimavičienė, A. 2008. Asmeninių finansų valdymo teoriniai aspektai gyvenimo ciklo požiūriu, *Verslas: teorija ir praktika*: 9(1): 22–32.

Kaplan, P. 2006. Asset Allocation with Annuities for Retirement Income Management, *Journal of Wealth Management* 8(4): 27–40.

Kim, Ch.; Wong, K. M. 1997. Asset Allocation Strategies for Personal Pension Contributions, *Financial Practice and Education* 7(2): 35–46.

Klement, J. 2009. *Life is non-linear: Structuring retirement portfolios for the long haul*: Paper presented at the 23rd annual meeting of the Academy of Financial Services in Anaheim, CA, October 9–10, UBS Wealth Management Research.

Klimavičienė, A. 2010. [A] Dinaminis stochastinis imitacinis modeliavimas sudarant tvarų pensijos portfelį esant stochastinei gyvenimo trukmei, *Verslas: teorija ir praktika*: 11(4): 381–386.

Klimavičienė, A. 2010. [B] Tvaraus pensijos portfelio sudarymas dinaminio stochastiniu imitaciniu modeliavimu, *Socialinių mokslų studijos* 3(7): 59–79.

Klimavičienė, A. 2011. [A] Testing of retirement portfolio sustainability: simulation vs analysis with historical data, *Ekonomika ir vadyba* 16: 1135–1141.

Klimavičienė, A. 2011. [B] Stochastinis euristinio metodo taisyklės pensijos portfelio sudėčiai nustatyti optimizavimas, *Verslas: teorija ir praktika* 12(1): 92–98.

Klimavičienė, A.; Jurevičienė, D. 2007. Asmens investicijų į finansines priemones plėtrų galimybės Lietuvoje, *Verslas: teorija ir praktika* 8(1): 33–43.

Klinger, W. J. 2007. Using Decision Rules to Create Retirement Withdrawal Profiles, *Journal of Financial Planning* 20(8): 60–67.

- Koskosidis, Y. A.; Duarte, A. M. 1997. A Scenario-Based Approach to Active Asset Allocation, *Journal of Portfolio Management* 23(2): 74–85.
- Kritzman, M.; Rich, D. 1998. Beware of Dogma, *Journal of Portfolio Management* 24(4): 66–77.
- Leimberg, S. R.; Baldwin, Jr.; Coates, A. S.; Keebler, S.; Kitces, M. E.; Benjamin, G. 2007. *Tools and Techniques of Retirement Income Planning*. First Edition. The National Underwriter Company. 368 p.
- Levy, H.; Spector, Y. 1996. Cross-Asset versus Time Diversification, *Journal of Portfolio Management* 22(3): 24–34.
- Lietuvos ekonominė ir socialinė raida 2011/08. 2011. Lietuvos statistikos departamentas.
- Lloyd, W. P.; Haney, R. L. 1980. Time Diversification: Surest Route to Lower Risk, *Journal of Portfolio Management* 6(3): 5–9.
- MacDonald, B-J.; Moore, K. D. 2011. *Moving Beyond the Limitations of Traditional Replacement Rates*. Society of Actuaries. 40 p.
- Malkiel, B G. 1996. *A Random Walk Down Wall Street*. 6th edition. W. W. Norton & Company. 522 p.
- Mankiw, G. N. 1997. *Macroeconomics*. Third edition. Worth Publishers. 531 p.
- Markowitz, H. M. 1952. Portfolio Selection, *Journal of Finance* 7(1): 77–91.
- Markowitz, H. M. 1991. *Portfolio Selection*. 2nd ed. Blackwell Publishers. 400 p.
- Martin J. P.; Whitehouse E. R. 2008. *Reforming Retirement-Income Systems: Lessons from the Recent Experiences of OECD Countries*, OECD Social, Employment and Migration Working Papers No. 66, OECD Publishing, p. 97.
- McCabe, B. J.; Boinske, Ch. P. 2000. Wealth Planning Under Uncertainty, *Journal of Financial Planning* 13(3): 84–96.
- McEnally, R. W. 1985. Time Diversification: Surest Route to Lower Risk? *Journal of Portfolio Management* 11(4): 24–28.
- McKay, M. D.; Conover, W. J.; Beckman, R. J. 1979. A Comparison of Three Methods for Selecting Values of Input Variables in the Analysis of Output from a Computer Code, *Technometrics* 21(2): 239–245.
- Merton, R. C. 1969. Lifetime portfolio selection under uncertainty: the continuous time case, *Review of Economics and Statistics* 51(3): 247–257.
- Merton, R. C. 1973. An Intertemporal Capital Asset Pricing Model, *Econometrica* 41(5): 867–887.
- Merton, R. C. 2003. Thoughts on the Future: Theory and Practice in Investment Management, *Financial Analyst Journal* 59(1): 17–23.
- Miglietti, A. C. 2007. *Retirement Planning: Safely Maximizing the Sustainable Withdrawal Rate*. Structured Investment Advisors, LLC. 13 p.

Milevsky, M. A. 1999. Time Diversification, Safety-First and Risk, *Review of Quantitative Finance and Accounting* 12(3): 271–281.

Milevsky, M. A. 2007. A Gettle Introduction to the Calculus of Sustainable Income: What Is Your Retirement RisQuotient? *Journal of Financial Service Professionals* 61(4): 51–62.

Milevsky, M. A.; Robinson, C. 2005. A Sustainable Spending Rate Without Simulation, *Financial Analysts Journal* 61(6): 89–100.

Milevsky, M. A.; Ho, K.; Robinson, C. 1997. Asset Allocation Via The Conditional First Exit Time or How To Avoid Outliving Your Money, *Review of Quantitative Finance and Accounting* 9(1): 53–70.

Milevsky, M. A.; Moore, K. S.; Young, V. R. 2006. Asset Allocation and Annuity-Purchase Strategies to Minimize The Probability of Financial Ruin, *Mathematical Finance* 16(4): 647–671.

Milevsky, M. A.; Panyagometh, K. 2001. Variable annuities versus mutual funds: A Monte Carlo analysis of the options, *Financial Services Review* 10(1-4): 145–151.

Milevsky, M. A.; Robinson, C. 2000. Self-Annuitization and Ruin in Retirement, *North American Actuarial Journal* 4(4): 113–129.

Mitchell, J. B. 2009. *Withdrawal Rate Strategies for Retirement Portfolios: Preventive Reductions and Risk Management*: Paper presented at the 23rd annual meeting of the Academy of Financial Services in Anaheim, CA, October 9–10.

Modigliani, F. 1970. The life-cycle hypothesis and intercountry differences in the saving ratio, in Elits, W. A; Scott, F. G.; Wolfe, J. N. eds. *Induction, growth and trade: essays in honours of Sir Roy Harrod*, Oxford University Press, 197–225.

Modigliani, F.; Brumberg, R. H. 1954. Utility analysis and the onsumption function: an interpretation of cross-section data, in Kurihara, K. K. ed. *Post-Keynesian Economics*, NJ. Rutgers University Press, 388–436.

Moterys ir vyrai Lietuvoje 2010. 2011. Lietuvos statistikos departamentas.

Morris, K. M.; Siegel, A. M.; Morris, V. B. 1995. *The Wall Street Journal Guide to Planning Your Financial Future*. Lightbulb Press. 160 p.

Mukherji, S. 2003. Optimal Portfolios for Different Holding Periods and Target Returns, *Financial Services Review* 12(1): 61–71.

Mulvey, J.; Purcell, P. 2008. Converting Retirement Savings into Income: Annuities and Periodic Withdrawals, *Federal Publications*, Paper 566.

O'Connell, V. 1995. Life-Cycle Funds Simplify Investment Choices, *The Wall Street Journal*, p. C1.

O'Curry S. 2003. Self Control and Personal Financial Management, *Advances in Consumer Research* 30(1): 361–362.

OECD (2011), *Pensions at a Glance 2011: Retirement-income Systems in OECD and G20 Countries*, OECD Publishing. 346 p.

- Pensijų stygius Lietuvoje. Kiek mums trūksta pensijai?* 2010. „Aviva Lietuva“.
- Pye, G. B. 2000. Sustainable Investment Withdrawals, *Journal of Portfolio Management* 26(4): 73–83.
- Poterba, J. M.; Samwick, A. A. 1997. *Household portfolio allocation over the life cycle*: National Bureau of Economic Working Paper No. W6185.
- Probabilistic Simulation Environment*. 2010. GoldSim User's guide. Version 10.1. GoldSim Technology Group. 870 p.
- Pukėnas, K. 2005. *Sportinių tyrimų duomenų analizė SPSS programa: mokomoji knyga*. Lietuvos kūno kultūros akademija. 289 p.
- Quinn, J. B. 1991. *Making the Most of Your Money: Smart Ways to Create Wealth and Plan Your Finances in the '90s*. Simon and Schuster. 934 p.
- Quinn, J. B. 1997. *Making the Most of Your Money*. Simon & Schuster. 1072 p.
- Robinson, C. D. 2007. A Phased Income Approach to Retirement Withdrawals: A New Paradigm for a More Affluent Retirement, *Journal of Financial Planning* 20(3): 44–57.
- Ross, S. 1976. The Arbitrage Theory of Capital Asset Pricing, *Journal of Economic Theory* 13(3): 341–360.
- Ramanauskas, T.; Jakaitienė, A. 2007. Namų ūkių vartojimo modeliavimas, *Pinigų studijos* 1: 25–44.
- Rutkauskas, A. V. 1999. Asmeniniai finansai kaip finansų posistemis, *Inžinerinė ekonomika*: 4(15): 50–55.
- Rutkauskas, A. V. 2008. On the sustainability of regional competitiveness development considering risk, *Technological and Economic Development of Economy* 14(1).
- Rutkauskas, A. V.; Stasytytė V. 2011. Rizikos sampratos formavimosi ypatumai, *Verslas: teorija ir praktika* 12(2): 141–149.
- Rutkauskas, A. V.; Žilinskij, A. 2010. Finansinio sverto naudojimas aktyviai valdant investicijų portfelį, *Verslas: teorija ir praktika* 11(3): 194–203.
- Samuelson, P. A. 1969. Lifetime Portfolio Selection by Dynamic Stochastic Programming, *Review of Economics and Statistics* 51(3): 239–246.
- Samuelson, P. A. 1989. The Judgement of Economic Science on Rationale Portfolio Management: Indexing, Timing, and Long-Horizon Effects, *Journal of Portfolio Management* 16(1): 3–12.
- Samuelson, P. A. 1990. Asset Allocation Could Be Dangerous to Your Wealth, *Journal of Portfolio Management* 16(3): 5–8.
- Samuelson, P. A. 1994. The Long-Term Case for Equities, *Journal of Portfolio Management* 21(1): 15–24.
- Santner, T. J.; Williams, B. J.; Notz, W. *The design and analysis of computer experiments*. Springer-Verlag. 2003.

Schleef, H.; Eisinger, R. M. 2007. Hitting or missing the retirement target: Comparing contribution and asset allocation schemes of simulated portfolios, *Financial Services Review* 16(3): 229–243.

Sharpe, W. 1964. Capital Asset Prices: A Theory of Market Equilibrium Under Conditions of Risk, *Journal of Finance* 19(3): 425–442.

Sharpe, W. F.; Scott, J.S.; Watson, J. G. 2008. Efficient Retirement Financial Strategies, in Ameriks, J.; Mitchell, O. S. eds. *Recalibrating Retirement Spending and Saving*, Oxford University Press, 209–226.

Sherman, H.; Chen, P. 1997. Subjective and Objective Risk Tolerance: Implications for Optimal Portfolios, *Financial Counseling and Planning* 8(2): 17–25.

Shoven, J. B. 1999. *The Location and Allocation of Assets in Pension and Conventional Savings Accounts*: National Bureau of Economic Research Working Paper No. 7007. 44 p.

Smith, G.; Gould, D. P. 2007. Measuring and Controlling Shortfall risk in retirement, *The Journal of Investing* 16(1): 82–95.

Sotto, M.; Triest, R. K.; Golub-Sass, A.; Golub-Sass, F. 2008. *An Assessment of Life-Cycle Funds*: Center for Retirement Research at Boston College Working Paper No. 2008–10. 34 p.

