VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

STATYBOS FAKULTETAS

STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

Liudas Liepa

TAMPRAUS PLASTINIO RĖMO GEOMETRIŠKAI NETIESINĖ ANALIZĖ

GEOMETRICALLY NONLINEAR ANALYSIS OF ELASTIC-PLASTIC FRAME

Baigiamasis magistro darbas

Statinių konstrukcijų studijų programa, valstybinis kodas 621H21001

Statinių projektavimo ir optimizacijos kompiuterinių technologijų specializacija

Statybos inžinerija, 02T mokslo kryptis

Vilnius, 2012

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
STATYBOS FAKULTETAS
STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas
_____
(Parašas)
prof. habil. dr. Juozas Atkočiūnas
(Vardas, pavardė)
_____
(Data)

Liudas Liepa

TAMPRAUS PLASTINIO RĖMO GEOMETRIŠKAI NETIESINĖ ANALIZĖ

GEOMETRICALLY NONLINEAR ANALYSIS OF ELASTIC-PLASTIC FRAME

Baigiamasis magistro darbas

Statinių konstrukcijų studijų programa
Statinių projektavimo ir optimizacijos kompiuterinių technologijų specializacija
Statybos inžinerijos kryptis

Vadovas prof. dr. Romanas Karkauskas (Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė) _____ (Parašas) 2012.06.01 (Data)

Konsultantas _____ (Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė) _____ (Parašas) _____ (Data)

Lietuvių kalbos konsultantas lekt. Lina Rutkienė (Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė) _____ (Parašas) 2012-05-31 (Data)

Vilnius, 2012

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
STATYBOS FAKULTETAS
STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

(Parašas)
Juozas Atkočiūnas
(Vardas, pavardė)

(Data)

Statybos inžinerijos studijų kryptis

Statinių konstrukcijų studijų programa, valstybinis kodas 62402T107

Statinių projektavimo ir optimizacijos kompiuterinių technologijų specializacija

BAIGIAMOJO MAGISTRO DARBO UŽDUOTIS

.....Nr. .....
Vilnius

Studentui Liudui Liepai
(Vardas, pavardė)

Baigiamojo darbo tema: Tampraus plastinio rėmo geometriškai netiesinė analizė
patvirtinta 2012 m. sausio 31d. dekano potvarkiu Nr. 42 st.

Baigiamojo darbo užbaigimo terminas 2012 m. gegužės 28 d.

BAIGIAMOJO DARBO UŽDUOTIS:
Tyrimų apžvalga ir problemos formulavimas. Rėminių konstrukcijų skaičiavimo elementų tempiamų strypinių sistemų metodas sudarymas. Pasirinktos tyrimų krypties, kreivinių geometrijos pamatinių formavimas. Geometrinės netiesinės rėminės konstrukcijos skaičiavimo optimizavimo uždavinio matematinio modelio formulavimas, algoritmas ir sprendimo analizė MATLAB aplinkoje. Geometrinės netiesinės optimizacijos rezultatų analizė ir palyginimas su STAAD. Konstrukcijos plastinio deformavimo tyrimo analizė, išvados ir apibendrinimas

Baigiamojo darbo rengimo konsultantai:
.....
.....
.....
(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

Vadovas .....
(Parašas)
prof. dr. Romanas Karkauskas
(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

Užduotį gavau
.....
(Parašas)
Liudas Liepa
(Vardas, pavardė)
.....
(Data)

Vilniaus Gedimino technikos universitetas
Statybos fakultetas
Statybinės mechanikos katedra

ISBN ISSN
Egz. sk. .....
Data .....-.....-.....

Antrosios pakopos studijų **Statinių konstrukcijų** programos baigiamasis darbas
Pavadinimas **Tampraus plastinio rėmo geometriškai netiesinė analizė**
Autorius **Liudas Liepa**
Vadovas **prof. dr. Romanas Karkauskas**

Kalba: lietuvių

Anotacija

Baigiamajame magistro darbe pateikiama plokščios rėminės konstrukcijos lenkiamo ir kartu tempiamo arba gniuždomo elemento tangentinės standumo matricos sudarymo metodika ir algoritmas, sudarytas taikant „MATLAB R2008a" sistemos paprogramę simboliniams skaičiavimams. Pateikiami patobulinti tampraus plastinio rėmo, nepasiekusio visiško plastiško suirimo, optimizacijos ir analizės uždavinių, įvertinant deformuojamos konstrukcijos geometrinį netiesiškumą, matematiniai modeliai, jų sudarymo principai ir sprendimo algoritmai, sudaryti „MATLAB R2008a" sistemos aplinkoje, taikant simbolinio matematinio programavimo metodus. Optimizacijos uždavinys, įvertinant standumo, stiprumo ir konstrukcinius apribojimus, sprendžiamas iteracijomis, kiekvienoje iteracijoje panaudojant ankstesnės iteracijos rezultatus yra sprendžiamas tamprios analizės uždavinys, taikant tangentinio standumo iteracinį apkrovos kontrolės Niutono-Rapsono metodą. Palyginimui atliktas konstrukcijos skerspjūvių optimizavimas neįvertinant deformuojamos konstrukcijos geometrinio netiesiškumo. Išspręstas tamprios plastinės geometriškai netiesinės analizės uždavinys. Analizės uždavinio rezultatai - tamprūs, liekamieji ir suminiai poslinkiai ir įrąžos, konstrukcijoje, nepasiekusioje visiško plastiškojo suirimo, tačiau kai atskiri jos elementai jau deformuojasi plastiškai. Atlikta lyginamoji optimalių konstrukcijų, tamprios, taip pat tamprios plastinės būklių įtempių ir deformacijų būvio analizė. Tampraus atsako dydžiai palyginti su programinio paketo „STAAD.Pro V8i" tampraus skaičiavimo rezultatais, kurie gauti įvertinant ir neįvertinant geometrinio netiesiškumo. Sudaryta lyginamoji optimalių konstrukcijų tampraus plastinio deformavimosi trajektorija. Suformuluotos darbo išvados.

Darbo tema padarytas pranešimas Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijoje "Mokslas - Lietuvos ateitis 2012" ir parengtas mokslinis straipsnis.

Baigiamąjį darbą sudaro 100 p. teksto be priedų, 8 lentelės, 25 iliustracijos, 20 bibliografinių šaltinių. Priedai pridedami atskirai.

Prasminiai žodžiai

tangentinis standumas, tangentinio standumo matrica, Niutono-Rapsono metodas, geometrinis netiesiškumas, tampri plastinė medžiaga, įtempių deformacijų būvis, optimizacija, analizė

Vilnius Gediminas Technical University
Faculty of Civil Engineering
Department of Structural Mechanics

ISBN ISSN
Copies No. .....
Date .....-.....-.....

Master Degree Studies **Structural Engineering** study programme Master's thesis

Title	**Geometrically nonlinear analysis of elastic-plastic frame**
Author	**Liudas Liepa**
Academic supervisor	**Prof Dr Romanas Karkauskas**

Thesis language:
Lithuanian

Annotation

The master thesis presents a flat frame's element, which is bending and tensioning or compressing, tangent stiffness matrix formation methods and algorithm, which is composed using "MATLAB R2008a" system's computer algebra sub-program for symbolic calculations. Presented improved analysis and optimization tasks mathematical models of elastic plastic frame, that have not yet fully plastically collapsed, taking into account the geometric non-linearity of the deformable structure, solution algorithms are formed using "Matlab R2008a" system environment and symbolic mathematical programming principles. Optimization problem, taking into account the stiffness, strength and structural constraints, is being solved via iterative process, each iteration uses the previous iteration's results of the determined elastic analysis task using the tangent stiffness iterative load control Newton-Raphson method. In comparison the optimization was done without taking into account geometric non-linearity of deformable structure. Solved elastic-plastic geometrically nonlinear analysis task. Results of elastic-plastic analysis problem are the elastic, residual and total stresses and displacements, before total plastic failure of the structure, when some of its individual elements have plastically deformed. A comparative stress strain analysis of both optimal designs were performed. Elastic response rates are compared with the result of software package "STAAD.Pro V8i" calculations obtained without taking into account the geometric non-linearity and with taking into account the geometric non-linearity. A comparative elastic plastic deformation trajectory is done for both optimal designs. The final conclusions are formulated.

According to the work theme the report at the conference of young scientists of Lithuania "Science - the future of Lithuania 2012" was performed and the article was prepared.

Final work consist of 100 pages, 8 tables, 25 illustrations, 20 bibliographic sources. Appendixes included.

Keywords

tangent stiffness, tangent stiffness matrix, Newton-Raphson method, geometric nonlinearity, elastic plastic material, stress strain state, optimization, analysis

Vilniaus Gedimino technikos universiteto egzaminų, sesijų ir baigiamųjų darbų rengimo bei gynimo organizavimo tvarkos aprašo 2011-2012 m. m.

1 priedas

(Baigiamojo darbo sąžiningumo deklaracijos forma)

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Liudas Liepa, 20065567

(Studento vardas ir pavardė, studento pažymėjimo Nr.)

Statybos fakultetas

(Fakultetas)

Statinių konstrukcijos, SPTfm-10

(Studijų programa, akademinė grupė)

BAIGIAMOJO DARBO (PROJEKTO) SĄŽININGUMO DEKLARACIJA

2012 m. birželio 3 d.

Patvirtinu, kad mano baigiamasis darbas tema „Tampraus plastinio rėmo geometriškai netiesinė analizė" patvirtintas 2012 m. sausio 31 d. dekano potvarkiu Nr. 42st, yra savarankiškai parašytas. Šiame darbe pateikta medžiaga nėra plagijuota. Tiesiogiai ar netiesiogiai panaudotos kitų šaltinių citatos pažymėtos literatūros nuorodose.

Parenkant ir įvertinant medžiagą bei rengiant baigiamąjį darbą, mane konsultavo mokslininkai ir specialistai: Lina Rutkienė. Mano darbo vadovas prof. dr. Romanas Karkauskas.

Kitų asmenų indėlio į parengtą baigiamąjį darbą nėra. Jokių įstatymų nenumatytų piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs (-usi).

	Liudas Liepa
(Parašas)	(Vardas ir pavardė)

TURINYS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS 9
LENTELIŲ SĄRAŠAS 10
SVARBIAUSI SUTARTINIAI SIMBOLIAI 11
ĮVADAS 14
1. LYGINAMOJI ANALIZĖ 18
1.1. Literatūros analizė 18
1.2. Netiesinio uždavinio samprata 21
1.3. Pavieniai netiesiškumo atvejai 22
2. BAIGTINIŲ ELEMENTŲ METODAS 23
2.1. Įvadas 23
2.2. Pagrindiniai konstrukcijų skaičiavimo baigtinių elementų metodu etapai 23
3. TANGENTINĖ STANDUMO MATRICA 25
3.1. Bendrosios žinios 25
3.2. Tempiamas arba gniuždomas ir kartu lenkiamas strypinis elementas 30
3.2.1. Formos funkcijos 30
3.3. Deformacijų aproksimacija mazginiais poslinkiais 35
3.4. Elemento tangentinė standumo matrica 38
4. TANGENTINIO STANDUMO METODAS 42
4.1. Tampraus atsako dydžiai 42
4.2. Tangentinio standumo metodo realizacija 46
4.3. Tampraus atsako dydžių, įvertinant geometrinį netiesiškumą, skaičiavimo algoritmas 50
5. GEOMETRIŠKAI NETIESINĖS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS OPTIMIZACIJA 54
5.1. Paprastosios plastiškosios suirties samprata 54
5.2. Tamprios plastinės sistemos diskretizavimas 54
5.2.1. Pagrindinės prielaidos 54
5.2.2. Konstrukcijos diskretinio modelio sudarymo principai 55
5.2.3. Konstrukcijos elementų įrąžos, deformacijos ir poslinkiai 56

5.2.4. Pagrindiniai ieškomieji dydžiai 58
5.3. Ribinė strypo skerspjūvio įrąža 59
5.3.1. Lenkiamo elemento ribinė skerspjūvio įrąža 59
5.3.2. Tempiamo ir gniuždomo elemento ribinė skerspjūvio įrąža 60
5.4. Takumo sąlygos esant sudėtingam įtempių būviui 62
5.5. Geometriškai netiesinės konstrukcijos optimizacijos uždavinio matematinis modelis 64
6. GEOMETRIŠKAI NETIESINĖS NETAMPRIOS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS ANALIZĖ. 69
6.1. Bendrosios pastabos ir priklausomybės 69
6.2. Analizės uždavinio matematinis modelis 71
7. SKAITINIS EKSPERIMENTAS 75
7.1. Nagrinėjama konstrukcija 75
7.2. Konstrukcijos diskretizavimas baigtiniais elementais 76
7.3. Kolonų skaičiuojamojo ilgio skaičiavimas 80
7.3. Konstrukcijos optimalus sprendinys 83
7.4. Konstrukcijos ĮDB analizė 84
7.4.1. Tampraus sprendinio palyginimas 84
7.4.2. Tampraus plastinio sprendinio palyginimas 89
7.4.3. Konstrukcijos plastinio deformavimosi trajektorija 94
IŠVADOS 97
LITERATŪROS SĄRAŠAS 99
A PRIEDAS 101
B PRIEDAS 120
C PRIEDAS 131
D PRIEDAS 142
E PRIEDAS 157
PRANEŠIMŲ MOKSLINĖJE KONFERENCIJOJE MEDŽIAGA 158

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1 pav. Pasirinktos geometrijos rėmas ir jo skaičiuojamoji schema 15

2 pav. Kūno diskretizavimas baigtiniais elementais 25

3 pav. Tempiamas, gniuždomas ir lenkiamas elementas lokalioje koordinačių sistemoje 30

4 pav. Plokščios rėminės konstrukcijos tempiamas arba gniuždomas ir kartu lenkiamas elementas 43

5 pav. Plokščios rėminės konstrukcijos elementas lokalioje koordinačių sistemoje 44

6 pav. Niutono – Rapsono metodo principinė schema 47

7 pav. Tampraus atsako dydžių skaičiavimo algoritmas tangentiniu standumo metodu 53

8 pav. Idealiai tamprios plastinės medžiagos fizikinis modelis 55

9 pav. Elemente veikiančios įrąžos 56

10 pav. Teigiamos *j*-tojo mazgo poslinkių kryptys 57

11 pav. Ribinis lenkiamo strypo dvitėjo skerspjūvio momentas 59

12 pav. Ribinė ašinė jėga tempimo atveju (gniuždymo atveju priešingos krypties). 60

13 pav. Valcuoto dvitėjo profiliuočio takumo sąlygų paviršius 63

14 pav. Rėminės konstrukcijos vienos optimizacijos iteracijos algoritmo schema 68

15 pav. Ryšys tarp apibendrintų jėgų ir poslinkių 69

16 pav. Optimizacijos ir analizės uždavinių sprendimo jungtinė schema 74

17 pav. Nagrinėjamos konstrukcijos skaičiuojamoji schema 76

18 pav. Konstrukcijos diskretinis modelis 77

19 pav. Konstrukcijos mazgų globalinių galimų poslinkių schema 79

20 pav. Konstrukcijos globalinių ir lokalinių poslinkių ryšio matricos fragmentas 80

21 pav. Kolonų skaičiuojamojo ilgio koeficientai 82

22 pav. Optimalios konstrukcijos tamprių įrąžų lyginamoji diagrama. 88

23 pav. Lyginamoji suminių įrąžų diagrama 93

24 pav. Konstrukcijos mazgo poslinkio $u8$ kitimo lyginamoji diagrama 95

25 pav. Plastinių lankstų susidarymo eiga konstrukcijoje, ... 96

LENTELIŲ SĄRAŠAS

1 lentelė. Profiliuočių geometrinių charakteristikų koeficientai 75

2 lentelė. Konstrukcijos optimizavimo rezultatai 83

3 lentelė. Konstrukcijos tamprios įrąžos 85

4 lentelė. Konstrukcijos tamprūs poslinkiai 86

5 lentelė. Tamprių, liekamųjų ir suminių įrąžų palyginimas 90

6 lentelė. Tamprių, liekamųjų ir suminių poslinkių palyginimas..... 91

7 lentelė. Geometriškai tiesinės analizės poslinkio priklausomybė nuo apkrovos 94

8 lentelė. Geometriškai netiesinės analizės poslinkio priklausomybė nuo apkrovos..... 94

SVARBIAUSI SUTARTINIAI SIMBOLIAI

Matematiniai simboliai

$[A] = \left[A_{ij}\right]$ – stačiakampė arba kvadratinė matrica, A_{ij} – jos komponentai

$[A]^T$ – matricos $[A]$ transponuotoji matrica

$[A]^{-1}$ – kvadratinės matricos $[A]$ atvirkštinė matrica

$\{F\} = \{F_1, F_2, \dots, F_j, \dots, F_m\}$ – vektorius, F_j – jo komponentai

$\frac{\partial y}{\partial x}$ – funkcijos y dalinė išvestinė pagal x

Lotyniški rašmenys

A – skerspjūvio plotas

$[A]$ – pusiausvyros lygčių koeficientų matrica

$[A_n]$ – netiesinės pusiausvyros lygčių koeficientų matrica

b – skerspjūvio plotis

$[C]$ – poslinkių funkcijos interpoliavimo taškų koordinačių matrica

$[D]$ – bendrojo Huko dėsnio pasiduodamumo matrica

E – medžiagos tamprumo modulis

EA – tempiamo ar gniuždomo strypo standis

EI – lenkiamo strypo standis

$\{F\}$ – išorinės apkrovos vektorius

$\{F_k\}$ – elemento mazginių jėgų vektorius

h – skerspjūvio aukštis

$\left[H_{pos}\right]$ – poslinkių lokalioje ir globalioje koordinačių sistemoje ryšio matrica

i – skerspjūvio inercijos spindulys

I – skerspjūvio inercijos momentas

k – statinio neišsprendžiamumo laipsnis; baigtinio elemento indeksas

K – konstrukcijos uždarų kontūrų skaičius

$[k_k]$ – elemento standumo matrica, nusakanti ryšį tarp elemento įrąžų ir deformacijų

$[K]$ – bendrojo Huko dėsnio standumo matrica

$[k_\tau]$ – elemento tangentinė standumo matrica

$[K_\tau]$ – visos konstrukcijos tangentinė standumo matrica

l_k – elemento ilgis

L – konstrukcijos lankstų skaičius

m – diskretinio modelio laisvumo laipsnis; konstrukcijos mazgų galimų poslinkių skaičius

M – lenkimo momentas

M_0 – ribinis lenkimo momentas

$M_{0,cr}^{min}$ – apatinė ribinio momento reikšmė

n – konstrukcijos elementuose veikiančių įrąžų skaičius

n_0 – optimizuojamų parametrų, ribinių įrąžų skaičius

N – ašinė jėga

N_0 – ribinė ašinė jėga

N_{cr} – ribinė klupumo ašinė jėga

$[P]$ – tiesinė funkcijos kintamųjų matrica

$\{S\}$ – įrąžų vektorius

$\{S_0\}$ – ribinių įrąžų vektorius

$\{S_e\}$ – tamprių įrąžų vektorius

$\{S_r\}$ – liekamųjų įrąžų vektorius

$[T_{ab}]$ – elemento krypties kosinusų ir sinusų matrica

u – elemento taško poslinkis

U – vidinių jėgų potencialas

$\{u\}$ – konstrukcijos mazgų tikrųjų poslinkių vektorius

$\{u_e\}$ – tamprių poslinkių vektorius

$\{u_r\}$ – liekamųjų poslinkių vektorius

V – konstrukcijos tūris

$x0y$ arba $x'0y'$ - globalioji ir lokalioji Dekarto koordinačių sistema

Graikiški rašmenys

[Γ] – konstrukcijos ribinių įrąžų pasiskirstymo konfigūracijos matrica

Δ – elemento linijinė deformacija

{Θ} – konstrukcijos elementų deformacijų vektorius

ε – deformacija

ε_{pl} – plastinė deformacija

$\{\varepsilon\}$ – deformacijų vektorius

$\bar{\lambda}$ – strypinio elemento sąlyginis liaunis

λ_{rib}, λ_{lim} – elemento ribinis liaunis

μ – skaičiuojamojo ilgio koeficientas

Π – pilnutinė potencinė energija

σ_y – medžiagos takumo įtempiai (tempimo atveju)

σ_{cr} – medžiagos kritiniai klupimo įtempiai

[Φ] – tiesinių takumo sąlygų koeficientų matrica

φ – elemento kampinė deformacija

χ – takumo įtempių redukcijos koeficientas

Ω – išorinių jėgų potencialas

ĮVADAS

Nagrinėjamas objektas

Statybinių konstrukcijų projektavimo ateitis siejama su optimalių projektavimo sprendinių paieška. Didėjančios statybų išteklių išlaidos skatina projektuotojus ieškoti ekonomiškai optimalių statybinių konstrukcijų projektavimo variantų. Čia ir pasireiškia konstrukcijų optimizavimo teorijos taikymo praktikoje privalumai.

Optimizavimo tikslas – sukurti optimalią konstrukciją, kurios masė ir energijos sąnaudos būtų tiesiogiai susijusios, o konstrukcijos, veikiamos įvairių išorinių poveikių, elgsena atitiktų saugos ir tinkamumo ribiniams būviams keliamus reikalavimus.

Optimizuojant gaunama optimali konstrukcija, tačiau siekiant kuo tiksliau įvertinti galimų išorinių poveikių įtaką konstrukcijos elementams, būtina atlikti jos įtempių ir deformacijų būvio analizę. Jos rezultatai įvertina konstrukcijos elgseną jai deformuojantis. Stebint rezultatų kitimą apkrovimo metu, galima prognozuoti plastinių lankstų susidarymo vietas, tirti jų atsivėrimo dinamiką ir sudaryti konstrukcijos plastinio deformavimosi trajektoriją.

Šio baigiamojo magistrinio darbo tikslas – plokščios rėminės strypinės konstrukcijos, kurios elementai yra tempiami ar gniuždomi ir kartu lenkiami, optimalaus sprendinio geometriškai netiesinė įtempių ir deformacijų būvio analizė ir rezultatų palyginimas.

Darbo aktualumas

Pastaruosius dešimtmečius intensyviai buvo nagrinėjama ir tobulinama konstrukcijų optimizavimo teorija, metodai ir skaičiavimo algoritmai bei jų integracija su šiuolaikinėmis kompiuterinio modeliavimo ir automatizuoto projektavimo sistemomis. Tapo aišku, kad konstrukcijos deformuoto būvio parametrų ir medžiagos plastinių savybių įvertinimas daug tiksliau išreiškia konstrukcijos darbą įvairiuose apkrovimo etapuose. Dėl to reikia matematiškai formalizuoti ne tik įvarius skaičiavimo reikalavimus, bet ir pačios konstrukcijos darbą, kai ji deformuojasi (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

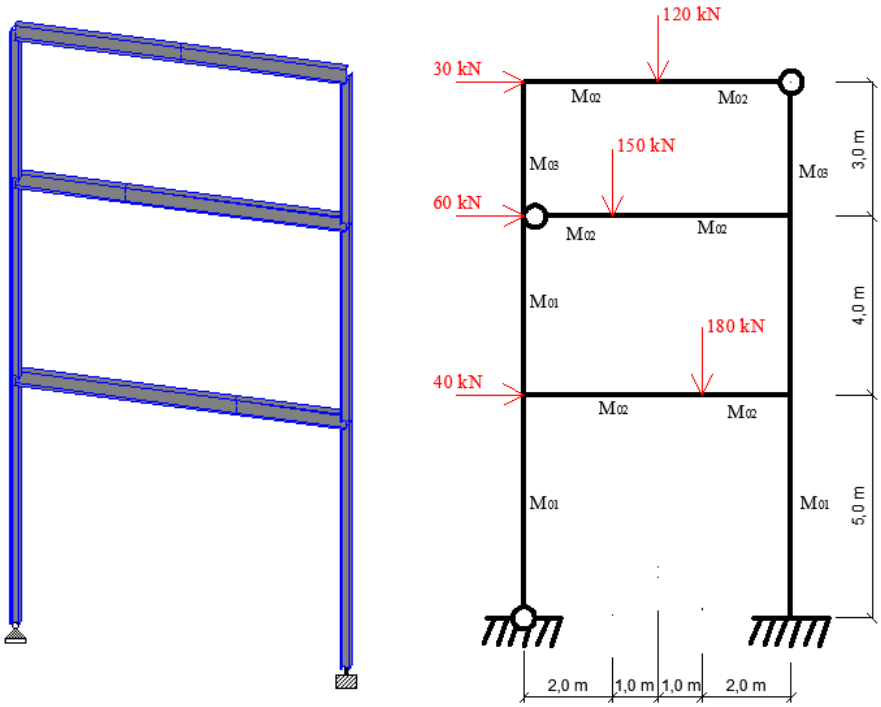
Norint gauti optimalią konstrukciją, atitinkančią normatyvinius reikalavimus, turi būti siekiama, kad jos skaičiuojamoji schema nesikeistų, strypui ar jų grupei pasiekus ribinį būvį, t. y. konstrukcija nepradėtų staiga irti. Praktikoje konstrukcijos dažnai projektuojamos iš elementų (strypų), kurių medžiaga pasižymi plastinėmis savybėmis. Plastinių savybių turintys elementai, konstrukcijai deformuojantis, pasiekę tampraus atsako ribą, kai apkrova yra toliau didinama, nepatiria staigaus suirimo, o pradeda deformuotis plastiškai. Nukrovus tokią konstrukciją, joje lieka negrįžtamųjų plastinių deformacijų ir įrąžų. O jeigu apkrova yra didinama toliau – įvyksta plastiškoji konstrukcijos suirtis.

Konstrukcijos elgsena priklauso nuo įvairių veiksnių, tačiau jų visų negalime įvertinti statybinės mechanikos tiesinės teorijos metodais, nes konstrukcijai deformuojantis jos geometrija kinta. Taip pat prasmės netenka mažų poslinkių principas. Dėl to pereinama prie išsamesnių, tačiau daug sudėtingesnių netiesinės teorijos apibendrinimų.

Optimizacijos uždavinys formuluojamas taikant ekstreminį energijos sklaidos minimumo principą. Analizės uždavinys savo ruožtu formuluojamas taikant ekstreminį papildomos deformavimo energijos minimumo principą. Optimalus rezultatas pasiekiamas po tam tikro iteracijų skaičiaus, kai yra pasiekiamas priimtas tikslumas.

Analizės uždavinys, įvertinant konstrukcijos geometrijos netiesiškumą, sprendžiamas siekiant kuo tiksliau įvertinti optimalios konstrukcijos įtempių ir deformacijų būvį, kai konstrukcija dar nėra visiškai plastiškai suirusi. Analizės uždavinio sprendimas, taip pat leidžia tirti konstrukcijos elgseną apkrovimo eigoje.

Tyrimo objektas – pasirinktos geometrijos rėmas, jo skaičiuojamoji schema pavaizduota 1 paveiksle.



1 pav. Pasirinktos geometrijos rėmas ir jo skaičiuojamoji schema

Rėmo elementai projektuojami iš karšto valcavimo dvitėjų profiliuočių. Pirmo ir antro aukšto kolonos – iš europinio standarto HEB profiliuočių, trečio aukšto kolonos – iš europinio standarto HEAA profiliuočių, sijos – iš europinio standarto IPE profiliuočių. Visi konstrukcijos elementai yra tempiami arba gniuždomi ir kartu lenkiami, todėl kiekviename iš jų veikia po tris

įrąžas - lenkimo momentai elemento galuose ir ašinė jėga. Konstrukcijos elementai gali deformuotis rėmo plokštumoje tiek momento veikimo kryptimi, tiek ašinės jėgos veikimo kryptimi.

Darbo tikslai:

- Tangentinės standumo matricos lenkiamam ir kartu tempiamam ar gniuždomam elementui sudarymo ypatumų analizė bei analitinių išraiškų formavimas „MATLAB R2008a“ aplinkoje;
- Rėminių konstrukcijų geometriškai netiesinės analizės uždavinio skaičiavimo algoritmo, įvertinant plieno netampriąsias savybes, tobulinimas;
- Skaitinis eksperimentas: pasirinktos geometriškai netiesinės rėminės konstrukcijos optimizacija ir analizė. Rezultatus palyginti su geometriškai tiesinės konstrukcijos optimizacijos ir analizės rezultatais;
- Plastinio deformavimo trajektorijos nustatymas.

Darbe taikyti metodai:

- baigtinių elementų metodas;
- Niutono – Rapsono iteracinis apkrovos kontrolės metodas;
- matematinio programavimo teorija ir metodai tiesinių bei netiesinių uždavinių sprendimui;
- ekstreminiai energiniai statybinės mechanikos principai netamprių konstrukcijų optimizacijos ir analizės uždavinių formulavimui.

Darbo mokslinis naujumas: patobulintas rėminių konstrukcijų, kurių elementai yra tempiami ar gniuždomi ir kartu lenkiami, įtempių ir deformacijų būvio analizės uždavinio sprendimo algoritmas, įvertinant konstrukcijoje pasireiškiantį geometrinį netiesiškumą; tangentinių standumo matricų analitinių išraiškų skaitinis modeliavimas; konstrukcijos optimizavimas įvertinant standumo, konstrukcinių reikalavimų ir elementų ribinio stabilumo sąlygas.

Numatyti rezultatai: šio darbo rezultatai gaunami atsisakius skaičiavimo pagal nedeformuotą būvį, vertinama konstrukcijos geometrijos pasikeitimo įtaką įtempių ir deformacijų būviui. Konstrukcijos medžiaga tampri plastinė, o jos įtempių ir deformacijų priklausomybė yra netiesinė.

Šiame darbe:

- Sudarytas pasirinktos geometrijos plokščios rėminės konstrukcijos, diskretinis modelis.
- Suformuotas algoritmas konstrukcijos geometrijai aprašyti, taikant „MATLAB R2008a“ programinę įrangą ir matematinio programavimo teoriją.

- Sudarytas algoritmas tempiamo ar gniuždomo ir kartu lenkiamo baigtinio elemento tangentinės standumo matricos formavimui, taikant „MATLAB R2008a“ paprograme simboliniams skaičiavimams.
- Programos „MATLAB R2008a“ aplinkoje sudarytas algoritmas plokščios rėminės konstrukcijos tamprių įrąžų ir poslinkių skaičiavimui, įvertinant konstrukcijos geometrijos netiesiškumą, taikant tangentinio standumo metodą.
- Suformuotas algoritmas, rėminės konstrukcijos netiesinių pusiausvyros lygčių koeficientų matricos formavimui „MATLAB R2008a“ aplinkoje.
- Išanalizuoti konstrukcijos stiprumo, stabilumo, ir konstrukcinių apribojimų sąlygų sudarymo ypatumai.
- Sudarytas algoritmas konstrukcijos elementų iš karštai valcuotų dvitėjų profiliuočių takumo įtempių redukcijos koeficientams skaičiuoti.
- Sudarytas pasirinktos geometrijos rėmo kolonų skaičiuojamojo ilgio skaičiavimo algoritmas „MATLAB R2008a“ aplinkoje.
- Sudarytas plokščios rėminės konstrukcijos, nepasiekusios visiško plastiškojo suirimo, elementų skerspjūvių optimizavimo, įvertinant deformuojamos konstrukcijos geometrinį netiesiškumą, algoritmas „MATLAB R2008a“ aplinkoje.
- Suformuotas algoritmas „MATLAB R2008a“ aplinkoje, geometriškai netiesinių rėminių konstrukcijų, nepasiekusių visiško plastiškojo suirimo, įtempių ir deformacijų būvio analizei atlikti, kai yra įvertinamas geometrinis netiesiškumas.
- Atlikta lyginamoji geometriškai netiesinio tampraus sprendinio analizė, rezultatai palyginti su optimizacijos ir analizės rezultatais, gautais skaičiuojant neįvertinus geometrinio netiesiškumo, abiem atvejais gauti rezultatai palyginti su programinės įrangos „STAAD.Pro V8*i*“ skaičiavimo rezultatais.
- Atlikta tampriai plastinio sprendinio, gauto skaičiuojant įvertinus geometrinį netiesiškumą, lyginamoji analizė, rezultatai palyginti su optimizacijos ir analizės rezultatais, gautais skaičiuojant neįvertinus geometrinio netiesiškumo.
- Sudaryta pasirinktos geometrijos plokščios rėminės konstrukcijos plastinio deformavimosi trajektorija.
- Suformuluotos išvados.

1. LYGINAMOJI ANALIZĖ

1.1. Literatūros analizė

Naujų skaičiavimo įrenginių – kompiuterių antrojoje 20 amžiaus pusėje atsiradimas, buvo esminis įvykis moksliniame ir technologiniame visuomenės tobulėjime. Įrenginiai galintys atlikti logines operacijas leido spręsti naujo tipo problemas, susijusias su funkcinio sprendinio paieška. Tai skatino greitą matematinių metodų tobulinimą tokiose svarbiose sferose, kaip ekonomika, industrinės technologijos ir kt. Be kita ko, kompiuteris tapo galingu įrankiu įvairių uždavinių naujų sprendimo metodų kūrimui. Viso to rezultatas – ne tik atsiradusi galimybė spręsti daugelio taikomųjų mokslų uždavinius, įskaitant ir kieto deformuojamo kūno mechanikos, bet taip pat kurti naujus, daug išsamesnius uždavinius. Naujų uždavinių sąrašas prasidedantis tokiais uždaviniais, kaip įvairių mokslo ir technologinių sričių optimizacijos uždaviniai, kaip vėliau pastebėta, darė didelę įtaką mažinant ekonomines išlaidas (Čyras, Borkowski, Karkauskas 2004).

Pagrindinis konstrukcijos skaičiavimo tikslas yra nustatyti jos stiprumą, stabilumą ir standumą. Kiekvieną šį uždavinį apibrėžia trys pagrindiniai faktoriai: apkrova, nagrinėjamo kūno geometrija ir medžiagos modelis. Statybinės mechanikos uždavinį galima išspręsti tada, kai visi elementų parametrai yra žinomi. Tokius uždavinius A. Čyras siūlė vadinti *analizės uždaviniais.* Taip jie vadintini, jo nuomone, dėl to, kad sprendžiant tokį uždavinį nustatomas vien kūno įtempių ir deformacijų būvis, t. y. kūnas analizuojamas mechaniniu požiūriu: lyginant su eksploataciniais reikalavimais, įsitikinama, ar konstrukcija yra pakankamai stipri, standi ir stabili. Jeigu kurie nors išvardintų parametrų iš anksto nenustatyti, uždavinys tampa neapibrėžtu, jam išspręsti reikia papildomų sąlygų. Tenka jau ne analizuoti kūną, bet nustačius deformuojamo kūno parametrų ribas (suformulavus nelygybių pavidalu stiprumo, standumo ir stabilumo sąlygas), siekti pasirinkto tikslo (ieškoti tinkamo apkrovos, tinkamos geometrijos ar tinkamos medžiagos). Taip atsiranda ekstreminis uždavinys, kurį išsprendus randami ne tik įtempiai bei deformacijos, bet ir rūpimieji apkrovos, kūno geometrijos ar medžiagos parametrai. Ekstreminio uždavinio sprendimas grindžiamas matematinio programavimo teorija ir metodais (Atkočiūnas, Čižas 2002).

Konstrukcijų projektavimo praktikai svarbus yra kūno *fizikinių parametrų optimizavimo uždavinys* arba, kaip jį vadino A. Čyras, tiesiog *projektinis uždavinys*. Šiuo atveju apkrova yra žinoma, ir galima rasti labai daug įvairių konstrukcijos elementų fizikinių parametrų derinių, kurie visi tenkins skaičiavimo sąlygas. Šių derinių optimalumo kriterijus gali būti, pavyzdžiui, konstrukcijos kaina (Atkočiūnas, Čižas 2002).

Atsiradus elektroninėms skaičiavimo mašinoms, pradėta aktyviai plėtoti optimizavimo teorija ir metodai – tiesinis programavimas, o kartu ir netiesinis bei dinaminis, stochastinis

programavimas. Skaičiavimo mašinų tobulinimas leido spręsti sudėtingesnius ir didesnės apimties optimizavimo bei operacijų tyrimo uždavinius. Didelės įtakos netiesinio programavimo plėtrai turėjo 1951 m. H. Kuno ir A. Takerio suformuluoti netiesinio programavimo uždavinių optimalumo kriterijai – sprendinių egzistavimo būtinosios ir pakankamosios sąlygos (Kalanta 2006).

Sovietų Sąjungoje matematiniai optimizavimo metodai, tiesinis ir netiesinis programavimas sparčiai ėmė plisti ir pradėti taikyti liaudies ūkyje nuo 1956 metų. Prie jų tobulinimo ir diegimo daug prisidėjo žymus šalies ekonomistai ir matematikai L. Kantorovičius, J. Golšteinas, D. Judinas, Europoje paminėtini lenkų, italų, vokiečių ir kt. mokslininkų darbai. 20 amžiaus šeštajame dešimtmetyje matematiniai metodai pradėti taikyti ir Lietuvoje. Akademikas V. Matulis juos taikė pasėlių struktūrai optimizuoti ir kitiems žemės ūkio klausimams spręsti, akademikas J. Mockus sprendė elektros tinklų optimizavimo klausimus, sukūrė sudėtingų sistemų optimalaus projektavimo bei globalinio optimizavimo metodus. Akademikas A. Čyras pirmasis Sovietų Sąjungoje pritaikė matematinio programavimo metodus konstrukcijoms optimizuoti ir išplėtojo tamprių-plastinių konstrukcijų optimizavimo teoriją. Tobulinant šių konstrukcijų optimizavimo teoriją ir diskretizavimo bei skaičiavimo metodus daug nuveikė ir Vilniaus Gedimino technikos universiteto mokslininkai J. Atkočiūnas, S. Kalanta, R. Karkauskas, A. Čižas, R. Kačianauskas ir kt. Jie šia tema paskelbė daugiau kaip 10 monografijų ir daugybę mokslinių straipsnių.

Lietuvoje konstrukcijų optimizavimo raida sietina su Vilniaus inžinerinio statybos instituto (VISI, dabar Vilniaus Gedimino technikos universitetas) įkūrėjo ir pirmojo jo rektoriaus akademiko A. Čyro darbais. A. Čyras yra statybinės optimizacinės mechanikos pradininkas Lietuvoje. Akademikas statybinės mechanikos plėtrą gana greitai susiejo su šiuolaikine taikomąja matematika ir naujausiomis to meto kompiuterinėmis technologijomis. 1968 ir 1969 metais A. Čyras paskelbė keletą darbų apie dualumą statybinės mechanikos bei tamprumo ir plastiškumo teorijos uždaviniuose. A.Čyras juose pateikė naują požiūrį į statybinės mechanikos problemas, į optimizavimo uždavinių formulavimą, į jų sprendimo metodiką, bei atsiskleidžiančias reikšmingas didaktikos galimybes mokymo procese. Apie matematinio programavimo dualumo teoriją mechanikoje akademikas rašė: *„Iš matematinio programavimo teorijos yra žinoma, kad kiekvienam ekstreminiam uždaviniui galima sudaryti dualų uždavinį. Tuo patvirtinamas ir plačiai žinomas mechanikos teiginys, pagal kurį kiekvieną ekstreminį kietojo kūno mechanikos principą, formuluojamą jėgų kintamaisiais, atitinka dualus principas, išreikštas deformacijų būvio terminais. Mechanikoje paprastai šie nauji principai formuluojami atsietai. Matematinio programavimo dualumo teorija leidžia juos gauti grynai formaliu būdu. Tuo tikslu sudaroma Lagranžo funkcija, susidedanti iš pradinio uždavinio tikslo funkcijos ir sąlygų, padaugintų iš atitinkamų kintamųjų. Toliau, kad būtų įvykdytos Lagranžo funkcijos stacionarumo sąlygos, jos variacijos pagal pradinio*

uždavinio kintamuosius prilyginamos nuliui. Jos ir yra dualaus uždavinio sąlygos. Po formalių matematinių pertvarkymų nesunku atskleisti naujų ekstreminių uždavinių fizikinę prasmę ir žodžiais“. Matematinio programavimo dualumo teorijos taikymas buvo visos akademiko A. Čyro mokslinės veiklos ir daugelio jo padarytų išvadų pagrindas (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

Ne tik optimizacijos bet ir deformuojamų konstrukcijų įtempių ir deformacijų būvio analizės uždaviniai buvo formuluojami kaip matematinio programavimo (iš pradžių tiesinio, vėliau netiesinio iškilojo) uždaviniai. A. Čyro mokslinės veiklos pradžioje minėtų uždavinių sprendimui žinomų algoritmų, o juo labiau programų nebuvo daug. Ir algoritmus, ir programas tekdavo kurti patiems matematinių modelių autoriams, ypač kai tekdavo atsižvelgti į tų modelių specifiką. Net tiesinio programavimo uždaviniams spręsti standartinis simplekso algoritmas buvo modifikuojamas. Savitą modifikaciją A. Krutinis ir A. Čižas taikė tamprių-plastinių vienmačių sistemų su ribotomis deformacijomis (gulinčių ant deformuojamo pagrindo) apkrovos optimaliam pasiskirstymui nustatyti (Atkočiūnas, Čižas 2002).

Netiesinio matematinio programavimo uždaviniams spręsti buvo pasitelktas Rozeno projektuojamųjų gradientų metodas. Jį optimalių tampriųjų konstrukcijų stabilumui nagrinėti pritaikė P. Baublys ir I. Cypinas (1969). Pirmieji netiesiniai uždaviniai buvo sprendžiami VISI įkurtame Skaičiavimo centre kompiuteriu „Minsk-22“. Tačiau skaičiavimus labai ribojo menki to meto kompiuterių pajėgumai (Atkočiūnas, Čižas 2002).

Vadovaujant A. Čyrui palaipsniui į tamprių-plastinių konstrukcijų optimizacijos ir analizės uždavinių sprendimą, šalia R. Karkausko, J. Atkočiūno ir S. Kalantos įsijungė P. Čyras, K. Vislavičius, V. Skaržauskas ir kt. Šiuo laikotarpiu ženklus S. Kalantos įnašas, taikant pusiausvirus baigtinius elementus tamprių-plastinių, standžių-plastinių konstrukcijų diskretizacijai. Tamprioms sistemoms S. Kalanta sudarė du alternatyvius pusiausvirųjų baigtinių elementų metodo algoritmus: standumo (poslinkių metodas) ir pasiduodamumo (jėgų metodas). A. Čyras, S. Kalanta ir R. Kačianauskas rado būdus kaip kuo geriau išreikšti medžiagos takumo sąlygas, pritaikytas baigtiniams elementams (Atkočiūnas, Čižas 2002).

Nuo plastinio suirimo pirmiausia atitolo A. Čižas ir jo mokiniai (V. Kamaitis, S. Stupak, M Šukšta ir kt.), ėmę nagrinėti konstrukcijas, pagamintas iš plastinės tiesiškai stiprėjančios medžiagos, ir vietoj idealaus plastinio lanksto koncepcijos nustatinėti plastinių deformacijų paplitimo zonas strypuose su realios formos skerspjūviais, formuoti optimalias strypines sistemas iš realaus skerspjūvių rinkinio (Atkočiūnas, Čižas 2002).

A. Čyrui suformulavus tamprių-plastinių sistemų, dar nepasiekusių visiško plastinio suirimo, analizės uždavinių matematinius modelius, jo mokiniai (L. Rimkus, L. Čiupaila ir kt.) ėmėsi šių uždavinių sprendimo algoritmų ir programų kūrimo. J. Atkočiūnas, pasitelkdamas idealiai tamprių-plastinių konstrukcijų deformacijų darnos lygčių sudarymui Kuno ir Takerio sąlygas, toliau

plėtojo liekamųjų poslinkių kitimo ribų skaičiavimo metodiką ir pradėjo spręsti rėmų ir plokščių optimizacijos uždavinius prisitaikomumo stadijoje (Atkočiūnas, Čižas 2002).

A. Čyras, R. Baušys, R. Karkauskas apie 1985 m. pradėjo nagrinėti idealiai tamprių-plastinių rėminių konstrukcijų su ribotais poslinkiais optimizaciją. Buvo sukurti patobulinti algoritmai tokių optimizacijos uždavinių sprendimui (Atkočiūnas, Čižas 2002).

Sprendžiant specifinius netiesinio programavimo uždavinius tenka arba naudoti vieną iš platinamų paketų ir papildyti jį individualiais tikslo funkcijos bei apribojimų skaičiavimo paprogramiais, arba kurti individualias šių uždavinių sprendimo programas, pasirenkant efektyvų nagrinėjamiems uždaviniams spręsti optimizacijos algoritmą. Pastarąja kryptimi dirbo Vilniaus Gedimino technikos universiteto Statybinės mechanikos katedros mokslininkai, sukūrę programas kvadratinio bei netiesinio programavimo uždaviniams spręsti, skirtas statybinių konstrukcijų optimizavimui ir analizei (Kalanta 2003).

Geometriškai netiesinių konstrukcijų optimizacijos ir analizės uždavinių sprendimą, pritaikant matematinio programavimo teoriją ir principus, bei atsižvelgiant į medžiagos netiesines savybes ir konstrukcinius standumo, stabilumo ir eksploatacinius reikalavimus, savo darbuose plačiai nagrinėja Vilniaus Gedimino technikos universiteto Statybinės mechanikos katedros dėstytojai R. Karkauskas, M. Popov ir kt. Daugelyje jų straipsnių yra plačiai išnagrinėti įvairių tipų konstrukcinių elementų tangentinių standumo matricų sudarymo metodai, sudaryti netiesinių pusiausvyros lygčių sprendimo algoritmai, taikant iteracinį apkrovos kontrolės Niutono – Rapsono metodą.

Šiuolaikinės kompiuterinės technologijos, matematika, fiziniai mokslai ir eksperimentiniai tyrimai suteikia naujas galimybes sudėtingiems, daugiakriteriniams konstrukcijų analizės ir optimizacijos uždaviniams spręsti. Tai leidžia tirti optimalių konstrukcijų atsaką modeliuojamiems poveikiams ir suprojektuoti ekonomiškesnes konstrukcijas (Norkus 2006).

1.2. Netiesinio uždavinio samprata

Netiesinių reiškinių skaitinis modeliavimas yra labai aktuali, tačiau ir labai sudėtinga problema. Dėl didėlės realiame gyvenime vykstančių reiškinių, taip pat jų matematinių modelių bei sprendimo algoritmų įvairovės negalima sukurti vieno universalaus modelio ar algoritmo, kuris būtų efektyvus visiems netiesinio uždavinio atvejams. Sprendžiant netiesinius uždavinius galioja esminis teiginys – matematiniai modeliai ir kompiuteriniai algoritmai turi gerai nusakyti nagrinėjamų objektų fizikinę prasmę (Barauskas, *et. al.* 2004).

Nagrinėjant formaliai, netiesinis uždavinys suprantamas kaip algebrinis uždavinys (lygčių sistema ar tikrinių reikšmių uždavinys), kurio koeficientai priklauso nuo uždavinio nežinomųjų konkrečių reikšmių. Tokio uždavinio sprendinys yra apskaičiuojamas tikslingai sprendžiant tiesinių uždavinių seką. Konkretūs algoritmai labai priklauso nuo konkretaus uždavinio savybių. Žinant, kad dauguma netiesinių reiškinių yra per tam tikrą laiką kintantys procesai, nesunku suvokti, su kokiais sunkumais susiduriama sprendžiant netiesinius uždavinius (Barauskas, *et. al.* 2004).

1.3. Pavieniai netiesiškumo atvejai

Sprendžiant praktiškai svarbius uždavinius tenka atsisakyti prielaidų, dėl kurių tas uždavinys galėtų būti sprendžiamas kaip tiesinis. Jei bent viena tiesinį uždavinį apibūdinanti prielaida netenka prasmės, uždavinys išlieka netiesinis. Dažniausiai pasitaikantys pavieniai dvimačių struktūrų netiesiškumo atvejai (Barauskas, *et. al.* 2004):

1) **Medžiagos (fizinis) netiesiškumas**. Čia įvertinamas tik netiesinis įtempių ir deformacijų ryšys, o linijiniai poslinkiai ir kampiniai posūkiai, bei linijinės ir kampinės deformacijos laikomos mažomis. Pavyzdžiui, netiesinio tamprumo atveju įtempiai nėra tiesiškai proporcingi deformacijoms, dėl ko pasireiškia liekamosios deformacijos.
2) **Geometrinis netiesiškumas, kai mažų poslinkių prielaida netenka galios**. Tokiame uždavinyje įvertinami dideli poslinkiai , o deformacijos yra laikomos mažomis.
3) **Geometrinis netiesiškumas, kai mažų deformacijų prielaida netenka galios**. Šiame uždavinyje įvertinamos didelės deformacijos, o poslinkiai laikomi mažais.
4) **Struktūrinis (konstrukcinis) netiesiškumas**. Šiuo atveju įvertinamas kraštinių sąlygų kitimas ir dėl to pakitusi kūno elgsena. Pakinta kūno atrėmimo sąlygos.

Mechanikoje vartojamos sąvokos *dideli* ir *maži* poslinkiai ar deformacijos turi santykinę prasmę. Sąvoka „dideli“ reiškia, kad atsižvelgiama į kūno geometrijos pokyčius, įvertinant baigtines geometrinių dydžių reikšmes. Bendruoju atveju geometrinis netiesiškumas gali būti apibūdinamas kaip kūno formos ir matmenų pokyčių įvertinimas. Dažnai, kalbant apie didelius ar mažus poslinkius, galima atskirai nagrinėti linijinius poslinkius ir kampinius poslinkius (Barauskas, *et. al.* 2004).

Esant sudėtingesniems reiškiniams konstrukcijoje gali pasireikšti visi minėti netiesiškumai, ar įvairios jų kombinacijos. Šiame darbe, analizuojant pasirinktos geometrijos rėmą, yra įvertinamas tiek medžiagos fizinis, tiek konstrukcijos geometrinis netiesiškumai.

2. BAIGTINIŲ ELEMENTŲ METODAS

2.1. Įvadas

Baigtinių elementų metodas labai plačiai taikomas sprendžiant daugelį inžinerinių uždavinių. Tai gana universalus metodas, pasižymintis geru algoritmiškumu ir jungiantis savyje statybinės mechanikos, skaitinių metodų, matematinio programavimo ir skaičiavimo technikos pasiekimus (Dulmanas, Karkauskas 1992).

Baigtinių elementų metodas sudaro šiuolaikinės konstrukcijų analizės pagrindą. Metodo atsiradimas sutapo su kompiuterinės technikos eros pradžia. Baigtinių elementų metodas atsirado ir ištobulėjo kaip klasikinio poslinkių metodo išplėtimas tamprumo teorijos uždaviniams. Pirmąja šio metodo publikacija laikytina M. J. Turnerio ir jo kolegų iš Boeing Aircraft Co. darbas, paskelbtas 1956 m. Baigtinio elemento terminas buvo įvestas kiek vėliau pasirodžiusiame R.W. Clougho darbe. Prie baigtinių elementų metodo ištakų reikia priskirti ir ankstyvuosius J. H. Argyriso ir kolegų darbus, atliktus nuo 1954 m. Šiuose darbuose kartu pateikiamos matricinės jėgų ir poslinkių metodų formuluotės. Tačiau praktiškai prigijo poslinkių formuluotė, pasirodžiusi esanti daug lengviau programuojama ir universalesnė. Esminis įnašas į baigtinų elementų metodo teorinį pagrindą padarytas 1963 m., kai R. J. Meloshas parodė, jog šis metodas gali būti traktuojamas kaip seniai žinomo energinio Railio ir Rytzo metodo atmaina. Netrukus baigtinių elementų metodas buvo pritaikytas geometriškai netiesinių konstrukcijų skaičiavimams, įvertinant didelius konstrukcijos poslinkius, bei konstrukcijų pastovumo analizei (Cypinas 1997).

2.2. Pagrindiniai konstrukcijų skaičiavimo baigtinių elementų metodu etapai

Skaičiuojant baigtinių elementų metodu, konstrukcija sudalinama į atskirus baigtinius elementus, kurie tarpusavyje yra sujungti tik mazguose. Strypinėms konstrukcijoms toks padalinimas į baigtinius elementus yra akivaizdus, kadangi elementais tampa atskiri strypai (Dulmanas, Karkauskas 1992).

Pagrindiniai konstrukcijų skaičiavimo baigtinių elementų metodu etapai (Dulmanas, Karkauskas 1992):

1. Konstrukcijos sudalinimas į baigtinius elementus, kurių tipas ir skaičius priklauso nuo pačios nagrinėjamos konstrukcijos geometrijos, pridėtos išorinės apkrovos, nuo reikalingo skaičiavimo tikslumo ir turimos skaičiavimo priemonės pajėgumo.
2. Sudaromos elementų standumo matricos lokalinėje koordinačių sistemoje. Tai Dekarto koordinačių sistema, kurios ašis x' visuomet sutampa su strypo ašimi ir bendruoju

atveju nesutampa su vieninga visos konstrukcijos koordinačių sistema, vadinama globaline.

3. Baigtinių elementų standumo matricos sudarymas globalinėje koordinačių sistemoje. Jei baigtinių elementų lokalinės koordinačių sistemos nesutampa su vieninga visai konstrukcijai (globaline) koordinačių sistema, būtina pereiti nuo lokalinių koordinačių sistemų į globalinę.
4. Sudaroma visos konstrukcijos globalinė standumo matrica. Ši matrica išreiškia ryšį tarp konstrukcijos mazgų poslinkių ir išorinės apkrovos.
5. Įvertinamos kraštinės sąlygos ir nustatomi konstrukcijos mazgų poslinkiai.
6. Skaičiuojamos įrąžos.

Baigtinių elementų metodo pagrindinės matricos ir sudarymo metodika pateikta 3 skyriuje.

3. TANGENTINĖ STANDUMO MATRICA

3.1. Bendrosios žinios

Siekiant kuo tiksliau įvertinti konstrukcijos darbą, kai vertinamas geometrinis netiesiškumas, jai deformuojantis, reikia spręsti baigtinių elementų metodo netiesinę lygtį (Barauskas *et al.* 2004):

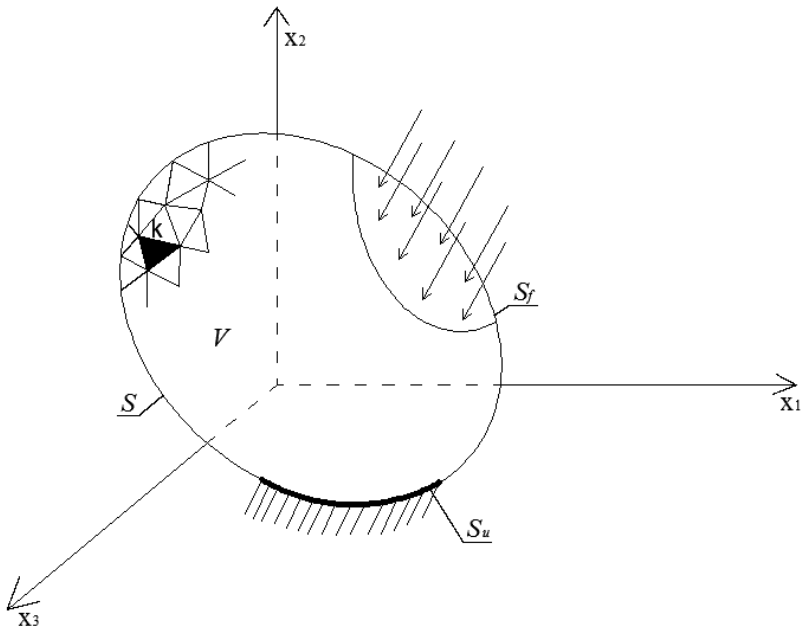
$$[K_\tau]\{u_e\} = \{F\}, \tag{3.1}$$

čia $[K_\tau] = [K_e] + [K_g] + [K_u]$ – konstrukcijos tangentinė standumo matrica, kur $[K_e]$ – mažų poslinkių (tampraus sprendinio) standumo matrica, $[K_g]$ – geometrinė standumo matrica, įvertinanti konstrukcijos deformuoto būvio įtaką jos standumui, $[K_u]$ – pradinių poslinkių standumo matrica, įvertinanti konstrukcijos elementų formos pasikeitimą deformavimosi metu.

Plačiau apžvelgsiu tangentinio standumo matricos sudarymo metodiką.

Baigtinių elementų metodo tangentinei standumo matricai sudaryti taikysime diskretizuoto kūno potencinės energijos Π stacionarumo sąlygą (Atkočiūnas, Nagevičius 2004; Barauskas *et al.* 2004), kuri yra siejama su pirmąją funkcionalo Π variacija, prilyginta nuliui.

Nagrinėjamas kūnas, kurio tūris *V* yra apribotas uždaru paviršiumi *S*. Kūnas yra skaidomas į baigtinį skaičių elementų *k*, kaip pavaizduota 2 paveiksle.



2 pav. Kūno diskretizavimas baigtiniais elementais

2 paveiksle pavaizduoto kūno kiekvieno baigtinio elemento *k* taškus veikia:

tūrinės jėgos, tūryje *V*:

$$\{g(x)\} = [g_1(x_1, x_2, x_3)\ g_2(x_1,\ x_2, x_3)\ g_3(x_1, x_2, x_3)]^T;$$

paviršinės jėgos, paviršiaus *S* dalyje S_f :

$$\{q(x)\} = [q_1(x_1, x_2, x_3)\ q_2(x_1,\ x_2, x_3)\ q_3(x_1, x_2, x_3)]^T;$$

elementų tarpusavio sąveikos mazginės jėgos:

$$\{F(x)\} = [F_1(x_1, x_2, x_3)\ F_2(x_1,\ x_2, x_3)\ F_3(x_1, x_2, x_3)]^T;$$

elementų taškus veikiančios reakcijos atraminiame S_u paviršiuje, kur poslinkiai $\{u(x)\} = 0$:

$$\{r(x)\} = [r_1(x_1, x_2, x_3)\ r_2(x_1,\ x_2, x_3)\ r_3(x_1, x_2, x_3)]^T;$$

visų kitų elementų bet kurio taško poslinkiai:

$$\{u(x)\} = [u_1(x_1, x_2, x_3)\ u_2(x_1,\ x_2, x_3)\ u_3(x_1, x_2, x_3)]^T.$$

Tamprumo teorijos uždaviniuose pilnutinė potencinė energija Π susideda iš vidinių jėgų potencialo *U* (potencinė kūno deformavimo energija) ir išorinių jėgų potencialo Ω (potencinė išorinių jėgų energija):

$$\Pi = U + \Omega. \tag{3.2}$$

Potencinę kūno deformavimo energiją nulemia atskirų baigtinių elementų suminė potencinė deformavimo energija, t. y.:

$$U = \sum_{k=1}^{n} U_k, \tag{3.3}$$

čia: *n* – baigtinių elementų skaičius; U_k – įtempto ir deformuoto baigtinio elemento potencinė energija, kuri išreiškiama taip:

$$U_k = \frac{1}{2} \int_{V_k} \{\varepsilon_k(x)\}^T \{\sigma_k(x)\} dV_k. \tag{3.4}$$

Čia:

$\{\varepsilon_k(x)\}$ – įtempto ir deformuoto *k*-tojo baigtinio elemento deformacijų vektorius;

$\{\sigma_k(x)\}$ – įtempto ir deformuoto *k*-tojo baigtinio elemento įtempių vektorius;

V_k – *k*-tojo baigtinio elemento tūris.

Išorinių jėgų potencialas įvertina išorinių jėgų atliktą darbą baigtinio elemento poslinkiuose $\{u(x)\} = [u_1(x_1,\ x_2, x_3)\ u_2(x_1,\ x_2, x_3)\ u_3(x_1,\ x_2, x_3)]^T$ ir elemento mazginių jėgų $\{F_k\}$ darbą poslinkiuose $\{u_k\}$:

$$\Omega = \sum_{k=1}^{n} \Omega_k = -\int_{V_k} \{u(x)\}^T \{g(x)\} dV_k - \int_{S_{f,k}} \{u(x)\}^T \{q(x)\} dS_k - \int_{V_k} \{u_k\}^T \{F_k\} dV_k. \quad (3.5)$$

Taigi pilnutinė diskretizuoto kūno potencinė energija Π yra lygi vidinių ir išorinių jėgų darbui, atliktam gražinant deformuotą kūną į jo pirmykštį nedeformuotą būvį (bet nenukraunant, t. y. nepašalinant išorinių jėgų). Tokiu būdu diskretizuoto elemento *k* pilnutinė potencinė energija Π_k bus gauta susumavus paskirų baigtinių elementų vidinių (3.4) ir išorinių (3.5) jėgų potencialus:

$$\Pi_k = \frac{1}{2}\int_{V_k} \{\varepsilon_k(x)\}^T \{\sigma_k(x)\} dV_k - \int_{V_k} \{u(x)\}^T \{g(x)\} dV_k - \int_{S_{f,k}} \{u(x)\}^T \{q(x)\} dS_k - \int_{V_k} \{u_k\}^T \{F_k\} dV_k. \quad (3.6)$$

Taikant pilnutinės potencinės energijos stacionarumo sąlygą $\partial \Pi_k = 0$, gaunamos baigtinio elemento pusiausvyros lygtys, kurios, užrašytos mazginiais poslinkiais atrodo taip:

$$\frac{\partial \Pi_k}{\partial \{u_k\}} = \frac{\partial}{\partial \{u_k\}}\left(\frac{1}{2}\int_{V_k} \{\varepsilon_k(x)\}^T \{\sigma_k(x)\} dV_k\right) - \frac{\partial}{\partial \{u_k\}}\left(\int_{V_k} \{u(x)\}^T \{g(x)\} dV_k - \int_{S_{f,k}} \{u(x)\}^T \{q(x)\} dS_k - \int_{V_k} \{u_k\}^T \{F_k\} dV_k\right) = 0. \quad (3.7)$$

Tai baigtinio elemento pusiausvyros netiesinė lygtis, nes įtempių funkcija $\{\sigma_k(x)\}$ taip pat yra išreiškiama mazginiais elemento poslinkiais $\{u_k\}$. Bendruoju atveju ši lygtis turi tokį pavidalą:

$$\{\Psi_k(\{u_k\})\} - \{F_{gk}\} - \{F_{qk}\} - \{F_k\} = 0, \quad (3.8)$$

čia:

$\{F_{gk}\}$ - elemento mazginių jėgų vektorius, išreikštas paskirstytomis tūrinėmis jėgomis;

$\{F_{qk}\}$ - elemento mazginių jėgų vektorius, išreikštas paskirstytomis paviršinėmis jėgomis;

$\{F_k\}$ – elementų sąveikos mazginių jėgų vektorius;

$\{\Psi_k(\{u_k\})\}$ - vidinių jėgų vektorius, kurio išraiška yra tokia:

$$\{\Psi_k(\{u_k\})\} = \int_{V_k} \left\{\frac{\partial\{\varepsilon_k(x)\}}{\partial\{u_k\}}\right\}^T \{\sigma_k(x)\} dV_k. \tag{3.9}$$

Šio vektoriaus dalinė išvestinė pagal mazginius elemento poslinkius ir yra baigtinio elemento tangentinė standumo matrica (Barauskas *et al.* 2004):

$$\frac{\partial\{\Psi_k(\{u_k\})\}}{\partial\{u_k\}} = [k_\tau(\{u_k\})]. \tag{3.10}$$

Apibendrinant galima teigti, kad baigtinio elemento tangentinė standumo matrica yra jo vidinių jėgų potencialo antrosios eilės variacija elemento mazginiais poslinkiais $\{u_k\}$:

$$\frac{\partial^2 U_k}{\partial\{u_k\}^2} = [k_\tau(\{u_k\})]. \tag{3.11}$$

Elemento tangentinės standumo matricos fizinė prasmė yra elemento netiesinės pusiausvyros lygties (3.8) pirmasis narys – Jakobio matrica. Ji apskaičiuojama žinant mazginių poslinkių reikšmes $\{u_k\}$. Kvadratinės matricos $[k_\tau(\{u_k\})]$ dydis priklauso nuo elemento mazginių poslinkių vektoriaus $\{u_k\}$ ilgio. Šios matricos eilutės nariai gaunami diferencijuojant išraišką (3.10) pagal atitinkamą vektoriaus $\{u_k\}$ komponentą:

$$[k_\tau(\{u_k\})] = \begin{bmatrix} \frac{\partial\{\Psi_k(\{u_k\})\}}{\partial u_1} = \frac{\partial}{\partial u_1}\int\limits_{V_k}\left\{\frac{\partial\{\varepsilon_k(x)\}}{\partial u_1}\right\}^T\{\sigma_k(x)\}dV_k \\ \frac{\partial\{\Psi_k(\{u_k\})\}}{\partial u_2} = \frac{\partial}{\partial u_2}\int\limits_{V_k}\left\{\frac{\partial\{\varepsilon_k(x)\}}{\partial u_2}\right\}^T\{\sigma_k(x)\}dV_k \\ \frac{\partial\{\Psi_k(\{u_k\})\}}{\partial u_3} = \frac{\partial}{\partial u_3}\int\limits_{V_k}\left\{\frac{\partial\{\varepsilon_k(x)\}}{\partial u_3}\right\}^T\{\sigma_k(x)\}dV_k \\ \dots\dots\dots\dots\dots. \\ \dots\dots\dots\dots \\ \dots\dots \\ \frac{\partial\{\Psi_k(\{u_k\})\}}{\partial u_n} = \frac{\partial}{\partial u_n}\int\limits_{V_k}\left\{\frac{\partial\{\varepsilon_k(x)\}}{\partial u_n}\right\}^T\{\sigma_k(x)\}dV_k \end{bmatrix}. \quad (3.12)$$

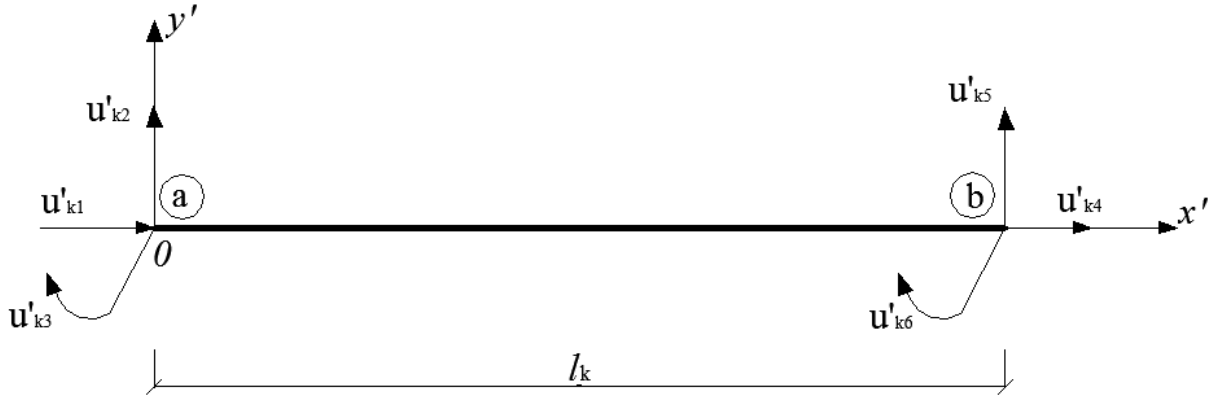
Geometriniais netiesiškumai yra sąlygotos netiesinės poslinkių ir deformacijų priklausomybės. Taigi, šios matricos (3.12) reikšmės netiesiogiai priklauso nuo mazginių poslinkių $\{u_k\}$ reikšmių. Nuo jų priklauso deformacijų $\{\varepsilon_k(x)\}$ reikšmės, o iš Huko dėsnio priklausomybės išplaukia ir įtempių $\{\sigma_k(x)\}$ reikšmės.

Taigi, žinant elemento mazginius poslinkius $\{u_k\}$ sudaroma elemento tangentinė standumo matrica lokalioje elemento koordinačių sistemoje, tada ji transformuojama į globalinę koordinačių sistemą. Galiausiai iš visų elementų standumo matricų surenkama globalinė viso kūno tangentinė standumo matrica.

3.2. Tempiamas arba gniuždomas ir kartu lenkiamas strypinis elementas

3.2.1. Formos funkcijos

Nagrinėjamas 3 paveiksle pavaizduotas plokščios rėminės konstrukcijos elementas lokalioje $x'0y'$ koordinačių sistemoje. Rėmui deformuojantis šio elemento taškai gali pasislinkti atstumais, daug didesniais už paties elemento skerspjūvio matmenis. Teigiame, jog elemento forma nekinta, t. y. deformacijos išlieka nedidelės. Elementas yra tempiamas ar gniuždomas ir kartu lenkiamas.



3 pav. Tempiamas, gniuždomas ir lenkiamas elementas lokalioje koordinačių sistemoje

Elemento ašis sutampa su lokalinių koordinačių sistemos ašimi x'. Elemento mazginiai taškai **a** ir **b**, gali pasislinkti ir pasisukti parodytomis kryptimis. Mazginių taškų poslinkiai užrašomi vektorine forma:

$$\{u'_k\} = [u'_{k1} \;\; u'_{k2} \;\; u'_{k3} \;\; u'_{k4} \;\; u'_{k5} \;\; u'_{k6}]^T.$$

Šio vektoriaus komponentai u'_{k1}, u'_{k2}, u'_{k4}, u'_{k5} yra elemento mazginių taškų linijiniai poslinkiai, kurių teigiamos kryptys sutampa su elemento lokalinių x' ir y' ašių kryptimis, o komponentai u'_{k3}, u'_{k6} yra mazginių taškų kampiniai posūkiai, jų teigiamos kryptys sutampa su laikrodžio rodyklės judėjimo kryptimi. Taigi, toks elementas lokalioje koordinačių sistemoje turi šešis laisvės laipsnius.

Šio elemento bet kurio taško linijinis poslinkis x' ašies kryptimi (pailgėjimas ar sutrumpėjimas), išreiškiamas tiesine funkcija:

$$u'_{kx'}(x) = a_0 + a_1 \cdot x = [1 \;\; x] \cdot \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \end{Bmatrix}. \qquad (3.13)$$

Elemento bet kurio taško linijinis poslinkis y' ašies kryptimi (įlinkis), išreiškiamas netiesine funkcija, jai aproksimuoti dažniausiai naudojami Ermito polinomai. Jų nežinant, bet kurio taško poslinkių funkcijos $u'_{ky'}(x)$ interpoliavimui per elemento mazginių taškų poslinkius, Ermito polinomai gaunami interpoliacinę funkciją užrašius kubinio polinomo pavidalu:

$$u'_{ky'}(x) = a_2 + a_3 \cdot x + a_4 \cdot x^2 + a_5 \cdot x^3 = [1 \;\; x \;\; x^2 \;\; x^3] \cdot \begin{Bmatrix} a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{Bmatrix}. \tag{3.14}$$

Šio polinomo pirmoji išvestinė išreiškia elemento mazginių taškų kampinių poslinkių funkciją:

$$\varphi'_k(x) = -\frac{du'_{ky'}(x)}{dx} = -(a_3 + 2a_4 \cdot x + 3a_5 \cdot x^2). \tag{3.15}$$

Surašius (3.13)-(3.14) lygtis į bendrą lygčių sistemą ir užrašius ją matricine forma gaunama:

$$\{u'_k(x)\} = \begin{bmatrix} u'_{kx'}(x) \\ u'_{ky'}(x) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & x & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & x & x^2 & x^3 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{Bmatrix} = [P] \cdot \{a\}. \tag{3.16}$$

Funkcijose (3.13) (3.14) ir (3.15) koeficientų vektoriaus $\{a\} = [a_0, a_1, a_2, a_3, a_4, a_5]$ komponentai yra nežinomi. Juos galima nustatyti į tas funkcijas įrašius elemento mazginių taškų koordinates, kurios yra lygios: $x = 0$ ir $x = l_k$. Gaunama tokia lygčių sistema:

$$\left.\begin{aligned} &u'_{kx'}(x = 0) = u'_{k1} = a_0, \\ &u'_{ky'}(x = 0) = u'_{k2} = a_2, \\ &\varphi'_k(x = 0) = u'_{k3} = -a_3, \\ &u'_{kx'}(x = l_k) = u'_{k4} = a_0 + a_1 \cdot l_k, \\ &u'_{ky'}(x = l_k) = u'_{k5} = a_2 + a_3 \cdot l_k + a_4 \cdot l_k^2 + a_5 \cdot l_k^3, \\ &\varphi'_k(x = l_k) = u'_{k6} = -(a_3 + 2a_4 \cdot l_k + 3a_5 \cdot l_k^2). \end{aligned}\right\} \tag{3.17}$$

Matricinėje formoje (3.17) lygčių sistema užrašoma taip:

$$\begin{Bmatrix} u'_{k1} \\ u'_{k2} \\ u'_{k3} \\ u'_{k4} \\ u'_{k5} \\ u'_{k6} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 0 & 0 \\ 1 & l_k & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & l_k & l_k^2 & l_k^3 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & -2l_k & -3l_k^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{Bmatrix}, \tag{3.18}$$

sutrumpintai galima užrašyti taip:

$$\{u'_k\} = [C] \cdot \{a\}. \tag{3.19}$$

Šios lygčių sistemos sprendimui galima panaudoti matematinio programavimo paketo „MATLAB R2008a“ paprogramę simboliniams skaičiavimams pritaikytą. Lygčių sistemos sprendimo algoritmas sudarytas „MATLAB R2008a“ aplinkoje yra toks:

```
clc
clear all
% Užrašomi simboliniai dydžiai
syms lk uk1 uk2 uk3 uk4 uk5 uk6
% Formuojama matrica [C], pagal (3.18)
C=[1 0 0 0 0 0;...
    0 0 1 0 0 0;...
    0 0 0 -1 0 0;...
    1 lk 0 0 0 0;...
    0 0 1 lk lk^2 lk^3;...
    0 0 0 -1 -2*lk -3*lk^2];
% Elemento mazginių taškų poslinkių vektorius
uk=[uk1; uk2; uk3; uk4; uk5; uk6];
% Polinomų koeficientų gavimas (3.19)
a=(C^(-1))*uk
```

Rezultatas:

```
a =
uk1
-1/lk*uk1+1/lk*uk4
uk2
-uk3
-3/lk^2*uk2+2/lk*uk3+3/lk^2*uk5+1/lk*uk6
2/lk^3*uk2-1/lk^2*uk3-2/lk^3*uk5-1/lk^2*uk6
```

Taigi išsprendę (3.19) lygčių sistemą, gauname polinomų koeficientų išraiškas per elemento mazginių taškų poslinkius:

$$\left.\begin{aligned} a_0 &= u'_{k1}, \\ a_1 &= -\frac{1}{l_k}u'_{k1} + \frac{1}{l_k}u'_{k4}, \\ a_2 &= u'_{k2}, \\ a_3 &= -u'_{k3}, \\ a_4 &= -\frac{3}{l_k^2}u'_{k2} + \frac{2}{l_k}u'_{k3} + \frac{3}{l_k^2}u'_{k5} + \frac{1}{l_k}u'_{k6}, \\ a_5 &= \frac{2}{l_k^3}u'_{k2} - \frac{1}{l_k^2}u'_{k3} - \frac{2}{l_k^3}u'_{k5} - \frac{1}{l_k^2}u'_{k6}. \end{aligned}\right\} \tag{3.20}$$

Užrašius matricine forma, gaunama:

$$\begin{Bmatrix} a_0 \\ a_1 \\ a_2 \\ a_3 \\ a_4 \\ a_5 \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{1}{l_k} & 0 & 0 & \frac{1}{l_k} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -\frac{3}{l_k^2} & \frac{2}{l_k} & 0 & \frac{3}{l_k^2} & \frac{1}{l_k} \\ 0 & \frac{2}{l_k^3} & -\frac{1}{l_k^2} & 0 & -\frac{2}{l_k^3} & -\frac{1}{l_k^2} \end{bmatrix} \cdot \begin{Bmatrix} u'_{k1} \\ u'_{k2} \\ u'_{k3} \\ u'_{k4} \\ u'_{k5} \\ u'_{k6} \end{Bmatrix}. \tag{3.21}$$

Šias polinomų koeficientų išraiškas (3.20) įstatę į (3.13) ir (3.14) gauname elemento bet kurio taško linijinio poslinkio ar įlinkio išraišką per šio elemento mazginių taškų poslinkius:

$$u'_{kx'}(x) = u'_{k1} + \left(-\frac{1}{l_k}u'_{k1} + \frac{1}{l_k}u'_{k4}\right)x, \tag{3.22}$$

$$\begin{aligned} u'_{ky'}(x) = u'_{k2} + (-u'_{k3})x + \left(-\frac{3}{l_k^2}u'_{k2} + \frac{2}{l_k}u'_{k3} + \frac{3}{l_k^2}u'_{k5} + \frac{1}{l_k}u'_{k6}\right)x^2 + \\ + \left(\frac{2}{l_k^3}u'_{k2} - \frac{1}{l_k^2}u'_{k3} - \frac{2}{l_k^3}u'_{k5} - \frac{1}{l_k^2}u'_{k6}\right)x^3. \end{aligned} \tag{3.23}$$

Tokiu būdu elemento bet kurio taško linijinių poslinkių vektorius $\{u_k(x)\} = [u'_{kx'}(x) \quad u'_{ky'}(x)]^T$, įvertinus aukščiau vartotus pažymėjimus, yra išreiškiamas elemento mazginiais poslinkiais taip:

$$\{u_k(x)\} = [P] \cdot [C]^{-1} \cdot \{u'_k\} = [N_k(x)] \cdot \{u'_k\}, \tag{3.24}$$

čia

$$[N_k(x)] = \begin{bmatrix} [N_1] \\ [N_2] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_1(x) & 0 & 0 & N_4(x) & 0 & 0 \\ 0 & N_2(x) & N_3(x) & 0 & N_5(x) & N_6(x) \end{bmatrix}$$

yra vadinama elemento formos funkcijų matrica, kurios nariai yra Ermito polinomai:

$$\left.\begin{aligned} N_1(x) &= 1 - \frac{x}{l_k}, \\ N_2(x) &= 1 - \frac{3x^2}{{l_k}^2} + \frac{2x^3}{{l_k}^3}, \\ N_3(x) &= -x + \frac{2x^2}{l_k} - \frac{x^3}{{l_k}^2}, \\ N_4(x) &= \frac{x}{l_k}, \\ N_5(x) &= \frac{3x^2}{{l_k}^2} - \frac{2x^3}{{l_k}^3}, \\ N_6(x) &= \frac{x^2}{l_k} - \frac{x^3}{{l_k}^2}. \end{aligned}\right\} \tag{3.25}$$

Prieš tai aprašytą formos funkcijų matricą galima gauti pritaikius kompiuterinio matematinio programavimo paketo „MATLAB R2008a“ paprogramę simboliniams skaičiavimams atlikti. „MATLAB R2008a“ aplinkoje sudarytas elemento formos funkcijų matricos gavimo algoritmas yra toks:

```
% Užrašomi simboliniai dydžiai
syms lk x
% Formuojama matrica [C], pagal (3.18)
C=[1 0 0 0 0 0;...
    0 0 1 0 0 0;...
    0 0 0 -1 0 0;...
    1 lk 0 0 0 0;...
    0 0 1 lk lk^2 lk^3;...
    0 0 0 -1 -2*lk -3*lk^2];
% Formuojama matrica [P], pagal (3.16)
P=[1 x 0 0 0 0;...
    0 0 1 x x^2 x^3];
Nk=P*inv(C) % Skaičiuojama baigtinio elemento formos funkcijų matrica (3.24)
```

Rezultatas:

```
Nk =
[1-x/lk, 0, 0, x/lk, 0, 0]
[0, 1-3*x^2/lk^2+2*x^3/lk^3, -x+2*x^2/lk-x^3/lk^2, 0, 3*x^2/lk^2-2*x^3/lk^3, x^2/lk-x^3/lk^2]
```

3.3. Deformacijų aproksimacija mazginiais poslinkiais

Nagrinėjamas palyginti didelių poslinkių atvejis, kai maksimalaus įlinkio ir skerspjūvio charakteringojo matmens (skerspjūvio aukščio *h*) santykis patenka į šias ribas: $1/5 \leq u_{max}/h \leq 5$. Tokiu atveju deformacijas ir poslinkius sieja netiesinė priklausomybė. Monografijoje (Čyras *et al.* 2004) yra pateiktos išvestos šia priklausomybę išreiškiančios formulės bet kokios formos erdviniam elementui kreivalinijinėje ortogonalioje koordinačių sistemoje. Jos susieja elemento viduriniojo paviršiaus deformacijas su šio paviršiaus taškų poslinkiais. Jas galima pritaikyti ir rėminės konstrukcijos elementui, priėmus prielaidą, jog kreivalinijinės koordinatės sutampa su stačiakampe Dekarto koordinačių sistema, t. y. $\alpha_1 = x_1$, $\alpha_2 = 0$, $\alpha_3 = x_2$. O kreivalinijines koordinates lydinčios pirmos kvadratinės formos koeficientų funkcijos yra $A_1 = A_2 = 1$, bei kreivių spinduliai yra $R_1 = R_2 = \infty$. Tokiu atveju strypo ašies išilginė deformacija yra:

$$\Delta_{11} = \frac{\partial u'_x(x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{\partial u'_x(x)}{\partial x} \right)^2 . \tag{3.26}$$

Esant palyginti dideliems poslinkiams, strypo ašies kreivis

$$\kappa_{11} = \frac{\partial^2 u'_y(x)}{\partial x^2}. \tag{3.27}$$

Elemento skerspjūvio bet kurio taško suminė išilginė deformacija Kirchofo-Lavo (plokščiųjų pjūvių) teorijoje užrašoma taip (Čyras *et al.* 2004):

$$\varepsilon_k(x) = \Delta_{11} + y \cdot \kappa_{11} = \frac{\partial u'_x(x)}{\partial x} + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u'_x(x)}{\partial x} \right)^2 - y \cdot \frac{\partial^2 u'_y(x)}{\partial x^2}, \tag{3.28}$$

čia y – taško atstumas nuo strypo neutraliosios ašies.