Spitzer, J. J.; Singh S. 2007. Is Rebalancing a Portfolio During Retirement Necessary? *Journal of Financial Planning* 20(6): 46–57.

Spitzer, J. J. 2008. Retirement withdrawals: an analysis of the benefits of periodic "mid-course" adjustments, *Financial Services Review* 17(1): 17–29.

Spitzer, J. J.; Singh, S. 2006. Extending Retirement Payouts by Optimizing the Sequence of Withdrawals, *Journal of Financial Planning* 19 (4): 52–61.

Spitzer, J. J.; Strieter, J. C.; Singh, S. 2007. Guidelines for Withdrawal Rates and Portfolio Safety During Retirement, *Journal of Financial Planning* 20(10): 52–59.

Spitzer, J. J.; Strieter, J. C.; Singh, S. 2008. Adaptive Withdrawals, *The Journal of Investing* 17(2): 104–113.

Stein, M. 1987. Large Sample Properties of Simulations Using Latin Hypercube Sampling, *Technometrics* 29(2): 143–151.

Stein, M. K. 1999. The Catch-22 of Retirement, *Journal of Financial Planning* 12(5): 28–30.

Stout, R. G. 2008. Stochastic optimization of retirement portfolio asset allocations and withdrawals, *Financial Services Review* 17(1): 1–15.

Stout, R. G.; Mitchell, J. B. 2006. Dynamic retirement withdrawal planning, *Financial Services Review* 15(2): 117–131.

Strong, N.; Taylor, N. 2001. Time Diversification: Empirical Tests, *Journal of Business Finance and Accounting* 28(3-4): 263–302.

- Sunden, A. E.; Surette, B. J. 1998. Gender Differences in the Allocation of Assets in Retirement Savings Plans, *American Economic Review* 88(2): 207–211.
- Terry, R. L. 2003. The Relationship Between Portfolio Composition and Sustainable Withdrawal Rates, *Journal of Financial Planning* 16(5): 64–78.
- Tezel, A. 2004. Sustainable Retirement Withdrawals, *Journal of Financial Planning* 17(7): 52–57.
- Thaler, R. H.; Benartzi, S. 2007. *The Behavioral Economics of Retirement Savings Behavior*: AARP Public Policy Institute, University of Chicago, The Anderson School at UCLA. 26 p.
- Thaler, R. H.; Williamson, J. P. 1994. College and Endowment Equity Funds: Why Not 100% Equities? *Journal of Portfolio Management* 21(1): 27–37.
- Tharp, V. K. 1998. *Trade Your Way to Financial Freedom*. McGraw-Hill. 343 p.
- The 2009 Aging Report: Underlying Assumptions and Projection Methodologies*. European Economy 7/2008. European Commission, Directorate-General for Economic and Financial Affairs. European communities, 2011.
- Tobias, A. 2002. *The Only Investment Guide You'll Ever Need*. Harcourt Brace & Co. 256 p.
- Tobin, J. 1958. Liquidity Preference as Behavior Towards Risk, *The Review of Economic Studies* 25(2): 65–86.
- Trainor, W. J. 2005. Long-range confidence interval projections and probability estimates, *Financial Services Review* 14(1): 73–84.
- Viceira, L. M. 2001. Optimal Portfolio Choice for Long-Horizon Investors With Nontradable Labor Income, *Journal of Finance* 56(2): 433–470.
- Viceira, L. M. 2007. *Life-Cycle Funds*: Harvard Business School, Centre for Economic Policy Research, National Bureau of Economic Research. 37 p.
- Visco, I. 2008. *Retirement savings and the payout phase: how to get there and how to get the most out of it*: Banca d'Italia. Speech at the OECD conference „The payout phase of pensions, annuities and financial markets“, Paris, 12 November.
- Vora, P. P.; McGinnis, J. D. 2000. The Asset Allocation Decision in Retirement: Lessons from Dollar Cost Averaging, *Financial Services Review* 9(1): 47–63.
- Weiss, G. R. 2001. Dynamic Rebalancing, *Journal of Financial Planning* 14(2): 100–106.
- Williams, J. O. 1999. A Frontier That's More Efficient, *Financial Planning* 29(10): 87–94.
- Winger, B. J.; Frasca, R. R. 2006. *Personal Finance: An Integrated Planning Approach*. Seventh Edition. Prentice Hall. 469 p.
- Yermo, J. 2011. *The unavoidable role of private pensions in retirement income systems*, BBVA Research Working paper 11/11. 17 p.

Autorės publikacijų disertacijos tema sąrašas

Straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose

Klimavičienė, A.; Jurevičienė, D. 2007. Asmens investicijų į finansines priemones plėtros galimybės Lietuvoje, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 8(1): 33–43. ISSN 1648-0627. (EBSCO, *Business Source Complete*).

Jurevičienė, D.; Klimavičienė, A. 2008. Asmeninių finansų valdymo teoriniai aspektai gyvenimo ciklo požiūriu, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 9(1): 22–32. ISSN 1648-0627. (EBSCO, *Business Source Complete*).

Klimavičienė, A. 2010. Tvaraus pensijos portfelio sudarymas dinaminiu stochastiniu imitaciniu modeliavimu, *Socialinių mokslų studijos* [Social Sciences Studies] 3(7): 59–79. ISSN 2029-2236 (print); ISSN 2029-2244 (online).

Klimavičienė, A. 2010. Dinaminis stochastinis imitacinis modeliavimas sudarant tvarų pensijos portfelį esant stochastinei gyvenimo trukmei, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 11(4): 381–386. ISSN 1648-0627. (EBSCO, *Business Source Complete*).

Klimavičienė, A. 2011. Stochastinis euristinio metodo taisyklės pensijos portfelio sudėčiai nustatyti optimizavimas, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: Theory and Practice] 12(1): 92–98. ISSN 1648-0627. (EBSCO, *Business Source Complete*).

Klimavičienė, A. 2011. Testing of retirement portfolio sustainability: simulation vs analysis with historical data, *Economics and Management* [Ekonomika ir vadyba] 16: 1135–1141. ISSN 1822-6515. (EBSCO, *Business Source Complete*).

Straipsniai kituose leidiniuose

Klimavičienė, A.; Jurevičienė, D. 2008. Life-cycle approach to personal financial management, in *Scientific proceedings of VI international scientific conference "Management and engineering'08"*, Sofia: Scientific-Technical Union of Mechanical Engineering. Vol. 1(104), 208–211. ISSN 1310-3946.

Klimavičienė, A. 2007. Asmens finansinių investicijų plėtros galimybės Lietuvoje // *10-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Verslas XXI amžiuje“ medžiaga*. Vilnius: Technika. ISBN 978-9955-28-188-7.

Priedai

A priedas. Portfelio sudėties nustatymas daugelio horizontų metodu

Kintamieji pirmųjų metų portfelio sudėties skaičiavimams:

Akcijų grąža, %	10
Obligacijų grąža, %	6
Pinigų rinkos priemonių grąža, %	4
Planavimo laikotarpis, metais	25
Pradinė iš portfelio išimama suma, Lt	1 000
Pradiniai išėmimo iš portfelio metai	1
Infliacijos norma išėmimo sumai, %	3

A.1 lentelė. Portfelio sudėties skaičiavimai pirmaisiais metais**Table A.1.** Calculations of asset allocation for the first year

1	2	3	4	5	6	7
Metai	Išėmimai, Lt	Akcijų dalis, %	Obligacijų dalis, %	Pinigų rinkos priemonių dalis, %	Vidutinė grąža, %	Metiniai diskonto faktorai
1	1 000,00	0	0	100	4,00	1,0400
2	1 030,00	0	10	90	4,20	1,0420
3	1 060,90	0	20	80	4,40	1,0440
4	1 092,73	0	30	70	4,60	1,0460
5	1 125,51	0	40	60	4,80	1,0480
6	1 159,27	10	40	50	5,40	1,0540
7	1 194,05	20	40	40	6,00	1,0600
8	1 229,87	30	40	30	6,60	1,0660
9	1 266,77	40	40	20	7,20	1,0720
10	1 304,77	50	40	10	7,80	1,0780
11	1 343,92	60	40	0	8,40	1,0840
12	1 384,23	70	30	0	8,80	1,0880
13	1 425,76	80	20	0	9,20	1,0920
14	1 468,53	90	10	0	9,60	1,0960
15	1 512,59	100	0	0	10,00	1,1000
16	1 557,97	100	0	0	10,00	1,1000
17	1 604,71	100	0	0	10,00	1,1000
18	1 652,85	100	0	0	10,00	1,1000
19	1 702,43	100	0	0	10,00	1,1000
20	1 753,51	100	0	0	10,00	1,1000
21	1 806,11	100	0	0	10,00	1,1000
22	1 860,29	100	0	0	10,00	1,1000
23	1 916,10	100	0	0	10,00	1,1000
24	1 973,59	100	0	0	10,00	1,1000
25	2 032,79	100	0	0	10,00	1,1000

A.1 lentelės pabaiga

1	8	9	10	11	12
Metai	Sudėtiniai diskonto faktoriai	Diskontuota išėmimo suma	Diskontuota akcijų vertė	Diskontuota obligacijų vertė	Diskontuota pinigų rinkos priemonių vertė
1	1,0400	962	0	0	962
2	1,0837	950	0	95	855
3	1,1314	938	0	188	750
4	1,1834	923	0	277	646
5	1,2402	908	0	363	545
6	1,3072	887	89	355	443
7	1,3856	862	172	345	345
8	1,4771	833	250	333	250
9	1,5834	800	320	320	160
10	1,7069	764	382	306	76
11	1,8503	726	436	291	0
12	2,0131	688	481	206	0
13	2,1983	649	519	130	0
14	2,4094	610	549	61	0
15	2,6503	571	571	0	0
16	2,9153	534	534	0	0
17	3,2069	500	500	0	0
18	3,5276	469	469	0	0
19	3,8803	439	439	0	0
20	4,2683	411	411	0	0
21	4,6952	385	385	0	0
22	5,1647	360	360	0	0
23	5,6812	337	337	0	0
24	6,2493	316	316	0	0
IŠ VISO, Lt:		16 115,60	7 815	3 268	5 032
Akcijų dalis, %			48,49		
Obligacijų dalis, %				20,28	
Pinigų rinkos Priemonių dalis, %					31,23

Kintamieji antrųjų metų portfelio sudėties skaičiavimams:

Akcijų grąža, %	10
Obligacijų grąža, %	6
Pinigų rinkos priemonių grąža, %	4
Planavimo laikotarpis, metais	24
Pradinė iš portfelio išimama suma, Lt	1 030
Pradiniai išėmimo iš portfelio metai	1
Infliacijos norma išėmimo sumai, %	3

A.2 lentelė. Portfelio sudėties skaičiavimai antraisiais metais

Table A.2. Calculations of asset allocation for the second year

1	2	3	4	5	6	7
Metai	Išėmimai, Lt	Akcijų dalis, %	Obligacijų dalis, %	Pinigų rinkos priemonių dalis, %	Vidutinė grąža, %	Metiniai diskonto faktoriai
1	1 030,00	0	0	100	4,00	1,0400
2	1 060,90	0	10	90	4,20	1,0420
3	1 092,73	0	20	80	4,40	1,0440
4	1 125,51	0	30	70	4,60	1,0460
5	1 159,27	0	40	60	4,80	1,0480
6	1 194,05	10	40	50	5,40	1,0540
7	1 229,87	20	40	40	6,00	1,0600
8	1 266,77	30	40	30	6,60	1,0660
9	1 304,77	40	40	20	7,20	1,0720
10	1 343,92	50	40	10	7,80	1,0780
11	1 384,23	60	40	0	8,40	1,0840
12	1 425,76	70	30	0	8,80	1,0880
13	1 468,53	80	20	0	9,20	1,0920
14	1 512,59	90	10	0	9,60	1,0960
15	1 557,97	100	0	0	10,00	1,1000
16	1 604,71	100	0	0	10,00	1,1000
17	1 652,85	100	0	0	10,00	1,1000
18	1 702,43	100	0	0	10,00	1,1000
19	1 753,51	100	0	0	10,00	1,1000
20	1 806,11	100	0	0	10,00	1,1000
21	1 860,29	100	0	0	10,00	1,1000
22	1 916,10	100	0	0	10,00	1,1000
23	1 973,59	100	0	0	10,00	1,1000
24	2 032,79	100	0	0	10,00	1,1000

A.2 lentelės pabaiga

1	8	9	10	11	12
Metai	Sudėtiniai diskonto faktoriai	Diskontuota išėmimo su- ma, Lt	Diskontuota akcijų vertė, Lt	Diskontuota obligacijų vertė, Lt	Diskontuota pinigų rinkos priemonių vertė, Lt
1	1,0400	990	0	0	990
2	1,0837	979	0	98	881
3	1,1314	966	0	193	773
4	1,1834	951	0	285	666
5	1,2402	935	0	374	561
6	1,3072	913	91	365	457
7	1,3856	888	178	355	355
8	1,4771	858	257	343	257
9	1,5834	824	330	330	165
10	1,7069	787	394	315	79
11	1,8503	748	449	299	0
12	2,0131	708	496	212	0
13	2,1983	668	534	134	0
14	2,4094	628	565	63	0
15	2,6503	588	588	0	0
16	2,9153	550	550	0	0
17	3,2069	515	515	0	0
18	3,5276	483	483	0	0
19	3,8803	452	452	0	0
20	4,2683	423	423	0	0
21	4,6952	396	396	0	0
22	5,1647	371	371	0	0
23	5,6812	347	347	0	0
24	6,2493	325	325	0	0
IŠ VISO, Lt:		16 294	7 745	3 366	5 183
Akcijų dalis, %			47,53		
Obligacijų dalis, %				20,66	
Pinigų rinkos Priemonių dalis, %					31,81

B priedas. Vidutinė tikėtina gyvenimo trukmė pagal amžių

B.1 lentelė. Vidutinė gyvenimo trukmė pagal amžių metais

Table B.1. Average life expectancy by age in years

Metai	2010 m.			2009 m.		
Amžius	Bendra	Vyrai	Moterys	Bendra	Vyrai	Moterys
0	73,45	67,98	78,78	73,1	67,51	78,56
1	72,76	67,29	78,08	72,47	66,91	77,88
5	68,84	63,37	74,16	68,54	62,99	73,95
10	63,89	58,41	69,21	63,59	58,06	68,99
15	58,95	53,48	64,25	58,68	53,15	64,05
20	54,12	48,72	59,32	53,89	48,45	59,15
25	49,36	44,08	54,4	49,17	43,85	54,26
30	44,63	39,45	49,54	44,47	39,29	49,38
35	40,05	35,04	44,72	39,91	34,89	44,58
40	35,59	30,81	39,96	35,45	30,64	39,85
45	31,28	26,76	35,29	31,15	26,56	35,23
50	27,14	22,86	30,81	27,03	22,72	30,73
55	23,26	19,33	26,45	23,16	19,2	26,39
60	19,7	16,22	22,31	19,56	16,04	22,22
65	16,34	13,5	18,28	16,27	13,38	18,25
70	13,09	10,93	14,39	13,09	10,9	14,4
75	10	8,52	10,76	10,02	8,44	10,83
80	7,22	6,31	7,59	7,29	6,27	7,72
85	4,89	4,44	5,04	5,04	4,51	5,22

Šaltinis: LR Statistikos departamentas

C priedas. Tyrimo matrica

C.1 lentelė. Tyrimo matrica modeliui su pastoviu pensijos laikotarpiu

Table C.1. Research matrix for fixed retirement planning horizon model

Tyrimo aspektai	Euristinis metodas	Daugelio horizontų metodas	Stochastinio optimizavimo metodas
Asmens amžius metais pensijos pradžioje	55, 60, 65, 70	55, 60, 65, 70	55, 60, 65, 70
Pensijos laikotarpis metais	30, 25, 20, 15	30, 25, 20, 15	30, 25, 20, 15
Pensijos laikotarpis su 5 metų apsauga metais	35, 30, 25, 20	35, 30, 25, 20	35, 30, 25, 20
Išėmimo norma, %	3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0; 6,5; 7,0; 7,5; 8,0; 8,5; 9,0; 9,5; 10,0.	3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0; 6,5; 7,0; 7,5; 8,0; 8,5; 9,0; 9,5; 10,0.	3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0; 6,5; 7,0; 7,5; 8,0; 8,5; 9,0; 9,5; 10,0.
Skaičiavimo rezultatai	1) tikimybės, kad portfelio vertė taps lygi nuliui anksčiau nei baigsis planuojamas pensijos laikotarpis, vidurkis ir standartinis nuokrypis		
	2) portfelio vertės pensijos laikotarpio pabaigoje vidurkis ir standartinis nuokrypis		
	3) metų, kuriais portfelio vertė tampa lygi 0, vidurkis ir standartinis nuokrypis		
	4) galutinės ir pradinės portfelio vertės santykio vidurkis ir standartinis nuokrypis		
Skaičiavimų atlikimas	Portfelio sudėtis pirmiausiai nustatoma MS Excel programa, po to perkeliama į GoldSim modelį	Portfelio sudėtis pirmiausiai nustatoma MS Excel programa, po to perkeliama į GoldSim modelį	GoldSim modelio pagalba optimizuojama pradinė portfelio sudėtis, kuri nekinta per visą pensijos laikotarpį. Realokuojama kasmet. Optimali Portfelio sudėtis toliau tikrinama analogišku modeliu siekiant nustatyti galimų rezultatų tikimybinės charakteristikas
Metodo efektyvumo kriterijus	Mažiausia tikimybė, kad portfelio vertė taps lygi 0 nesulaukus pensijos laikotarpio pabaigos		

C.2 lentelė. Tyrimo matrica modeliui su stochastine gyvenimo trukme**Table C.2.** Research matrix for stochastic lifetime model

Tyrimo aspektai	Euristinis metodas	Daugelio horizontų metodas	Stochastinio optimizavimo metodas
Asmens amžius metais pensijos pradžioje	55, 60, 65, 70	55, 60, 65, 70	55, 60, 65, 70
Pensijos laikotarpio pabaiga	mirties momentas	mirties momentas	mirties momentas
Lytis	bendra	bendra	bendra
Išėmimo norma	3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0; 6,5; 7,0; 7,5; 8,0; 8,5; 9,0; 9,5; 10,0.	3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0; 6,5; 7,0; 7,5; 8,0; 8,5; 9,0; 9,5; 10,0.	3,0; 3,5; 4,0; 4,5; 5,0; 5,5; 6,0; 6,5; 7,0; 7,5; 8,0; 8,5; 9,0; 9,5; 10,0.
Skaičiavimo rezultatai	1) tikimybės, kad portfelio vertė taps lygi nuliui nesulaukus mirties		
	2) portfelio vertės mirties metais vidurkis ir standartinis nuokrypis		
	3) metų, kuriais portfelio vertė tampa lygi 0, vidurkis ir standartinis nuokrypis		
	4) galutinės ir pradinės portfelio vertės santykio vidurkis ir standartinis nuokrypis		
Skaičiavimų atlikimas	Portfelio sudėtis pirmiausiai nustatoma MS Excel programa, po to perkeliama į GoldSim modelį. Mirtingumo procesas modeliuojamas GoldSim paketu.	Portfelio sudėtis pirmiausiai nustatoma MS Excel programa, po to perkeliama į GoldSim modelį. Mirtingumo procesas modeliuojamas GoldSim paketu.	GoldSim modelio pagalba optimizuojama pradinė portfelio sudėtis, kuri nekinta per visą pensijos laikotarpį. Rebalansuojama kasmet. Optimali portfelio sudėtis toliau tikrinama analogišku modeliu siekiant nustatyti galimų rezultatų tikimybinės charakteristikas. Mirtingumo procesas modeliuojamas GoldSim paketu.
Metodo efektyvumo kriterijus	Mažiausia tikimybė, kad portfelio vertė taps lygi 0 nesulaukus mirties		
Modelio prieilaidos	Tikimybė išgyventi dar vienerius metus nuo 55 iki 60 m. lygi 1		
	Tikimybė išgyventi dar vienerius metus nuo 101 m. lygi 0		
	Bendra mirties tikimybė: vyrų ir moterų mirties ateinančiais metais tikimybės vidurkis		

D priedas. Istoriniai akcijų ir obligacijų rinkų duomenys

D.1 lentelė. 1926 – 2009 m. istoriniai akcijų ir vidutinės trukmės vyriausybės obligacijų grąžos duomenys

Table D.1. Historical stock and mid-term bonds return data for 1926-2009 period

Metai	Nominali grąža, %		Infliacija	Reali grąža, %	
	Akcijos	Obligacijos		Akcijos	Obligacijos
1	2	3	4	5	6
1926	11,62	4,96	-1,10	12,86	6,13
1927	37,49	3,34	-2,30	40,73	5,77
1928	43,61	0,96	-1,20	45,35	2,19
1929	-8,42	5,89	0,60	-8,97	5,26
1930	-24,90	5,51	-6,40	-19,76	12,72
1931	-43,34	-5,81	-9,30	-37,53	3,85
1932	-8,19	8,44	-10,30	2,35	20,89
1933	53,99	0,35	0,80	52,77	-0,45
1934	-1,44	9,00	1,50	-2,90	7,39
1935	47,67	7,01	3,00	43,37	3,89
1936	33,92	3,77	1,40	32,07	2,34
1937	-35,03	1,56	2,90	-36,86	-1,30
1938	31,12	5,64	-2,80	34,90	8,68
1939	-0,41	4,52	0,00	-0,41	4,52
1940	-9,78	2,03	0,70	-10,41	1,32
1941	-11,59	-0,59	9,90	-19,55	-9,55
1942	20,34	1,81	9,00	10,40	-6,60
1943	25,90	2,78	3,00	22,23	-0,21
1944	19,75	1,98	2,30	17,06	-0,31
1945	36,44	3,60	2,20	33,50	1,37
1946	-8,07	0,69	18,10	-22,16	-14,74
1947	5,71	0,32	8,80	-2,84	-7,79
1948	5,50	2,21	3,00	2,43	-0,77
1949	18,79	2,22	-2,10	21,34	4,41
1950	31,71	0,25	5,90	24,37	-5,34
1951	24,02	0,36	6,00	17,00	-5,32
1952	18,37	1,63	0,80	17,43	0,82
1953	-0,99	3,63	0,70	-1,68	2,91
1954	52,62	1,73	-0,70	53,70	2,45

D.1 lentelės tęsinys

1	2	3	4	5	6
1955	31,56	-0,52	0,40	31,04	-0,92
1956	6,56	-0,90	3,00	3,46	-3,79
1957	-10,78	7,84	2,90	-13,29	4,80
1958	43,36	-1,29	1,80	40,83	-3,04
1959	11,96	-1,26	1,70	10,09	-2,91
1960	0,47	11,98	1,40	-0,92	10,43
1961	26,89	2,23	0,70	26,01	1,52
1962	-8,73	7,38	1,30	-9,90	6,00
1963	22,80	1,79	1,60	20,87	0,19
1964	16,48	4,45	1,00	15,33	3,42
1965	12,45	1,27	1,90	10,35	-0,62
1966	-10,06	5,14	3,50	-13,10	1,58
1967	23,98	0,16	3,00	20,37	-2,76
1968	11,06	2,48	4,70	6,07	-2,12
1969	-8,50	-2,10	6,20	-13,84	-7,82
1970	4,01	13,93	5,60	-1,51	7,89
1971	14,31	8,71	3,30	10,66	5,24
1972	18,98	3,80	3,40	15,07	0,39
1973	-14,66	2,90	8,70	-21,49	-5,34
1974	-26,47	6,03	12,30	-34,52	-5,58
1975	37,20	6,79	6,90	28,34	-0,10
1976	23,84	14,20	4,90	18,06	8,87
1977	-7,18	1,12	6,70	-13,01	-5,23
1978	6,56	0,32	9,00	-2,24	-7,96
1979	18,44	4,29	13,30	4,54	-7,95
1980	32,42	0,83	12,50	17,71	-10,37
1981	-4,91	6,09	8,90	-12,68	-2,58
1982	21,41	33,39	3,80	16,97	28,51
1983	22,51	5,44	3,80	18,03	1,58
1984	6,27	14,46	3,90	2,28	10,16
1985	32,16	23,65	3,80	27,32	19,12
1986	18,47	17,22	1,10	17,18	15,94
1987	5,23	1,68	4,40	0,80	-2,61
1988	16,81	6,63	4,40	11,89	2,14
1989	31,49	14,82	4,60	25,71	9,77
1990	-3,17	9,05	6,10	-8,74	2,78
1991	30,55	16,67	3,10	26,62	13,16