Nagrinėjamas supaprastinto skerspjūvio strypinis elementas, kurio geometriniai parametrai yra: skerspjūvio plotis – b, skerspjūvio aukštis – h, elemento ilgis – l_k. Taip pat laikome, kad elementas yra veikiamas tik tarpelementinių sąveikos jėgų $\{F_k\}$. Tada strypinio elemento pusiausvyros lygtis (3.8) įgaus tokį pavidalą:

$$\{\Psi_k(\{u'_k\})\} - \{F_k\} = 0, \tag{3.29}$$

o elemento vidinių jėgų vektorius (3.9) bus užrašomas taip:

$$\{\Psi_k(\{u'_k\})\} = b \int_{-h/2}^{h/2} \int_{0}^{l_k} \left\{\frac{\partial\{\varepsilon_k(x)\}}{\partial\{u'_k\}}\right\}^T \cdot \{\sigma_k(x)\} dx dy. \tag{3.30}$$

Toliau vidinių jėgų vektoriaus dešiniąją pusę išreiškiame elemento mazginių taškų poslinkiais, įrašę į deformacijų $\varepsilon_k(x)$ išraišką (3.28) poslinkių aproksimacijos funkcijas (3.24). Tam tikslui diferencijuojame atitinkamas formos funkcijų matricos $[N_k(x)]$ eilutes:

$$\frac{\partial\{u_k(x)\}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}([N_1] \cdot \{u'_k\}) = [C_0] \cdot \{u'_k\}, \tag{3.31}$$

$$\frac{\partial\{u_k(x)\}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}([N_2] \cdot \{u'_k\}) = [C_1(x)] \cdot \{u'_k\}, \tag{3.32}$$

$$\frac{\partial^2\{u_k(x)\}}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial x}\left(\frac{\partial\{u_k(x)\}}{\partial x}\right) = \frac{\partial}{\partial x}([C_1(x)] \cdot \{u'_k\}) = [C_2(x)] \cdot \{u'_k\}, \tag{3.33}$$

$$\left(\frac{\partial\{u_k(x)\}}{\partial x}\right)^2 = \left(\frac{\partial\{u_k(x)\}}{\partial x}\right)^T \cdot \frac{\partial\{u_k(x)\}}{\partial x} = \{u'_k\}^T \cdot [C_1(x)]^T \cdot [C_1(x)] \cdot \{u'_k\} =$$
$$= \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] \cdot \{u'_k\}, \tag{3.34}$$

čia $[C_0]$, $[C_1(x)]$, $[C_2(x)]$ yra koeficientų matricos, kurios išskleistomis formomis užrašomos taip:

$$[C_0] = \left[-\frac{1}{l_k} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{l_k} \quad 0 \quad 0\right], \tag{3.35}$$

$$[C_1(x)] = \left[0 \quad -\frac{6x}{{l_k}^2} + \frac{6x^2}{{l_k}^3} \quad -1 + \frac{4x}{l_k} - \frac{3x^2}{{l_k}^2} \quad 0 \quad \frac{6x}{{l_k}^2} - \frac{6x^2}{{l_k}^3} \quad \frac{2x}{l_k} + \frac{3x^2}{{l_k}^2}\right], \quad (3.36)$$

$$[C_2(x)] = \left[0 \quad -\frac{6}{{l_k}^2} + \frac{12x}{{l_k}^3} \quad -\frac{4}{l_k} + \frac{6x}{{l_k}^2} \quad 0 \quad \frac{6}{{l_k}^2} - \frac{12x}{{l_k}^3} \quad -\frac{2}{l_k} + \frac{6x}{{l_k}^2}\right], \quad (3.37)$$

$$[C_3(x)] = [C_1(x)]^T \cdot [C_1(x)]. \quad (3.38)$$

Išvestinės (3.31-3.34) įrašomos į (3.28) deformacijų išraišką ir gaunama deformacijų funkcija, išreikšta mazginiais poslinkiais:

$$\varepsilon_k(x) = [C_0] \cdot \{u'_k\} + \frac{1}{2} \cdot \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] \cdot \{u'_k\} - y \cdot [C_2(x)] \cdot \{u'_k\}. \quad (3.39)$$

Poslinkių funkcijos išvestinių skaičiavimui patogu naudoti „MATLAB R2008a“ paprogramę simboliniams skaičiavimams atlikti. Skaičiavimo algoritmas yra toks:

```
clc
clear all

Syms L x
%Elementu formos funkcijų matricos nariai -Ermito polinomai
N1=1-x/L;
N2=1-(3/L^2)*x^2+(2/L^3)*x^3;
N3=-x+(2/L)*x^2-(1/L^2)*x^3;
N4=x/L;
N5=(3/L^2)*x^2-(2/L^3)*x^3;
N6=(1/L)*x^2-(1/L^2)*x^3;

%Elementu formos funkcijų matrica
Nk=[N1 0 0 N4 0 0;...
    0 N2 N3 0 N5 N6]

% Poslinkių formos funkcijų išvestinių skaičiavimas
C0=diff(Nk(1,1:6),x);
C1=diff(Nk(2,1:6),x);
C2=diff(C1);
C3=C1.'*C1;
```

Rezultatas:

```
C0 =
[ -1/L, 0, 0, 1/L, 0, 0]

C1 =
[0, -6/L^2*x+6/L^3*x^2, -1+4*x/L-3/L^2*x^2, 0,  6/L^2*x-6/L^3*x^2, 2*x/L-3/L^2*x^2]

C2 =
[0, -6/L^2+12/L^3*x, 4/L-6/L^2*x, 0, 6/L^2-12/L^3*x, 2/L-6/L^2*x]
```

```
C3 =
[0, 0, 0, 0, 0, 0]
[0, (-6/L^2*x+6/L^3*x^2)^2, (-6/L^2*x+6/L^3*x^2)*(-1+4*x/L-3/L^2*x^2),
0,(-6/L^2*x+6/L^3*x^2)*(6/L^2*x-6/L^3*x^2),(-6/L^2*x+6/L^3*x^2)*(2*x/L-3/L^2*x^2)]
[0,(-6/L^2*x+6/L^3*x^2)*(-1+4*x/L-3/L^2*x^2), (-1+4*x/L-3/L^2*x^2)^2,
0,  (-1+4*x/L-3/L^2*x^2)*(6/L^2*x-6/L^3*x^2),(-1+4*x/L-3/L^2*x^2)*(2*x/L-3/L^2*x^2)]
[0,0, 0, 0, 0, 0]
[0,(-6/L^2*x+6/L^3*x^2)*(6/L^2*x-6/L^3*x^2), (-1+4*x/L-3/L^2*x^2)*(6/L^2*x-6/L^3*x^2),
0, (6/L^2*x-6/L^3*x^2)^2, 6/L^2*x-6/L^3*x^2)*(2*x/L-3/L^2*x^2)]
[0, (-6/L^2*x+6/L^3*x^2)*(2*x/L-3/L^2*x^2), (-1+4*x/L-3/L^2*x^2)*(2*x/L-3/L^2*x^2),
0, (6/L^2*x-6/L^3*x^2)*(2*x/L-3/L^2*x^2), (2*x/L-3/L^2*x^2)^2]
```

3.4. Elemento tangentinė standumo matrica

Įrašius (3.39) deformacijų išraišką į (3.30), gausime elemento vidinių jėgų vektorių, kurio išraiška yra tokia:

$$\{\Psi_k(\{u'_k\})\} = b\int_{-h/2}^{h/2}\int_{0}^{l_k}[C_0]^T\cdot\{\sigma_k(x)\}dxdy + b\int_{-h/2}^{h/2}\int_{0}^{l_k}[C_3(x)]^T\cdot\{u'_k\}\cdot\{\sigma_k(x)\}dxdy - b\int_{-h/2}^{h/2}\int_{0}^{l_k}[C_2(x)]^T\cdot\{\sigma_k(x)\}dxdy. \quad (3.40)$$

Panaudojus gautą vidinių jėgų vektorių (3.40), elemento, esančio lokalioje koordinačių sistemoje, tangentinė standumo matrica (3.10) yra išreiškiama taip:

$$[k_\tau(\{u'_k\})] = \frac{\partial\{\Psi_k(\{u'_k\})\}}{\partial\{u'_k\}} = b\int_{-h/2}^{h/2}\int_{0}^{l_k}[C_0]^T\cdot\frac{\partial\{\sigma_k(x)\}}{\partial\{u'_k\}}dxdy + b\int_{-h/2}^{h/2}\int_{0}^{l_k}[C_3(x)]\cdot\{\sigma_k(x)\}dxdy + b\int_{-h/2}^{h/2}\int_{0}^{l_k}[C_3(x)]^T\cdot\{u'_k\}\cdot\frac{\partial\{\sigma_k(x)\}}{\partial\{u'_k\}}dxdy + b\int_{-h/2}^{h/2}\int_{0}^{l_k}y\cdot[C_2(x)]^T\cdot\frac{\partial\{\sigma_k(x)\}}{\partial\{u'_k\}}dxdy. \quad (3.41)$$

Į Huko dėsnį $\sigma = E \cdot \varepsilon$ įrašius deformacijų išraišką mazginiais poslinkiais (3.39) gausime įtempių elemente išraišką mazginiais poslinkiais, kuri yra tokia:

$$\{\sigma_k(x)\} = E \cdot [C_0] \cdot \{u'_k\} + \frac{1}{2} \cdot E \cdot \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] \cdot \{u'_k\} - y \cdot E \cdot [C_2(x)] \cdot \{u'_k\}, \qquad (3.42)$$

čia E – medžiagos tamprumo modulis.

Gautosios įtempių funkcijos (3.42) dešinėje pusėje pirmasis narys yra pastovus dydis elemento skerspjūvyje, o antrasis – proporcingas atstumui y nuo neutraliosios linijos

Skaičiuojama įtempių funkcijos (3.42) išvestinė:

$$\frac{\partial\{\sigma_k(x)\}}{\partial\{u'_k\}} = E \cdot ([C_0] + \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] - y \cdot [C_2(x)]). \qquad (3.43)$$

Įrašius(3.42) ir (3.43) išraiškas į (3.41), elemento tangentinė standumo matrica užrašoma taip:

$$[k_\tau(\{u'_k\})] = b \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{l_k} [C_0]^T \cdot E \cdot ([C_0] + \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] - y \cdot [C_2(x)]) dx dy +$$

$$+ b \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{l_k} [C_3(x)] \cdot E \cdot [C_0] \cdot \{u'_k\} + \frac{1}{2} \cdot E \cdot \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] \cdot \{u'_k\} - y \cdot E \cdot [C_2(x)] \cdot \{u'_k\} dx dy +$$

$$+ b \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{l_k} [C_3(x)]^T \cdot \{u'_k\} \cdot E \cdot ([C_0] + \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] - y \cdot [C_2(x)]) dx dy + \qquad (3.41)$$

$$+ b \int_{-h/2}^{h/2} \int_0^{l_k} y \cdot [C_2(x)]^T \cdot E \cdot ([C_0] + \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] - y \cdot [C_2(x)]) dx dy.$$

Atlikus reikiamus matematinius pertvarkymus, elemento, lokalioje koordinačių sistemoje, tangentinė standumo matrica užrašoma taip:

$$[k'_\tau] = [k'_e] + [k'_g] + [k'_u], \qquad (3.42)$$

čia:

$$[k'_e] = E \cdot b \int_{-h/2}^{h/2} \int_{0}^{l_k} [C_0]^T \cdot [C_0] dxdy + E \cdot b \int_{-h/2}^{h/2} \int_{0}^{l_k} y^2 \cdot [C_2(x)]^T \cdot [C_2(x)] dxdy \quad (3.43)$$

yra elemento mažų poslinkių standumo matrica. $[k'_e]$ matricai gauti sudarytas algoritmas „MATLAB R2008a“ aplinkoje yra toks:

```
% 2.Elemento mažų poslinkių standumo matrica.
Syms E A I
ke(1:6,1:6)=zeros;
ke1=int(C0t*C0,x,0,L);
ke2=int(C2t*C2,x,0,L);
ke=E*A*ke1+E*I*ke2;
```

Rezultatas:

```
ke =
[A*E/L, 0, 0, -A*E/L, 0, 0]
[0, 12*E*I/L^3,-6*E*I/L^2, 0, -12*E*I/L^3, -6*E*I/L^2]
[0, -6*E*I/L^2, 4*E*I/L, 0, 6*E*I/L^2, 2*E*I/L]
[-A*E/L, 0,0, A*E/L, 0, 0]
[0, -12*E*I/L^3, 6*E*I/L^2, 0,  12*E*I/L^3, 6*E*I/L^2]
[0, -6*E*I/L^2, 2*E*I/L, 0, 6*E*I/L^2, 4*E*I/L]
```

$$[k'_g] = E \cdot b \int_{-h/2}^{h/2} \int_{0}^{l_k} [C_3(x)] \cdot [C_0] \cdot \{u'_k\} dxdy +$$

$$+\frac{1}{2} \cdot E \cdot b \int_{-h/2}^{h/2} \int_{0}^{l_k} [C_3(x)] \cdot \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] \cdot \{u'_k\} dxdy - \quad (3.44)$$

$$-E \cdot b \int_{-h/2}^{h/2} \int_{0}^{l_k} [C_3(x)] \cdot y \cdot [C_2(x)] dxdy$$

yra elemento geometrinė standumo matrica. Gautosios išraiškos dešiniosios pusės pirmasis narys sudaro pastoviąją geometrinės standumo matricos, kurią lemia tempimo ar gniuždymo įtempimai, dalį, antrasis – kintamą, apibrėžiančią lenkimo įtempių įtaką elemento standumui, o trečiasis, atlikus algebrinius veiksnius, yra lygus nuliui.

$[k'_g]$ matricai gauti sudarytas algoritmas „MATLAB R2008a“ aplinkoje yra toks:

```
% 3.Elemento geometrinė standumo matrica.
Symsu1u2u3u4u5u6
uk=[u1;u2;u3;u4;u5;u6]; %čia uk-elemento mazginių poslinkių vektorius, lokalioje koordinačių sistemoje.
ukt=uk.';
sigma1=C0*uk;
sigma2=ukt*C3*uk;
sg=E*sigma1+0.5*E*sigma2;
kg=A*int(C3*sg,x,0,L);
```

Rezultate dėl didelės apimties pateikiamas tik matricos $[k'_g]$ fragmentas (trys pirmosios eilutės):

```
kg=
[0 0 0 0 0 0;...
0 3/70*A*E/L^3*(6*u5*u6*L+6*u5*u3*L-6*u2*u6*L-6*u2*u3*L-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*L^2+u3^2*L^2+24*u5^2-28*L*u1+28*L*u4) 1/280*A*E/L^2*(-2*u3*L^2*u6-
24*u5*u3*L+24*u2*u3*L+72*u2*u5-36*u2^2-u6^2*L^2+u3^2*L^2-36*u5^2+28*L*u1-28*L*u4) 0 -
3/70*A*E/L^3*(6*u5*u6*L+6*u5*u3*L-6*u2*u6*L-6*u2*u3*L-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*L^2+u3^2*L^2+24*u5^2-28*L*u1+28*L*u4) -
1/280*A*E/L^2*(2*u3*L^2*u6+24*u5*u6*L-24*u2*u6*L-72*u2*u5+36*u2^2-u6^2*L^2+u3^2*L^2+36*u5^2-
28*L*u1+28*L*u4);...
0 1/280*A*E/L^2*(-2*u3*L^2*u6-24*u5*u3*L+24*u2*u3*L+72*u2*u5-36*u2^2-u6^2*L^2+u3^2*L^2-
36*u5^2+28*L*u1-28*L*u4) 1/420*A*E/L*(-3*u3*L^2*u6+3*u5*u6*L-3*u5*u3*L-3*u2*u6*L+3*u2*u3*L-
36*u2*u5+18*u2^2+u6^2*L^2+12*u3^2*L^2+18*u5^2-56*L*u1+56*L*u4) 0 -1/280*A*E/L^2*(-2*u3*L^2*u6-
24*u5*u3*L+24*u2*u3*L+72*u2*u5-36*u2^2-u6^2*L^2+u3^2*L^2-36*u5^2+28*L*u1-28*L*u4) -1/840*A*E*(-
4*u3*u6*L-6*u5*u6-6*u3*u5+6*u2*u6+6*u3*u2+3*u6^2*L+3*u3^2*L-28*u1+28*u4);...
0 0 0 0 0 0;...
...
...
...]
```

$$[k'_u] = E \cdot b \int_{-h/2}^{h/2} \int_{0}^{l_k} [C_3(x)]^T \cdot \{u'_k\} \cdot [C_0] dxdy +$$

$$+E \cdot b \int_{-h/2}^{h/2} \int_{0}^{l_k} [C_3(x)]^T \cdot \{u'_k\} \cdot \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] dxdy + \qquad (3.45)$$

$$+E \cdot b \int_{-h/2}^{h/2} \int_{0}^{l_k} [C_0]^T \cdot \{u'_k\}^T \cdot [C_3(x)] dxdy$$

yra elemento pradinių poslinkių standumo matrica. $[k'_u]$ matricai gauti sudarytas algoritmas „MATLAB R2008a“ aplinkoje yra toks:

```
% 4.Elementopradiniųposlinkiųstandumomatrica.
ku(1:6,1:6)=zeros;
Ku1=int(C3t*uk*C0,x,0,L);
Ku2=int(C3t*uk*ukt*C3,x,0,L);
Ku3=int(C0t*ukt*C3,x,0,L);
ku=E*A*(Ku1+Ku2+Ku3);
```

Rezultate dėl didelės apimties pateikiamas tik matricos $[k'_u]$ fragmentas (trys pirmosios eilutės):

```
ku=
[0 1/10*E*A/L^2*(-12*u2+12*u5+u3*L+u6*L) -1/30*E*A/L*(-3*u2+3*u5+4*u3*L-u6*L) 0 -1/10*E*A/L^2*(-
12*u2+12*u5+u3*L+u6*L) 1/30*E*A/L*(3*u2-3*u5+u3*L-4*u6*L);...
1/10*E*A/L^2*(-12*u2+12*u5+u3*L+u6*L) 3/35*E*A/L^3*(-6*u2*u3*L-
6*u2*u6*L+6*u5*u3*L+6*u5*u6*L+24*u2^2-48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*L^2+u6^2*L^2) 1/140*E*A/L^2*(-
2*u3*L^2*u6-36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*L-36*u5^2-24*u5*u3*L+u3^2*L^2-u6^2*L^2) -1/10*E*A/L^2*(-
12*u2+12*u5+u3*L+u6*L) -3/35*E*A/L^3*(-6*u2*u3*L-6*u2*u6*L+6*u5*u3*L+6*u5*u6*L+24*u2^2-
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*L^2+u6^2*L^2) -1/140*E*A/L^2*(u3^2*L^2+2*u3*L^2*u6+36*u5^2-
72*u2*u5+24*u5*u6*L+36*u2^2-24*u2*u6*L-u6^2*L^2);...
-1/30*E*A/L*(-3*u2+3*u5+4*u3*L-u6*L) 1/140*E*A/L^2*(-2*u3*L^2*u6-36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*L-
36*u5^2-24*u5*u3*L+u3^2*L^2-u6^2*L^2) 1/210*E*A/L*(-3*u3*L^2*u6+18*u2^2-36*u2*u5+3*u2*u3*L-
3*u2*u6*L+18*u5^2-3*u5*u3*L+3*u5*u6*L+12*u3^2*L^2+u6^2*L^2) 1/30*E*A/L*(-3*u2+3*u5+4*u3*L-u6*L)
-1/140*E*A/L^2*(-2*u3*L^2*u6-36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*L-36*u5^2-24*u5*u3*L+u3^2*L^2-u6^2*L^2) -
1/420*E*A*(-4*u3*u6*L+3*u3^2*L-6*u3*u5+6*u3*u2-6*u5*u6+6*u2*u6+3*u6^2*L);...
...
...
...]
```

4. TANGENTINIO STANDUMO METODAS

4.1. Tampraus atsako dydžiai

Išorinių apkrovų veikiama konstrukcija deformuojasi, jos mazgai pasislenka palyginti dideliais atstumais (nebegalioja mažų poslinkių principas). Tokiu atveju konstrukcijos elgsena aprašoma netiesiškai. Netiesinių narių atsiradimas konstrukcijos būvį aprašančių poslinkių ir deformacijų priklausomybėse rodo netiesišką konstrukcijos geometrijos kitimą. Tampraus atsako dydžiai konstrukcijai geometriškai netiesiškai deformuojantys, t. y. tamprios įrąžos:

$$\{S_e\} = \left[S_{1,e}, S_{2,e}, \dots, S_{n,e}\right]^T,$$

ir tamprūs poslinkiai:

$$\{u_e\} = \left[u_{1,e}, u_{2,e}, \dots, u_{m,e}\right]^T,$$

yra gaunami sprendžiant netiesinę lygtį:

$$[K_\tau]\{u_e\} = \{F\}, \tag{4.1}$$

čia:

$[K_\tau] = [K_e] + [K_g] + [K_u]$ – visos konstrukcijos tangentinės standumo matrica globalioje koordinačių sistemoje;

$[K_e]$ – visos konstrukcijos mažų poslinkių standumo matrica globalioje koordinačių sistemoje;

$[K_g]$ – visos konstrukcijos geometrinė standumo matrica, įvertinanti konstrukcijos deformuoto būvio įtaką jos standumui, globalioje koordinačių sistemoje;

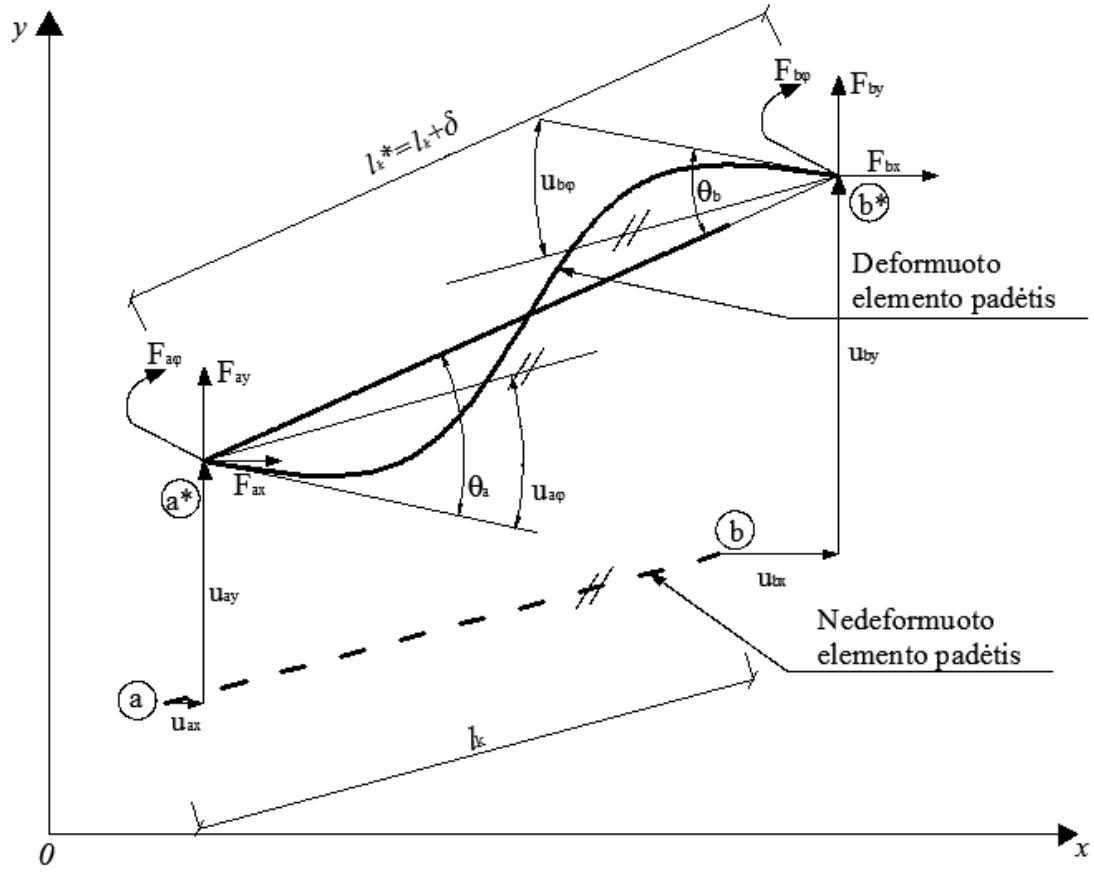
$[K_u]$ – visos konstrukcijos pradinių poslinkių standumo matrica globalioje koordinačių sistemoje;

$\{F\}$ – išorinės apkrovos vektorius;

n – konstrukcijos elementuose veikiančių įrąžų skaičius;

m – konstrukcijos mazgų galimų poslinkių skaičius – konstrukcijos diskretinio modelio laisvumo laipsnis.

Nagrinėjamas plokščios rėminės konstrukcijos elementas globalioje $x0y$ koordinačių sistemoje pavaizduotas 4 paveiksle. Konstrukcijai deformuojantis šio elemento taškai gali pasislinkti atstumais, daug didesniais už paties elemento matmenis. Teigiame, jog elemento forma nekinta, t. y. deformacijos išlieka nedidelės. Elementas yra tempiamas ar gniuždomas ir kartu lenkiamas.



4 pav. Plokščios rėminės konstrukcijos tempiamas arba gniuždomas ir kartu lenkiamas elementas

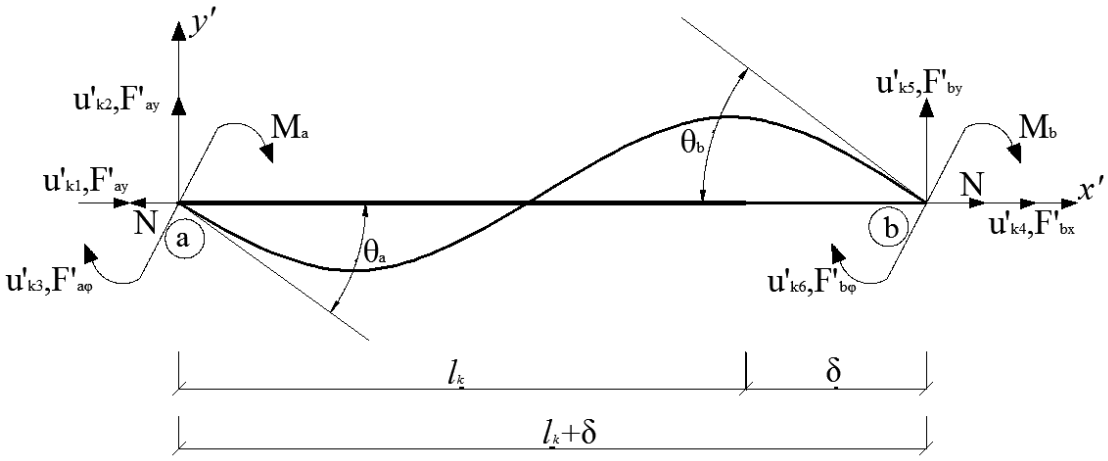
4 paveiksle pavaizduoto elemento mazginių jėgų vektorius globalioje koordinačių sistemoje yra šešiamatis:

$$\{F_k\} = [F_{ax}\ F_{ay}\ F_{a\varphi}\ F_{bx}\ F_{by}\ F_{b\varphi}]^T.$$

Mazginių jėgų vektoriui dualus vektorius yra elemento mazginių poslinkių vektorius globalioje koordinačių sistemoje:

$$\{u_k\} = [u_{ax}\ u_{ay}\ u_{a\varphi}\ u_{bx}\ u_{by}\ u_{b\varphi}]^T.$$

Tas pats nagrinėjamas elementas lokalioje koordinačių sistemoje pavaizduotas 5 paveiksle.



5 pav. Plokščios rėminės konstrukcijos elementas lokalioje koordinačių sistemoje

Elemento lokalioje koordinačių sistemoje įrąžos aprašomos vektoriumi:

$$\{S_{ab}\} = [M_a\ \ M_b\ \ N]^T,$$

o mazginės jėgos vektoriumi:

$$\{F'_k\} = [F'_{ax}\ F'_{ay}\ F'_{a\varphi}\ F'_{bx}\ F'_{by}\ F'_{b\varphi}]^T$$

bei mazginiai elemento poslinkiai lokalioje koordinačių sistemoje, vektoriumi:

$$\{u'_k\} = [u'_{k1}\ u'_{k2}\ u'_{k3}\ u'_{k4}\ u'_{k5}\ u'_{k6}]^T.$$

Dėl elemente veikiančių lenkimo momentų ir ašinės jėgos elementas deformuojasi tiek linijiškai, t. y. išilgai strypo ašies (sutrumpėja arba pailgėja), tiek kreivalinijiškai, t. y. strypo galai pasisuka ir strypas išlinksta momento veikimo plokštumoje.

Elemento pavaizduoto 5 paveiksle, deformacijų vektorius užrašomas taip:

$$\{\varepsilon_k\} = [\theta_a \;\; \theta_b \;\; \delta]^T.$$

Plokščios rėminės konstrukcijos elementų lokalinių koordinačių sistemos $x'0y'$ nesutampa su bendra visos konstrukcijos globaline koordinačių sistema $x0y$. Todėl sudarytą elemento tangentinę standumo matricą $[k'_\tau]$ lokalioje koordinačių sistemoje (3.42) reikia transformuoti į standumo matricą globalioje koordinačių sistemoje. Transformacija atliekama taip: sudaroma elemento krypties kosinusų ir sinusų matrica $[T_{ab}]$ ir gaunama elemento tangentinė standumo matrica globalioje koordinačių sistemoje:

$$[k_\tau] = [T_{ab}]^T \cdot [k'_\tau] \cdot [T_{ab}], \tag{4.2}$$

čia: $[T_{ab}]$ – konstrukcijos *k*-tojo elemento krypties kosinusų ir sinusų matrica. Jos eilučių skaičius lygus elemento laisvumo laipsniui lokalioje koordinačių sistemoje, o stulpelių skaičius – elemento laisvumo laipsniui globalioje koordinačių sistemoje. Plokščios rėminės konstrukcijos transformacijos matricos matmenys yra 6 eilutės ir 6 stulpeliai, ji užrašoma taip (Dulmanas, Karkauskas 1992):

$$[T_{ab}] = \begin{bmatrix} cos\alpha & sin\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -sin\alpha & cos\alpha & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & cos\alpha & sin\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -sin\alpha & cos\alpha & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}.$$

Tangetinės standumo matricos $[k_\tau]$ sudaromos kiekvienam konstrukcijos elementui atskirai. Po to jos visos sujungiamos į bendrą konstrukcijos globalinę tangentinę standumo matricą $[K_\tau]$. Sudarius šią matricą galima spręsti netiesines lygtis (4.1).

Netiesinės lygtys (4.1) perrašomos poslinkių vektorių pakeičiant poslinkių prieaugių vektoriumi, apkrovos vektorių pakeičiant apkrovos prieaugių vektoriumi:

$$[K_\tau] \cdot \{\Delta u\} = \{\Delta F\}, \tag{4.3}$$

čia $\{\Delta u\}$ – konstrukcijos globaliųjų poslinkių prieaugių vektorius, jo dydis priklauso nuo konstrukcijos diskretinio modelio laisvumo laipsnio; $\{\Delta F\}$ – konstrukcijos apkrovos prieaugių vektorius, jo dydis lygus poslinkių prieaugių vektoriaus dydžiui.

4.2. Tangentinio standumo metodo realizacija

Lygčių sistema (4.1) yra netiesinių lygčių sistema. Ši sistema sprendžiama taikant iteracinį apkrovos kontrolės Niutono – Rapsono metodą, nes apkrovos – poslinkių kreivė yra iškiloji funkcija. Skaitiniais eksperimentais nustatyta, kad Niutono – Rapsono metodu galutinis rezultatas pasiekiamas po dviejų, trijų apkrovos žingsnių. Kadangi konstrukcijos optimizacija atliekama iki suiriminėje stadijoje, t. y. konstrukcija nepasiekia visiško plastiškojo suirimo, todėl tangentinės standumo matricos determinantas negali būti lygus nuliui.

Plačiau aptarsime Niutono – Rapsono iteracinį apkrovos kontrolės metodą, jo realizaciją. Principinė metodo schema pavaizduota 6 paveiksle.

Taikant šį metodą, apkrovos vektorius $\{F\}$ skaidomas į dalis ir kiekvieno žingsnio metu didinamas tam tikru prieaugiu $\{\Delta F_v\}$. Kiekvienu apkrovos prieaugio didinimo žingsniu v aliekamos iteracijos i, siekiant eliminuoti nesubalansuotas jėgas $\{F_c\}_v^i$. Nesubalansuotos jėgos atsiranda dėl disbalanso tarp mazgo vidinių ir išorinių jėgų:

$$\{F_c\}_v^i = \{F\}_{v+1} - \{F_s\}_v^i, \tag{4.4}$$

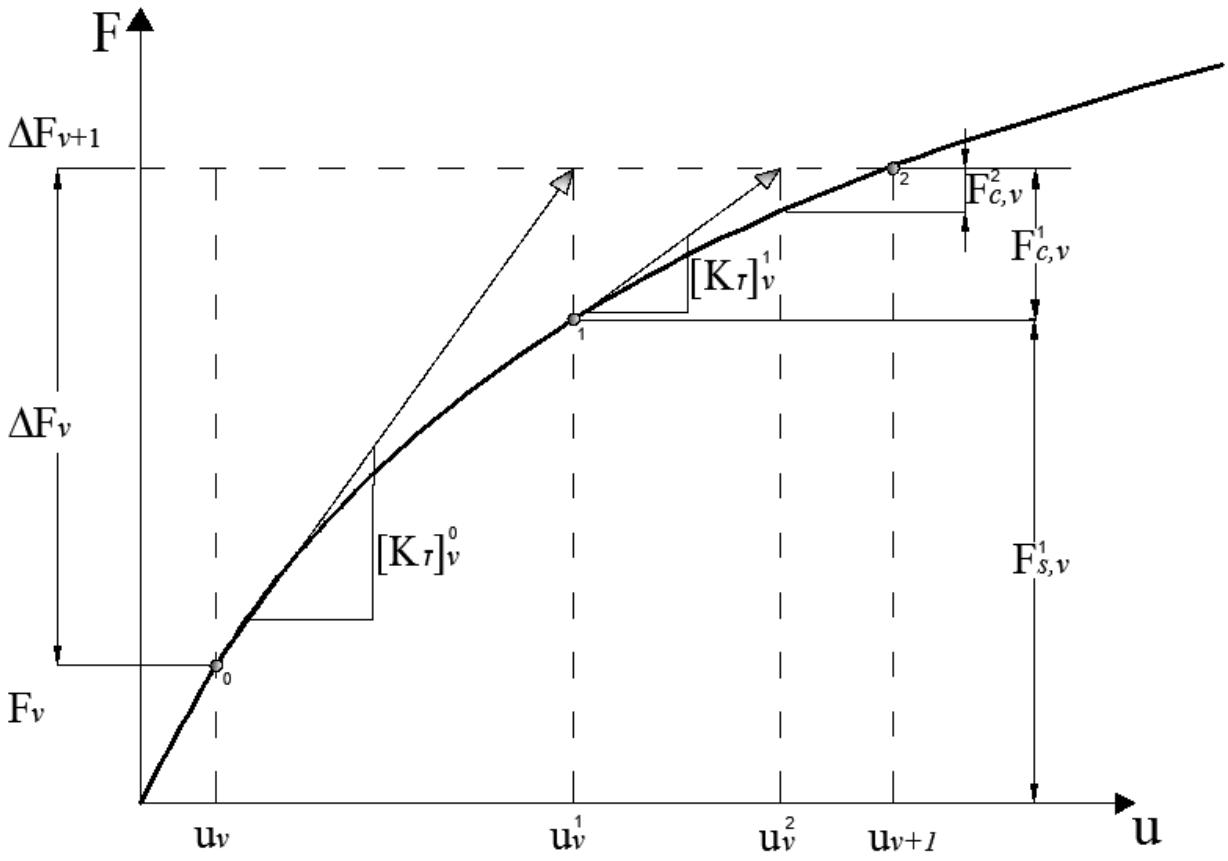
čia:

$\{F_c\}_v^i$ – nesubalansuotų mazginių jėgų vektorius v-tojo žingsnio i –tosios iteracijos gale;

$\{F\}_{v+1}$ – mazgo išorinių jėgų vektorius v-tojo žingsnio gale;

$\{F_s\}_v^i$, – mazginių vidinių jėgų vektorius v-tojo žingsnio i –tosios iteracijos gale.

Šios paklaidos atsiranda ištiesinant uždavinį, t. y. standumo matrica formuojama naudojant prieš tai buvusios iteracijos metu nustatytas mazgų poslinkių reikšmes.



6 pav. Niutono – Rapsono metodo principinė schema

Plačiau aptarsime vieno apkrovos prieaugio (žingsnio) iteracinio skaičiavimo metodiką, kai apkrovos lygis $\{F_v\}$ ir globalinių poslinkių vektorius $\{u_v\}$ nagrinėjamo žingsnio v pradžioje yra žinomi. Tada v-tojo žingsnio metu, skaičiavimai atliekami tokia tvarka:

1. Nustatomas naujo apkrovos lygio vektorius:

$$\{F\}_{v+1} = \{F\}_v + \{\Delta F\}, \tag{4.5}$$

   čia $\{\Delta F\}$ – apkrovos prieaugio vektorius.

2. Iš atskirų elementų tangentinių standumo matricų (4.2) suformuojama v-tojo apkrovimo žingsnio i-tosios iteracijos konstrukcijos tangentinė standumo matrica $[K_\tau]_v^i$. Jos determinantas turi būti teigiamas $det|K_\tau| > 0$, jei determinantas yra neigiamas – skaičiavimai yra baigiami, nes konstrukcija yra judri. Jeigu determinantas yra teigiamas sudaromos prieauginės pusiausvyros lygtys (4.3) nesubalansuotų mazginių jėgų $\{F_c\}_v^i$ skaičiavimui (pirmojoje iteracijoje $\{F_c\}_v^i = \{\Delta F\}$):

$$[K_\tau]_v^i \cdot \{\Delta u\}_v^i = \{F_c\}_v^i. \tag{4.6}$$

3. Atliekamas gautos tiesinių lygčių sistemos (4.6) sprendimas ir gaunami v-tojo žingsnio i-tosios iteracijos globaliųjų poslinkių prieaugiai:

$$\{\Delta u\}_v^i = \left([K_\tau]_v^i\right)^{-1} \cdot \{F_c\}_v^i. \tag{4.7}$$

4. Skaičiuojami nauji globalieji mazginiai poslinkiai – prie nuo nesubalansuotų mazginių jėgų gautųjų poslinkių prieaugių (4.7) pridėjus ankstesnėje iteracijoje gautąsias globaliųjų mazginių poslinkių reikšmes:

$$\{u\}_v^i = \{\Delta u\}_v^i + \{u\}_v^{i-1}. \tag{4.8}$$

5. Skaičiuojamos naujos mazgų koordinatės:

$$\{x\}_v^i = \{x\}_v^{i-1} + \{u\}_v^i. \tag{4.9}$$

Tada skaičiuojami nauji elementų ašių posvyrio kampų kosinusai ir sinusai bei sudaromos elementų koordinačių transformacijos matricos $[T_{ab}]_v^i$. Sudaroma fiktyvioji pusiausvyros lygčių koeficientų matrica $[\bar{A}\,]_v^i$ iš atskirų baigtinių elementų pusiausvyros lygčių koeficientų matricų $[A'_{ab}]_v^i$. Elemento, parodyto 5 paveiksle, apkrovos prieaugio v-tojo žingsnio i-tosios iteracijos pusiausvyros lygtys tarp elemento galų ir lokaliųjų mazginių jėgų yra tokios:

$$[A'_{ab}]_v^i \cdot \{S_{ab}\} = \{F'_k\}. \tag{4.10}$$

Čia elemento pusiausvyros lygčių koeficientų matrica yra tokia:

$$[A'_{ab}]_v^i = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -1 \\ -\frac{1}{l+\delta} & -\frac{1}{l+\delta} & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ \frac{1}{l+\delta} & \frac{1}{l+\delta} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

6. Skaičiuojami elementų vidinių jėgų prieaugiai:

$$\{\Delta S_{ab}\}_v^i = [k_{ab}]_v^i \cdot \left([A'_{ab}]_v^i\right)^T \cdot [T_{ab}]_v^i \cdot \{\Delta u_{ab}\}_v^i, \tag{4.11}$$

čia $[k_{ab}]_v^i$ – v-tojo žingsnio i-tosios iteracijos elemento įrąžų ir deformacijų ryšio matrica (fizinių lygčių matrica), kuri lenkiamam bei kartu tempiamam ar gniuždomam elementui yra tokia:

$$[k_{ab}]_v^i = \begin{bmatrix} \frac{4EI}{l+\delta} & \frac{2EI}{l+\delta} & 0 \\ \frac{2EI}{l+\delta} & \frac{4EI}{l+\delta} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA}{l+\delta} \end{bmatrix}.$$

Sudaromas globaliųjų vidinių jėgų prieaugių vektorius:

$$\{\Delta S\}_v^i = \left[\Delta \boldsymbol{S}_{1,v}^i \;\; \Delta \boldsymbol{S}_{2,v}^i \quad \ldots \Delta \boldsymbol{S}_{ab,v}^i \quad \ldots \Delta \boldsymbol{S}_{s,v}^i\right]^T.$$

7. Skaičiuojami konstrukcijos vidinių mazginių jėgų prieaugiai:

$$\{\Delta \bar{F}_s\}_v^i = [\bar{A}\,]_v^i \cdot \{\Delta S\}_v^i. \tag{4.12}$$

8. Nustatomas globalusis mazginių jėgų prieaugių vektorius:

$$\{\Delta F_s\}_v^i = \left[H_{pos}\right]^T \cdot \{\Delta \bar{F}_s\}_v^i. \tag{4.13}$$

Čia $\left[H_{pos}\right]$ – elementų lokaliųjų ir konstrukcijos globaliųjų poslinkių ryšio matrica.

9. Skaičiuojamos v-tojo apkrovos prieaugio žingsnio i-tosios iteracijos pabaigos suminės elementų mazginės jėgos

$$\{F_s\}_v^i = \{F_s\}_v^{i-1} + \{\Delta F_s\}_v^i \tag{4.13}$$

ir įrąžos

$$\{S\}_v^i = \{S\}_v^{i-1} + \{\Delta S\}_v^i. \tag{4.14}$$

10. Skaičiuojamos nesubalansuotos (kompensacinės) mazginės jėgos (4.4).
11. Tikrinama pasirinkto tikslumo konvergacijos sąlyga:

$$\{F_c\}_v^i - \{F_c\}_v^{i-1} \leq eps? \tag{4.15}$$

Jei ši sąlyga tenkinama, toliau vykdome žingsninį skaičiavimą (kartojami 1-10 etapai).

Iteracinis skaičiavimas baigiamas, kai nesubalansuotų jėgų vektoriaus $\{F_c\}_v$ reikšmės priartėja prie nulinių reikšmių arba kai tenkinama pasirinkto tikslumo sąlyga $\{F_c\}_v^i - \{F_c\}_v^{i-1} \leq eps$? Tada gaunami visi reikalingi deformuoto būvio parametrai ir netiesinės pusiausvyros lygčių koeficientų matrica $[A_n] = \left[H_{pos}\right]^T \cdot [\bar{A}\,]_v$, kuri atitinka tam tikrą apkrovos $\{F\}$ lygį.

4.3. Tampraus atsako dydžių, įvertinant geometrinį netiesiškumą, skaičiavimo algoritmas

Plokščios rėminės konstrukcijos, kurios elementai (strypai) yra veikiami lenkimo momento ir ašinės gniuždymo arba tempimo jėgos, tampraus atsako dydžių, t. y. tamprių įrąžų ir tamprių poslinkių skaičiavimo algoritmas, kai deformuojamos konstrukcijos geometrinis netiesiškumas yra įvertinamas, taikant Niutono – Rapsono iteracinį apkrovos kontrolės metodą (6 pav.), susideda iš tokiu operacijų:

1. Konstrukcijos skaičiuojamosios schemos parengimas, ir diskretizavimas baigtiniais strypiniais elementais, t. y. diskretinio modelio sudarymas.
2. Pradinių duomenų skaičiavimams atlikti paruošimas: konstrukcijos strypų skerspjūvių parametrų parinkimas; konstrukcijos medžiagos konstantų parinkimas; konstrukcijos mazgų pradinių koordinačių užrašymas; strypų pradžios ir pabaigos mazgų numerių vektoriaus sudarymas; konstrukcijos lokaliųjų ir globaliųjų poslinkių ryšio vektoriaus suformavimas; pradinių nulinių vektorių suformavimas.
3. Pagal pradines mazgų koordinates, skaičiuojami pradiniai konstrukcijos strypų ilgiai bei kampai tarp lokaliosios strypo ašies x' ir globaliųjų $x0y$ ašių.
4. Sudaromos elementų pusiausvyros lygčių koeficientų matricos $[A'_{ab}]$ lokaliose koordinačių sistemose.
5. Sudaromos elementų standumo matricos $[k_{ab}]$.
6. Skaičiuojamos elementų mažų poslinkių standumo matricos lokaliose koordinačių sistemose:

$$[k'_e] = [A'_{ab}] \cdot [k_{ab}] \cdot [A'_{ab}]^T. \tag{4.16}$$

7. Sudaromos elementų geometrinės standumo matricos $[k'_g]$ ir pradinių poslinkių standumo matricos $[k'_u]$ elementų lokaliose koordinačių sistemose.
8. Sudaroma elementų pertvarkymo, iš lokaliųjų koordinačių sistemų ir globaliąją, matrica $[T_{ab}]$.
9. Elementų pusiausvyros lygčių koeficientų, mažų poslinkių, geometrinė ir pradinių poslinkių standumo matricos transformuojamos iš lokaliųjų koordinačių sistemų ir globaliąja konstrukcijos koordinačių sistemą:

   elemento pusiausvyros lygčių koeficientų matrica globalioje koordinačių sistemoje

   $$[A_{el}] = [A'_{ab}]^T \cdot [T_{ab}]; \tag{4.17}$$

   elemento mažų poslinkių standumo matrica globalioje koordinačių sistemoje

   $$[k_e] = [T_{ab}] \cdot [k'_e] \cdot [T_{ab}]; \tag{4.18}$$

   elemento geometrinė standumo matrica globalioje koordinačių sistemoje

   $$[k_g] = [T_{ab}] \cdot [k'_g] \cdot [T_{ab}]; \tag{4.19}$$

   elemento pradinių poslinkių standumo matrica globalioje koordinačių sistemoje

   $$[k_u] = [T_{ab}] \cdot [k'_u] \cdot [T_{ab}]. \tag{4.20}$$

10. Gautosios paskirų elementų pusiausvyros lygčių koeficientų matricos $[A_{el,1}]$, $[A_{el,2}]$, ..., $[A_{el,s}]$, globalioje koordinačių sistemoje, sujungiamos į visos konstrukcijos globaliąją fiktyviąją pusiausvyros lygčių koeficientų matricą:

$$[\bar{A}] = \begin{bmatrix} [A_{el,1}] & 0 & ... & 0 \\ 0 & [A_{el,2}] & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & [A_{el,s}] \end{bmatrix},$$

čia s – konstrukcijos baigtinių elementų skaičius.