D.1 letnelės pabaiga

1	2	3	4	5	6
1992	7,67	7,25	2,90	4,64	4,23
1993	9,99	12,02	2,70	7,10	9,07
1994	1,31	-4,42	2,70	-1,35	-6,93
1995	37,43	18,07	2,50	34,08	15,19
1996	23,07	3,99	3,30	19,14	0,67
1997	33,36	7,69	1,70	31,13	5,89
1998	28,58	8,62	1,60	26,56	6,91
1999	21,04	0,41	2,70	17,86	-2,23
2000	-9,11	6,76	3,40	-12,10	3,25
2001	-11,88	7,04	1,60	-13,27	5,35
2002	-22,10	11,79	2,40	-23,93	9,17
2003	28,70	2,69	1,90	26,30	0,78
2004	10,87	2,74	3,30	7,33	-0,54
2005	4,91	0,77	3,40	1,46	-2,54
2006	15,80	4,51	2,50	12,98	1,96
2007	5,49	4,95	4,10	1,34	0,82
2008	-37,00	8,36	0,10	-37,06	8,25
2009	26,46	1,49	2,70	23,14	-1,18

Šaltiniai:

Akcijos: *S&P* indeksas

Vidutinės trukmės JAV vyriausybės obligacijos: 1926-1995 m. Center for Research in Security Prices; 1996-1999 m. *Lehman Bros. intermediate-term Treasury* indeksas; 2000-2009 m. *DFA Five-Year Government I* indeksas

E priedas. Portfelio sudėtis pagal euristinį metodą modeliui su pastoviu pensijos laikotarpiu

E.1 lentelė. Portfelio sudėtis pagal euristinį metodą pastoviam pensijos laikotarpiui

Table E.1. Asset allocation by heuristic method for a fixed retirement period

Am- žius	kai $a = 55$, $L = 35$			kai $a = 60$, $L = 30$			kai $a = 65$, $L = 25$			kai $a = 70$, $L = 20$		
	t	$D_{t,A}$	$D_{t,O}$	t	$D_{t,A}$	$D_{t,O}$	t	$D_{t,A}$	$D_{t,O}$	t	$D_{t,A}$	$D_{t,O}$
55	1	45	55									
56	2	44	56									
57	3	43	57									
58	4	42	58									
59	5	41	59									
60	6	40	60	1	40	60						
61	7	39	61	2	39	61						
62	8	38	62	3	38	62						
63	9	37	63	4	37	63						
64	10	36	64	5	36	64						
65	11	35	65	6	35	65	1	35	65			
66	12	34	66	7	34	66	2	34	66			
67	13	33	67	8	33	67	3	33	67			
68	14	32	68	9	32	68	4	32	68			
69	15	31	69	10	31	69	5	31	69			
70	16	30	70	11	30	70	6	30	70	1	30	70
71	17	29	71	12	29	71	7	29	71	2	29	71
72	18	28	72	13	28	72	8	28	72	3	28	72
73	19	27	73	14	27	73	9	27	73	4	27	73
74	20	26	74	15	26	74	10	26	74	5	26	74
75	21	25	75	16	25	75	11	25	75	6	25	75
76	22	24	76	17	24	76	12	24	76	7	24	76
77	23	23	77	18	23	77	13	23	77	8	23	77
78	24	22	78	19	22	78	14	22	78	9	22	78
79	25	21	79	20	21	79	15	21	79	10	21	79
80	26	20	80	21	20	80	16	20	80	11	20	80
81	27	19	81	22	19	81	17	19	81	12	19	81
82	28	18	82	23	18	82	18	18	82	13	18	82
83	29	17	83	24	17	83	19	17	83	14	17	83
84	30	16	84	25	16	84	20	16	84	15	16	84
85	31	15	85	26	15	85	21	15	85	16	15	85
86	32	14	86	27	14	86	22	14	86	17	14	86
87	33	13	87	28	13	87	23	13	87	18	13	87
88	34	12	88	29	12	88	24	12	88	19	12	88
89	35	11	89	30	11	89	25	11	89	20	11	89

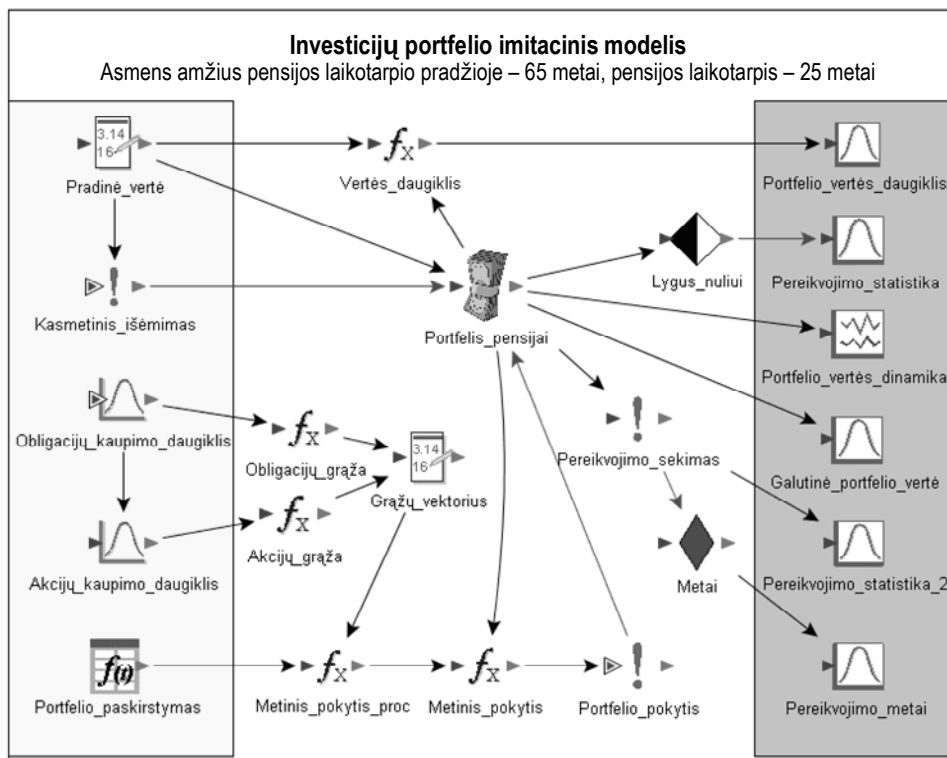
F priedas. Portfelio sudėtis pagal daugelio horizontų metodą modeliui su pastoviu pensijos laikotarpiu

F.1 lentelė. Portfelio sudėtis pagal daugelio horizontų metodą pastoviam pensijos laikotarpiui

Table F.1. Asset allocation by multiple horizon approach for a fixed retirement period

Am- žius	kai a = 55, L = 35			kai a = 60, L = 30			kai a = 65, L = 25			kai a = 70, L = 20		
	t	D _{t,A}	D _{t,O}	t	D _{t,A}	D _{t,O}	t	D _{t,A}	D _{t,O}	t	D _{t,A}	D _{t,O}
55	1	68,12	31,88									
56	2	65,48	34,52									
57	3	62,47	37,53									
58	4	59,25	40,75									
59	5	56,08	43,92									
60	6	53,31	46,69	1	52,02	47,98						
61	7	51,36	48,64	2	51,36	48,64						
62	8	50,62	49,38	3	50,62	49,38						
63	9	49,82	50,18	4	49,82	50,18						
64	10	48,93	51,07	5	48,93	51,07						
65	11	47,95	52,05	6	47,95	52,05	1	47,95	52,05			
66	12	46,86	53,14	7	46,86	53,14	2	46,86	53,14			
67	13	45,65	54,35	8	45,65	54,35	3	45,65	54,35			
68	14	44,29	55,71	9	44,29	55,71	4	44,29	55,71			
69	15	42,77	57,23	10	42,77	57,23	5	42,77	57,23			
70	16	41,06	58,94	11	41,06	58,94	6	41,06	58,94	1	41,06	58,94
71	17	39,12	60,88	12	39,12	60,88	7	39,12	60,88	2	39,12	60,88
72	18	36,90	63,10	13	36,90	63,10	8	36,90	63,10	3	36,90	63,10
73	19	34,35	65,65	14	34,35	65,65	9	34,35	65,65	4	34,35	65,65
74	20	31,39	68,61	15	31,39	68,61	10	31,39	68,61	5	31,39	68,61
75	21	27,93	72,07	16	27,93	72,07	11	27,93	72,07	6	27,93	72,07
76	22	24,40	75,60	17	24,40	75,60	12	24,40	75,60	7	24,40	75,60
77	23	20,84	79,16	18	20,84	79,16	13	20,84	79,16	8	20,84	79,16
78	24	17,26	82,74	19	17,26	82,74	14	17,26	82,74	9	17,26	82,74
79	25	13,72	86,28	20	13,72	86,28	15	13,72	86,28	10	13,72	86,28
80	26	10,27	89,73	21	10,27	89,73	16	10,27	89,73	11	10,27	89,73
81	27	7,00	93,00	22	7,00	93,00	17	7,00	93,00	12	7,00	93,00
82	28	4,03	95,97	23	4,03	95,97	18	4,03	95,97	13	4,03	95,97
83	29	1,58	98,42	24	1,58	98,42	19	1,58	98,42	14	1,58	98,42
84	30	0	100	25	0	100	20	0	100	15	0	100
85	31	0	100	26	0	100	21	0	100	16	0	100
86	32	0	100	27	0	100	22	0	100	17	0	100
87	33	0	100	28	0	100	23	0	100	18	0	100
88	34	0	100	29	0	100	24	0	100	19	0	100
89	35	0	100	30	0	100	25	0	100	20	0	100

G priedas. Investicijų portfelio pastoviam pensijos laikotarpiui imitacinio modelio schema

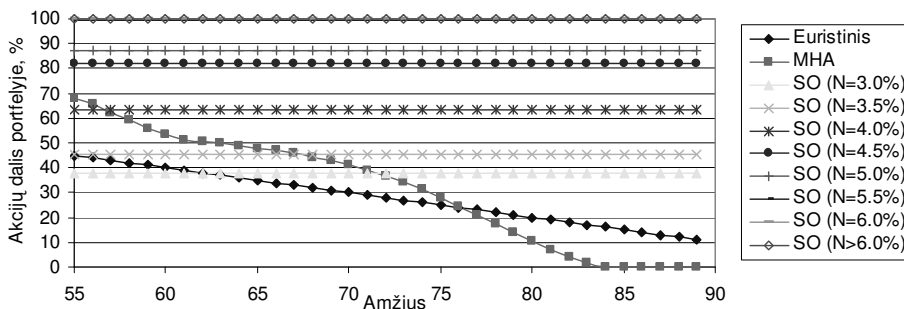


Sudaryta GoldSim v. 10.10 programiniu paketu

G.1 pav. Imitacinis investicijų portfelio modelis pastoviam pensijos laikotarpiui

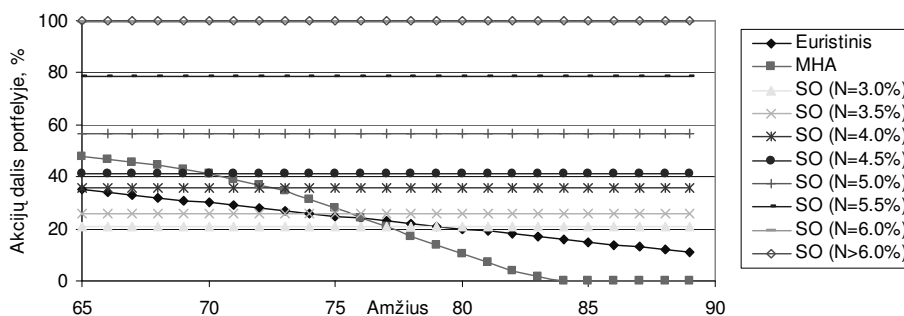
Fig. G.1. Simulation model of investment portfolio for a fixed retirement period

H priedas. Akcijų dalis skirtingais metodais sudarytuose portfeliuose



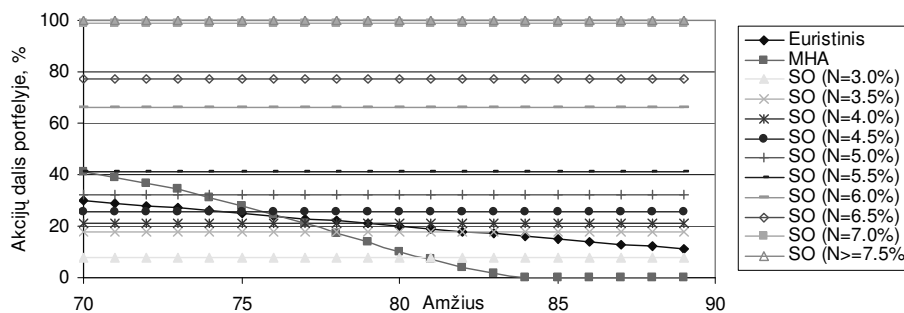
H.1 pav. Akcijų dalis portfelioje 55-erių metų asmeniui

Fig. H.1. Allocation to stocks in the portfolio for 55 years old retiree



H.2 pav. Akcijų dalis portfelioje 65-erių metų asmeniui

Fig. H.2. Allocation to stocks in the portfolio for 65 years old retiree



H.3 pav. Akcijų dalis portfelioje 70-erių metų asmeniui

Fig. H.3. Allocation to stocks in the portfolio for 70 years old retiree

I priedas. Imitacinio modeliavimo rezultatai taikant euristinį ir daugelio horizontų metodus pastoviam pensijos laikotarpiui

I.1 lentelė. Dinaminio stochastinio imitacinio modeliavimo rezultatai taikant euristinį metodą pastoviam pensijos laikotarpiui

Table I.1. Results of dynamic stochastic simulation of portfolio formed employing heuristic method in fixed retirement planning horizon case

Amžius pensijos laikotarpio pradžioje	Išėmimo norma, %	Vidutinė tikimybė, kad portfelis bus pereikvotas, %	Tikimybės standartinis nuokrypis, %	Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis	Standartinis vidutinio santykio nuokrypis
1	2	3	4	5	6
55	3,0	2,42	15,35	1,79	1,48
55	3,5	7,66	26,60	1,44	1,38
55	4,0	17,10	37,65	1,12	1,27
55	4,5	30,51	46,04	0,82	1,14
55	5,0	46,00	49,84	0,58	0,99
55	5,5	61,09	48,76	0,39	0,83
55	6,0	73,87	43,94	0,25	0,68
55	6,5	83,25	37,34	0,16	0,55
55	7,0	89,62	30,51	0,09	0,42
55	7,5	93,86	24,02	0,05	0,32
55	8,0	96,49	18,40	0,03	0,24
55	8,5	98,09	13,71	0,02	0,18
55	9,0	98,96	10,15	0,09	0,12
55	9,5	99,43	7,53	0,00	0,08
55	10,0	99,69	5,56	0,00	0,05
60	3,0	0,80	8,88	1,47	1,03
60	3,5	3,55	18,50	1,20	0,97
60	4,0	9,94	29,91	0,95	0,90
60	4,5	21,22	40,88	0,71	0,82
60	5,0	36,47	48,14	0,50	0,72
60	5,5	52,61	49,93	0,34	0,61
60	6,0	67,34	46,90	0,21	0,50
60	6,5	79,17	40,61	0,13	0,40
60	7,0	87,45	33,13	0,08	0,30
60	7,5	92,83	25,81	0,04	0,23
60	8,0	96,00	19,61	0,02	0,17

I.1 lentelės pabaiga

1	2	3	4	5	6
60	8,5	97,86	14,47	0,01	0,12
60	9,0	98,97	10,12	0,01	0,08
60	9,5	99,50	7,09	0,00	0,06
60	10,0	99,73	5,24	0,00	0,04
65	3,0	0,10	3,16	1,26	0,73
65	3,5	0,78	8,77	1,06	0,70
65	4,0	3,42	18,17	0,87	0,66
65	4,5	9,43	29,22	0,68	0,61
65	5,0	20,91	40,66	0,50	0,55
65	5,5	36,48	48,14	0,35	0,49
65	6,0	53,10	49,90	0,23	0,41
65	6,5	68,34	46,52	0,14	0,33
65	7,0	80,37	39,72	0,08	0,25
65	7,5	88,43	31,99	0,05	0,19
65	8,0	93,82	24,09	0,02	0,14
65	8,5	96,76	17,71	0,01	0,10
65	9,0	98,34	12,78	0,01	0,07
65	9,5	99,29	8,40	0,00	0,05
65	10,0	99,66	5,86	0,00	0,03
70	3,0	0,00	0,00	1,13	0,53
70	3,5	0,04	1,87	0,99	0,51
70	4,0	0,28	5,24	0,85	0,48
70	4,5	1,45	11,94	0,70	0,46
70	5,0	5,07	21,94	0,56	0,43
70	5,5	12,89	33,50	0,43	0,40
70	6,0	25,92	43,82	0,31	0,36
70	6,5	42,43	49,42	0,21	0,31
70	7,0	59,00	49,18	0,13	0,25
70	7,5	73,34	44,22	0,08	0,20
70	8,0	83,93	36,73	0,04	0,15
70	8,5	91,15	28,40	0,02	0,11
70	9,0	95,39	20,98	0,01	0,08
70	9,5	97,81	14,65	0,01	0,05
70	10,0	98,94	10,24	0,00	0,04

I.2 lentelė. Dinaminio stochastinio imitacinio modeliavimo rezultatai taikant daugelio horizontų metodą pastoviam pensijos laikotarpiui

Table I.2. Results of dynamic stochastic simulation of portfolio formed employing multiple horizon approach in fixed retirement planning horizon case

Amžius pensijos laikotarpio pradžioje	Išėmimo norma, %	Vidutinė tikimybė, kad portfelis bus pereikvotas, %	Tikimybės standartinis nuokrypis, %	Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis	Standartinis vidutinio santykio nuokrypis
1	2	3	4	5	6
55	3,0	3,45	18,24	2,14	1,98
55	3,5	8,36	27,67	1,80	1,87
55	4,0	16,33	36,96	1,48	1,75
55	4,5	26,69	44,23	1,18	1,62
55	5,0	38,13	48,57	0,92	1,48
55	5,5	49,92	50,00	0,70	1,33
55	6,0	61,44	48,67	0,52	1,17
55	6,5	71,39	45,19	0,38	1,02
55	7,0	79,04	40,71	0,27	0,87
55	7,5	84,97	35,74	0,19	0,74
55	8,0	89,69	30,42	0,13	0,62
55	8,5	92,85	25,77	0,09	0,52
55	9,0	95,12	21,56	0,06	0,42
55	9,5	96,72	17,81	0,04	0,35
55	10,0	97,89	14,37	0,03	0,28
60	3,0	1,25	11,09	1,59	1,22
60	3,5	4,27	20,21	1,33	1,16
60	4,0	10,26	30,34	1,09	1,09
60	4,5	20,02	40,01	0,86	1,01
60	5,0	32,37	46,79	0,65	0,91
60	5,5	45,51	49,80	0,48	0,81
60	6,0	59,05	49,17	0,34	0,70
60	6,5	70,56	45,58	0,23	0,59
60	7,0	79,48	40,39	0,16	0,49
60	7,5	86,37	34,31	0,10	0,40
60	8,0	91,12	28,40	0,07	0,32
60	8,5	94,36	23,07	0,04	0,26
60	9,0	96,47	18,45	0,03	0,20
60	9,5	97,95	14,17	0,02	0,16
60	10,0	98,79	10,93	0,01	0,12
65	3,0	0,25	4,94	1,27	0,80
65	3,5	1,28	11,24	1,09	0,77

I.2 lentelės pabaiga

1	2	3	4	5	6
65	4,0	4,31	20,30	0,90	0,73
65	4,5	10,58	30,75	0,72	0,68
65	5,0	20,69	40,51	0,56	0,63
65	5,5	33,96	47,36	0,41	0,57
65	6,0	48,33	49,97	0,29	0,50
65	6,5	62,22	48,49	0,20	0,42
65	7,0	73,82	43,96	0,13	0,35
65	7,5	82,72	37,81	0,08	0,28
65	8,0	88,88	31,44	0,05	0,22
65	8,5	93,24	25,11	0,03	0,17
65	9,0	96,08	19,42	0,02	0,13
65	9,5	97,64	15,18	0,01	0,10
65	10,0	98,68	11,41	0,01	0,08
70	3,0	0,00	0,00	1,07	0,52
70	3,5	0,06	2,45	0,93	0,50
70	4,0	0,47	6,84	0,80	0,48
70	4,5	2,09	14,29	0,67	0,46
70	5,0	6,52	24,68	0,54	0,44
70	5,5	14,72	35,43	0,41	0,40
70	6,0	27,43	44,61	0,30	0,37
70	6,5	42,92	49,50	0,21	0,32
70	7,0	57,90	49,37	0,14	0,27
70	7,5	71,48	45,15	0,09	0,22
70	8,0	81,80	38,58	0,05	0,17
70	8,5	89,02	31,26	0,03	0,13
70	9,0	93,89	23,95	0,02	0,10
70	9,5	96,65	17,99	0,01	0,07
70	10,0	98,20	13,31	0,00	0,05

J priedas. Stochastinio optimizavimo rezultatai esant pastoviam pensijos laikotarpiui

J.1 lentelė. Stochastinio optimizavimo rezultatai pastovaus planuojamo pensijos laikotarpio atveju

Table J.1. Stochastic optimization results in a fixed retirement planning horizon case

Amžius pensijos laikotarpio pradžioje	Išėmimo norma, %	Optimali akcijų dalis, %	Optimali obligacijų dalis, %	Vidutinė tikimybė, kad portfelis bus pereikvotas, %	Tikimybės standartinis nuokrypis, %	Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis	Standartinis vidutinio santykio nuokrypis
1	2	3	4	5	6	7	8
55	3,0	37,79	62,21	1,96	13,86	2,26	1,97
55	3,5	45,49	54,51	6,16	24,04	2,37	2,52
55	4,0	63,25	36,75	12,58	33,16	3,48	4,92
55	4,5	82,20	17,80	20,05	40,03	5,35	10,04
55	5,0	86,98	13,02	27,37	44,58	5,40	11,47
55	5,5	99,64	0,36	33,59	47,23	7,01	18,15
55	6,0	99,92	0,08	40,44	49,08	6,23	17,31
55	6,5	100	0,00	47,53	49,94	5,48	16,32
55	7,0	100	0,00	53,91	49,85	4,78	15,29
55	7,5	100	0,00	60,00	48,99	4,14	14,28
55	8,0	100	0,00	65,64	47,49	3,56	13,29
55	8,5	100	0,00	70,54	45,59	3,04	12,33
55	9,0	100	0,00	74,97	43,32	2,59	11,40
55	9,5	100	0,00	79,14	40,63	2,19	10,51
55	10,0	100	0,00	82,49	38,01	1,85	9,66
60	3,0	29,89	70,12	0,70	8,31	1,57	1,11
60	3,5	39,96	60,04	3,07	17,24	1,71	1,50
60	4,0	45,33	54,67	7,86	26,90	1,64	1,70
60	4,5	60,97	39,03	14,95	35,65	2,16	2,86
60	5,0	82,95	17,05	22,63	41,84	3,44	6,03
60	5,5	100	0,00	29,32	45,52	4,78	10,49
60	6,0	100	0,00	35,82	47,95	4,22	9,93
60	6,5	100	0,00	42,73	49,47	3,71	9,37
60	7,0	100	0,00	49,36	50,00	3,24	8,81
60	7,5	100	0,00	55,71	49,67	2,81	8,26
60	8,0	100	0,00	61,64	48,63	2,42	7,72