Sujungiamos paskirų elementų mažų poslinkių standumo matricos $[k_{e,1}]$, $[k_{e,2}]$, ..., $[k_{e,s}]$ globalioje koordinačių sistemoje, į fiktyviąją visos konstrukcijos kvazidiagonalinę mažų poslinkių standumo matricą:

$$[\overline{K_e}] = \begin{bmatrix} [k_{e,1}] & 0 & ... & 0 \\ 0 & [k_{e,2}] & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & [k_{e,s}] \end{bmatrix}.$$

Taip pat sujungiamos paskirų elementų geometrinės standumo matricos $[k_{g,1}]$, $[k_{g,2}]$, ..., $[k_{g,s}]$,globalioje koordinačių sistemoje, į fiktyviąją visos konstrukcijos kvazidiagonalinę geometrinę standumo matricą:

$$[\overline{K_g}] = \begin{bmatrix} [k_{g,1}] & 0 & ... & 0 \\ 0 & [k_{g,2}] & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & [k_{g,s}] \end{bmatrix}.$$

Tokiu pačiu principų sujungiamos ir paskirų elementų pradinių poslinkių standumo matricos $[k_{u,1}]$, $[k_{u,2}]$, ..., $[k_{u,s}]$,globalioje koordinačių sistemoje, į fiktyviąją visos konstrukcijos kvazidiagonalinę pradinių poslinkių standumo matricą:

$$[\overline{K_u}] = \begin{bmatrix} [k_{u,1}] & 0 & ... & 0 \\ 0 & [k_{u,2}] & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & [k_{u,s}] \end{bmatrix}.$$

11. Sudaroma konstrukcijos kvazidiagonalinė standumo matrica, į kurią sujungiamos paskirų elementų standumo matricėlės $[k_{ab,1}]$, $[k_{ab,2}]$, ..., $[k_{ab,s}]$:

$$[K] = \begin{bmatrix} [k_{ab,1}] & 0 & ... & 0 \\ 0 & [k_{ab,2}] & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & 0 \\ 0 & 0 & ... & [k_{ab,s}] \end{bmatrix}.$$

12. Suformuojama elementų mazginių taškų lokaliųjų poslinkių ir visos konstrukcijos mazgų globaliųjų poslinkių ryšio matrica $[H_{pos}]$.
13. Suformuojama konstrukcijos tangentinė standumo matrica $[K_\tau]$:

$$[K_E] = [H_{pos}]^T \cdot [\overline{K_e}] \cdot [H_{pos}]; \quad (4.21)$$

$$[K_G] = [H_{pos}]^T \cdot [\overline{K_g}] \cdot [H_{pos}]; \quad (4.22)$$

$$[K_U] = [H_{pos}]^T \cdot [\overline{K_u}] \cdot [H_{pos}]; \quad (4.23)$$

$$[K_\tau] = [K_E] + [K_G] + [K_U]. \quad (4.24)$$

14. Skaičiuojama konstrukcijos geometriškai netiesinės pusiausvyros matrica:

$$[A_n] = [\bar{A}\,] \cdot [H_{pos}]. \tag{4.25}$$

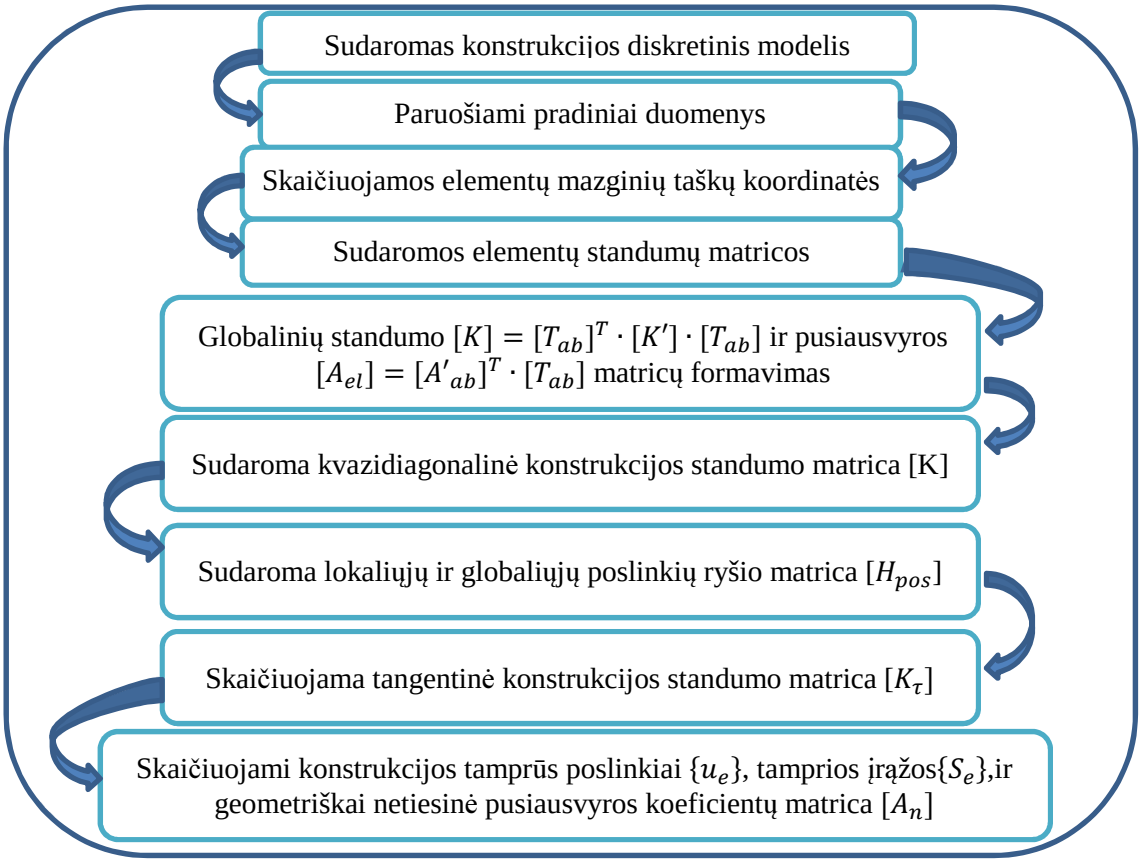
15. Gaunami tamprūs poslinkiai ir tamprios įrąžos:

$$\{u_e\} = [K_\tau]^{-1} \cdot \{F\}^T, \tag{4.26}$$

$$\{S_e\} = [K\,] \cdot [A_n] \cdot \{u_e\}. \tag{4.27}$$

16. Skaičiuojamos naujos mazgų koordinatės, nauji strypų ilgiai ir posvyrio kampai, atnaujinama netiesinės pusiausvyros lygčių koeficientų matrica. Ir operacijos 1-15 kartojamos iki konvergacijos, arba kai nesubalansuotų mazginių jėgų vektorius priartėja prie nulinių reikšmių. Paskutinėje iteracijoje gautos tamprių įrąžų ir poslinkių reikšmės atitinka tikrąsias deformuotos konstrukcijos tampriųjų dydžių reikšmes.

Tampraus atsako dydžių skaičiavimo algoritmas yra įtrauktas į optimizacijos uždavinio sprendimo algoritmą, kuris sudarytas „MATLAB R2008a“ aplinkoje pateiktas A priede. Grafiškai tampraus atsako dydžių radimo algoritmas pavaizduotas 7 paveiksle.



7 pav. Tampraus atsako dydžių skaičiavimo algoritmas tangentiniu standumo metodu

5. GEOMETRIŠKAI NETIESINĖS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS OPTIMIZACIJA

5.1. Paprastosios plastiškosios suirties samprata

Daugumos konstrukcijų medžiagų suirimo būklė priklauso nuo plastinių deformacijų atsiradimo. Vadinasi, skaičiuojant konstrukcijas, būtina atsižvelgti ne tik į tamprias, bet ir į plastines jų medžiagų savybes. Tam vartojama tamprios plastinės sistemos sąvoka (Čyras *et al.* 1986).

Konstrukcijos elementuose, eksploatacijos metu, atsiranda įvairaus dydžio ir pobūdžio deformacijų. Kai kuriose konstrukcijos vietose, gali atsirasti neriboto dydžio plastinių deformacijų, kurios neišnyksta net pašalinus apkrovą. Tokios deformacijos gali turėti įtakos saugiam ir tinkamam konstrukcijos eksploatavimui. Neriboto dydžio plastinių deformacijų vystymasis konstrukcijoje, vadinamas, plastiškąja suirtimi. Apie tai, jog konstrukcija dirba plastiškai galime spęsti iš kokybinės apkrovos ir poslinkio ryšio analizės (žr. 7 skyrių „Skaitinis eksperimentas“).

5.2. Tamprios plastinės sistemos diskretizavimas

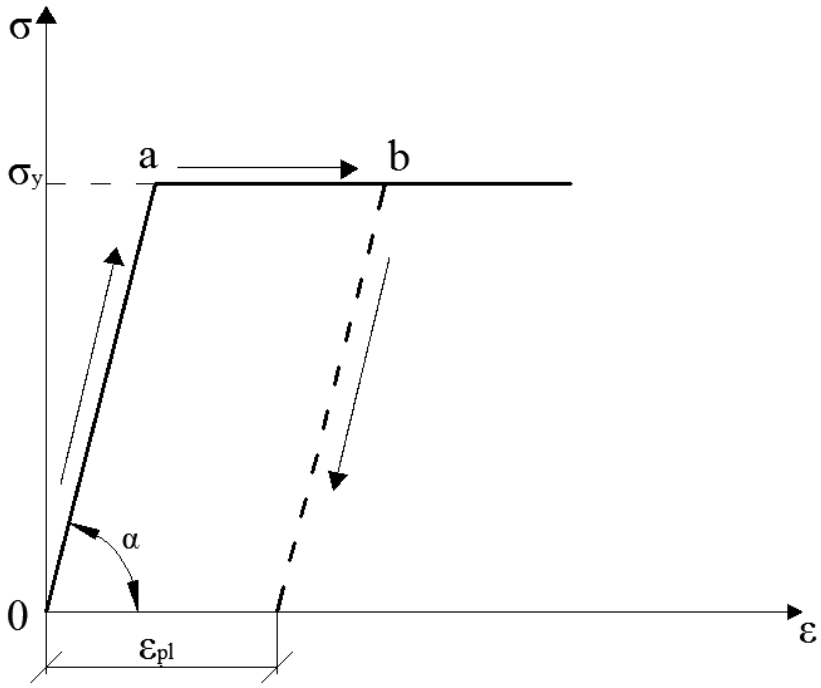
5.2.1. Pagrindinės prielaidos

Dauguma lenkiamų strypinių sistemų – rėmai, sijos ir kt. – netenka laikomosios galios plastiškai deformuojantis konstrukcijos elementams. Konstrukcijos elementuose atsiradus plastinėms deformacijoms, atskiros sistemos dalys arba visa sistema pereina į tamprią plastinę būklę. Norėdami apskaičiuoti tokios sistemos įtempius ir deformacijas, negalime tiesiogiai taikyti tamprių sistemų skaičiavimo teorijos, nes negalioja (Čyras *et al.* 1986):

a) tiesinė priklausomybė tarp įtempių ir deformacijų (Huko dėsnis);
b) jėgų nepriklausomo veikimo (superpozicijos) principas;
c) savitai formuluojami ekstreminiai energiniai principai.

Todėl diskretiniai matematiniai tamprių plastinių konstrukcijos uždavinių skaičiavimo modeliai sudaromi iš anksto padarius šias prielaidas (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

1. Apkrovos veikimo pobūdis yra kvazistatinis, o jos pridėjimo būdas – vienkartis.
2. Konstrukcijos medžiagos darbas atitinka fizikinį tamprios plastinės medžiagos modelį. 8 paveiksle pavaizduota idealiai tamprios plastinės medžiagos fizikinio modelio diagrama.



8 pav. Idealiai tamprios plastinės medžiagos fizikinis modelis

Čia:

0-a dalis vaizduoja tamprios medžiagos darbą, kuris yra apibūdinamas tamprumo moduliu $E = \mathrm{tg}\alpha$;

a-b dalis vaizduoja idealaus plastiškumo sąlygas, kai deformacijos ε didėja neribotai esant pastoviems takumo ribos σ_y įtempiams;

ε_{pl} – plastinės deformacijos (liekamosios), atsiranda medžiagai pradėjus dirbti plastiškai ir neišnyksta pašalinus apkrovą.

3. Dėl didelių deformacijų ir poslinkių atsiradimo konstrukcijoje plastiškosios irties metu, nebegalioja mažų poslinkių principas. Todėl pusiausvyros lygtys sudaromos taikant deformuota konstrukcijos schemą, t. y. sprendžiamas geometriškai netiesinis uždavinys.
4. Konstrukcijos elementų forma atitinka dvitėjo skerspjūvio profiliuočių formą.

5.2.2. Konstrukcijos diskretinio modelio sudarymo principai

Plokščios rėminės strypinės sistemos pagrindiniai ieškomieji dydžiai yra strypų įrąžos ir mazgų poslinkiai. Tokių sistemų optimizacijos ir analizės matematiniai modeliai yra sudaromi taip, jog būtų gauti konkrečių strypų ir mazgų diskretiniai ieškomieji dydžiai. Rėminės konstrukcijos skaičiuojamosios schemos diskretinis modelis sudaromas tokia tvarka:

- konstrukcija dalinama pjūviais į baigtinį skaičių elementų sujungtų mazguose;

- mazgas formuojamas tose konstrukcijos vietose, kuriose jungiasi konstrukcijos elementai (strypai), taip pat tose vietose, kuriose veikia koncentruotos apkrovos;
- visos išskirstytos apkrovos yra koncentruojamos mazguose;

Priimama, jog visuose konstrukcijos diskretinio modelio pjūviuose veikia lenkimo momento įrąža, o visuose diskretinio modelio strypuose dar ir ašinė jėga. Visos konstrukcijos diskretiniame modelyje veikia *n* nežinomų įrąžų.

Konstrukcijos diskretinio modelio statinio neišsprendžiamumo laipsnis – k. Jį rėminėms konstrukcijoms patogu skaičiuoti pagal tokia formulę:

$$k = 3 \cdot K - L, \tag{5.1}$$

čia K – konstrukcijos uždarų kontūrų skaičius; L –lankstų skaičius konstrukcijoje.

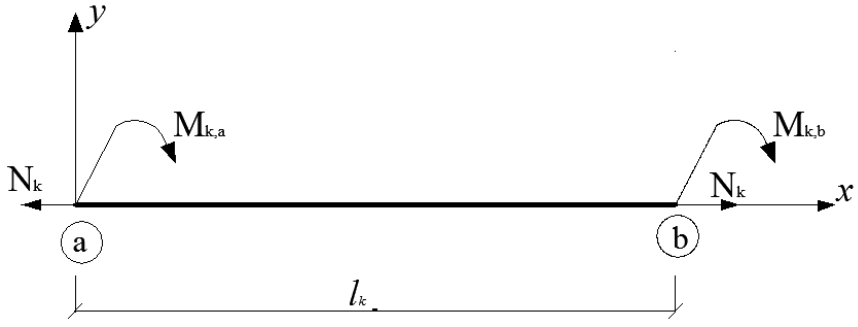
Konstrukcijos diskretinio modelio laisvumo laipsnis m nurodo konstrukcijos mazgų galimų poslinkių skaičių ir pusiausvyros lygčių skaičių, jis yra apskaičiuojamas pagal tokią formulę:

$$m = n - k. \tag{5.2}$$

5.2.3. Konstrukcijos elementų įrąžos, deformacijos ir poslinkiai

Konstrukcijos diskretinis modelis yra sudarytas iš baigtinės aibės skaičiuojamųjų elementų, kurie turi indeksą $n = 1, 2, \dots, k$ (k – skaičiuojamųjų elementų skaičius). Skaičiuojamasis elementas, tai baigtinis elementas, arba tiesiog strypas, kuriame fiksuojami du pjūviai (pradžioje ir gale).

Rėminės konstrukcijos įtempių būvis apibūdinamas strypų skerspjūvių įtempių atstojamosiomis, t. y. įrąžomis, kurios pridėtos charakteringuose konstrukcijos elementų pjūviuose pavaizduotos 9 paveiksle.



9 pav. Elemente veikiančios įrąžos

Elemente veikia du lenkimo momentai ir ašinė tempimo arba gniuždymo jėga. Lenkimo momentų kryptis sutampa su laikrodžio rodyklės judėjimo kryptimi, o ašinės jėgos nukreiptos teigiama (strypo tempimo) kryptimi. Skersinių jėgų įtaka konstrukcijos įtempių ir deformacijų būviui nėra vertinama tiesiogiai, t. y. laikoma, jog šlyties deformacijos yra nedidelės.

Visos konstrukcijos diskretinio modelio *n*-matis įrąžų vektorius yra toks:

$$\{S\} = [M_{11}\ M_{12}\ N_{1-2}\ \dots\ M_{k,a}\ M_{k,b}\ N_k\ \dots\ M_{n,a}\ M_{n,b}\ N_n]^T,$$

čia $M_{k,a}, M_{k,b}$ – k-tajame elemente veikiantys lenkimo momentai; N_k – k-tajame elemente veikianti ašinė jėga; n – baigtinių elementų skaičius.

Pagal dualumo teoriją deformacijos turi būti apibūdinamos tokiu pat *n*-mačiu vektoriumi

$$\{\theta\} = [\varphi_{11}\ \varphi_{12}\ \delta_{1-2}\ \dots\ \varphi_{k,a}\ \varphi_{k,b}\ \delta_k\ \dots\ \varphi_{n,a}\ \varphi_{n,b}\ \delta_n]^T,$$

čia $\varphi_{k,a}, \varphi_{k,b}$ - k-tojo elemento kampinės deformacijos; δ_k - k-tojo elemento linijinė deformacija.

Kitą dualių kintamųjų porą sudaro išorinė apkrova ir poslinkiai.

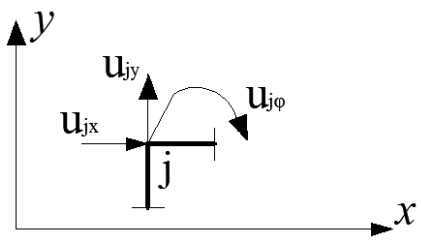
Rėminė strypinė sistema, veikiama išorinės apkrovos, deformuojasi. Sistemos mazgai gali pasislinkti į naujas padėtis ir pasisukti. Todėl tokios sistemos naują mazgų padėtis apibūdinama linijiniais ir kampiniais poslinkiais. Linijinis poslinkis tai atstumas, kurį nukeliauja mazgas veikiamas vidinių ir išorinių jėgų, plokščioje Dekarto koordinačių sistemoje. Kampinis poslinkis, tai mazgo pasisukimas lenkimo momento veikimo plokštumoje.

Viso diskretinio modelio mazgų poslinkių vektoriaus komponentų skaičius yra lygus diskretinio modelio laisvumo laipsniui *m*. Diskretinio modelio poslinkių vektorius yra toks:

$$\{u\} = \left[u_1\ u_2\ \dots\ u_j\ \dots\ u_m\right]^T,$$

čia u_j – j-tojo mazgo poslinkis.

Linijiniai mazgu poslinkiai yra teigiami, jeigu jų kryptys sutampa su teigiamomis koordinačių ašių kryptimis, o kampiniai su laikrodžio rodyklės judėjimo kryptimi (10 pav.).



10 pav. Teigiamos *j*-tojo mazgo poslinkių kryptys

Atraminiuose konstrukcijos mazguose poslinkiai yra suvaržyti, todėl į poslinkių vektorių neįeina.

Konstrukciją veikiančios apkrovos apibūdinamos tokių pačių matmenų m-mačių vektoriumi, kaip ir mazgų poslinkiai. Rėminę strypinę konstrukciją veikiančios išorinės apkrovos vektorius yra toks:

$$\{F\} = \left[F_1\ F_2\ \dots\ F_j\ \dots\ F_m\right]^T.$$

Apkrovos pridėjimo vietoje daromas mazgas, toks mazgas gali pasislinkti ir pasisukti aptartomis kryptimis. Apkrovos vektoriaus komponentų kiekis sutampa su poslinkių vektoriaus, tačiau mazge nebūtinai visomis galimų poslinkių kryptimis yra pridėtos apkrovos. Jeigu tam tikro poslinkio kryptimi nėra pridėtos apkrovos, tai atitinkamas apkrovos vektoriaus komponentas yra lygus nuliui.

5.2.4. Pagrindiniai ieškomieji dydžiai

Anksčiau pateikti vektorių žymenys taikomi tikrosioms įrąžoms, tikriesiems poslinkiams ir tikrosioms deformacijoms, atsirandančioms tam tikrame apkrovimo etape iki konstrukcijos pilnosios plastiškosios suirties. Jeigu šių dydžių reikšmės gaunamos išsprendus konstrukcijos tamprios būklės skaičiavimo metodais, tai prie atitinkamų vektorių pažymimas apatinis indeksas *e* (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\{S_e\}, \{u_e\}, \{\theta_e\}.$$

Jeigu įvertinamos liekamosios įrąžos, liekamieji poslinkiai ir liekamosios deformacijos, tai prie atitinkamų vektorių pažymimas apatinis indeksas *r* (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\{S_r\}, \{u_r\}, \{\theta_r\}.$$

Čia liekamąsias deformacijas $\{\theta_r\}$ sudaro tamprios liekamosios $\{\theta_{re}\}$ ir liekamosios plastinės deformacijos $\{\theta_{rpl}\}$:

$$\{\theta_r\} = \{\theta_{re}\} + \{\theta_{rpl}\}. \tag{5.3}$$

Šių aptartų atitinkamų vektorių sumos išreiškia tikruosius dydžius, t. y. tikrąsias įrąžas ir tikruosius poslinkius bei tikrąsias deformacijas:

$$\{S\} = \{S_e\} + \{S_r\}, \tag{5.4}$$

$$\{u\} = \{u_e\} + \{u_r\}, \tag{5.5}$$

$$\{\theta\} = \{\theta_e\} + \{\theta_{re}\} + \{\theta_{rpl}\}. \tag{5.6}$$

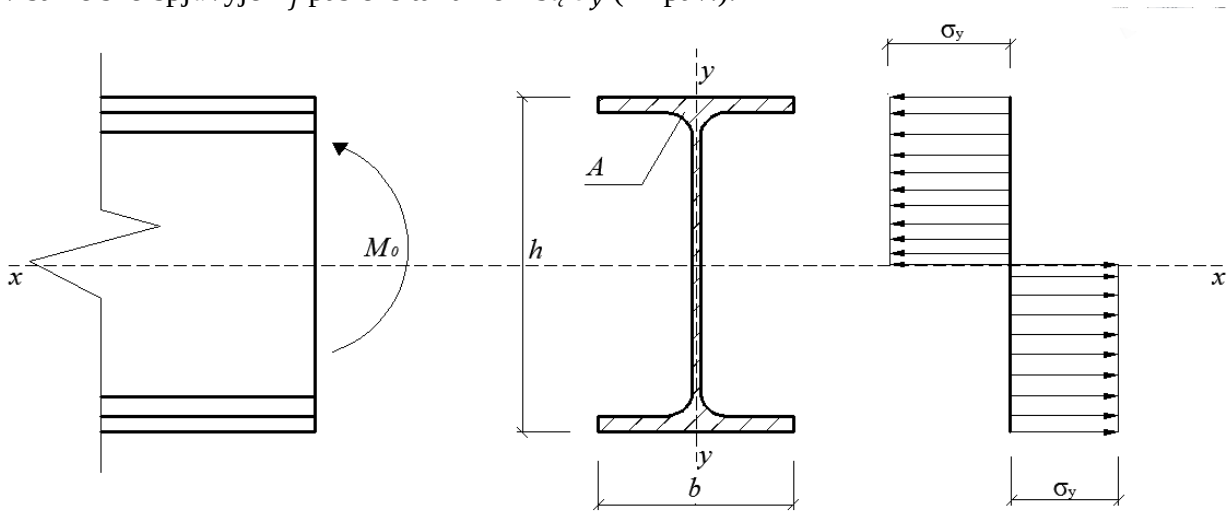
5.3. Ribinė strypo skerspjūvio įrąža

Elemento strypo skerspjūvio laikomoji galia išreiškiama ribine įrąža S_0. Ši įrąža – tai tokia įtempių atstojamoji, kai, esant vienai deformacijų rūšiai įtempių dydžiai skerspjūvyje pasiekia takumo ribą. Elementas tokios įrąžos kryptimi gali laisvai deformuoti, nes skerspjūvis netenka ryšio, atitinkančio šią įrąžą. S_0 priklauso nuo medžiagos takumo ribos σ_y ir elemento skerspjūvio būdingojo matmens, pavyzdžiui aukščio (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

Nagrinėjamos konstrukcijos elementai yra lenkiami ir kartu tempiami arba gniuždomi. Panagrinėsime ribines įrąžas esant abiem deformacijų rūšims atskirai. Elemento skerspjūvio laikomąją galią aprašysime apibendrinta ribine įrąža S_0, interpretuojama ribiniu lenkimo momentu tuose strypuose kurie daugiau dirba lenkimui, ir interpretuojama ribine ašine jėga tuose strypuose kurie daugiausia dirba tempimui arba gniuždymui.

5.3.1. Lenkiamo elemento ribinė skerspjūvio įrąža

Plastiškoji lenkiamo elemento skerspjūvio suirtis įvyks tada, kai normaliniai įtempiai σ visame skerspjūvyje A_j pasieks takumo ribą σ_y (11 pav.).



11 pav. Ribinis lenkiamo strypo dvitėjo skerspjūvio momentas

Lenkimo atveju ribinė įrąža, t. y. takumo įtempių atstojamųjų sukeltas lenkimo momentas bus toks:

$$S_0 = M_0 = \sigma_y \cdot 2 \cdot S_x = \sigma_y \cdot W_{pl}, \tag{5.7}$$

čia S_x – žemiau neutraliojo sluoksnio ašies *x*-*x* esančios skerspjūvio dalies statinis momentas tos ašies atžvilgiu; W_{pl} – plastiškasis skerspjūvio atsparumo momentas.

Karšto valcavimo I tipo (dvitėjų) standartinių profiliuočių lenkimo momento ribinė įrąža gali būti išreikiama funkcija, kurios argumentas yra skerspjūvio plotas A. Funkcinį ryšį tarp profiliuočio skerspjūvio plastinio atsparumo momento W_{pl} ir to skerspjūvio ploto A, bei ryšį tarp skerspjūvio ašinio inercijos momento I ir A, išreiškia tokios formulės (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

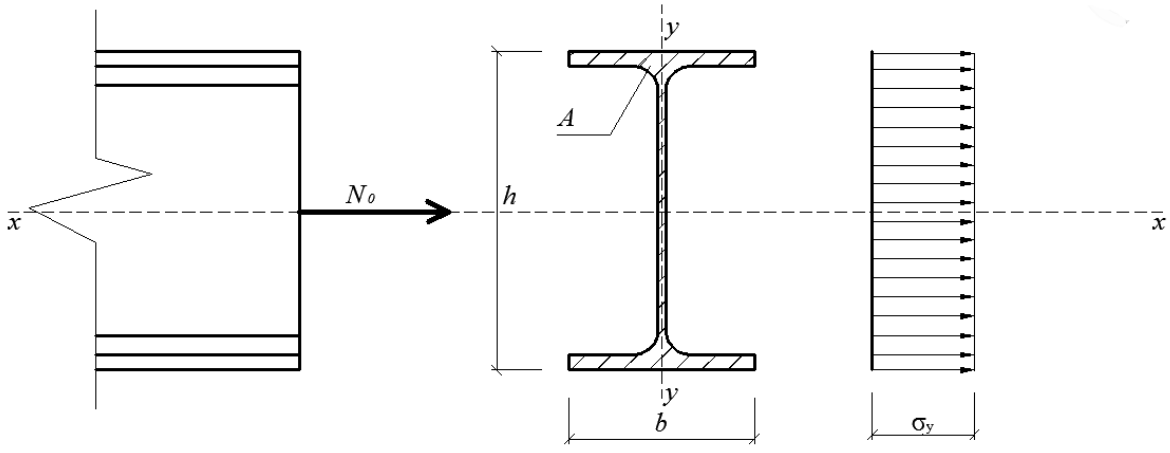
$$W_{pl} = a_3 A^{b_3}, \tag{5.8}$$

$$I = a_1 A^{b_1}, \tag{5.9}$$

čia a_1, b_1, a_3, b_3 – koeficientai, kurių dydžiai priklauso nuo valcuoto profiliuočio tipo (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

Lenkimo momentui pasiekus ribinio momento didumą, strypo galai šiame pjūvyje plastiškai deformuojasi ir dėl to gali laisvai pasisukti bet kokio didumo kampu. Taip elemento pjūvis įgyja tam tikrų lanksto savybių, todėl yra vadinamas **plastiniu lankstu**. Toks lankstas perduoda visą ribinį momentą ir leidžia pjūvyje elementų galams pasisukti veikiančio lenkimo momento kryptimi. Pasisukimas priešinga ribinio lenkimo momento veikimo kryptimi yra negalimas. Ši plastinio lanksto savybė rodo jo vienpusiškumą (Čyras *et al.* 1986).

5.3.2. Tempiamo ir gniuždomo elemento ribinė skerspjūvio įrąža



12 pav. Ribinė ašinė jėga tempimo atveju (gniuždymo atveju priešingos krypties).

Esant tempiamajai deformacijai, ribinė įrąža yra ribinė ašinė jėga:

$$S_0 = N_0 = \sigma_y \cdot A. \tag{5.10}$$

Esant gniuždomajai deformacijai, ribinė įrąža yra ribinė ašinė klupumo jėga:

$$S_0 = N_{cr} = \chi \cdot \sigma_y \cdot A = \sigma_{cr} \cdot A, \tag{5.11}$$

čia $\sigma_{cr} = \chi \cdot \sigma_y$ – skaičiuojamieji klupimo įtempiai; χ – takumo įtempių redukcijos koeficientas, kuris priklauso nuo bedimensio sąlyginio gniuždomo elemento liaunio (LST EN 1993-1-1:2005):

$$\bar{\lambda} = \frac{\lambda}{\lambda_E} = \frac{l_b}{i} \cdot \frac{1}{\lambda_E} = \frac{l_b}{\sqrt{I_x/A}} \cdot \frac{1}{\pi \cdot \sqrt{E/\sigma_y}}, \tag{5.12}$$

čia λ – strypo liaunis; l_b – tikrasis strypo klupimo ilgis; i – skerspjūvio inercijos spindulys; I_x – skerspjūvio inercijos momentas ašies *x*-*x* atžvilgiu; λ_E – Eulerio liaunis.

Takumo įtempių redukcijos koeficientas χ pagal Eurokodo 3 (EN 3) rekomendacijas yra skaičiuojamas taip:

$$\chi = \frac{1}{\Phi + \sqrt{\Phi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \text{ bet } \chi \leq 1, \tag{5.13}$$

čia

$$\Phi = 0{,}5\left[1 + \alpha\left(\bar{\lambda} - 0{,}2\right) + \bar{\lambda}^2\right], \tag{5.14}$$

čia α – atitinkamą klupumo kreivę atitinkantis nuokrypos koeficientas imamas pagal Eurokodo 3 6.1 – 6.2 lenteles.

Klupumo įtempių σ_{cr} skaičiavimui programos „MATLAB R2008a“ aplinkoje sudarytas algoritmas yra toks:

```
% Klupumo įtempių skaičiavimas
for i=1:nstr
   lambda_sal(i)=(Lsk(i)/sqrt(I(i)/A(i)))*(1/(3.14*sqrt(E/sigmay)));
   phi(i)=0.5*(1+0.21*(lambda_sal(i)-0.2)+(lambda_sal(i))^2);
   xhi(i)=1/(phi(i)+sqrt((phi(i))^2-(lambda_sal(i))^2));
if xhi(i)<=1
xhi(i)=xhi(i);
elseif xhi(i)>1
xhi(i)=1;end;
sigmacr(i)=xhi(i)*sigmay;%kritiniai klupumo įtempiai konstrukcijos elemente i
end;
```

Ribinei ašinei jėgai veikiant, visame elemento skerspjūvyje atsiranda vienos krypties plastiškųjų deformacijų, dėl kurių strypas gali neribotai deformuotis.

5.4. Takumo sąlygos esant sudėtingam įtempių būviui

Takumo sąlyga – tai funkcija, kuri išreiškia konstrukcijos medžiagos elgseną, esant sudėtingam įtempių būviui. Šios funkcijos argumentas yra įrąža, o funkcijos reikšmė negali viršyti skerspjūvio ribinės įrąžos. Tada ši funkcija yra tokia:

$$f(\{S\}) \leq \{S_0\}. \tag{5.15}$$

Įrąžų erdvėje takumo sąlygas (5.15) atitinka paviršius, kuris vadinamas takumo paviršiumi. Šis paviršius turi turėti tokias bendrąsias savybes (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

1. Jis turi būti uždaras (kai kuriomis kryptimis gali tęstis iki begalybės);
2. Jis turi būti iškilas, t. y. iš jo centro bet kuria kryptimi nubrėžtas vektorius gali kirsti takumo paviršių tik viename taške;
3. Jis negali eiti per koordinačių pradžios tašką;
4. Esant idealiai tampriai medžiagai, takumo paviršius yra fiksuotas, t. y. didėjant plastinei deformacijai, jo forma nekinta.

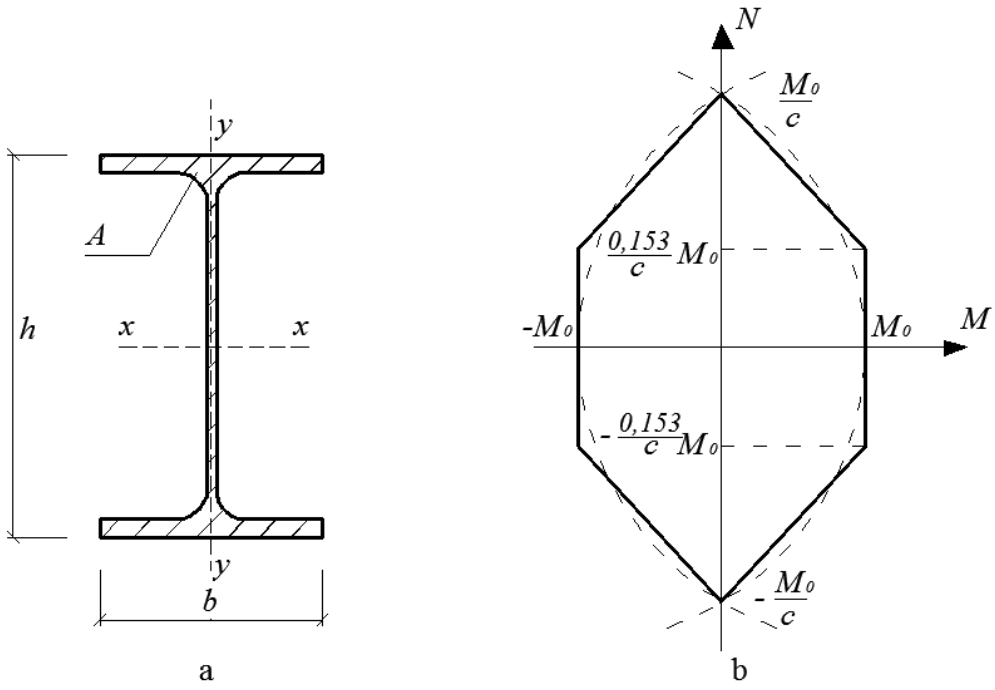
Rėminės strypinės konstrukcijos elemento, kuris yra lenkiamas ir kartu tempiamas arba gniuždomas, ribinė įrąža išreiškiama ribiniu lenkimo momentu ir ribine ašine jėga. Šie dydžiai priklauso nuo elemento skerspjūvio formos ir pasirinkto ribinio įtempių būvio. Rėminės konstrukcijos elemento j-tojo skerspjūvio, veikiamo lenkimo momento M_j ir ašinės jėgos N_j, takumo sąlygos valcuoto dvitėjo formos skerspjūviui yra netiesinės, jas sudaro dvi parabolės einančios per taškus $|N| = N_0$ ir $|M| = M_0$:

$$M_j^2 + c \cdot M_{0j}|N_j| \leq M_{0j}^2. \tag{5.16}$$

Praktiniuose skaičiavimuose netiesinės sąlygos yra ištiesinamos – parabolės funkcija aproksimuojama tam tikru skaičiumi tiesinių lygčių:

$$\left.\begin{aligned} M_j &\leq M_{0j}, & -M_j &\leq M_{0j}, \\ M_j/1{,}18 + c_j^+ \cdot N_j &\leq M_{0j}, & M_j/1{,}18 - c_j^- \cdot N_j &\leq M_{0j}, \\ -M_j/1{,}18 + c_j^+ \cdot N_j &\leq M_{0j}, & -M_j/1{,}18 - c_j^- \cdot N_j &\leq M_{0j}. \end{aligned}\right\}. \tag{5.17}$$

Takumo sąlygos (5.16) pavaizduotos 13 paveikslo b dalyje punktyrine kreive. Ten pat dvitėjo profiliuočio takumo sąlygų tiesinis variantas (5.17) pavaizduotas ištisinėmis linijomis.



13 pav. Valcuoto dvitėjo profiliuočio takumo sąlygų paviršius

Kadangi prieš sprendžiant optimizacijos uždavinį nėra žinoma kuriuose konstrukcijos elementuose kokia įrąža yra vyraujanti ir nuo kokių plastinių deformacijų elementas suirs, todėl visos šešios takumo sąlygos (5.17) užrašomos kiekvienam konstrukcijos diskretinio modelio pjūviui j. Gaunama, jog konstrukcijoje, kurios elementai yra veikiami sudėtingo įtempių būvio, bendras takumo sąlygų skaičius yra $j \cdot 6$, (j – diskretinio modelio pjūvių skaičius).

Takumo sąlygos (5.17) j-tajam pjūviui matricine forma užrašomos taip:

$$\{\Phi\}_j = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ -1 & 0 \\ \frac{1}{1{,}18} & c_j^+ \\ -\frac{1}{1{,}18} & c_j^+ \\ \frac{1}{1{,}18} & -c_j^- \\ -\frac{1}{1{,}18} & -c_j^- \end{bmatrix}.$$

Čia

$$c_j^+ = \frac{M_{0j}}{N_{0j}} = \frac{\sigma_y \cdot a_3 \cdot A^{b_3}}{\sigma_y \cdot A} = a_3 \cdot A^{b_3-1} \tag{5.18}$$

yra tempiamo elemento ribinio lenkimo momento ir ribinės ašinės tempimo jėgos santykis, o

$$c_j^- = \frac{M_{0j}}{N_{cr,j}} = \frac{\sigma_y \cdot a_3 \cdot A^{b_3}}{\chi \cdot \sigma_y \cdot A} = \frac{a_3}{\chi} \cdot A^{b_3-1} \tag{5.19}$$

yra gniuždomo elemento ribinio lenkimo momento ir ribinės ašinės gniuždymo jėgos santykis.

Jei ribinės įrąžos yra nežinomos sudaroma skerspjūvių ribinių įrąžų konstrukcijoje pasiskirstymo konfigūracijos matrica $[\Gamma]$, kurios dydis priklauso nuo takumo sąlygų skaičiaus (eilučių skaičius) bei nuo skirtingų ribinių įrąžų skaičiaus (stulpelių skaičius). Sudarius konfigūracijos matricą ribinių įrąžų vektorius $\{S_0\}$ išreiškiamas taip:

$$\{S_0\} = [\Gamma] \cdot \{S_0\}. \tag{5.20}$$

Tada visos konstrukcijos diskretinio modelio takumo sąlygos užrašomos tokia forma:

$$[\Phi] \cdot \{S\} \leq [\Gamma] \cdot \{S_0\}. \tag{5.21}$$

5.5. Geometriškai netiesinės konstrukcijos optimizacijos uždavinio matematinis modelis

Konstrukcijos optimalumą galime nagrinėti keliais aspektais, pavyzdžiui tūrio, kainos, gamybos ir eksploatavimo išlaidų bei kt. Tačiau šių visų veiksnių iškart įvertinti praktiškai neįmanoma dėl įvairių priežasčių (dėl uždavinio sudėtingumo, dėl matematinio normalizavimo).

Bendruoju atveju konstrukcijų optimizavimo uždaviniuose optimalumas yra vertinamas pagal vieną pagrindinį kriterijų, kuris aprašomas tokia funkcija:

$$\varphi(\{S_0\}) \to min, \tag{5.22}$$

čia $\{S_0\}$ – ribinių įrąžų vektorius.

Priimama, jog funkcija φ yra tiesinė ir išreiškiama taip:

$$\{L\}^T \cdot \{S_0\} \to min, \tag{5.23}$$

čia $\{L\}$ – konstrukcijos elementų (strypų) turinčių tą pačią ribinę įrąžą suminių ilgių vektorius.

Taip užrašytas optimalumo kriterijus (5.23) optimizavimo uždaviniuose gerai išreiškia konstrukcijos tūrį arba kainą.

Optimalumo kriterijus turi tenkinti konstrukcijos tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį išreiškiančias sąlygas. Tik tada ribinių įrąžų optimalaus pasiskirstymo prasmė bus reali ir ją bus galima sutapatinti su konstrukcijos optimizavimu.

Uždavinio formulavimui taikomas toks ekstreminis energinis principas:
„iš visų statiškai leistinų įrąžų vektorių plastiškosios suirties metu, tikrasis yra tas, kuriam esant energijos sklaidos greitis yra minimalus“.

Statiškai leistinas įrąžų vektorius, tai toks vektorius, kuris tenkina pusiausvyros lygtis

$$[A] \cdot \{S\} = \{F\} \tag{5.24}$$

ir takumo sąlygas

$$[\Phi] \cdot \{S\} \leq [\Gamma] \cdot \{S_0\}. \tag{5.25}$$

Taigi ekstreminį energinį principą atitinkantis konstrukcijos minimalaus tūrio optimizavimo uždavinio statinės formuluotės matematinis modelis yra toks (Karkauskas 2007):

$$\left.\begin{array}{ll} \text{Rasti} & \{L\}^T \cdot \{S_0\} \to min, \\ \text{kai} & [A] \cdot \{S\} = \{F\}, \\ & [\Phi] \cdot \{S\} - [\Gamma] \cdot \{S_0\} \leq 0, \\ & \{S_0\} \geq \{0\}. \end{array}\right\}. \tag{5.26}$$

Geometriškai netiesinės rėminės konstrukcijos optimizavimo uždavinio statinė formuluotė yra tokia: konstrukcijos konfigūracija, veikiančios išorinės apkrovos ir jų pridėjimo vieta bei tikslo funkcijos optimalumo kriterijus yra žinomi. Reikia rasti tokį strypų skerspjūvių A pasiskirstymą (ribines įrąžas S_0), kuris tenkintų optimalumo kriterijų, atitinkantį minimalų konstrukcijos tūrį V_{min}, ir atitiktų konstrukcijos būklę, kai atskiri konstrukcijos elementai deformuojasi plastiškai, tačiau visa konstrukcija dar nėra pasiekusi pilnojo plastiškojo suirimo.

Šio uždavinio apribojimų sąlygos turi apimti sąlygas išreiškiančias tikrąjį konstrukcijos įtempių deformacijų būvį, kai konstrukcija dirba tampriai plastiškai, tačiau dar nėra pasiekusi visiško plastiškojo suirimo stadijos. Tokį konstrukcijos įtempių deformacijų būvį išreikiantys dydžiai gaunami iš ekstreminio energinio principo apie minimalų energijos sklaidos greitį. Taip pat apribojimų sąlygose aprašomi konstrukciniai reikalavimai minimaliam konstrukcijos liauniui. Šios sąlygos riboja laisvą plastinių deformacijų vystymąsi konstrukcijos elementuose ir mazguose. Todėl optimalios konstrukcijos elementai patiria kartu ir tamprias deformacijas ir plastiškąsias. Pastarąsias sukelia liekamosios įrąžos $\{S_r\}$ ir liekamieji poslinkiai $\{u_r\}$. Visos šios apribojimų sąlygos neleidžia konstrukcijai pasiekti visiškos plastiškosios suirties stadijos (Karkauskas 2007).

Atsižvelgiant į paminėtas sąlygas ir konstrukcinius apribojimus, minimalaus tūrio optimizavimo uždavinys (5.26) papildomas tikrųjų įrąžų vektoriaus išraiška (5.4) bei konstrukcinių apribojimų sąlyga:

$$\text{Rasti } \{L\}^T \cdot \{S_0\} \rightarrow min, \tag{5.27}$$

$$\text{kai } [A_n] \cdot \{S_r\} = \{F\} - [A_n] \cdot \{S_e\}, \tag{5.28}$$

$$[\Gamma] \cdot \{S_0\} - [\Phi] \cdot \{S_r\} \geq [\Phi] \cdot \{S_e\}, \tag{5.29}$$

$$\{S_0\} \geq \{S_{0,cr}^{min}\}. \tag{5.30}$$

Čia:

(5.27) – uždavinio tikslo funkcija, išreiškianti minimalų konstrukcijos tūrį, kur:

$\{L\}$ – strypų turinčių tą pačia ribinę įrąžą suminių ilgių vektorius;

$\{S_0\}$ – konstrukcijos ribinių įrąžų vektorius;

(5.28) – pusiausvyros lygtys, kur:

$[A_n]$ – netiesinės pusiausvyros lygčių koeficientų matrica;

$\{S_e\}$ – tamprių įrąžų vektorius;

$\{S_r\}$ – liekamųjų įrąžų vektorius;

(5.29) – takumo sąlygos, kur:

$[\Phi]$ – konstrukcijos takumo sąlygų koeficientų matrica;

$[\Gamma]$ – konstrukcijos ribinių įrąžų konfigūracijos matrica;

(5.30) – konstrukcinių apribojimų sąlygos, kur:

$\{S_{0,cr}^{min}\}$ – apatinė ribinių įrąžų reikšmė, kuri sutapatinama su ribinio lenkimo momento apatine riba $M_{0,cr}^{min}$. Atsižvelgiant į gniuždomų elementų ribinio liaunio λ_{rib} reikalavimus (pagal STR 2.05.08:2005) apatinė ribinių įrąžų reikšmė, gniuždomiems elementams, randama pagal formulę (Karkauskas 2007):

$$M_{0,cr}^{min} = \sigma_y \cdot a_3 \cdot \left(\frac{l_b^2}{a_1 \cdot \lambda_{rib}^2} \right)^{\frac{b_3}{b_1 - 1}}, \quad (5.31)$$

čia l_b – tikrasis gniuždomasis elemento ilgis (nustatomas pagal STR 2.05.08:2005 reikalavimus).

Šio uždavinio (5.27-5.30) nežinomieji yra ribinės įrąžos $\{S_0\}$ ir liekamosios įrąžos $\{S_r\}$. Tamprių įrąžų $\{S_e\}$ reikšmės gaunamos paskutinėje antros eilės tamprios analizės iteracijoje (7 pav.) Dėl to jos yra funkciškai priklausomos nuo parametro, kuris yra optimizuojamas – šiuo atveju tai skerspjūvių plotai *A*. Šios priežastys komplikuoja tiesioginį skaitinį uždavinio formulavimą ir sprendimą. Dėl to tokio pobūdžio uždaviniai yra sprendžiami iteraciniais metodais. Tampraus atsako dydžiai yra perskaičiuojami pagal kiekvienos optimizacijos iteracijos rezultatus. Iteracinis procesas tęsiamas iki kol pasiekiamas priimtas tikslumas.

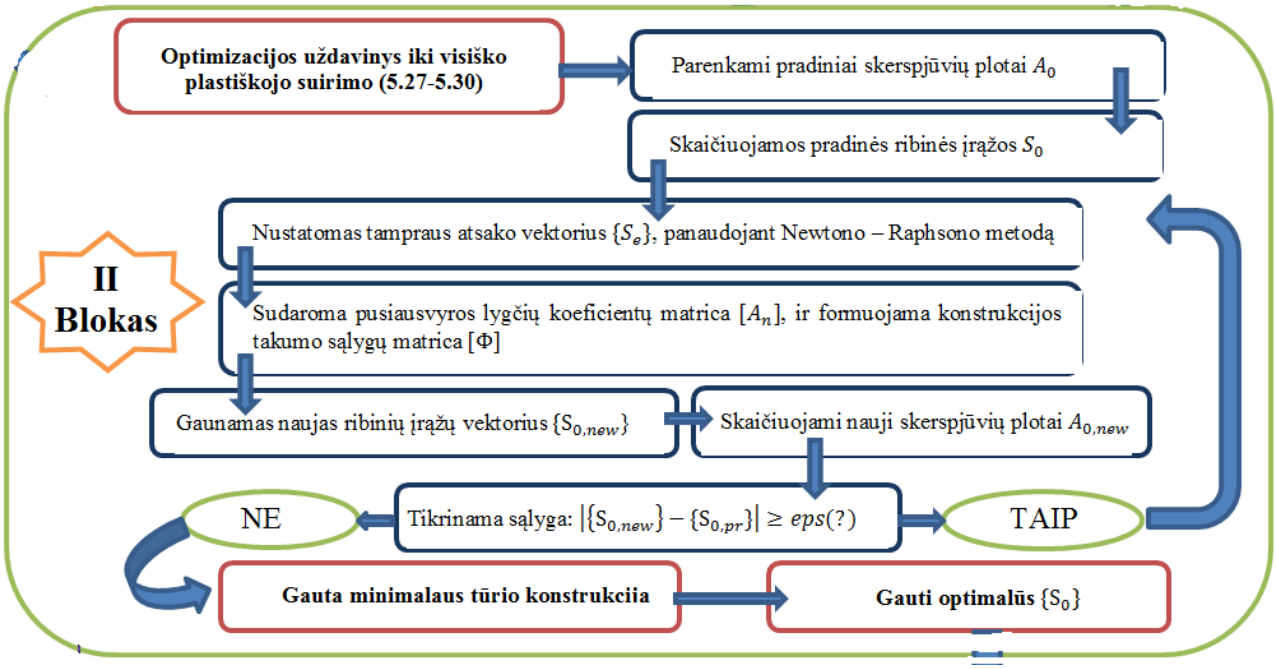
Optimalus sprendinys bus gautas atliekant kelias optimizavimo iteracijas. Kiekvienoje iteracijoje gaunamas rezultatas priklausomai nuo antros eilės analizėje gautų tampraus atsako dydžių. Pagal gautas optimalias skerspjūvių ribinių įrąžų reikšmes yra skaičiuojami nauji skerspjūvių parametrai, tokie kaip skerspjūvio plotas *A*, inercijos momentas *I* ir ribinių įrąžų ekscentricitetai c_j^+ ir c_j^-. Tada pagal gautas optimalias reikšmes skaičiuojami nauji tampraus atsako dydžiai naujai optimizacijos iteracijai, taikant tangentinio standumo metodą.

Rėminių strypinių geometriškai netiesinių konstrukcijų viena optimizacijos iteracija susideda iš tokių etapų:

1. Parenkamas gniuždomųjų konstrukcijos elementų ribinis liaunis λ_{rib} (pagal STR 2.05.08:2005);
2. Formuojamas pradinių ribinių įrąžų reikšmių vektorius $\{S_0^{pr}\} = \{S_{0,cr}^{min}\} = \{M_{0,cr}^{min}\}$ (pagal 5.31 formulę);
3. Skaičiuojami pradiniai skerspjūvių plotai $A_0 = \left(M_0^{pr} / \sigma_y \cdot a_3\right)^{1/b_3}$, atitinkantys pradines ribinių įrąžų reikšmes;
4. Taikant Niutono-Rapsono iteracinį apkrovos kontrolės metodą, atliekama antros eilės geometriškai netiesinė analizė, gaunamos tamprių įrąžų reikšmės $\{S_e\}$, ir įvertinant geometrijos pasikeitimą formuojama netiesinės pusiausvyros koeficientų matrica $[A_n]$.
5. Skaičiuojamos ribinių įrąžų santykių (ekscentricitetų) reikšmės c_j^+ ir c_j^- (pagal 5.18-5.19 formules)
6. Sudaroma takumo sąlygų matrica [Φ];
7. Sprendžiamas tiesinio matematinio programavimo optimizacijos uždavinys (5.27-5.30), ir gaunami nauji ribiniai lenkimo momentai M_0^{new};
8. Skaičiuojami nauji skerspjūvių plotai $A_{new} = \left(M_0^{new} / \sigma_y \cdot a_3\right)^{1/b_3}$;

9. Tikrinama priimto tikslumo sąlyga $\left|M_0^{new} - M_0^{pr}\right| > eps?$,
    a. jeigu sąlyga tenkinama – A_{new} tampa A_0, ir M_0^{new} tampa M_0^{pr} ir optimizavimo iteracija kartojama nuo 4 punkto;
    b. jeigu sąlyga netenkinama, reiškias gautas sprendinys yra optimalus – optimizacijos uždavinys išspręstas.

Grafiškai vienos optimizacijos iteracijos eiga pavaizduota 14 paveiksle.



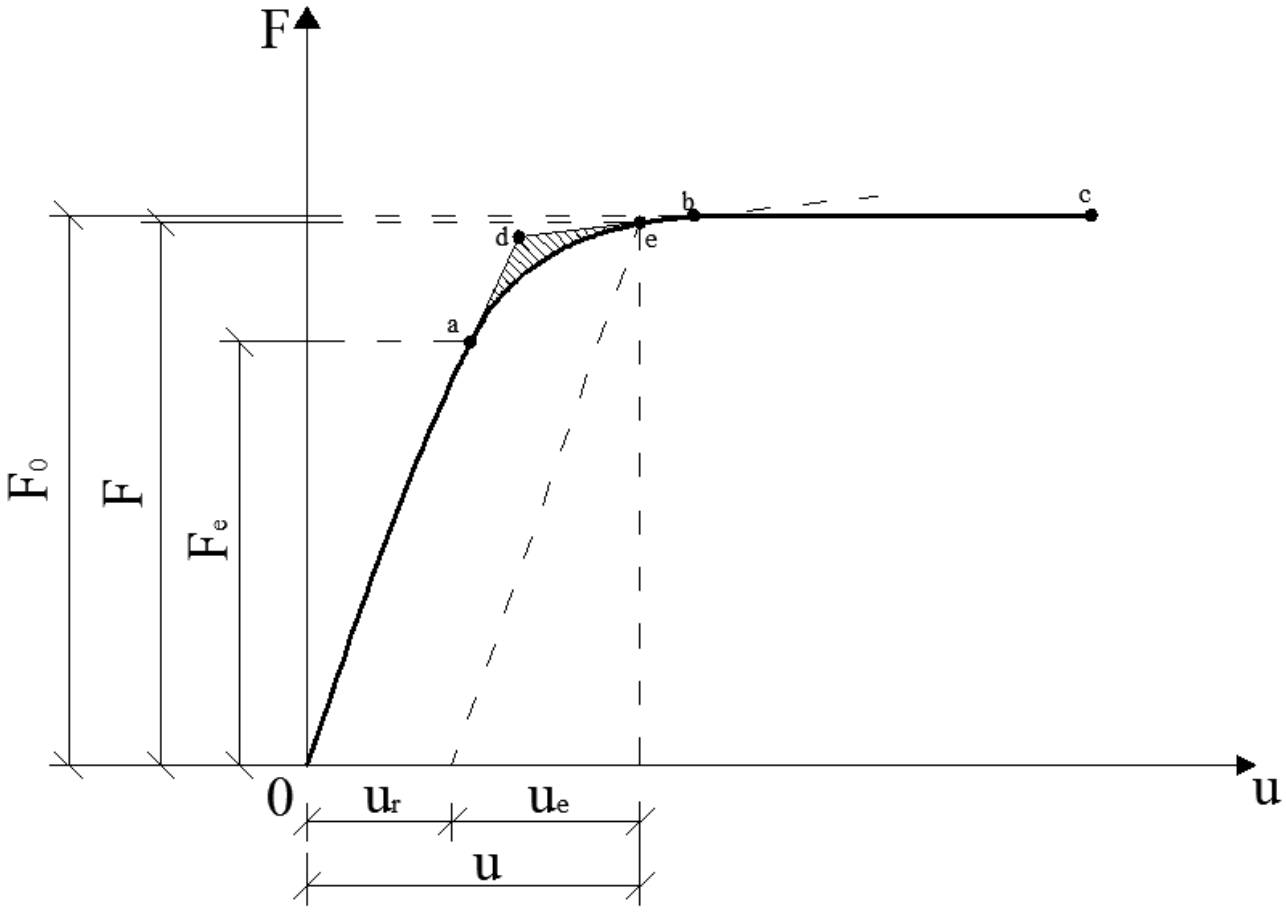
14 pav. Rėminės konstrukcijos vienos optimizacijos iteracijos algoritmo schema

6. GEOMETRIŠKAI NETIESINĖS NETAMPRIOS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS ANALIZĖ

6.1. Bendrosios pastabos ir priklausomybės

Analizės uždaviniu vadinamas tamprios plastinės strypinės sistemos, kurios visi fiziniai parametrai ir veikianti apkrova yra žinomi, įtempių ir deformacijų būvio nustatymas, kai atskiri sistemos elementai deformuojasi plastiškai, tačiau visa sistemai nėra pasiekus visiško plastiškojo suirimo. Analizės uždaviniu nustatomas įtempių ir deformacijų būvis bet kuriame sistemos apkrovimo ir nukrovimo etape. Šio uždavinio pagrindiniai ieškomieji dydžiai yra įtempių ir deformacijų būvį charakterizuojantys dydžiai, t. y. sistemos tikrieji poslinkiai, tikrosios deformacijos ir tikrosios įrąžos. Nagrinėtame optimizacijos uždavinyje, pritaikius kinematinę formuluotę buvo galima gauti tik poslinkių ir deformacijų greičius, bet tikrųjų poslinkių ir deformacijų nerasdavome.

Konstrukcijos darbo stadijas vaizdžiai parodo 15 paveiksle pavaizduotas ryšys tarp konstrukciją veikiančios apibendrintos apkrovos ir apibendrintų poslinkių.



15 pav. Ryšys tarp apibendrintų jėgų ir poslinkių

Čia:

0-a – atitinka tamprią konstrukcijos darbo stadiją, t. y. galioja tiesinis ryšys tarp poslinkių ir išorinės apkrovos (Huko dėsnis);

a-b – kreivė vaizduoja netiesinį ryšį tarp poslinkių ir išorinės apkrovos, atsiradus plastinėms deformacijoms;

b-c – dalis vaizduoja sistemos plastinio suirimo stadiją, tačiau savo uždaviniuose šios dalies nenagrinėjame, nes konstrukcija nepatiria visiško plastiškojo surimo.

Šiame skyriuje nagrinėjama konstrukcijos darbo stadija a-b (15 pav.) ir ją atitinkančio konstrukcijos įtempių ir deformacijų būvio skaičiavimas. Ši konstrukcijos darbo būklė yra labai svarbi konstrukcijų projektavimui, nes kai kurių medžiagų, pavyzdžiui, metalo konstrukcijos plastinio suirimo būklėje įgauna labai didelių poslinkių ir skaičiavimas, taikant mažų poslinkių hipotezę, tampa nepatikimas. Be to daugelis konstrukcijų eksploatuojamos tokiomis sąlygomis, kad atsiradusios plastinės deformacijos turi būti būtinai įvertinamos projektuojant tokias konstrukcijas.

Nagrinėjama tamprioji plastinė diskretinė sistema, veikiama išorinės apkrovos, kurios pridėjimo vieta, krypti ir dydžiai yra žinomi. Ši apkrova yra mažesnė už ribinę, tačiau sukelia plastines deformacijas, vadinasi , $F_e \leq F \leq F_0$ (15 pav.) (Čyras 1994).

Diskretinio konstrukcijos modelio įtempių būvis apibūdinamas tikrųjų įrąžų vektoriumi $\{S\}$, liekamųjų įrąžų vektoriumi $\{S_r\}$ ir tamprios būklės sprendinio įrąžų vektoriumi $\{S_e\}$.

Tampraus sprendinio įrąžų vektorius $\{S_e\}$ gaunamas išsprendus nagrinėjamą sistemą tampraus skaičiavimo metodu (7 pav.). Fizikinę liekamųjų įrąžų prasmę galima paaiškinti tuo, kad nukrauta plastiškai deformuota sistema liks deformuota. Vadinasi, kai apkrova nulinė, konstrukcijoje yra liekamųjų įrąžų. Liekamųjų įrąžų ir tampraus sprendinio įrąžų vektorių suma sudaro tikrąjį įrąžų vektorių (5.4).

Geometriškai netiesinės deformuotos sistemos liekamosios įrąžos yra pusiausvyros būsenoje, t. y. atitinka tokią pusiausvyros lygtį:

$$[A_n] \cdot \{S_r\} = \{F\} - [A_n]\{S_e\}. \tag{6.1}$$

Deformuotą konstrukcijos būvį išreiškia tikrųjų poslinkių vektorius $\{u\}$, liekamųjų poslinkių vektorius $\{u_r\}$ ir tamprios būklės sprendinio vektorius $\{u_e\}$ (15 pav.). Liekamųjų poslinkių ir tampraus sprendinio poslinkių vektorių suma sudaro tikrųjų poslinkių vektorių (5.5).

Poslinkių išvestiniai dydžiai taip pat charakterizuojantys konstrukcijos deformuotą būvį yra liekamosios deformacijos $\{\theta_r\}$ ir tamprios deformacijos $\{\theta_e\}$, šių dydžių suma išreiškia tikrąsias deformuotą būvį atitinkančias deformacijas $\{\theta\}$:

$$\{\theta\} = \{\theta_e\} + \{\theta_r\}. \tag{6.2}$$

Sistemos plastinės savybės išreiškiamos ribinių įrąžų vektoriumi $\{S_0\}$ ir vektorine takumo sąlygų funkcija, kuri pasitelkus formulę (5.4) užrašoma taip (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$f(\{S\}) = f(\{S_r\} + \{S_e\}) \leq \{S_0\}. \tag{6.3}$$

Tokiu būdu tikrosios įrąžos ir tikrieji poslinkiai analizės uždavinyje nustatomi nežinomaisiais laikant liekamąsias įrąžas $\{S_r\}$ ir liekamuosius poslinkius $\{u_r\}$.

6.2. Analizės uždavinio matematinis modelis

Geometriškai netiesinės analizės uždavinys formuluojamas taip: konstrukcijos konfigūracija, veikianti išorinė apkrova, skerspjūvių fiziniai ir geometriniai parametrai yra žinomi, reikia nustatyti jos tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį kai atskiri konstrukcijos elementai deformuojasi plastiškai, tačiau visa konstrukcija dar nėra visiškai plastiškai suirus.

Tamprios plastinės sistemos tikrajam įtempių deformacijų būviui nustatyti taikomas toks ekstreminis energinis principas:

„iš visų statiškai leistinų liekamųjų įrąžų vektorių sistemoje, kuri visiškai plastiškai nesuiro, tikrasis yra tas, kuris atitinka minimalią papildomo deformavimo energiją“.

Statiškai leistinas liekamųjų įrąžų vektorius, tai toks vektorius kuris tenkina pusiausvyros lygtis (6.1) ir takumo sąlygas (6.3).

Papildomo deformavimo energija yra išreiškiama taip (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$U_r = \frac{1}{2}\{S_r\}^T \cdot [D] \cdot \{S_r\}. \tag{6.4}$$

čia $[D]$ – kvazidiagonalioji konstrukcijos pasiduodamumo matrica, kurią sudaro kiekvieno *k*-tojo konstrukcijos elemento pasiduodamumo matricos $[d_k]$:

$$[D] = \begin{bmatrix} [d_1] & 0 & 0 & 0 \\ 0 & [d_2] & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \dots & 0 \\ 0 & 0 & 0 & [d_k] \end{bmatrix},$$

čia $[d_k]$ – elemento pasiduodamumo matrica, kuri lenkiamam ir kartu tempiamam arba gniuždomam elementui yra tokia (Čyras 1989):

$$[d_k] = \begin{bmatrix} \frac{l_k}{3EI} & -\frac{l_k}{6EI} & 0 \\ -\frac{l_k}{6EI} & \frac{l_k}{3EI} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_k}{EA} \end{bmatrix},$$

čia E – medžiagos tamprumo modulis; l_k – k-tojo elemento ilgis; I – skerspjūvio inercijos momentas; A – skerspjūvio plotas.

Geometriškai netiesinės rėminės konstrukcijos, kurios elementai patiria plastines deformacijas, ekstreminį energinį principą atitinka toks analizės uždavinio matematinis modelis:

$$\text{Rasti} \quad \frac{1}{2}\{S_r\}^T \cdot [D]\{S_r\} \rightarrow min, \tag{6.5}$$

$$\text{kai} \quad [A_n] \cdot \{S_r\} = \{F\} - [A_n] \cdot \{S_e\}, \tag{6.6}$$

$$[\Phi] \cdot \{S_r\} \leq \{S_0\} - [\Phi] \cdot \{S_e\}. \tag{6.7}$$

Uždavinio nežinomieji yra liekamosios įrąžos $\{S_r\}$ ir liekamieji poslinkiai$\{u_r\}$.

Čia tikslo funkcija yra kvadratinė, o apribojimų sąlygos tiesinės. Todėl tai yra iškiliojo kvadratinio matematinio programavimo uždavinys, turintis vieną ekstremumą (Karkauskas 2004). Šis uždavinys sprendžiamas, taikant kvadratinio matematinio programavimo teoriją ir specialius algoritmus. Gaunamos tikrosios įrąžos $\{S\} = \{S_e\} + \{S_r\}$ ir tikrieji poslinkiai $\{u\} = \{u_e\} + \{u_r\}$ optimalioje konstrukcijoje, nepasiekusioje visiško plastiškojo suirimo, bet kuriame apkrovimo etape.

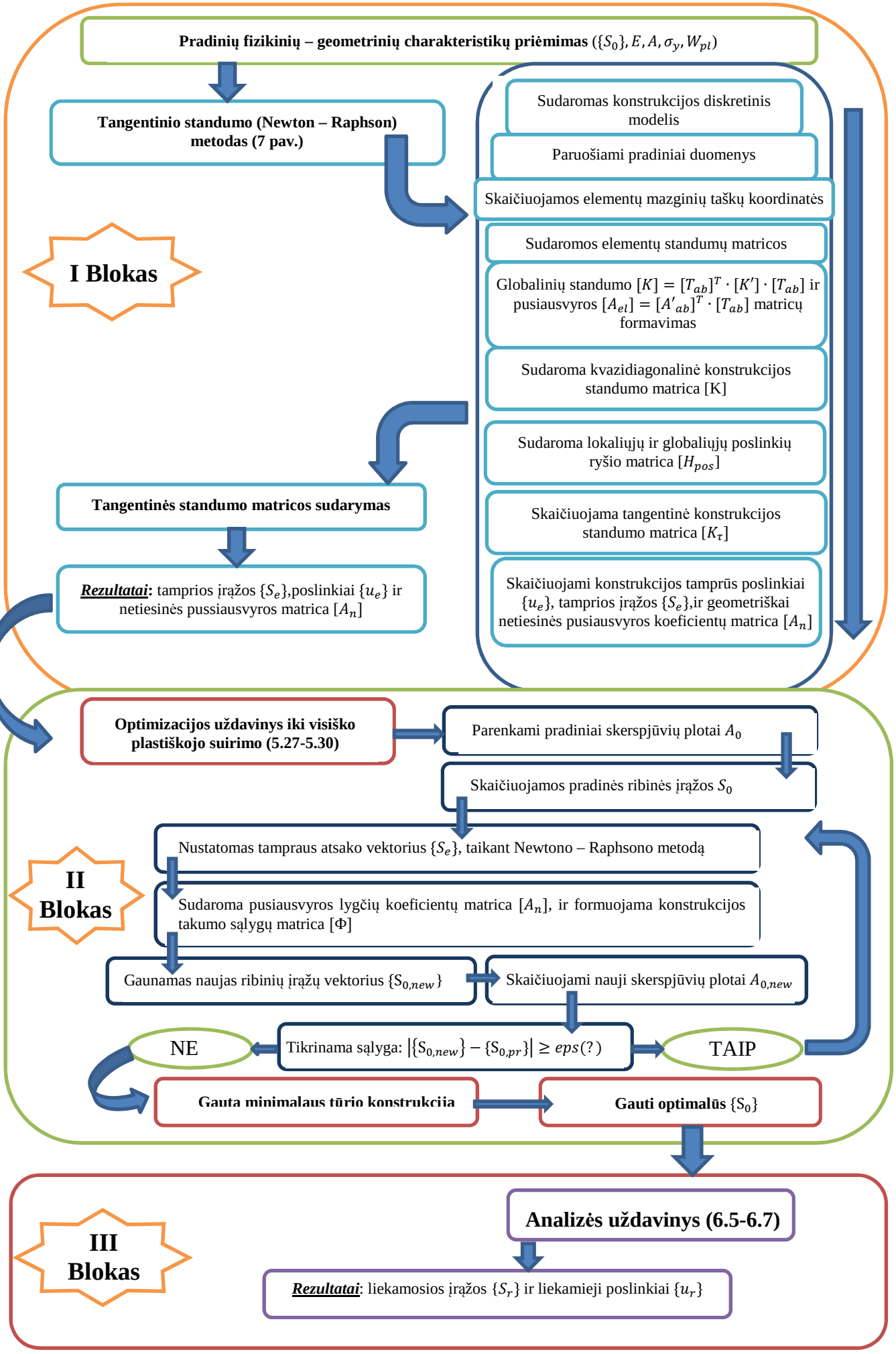
Pagrindinės analizės uždavinio (6.5-6.7) sprendimo algoritmo operacijos yra tokios:

1. Iš optimizacijos uždavinio yra žinomi optimalūs konstrukcijos skerspjūviai A_{opt} ir optimalių ribinių įrąžų reikšmės $\{S_{opt}\}$;
2. Nustatoma reikiama apkrovos faktoriaus F_{daug} reikšmė (pvz. tokia prie kurios neatsiranda jokių plastinių deformacijų);
3. Taikant Niutono-Rapsono iteracinį apkrovos kontrolės metodą, atliekama antros eilės geometriškai netiesinė analizė, gaunamos tamprių įrąžų $\{S_e\}$ ir tamprių poslinkių $\{u_e\}$ reikšmės, ir įvertinant geometrijos pasikeitimą formuojama netiesinės pusiausvyros koeficientų matrica $[A_n]$, atitinkanti tam tikrą apkrovos reikšmę esant nustatytam apkrovos faktoriui F_{daug}.

4. Sprendžiamas analizės uždavinys (6.5-6.7), gaunami atitinkami liekamųjų įrąžų $\{S_r\}$ ir liekamųjų poslinkių $\{u_r\}$ vektoriai. Skaičiuojamos suminės dydžių reikšmės.
5. Fiksuojamas plastinių deformacijų pobūdis ir atsivėrusių plastinių lankstų skaičius konstrukcijoje, prie nagrinėjamos apkrovos.

Kartojant operacijas 2-5 sudaroma konstrukcijos plastinio deformavimo trajektorija, vaizdžiai išreiškianti plastinių deformacijų ir geometrinio netiesiškumo įtaką konstrukcijos darbui. Gaunami konstrukcijos tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį atitinkantys dydžiai prie bet kokios nagrinėjamos apkrovos, kai atskiri konstrukcijos elementai patiria plastines deformacijas.

Apibendrinant išnagrinėtus analizės ir optimizacijos uždavinius galima teigti, jog optimalios tamprios plastinės rėminės geometriškai netiesinės konstrukcijos tikrojo įtempių ir deformacijų būvio analizės uždavinys (6.5-6.7) sujungia į bendrą visumą tamprios geometriškai netiesinės analizės (7 pav.) rezultatus su optimizavimo uždavinio (5.27-5.30) rezultatais, ir leidžia nustatyti optimalios konstrukcijos tikruosius įtempių ir deformacijų būvį nusakančius dydžius prie bet kokios apkrovos. Pilna optimizacijos ir analizės uždavinių jungtinė schema pavaizduota 16 paveiksle.



16 pav. Optimizacijos ir analizės uždavinių sprendimo jungtinė schema

7. SKAITINIS EKSPERIMENTAS

7.1. Nagrinėjama konstrukcija

Aptarti konstrukcijų optimizavimo ir analizės uždavinių matematiniai modeliai atskleidžiami nagrinėjant pasirinktos geometrijos plokščią strypinę sistemą – rėmą. Nagrinėjamos konstrukcijos geometrija bei apkrovimo pobūdis pavaizduoti skaičiuojamojoje schemoje (17 pav.).

Konstrukcijos elementai projektuojami iš karšto valcavimo dvitėjo formos skerspjūvio profiliuočių:

- pirmo ir antro aukšto kolonos iš europinio standarto HEB profiliuočių;
- trečio aukšto kolonos iš europinio standarto HEAA profiliuočių;
- sijos iš europinio standarto IPE profiliuočių;

Konstrukcijos strypų skerspjūvių pradinės geometrinės charakteristikos skaičiuojamos pagal tokias formules (Atkočiūnas J., Karkauskas R. 2010):

$$I_x = a_1 A^{b_1}, \tag{7.1}$$

$$W_{pl} = a_3 A^{b_3}, \tag{7.2}$$

čia:

I_x – skerspjūvio inercijos momentas;

W_{pl} – skerspjūvio plastinis atsparumo momentas;

A – skerspjūvio plotas;

a_1,a_3, b_1, b_3 – geometrinių charakteristikų koeficientai, kurie pateikti 1 lentelėje.

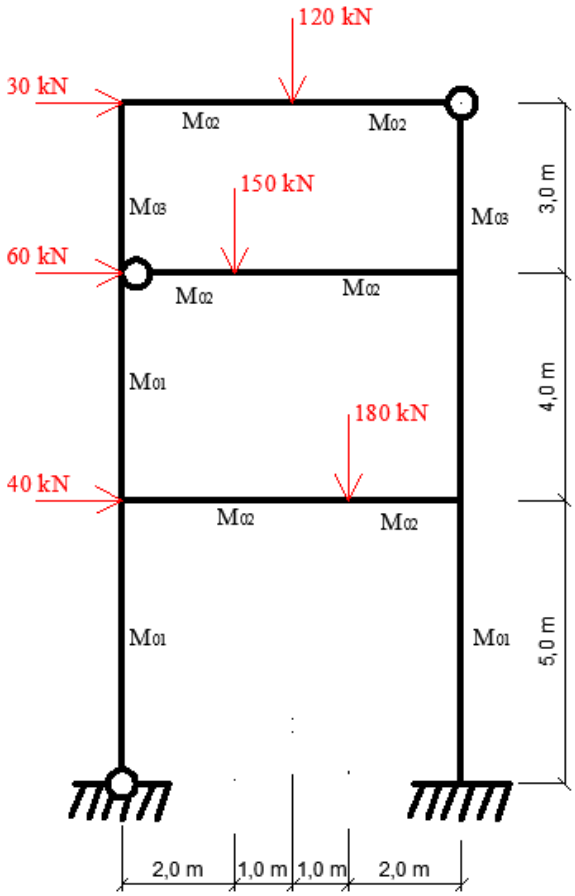
1 lentelė. Profiliuočių geometrinių charakteristikų koeficientai (EN 10034)

Profiliuočio tipas	a1	b1	a3	b3
IPE	0,7885	2,3210	0,8411	1,6572
HEB 100-300	0,2639	2,2917	0,4933	1,6467
HE 100AA-280AA	0,4947	2,2932	0,6752	1,6472

Konstrukcijos elementų (strypų) medžiaga – plienas, kurio ribiniai įtempiai pagal takumo ribą yra $\sigma_y = 235\ MPa$, o medžiagos tamprumo modulis $E = 205\ GPa$.

Optimalių skerspjūvių pasiskirstymas išreiškiamas ribinių įrąžų pasiskirstymu (18 pav.).

Konstrukcijos ribinių įrąžų vektorius: $\{S_0\} = [M_{01}, M_{02}, M_{03}]^T$.

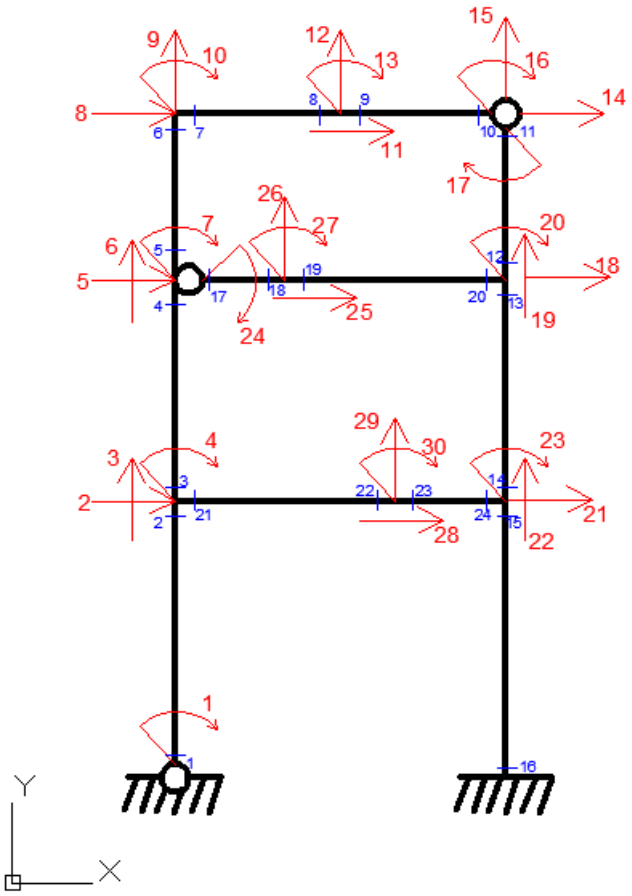


17 pav. Nagrinėjamos konstrukcijos skaičiuojamoji schema

7.2. Konstrukcijos diskretizavimas baigtiniais elementais

Sudaromas nagrinėjamos konstrukcijos diskretinis modelis (18 pav.). Konstrukcija diskretizuojama strypiniais baigtiniais elementais, kurių kiekvienas perima tempimo arba gniuždymo ašinių jėgų ir lenkimo momentų įrąžas.

Konstrukcijos diskretinį modelį sudaro 11 mazgų, 24 pjūviai ir 12 strypų. Kiekviename pjūvyje veikia lenkimo momentas, o kiekviename strype tempimo ar gniuždymo ašinė jėga, vadinasi, iš viso konstrukcijoje veikia $n = 36$ įrąžos. Konstrukcijos mazgų galimų poslinkių schema pavaizduota (18 pav.).



18 pav. Konstrukcijos diskretinis modelis (rodyklėmis pavaizduotos konstrukcijos mazgų galimų globalinių poslinkių kryptys).

Konstrukcijos statinio neišsprendžiamumo laipsnis, randamas pagal (5.1) formulę:

$$k = 3 \cdot K - L = 3 \cdot 3 - 3 = 6.$$

Tada konstrukcijos diskretinio modelio laisvumo laipsnis (mazgų galimų globalių poslinkių sk.) randamas pagal formulę (5.2) yra toks:

$$m = n - k = 36 - 6 = 30.$$

Konstrukcijos mazgų galimų globalių poslinkių vektoriaus $\{u\}$ narių skaičius turi būti lygus konstrukcijos diskretinio modelio laisvumo laipsniui m.

$$\{u\} = [u_1, u_2, u_3, u_4, u_5, u_6, u_7, u_8, u_9, u_{10}, u_{11}, u_{12}, u_{13}, u_{14}, u_{15}, u_{16}, u_{17}, u_{18}, u_{19},$$
$$u_{20}, u_{21}, u_{22}, u_{23}, u_{24}, u_{25}, u_{26}, u_{27}, u_{28}, u_{29}, u_{30}]^T.$$

Jam dualus vektorius yra konstrukciją veikiančios apkrovos vektorius:

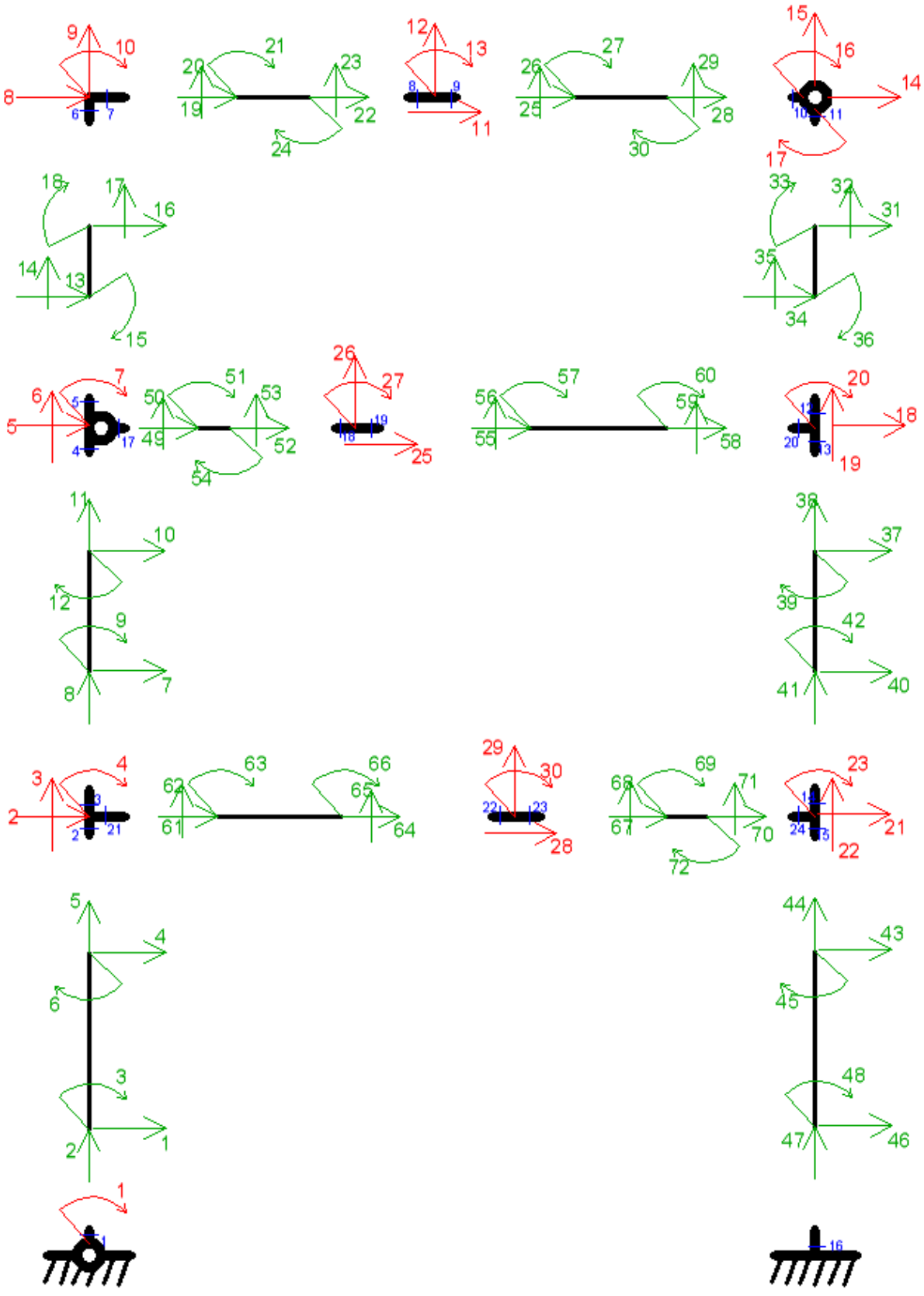
$$\{F\} = [0, 40, 0, 0, 60, 0, 0, 30, 0, 0, 0, -120, 0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0, -150,0,0, -180,0]^T.$$

Anksčiau aptartų konstrukcijos matematinių modelių sprendimo algoritmai paremti priklausomybe tarp baigtinių elementų lokalinių poslinkių ir visos konstrukcijos globalinių poslinkių. Tai reiškia, kad konstrukcijos diskretinio modelio kiekvieno baigtinio elemento mazginis lokalusis poslinkis turi būti išreiškiamas atitinkamu visos konstrukcijos globaliuoju poslinkiu. Tam reikia sudaryti konstrukcijos globaliųjų ir lokaliųjų poslinkių ryšio matricą $[H_{pos}]$.

Konstrukcijos diskretinio modelio baigtinių elementų lokaliųjų poslinkių schema pavaizduota 19 paveiksle (žalia spalva). Poslinkių ryšio matricos eilučių skaičius yra lygus konstrukcijos baigtinių elementų lokaliųjų poslinkių skaičiui, o stulpelių skaičius – lygus konstrukcijos globaliųjų poslinkių skaičiui (diskretinio modelio laisvumo laipsniui *m*).

Matrica sudaroma rankiniu būdu taip: jei nagrinėjamo baigtinio elemento mazginio lokaliojo poslinkio kryptis sutampa su atitinkamo mazgo globaliojo poslinkio kryptimi, tai atitinkamame matricos langelyje įrašomas skaičius 1. Jeigu nagrinėjamo elemento lokalieji mazginiai poslinkiai nesutampa nei su vienu globaliuoju poslinkiu, tai atitinkamuose matricos langeliuose įrašomas 0, reiškia mazgo poslinkiai šiomis kryptimi yra suvaržyti.

20 paveiksle pateikiamas $[H_{pos}]$ matricos fragmentas, kadangi matricą didelė, ją sudaro 72 eilutės ir $m = 30$ stulpelių.



19 pav. Konstrukcijos mazgų globalinių galimų poslinkių schema (kryptys **raudona** spalva), ir konstrukcijos elementų mazginių taškų lokalinių poslinkių schema (kryptys **žalia** spalva)

$[H_{pos}] =$

lok./glob.	u_1	u_2	u_3	...	u_{23}	...	u_{25}	...	u_{30}
u_1	0	0	0	...	0	...	0	...	0
u_2	0	0	0	...	0	...	0	...	0
u_3	1	0	0	...	0	...	0	...	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
u_{55}	0	0	0	...	0	...	1	...	0
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
u_{66}	0	0	0	...	0	...	0	...	1
...	...	...	...	...	...	...	...	...	...
u_{72}	0	0	0	...	1	...	0	...	0

20 pav. Konstrukcijos globalinių ir lokalinių poslinkių ryšio matricos fragmentas

7.3. Kolonų skaičiuojamojo ilgio skaičiavimas

Šiame darbe konstrukcijos gniuždomų kolonų skaičiuojamieji ilgiai $l_b = l_{eff}$ įvertinami tiek skaičiuojant apatines ribinių įrąžų reikšmes pagal (5.31) formulę, tiek kiekvienoje optimizacijos iteracijoje perskaičiuojant klupumo įtempių redukcijos koeficientus χ, kurie reikalingi takumo sąlygose esančių ekscentricitetų c skaičiavimui (žr. 5.4 skyrių).