J.1 lentelės pabaiga

1	2	3	4	5	6	7	8
60	8,5	100	0,00	66,96	47,04	2,08	7,20
60	9,0	100	0,00	71,67	45,06	1,77	6,68
60	9,5	100	0,00	76,13	42,63	1,50	6,19
60	10,0	100	0,00	80,10	39,93	1,26	5,71
65	3,0	20,78	79,22	0,08	2,74	1,17	0,65
65	3,5	26,00	74,00	0,71	8,37	1,10	0,71
65	4,0	35,56	64,44	2,91	16,80	1,14	0,91
65	4,5	41,45	58,55	7,75	26,73	1,08	1,03
65	5,0	56,45	43,55	14,83	35,54	1,34	1,60
65	5,5	78,68	21,32	22,64	41,85	2,02	3,12
65	6,0	99,48	0,52	29,52	45,61	2,92	5,67
65	6,5	100	0,00	35,86	47,96	2,62	5,45
65	7,0	100	0,00	42,59	49,45	2,30	5,14
65	7,5	100	0,00	48,97	49,99	2,01	4,83
65	8,0	100	0,00	55,27	49,72	1,74	4,53
65	8,5	100	0,00	61,26	48,72	1,50	4,22
65	9,0	100	0,00	66,54	47,19	1,28	3,93
65	9,5	100	0,00	71,33	45,22	1,09	3,64
65	10,0	100	0,00	75,62	42,94	0,92	3,36
70	3,0	7,53	92,47	0,01	0,71	0,89	0,40
70	3,5	17,78	82,22	0,00	1,58	0,92	0,46
70	4,0	20,85	79,15	0,25	4,94	0,83	0,47
70	4,5	25,71	74,29	1,32	11,39	0,76	0,50
70	5,0	32,28	67,72	4,46	20,64	0,72	0,57
70	5,5	40,92	59,08	10,16	30,21	0,71	0,68
70	6,0	66,04	33,96	18,09	38,49	1,08	1,36
70	6,5	77,06	22,94	25,59	43,63	1,18	1,76
70	7,0	98,94	1,06	32,21	46,73	1,67	3,07
70	7,5	100	0,00	38,35	48,62	1,51	3,00
70	8,0	100	0,00	44,67	49,72	1,32	2,83
70	8,5	100	0,00	50,99	49,99	1,15	2,66
70	9,0	100	0,00	56,96	49,51	0,10	2,50
70	9,5	100	0,00	62,52	48,41	0,86	2,34
70	10,0	100	0,00	67,80	46,72	0,73	2,18

Tikimybė x amžiaus asmeniui išgyventi 1 metus randama lentelėje, parengtoje pagal LR Draudimo priežiūros komisijos pateikiamą mirtingumo lentelę.

K.1 lentelė. Bendra mirtingumo lentelė
Table K.1. Common mortality table

[illegible]

K.1 lentelės tęsinys

[illegible]

K.1 lentelės pabaiga

[illegible]

K.2 lentelė. Mirtingumo lentelė modeliui su stochastine gyvenimo trukme**Table K.2.** Mortality table for model with stochastic lifetime

x	Tikimybė išgyventi 1 metus				x	Tikimybė išgyventi 1 metus			
	a=55	a=60	a=65	70		a=55	a=60	a=65	70
55	1,0000				79	0,9452	0,9452	0,9249	0,9249
56	1,0000				80	0,9378	0,9378	0,9168	0,9168
57	1,0000				81	0,9288	0,9288	0,9076	0,9076
58	1,0000				82	0,9183	0,9183	0,8973	0,8973
59	1,0000				83	0,9070	0,9070	0,8867	0,8867
60	0,9912	0,9912			84	0,8947	0,8947	0,8752	0,8752
61	0,9907	0,9907			85	0,8815	0,8815	0,8629	0,8629
62	0,9901	0,9901			86	0,8673	0,8673	0,8497	0,8497
63	0,9894	0,9894			87	0,8514	0,8514	0,8352	0,8352
64	0,9887	0,9887			88	0,8336	0,8336	0,8191	0,8191
65	0,9880	0,9880	0,9755		89	0,8140	0,8140	0,8016	0,8016
66	0,9872	0,9872	0,9739		90	0,7930	0,7930	0,7829	0,7829
67	0,9860	0,9860	0,9722		91	0,7709	0,7709	0,7636	0,7636
68	0,9845	0,9845	0,9703		92	0,7478	0,7478	0,7442	0,7442
69	0,9827	0,9827	0,9680		93	0,7238	0,7238	0,7253	0,7253
70	0,9809	0,9809	0,9655	0,9654	94	0,6997	0,6997	0,7077	0,7077
71	0,9787	0,9787	0,9628	0,9628	95	0,6776	0,6776	0,6924	0,6924
72	0,9764	0,9764	0,9599	0,9599	96	0,6604	0,6604	0,6801	0,6801
73	0,9735	0,9735	0,9565	0,9565	97	0,6499	0,6499	0,6709	0,6709
74	0,9704	0,9704	0,9527	0,9527	98	0,6471	0,6471	0,6635	0,6635
75	0,9669	0,9669	0,9484	0,9484	99	0,6523	0,6523	0,6569	0,6569
76	0,9626	0,9626	0,9436	0,9436	100	0,6658	0,6658	0,6503	0,6503
77	0,9575	0,9575	0,9381	0,9381	101	0,0000	0,0000	0,0000	0,0000
78	0,9516	0,9516	0,9319	0,9319					

L priedas. Portfelio sudėtis pagal euristinį metodą modeliui su stochastine gyvenimo trukme

L.1 lentelė. Portfelio sudėtis pagal euristinį metodą modeliui su stochastine gyvenimo trukme

Table L.1. Asset allocation by heuristic method for a stochastic lifetime model

a	kai a = 55			kai a = 60			kai a = 65			kai a = 70		
	t	D _{t,A}	D _{t,O}	t	D _{t,A}	D _{t,O}	t	D _{t,A}	D _{t,O}	t	D _{t,A}	D _{t,O}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
55	1	45	55									
56	2	44	56									
57	3	43	57									
58	4	42	58									
59	5	41	59									
60	6	40	60	1	40	60						
61	7	39	61	2	39	61						
62	8	38	62	3	38	62						
63	9	37	63	4	37	63						
64	10	36	64	5	36	64						
65	11	35	65	6	35	65	1	35	65			
66	12	34	66	7	34	66	2	34	66			
67	13	33	67	8	33	67	3	33	67			
68	14	32	68	9	32	68	4	32	68			
69	15	31	69	10	31	69	5	31	69			
70	16	30	70	11	30	70	6	30	70	1	30	70
71	17	29	71	12	29	71	7	29	71	2	29	71
72	18	28	72	13	28	72	8	28	72	3	28	72
73	19	27	73	14	27	73	9	27	73	4	27	73
74	20	26	74	15	26	74	10	26	74	5	26	74
75	21	25	75	16	25	75	11	25	75	6	25	75
76	22	24	76	17	24	76	12	24	76	7	24	76
77	23	23	77	18	23	77	13	23	77	8	23	77
78	24	22	78	19	22	78	14	22	78	9	22	78
79	25	21	79	20	21	79	15	21	79	10	21	79
80	26	20	80	21	20	80	16	20	80	11	20	80
81	27	19	81	22	19	81	17	19	81	12	19	81
82	28	18	82	23	18	82	18	18	82	13	18	82
83	29	17	83	24	17	83	19	17	83	14	17	83
84	30	16	84	25	16	84	20	16	84	15	16	84
85	31	15	85	26	15	85	21	15	85	16	15	85
86	32	14	86	27	14	86	22	14	86	17	14	86
87	33	13	87	28	13	87	23	13	87	18	13	87

L.1 lentelės pabaiga

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
88	34	12	88	29	12	88	24	12	88	19	12	88
89	35	11	89	30	11	89	25	11	89	20	11	89
90	36	10	90	31	10	90	26	10	90	21	10	90
91	37	9	91	32	9	91	27	9	91	22	9	91
92	38	8	92	33	8	92	28	8	92	23	8	92
93	39	7	93	34	7	93	29	7	93	24	7	93
94	40	6	94	35	6	94	30	6	94	25	6	94
95	41	5	95	36	5	95	31	5	95	26	5	95
96	42	4	96	37	4	96	32	4	96	27	4	96
97	43	3	97	38	3	97	33	3	97	28	3	97
98	44	2	98	39	2	98	34	2	98	29	2	98
99	45	1	99	40	1	99	35	1	99	30	1	99
100	46	0	100	41	0	100	36	0	100	31	0	100
101	47	0	100	42	0	100	37	0	100	32	0	100

M priedas. Portfelio sudėtis pagal daugelio horizontų metodą modeliui su stochastine gyvenimo trukme

M.1 lentelė. Portfelio sudėtis pagal daugelio horizontų metodą modeliui su stochastine gyvenimo trukme

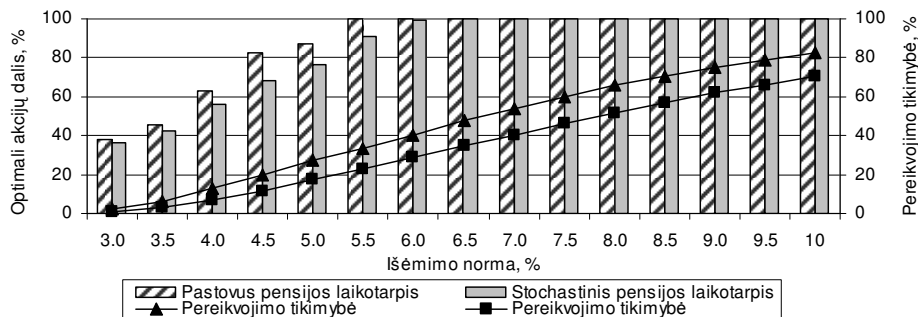
Table M.1. Asset allocation by multiple horizon approach for a stochastic lifetime model

Am- žius	kai a = 55			kai a = 60			kai a = 65			kai a = 70		
	t	D _{t,A}	D _{t,O}	t	D _{t,A}	D _{t,O}	t	D _{t,A}	D _{t,O}	t	D _{t,A}	D _{t,O}
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
55	1	68,12	31,88									
56	2	65,48	34,52									
57	3	62,47	37,53									
58	4	59,25	40,75									
59	5	56,08	43,92									
60	6	53,31	46,69	1	52,02	47,98						
61	7	51,36	48,64	2	51,36	48,64						
62	8	50,62	49,38	3	50,62	49,38						
63	9	49,82	50,18	4	49,82	50,18						
64	10	48,93	51,07	5	48,93	51,07						
65	11	47,95	52,05	6	47,95	52,05	1	47,95	52,05			
66	12	46,86	53,14	7	46,86	53,14	2	46,86	53,14			
67	13	45,65	54,35	8	45,65	54,35	3	45,65	54,35			

M.1 lentelės pabaiga

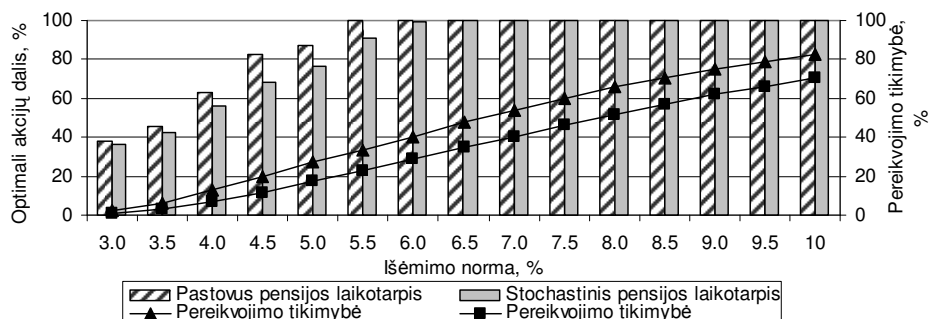
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
68	14	44,29	55,71	9	44,29	55,71	4	44,29	55,71			
69	15	42,77	57,23	10	42,77	57,23	5	42,77	57,23			
70	16	41,06	58,94	11	41,06	58,94	6	41,06	58,94	1	41,06	58,94
71	17	39,12	60,88	12	39,12	60,88	7	39,12	60,88	2	39,12	60,88
72	18	36,90	63,10	13	36,90	63,10	8	36,90	63,10	3	36,90	63,10
73	19	34,35	65,65	14	34,35	65,65	9	34,35	65,65	4	34,35	65,65
74	20	31,39	68,61	15	31,39	68,61	10	31,39	68,61	5	31,39	68,61
75	21	27,93	72,07	16	27,93	72,07	11	27,93	72,07	6	27,93	72,07
76	22	24,40	75,60	17	24,40	75,60	12	24,40	75,60	7	24,40	75,60
77	23	20,84	79,16	18	20,84	79,16	13	20,84	79,16	8	20,84	79,16
78	24	17,26	82,74	19	17,26	82,74	14	17,26	82,74	9	17,26	82,74
79	25	13,72	86,28	20	13,72	86,28	15	13,72	86,28	10	13,72	86,28
80	26	10,27	89,73	21	10,27	89,73	16	10,27	89,73	11	10,27	89,73
70	16	41,06	58,94	11	41,06	58,94	6	41,06	58,94	1	41,06	58,94
71	17	39,12	60,88	12	39,12	60,88	7	39,12	60,88	2	39,12	60,88
81	27	7,0	93,0	22	7,0	93,0	17	7,00	93,0	12	7,0	93,0
82	28	4,03	95,97	23	4,03	95,97	18	4,03	95,97	13	4,03	95,97
83	29	1,58	98,42	24	1,58	98,42	19	1,58	98,42	14	1,58	98,42
84	30	0	100	25	0	100	20	0	100	15	0	100
85	31	0	100	26	0	100	21	0	100	16	0	100
86	32	0	100	27	0	100	22	0	100	17	0	100
87	33	0	100	28	0	100	23	0	100	18	0	100
88	34	0	100	29	0	100	24	0	100	19	0	100
89	35	0	100	30	0	100	25	0	100	20	0	100
90	36	0	100	31	0	100	26	0	100	21	0	100
91	37	0	100	32	0	100	27	0	100	22	0	100
92	38	0	100	33	0	100	28	0	100	23	0	100
93	39	0	100	34	0	100	29	0	100	24	0	100
94	40	0	100	35	0	100	30	0	100	25	0	100
95	41	0	100	36	0	100	31	0	100	26	0	100
96	42	0	100	37	0	100	32	0	100	27	0	100
97	43	0	100	38	0	100	33	0	100	28	0	100
98	44	0	100	39	0	100	34	0	100	29	0	100
99	45	0	100	40	0	100	35	0	100	30	0	100
100	46	0	100	41	0	100	36	0	100	31	0	100
101	47	0	100	42	0	100	37	0	100	32	0	100

O priedas. Optimalios akcijų dalis portfelioje palyginimas



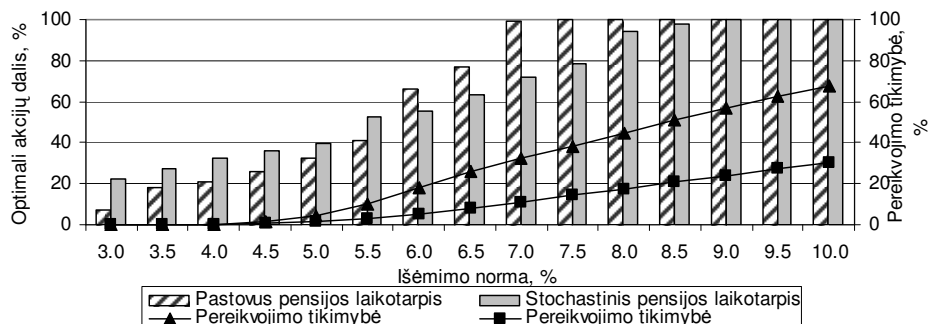
O.1 pav. Optimali akcijų dalis portfelioje 55 metų asmeniui

Fig. O.1. Optimal allocation to stocks for a 55 years old retiree



O.2 pav. Optimali akcijų dalis portfelioje 60 metų asmeniui

Fig. O.2. Optimal allocation to stocks for a 60 years old retiree



O.3 pav. Optimali akcijų dalis portfelioje 70 metų asmeniui

Fig. O.3. Optimal allocation to stocks for a 70 years old retiree

P priedas. Imitacinio modeliavimo rezultatai taikant euristinį ir daugelio horizontų metodus esant stochastinei gyvenimo trukmei

P.1 lentelė. Dinaminio stochastinio imitacinio modeliavimo rezultatai taikant euristinį metodą esant stochastinei gyvenimo trukmei

Table P.1. Results of dynamic stochastic simulation of portfolio formed employing heuristic method with stochastic lifetime

Amžius pensijos laikotarpio pradžioje	Išėmimo norma, %	Vidutinė tikimybė, kad portfelis bus pereikvotas, %	Tikimybės standartinis nuokrypis, %	Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis	Standartinis vidutinio santykio nuokrypis
1	2	3	4	5	6
55	3,0	0,98	9,83	1,60	1,16
55	3,5	3,33	17,93	1,35	1,08
55	4,0	8,07	27,24	1,12	0,99
55	4,5	15,52	36,21	0,90	0,91
55	5,0	24,77	43,17	0,71	0,81
55	5,5	35,50	47,85	0,54	0,72
55	6,0	46,27	49,86	0,41	0,62
55	6,5	56,11	49,63	0,30	0,53
55	7,0	64,31	47,91	0,22	0,45
55	7,5	71,14	45,31	0,17	0,37
55	8,0	76,96	42,11	0,12	0,31
55	8,5	81,41	38,91	0,09	0,26
55	9,0	84,75	35,95	0,07	0,22
55	9,5	87,17	33,45	0,06	0,19
55	10,0	89,10	31,17	0,05	0,02
60	3,0	0,36	5,99	1,35	0,80
60	3,5	1,50	12,14	1,17	0,75
60	4,0	4,21	20,08	1,00	0,70
60	4,5	9,43	29,23	0,83	0,66
60	5,0	16,17	36,82	0,68	0,61
60	5,5	24,90	43,24	0,55	0,56
60	6,0	34,77	47,62	0,44	0,51
60	6,5	44,16	49,66	0,35	0,46
60	7,0	52,73	49,93	0,28	0,41
60	7,5	59,94	49,00	0,22	0,37

P.1 lentelės pabaiga

1	2	3	4	5	6
60	8,0	66,04	47,36	0,18	0,33
60	8,5	71,19	45,29	0,15	0,30
60	9,0	75,16	43,21	0,13	0,28
60	9,5	78,29	41,23	0,11	0,26
60	10,0	80,81	39,38	0,10	0,25
65	3,0	0,05	2,24	1,17	0,51
65	3,5	0,29	5,33	1,06	0,48
65	4,0	1,08	10,31	0,96	0,46
65	4,5	2,83	16,58	0,86	0,45
65	5,0	5,74	23,25	0,76	0,44
65	5,5	10,02	30,03	0,66	0,43
65	6,0	15,51	36,20	0,58	0,43
65	6,5	21,70	41,22	0,51	0,42
65	7,0	28,17	44,98	0,44	0,40
65	7,5	34,30	47,47	0,39	0,39
65	8,0	40,34	49,06	0,34	0,38
65	8,5	45,75	49,82	0,31	0,37
65	9,0	50,39	50,00	0,28	0,36
65	9,5	54,34	49,81	0,25	0,35
65	10,0	57,88	49,38	0,23	0,34
70	3,0	0,01	1,00	1,09	0,37
70	3,5	0,04	1,87	1,01	0,36
70	4,0	0,25	4,94	0,94	0,35
70	4,5	0,85	9,15	0,86	0,35
70	5,0	2,08	14,27	0,78	0,35
70	5,5	4,32	20,32	0,71	0,36
70	6,0	7,35	26,10	0,64	0,36
70	6,5	11,41	31,79	0,58	0,37
70	7,0	15,94	36,60	0,52	0,37
70	7,5	20,98	40,71	0,47	0,37
70	8,0	26,04	43,88	0,43	0,37
70	8,5	31,26	46,35	0,39	0,37
70	9,0	35,90	47,97	0,36	0,37
70	9,5	40,24	49,04	0,33	0,36
70	10,0	44,11	49,65	0,30	0,36

P.2 lentelė. Dinaminio stochastinio imitacinio modeliavimo rezultatai taikant daugelio horizontų metodą esant stochastinei gyvenimo trukmei

Table P.2. Results of dynamic stochastic simulation of portfolio formed employing multiple horizon approach with stochastic lifetime

Amžius pensijos laikotarpio pradžioje	Išėmimo norma, %	Vidutinė tikimybė, kad portfelis bus pereikvotas, %	Tikimybės standartinis nuokrypis, %	Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis	Standartinis vidutinio santykio nuokrypis
1	2	3	4	5	6
55	3,0	1,43	11,87	1,93	1,58
55	3,5	4,04	19,68	1,68	1,49
55	4,0	8,24	27,50	1,44	1,40
55	4,5	14,24	34,95	1,22	1,31
55	5,0	21,61	41,16	1,01	1,21
55	5,5	30,19	45,91	0,82	1,10
55	6,0	38,95	48,76	0,66	1,00
55	6,5	47,58	49,94	0,53	0,89
55	7,0	55,54	49,69	0,42	0,78
55	7,5	62,70	48,36	0,32	0,68
55	8,0	68,79	46,34	0,25	0,59
55	8,5	73,92	43,91	0,19	0,51
55	9,0	78,51	41,08	0,15	0,43
55	9,5	82,12	38,32	0,12	0,37
55	10,0	85,11	35,60	0,09	0,31
60	3,0	0,53	7,26	1,48	0,97
60	3,5	1,84	13,44	1,31	0,91
60	4,0	4,53	20,79	1,14	0,86
60	4,5	9,08	28,73	0,97	0,81
60	5,0	15,01	35,72	0,82	0,76
60	5,5	22,24	41,58	0,68	0,71
60	6,0	30,76	46,15	0,56	0,65
60	6,5	38,99	48,77	0,46	0,59
60	7,0	47,03	49,91	0,37	0,53
60	7,5	54,13	49,83	0,30	0,48
60	8,0	60,57	48,87	0,25	0,43
60	8,5	66,28	47,28	0,20	0,38
60	9,0	70,95	45,40	0,17	0,35
60	9,5	74,89	43,37	0,14	0,32
60	10,0	77,92	41,48	0,12	0,29

P.2 lentelės pabaiga

1	2	3	4	5	6
65	3,0	0,08	2,83	1,22	0,58
65	3,5	0,42	6,43	1,12	0,55
65	4,0	1,34	11,48	1,02	0,53
65	4,5	3,11	17,36	0,92	0,52
65	5,0	5,89	23,53	0,82	0,51
65	5,5	9,74	29,65	0,73	0,49
65	6,0	14,55	35,26	0,64	0,48
65	6,5	20,06	40,04	0,57	0,47
65	7,0	25,84	43,78	0,50	0,45
65	7,5	31,46	46,44	0,44	0,44
65	8,0	37,14	48,32	0,39	0,42
65	8,5	42,41	49,42	0,35	0,41
65	9,0	47,40	49,93	0,31	0,39
65	9,5	51,38	49,98	0,28	0,38
65	10,0	55,13	49,74	0,26	0,36
70	3,0	0,01	0,01	1,08	0,38
70	3,5	0,08	0,03	1,01	0,37
70	4,0	0,37	6,07	0,94	0,37
70	4,5	1,09	10,36	0,86	0,37
70	5,0	2,56	15,79	0,79	0,37
70	5,5	4,95	21,68	0,72	0,38
70	6,0	7,83	26,86	0,66	0,38
70	6,5	11,78	32,24	0,60	0,39
70	7,0	15,94	36,61	0,54	0,39
70	7,5	20,61	40,45	0,49	0,39
70	8,0	25,61	43,65	0,45	0,39
70	8,5	30,46	46,02	0,41	0,38
70	9,0	34,90	47,67	0,37	0,38
70	9,5	39,08	48,79	0,34	0,37
70	10,0	42,94	49,50	0,32	0,37