Gniuždomų kolonų skaičiuojamieji ilgiai nustatomi pagal STR 2.05.08:2005 reikalavimus. Pavyzdžiui apatiniojo aukšto kairiosios kolonos skaičiuojamojo ilgio skaičiavimo eiga pagal STR 2.05.08:2005 XII skirsnį būtų tokia:

1) Pastoviojo skerspjūvio kolonų skaičiuojamieji ilgiai l_{eff} apskaičiuojami pagal formulę:

$$l_{eff} = \mu \cdot l_c, \tag{7.1}$$

čia: l_c – kolonos ilgis arba aukšto aukštis;

μ – skaičiuojamojo ilgio koeficientas.

2) Pastoviojo skerspjūvio kolonų skaičiuojamojo ilgio koeficientai μ rėmo plokštumoje, laisviems rėmams nustatomi pagal STR 2.05.08:2005 7.16 lentelę:

kai $n \leq 0{,}2$,

$$\mu = \frac{(p + 0{,}68)\sqrt{n + 0{,}22}}{\sqrt{0{,}68p(p + 0{,}9)(n + 0{,}08) + 0{,}1n}}; \tag{7.2}$$

kai $n > 0{,}2$,

$$\mu = \frac{(p + 0{,}63)\sqrt{n + 0{,}28}}{\sqrt{pn(p + 0{,}9) + 0{,}1n}}. \tag{7.3}$$

Čia daugiaaukščio rėmo apatinio aukšto kolonoms koeficientai n ir p randami pagal 7.16 lentelę:

$$n = \frac{I_{ru} l_c}{2 l_r I_c}, \qquad p = \frac{I_{rl} l_c}{l_r I_c}. \tag{7.4}$$

Čia: I_c ir l_c – tikrinamos kolonos skerspjūvio inercijos momentas ir ilgis;

l_r – rėmo tarpatramis;

I_{ru} ir I_{rl} – prie tikrinamos kolonos viršutinių ir apatinių galų prijungtų rėmo sijų skerspjūvių inercijos momentai.

Taigi apatinio aukšto kairioji kolona yra projektuojama iš europinio standarto HEB profiliuočio. Pradiniai kolonos duomenys:

- skerspjūvio (HEB160) inercijos momentas $I_c = 2492{,}0\ cm^4$;
- kolonos ilgis $l_c = 5{,}0\ m$;
- prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspjūvio (IPE300) inercijos momentas $I_{ru} = 8356{,}0\ cm^4$;
- prie apatinio kolonos galo nėra tvirtinama sija, tai $I_{rl} = 0$;
- rėmo tarpatramis $l_r = 6{,}0\ m$.

Tada

$$n = \frac{I_{ru} l_c}{2 l_r I_c} = \frac{8356{,}0 \cdot 5000}{2 \cdot 6000 \cdot 2492} = 1{,}397 > 0{,}2,$$

$$p = \frac{I_{rl} l_c}{l_r I_c} = \frac{0 \cdot 5000}{6000 \cdot 2492} = 0.$$

Kolonos skaičiuojamojo ilgio koeficientas:

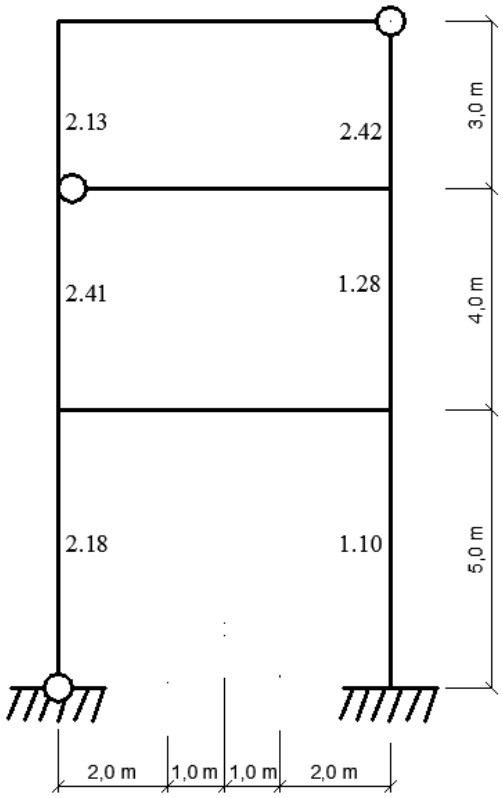
$$\mu = \frac{(p + 0{,}63)\sqrt{n + 0{,}28}}{\sqrt{pn(p + 0{,}9) + 0{,}1n}} = \frac{(0 + 0{,}63)\sqrt{1{,}397 + 0{,}28}}{\sqrt{0 \cdot 1{,}397(0 + 0{,}9) + 0{,}1 \cdot 1{,}397}} = 2{,}18.$$

Kolonos skaičiuojamasis ilgis: $l_{eff} = \mu l_c = 2{,}18 \cdot 5{,}0 = 10{,}9\ m$.

Kolonų skaičiuojamojo ilgio skaičiavimui palengvinti sudarytas algoritmas „MATLAB R2008a“ aplinkoje (žr. A priedo „Kolonų skaičiuojamojo ilgio skaičiavimas“ dalį). Pradiniai kolonų skaičiuojamojo ilgio koeficientai, taikant sudarytą algoritmą, buvo gauti tokie:

$$\{\mu\} = [2.18 \;\; 2.41 \;\; 2.13 \;\; 2.42 \;\; 1.28 \;\; 1.10].$$

Šių koeficientų pasiskirstymas konstrukcijoje pavaizduotas 21 paveiksle.



21 pav. Kolonų skaičiuojamojo ilgio koeficientai

Šie skaičiuojamojo ilgio koeficientai (21 pav.) naudojami pradiniams, nedeformuotos konstrukcijos, skaičiuojamiesiems kolonų ilgiams apskaičiuoti, o pastarieji naudojami apatinėms ribinių įrąžų reikšmėms rasti.

Optimizacijos metu kiekvienoje iteracijoje skaičiuojamojo ilgio koeficientai yra perskaičiuojami, pagal naujai gautus skerspjūvių duomenis ir deformuotos konstrukcijos elementų ilgius. Šie koeficientai yra naudojami naujiems skaičiuojamiesiems kolonų ilgiams apskaičiuoti, kurie yra naudojami naujų takumo sąlygų sudarymui.

7.3. Konstrukcijos optimalus sprendinys

Konstrukcijos, nepasiekusios visiško plastiškojo suirimo, strypų optimizacija, įvertinant geometrinį netiesiškumą, buvo atlikta pagal matematinį modelį (5.27-5.30). Uždavinio sprendimo „MATLAB R2008a“ aplinkoje algoritmas pateiktas A priede. Optimalus sprendinys tenkinantis stiprumo, stabilumo bei konstrukcinius reikalavimus, taip pat tenkinantis priimtą tikslumą, buvo pasiektas po 5 optimizacijos iteracijų, rezultatai pateikti 2 lentelėje.

Poslinkiai konstrukcijoje neribojami. Ribinių įrąžų minimalios reikšmės pagal (5.31) formulę yra: $M_{01,cr}^{min} = 178{,}85\ kNm,\ M_{02,cr}^{min} = 145{,}94\ kNm,\ M_{03,cr}^{min} = 38{,}10\ kNm$.

2 lentelė. Konstrukcijos optimizavimo rezultatai

Nr.	M_{01}, kNm	M_{02}, kNm	M_{03}, kNm	A_1, cm^2	A_2, cm^2	A_3, cm^2	$\{L\}^T S_0$	V, cm^3
0.	**83,343**	**145,937**	**59,416**	**54,300**	**53,800**	**36,500**	**4387,863**	**216480,000**
1.	220,610	282,188	60,406	98,068	80,091	36,868	10112,035	358103,922
2.	232,186	288,425	56,235	101,161	81,155	35,300	9688,439	348913,449
3.	231,684	287,924	56,237	101,028	81,070	35,301	9709,642	349376,169
4.	231,689	287,943	56,251	101,030	81,073	35,307	9708,884	349359,442
5.	***231,688***	***287,942***	***56,251***	***101,030***	***81,073***	***35,307***	***9708,912***	***349360,077***
6.	***221,986***	***258,932***	***109,198***	***98,439***	***76,041***	***52,814***	***9311,704***	***345751,502***

2-os lentelės 0-nėje eilutėje pateikti pradiniai (parinkti iš sortimento) skerspjūvių plotai ir juos atitinkančių pradinių ribinių įrąžų reikšmės, bei pradinis nedeformuotos konstrukcijos tūris.

5-ojoje eilutėje (žr. 2 lentelę) pateikti optimalaus sprendinio, kai geometrinis netiesiškumas yra įvertinamas, rezultatai – optimalus deformuotos konstrukcijos tūris bei optimalūs skerspjūvių plotai. Čia konstrukcijos tūris paskaičiuotas, kai deformuotos konstrukcijos strypų ilgių vektorius:

$$\{L_{def}\} = [5{,}00027\ \ 3{,}99996\ \ 3{,}00007\ \ 3{,}00001\ \ 3{,}00001\ \ 3{,}00002\ \ 3{,}99990\ \ 4{,}99957$$
$$1{,}99992\ \ 3{,}99983\ \ 3{,}99993\ \ 1{,}99997].$$

6-ojoje eilutėje (žr. 2 lentelę) pateikti optimalūs rezultatai, kai konstrukcijos geometrinis netiesiškumas nėra įvertinamas, bei nedeformuotos tokios konstrukcijos tūris, paskaičiuotas, kai strypų ilgių vektorius yra:

$$\{L\} = [5{,}0\ \ 4{,}0\ \ \ 3{,}0\ \ \ 3{,}0\ \ \ 3{,}0\ \ \ 3{,}0\ \ 4{,}0\ \ 5{,}0\ 2{,}0\ \ \ 4{,}0\ \ \ 4{,}0\ \ 2{,}0].$$.

Konstrukcijos geometriškai tiesinės optimizacijos (geometrinis netiesiškumas nėra įvertinamas) uždavinio sprendimo algoritmas, sudarytas „MATLAB R2008a“ aplinkoje, pateiktas B priede.

Siekiant patikrinti „MATLAB R2008a“ aplinkoje sudarytų algoritmų tikslumą, buvo atlikta optimalios konstrukcijos tampraus sprendinio analizė „STAAD.Pro V8*i*“ programa, kai:

a) geometrinis netiesiškumas yra įvertinamas;
b) geometrinis netiesiškumas nėra įvertinamas.

„STAAD.Pro V8*i*“ programos įvesties duomenų failas pateiktas E priede.

7.4. Konstrukcijos ĮDB analizė

7.4.1. Tampraus sprendinio palyginimas

Atliksime optimalios konstrukcijos, nepasiekusios visiško plastiškojo suirimo, analizę ir rasime tamprų sprendinį (tamprias įrąžas ir tamprius poslinkius). Optimizacijos uždavinio, įvertinant konstrukcijos geometrinį netiesiškumą, sprendimui sudarytas algoritmas (A priedas) leidžia gauti tampraus atsako dydžius pasireiškiančius deformuojamoje konstrukcijoje, nes optimizavimo metu yra sprendžiamas tamprios analizės uždavinys (16 pav).

Sprendžiant optimizavimo uždavinį, kai geometrinis netiesiškumas nėra įvertinamas, gaunami tikrieji tampriai plastiškai dirbančios konstrukcijos dydžiai, t. y. tikrosios įrąžos ir tikrieji poslinkiai, susidedantys iš tamprių ir plastinių dydžių. Todėl norint gauti tampraus atsako dydžius, kai geometrinis netiesiškumas nėra įvertinamas, turi būti sprendžiamas tamprios-plastinės analizės uždavinys, kurio algoritmas sudarytas „MATLAB R2008a“ aplinkoje, pateiktas C priede.

Naudojantis sudarytais algoritmais, palyginsime tampraus atsako dydžius, kai:

1) konstrukcija yra modeliuojama iš optimalių skerspjūvių, gautų įvertinant geometrinį netiesiškumą (5 eilutė, 2 lentelė);
2) konstrukcija yra modeliuojama iš optimalių skerspjūvių, gautų neįvertinant geometrinio netiesiškumo (6 eilutė, 2 lentelė);

Analizės rezultatus palyginsime su rezultatais gautais analizuojant konstrukciją iš optimalių skerspjūvių naudojantis „STAAD.Pro V8*i*“ paketu.

3 lentelė. Konstrukcijos tamprios įrąžos

Įrąža, *kNm*, *kN*	Geometriškai tiesinė analizė		Geometriškai netiesinė analizė	
	„MATLAB“	„STAAD.Pro V8*i*“	„MATLAB“	„STAAD.Pro V8*i*“
M_1	0	0	0	0
M_2	-97,800	-97,695	-108,757	-108,886
N_{1-2}	-86,871	-86,903	-80,811	-80,400
M_3	-59,774	-59,749	-60,732	-60,975
M_4	2,190	2,386	21,483	21,241
N_{3-4}	-118,894	-118,899	-118,204	-118,046
M_5	-2,190	-2,386	-21,485	-21,241
M_6	-26,312	-26,308	-34,776	-34,789
N_{5-6}	-55,615	-55,615	-54,011	-53,934
M_7	26,312	26,308	34,777	34,798
M_8	-193,156	-193,154	-197,556	-197,569
N_{7-8}	-20,499	-20,435	-11,744	-11,840
M_9	193,156	193,154	197,556	197,569
M_{10}	0	0	0	0
N_{9-10}	-20,499	-20,435	-11,703	-11,801
M_{11}	0	0	0	0
M_{12}	-61,498	-61,306	-38,764	-39,183
N_{11-12}	-64,385	-64,385	-65,693	-65,618
M_{13}	-158,823	-158.990	-177,064	-177,111
M_{14}	-143,593	-143.647	-154,184	-154,161
N_{13-14}	-151,106	-151,101	-151,049	-151,023
M_{15}	-250,974	-250,887	-260,097	-260,589
M_{16}	-301,226	-301,419	-311,562	-312,517
N_{15-16}	-363,129	-363,097	-367,743	-367,703
M_{17}	0	0	0	0
M_{18}	-126,560	-126,586	-128,303	-128,140
N_{17-18}	-55,105	-55,224	-69,213	-69,052
M_{19}	126,560	126,586	128,303	128,140
M_{20}	220,321	220,296	215,830	216,294
N_{19-20}	-55,105	-55,224	-69,273	-69,107
M_{21}	157,574	157,444	169,495	169,861
M_{22}	-29,480	-29,459	-20,326	-20,133
N_{21-22}	-34,836	-34,802	-28,010	-28,106
M_{23}	29,480	29.459	20,326	-20,133
M_{24}	394,567	394,534	414,284	414,750
N_{23-24}	-34,836	-34,802	-27,945	-28,071

4 lentelė. Konstrukcijos tamprūs poslinkiai

	Geometriškai tiesinė analizė		Geometriškai netiesinė analizė	
Poslinkis, *cm, rad*	„MATLAB“	„STAAD.Pro V8*i*“	„MATLAB“	„STAAD.Pro V8*i*“
u_1	0,019	0,019	0,019	0,019
u_2	7,337	7,313	7,137	7,131
u_3	-0,022	-0,022	-0,024	-0,070
u_4	0,007	0,007	0,006	0,006
u_5	11,570	11,539	11,227	11,222
u_6	-0,045	-0,045	-0,049	-0,114
u_7	0,013	0,013	0,013	0,013
$\boldsymbol{u_8}$	15,023	14,993	15,614	15,574
u_9	-0,061	-0,061	-0,074	-0,168
u_{10}	0,009	0,009	0,008	0,008
u_{11}	15,019	14,989	15,612	15,568
u_{12}	-1,695	-1,696	-1,535	-1,632
u_{13}	0	0	0	0
u_{14}	15,015	14,985	15,609	15,563
u_{15}	-0,138	-0,138	-0,154	-0,248
u_{16}	-0,008	0	-0,007	0
u_{17}	0,015	0	0,021	0
u_{18}	11,549	11,518	11,202	11,197
u_{19}	-0,120	-0,120	-0,124	-0,189
u_{20}	0,005	0,005	0,004	0,004
u_{21}	7,324	7,300	7,127	7,121
u_{22}	-0,090	-0,090	-0,093	-0,140
u_{23}	0,006	0,006	0,006	0,006
u_{24}	0,003	0	0,003	0
u_{25}	11,563	11,532	11,219	11,214
u_{26}	-0,447	-0,448	-0,419	-0,483
u_{27}	0	0	0	0
u_{28}	7,329	7,304	7,131	7,124
u_{29}	-0,183	-0,182	-0,118	-0,163
u_{30}	-0,003	-0,003	-0,003	-0,003

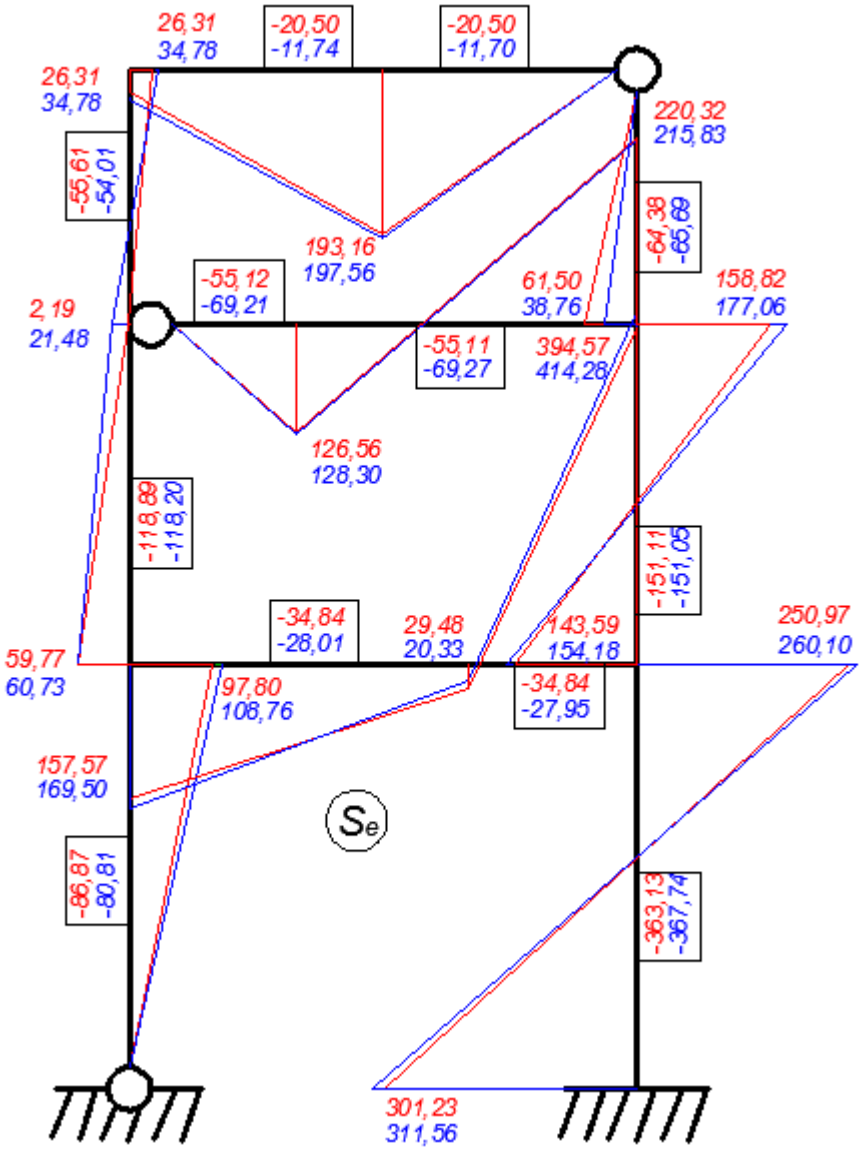
Kaip matome 3-oje ir 4-oje lentelėse pateikti skaičiavimo „MATLAB R2008a“ algoritmu ir „STAAD.Pro V8*i*“ programa tampraus sprendinio rezultatai praktiškai vienodi. Tai rodo jog sudarytas algoritmas veikia teisingai. Geometriškai netiesinės analizės tamprių poslinkių rezultatuose (4 lentelė) pastebimi kiek didesni skirtumai atsiranda dėl kiek kitokios „STAAD.Pro V8*i*“ programoje naudojamos tangentinio standumo įvertinimo metodikos (tangentinio standumo matricos formavimo metodikos), tačiau skirtumas vos keli milimetrai.

Lyginant geometriškai tiesinės ir geometriškai netiesinės analizių tampraus atsako dydžius (3 ir 4 lentelės), matyti, jog įvertinus deformuojamos konstrukcijos geometrijos netiesiškumą gaunami kitokie konstrukcijos ĮDB nusakantys tamprūs dydžiai. Tai rodo jog deformuojamoje konstrukcijoje pasireiškiantis geometrijos netiesiškumas daro įtaką tampriam konstrukcijos darbui.

Palyginus optimalių konstrukcijų tamprių analizių rezultatus, kai geometrinis netiesiškumas yra įvertinamas su rezultatais, kai neįvertinamas, matyti, jog įvertinus geometrinį netiesiškumą tampraus lenkimo momentų reikšmės absoliutiniu dydžiu vidutiniškai skiriasi 10,26 *kNm*, tai sudaro 2,6 % didžiausio lenkimo momento reikšmės (optimalios k-cijos, kai geometrinis netiesiškumas neįvertinamas). Absoliutinė reikšmė labiausiai pakinta M_{12} lenkimo momento – net 22,73 *kNm*, kai geometrinis netiesiškumas yra įvertinamas ji yra mažesnė. Kiek mažiau skiriasi ašinės jėgos, čia reikšmės absoliutiniu dydžiu skiriasi vidutiniškai 6,16 *kN*, o tai sudaro apie 1,7 % didžiausios ašinės jėgos (kai geometrinis netiesiškumas neįvertinamas). Na o didžiausias ašinės jėgos absoliutinės reikšmės pokytis stebimas N_{19-20} ašinės jėgos rezultatuose, čia jos reikšmė absoliutiniu dydžiu pakinta 14,17 *kN*, ji yra didesnė įvertinus geometrinį netiesiškumą. Šie įrąžų skirtumai yra pakankamai dideli vien tik tampriam sprendiniui, sąlyginai paprastos konfigūracijos konstrukcijoje.

Tamprių poslinkių reikšmės, lyginant geometriškai tiesinės ir geometriškai netiesinės analizių rezultatus, skiriasi kiek mažiau. Palyginus didžiausio tampraus poslinkio u_8 reikšmes, matyti, jog optimalios konstrukcijos, kai geometrinis netiesiškumas yra įvertintas, poslinkio reikšmė yra 6 *mm* didesnė.

Optimalios konstrukcijos tamprių įrąžų, įvertinant geometrinį netiesiškumą ir neįvertinant, lyginamoji diagrama pavaizduota 22 paveiksle.



Raudona spalva – neįvertinant geometrinio netiesiškumo.

Mėlyna spalva - įvertinant geometrinį netiesiškumą.

Stačiakampiuose įrašytos strypų ašinių jėgų reikšmės.

22 pav. Optimalios konstrukcijos tamprių įrąžų lyginamoji diagrama.

7.4.2. Tampraus plastinio sprendinio palyginimas

Optimalios konstrukcijos, nepasiekusios visiško plastiškojo suirimo, optimizavimo uždavinys (5.27-5.30) leidžia rasti ne tik optimalioje konstrukcijoje pasireiškiančius tampraus atsako dydžius, bet ir liekamąsias įrąžas atsirandančias konstrukcijai pradėjus dirbti tampriai-plastiškai. Todėl jau vien tik išsprendus optimizacijos uždavinį (5.27-5.30) gausime ne tik tamprias įrąžas $\{S_e\}$, bet ir liekamąsias $\{S_r\}$, o jas sudėjus gausime sumines tikrąsias įrąžas $\{S\}$, veikiančias optimalioje konstrukcijoje, nepasiekusioje visiško plastiškojo suirimo ir įvertinus konstrukcijos geometrijos netiesiškumo įtaką.

Visus tikruosius dydžius konstrukcijoje, nepasiekusioje visiško plastiškojo suirimo bei atsižvelgiant į geometrinį netiesiškumą, galima rasti išsprendus tamprios-plastinės analizės uždavinį (6.5-6.7), išsprendę šį uždavinį gausime ne tik liekamąsias ir tikrąsias įrąžas, bet taip pat ir liekamuosius bei tikruosius konstrukcijos mazgų poslinkius. Šio uždavinio sprendimo algoritmas sudarytas „MATLAB R2008a“ aplinkoje, pateiktas D priede.

Liekamieji dydžiai, tai yra liekamosios įrąžos $\{S_r\}$ ir liekamieji poslinkiai $\{u_r\}$, pasireiškia konstrukcijoje, kai tam tikrose deformuojamos konstrukcijos vietose medžiaga pereina iš tampraus darbo stadijos į plastinę, t. y. pradeda tekėti. Liekamieji dydžiai konstrukcijoje neišnyksta net pašalinus visa ją veikiančia apkrovą.

Šiame skyriuje atliksime liekamųjų ir suminių, įtempių ir deformacijų būvį nusakančių, dydžių (įrąžų ir poslinkių) palyginimą, analizuodami optimalią konstrukciją, nepasiekusią visiško plastiškojo suirimo, kurios optimalius skerspjūvius gavome dviem būdais:

a) optimizuodami, įvertinant deformuojamos konstrukcijos geometrijos netiesiškumą („MATLAB R2008a“ aplinkoje sudarytas optimizacijos uždavinio sprendimo algoritmas pateiktas A priede). Čia liekamuosius ir tikruosius optimalios, geometriškai netiesiškos konstrukcijos dydžius gausime spręsdami tamprios-plastinės analizės uždavinį, kurio sprendimo algoritmas, sudarytas „MATLAB R2008a“ aplinkoje, pateiktas D priede;
b) optimizuodami, neįvertinant deformuojamos konstrukcijos geometrijos netiesiškumo („MATLAB R2008a“ aplinkoje sudarytas optimizacijos uždavinio sprendimo algoritmas pateiktas B priede). Čia liekamuosius, o tuo pačiu ir tikruosius optimalios, geometriškai tiesiškos konstrukcijos dydžius, gausime spręsdami tamprios-plastinės analizės uždavinį, kurio sprendimo algoritmas, sudarytas „MATLAB R2008a“ aplinkoje, pateiktas C priede.

5 lentelė. Tamprių, liekamųjų ir suminių įrąžų palyginimas

Įrąža, *kNm, kN*	Geometriškai tiesinė analizė			Geometriškai netiesinė analizė		
	S_e	S_r	S	S_e	S_r	S
M_1	0	0	0	0	0	0
M_2	-97,800	-124,186	***-221,986***	-108,757	-122,930	-231,687
N_{1-2}	-86,871	14,536	-72,335	-80,811	14,438	-66,373
M_3	-59,774	22,828	-36,946	-60,732	4,490	-56,242
M_4	2,190	-77,384	-75,194	21,483	-39,208	-17,725
N_{3-4}	-118,894	20,249	-98,645	-118,204	15,609	-102,595
M_5	-2,190	77,384	75,194	-21,485	39,206	17,721
M_6	-26,312	-82,886	***-109,198***	-34,776	-21,475	***-56,251***
N_{5-6}	-55,615	13,815	-41,800	-54,011	3,417	-50,594
M_7	26,312	82,886	109,198	34,777	21,474	56,251
M_8	-193,156	-41,443	-234,599	-197,556	-10,818	-208,374
N_{7-8}	-20,499	1,834	-18,665	-11,744	-5,847	-17,591
M_9	193,156	41,443	234,599	197,556	10,818	208,374
M_{10}	0	0	0	0	0	0
N_{9-10}	-20,499	1,834	-18,665	-11,703	-5,811	-17,514
M_{11}	0	0	0	0	0	0
M_{12}	-61,498	5,503	-55,995	-38,764	-17,485	-56,249
N_{11-12}	-64,385	-13,815	-78,200	-65,693	-3,572	-69,265
M_{13}	-158,823	-44,117	-202,940	-177,064	-54,624	***-231,688***
M_{14}	-143,593	98,669	-44,924	-154,184	89,839	-64,345
N_{13-14}	-151,106	-20,249	-171,355	-151,049	-15,793	-166,842
M_{15}	-250,974	36,967	-214,007	-260,097	36,504	-223,593
M_{16}	-301,226	87,219	-214,007	-311,562	87,969	-223,593
N_{15-16}	-363,129	-14,536	-377,665	-367,743	-14,892	-382,635
M_{17}	0	0	0	0	0	0
M_{18}	-126,560	12,871	-113,689	-128,303	24,073	-104,230
N_{17-18}	-55,105	11,805	-43,300	-69,213	14,703	-54,510
M_{19}	126,560	-12,871	113,689	128,303	-24,073	104,230
M_{20}	220,321	38,611	***258,932***	215,830	72,112	***287,942***
N_{19-20}	-55,105	11,805	-43,300	-69,273	14,729	-54,544
M_{21}	157,574	101,358	***258,932***	169,495	118,447	***287,942***
M_{22}	-29,480	-124,209	-153,689	-20,326	-123,710	-144,036
N_{21-22}	-34,836	11,198	-23,638	-28,010	15,957	-12,053
M_{23}	29,480	124,209	153,689	20,326	123,710	144,036
M_{24}	394,567	-135,635	***258,932***	414,284	-126,342	***287,942***
N_{23-24}	-34,836	11,198	-23,638	-27,945	15,986	-11,959

****raudonai*** pažymėtos suminių įrąžų reikšmės lygios ribinėms įrąžų reikšmėms, tai reiškia, jog atitinkamuose pjūviuose medžiaga jau yra plastiškai suirusi.

6 lentelė. Tamprių, liekamųjų ir suminių poslinkių palyginimas

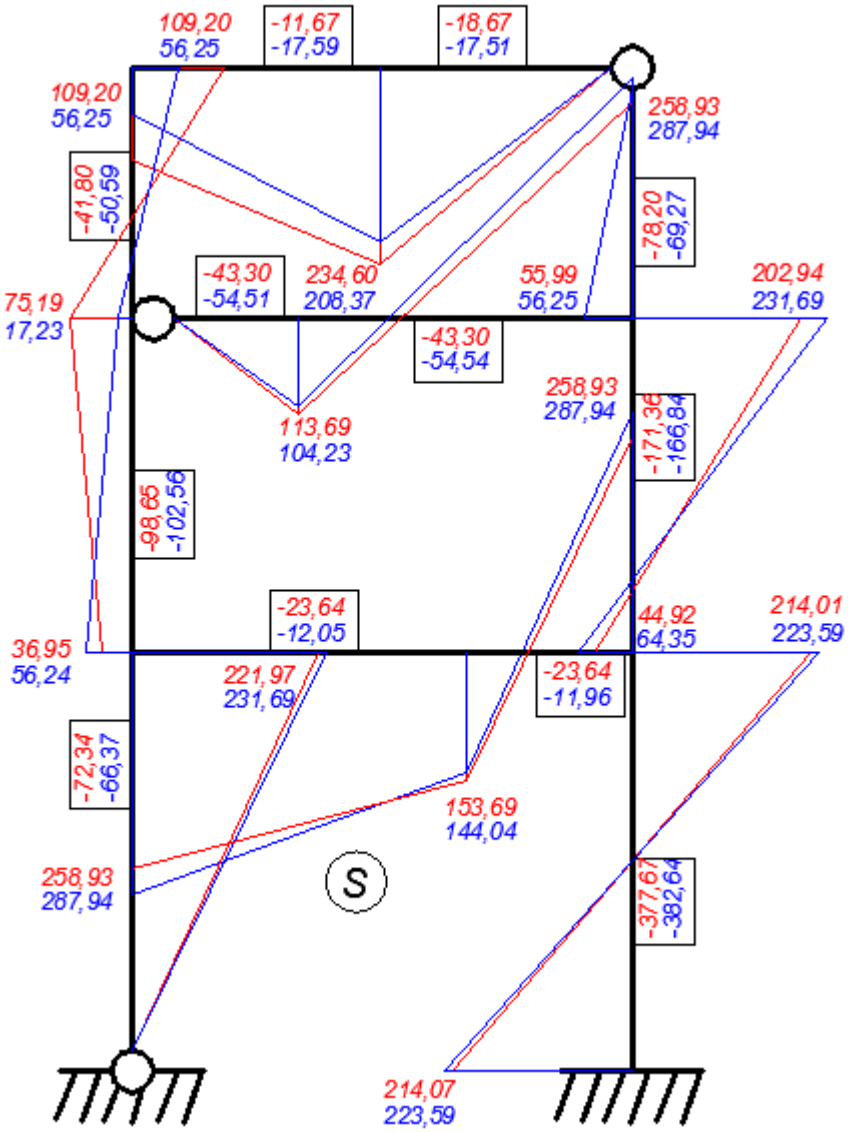
Poslinkis, *cm, rad*	Geometriškai tiesinė analizė			Geometriškai netiesinė analizė		
	u_e	u_r	u	u_e	u_r	u
u_1	0,019	0,052	0,071	0,019	0,046	0,065
u_2	7,337	23,406	30,727	7,137	20,595	27,732
u_3	-0,022	0,004	-0,018	-0,024	-0,291	-0,314
u_4	0,007	0,036	0,043	0,006	0,032	0,037
u_5	11,570	36,620	48,166	11,227	32,604	43,831
u_6	-0,045	0,008	-0,037	-0,049	-0,410	-0,459
u_7	0,013	0,028	0,041	0,013	0,027	0,041
u_8	15,023	41,936	56,927	15,614	36,661	52,275
u_9	-0,061	0,011	-0,049	-0,074	-0,468	-0,542
u_{10}	0,009	0,005	0,014	0,008	0,002	0,010
u_{11}	15,019	41,937	56,924	15,612	36,658	52,270
u_{12}	-1,695	-0,856	-2,548	-1,535	-0,912	-2,447
u_{13}	0	0	0	0	0	0
u_{14}	15,015	41,939	56,922	15,609	36,658	52,267
u_{15}	-0,138	-0,749	-0,886	-0,154	-1,134	-1,288
u_{16}	-0,008	-0,001	-0,009	-0,007	0,001	-0,006
u_{17}	0,015	0,016	0,031	0,020	0,016	0,036
u_{18}	11,549	36,620	48,145	11,202	32,610	43,812
u_{19}	-0,120	-0,745	-0,865	-0,124	-1,073	-1,197
u_{20}	0,005	0,020	0,025	0,004	0,009	0,013
u_{21}	7,324	23,412	30,720	7,127	20,600	27,727
u_{22}	-0,090	-0,741	-0,831	-0,093	-0,948	-1,041
u_{23}	0,006	0,042	0,048	0,006	0,037	0,043
u_{24}	0,003	0	0,003	0,003	-0,001	0,002
u_{25}	11,563	36,620	48,159	11,219	32,606	43,825
u_{26}	-0,447	-0,058	-0,505	-0,419	-0,337	-0,756
u_{27}	0	0	0	0	0	0
u_{28}	7,329	23,410	30,723	7,131	20,599	27,730
u_{29}	-0,183	-1,773	-1,955	-0,118	-1,857	-1,975
u_{30}	-0,003	-0,002	-0,005	-0,003	-0,002	-0,005

Lyginant geometriškai tiesinės ir geometriškai netiesinės analizių tampraus-plastinio atsako dydžius (5 ir 6 lentelės), matyti, jog įvertinus deformuojamos konstrukcijos geometrijos netiesiškumą gaunami kitokie tikrąjį konstrukcijos įtempių ir deformacijų būvį nusakantys tamprūs ir plastiniai dydžiai. Tai rodo jog deformuojamoje konstrukcijoje pasireiškiantis geometrijos netiesiškumas daro įtaką tampriam plastiniam konstrukcijos darbui.

Palyginus optimalių konstrukcijų, tamprios plastinės analizių rezultatus, kai geometrinis netiesiškumas yra įvertinamas su rezultatais, kai neįvertinamas, matyti, jog įvertinus geometrinį netiesiškumą suminių lenkimo momentų reikšmės absoliutiniu dydžiu vidutiniškai skiriasi 24,76 *kNm*, tai sudaro 9,6 % didžiausio suminio lenkimo momento reikšmės (optimalios k-cijos, kai geometrinis netiesiškumas neįvertinamas). Absoliutinė reikšmė labiausiai skiriasi M_5 suminio lenkimo momento – net 57,47 *kNm*, kai geometrinis netiesiškumas yra įvertinamas ji yra mažesnė. Kiek mažiau skiriasi suminės ašinės jėgos, čia reikšmės absoliutiniu dydžiu skiriasi vidutiniškai 7,09 *kN*, o tai sudaro apie 1,9 % didžiausios suminės ašinės jėgos (kai geometrinis netiesiškumas neįvertinamas). Na o didžiausias suminės ašinės jėgos absoliutinės reikšmės pokytis stebimas N_{23-24} suminės ašinės jėgos rezultatuose, čia jos reikšmė absoliutiniu dydžiu pakinta 11,68 *kN*, ji yra mažesnė įvertinus geometrinį netiesiškumą.

Tikrųjų poslinkių reikšmės, lyginant geometriškai tiesinės ir geometriškai netiesinės analizių rezultatus, skiriasi kiek mažiau. Įvertinus geometrijos netiesiškumą deformuojamoje konstrukcijoje, nepasiekusioje visiško plastiškojo suirimo, gaunami tikrieji poslinkiai yra vidutiniškai 2,14 *mm* mažesni. Palyginus didžiausio suminio poslinkio u_8 reikšmes, matyti, jog optimalios konstrukcijos, kai geometrinis netiesiškumas yra įvertintas, poslinkio reikšmė yra 4,7 *mm* mažesnė.

Optimalios konstrukcijos suminių (tikrųjų) įrąžų, įvertinant geometrinį netiesiškumą ir neįvertinant, lyginamoji diagrama pavaizduota 23 paveiksle.



Raudona spalva – neįvertinant geometrinio netiesiškumo.

Mėlyna spalva - įvertinant geometrinį netiesiškumą.

Stačiakampiuose įrašytos strypų suminių ašinių jėgų reikšmės.

23 pav. Lyginamoji suminių įrąžų diagrama

7.4.3. Konstrukcijos plastinio deformavimosi trajektorija

Šiame skyriuje panagrinėsime plastinių lankstų susidarymo eigą (plastinio deformavimosi trajektoriją) konstrukcijoje, kurioje tam tikrose vietose jau yra prasidėjęs plastinis medžiagos tekėjimas, t. y. toje vietoje yra atsivėręs plastinis lankstas. Tačiau konstrukcija visiškai plastiškai nesuyra.

Konstrukcijos plastinio deformavimosi trajektoriją yra patogu nagrinėti, sprendžiant tamprios-plastinės analizės uždavinį. Geometrinio teisiškumo atveju analizės uždavinio sprendimo algoritmas sudarytas „MATLAB R2008a“ aplinkoje, pateiktas C priede., o geometrinio netiesiškumo atveju tai bus analizės uždavinys (6.5-6.7), kurio sprendimo algoritmas sudarytas „MATLAB R2008a“ aplinkoje, pateiktas D priede.

Abiem atvejais, tiek geometrinio tiesiškumo atveju, tiek geometrinio netiesiškumo atveju, išnagrinėsime didžiausio suminio poslinkio u_8 (žr. 18 pav.) kitimą, priklausomai nuo apkrovos faktoriaus (daugiklio). Apkrovos faktorius yra keičiamas nevienodais žingsniais, stebint ir fiksuojant, vietą, kurioje konstrukcijoje susidaro plastinis lankstas. Rezultatai pateikt 7 ir 8 lentelėse.