R priedas. Stochastinio optimizavimo rezultatai esant stochastinei gyvenimo trukmei

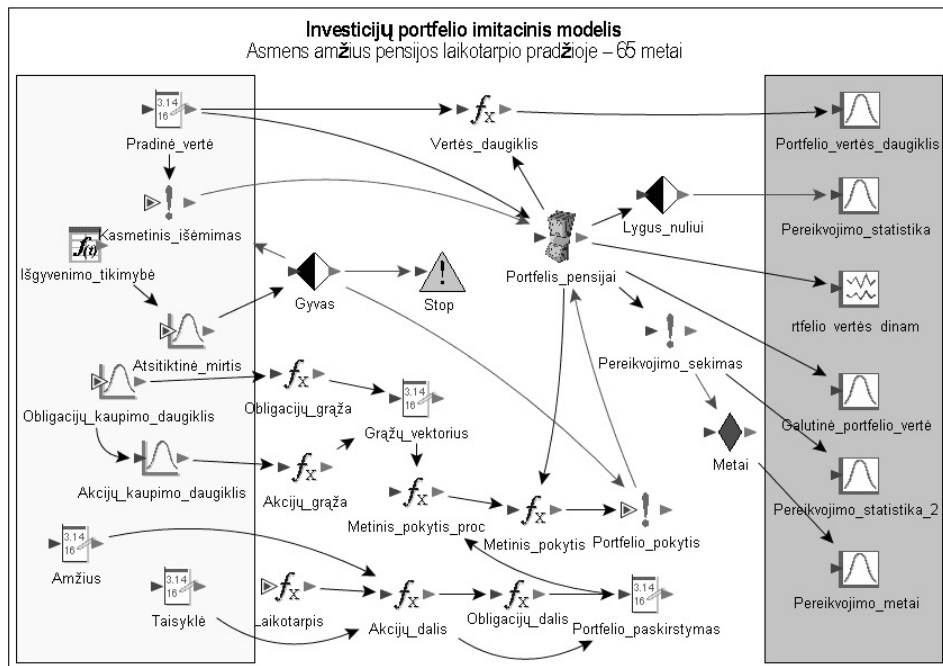
R.1 lentelė. Stochastinio optimizavimo rezultatai stochastinės gyvenimo trukmės atveju
Table R.1. Stochastic optimization results in a stochastic lifetime case

Amžius pensijos laikotarpio pradžioje	Išėmimo norma, %	Optimali akcijų dalis, %	Optimali obligacijų dalis, %	Vidutinė tikimybė, kad portfelis bus pereikvotas, %	Tikimybės standartinis nuokrypis, %	Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis	Standartinis vidutinio santykio nuokrypis
1	2	3	4	5	6	7	8
55	3,0	36,22	63,78	0,76	8,68	1,77	1,43
55	3,5	42,38	57,62	2,70	16,21	1,75	1,67
55	4,0	56,11	43,89	6,59	24,80	2,11	2,65
55	4,5	68,36	31,64	11,45	31,84	2,50	3,98
55	5,0	76,65	23,35	17,35	37,87	2,69	5,11
55	5,5	90,99	9,01	23,03	42,10	3,47	8,36
55	6,0	99,37	0,63	28,86	45,31	3,83	10,85
55	6,5	100	0,00	34,70	47,60	3,42	10,39
55	7,0	100	0,00	40,48	49,09	2,99	9,69
55	7,5	100	0,00	45,98	49,84	2,59	9,00
55	8,0	100	0,00	51,52	49,98	2,23	8,34
55	8,5	100	0,00	56,92	49,52	1,92	7,70
55	9,0	100	0,00	61,78	48,59	1,64	7,09
55	9,5	100	0,00	65,97	47,38	1,39	6,50
55	10,0	100	0,00	70,08	45,79	1,18	5,93
60	3,0	28,81	71,19	0,30	5,42	1,44	0,83
60	3,5	41,38	58,62	1,17	10,75	1,50	1,19
60	4,0	46,35	53,65	3,46	18,26	1,43	1,31
60	4,5	55,83	44,17	7,01	25,52	1,51	1,70
60	5,0	62,94	37,06	11,86	32,33	1,53	2,03
60	5,5	78,44	21,56	16,92	37,49	1,90	3,33
60	6,0	92,04	7,96	22,12	41,50	2,29	5,07
60	6,5	96,43	3,57	27,35	44,58	2,24	5,55
60	7,0	99,95	0,05	32,54	46,85	2,15	5,90
60	7,5	100	0,00	37,66	48,45	1,89	5,51
60	8,0	100	0,00	42,68	49,46	1,65	5,13

R.1 lentelės pabaiga

1	2	3	4	5	6	7	8
60	8,5	100	0,00	47,80	49,95	1,44	4,76
60	9,0	100	0,00	52,31	49,95	1,24	4,40
60	9,5	100	0,00	56,70	49,55	1,07	4,06
60	10,0	100	0,00	60,81	48,82	0,92	3,73
65	3,0	26,68	73,32	0,05	2,12	1,18	0,53
65	3,5	37,29	62,71	0,20	4,47	1,22	0,69
65	4,0	36,60	63,40	0,78	8,77	1,09	0,62
65	4,5	43,27	56,73	2,10	14,34	1,07	0,72
65	5,0	50,88	49,12	4,44	20,59	1,07	0,85
65	5,5	63,84	36,16	7,44	26,23	1,16	1,19
65	6,0	71,43	28,57	10,94	31,21	1,17	1,41
65	6,5	83,69	16,31	14,85	35,56	1,28	1,94
65	7,0	84,88	15,12	18,55	38,87	1,17	1,87
65	7,5	91,32	8,68	22,42	41,70	1,18	2,14
65	8,0	98,90	1,10	26,14	43,94	1,21	2,54
65	8,5	100	0,00	30,01	45,83	1,11	2,45
65	9,0	100	0,00	33,81	47,31	0,99	2,27
65	9,5	100	0,00	37,74	48,47	0,89	2,10
65	10,0	100	0,00	41,38	49,25	0,79	1,93
70	3	22,37	77,63	0,01	1,00	1,08	0,37
70	3,5	27,36	72,64	0,03	1,58	1,05	0,40
70	4,0	32,68	67,32	0,17	4,06	1,02	0,43
70	4,5	35,81	64,19	0,67	8,13	0,97	0,45
70	5,0	39,70	60,30	1,54	12,31	0,92	0,48
70	5,5	52,26	47,74	3,22	17,64	0,97	0,64
70	6,0	55,21	44,79	5,34	22,48	0,91	0,65
70	6,5	63,18	36,82	7,92	27,00	0,91	0,77
70	7,0	72,21	27,79	10,81	31,04	0,92	0,93
70	7,5	78,24	21,76	14,20	34,90	0,90	1,04
70	8,0	94,27	5,73	17,45	37,95	1,02	1,55
70	8,5	97,94	2,06	20,83	40,61	0,98	1,61
70	9,0	100	0,00	24,05	42,74	0,92	1,61
70	9,5	100	0,00	27,33	44,56	0,84	1,51
70	10,0	100	0,00	30,50	46,04	0,77	1,41

S priedas. Investicijų portfelio imitacinio modelio, skirto euristinio metodo taikymui, schema



Sudaryta GoldSim v. 10.10 programiniu paketu

S.1 pav. Imitacinis investicijų portfelio modelis euristinio metodo taikymui
Fig. S.1. Simulation model of investment portfolio for heuristic method application

T priedas. Euristinio metodo taisyklės stochastinio optimizavimo rezultatai

T.1 lentelė. Euristinio metodo taisyklės stochastinio optimizavimo rezultatai

Table T.1. Stochastic optimization of heuristic method rule

Amžius pensijos laikotarpio pradžioje	Išėmimo norma, %	Taisyklė	Vidutinė tikimybė, kad portfelis bus pereikvotas, %	Tikimybės standartinis nuokrypis, %	Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis	Standartinis vidutinio santykio nuokrypis
1	2	3	4	5	6	7
Pastovus pensijos laikotarpis						
65	3,0	93	0,10	3,08	1,08	0,60
65	3,5	100	0,78	8,77	1,06	0,70
65	4,0	106	3,28	17,80	1,02	0,79
65	4,5	116	8,38	27,70	1,08	1,03
65	5,0	131	15,65	36,33	1,33	1,59
65	5,5	148	23,17	42,19	1,77	2,60
65	6,0	163	29,94	45,80	2,24	3,95
65	6,5	165	36,36	48,10	2,06	3,97
65	7,0	165	43,29	49,55	1,80	3,74
65	7,5	165	49,93	50,00	1,55	3,51
65	8,0	165	56,44	49,58	1,33	3,28
65	8,5	165	62,72	48,36	1,14	3,05
65	9,0	165	67,95	46,67	0,97	2,83
65	9,5	165	72,88	44,46	0,81	2,61
65	10,0	165	77,23	41,94	0,68	2,40
Pensijos laikotarpis priklauso nuo stochastinės gyvenimo trukmės						
65	3,0	101	0,05	2,24	1,19	0,53
65	3,5	112	0,25	4,94	1,24	0,69
65	4,0	110	0,95	9,68	1,09	0,61
65	4,5	120	2,34	15,10	1,13	0,78
65	5,0	127	4,71	21,18	1,12	0,90
65	5,5	131	7,84	26,88	1,06	0,96
65	6,0	140	11,26	31,60	1,09	1,18
65	6,5	149	15,05	35,76	1,13	1,45
65	7,0	158	18,74	39,02	1,18	1,79
65	7,5	165	22,48	41,75	1,20	2,07
65	8,0	165	26,50	44,13	1,08	1,94

T.1 lentelės tęsinys

1	2	3	4	5	6	7
65	8,5	165	30,33	45,97	0,97	1,80
65	9,0	165	34,24	47,45	0,87	1,68
65	9,5	165	38,18	48,58	0,78	1,55
65	10,0	165	41,97	49,35	0,69	1,43

U priedas. Investicinių portfelių palyginimas

U.1 lentelė. Investicijų portfelių palyginimas

Table U.1. the comparison of investment portfolios

	Euristinis metodas	Daugelio horizontų metodas	Stochastinis optimizavi- mas	Pakoreguotas euristinis metodas
1 atvejis – išėmimo norma 2,9 %				
Portfelio pereikvojimo tikimybė, %	0,05	0,07	0,04	0,05
Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis	1,22	1,28	1,15	1,22
Standartinis vidutinio santykio nuokrypis	0,54	0,62	0,48	0,54
Optimali taisyklė	-	-	-	100
Optimali akcijų dalis	-	-	24,41	-
2 atvejis – išėmimo norma 7,7 %				
Portfelio pereikvojimo tikimybė, %	30,77	28,11	20,99	21,22
Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis	0,44	0,49	1,29	1,14
Standartinis vidutinio santykio nuokrypis	0,41	0,45	2,63	1,92
Optimali taisyklė	-	-	-	162
Optimali akcijų dalis	-	-	100,00	-
3 atvejis – išėmimo norma 12,5 %				
Portfelio pereikvojimo tikimybė, %	63,11	61,56	52,17	52,60
Vidutinis galutinės ir pradinės portfelio vertės santykis	0,21	0,22	0,47	0,43
Standartinis vidutinio santykio nuokrypis	0,33	0,34	1,16	0,89
Optimali taisyklė	-	-	-	162
Optimali akcijų dalis	-	-	100,00	-

Aušra KLIMAVIČIENĖ

TVARAUS INVESTICIJŲ PORTFELIO SUDARYMAS
PENSIJOS LAIKOTARPIUI

Daktaro disertacija

Socialiniai mokslai,
ekonomika (04S)

Aušra KLIMAVIČIENĖ

DETERMINING ASSET ALLOCATION OF SUSTAINABLE
INVESTMENT PORTFOLIO FOR RETIREMENT PERIOD

Doctoral Dissertation

Social Sciences,
Economics (04S)

2011 12 15. 14,25 sp. l. Tiražas 20 egz.
Vilniaus Gedimino technikos universiteto
leidykla „Technika“,
Saulėtekio al. 11, 10223 Vilnius,
<http://leidykla.vgtu.lt>
Spausdino UAB „CIKLONAS“
J. Jasinskio G. 15, 01111 VILNIUS