7 lentelė. Geometriškai tiesinės analizės poslinkio priklausomybė nuo apkrovos

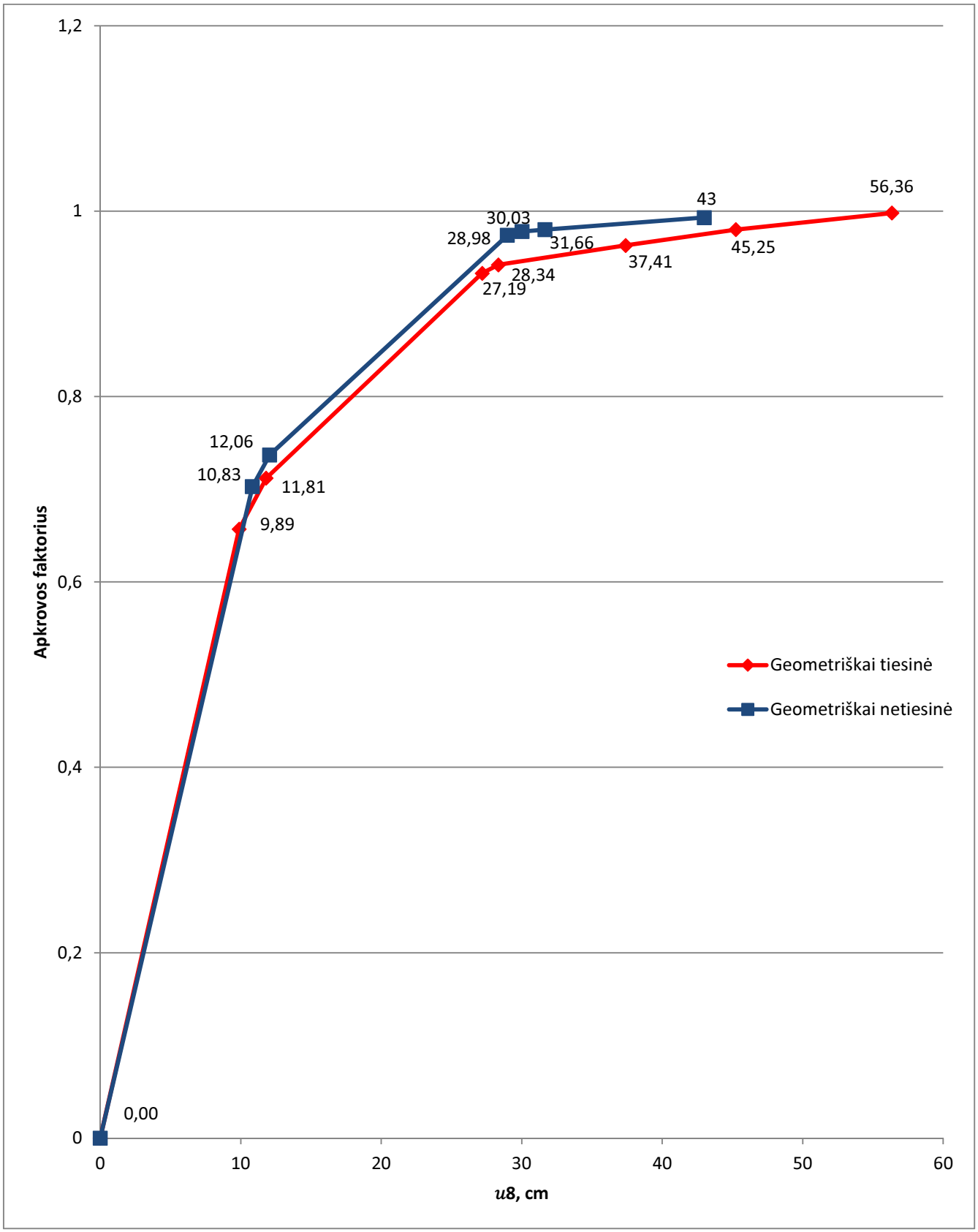
Lanksto Nr.	1	2	3	4	5	6	7
Apkrovos faktorius	**0,657**	**0,712**	**0,933**	**0,942**	**0,963**	**0,980**	**0,998**
u_8, *cm*	**9,89**	**11,81**	**27,19**	**28,34**	**37,41**	**45,25**	**56,36**
Lankstas pjūvyje	24	16	20	21	15	13	2

8 lentelė. Geometriškai netiesinės analizės poslinkio priklausomybė nuo apkrovos

Lanksto Nr.	1	2	3	4	5	6
Apkrovos faktorius	**0,703**	**0,737**	**0,974**	**0,978**	**0,980**	**0,993**
u_8, *cm*	**10,83**	**12,06**	**28,98**	**30,03**	**31,66**	**43,00**
Lankstas pjūvyje	24	16	21	13	15	20

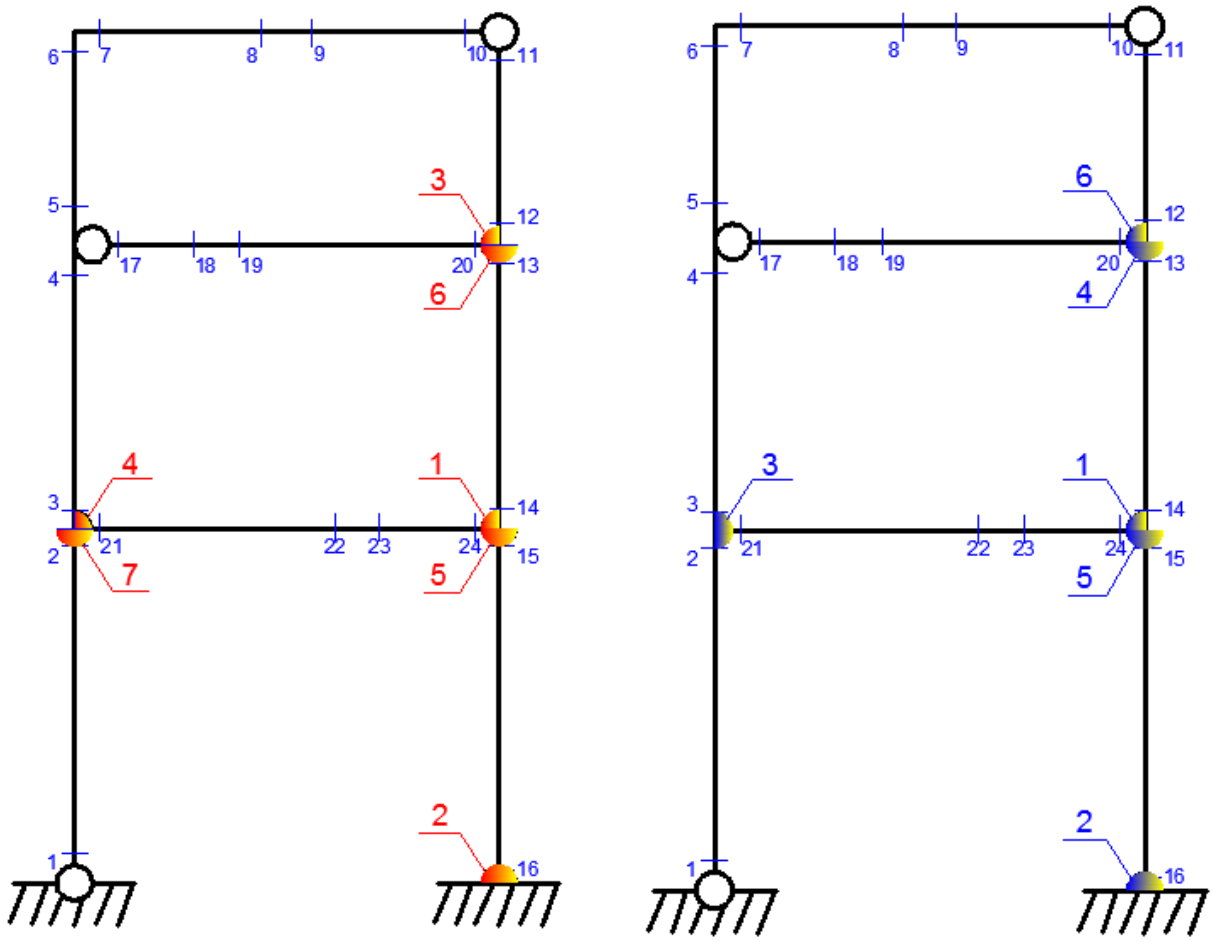
Iš pateiktų rezultatų (7 ir 8 lentelės) matyti, jog įvertinant deformuojamos konstrukcijos geometrinį netiesiškumą, konstrukcija gaunama standesnė, t. y. gaunami santykinai mažesni poslinkiai esant didesnei apkrovai lyginant su rezultatais, kai geometrinis netiesiškumas nėra įvertinamas. Taip pat, įvertinus geometrinį netiesiškumą susidaro vienu plastiniu lankstu mažiau,

negu neįvertinus geometrinio netiesiškumo, tačiau abiem atvejais konstrukcija pilnai plastiškai nesuyra. Rezultatai pavaizduoti grafiškai diagramoje 24 paveiksle.



24 pav. Konstrukcijos mazgo poslinkio u_8 kitimo lyginamoji diagrama, reikšminiai taškai žymi plastinių lankstų susidarymą

Plastinių lankstų atsivėrimo konstrukcijoje eiga pavaizduota 25 paveiksle.



a) b)

25 pav. Plastinių lankstų susidarymo eiga konstrukcijoje, kai:

a) geometrinis netiesiškumas neįvertinamas; b) geometrinis netiesiškumas įvertinamas.

Apibendrinant konstrukcijos plastinio deformavimosi trajektorijos analizės rezultatus, matyti, jog įvertinus deformuojamos konstrukcijos geometrinį netiesiškumą, gaunama ne tik standesnė sistema, tačiau keičiasi ir plastinių lankstų konstrukcijoje atsivėrimo eiga (žr. 25 pav.). Galima daryti išvadą, jog įvertinus deformuojamos konstrukcijos geometrinį netiesiškumą, gaunami tikslesni rezultatai. Tai leidžia daug tiksliau įvertinti projektuojamos konstrukcijos silpniausias vietas apkrovimo eigoje ir jas sutvirtinti dar projekto stadijoje. Tiek įvertinant geometrinį netiesiškumą, tiek neįvertinant, konstrukcija dirba tampriai plastiškai, tačiau visiškai plastiškai nesuyra. Poslinkiai konstrukcijoje nebuvo riboti.

Plastinių lankstų atsivėrimo įtaka konstrukcijos darbui, atliekant geometriškai netiesinę analizę, „STAAD.Pro V8*i*“ paketu nėra įvertinama. Vienintelė galimybė patikrinti ar konstrukcijos elementai nesuyra plastiškai, tai atlikti taip vadinamą „pushover“ analizę „STAAD.Pro V8*i*“ paketu (Ozarker 2009).

IŠVADOS

- ✓ Išplėtota rėminės strypinės sistemos, kurios elementai yra lenkiami ir kartu tempiami arba gniuždomi, diskretizavimo baigtiniais elementais metodika. Pasirinktos geometrijos konstrukcijai sudarytas diskretinis modelis, bei galimų globaliųjų ir lokaliųjų poslinkių schema ir jų ryšio matrica.
- ✓ Suformuotas universalus algoritmas plokščios rėminės konstrukcijos geometrijai aprašyti, taikant „MATLAB R2008a“ programinę įrangą ir programavimo teoriją.
- ✓ Pritaikius kūno pilnutinės potencinės energijos stacionarumo sąlygą gauta elemento tangentinės standumo matricos analitinė išraiška.
- ✓ Išvestos ir pateiktos rėminės konstrukcijos lenkiamo ir tempiamo arba gniuždomo elemento tangentinės standumo matricos sudedamųjų: mažų poslinkių standumo, geometrinė standumo ir pradinių poslinkių standumo matricų išraiškos bei pateikti jų sudarymo algoritmai „MATLAB R2008a“ aplinkoje.
- ✓ Išplėtota elemento tangentinės standumo matricos sudedamųjų matricų sudarymui reikalingos formos funkcijų matricos sudarymo metodika. Jos diferencialinių išraiškų gavimas pritaikant „MATLAB R2008a“ simbolinių skaičiavimų paprogramę.
- ✓ Išnagrinėtas ir pritaikytas geometriškai netiesinių rėminių konstrukcijų tampraus atsako dydžių radimo algoritmas, taikant tangentinio standumo iteracinį Niutono-Rapsono apkrovos kontrolės metodą. Pateikta detali metodo taikymo algoritmo seka, bei skaitinė algoritmo realizacija „MATLAB R2008a“ aplinkoje.
- ✓ Išanalizuoti normatyviniai reikalavimai daugiaaukščio rėmo gniuždomų kolonų skaičiuojamųjų ilgių koeficientų skaičiavimui. Suformuluotas ir pritaikytas pasirinktos geometrijos rėminės konstrukcijos gniuždomųjų kolonų skaičiuojamųjų ilgių koeficientų skaičiavimo algoritmas „MATLAB R2008a“ aplinkoje.
- ✓ Pateikti rėminės konstrukcijos stiprumo, stabilumo, ir konstrukcinių apribojimų sąlygų sudarymo ypatumai.
- ✓ Patobulintas tamprių plastinių, geometriškai netiesinių, rėminių konstrukcijų, nepasiekusių visiško plastiško suirimo, skerspjūvių optimizavimo algoritmas, pagal matematinį modelį (5.27-5.30) pritaikius tangentinio standumo metodą.
- ✓ Pateiktas tamprių plastinių, geometriškai netiesinių, rėminių konstrukcijų, nepasiekusių visiškos plastiškos suirties įtempių deformacijų būvio analizės uždavinio matematinis modelis.
- ✓ Atlikta lyginamoji tamprios plastinės, geometriškai netiesinės, pasirinktos geometrijos rėminės konstrukcijos **tampraus sprendinio** analizė. Rezultatai palyginti su optimizacijos ir analizės rezultatais, gautais skaičiuojant neįvertinus geometrinio netiesiškumo, abiem

atvejais gauti rezultatai palyginti su programinės įrangos „STAAD.Pro V8*i*“ skaičiavimo rezultatais.

- ✓ Taip pat atlikta **tampriai plastinio** sprendinio, gauto skaičiuojant įvertinus geometrinį netiesiškumą, lyginamoji analizė, rezultatai palyginti su optimizacijos ir analizės rezultatais, gautais skaičiuojant neįvertinus geometrinio netiesiškumo.
- ✓ Rasta geometriškai netiesinės tamprios plastinės konstrukcijos deformavimosi trajektorija. Atlikta kokybinė apkrovos ir poslinkio lyginamoji analizė, leidžia daryti išvadą, jog deformuojamos konstrukcijos geometrinio netiesiškumo įtaka rezultatams yra svarbi, nes gaunami dydžiai skiriasi pakankamai daug, atsižvelgiant į tai jog analizuota palyginti nesudėtingos konfigūracijos konstrukcija.
- ✓ Suformuota jungtinė tamprių plastinių, geometriškai netiesinių, rėminių konstrukcijų optimizacijos ir analizės uždavinių sprendimo schema.

LITERATŪROS SĄRAŠAS

Atkočiūnas, J.; Čižas, A. E. 2002. *Aleksandras Čyras ir optimizacija statybinėje mechanikoje.* Vilnius: Technika. 85 p.

Atkočiūnas, J.; Čižas, A. E. 2009. *Netamprių konstrukcijų mechanika.* Vilnius: Technika. 268 p.

Atkočiūnas, J.; Karkauskas, R. 2010. *Tamprių plastinių strypinių konstrukcijų optimizavimas.* Vilnius: Technika. 376 p.

Atkočiūnas, J.; Nagevičius, J. 2004. *Tamprumo teorijos pagrindai*. Vilnius: Technika. 528 p.

Barauskas, R.; Belevičius, R.; Kačianauskas, R. 2004. *Baigtinių elementų metodo pagrindai.* Vilnius: Technika. 612 p.

Cypinas, I. 1997. *Rėminių konstrukcijų netiesinė analizė*. Kaunas: Technologija. 196 p.

Čyras, A. 1989. *Statybinė mechanika*. Vilnius: Mokslas. 444 p.

Čyras, A.; Borkowski, A.; Karkauskas, R. 2004. *Theory and methods of optimization of rigid-plastic systems.* Vilnius: Technika. 354 p.

Čyras, A.; Karkauskas, R.; Krutinis, A. 1986. *Statybinė mechanika. Tamprių plastinių strypinių sistemų optimizacija ir analizė*. Vilnius: A. Šumausko spaustuvė. 87 p.

Dulmanas, V.; Karkauskas, R. 1992. *Tamprių strypinių sistemų skaičiavimas baigtinių elementų metodu.* Vilnius: Technika. 92 p.

Kalanta, S. 2003. *Taikomosios optimizacijos pagrindai.* Vilnius: Technika. 336 p.

Kalanta, S. 2007. *Taikomosios optimizacijos pagrindai.* Vilnius: Technika. 480 p.

Karkauskas, R. 2007. Optimization of geometrically non-linear elastic-plastic structures in the state prior to plastic collapse, *Journal of civil engineering and management* 8(3):183-192.

Karkauskas, R.; Popov, M. 2009. Geometriškai netiesinių rėminių konstrukcijų 2D elemento tangentinės standumo matricos sudarymo ypatumai, *Mokslas – Lietuvos ateitis. Statyba* 1(5):45-49.

Karkauskas, R.; Popov, M. 2009. Netamprių geometriškai netiesinių plieninių rėminių konstrukcijų skerspjūvių optimizavimo algoritmas, *Statybinės konstrukcijos ir technologijos* 1(1):10-22.

LST EN 1993-1-1:2005 Eurokodas 3. Plieninių konstrukcijų projektavimas. 1-1 dalis Bendrosios ir pastatų taisyklės. Vilnius: Lietuvos standartizacijos departamentas, 2007. 102 p.

Norkus, A. 2006. *Netamprių konstrukcijų analizė ir optimizavimo metodai ir konstrukcijų projektavimas* [žiūrėta 2012-02-02]. Interneto prieiga: http://neris.mii.lt/mt/straipsniai/200605/netamp.doc

Ozarker, R. 2009. *Analysis of steel structures in STAAD.Pro* [žiūrėta 2012.04.15]. Interneto prieiga: http://communities.bentley.com/other/old_site_member_blogs/bentley_employees/b/rozarkers_blog/archive/2009/06/24/analysis-of-steel-structures-in-staad-pro.aspx

STR 2.05.08:2005 Plieninių konstrukcijų projektavimas. Pagrindinės nuostatos. Vilnius, 2005.

ЧИРАС, А. А. 1994. *Математические модели анализа и оптимизации упругопластических систем*. Вильнюс: Мокслас. 112 с.

A PRIEDAS

Konstrukcijos strypų skerspjūvių optimizavimo algoritmas, įvertinant geometrinį netiesiškumą

„MATLAB R2008a“ programos fragmentas

```
clc
clear all

% Rėminės konstrukcijos optimizacija iki pilnojo plastiškojo suirimo, įvertinant
deformuojamos konstrukcijos geometrinį netiesiškumą
% Optimizacija atliekma pagal matematinį modelį:
% RASTI {L}'{So}→min
% KAI   [G]{So}-[Fi]{Sr}>=[Fi]{Se}
%       [An]{Sr}={F}-[An]{Se}
%       {So}>={So,min}

% MEDŽIAGOS PARAMETRAI (PLIENAS)
E=205e6; % medžiagos tamprumo modulis GPa(e6)=[kN/m2]
sigmay=235e3; % plieno takumo riba MPa(e3)=[kN/m2]
Ecm=205e2; % [kN/cm2]
sigmaycm=23.5 % [kN/cm2]
zz=E/sigmay %santykis
lambda_lim=120 %ribinis liaunis

% Geometrinių charakteristikų koeficientai:
a1IPE=0.7885; b1IPE=2.3210;
a3IPE=0.8411; b3IPE=1.6572;
a1HEB100_300=0.2639; b1HEB100_300=2.2917;
a3HEB100_300=0.4933; b3HEB100_300=1.6467;
a1HE100AA_280=0.4947; b1HE100AA_280=2.2932;
a3HE100AA_280=0.6752; b3HE100AA_280=1.6472;

% Parenkami pradiniai skerspjūvių plotai [cm2]
A1cm=54.3 % HEB160 kolonos M01
A2cm=53.8 % IPE300 sijos M02
A3cm=36.5 % HEAA180 kolonos M03
A1=A1cm*10^-4;%[m2]
A2=A2cm*10^-4;
A3=A3cm*10^-4;

% Pradiniai inercijos momentai [cm4]
I1cm=(a1HEB100_300*A1cm^b1HEB100_300);
I2cm=(a1IPE*A2cm^b1IPE);
I3cm=(a1HE100AA_280*A3cm^b1HE100AA_280);
I1=I1cm*10^-8;%[m4]
I2=I2cm*10^-8;
I3=I3cm*10^-8;

% Plastiniai atsparumo momentai [cm3]
Wpl1cm=(a3HEB100_300)*(A1cm^(b3HEB100_300));
Wpl2cm=(a3IPE)*(A2cm^(b3IPE));
Wpl3cm=(a3HE100AA_280)*(A3cm^(b3HE100AA_280));
Wpl1=Wpl1cm/10^6; %[m3]
Wpl2=Wpl2cm/10^6;
Wpl3=Wpl3cm/10^6;
% Sudaromi strypų pradinių skerspj. plotų ir inerc. mom. vektoriai
A=[A1 A1 A3 A2 A2 A3 A1 A1 A2 A2 A2 A2];
```

```
I=[I1 I1 I3 I2 I2 I3 I1 I1 I2 I2 I2 I2];

% I. KONSTRUKCIJOS GEOMETRIJA

% Įvedamos k-cijos elementų mazgų pradinės koordinatės (m)
x=[0 0 0 0 3 6 6 6 6 2 4];
y=[0 5 9 12 12 12 9 5 0 9 5];

% Įvedami visų strypų pradžios, o po to pabaigos mazgų numeriai
% eilutė, kurios ilgis=2nstr (nstr - strypų sk.)
nr=[1 2 3 4 5 6 7 8 3 10 2 11 2 3 4 5 6 7 8 9 10 7 11 8];

% Įvedamas strypų lokalinių ir globaliųjų poslinkių numerių vektorius
pn=[3 1 4 2 5 3 6 4 7 2 8 3 9 4 10 5 11 6 12 7 13 5 14 6 15 7 16 8 17 9 18 10 19
8 20 9 21 10 ...
    22 11 23 12 24 13 25 11 26 12 27 13 28 14 29 15 30 16 31 14 32 15 33 17 34
18 35 19 36 20 37 18 38 19 39 20 ...
    40 21 41 22 42 23 43 21 44 22 45 23 49 5 50 6 51 24 52 25 53 26 54 27 55 25
56 26 57 27 58 18 59 19 60 20 ...
    61 2 62 3 63 4 64 28 65 29 66 30 67 28 68 29 69 30 70 21 71 22 72 23];

% nstr - elementų (STRYPU) skaičius;
  nstr=12;

% PRADINĖ i-tojo strypo padėtis Dekarto (GLOBALIOJE) koordinačių sistemoje (X0Y)
     for i=1:nstr
         jg= nr(nstr+i); jp=nr(i);
         %strypo ilgis
         L(i)=sqrt((x(jg)-x(jp))^2+(y(jg)-y(jp))^2);
         %cos
         c(i)=(x(jg)-x(jp))/L(i);
         %sin
         s(i)=(y(jg)-y(jp))/L(i);
     end;

 global l; l=L;

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%Kolonų skaičiuojamojo ilgio koeficiento skaičiavimas %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 1-a kolona, apatinė kairė;
Ic1=I(1) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc1=L(1) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(11) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=0 %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Apatinis aukštas
n_ap=(Iru*lc1)/(2*lr*Ic1)
p_ap=(Irl*lc1)/(lr*Ic1)

if n_ap<=0.2
    miu_ap1=2.15*sqrt((n_ap+0.22)/n_ap)
elseif n_ap<=0.03
    miu_ap1=2.15*sqrt((0.03+0.22)/0.03)
elseif n_ap>0.2
    miu_ap1=2*sqrt((n_ap+0.28)/n_ap)
end;


%% 2-a kolona, vidurinė kairė;
Ic2=I(2) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
```

```
lc2=L(2) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=0 %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(11) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Vidurinis aukštas
n_vid=(Iru*lc2)/(2*lr*Ic2)
p_vid=(Irl*lc2)/(2*lr*Ic2)

if n_vid<=0.2

miu_vid2=((p_vid+0.68)*sqrt(n_vid+0.22))/sqrt(0.68*p_vid*(p_vid+0.9)*(n_vid+0.08
)+0.1*n_vid)
elseif n_vid>0.2

miu_vid2=((p_vid+0.63)*sqrt(n_vid+0.28))/sqrt(p_vid*n_vid*(p_vid+0.9)+0.1*n_vid)
end;


%% 3-a kolona, viršutinė kairė;
Ic3=I(3) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc3=L(3) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(4) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=0 %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_vir=(Iru*lc3)/(lr*Ic3)
p_vir=(Irl*lc3)/(2*lr*Ic3)

if n_vir<=0.2
    miu_vir3=2.15*sqrt((n_vir+0.22)/(n_vir))
elseif n_vir<=0.03
    miu_vir3=2.15*sqrt((0.03+0.22)/(0.03))
elseif n_vir>0.2
    miu_vir3=2*sqrt((n_vir+0.28)/n_vir)
end;


%% 4-a kolona, viršutinė dešinė;
Ic4=I(6) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc4=L(6) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=0 %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(10) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_vir=(Iru*lc4)/(lr*Ic4)
p_vir=(Irl*lc4)/(2*lr*Ic4)

if n_vir<=0.2

miu_vir4=((p_vir+0.68)*sqrt(n_vir+0.22))/sqrt(0.68*p_vir*(p_vir+0.9)*(n_vir+0.08
)+0.1*n_vir)
elseif n_vir>0.2

miu_vir4=((p_vir+0.63)*sqrt(n_vir+0.28))/sqrt(p_vir*n_vir*(p_vir+0.9)+0.1*n_vir)
end;
```

```
%% 5-a kolona, vidurinė dešinė;
Ic5=I(7) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc5=L(7) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(10) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(12) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Vidurinis aukštas
n_vid=(Iru*lc5)/(2*lr*Ic5)
p_vid=(Irl*lc5)/(2*lr*Ic5)

if n_vid<=0.2

miu_vid5=((p_vid+0.68)*sqrt(n_vid+0.22))/sqrt(0.68*p_vid*(p_vid+0.9)*(n_vid+0.08
)+0.1*n_vid)
elseif n_vid>0.2

miu_vid5=((p_vid+0.63)*sqrt(n_vid+0.28))/sqrt(p_vid*n_vid*(p_vid+0.9)+0.1*n_vid)
end;

%% 6-a kolona, apatinė dešinė;
Ic6=I(8) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc6=L(8) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(12) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=inf %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_ap=(Iru*lc6)/(2*lr*Ic6)
p_ap=(Irl*lc6)/(lr*Ic6)

if n_ap<=0.2
    miu_ap6=1.21*sqrt((n_ap+0.22)/(n_ap+0.08))
elseif n_ap<=0.03
    miu_ap6=1.21*sqrt((0.03+0.22)/(0.03+0.08))
elseif n_ap>0.2
    miu_ap6=sqrt((n_ap+0.28)/n_ap)
end;

%Kolonu skaičiuojamojo ilgio koeficientai
miukold=[miu_ap1;miu_vid2;miu_vir3;miu_vir4;miu_vid5;miu_ap6];
miuk=[miu_ap1;miu_vid2;miu_vir3;miu_vir4;miu_vid5;miu_ap6];


% Konstrukcijos elementų skaičiuojamieji ilgiai
Lsk=[L(1)*miuk(1);L(2)*miuk(2);L(3)*miuk(3);L(4);L(5);L(6)*miuk(4);L(7)*miuk(5);
L(8)*miuk(6);L(9);L(10);L(11);L(12)];
Lskm01=[Lsk(1);Lsk(2);Lsk(7);Lsk(8)];
Lskm02=[Lsk(4);Lsk(5);Lsk(9);Lsk(10);Lsk(11);Lsk(12)];
Lskm03=[Lsk(3);Lsk(6)];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%



% Skaičiuojamos pradinės ribinės įrąžos Mo,cr,min [kNcm]
M01prcm=sigmaycm*(a3HEB100_300)*((((max(Lskm01))*100)^2)/((a1HEB100_300)*(lambda
_lim^2)))^((b3HEB100_300)/(b1HEB100_300-1)); %imamas liauniausios kolonos Lsk
```

```
M02prcm=sigmaycm*a3IPE*(A2cm^(b3IPE));
M03prcm=sigmaycm*(a3HE100AA_280)*((((max(Lskm03))*100)^2)/((a1HE100AA_280)*(lamb
da_lim^2)))^((b3HE100AA_280)/(b1HE100AA_280-1));

M01pr=M01prcm/100;
M02pr=M02prcm/100;
M03pr=M03prcm/100;

% Pradinių ribinių įrąžų vektorius
PradM0=[M01pr M01pr M03pr M02pr M02pr M03pr M01pr M01pr M02pr M02pr M02pr
M02pr];

% Pradinė tikslo funkcija (pradinis k-cijos tūris, m3)
PradTF=L(1)*A1+L(2)*A1+L(3)*A3+L(4)*A2+L(5)*A2+L(6)*A3+L(7)*A1+L(8)*A1+L(9)*A2+L
(10)*A2+L(11)*A2+L(12)*A2;

% Pradiniai skerspjūvių plotai ir pradinė tikslo funkcijos reikšmė
PRAD_skerspj_TF=[A1 A2 A3 PradTF];

% Priimamas reikalingas optimizacijos iteracijų skaičius
iter=10;
for it=1:iter

% Sudaromi strypu pradiniu skerspj. plotų ir inerc. mom. vektoriai
A=[A1 A1 A3 A2 A2 A3 A1 A1 A2 A2 A2 A2];
I=[I1 I1 I3 I2 I2 I3 I1 I1 I2 I2 I2 I2];

% KONSTRUKCIJOS GEOMETRIJA

% Įvedamos k-cijos elementų mazgų pradinės koordinatės (m)
x=[0 0 0 0 3 6 6 6 6 2 4];
y=[0 5 9 12 12 12 9 5 0 9 5];
% Įvedami visų strypų pradžios, o poto pabaigos mazgų numeriai
% eilutė, kurios ilgis=2nstr (nstr - strypų sk.)
nr=[1 2 3 4 5 6 7 8 3 10 2 11 2 3 4 5 6 7 8 9 10 7 11 8];

% Įvedamas strypų lokalinių ir globaliųjų poslinkų numerių vektorius
pn=[3 1 4 2 5 3 6 4 7 2 8 3 9 4 10 5 11 6 12 7 13 5 14 6 15 7 16 8 17 9 18 10 19
8 20 9 21 10 ...
    22 11 23 12 24 13 25 11 26 12 27 13 28 14 29 15 30 16 31 14 32 15 33 17 34
18 35 19 36 20 37 18 38 19 39 20 ...
    40 21 41 22 42 23 43 21 44 22 45 23 49 5 50 6 51 24 52 25 53 26 54 27 55 25
56 26 57 27 58 18 59 19 60 20 ...
    61 2 62 3 63 4 64 28 65 29 66 30 67 28 68 29 69 30 70 21 71 22 72 23];

% nstr - elementų (STRYPU) skaičius;
  nstr=12;
% n - bendras el. mazginių jėgų skaičius (6 tempiamam lenkiamam, 4 tik
lenkiamam, 2 tik tempiamam ar gn.);
  n=6*nstr;
% reakc - nulinių lokaliųjų poslinkių skaičius;
  reakc=5;
% npos - nenuliniai lokalieji elementų poslinkiai, jų skaičius
  npos=n-reakc;
  npos2=2*npos-1;
% na - bendras įrąžų skaičius (du momentai ir asine kiekviename elemente).
  na=3*nstr;
% m - diskretinio modelio laisvumo laipsnis (globalinių poslinkių sk.);
  m=30;
% ut - globalinių poslinkių nulinis vektorius
  ut=zeros(1,m);
% Fi - nulinis pirmojo zingsnio apkrovos vektorius
  Fi=zeros(1,m);
```

```
%%%%% Sudaromi kai kurie pradiniai vektoriai ir matricos
u=zeros(1,m); um=zeros(n,1); Fgz1=zeros(m,1);
Fabs=zeros(n,1); S=zeros(na,1); utel=zeros(n,1); H=zeros(n,m);


% PRADINĖ i-tojo strypo padetis dekarto (GLOBALIOJE) kordinačių sistemoje (X0Y)
     for i=1:nstr
         jg= nr(nstr+i); jp=nr(i);
         %strypo ilgis
         L(i)=sqrt((x(jg)-x(jp))^2+(y(jg)-y(jp))^2);
         %cos
         c(i)=(x(jg)-x(jp))/L(i);
         %sin
         s(i)=(y(jg)-y(jp))/L(i);
     end;

 global l; l=L;


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%% ITERACINIO OPTIMIZACIJOS PROCESO PRADŽIA %%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Parenkamas iteracijų skaičius optimizacijoje
isk=5;
%for iterac=1:isk

% II. TAMPRI, GEOMETRIŠKAI NETIESINĖ, ANALIZĖ
 Fdaug=1
for zingsnis=1:1
    DF=Fdaug*[0 40 0 0 60 0 0 30 0 0 0 -120 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -150 0 0 -
180 0];
    Fii=Fi+DF; zingsnis;

for iteracijaNR=1:6

 % Skaičiuojame elementų mazginių taškų koordinates, Ln, sinn, cosn
        i1=-5; i2=-4; i3=-3; iteracijaNR;
   % i-tojo elemento, mazgai
     for i=1:nstr
         i1=i1+6; i2=i2+6; i3=i3+6;
         ig=nr(i+nstr); ip=nr(i);
         ek(i1)=x(ip)+um(i1); ek(i1+3)=x(ig)+um(i1+3);
         ek(i2)=y(ip)+um(i2); ek(i2+3)=y(ig)+um(i2+3);
         ek(i3)=um(i3); ek(i3+3)=um(i3+3);

 Ln(i)=sqrt((ek(i1+3)-ek(i1))^2+(ek(i2+3)-ek(i2))^2);
 cn(i)=(ek(i1+3)-ek(i1))/Ln(i);
 sn(i)=(ek(i2+3)-ek(i2))/Ln(i);
     end;

% Pradinės - nulinės matricos
kesubrn=zeros(n,n);
gesubrn=zeros(n,n);
Asubrn=zeros(na,n);
Kpn=zeros(na,na);
KK=zeros(na,na);

% Užrašomas ciklas skaičiuoti matricas visos nagrinėjamos konstrukcijos
% (nstr)
ip=-5; ip1=-2;
    for i=1:nstr
         ip=ip+6; i6=6*i; ip1=ip1+3; i3=3*i;
         k5=4*E*I(i)/Ln(i); k6=E*A(i)/Ln(i);
```

```
% Standumo matrica - tarp elementų  įrąžų ir deformacijų prieaugių
 kp=[k5 k5/2 0; k5/2 k5 0; 0 0 k6];
% Kpn(ip1:i3,ip1:i3)=kp
 kp1=[k5 k5/2 0; k5/2 k5 0; 0 0 k6];
% KK(ip1:i3,ip1:i3)=kp1

% Elemento pertvarkymo iš lokaliosios į globaliąją koord. sistemą matrica
t=[cn(i) sn(i) 0 0 0 0;...
    -sn(i) cn(i) 0 0 0 0;...
    0 0 1 0 0 0;...
    0 0 0 cn(i) sn(i) 0;...
    0 0 0 -sn(i) cn(i) 0;...
    0 0 0 0 0 1];

% Elemento pusiausvyros lokalioje koord. sistemoje matrica
Aab=[0 0 -1;...
    -1/Ln(i) -1/Ln(i) 0;...
    1 0 0;...
    0 0 1;...
    1/Ln(i) 1/Ln(i) 0;...
    0 1 0];
Aab


%% Elemento mažų poslinkių standumo matrica lok. koord. sistemoje
%ket1=Aab*kp1*Aab';
ket1=[A(i)*E/Ln(i) 0 0 -A(i)*E/Ln(i) 0 0;...
    0 12*I(i)*E/(Ln(i))^3 -6*I(i)*E/(Ln(i))^2 0 -12*I(i)*E/(Ln(i))^3 -
6*I(i)*E/(Ln(i))^2;...
    0 -6*I(i)*E/(Ln(i))^2 4*I(i)*E/Ln(i) 0 6*I(i)*E/(Ln(i))^2 2*I(i)*E/Ln(i);...
    -A(i)*E/Ln(i) 0 0 A(i)*E/Ln(i) 0 0;...
    0 -12*I(i)*E/(Ln(i))^3 6*I(i)*E/(Ln(i))^2 0 12*I(i)*E/(Ln(i))^3
6*I(i)*E/(Ln(i))^2;...
    0 -6*I(i)*E/(Ln(i))^2 2*I(i)*E/Ln(i) 0 6*I(i)*E/(Ln(i))^2 4*I(i)*E/Ln(i)];
ket1


% skaičiuojami k-tojo elemento mazginiai poslinkiai globalioje koord. sis.
Uelglob=[um(ip); um(ip+1); um(ip+2); um(ip+3); um(ip+4); um(ip+5)];
% skaičiuojami k-tojo elemento mazginiai poslinkiai lokalioje koord. sis.
Uellok=t*Uelglob;
u1=Uellok(1);
u2=Uellok(2);
u3=Uellok(3);
u4=Uellok(4);
u5=Uellok(5);
u6=Uellok(6);
l=Ln(i);
%% Elemento geometrine standumo matrica lok. koord. sistemoje
kg1=[0 0 0 0 0 0;...
0 3/70*A(i)*E/Ln(i)^3*(6*u5*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)-6*u2*u3*Ln(i)-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+24*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4)
1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(-2*u3*Ln(i)^2*u6-24*u5*u3*Ln(i)+24*u2*u3*Ln(i)+72*u2*u5-
36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2-36*u5^2+28*Ln(i)*u1-28*Ln(i)*u4) 0 -
3/70*A(i)*E/Ln(i)^3*(6*u5*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)-6*u2*u3*Ln(i)-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+24*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4) -
1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(2*u3*Ln(i)^2*u6+24*u5*u6*Ln(i)-24*u2*u6*Ln(i)-
72*u2*u5+36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+36*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4);...
0 1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(-2*u3*Ln(i)^2*u6-24*u5*u3*Ln(i)+24*u2*u3*Ln(i)+72*u2*u5-
36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2-36*u5^2+28*Ln(i)*u1-28*Ln(i)*u4)
1/420*A(i)*E/Ln(i)*(-3*u3*Ln(i)^2*u6+3*u5*u6*Ln(i)-3*u5*u3*Ln(i)-
3*u2*u6*Ln(i)+3*u2*u3*Ln(i)-
36*u2*u5+18*u2^2+u6^2*Ln(i)^2+12*u3^2*Ln(i)^2+18*u5^2-56*Ln(i)*u1+56*Ln(i)*u4) 0
-1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(-2*u3*Ln(i)^2*u6-24*u5*u3*Ln(i)+24*u2*u3*Ln(i)+72*u2*u5-
```

```
36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2-36*u5^2+28*Ln(i)*u1-28*Ln(i)*u4) -
1/840*A(i)*E*(-4*u3*u6*Ln(i)-6*u5*u6-
6*u3*u5+6*u2*u6+6*u3*u2+3*u6^2*Ln(i)+3*u3^2*Ln(i)-28*u1+28*u4);...
0 0 0 0 0 0;...
0 -3/70*A(i)*E/Ln(i)^3*(6*u5*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)-6*u2*u3*Ln(i)-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+24*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4) -
1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(-2*u3*Ln(i)^2*u6-24*u5*u3*Ln(i)+24*u2*u3*Ln(i)+72*u2*u5-
36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2-36*u5^2+28*Ln(i)*u1-28*Ln(i)*u4) 0
3/70*A(i)*E/Ln(i)^3*(6*u5*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)-6*u2*u3*Ln(i)-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+24*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4)
1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(2*u3*Ln(i)^2*u6+24*u5*u6*Ln(i)-24*u2*u6*Ln(i)-
72*u2*u5+36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+36*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4);...
0 -1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(2*u3*Ln(i)^2*u6+24*u5*u6*Ln(i)-24*u2*u6*Ln(i)-
72*u2*u5+36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+36*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4) -
1/840*A(i)*E*(-4*u3*u6*Ln(i)-6*u5*u6-
6*u3*u5+6*u2*u6+6*u3*u2+3*u6^2*Ln(i)+3*u3^2*Ln(i)-28*u1+28*u4) 0
1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(2*u3*Ln(i)^2*u6+24*u5*u6*Ln(i)-24*u2*u6*Ln(i)-
72*u2*u5+36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+36*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4)
1/420*A(i)*E/Ln(i)*(-3*u3*Ln(i)^2*u6-3*u5*u6*Ln(i)+3*u5*u3*Ln(i)+3*u2*u6*Ln(i)-
3*u2*u3*Ln(i)-36*u2*u5+18*u2^2+12*u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+18*u5^2-
56*Ln(i)*u1+56*Ln(i)*u4)];


% Elemento pradiniu poslinkiu matrica lok. koord. sistemoje
kgu1=[0 1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) -
1/30*E*A(i)/Ln(i)*(-3*u2+3*u5+4*u3*Ln(i)-u6*Ln(i)) 0 -1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) 1/30*E*A(i)/Ln(i)*(3*u2-3*u5+u3*Ln(i)-
4*u6*Ln(i));...
1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) 3/35*E*A(i)/Ln(i)^3*(-
6*u2*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)+6*u5*u6*Ln(i)+24*u2^2-
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*Ln(i)^2+u6^2*Ln(i)^2) 1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
2*u3*Ln(i)^2*u6-36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*Ln(i)-36*u5^2-
24*u5*u3*Ln(i)+u3^2*Ln(i)^2-u6^2*Ln(i)^2) -1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) -3/35*E*A(i)/Ln(i)^3*(-6*u2*u3*Ln(i)-
6*u2*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)+6*u5*u6*Ln(i)+24*u2^2-
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*Ln(i)^2+u6^2*Ln(i)^2) -
1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(u3^2*Ln(i)^2+2*u3*Ln(i)^2*u6+36*u5^2-
72*u2*u5+24*u5*u6*Ln(i)+36*u2^2-24*u2*u6*Ln(i)-u6^2*Ln(i)^2);...
-1/30*E*A(i)/Ln(i)*(-3*u2+3*u5+4*u3*Ln(i)-u6*Ln(i)) 1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
2*u3*Ln(i)^2*u6-36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*Ln(i)-36*u5^2-
24*u5*u3*Ln(i)+u3^2*Ln(i)^2-u6^2*Ln(i)^2) 1/210*E*A(i)/Ln(i)*(-
3*u3*Ln(i)^2*u6+18*u2^2-36*u2*u5+3*u2*u3*Ln(i)-3*u2*u6*Ln(i)+18*u5^2-
3*u5*u3*Ln(i)+3*u5*u6*Ln(i)+12*u3^2*Ln(i)^2+u6^2*Ln(i)^2) 1/30*E*A(i)/Ln(i)*(-
3*u2+3*u5+4*u3*Ln(i)-u6*Ln(i)) -1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(-2*u3*Ln(i)^2*u6-
36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*Ln(i)-36*u5^2-24*u5*u3*Ln(i)+u3^2*Ln(i)^2-
u6^2*Ln(i)^2) -1/420*E*A(i)*(-4*u3*u6*Ln(i)+3*u3^2*Ln(i)-6*u3*u5+6*u3*u2-
6*u5*u6+6*u2*u6+3*u6^2*Ln(i));...
0 -1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) 1/30*E*A(i)/Ln(i)*(-
3*u2+3*u5+4*u3*Ln(i)-u6*Ln(i)) 0 1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) -1/30*E*A(i)/Ln(i)*(3*u2-3*u5+u3*Ln(i)-
4*u6*Ln(i));...
-1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) -3/35*E*A(i)/Ln(i)^3*(-
6*u2*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)+6*u5*u6*Ln(i)+24*u2^2-
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*Ln(i)^2+u6^2*Ln(i)^2) -1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
2*u3*Ln(i)^2*u6-36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*Ln(i)-36*u5^2-
24*u5*u3*Ln(i)+u3^2*Ln(i)^2-u6^2*Ln(i)^2) 1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) 3/35*E*A(i)/Ln(i)^3*(-6*u2*u3*Ln(i)-
6*u2*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)+6*u5*u6*Ln(i)+24*u2^2-
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*Ln(i)^2+u6^2*Ln(i)^2)
1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(u3^2*Ln(i)^2+2*u3*Ln(i)^2*u6+36*u5^2-
72*u2*u5+24*u5*u6*Ln(i)+36*u2^2-24*u2*u6*Ln(i)-u6^2*Ln(i)^2);...
1/30*E*A(i)/Ln(i)*(3*u2-3*u5+u3*Ln(i)-4*u6*Ln(i)) -
1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(u3^2*Ln(i)^2+2*u3*Ln(i)^2*u6+36*u5^2-
72*u2*u5+24*u5*u6*Ln(i)+36*u2^2-24*u2*u6*Ln(i)-u6^2*Ln(i)^2) -1/420*E*A(i)*(-
```

```
4*u3*u6*Ln(i)+3*u3^2*Ln(i)-6*u3*u5+6*u3*u2-6*u5*u6+6*u2*u6+3*u6^2*Ln(i)) -
1/30*E*A(i)/Ln(i)*(3*u2-3*u5+u3*Ln(i)-4*u6*Ln(i))
1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(u3^2*Ln(i)^2+2*u3*Ln(i)^2*u6+36*u5^2-
72*u2*u5+24*u5*u6*Ln(i)+36*u2^2-24*u2*u6*Ln(i)-u6^2*Ln(i)^2)
1/210*E*A(i)/Ln(i)*(-3*u3*Ln(i)^2*u6+u3^2*Ln(i)^2+3*u5*u3*Ln(i)-
3*u2*u3*Ln(i)+18*u5^2-36*u2*u5-
3*u5*u6*Ln(i)+18*u2^2+3*u2*u6*Ln(i)+12*u6^2*Ln(i)^2)];

% Elemento standumo matricu globalioje koord. sistemoje suformavimas
Ket=t'*ket1*t; Kg=t'*kg1*t; Kgu=t'*kgu1*t;
Ket
Kg
Kgu

% Elemento pussiausvyros matricos globalioje koord. sistemoje suformavimas
Ael=Aab'*t;

% Konstrukcijos fiktyviu (kvazidiagonaliniu) matricu suformavimas
%(jos surenkamos is visu elementu atitinkamu matricu)
kesubrn(ip:i6,ip:i6)=Ket;
gesubrn(ip:i6,ip:i6)=Kg+Kgu;
Asubrn(ip1:i3,ip:i6)=Ael;
Kpn(ip1:i3,ip1:i3)=kp;
KK(ip1:i3,ip1:i3)=kp1;

    end; % Ciklo pabaiga

%% Skaičiuojame globalinių įrąžų ir poslinkių prieaugius
    % Suformuojame lokaliųjų ir globaliųjų poslinkiu ryšio matricą
for i=1:2:npos2; im=pn(i); jn=pn(i+1);
    H(im,jn)=1;
    H;
end;

% Skaičiuojame tangentinę standumo matrica
Ketn1=H'*kesubrn*H;
Gen=H'*gesubrn*H;
Ketn=Ketn1+Gen;
Det=det(Ketn)
% Skaičiuojame globaliuosius poslinkiu ir įrąžų prieaugius
up2=DF/Ketn; Sp2=Kpn*Asubrn*H*up2';

% Skaičiuojame elementu mazginiu taškų poslinkių prieaugius deltaUsubrn
% antrame iteracijos zingsnyje
upel2=H*up2';

% Skaičiuojame pirmo žingsnio tikruosius globalinius poslinkius
% ut=uo+deltaU
ut2=ut+up2;
% ir tikruosius elemento mazginiu taškų poslinkius
% usubrn=usubro+deltaUsubrn
utel2=utel+upel2;


% %%%%% Skaičiuojame elementu mazginiu tašku naujas koord. ir Asubrnn (nauja)
i1=-5; i2=-4; i3=-3; um=utel2;
for i=1:nstr
    i1=i1+6; i2=i2+6; i3=i3+6; ig=nr(i+nstr); ip=nr(i);
         ek(i1)=x(ip)+um(i1); ek(i1+3)=x(ig)+um(i1+3);
         ek(i2)=y(ip)+um(i2); ek(i2+3)=y(ig)+um(i2+3);
         ek(i3)=um(i3); ek(i3+3)=um(i3+3);
 Lnn(i)=sqrt((ek(i1+3)-ek(i1))^2+(ek(i2+3)-ek(i2))^2);
 cnn(i)=(ek(i1+3)-ek(i1))/Lnn(i);
 snn(i)=(ek(i2+3)-ek(i2))/Lnn(i); end;
```

```
Asubrnn=zeros(na,n); ip=-5; ip1=-2;

for i=1:nstr
    ip=ip+6; i6=6*i; ip1=ip1+3; i3=3*i;

    t=[cnn(i) snn(i) 0 0 0 0;...
    -snn(i) cnn(i) 0 0 0 0;...
    0 0 1 0 0 0;...
    0 0 0 cnn(i) snn(i) 0;...
    0 0 0 -snn(i) cnn(i) 0;...
    0 0 0 0 0 1];

Aab=[0 0 -1;...
    -1/Lnn(i) -1/Lnn(i) 0;...
    1 0 0;...
    0 0 1;...
    1/Lnn(i) 1/Lnn(i) 0;...
    0 1 0];

Ael=Aab'*t;
Asubrnn(ip1:i3,ip:i6)=Ael;
end;

%Skaičiuojamos v-otojo žingsnio, i-tosios iteracijos pabaigos suminės
%elementų mazginės jėgos Fgz
Fgz=Fgz1+H'*Asubrnn'*Sp2;

% Skaičiuojame kompensacine žingsnio apkrovą Fkomp=Fi+1-Fz
Fkomp2=Fii'-Fgz
Fgz1=Fgz;
Sp=Sp2;
ut=ut2;
utel=utel2;
DF=Fkomp2';
S=S+Sp2;
se=S; %tamprios įrąžos
ue=ut; %tamprūs poslinkiai
L=Ln;
a=H'*Asubrnn'; %geometriškai netiesinės pusiausvyros matrica


 for i=1:iteracijaNR
    rez_kompensacine(1:m,iteracijaNR)=Fkomp2;
end;

KONTROLE=H'*Asubrnn'*S;
for i=1:iteracijaNR
    rez_KONTROLE(1:m,iteracijaNR)=KONTROLE;
end;

for i=1:iteracijaNR
    rez_ue(1:m,iteracijaNR)=ue;
end;

for i=1:iteracijaNR
    rez_se(1:na,iteracijaNR)=se;
end;
     end; %iteracijosNR galas

Fi=Fii;

for i=1:zingsnis
    rez_zingsnio_kompensacine(1:m,zingsnis)=Fkomp2;
end; end; %zingsnio galas
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% REZULTATAI
rez_kompensacine;
rez_KONTROLE;
rez_ue;
rez_se;
Se=zeros(39,1);
Se(1:36,1)=se;
%%%%%
% TAMPRUS SKAIČIAVMAS BAIGTAS
%%%%

%% III. OPTIMIZACIJA ĮVERTINANT GEOMTRINĮ NETIESIŠKUMĄ
% Iteracijų skaičius
itask=10;

% Ribinės įražos (kiekvienoje iteracijoje formuojamas naujas M0 vektorius, čia užrašomos tik pradinės narių reikšmės pirmajai iteracijai).
m01cm=sigmaycm*a3HEB100_300*(A1cm^(b3HEB100_300));
m02cm=sigmaycm*a3IPE*(A2cm^(b3IPE));
m03cm=sigmaycm*a3HE100AA_280*(A3cm^(b3HE100AA_280))
m01=m01cm/100;
m02=m02cm/100;
m03=m03cm/100;
m0=[m01;m02;m03];

% Formuojama konstrukcijos konfiguracijos matrica [G]
g=zeros(144,2);
g(1:24,1)=1;
g(25:36,3)=1;
g(37:60,2)=1;
g(61:72,3)=1;
g(73:96,1)=1;
g(97:144,2)=1;


for iteracija=1:itask


A=[A1 A1 A3 A2 A2 A3 A1 A1 A2 A2 A2 A2];
I=[I1 I1 I3 I2 I2 I3 I1 I1 I2 I2 I2 I2];

%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%Kolonų skaičiuojamojo ilgio koeficiento skaičiavimas %
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 1-a kolona, apatinė kairė;
Ic1=I(1) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc1=L(1) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(11) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj. inercijos momentas
Irl=0 %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj. inercijos momentas

% Apatinis aukštas
n_ap=(Iru*lc1)/(2*lr*Ic1)
p_ap=(Irl*lc1)/(lr*Ic1)

if n_ap<=0.2
    miu_ap1=2.15*sqrt((n_ap+0.22)/n_ap)
elseif n_ap<=0.03
    miu_ap1=2.15*sqrt((0.03+0.22)/0.03)
elseif n_ap>0.2
    miu_ap1=2*sqrt((n_ap+0.28)/n_ap) end;
```

```
%% 2-a kolona, vidurinė kairė;
Ic2=I(2) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc2=L(2) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=0 %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(11) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Vidurinis aukštas
n_vid=(Iru*lc2)/(2*lr*Ic2)
p_vid=(Irl*lc2)/(2*lr*Ic2)

if n_vid<=0.2

miu_vid2=((p_vid+0.68)*sqrt(n_vid+0.22))/sqrt(0.68*p_vid*(p_vid+0.9)*(n_vid+0.08
)+0.1*n_vid)
elseif n_vid>0.2

miu_vid2=((p_vid+0.63)*sqrt(n_vid+0.28))/sqrt(p_vid*n_vid*(p_vid+0.9)+0.1*n_vid)
end;


%% 3-a kolona, viršutinė kairė;
Ic3=I(3) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc3=L(3) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(4) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=0 %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_vir=(Iru*lc3)/(lr*Ic3)
p_vir=(Irl*lc3)/(2*lr*Ic3)

if n_vir<=0.2
    miu_vir3=2.15*sqrt((n_vir+0.22)/(n_vir))
elseif n_vir<=0.03
    miu_vir3=2.15*sqrt((0.03+0.22)/(0.03))
elseif n_vir>0.2
    miu_vir3=2*sqrt((n_vir+0.28)/n_vir)
end;


%% 4-a kolona, viršutinė dešinė;
Ic4=I(6) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc4=L(6) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=0 %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(10) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_vir=(Iru*lc4)/(lr*Ic4);
p_vir=(Irl*lc4)/(2*lr*Ic4);

if n_vir<=0.2

miu_vir4=((p_vir+0.68)*sqrt(n_vir+0.22))/sqrt(0.68*p_vir*(p_vir+0.9)*(n_vir+0.08
)+0.1*n_vir);
elseif n_vir>0.2
```

```
miu_vir4=((p_vir+0.63)*sqrt(n_vir+0.28))/sqrt(p_vir*n_vir*(p_vir+0.9)+0.1*n_vir)
;
end;

%% 5-a kolona, vidurinė dešinė;
Ic5=I(7) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc5=L(7) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(10) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(12) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Vidurinis aukštas
n_vid=(Iru*lc5)/(2*lr*Ic5);
p_vid=(Irl*lc5)/(2*lr*Ic5);

if n_vid<=0.2

miu_vid5=((p_vid+0.68)*sqrt(n_vid+0.22))/sqrt(0.68*p_vid*(p_vid+0.9)*(n_vid+0.08
)+0.1*n_vid);
elseif n_vid>0.2

miu_vid5=((p_vid+0.63)*sqrt(n_vid+0.28))/sqrt(p_vid*n_vid*(p_vid+0.9)+0.1*n_vid)
;
end;

%% 6-a kolona, apatinė dešinė;
Ic6=I(8) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc6=L(8) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(12) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=inf %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_ap=(Iru*lc6)/(2*lr*Ic6);
p_ap=(Irl*lc6)/(lr*Ic6);

if n_ap<=0.2
    miu_ap6=1.21*sqrt((n_ap+0.22)/(n_ap+0.08));
elseif n_ap<=0.03
    miu_ap6=1.21*sqrt((0.03+0.22)/(0.03+0.08));
elseif n_ap>0.2
    miu_ap6=sqrt((n_ap+0.28)/n_ap);
end;

%Kolonu skaičiuojamojo ilgio koeficientai
miuk=[miu_ap1;miu_vid2;miu_vir3;miu_vir4;miu_vid5;miu_ap6];


% Konstrukcijos elementų skaičiuojamieji ilgiai
Lsk=[L(1)*miuk(1);L(2)*miuk(2);L(3)*miuk(3);L(4);L(5);L(6)*miuk(4);L(7)*miuk(5);
L(8)*miuk(6);L(9);L(10);L(11);L(12)];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%


% Klupumo įtempių skaičiavimas
for i=1:nstr
   lambda_sal(i)=(Lsk(i)/sqrt(I(i)/A(i)))*(1/(3.14*sqrt(E/sigmay)));
   phi(i)=0.5*(1+0.21*(lambda_sal(i)-0.2)+(lambda_sal(i))^2);
```

```
   xhi(i)=1/(phi(i)+sqrt((phi(i))^2-(lambda_sal(i))^2));

    if xhi(i)<=1
    xhi(i)=xhi(i);
    elseif xhi(i)>1
    xhi(i)=1;
    end;

sigmacr(i)=xhi(i)*sigmay; %kritiniai klupumo įtempiai konstrukcijos elemente
end;

%Klupumo įtempių redukcijos koeficientų vektoriai kolonoms ir sijoms
xhik=[xhi(1);xhi(2);xhi(7);xhi(8)];
xhis=[xhi(4);xhi(5);xhi(9);xhi(10);xhi(11);xhi(12)];
xhik3=[xhi(3);xhi(6)];

%%%%%%%%
z=1.18;%
%%%%%%%%

% Ekscentricitetų skaičiavimas
 cplius_k=Wpl1/A1;
 cplius_s=Wpl2/A2;
 cplius_k3=Wpl3/A3;

    for i=1:4
    cminus_k(i)=Wpl1/(xhik(i)*A1);
    end;

    for i=1:6
    cminus_s(i)=Wpl2/(xhis(i)*A2);
    end;

    for i=1:2
    cminus_k3(i)=Wpl3/(xhik3(i)*A3);
    end;


% Formuojama takumo sąlygų matrica [Fi] (24pj*6=144 sąlygos)
fi=zeros(144,36);
fi(1,1)=1;
fi(2,1)=1/z; fi(2,3)=cplius_k;
fi(3,1)=1/z; fi(3,3)=-cminus_k(1);
fi(4,1)=-1;
fi(5,1)=-1/z; fi(5,3)=cplius_k;
fi(6,1)=-1/z; fi(6,3)=-cminus_k(1);

fi(7,2)=1;
fi(8,2)=1/z; fi(8,3)=cplius_k;
fi(9,2)=1/z; fi(9,3)=-cminus_k(1);
fi(10,2)=-1;
fi(11,2)=-1/z; fi(11,3)=cplius_k;
fi(12,2)=-1/z; fi(12,3)=-cminus_k(1);

fi(13,4)=1;
fi(14,4)=1/z; fi(14,6)=cplius_k;
fi(15,4)=1/z; fi(15,6)=-cminus_k(2);
fi(16,4)=-1;
fi(17,4)=-1/z; fi(17,6)=cplius_k;
fi(18,4)=-1/z; fi(18,6)=-cminus_k(2);

fi(19,5)=1;
fi(20,5)=1/z; fi(20,6)=cplius_k;
fi(21,5)=1/z; fi(21,6)=-cminus_k(2);
```

```
fi(22,5)=-1;
fi(23,5)=-1/z; fi(23,6)=cplius_k;
fi(24,5)=-1/z; fi(24,6)=-cminus_k(2);

fi(25,7)=1;
fi(26,7)=1/z; fi(26,9)=cplius_k3;
fi(27,7)=1/z; fi(27,9)=-cminus_k3(1);
fi(28,7)=-1;
fi(29,7)=-1/z; fi(29,9)=cplius_k3;
fi(30,7)=-1/z; fi(30,9)=-cminus_k3(1);

fi(31,8)=1;
fi(32,8)=1/z; fi(32,9)=cplius_k3;
fi(33,8)=1/z; fi(33,9)=-cminus_k3(1);
fi(34,8)=-1;
fi(35,8)=-1/z; fi(35,9)=cplius_k3;
fi(36,8)=-1/z; fi(36,9)=-cminus_k3(1);

fi(37,10)=1;
fi(38,10)=1/z; fi(38,12)=cplius_s;
fi(39,10)=1/z; fi(39,12)=-cminus_s(1);
fi(40,10)=-1;
fi(41,10)=-1/z; fi(41,12)=cplius_s;
fi(42,10)=-1/z; fi(42,12)=-cminus_s(1);

fi(43,11)=1;
fi(44,11)=1/z; fi(44,12)=cplius_s;
fi(45,11)=1/z; fi(45,12)=-cminus_s(1);
fi(46,11)=-1;
fi(47,11)=-1/z; fi(47,12)=cplius_s;
fi(48,11)=-1/z; fi(48,12)=-cminus_s(1);

fi(49,13)=1;
fi(50,13)=1/z; fi(50,15)=cplius_s;
fi(51,13)=1/z; fi(51,15)=-cminus_s(2);
fi(52,13)=-1;
fi(53,13)=-1/z; fi(53,15)=cplius_s;
fi(54,13)=-1/z; fi(54,15)=-cminus_s(2);

fi(55,14)=1;
fi(56,14)=1/z; fi(56,15)=cplius_s;
fi(57,14)=1/z; fi(57,15)=-cminus_s(2);
fi(58,14)=-1;
fi(59,14)=-1/z; fi(59,15)=cplius_s;
fi(60,14)=-1/z; fi(60,15)=-cminus_s(2);

fi(61,16)=1;
fi(62,16)=1/z; fi(62,18)=cplius_k3;
fi(63,16)=1/z; fi(63,18)=-cminus_k3(2);
fi(64,16)=-1;
fi(65,16)=-1/z; fi(65,18)=cplius_k3;
fi(66,16)=-1/z; fi(66,18)=-cminus_k3(2);

fi(67,17)=1;
fi(68,17)=1/z; fi(68,18)=cplius_k3;
fi(69,17)=1/z; fi(69,18)=-cminus_k3(2);
fi(70,17)=-1;
fi(71,17)=-1/z; fi(71,18)=cplius_k3;
fi(72,17)=-1/z; fi(72,18)=-cminus_k3(2);

fi(73,19)=1;
fi(74,19)=1/z; fi(74,21)=cplius_k;
fi(75,19)=1/z; fi(75,21)=-cminus_k(3);
fi(76,19)=-1;
```

```
fi(77,19)=-1/z; fi(77,21)=cplius_k;
fi(78,19)=-1/z; fi(78,21)=-cminus_k(3);

fi(79,20)=1;
fi(80,20)=1/z; fi(80,21)=cplius_k;
fi(81,20)=1/z; fi(81,21)=-cminus_k(3);
fi(82,20)=-1;
fi(83,20)=-1/z; fi(83,21)=cplius_k;
fi(84,20)=-1/z; fi(84,21)=-cminus_k(3);

fi(85,22)=1;
fi(86,22)=1/z; fi(86,24)=cplius_k;
fi(87,22)=1/z; fi(87,24)=-cminus_k(4);
fi(88,22)=-1;
fi(89,22)=-1/z; fi(89,24)=cplius_k;
fi(90,22)=-1/z; fi(90,24)=-cminus_k(4);

fi(91,23)=1;
fi(92,23)=1/z; fi(92,24)=cplius_k;
fi(93,23)=1/z; fi(93,24)=-cminus_k(4);
fi(94,23)=-1;
fi(95,23)=-1/z; fi(95,24)=cplius_k;
fi(96,23)=-1/z; fi(96,24)=-cminus_k(4);

fi(97,25)=1;
fi(98,25)=1/z; fi(98,27)=cplius_s;
fi(99,25)=1/z; fi(99,27)=-cminus_s(3);
fi(100,25)=-1;
fi(101,25)=-1/z; fi(101,27)=cplius_s;
fi(102,25)=-1/z; fi(102,27)=-cminus_s(3);

fi(103,26)=1;
fi(104,26)=1/z; fi(104,27)=cplius_s;
fi(105,26)=1/z; fi(105,27)=-cminus_s(3);
fi(106,26)=-1;
fi(107,26)=-1/z; fi(107,27)=cplius_s;
fi(108,26)=-1/z; fi(108,27)=-cminus_s(3);

fi(109,28)=1;
fi(110,28)=1/z; fi(110,30)=cplius_s;
fi(111,28)=1/z; fi(111,30)=-cminus_s(4);
fi(112,28)=-1;
fi(113,28)=-1/z; fi(113,30)=cplius_s;
fi(114,28)=-1/z; fi(114,30)=-cminus_s(4);

fi(115,29)=1;
fi(116,29)=1/z; fi(116,30)=cplius_s;
fi(117,29)=1/z; fi(117,30)=-cminus_s(4);
fi(118,29)=-1;
fi(119,29)=-1/z; fi(119,30)=cplius_s;
fi(120,29)=-1/z; fi(120,30)=-cminus_s(4);

fi(121,31)=1;
fi(122,31)=1/z; fi(122,33)=cplius_s;
fi(123,31)=1/z; fi(123,33)=-cminus_s(5);
fi(124,31)=-1;
fi(125,31)=-1/z; fi(125,33)=cplius_s;
fi(126,31)=-1/z; fi(126,33)=-cminus_s(5);

fi(127,32)=1;
fi(128,32)=1/z; fi(128,33)=cplius_s;
fi(129,32)=1/z; fi(129,33)=-cminus_s(5);
fi(130,32)=-1;
fi(131,32)=-1/z; fi(131,33)=cplius_s;
```

```
fi(132,32)=-1/z; fi(132,33)=-cminus_s(5);

fi(133,34)=1;
fi(134,34)=1/z; fi(134,36)=cplius_s;
fi(135,34)=1/z; fi(135,36)=-cminus_s(6);
fi(136,34)=-1;
fi(137,34)=-1/z; fi(137,36)=cplius_s;
fi(138,34)=-1/z; fi(138,36)=-cminus_s(6);

fi(139,35)=1;
fi(140,35)=1/z; fi(140,36)=cplius_s;
fi(141,35)=1/z; fi(141,36)=-cminus_s(6);
fi(142,35)=-1;
fi(143,35)=-1/z; fi(143,36)=cplius_s;
fi(144,35)=-1/z; fi(144,36)=-cminus_s(6);

% Pradinė tikslo funkcija
ilg=[L(1)+L(2)+L(7)+L(8) L(4)+L(5)+L(9)+L(10)+L(11)+L(12) L(3)+L(6)];
%ilg=[18 18 6];
Tfs=ilg*m0;

% Suformuojama nelygybių koeficientu matrica [Anq]
Anq=zeros(147,39);
Anq(1:144,1:36)=fi;
Anq(1:144,37:39)=-g;
Anq(145:147,37:39)=-eye(3);
Anq;

% Suformuojamas nelygybių laisvųjų nariu vektorius {bnq}
bnq=zeros(147,1);
bnq(1:144,1)=-fi*se;
bnq(145,1)=-M01pr;
bnq(146,1)=-M02pr;
bnq(147,1)=-M03pr;

% Suformuojam lygybių koeficientu matrica [Aeq]
Aeq=zeros(30,39);
Aeq(1:30,1:36)=-a;

% Suformuojamas lygybių laisvųjų nariu vektorius [beq]
% beq=zeros(30,1);
beq=Fii'-a*se;

% sudaromas tikslo funkcijos koeficientu vektorius
c=zeros(1,39);
c(1,37:39)=ilg';

% Atliekamas tiesinio programavimo uždavinio sprendimas:
[xx,fval,exitflag,output,lambda]=linprog(c,Anq,bnq,Aeq,beq);

% Naujos ribinės įrąžos
m01=xx(37);
m02=xx(38);
m03=xx(39);
m0=[m01;m02;m03];

% Nauji skerspjūvių plotai
a1cm=((m01*100)/((sigmaycm)*(a3HEB100_300)))^(1/(b3HEB100_300));
a2cm=((m02*100)/((sigmaycm)*(a3IPE)))^(1/(b3IPE));
a3cm=((m03*100)/((sigmaycm)*(a3HE100AA_280)))^(1/(b3HE100AA_280));
a1=a1cm*10^-4;
a2=a2cm*10^-4;
a3=a3cm*10^-4;
```

```
% Nauji inercijos momentai [cm4]
i1cm=(a1HEB100_300)*((a1cm)^(b1HEB100_300));
i2cm=(a1IPE)*((a2cm)^(b1IPE));
i3cm=(a1HE100AA_280)*((a3cm)^(b1HE100AA_280));
i1m=i1cm*10^-8;%[m4]
i2m=i2cm*10^-8;
i3m=i3cm*10^-8;

% Nauji atsparumo momentai [cm3]
wpl1cm=(a3HEB100_300)*((a1cm)^(b3HEB100_300));
wpl2cm=(a3IPE)*((a2cm)^(b3IPE));
wpl3cm=(a3HE100AA_280)*((a3cm)^(b3HE100AA_280));
wpl1=wpl1cm/10^6;
wpl2=wpl2cm/10^6;
wpl3=wpl3cm/10^6;

%Tikrinamas tikslumas
eps=((fval-Tfs)*100)/fval;
if abs(eps)<=0.5 break;
end; %jei tikslumas netenkinamas, optimizacijos procesas tesiamas

A1=a1; A1cm=a1cm; A2=a2; A2cm=a2cm; A3=a3; A3cm=a3cm; I1=i1m; I1cm=i1cm; I2=i2m;
I2cm=i2cm; I3=i3m; I3cm=i3cm; Wpl1=wpl1; Wpl1cm=wpl1cm; Wpl2=wpl2;
Wpl2cm=wpl2cm; Wpl3=wpl3; Wpl3cm=wpl3cm;
Tfs=fval;

%poslinkiu ir deformaciju greiciai
ugreiciai=lambda.eqlin
pld=lambda.ineqlin
defgreiciai=fi'*pld(1:144,1)

end; %optimizacijos ciklo pabaiga

for i=1:3 %tiek kiek ribiniu irazu
    rezo(it,i)=xx(36+i);
    rezo(it,4)=a1cm;
    rezo(it,5)=a2cm;
    rezo(it,6)=a3cm;
    rezo(it,7)=exitflag;
    rezo(it,8)=fval;
    rezo(it,9)=PradTF*(100^3);
   rezo(it,10)=(L(1)*a1+L(2)*a1+L(3)*a3+L(4)*a2+L(5)*a2+L(6)*a3+L(7)*a1+L(8)*a1
+L(9)*a2+L(10)*a2+L(11)*a2+L(12)*a2)*(100^3);
end;

A1=a1; A1cm=a1cm; A2=a2; A2cm=a2cm; A3=a3; A3cm=a3cm; I1=i1m; I1cm=i1cm; I2=i2m;
I2cm=i2cm; I3=i3m; I3cm=i3cm; Wpl1=wpl1; Wpl1cm=wpl1cm; Wpl2=wpl2;
Wpl2cm=wpl2cm; Wpl3=wpl3; Wpl3cm=wpl3cm;

end;
Sr=xx;
SUMINES=Se+Sr;
Irazos=[Se Sr SUMINES];
tekejimas=-Anq*(Sr+Se);
```

Rezultatai:

```
A =

  101.0296   81.0731   35.3066
```

Se =	Sr =	SUMINĖS=
-0.0050	-0.0050	-0.0099
-108.7573	-122.9311	-231.6884
-80.8112	14.4381	-66.3731
-60.7317	4.4898	-56.2419
21.4834	-39.2076	-17.7241
-118.2039	15.6094	-102.5945
-21.4846	39.2064	17.7218
-34.7761	-21.4746	-56.2507
-54.0107	3.4170	-50.5937
34.7769	21.4754	56.2522
-197.5556	-10.8184	-208.3740
-11.7441	-5.8469	-17.5910
197.5556	10.8184	208.3740
0.0000	0.0000	0.0001
-11.7034	-5.8110	-17.5144
-0.0011	-0.0011	-0.0022
-38.7635	-17.4872	-56.2507
-65.6927	-3.5724	-69.2651
-177.0645	-54.6240	-231.6884
-154.1843	89.8390	-64.3453
-151.0491	-15.7933	-166.8425
-260.0971	36.5040	-223.5931
-311.5624	87.9693	-223.5931
-367.7433	-14.8915	-382.6347
0.0000	0.0000	0.0000
-128.3032	24.0729	-104.2303
-69.2126	14.7034	-54.5091
128.3032	-24.0730	104.2302
215.8296	72.1128	287.9425
-69.2732	14.7292	-54.5440
169.4951	118.4474	287.9425
-20.3263	-123.7098	-144.0361
-28.0100	15.9574	-12.0526
20.3263	123.7098	144.0361
414.2835	-126.3410	287.9425
-27.9451	15.9864	-11.9586
	231.6884	231.6884
	287.9425	287.9425
	56.2507	56.2507

B PRIEDAS

Geometriškai tiesinės konstrukcijos strypų skerspjūvių optimizavimo algoritmas

„MATLAB R2008a“ programos fragmentas

```
clc
clear all
% Rėminės konstrukcijos optimizacija iki pilnojo plastiškojo suirimo,
neįvertinant deformuojamos konstrukcijos geometrinio netiesiškumo
% Optimizacija atliekma pagal matematinį modelį:
% RASTI {L}'{So}→min
% KAI   [A]{S}={F}
%       [Fi]{S}<=[G]{So}
%       {So}>={So,min}

% Bendrieji medziagos duomenys
E=205e6 % medziagos tamprumo modulis GPa->kN/m2(e6)
sigmay=235e3 % plieno takumo riba MPa->kN/m2(e3)
Ecm=205e2; % kN/cm2
sigmaycm=23.5 % kN/cm2
lambda_lim=120;

a1IPE=0.7885; b1IPE=2.3210;
a3IPE=0.8411; b3IPE=1.6572;
a1HEB100_300=0.2639; b1HEB100_300=2.2917;
a3HEB100_300=0.4933; b3HEB100_300=1.6467;
a1HE100AA_280=0.4947; b1HE100AA_280=2.2932;
a3HE100AA_280=0.6752; b3HE100AA_280=1.6472;

% Priimami pradiniai skerspjūvių plotai (cm2)
A1cm=54.3 % HEB160 kolonos M01
A2cm=53.8 % IPE300 sijos M02
A3cm=36.5 % HEAA180 kolonos M03
A1=A1cm*10^-4;%[m2]
A2=A2cm*10^-4;
A3=A3cm*10^-4;

% Skerspjūvių inercijos momentai [cm4]
I1cm=(a1HEB100_300*(A1cm^b1HEB100_300));
I2cm=(a1IPE*(A2cm^b1IPE));
I3cm=(a1HE100AA_280*(A3cm^b1HE100AA_280));
I1=I1cm*10^-8;%[m4]
I2=I2cm*10^-8;
I3=I3cm*10^-8;

% Plastiniai atsparumo momentai [cm3]
Wpl1cm=(a3HEB100_300)*(A1cm^(b3HEB100_300));
Wpl2cm=(a3IPE)*(A2cm^(b3IPE));
Wpl3cm=(a3HE100AA_280)*(A3cm^(b3HE100AA_280));
Wpl1=Wpl1cm/10^6; %[m3]
Wpl2=Wpl2cm/10^6;
Wpl3=Wpl3cm/10^6;

% 3.1. Sudaromi strypu pradiniu skerspj. plotų ir inerc. mom. vektoriai
A=[A1 A1 A3 A2 A2 A3 A1 A1 A2 A2 A2 A2];
I=[I1 I1 I3 I2 I2 I3 I1 I1 I2 I2 I2 I2];
% 2. Įvedamos elementų mazgų pradinės koordinatės [m]
x=[0 0 0 0 3 6 6 6 6 2 4];
y=[0 5 9 12 12 12 9 5 0 9 5];
```

```
% 3. Įvedami visų strypų pradžios, o poto pabaigos mazgų numeriai
% eilute, kurios ilgis=2nstr (nstr - strypų sk.)
nr=[1 2 3 4 5 6 7 8 3 10 2 11 2 3 4 5 6 7 8 9 10 7 11 8];

% 4. Įvedamas strypų lokalinių ir globaliųjų poslinkų numerių vektorius
pn=[3 1 4 2 5 3 6 4 7 2 8 3 9 4 10 5 11 6 12 7 13 5 14 6 15 7 16 8 17 9 18 10 19
8 20 9 21 10 ...
    22 11 23 12 24 13 25 11 26 12 27 13 28 14 29 15 30 16 31 14 32 15 33 17 34
18 35 19 36 20 37 18 38 19 39 20 ...
    40 21 41 22 42 23 43 21 44 22 45 23 49 5 50 6 51 24 52 25 53 26 54 27 55 25
56 26 57 27 58 18 59 19 60 20 ...
    61 2 62 3 63 4 64 28 65 29 66 30 67 28 68 29 69 30 70 21 71 22 72 23];

% 5. Kai kurios pagrindinės konstantos
% nstr - elementų skaičius;
  nstr=12;
% n - bendras el. mazginių jėgų skaičius (6 tempiamam lenkiamam, 4 tik
lenkiamam, 2 tik tempiamam ar gn.);
  n=6*nstr; %n=72
% reakc - nulinių lokaliųjų poslinkių skaičius;
  reakc=5;
% npos - nenuliniai lokalieji elementų poslinkiai, jų skaičius
  npos=n-reakc;
  npos2=2*npos-1;
% na - bendras įrąžų skaičius (du momentai ir asine kiekviename elemente).
  na=3*nstr; %na=36
% m - diskretinio modelio laisvumo laipsnis (globalinių poslinkių sk.);
  m=30;
% u - globalinių poslinkių vektorius
  u=zeros(1,m);

% Pradinė i-tojo strypo padėtis Dekarto (GLOBALIOJE) koordinačių sistemoje (x0y)
     for i=1:nstr
         jg= nr(nstr+i); jp=nr(i);
         %strypo ilgis
         L(i)=sqrt((x(jg)-x(jp))^2+(y(jg)-y(jp))^2);
         %cos
         c(i)=(x(jg)-x(jp))/L(i);
         %sin
         s(i)=(y(jg)-y(jp))/L(i);
     end;

 global l; l=L;

% Suformuojame lokaliųjų ir globaliųjų poslinkių ryšio matrica
for i=1:2:npos2; im=pn(i); jn=pn(i+1);
    H(im,jn)=1;
    H;
end;


% Užrašomas ciklas skaičiuoti matricas visos nagrinėjamos konstrukcijos
% (nstr)

ip=-5; ip1=-2;
    for i=1:nstr
         ip=ip+6; i6=6*i; ip1=ip1+3; i3=3*i;
         k5=4*E*I(i)/L(i); k6=E*A(i)/L(i);
         i;
% Standumo matrica - tarp elementų  įrąžų ir deformacijų prieaugių
kp1=[k5 k5/2 0; k5/2 k5 0; 0 0 k6];
KK(ip1:i3,ip1:i3)=kp1;
```

```
% Elemento pertvarkymo iš lokaliosios į globaliąją koord. sistemą matrica
t=[c(i) s(i) 0 0 0 0;...
    -s(i) c(i) 0 0 0 0;...
    0 0 1 0 0 0;...
    0 0 0 c(i) s(i) 0;...
    0 0 0 -s(i) c(i) 0;...
    0 0 0 0 0 1];

% Elemento pusiausvyros lokalioje koord. sistemoje matrica
Aab=[0 0 -1;...
    -1/L(i) -1/L(i) 0;...
    1 0 0;...
    0 0 1;...
    1/L(i) 1/L(i) 0;...
    0 1 0];
Aab;

% Elemento mažų poslinkių standumo matrica lok. koord. sistemoje
ket1=Aab*kp1*Aab';

% Elemento mažų poslinkių standumo matrica globalioje koord. sistemoje
ket=t'*ket1*t;
ket;

% Elemento pusiausvyros matricos globalioje koord. sistemoje suformavimas
Ael=Aab'*t;

% Konstrukcijos fiktyviu (kvazidiagonalinių) matricų suformavimas
%(jos surenkamos is visu elementu atitinkamu matricų)
kesubrn(ip:i6,ip:i6)=ket;
Asubrn(ip1:i3,ip:i6)=Ael;

    end; % Ciklo pabaiga
%Geometriškai tiesinė pusiausvyros lygčių koeficientų matrica
a=Asubrn*H;
at=a';

% Sudaromas išorinės apkrovos vektorius {F}
DF=1; % apkrovos daugiklis
f=DF*[0 40 0 0 60 0 0 30 0 0 0 -120 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -150 0 0 -180 0];
F=f';


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%Kolonų skaičiuojamojo ilgio koeficiento skaičiavimas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 1-a kolona, apatinė kairė;
Ic1=I(1) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc1=L(1) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(11) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=0 %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Apatinis aukštas
n_ap=(Iru*lc1)/(2*lr*Ic1)
p_ap=(Irl*lc1)/(lr*Ic1)

if n_ap<=0.2
    miu_ap1=2.15*sqrt((n_ap+0.22)/n_ap)
elseif n_ap<=0.03
    miu_ap1=2.15*sqrt((0.03+0.22)/0.03)
elseif n_ap>0.2
```

```
    miu_ap1=2*sqrt((n_ap+0.28)/n_ap)
end;

%% 2-a kolona, vidurinė kairė;
Ic2=I(2) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc2=L(2) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=0 %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(11) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Vidurinis aukštas
n_vid=(Iru*lc2)/(2*lr*Ic2)
p_vid=(Irl*lc2)/(2*lr*Ic2)

if n_vid<=0.2

miu_vid2=((p_vid+0.68)*sqrt(n_vid+0.22))/sqrt(0.68*p_vid*(p_vid+0.9)*(n_vid+0.08
)+0.1*n_vid)
elseif n_vid>0.2

miu_vid2=((p_vid+0.63)*sqrt(n_vid+0.28))/sqrt(p_vid*n_vid*(p_vid+0.9)+0.1*n_vid)
end;


%% 3-a kolona, viršutinė kairė;
Ic3=I(3) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc3=L(3) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(4) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=0 %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_vir=(Iru*lc3)/(lr*Ic3)
p_vir=(Irl*lc3)/(2*lr*Ic3)

if n_vir<=0.2
    miu_vir3=2.15*sqrt((n_vir+0.22)/(n_vir))
elseif n_vir<=0.03
    miu_vir3=2.15*sqrt((0.03+0.22)/(0.03))
elseif n_vir>0.2
    miu_vir3=2*sqrt((n_vir+0.28)/n_vir)
end;


%% 4-a kolona, viršutinė dešinė;
Ic4=I(6) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc4=L(6) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=0 %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(10) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_vir=(Iru*lc4)/(lr*Ic4)
p_vir=(Irl*lc4)/(2*lr*Ic4)

if n_vir<=0.2
```

```
miu_vir4=((p_vir+0.68)*sqrt(n_vir+0.22))/sqrt(0.68*p_vir*(p_vir+0.9)*(n_vir+0.08
)+0.1*n_vir)
elseif n_vir>0.2

miu_vir4=((p_vir+0.63)*sqrt(n_vir+0.28))/sqrt(p_vir*n_vir*(p_vir+0.9)+0.1*n_vir)
end;

%% 5-a kolona, vidurinė dešinė;
Ic5=I(7) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc5=L(7) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(10) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(12) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Vidurinis aukštas
n_vid=(Iru*lc5)/(2*lr*Ic5)
p_vid=(Irl*lc5)/(2*lr*Ic5)

if n_vid<=0.2

miu_vid5=((p_vid+0.68)*sqrt(n_vid+0.22))/sqrt(0.68*p_vid*(p_vid+0.9)*(n_vid+0.08
)+0.1*n_vid)
elseif n_vid>0.2

miu_vid5=((p_vid+0.63)*sqrt(n_vid+0.28))/sqrt(p_vid*n_vid*(p_vid+0.9)+0.1*n_vid)
end;

%% 6-a kolona, apatinė dešinė;
Ic6=I(8) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc6=L(8) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(12) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=inf %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_ap=(Iru*lc6)/(2*lr*Ic6)
p_ap=(Irl*lc6)/(lr*Ic6)

if n_ap<=0.2
    miu_ap6=1.21*sqrt((n_ap+0.22)/(n_ap+0.08))
elseif n_ap<=0.03
    miu_ap6=1.21*sqrt((0.03+0.22)/(0.03+0.08))
elseif n_ap>0.2
    miu_ap6=sqrt((n_ap+0.28)/n_ap)
end;

%Kolonu skaičiuojamojo ilgio koeficientai
miuk=[miu_ap1;miu_vid2;miu_vir3;miu_vir4;miu_vid5;miu_ap6];


% Konstrukcijos elementų skaičiuojamieji ilgiai
Lsk=[L(1)*miuk(1);L(2)*miuk(2);L(3)*miuk(3);L(4);L(5);L(6)*miuk(4);L(7)*miuk(5);
L(8)*miuk(6);L(9);L(10);L(11);L(12)];
Lskm01=[Lsk(1);Lsk(2);Lsk(7);Lsk(8)];
Lskm02=[Lsk(4);Lsk(5);Lsk(9);Lsk(10);Lsk(11);Lsk(12)];
Lskm03=[Lsk(3);Lsk(6)];
```

```
% Skaičiuojamos pradinės ribinės įrąžos Mo,cr,min [kNcm]
M01prcm=sigmaycm*(a3HEB100_300)*((((max(Lskm01))*100)^2)/((a1HEB100_300)*(lambda
_lim^2)))^((b3HEB100_300)/(b1HEB100_300-1)); %imamas liauniausios kolonos Lsk
M02prcm=sigmaycm*a3IPE*(A2cm^(b3IPE));
M03prcm=sigmaycm*(a3HE100AA_280)*((((max(Lskm03))*100)^2)/((a1HE100AA_280)*(lamb
da_lim^2)))^((b3HE100AA_280)/(b1HE100AA_280-1));
M01pr=M01prcm/100;
M02pr=M02prcm/100;
M03pr=M03prcm/100;


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%% O P T I M I Z A C I J O S      C I K L O      P R A D Z I A

iter=10; % iteraciju sk.
for iteracija=1:iter;

A=[A1 A1 A3 A2 A2 A3 A1 A1 A2 A2 A2 A2];
I=[I1 I1 I3 I2 I2 I3 I1 I1 I2 I2 I2 I2];

% Klupumo įtempių skaičiavimas
for i=1:nstr
   lambda_sal(i)=(Lsk(i)/sqrt(I(i)/A(i)))*(1/(3.14*sqrt(E/sigmay)));
   phi(i)=0.5*(1+0.21*(lambda_sal(i)-0.2)+(lambda_sal(i))^2);
   xhi(i)=1/(phi(i)+sqrt((phi(i))^2-(lambda_sal(i))^2));

    if xhi(i)<=1
    xhi(i)=xhi(i);
    elseif xhi(i)>1
    xhi(i)=1;
    end;

sigmacr(i)=xhi(i)*sigmay; %kritiniai klupumo įtempiai konstrukcijos elemente
end;

%Klupumo įtempių redukcijos koeficientų vektoriai kolonoms ir sijoms
xhik=[xhi(1);xhi(2);xhi(7);xhi(8)];
xhis=[xhi(4);xhi(5);xhi(9);xhi(10);xhi(11);xhi(12)];
xhik3=[xhi(3);xhi(6)];

%%%%%%%%
z=1.18;%
%%%%%%%%
 cplius_k=Wpl1/A1;
 cplius_s=Wpl2/A2;
 cplius_k3=Wpl3/A3;

    for i=1:4
    cminus_k(i)=Wpl1/(xhik(i)*A1);
    end;

    for i=1:6
    cminus_s(i)=Wpl2/(xhis(i)*A2);
    end;

    for i=1:2
    cminus_k3(i)=Wpl3/(xhik3(i)*A3);
    end;


% Formuojama takumo sąlygų matrica [Fi] (24pj*6=144 sąlygos)
fi=zeros(144,36);
fi(1,1)=1;
fi(2,1)=1/z; fi(2,3)=cplius_k;
```

```
fi(3,1)=1/z; fi(3,3)=-cminus_k(1);
fi(4,1)=-1;
fi(5,1)=-1/z; fi(5,3)=cplius_k;
fi(6,1)=-1/z; fi(6,3)=-cminus_k(1);

fi(7,2)=1;
fi(8,2)=1/z; fi(8,3)=cplius_k;
fi(9,2)=1/z; fi(9,3)=-cminus_k(1);
fi(10,2)=-1;
fi(11,2)=-1/z; fi(11,3)=cplius_k;
fi(12,2)=-1/z; fi(12,3)=-cminus_k(1);

fi(13,4)=1;
fi(14,4)=1/z; fi(14,6)=cplius_k;
fi(15,4)=1/z; fi(15,6)=-cminus_k(2);
fi(16,4)=-1;
fi(17,4)=-1/z; fi(17,6)=cplius_k;
fi(18,4)=-1/z; fi(18,6)=-cminus_k(2);

fi(19,5)=1;
fi(20,5)=1/z; fi(20,6)=cplius_k;
fi(21,5)=1/z; fi(21,6)=-cminus_k(2);
fi(22,5)=-1;
fi(23,5)=-1/z; fi(23,6)=cplius_k;
fi(24,5)=-1/z; fi(24,6)=-cminus_k(2);

fi(25,7)=1;
fi(26,7)=1/z; fi(26,9)=cplius_k3;
fi(27,7)=1/z; fi(27,9)=-cminus_k3(1);
fi(28,7)=-1;
fi(29,7)=-1/z; fi(29,9)=cplius_k3;
fi(30,7)=-1/z; fi(30,9)=-cminus_k3(1);

fi(31,8)=1;
fi(32,8)=1/z; fi(32,9)=cplius_k3;
fi(33,8)=1/z; fi(33,9)=-cminus_k3(1);
fi(34,8)=-1;
fi(35,8)=-1/z; fi(35,9)=cplius_k3;
fi(36,8)=-1/z; fi(36,9)=-cminus_k3(1);

fi(37,10)=1;
fi(38,10)=1/z; fi(38,12)=cplius_s;
fi(39,10)=1/z; fi(39,12)=-cminus_s(1);
fi(40,10)=-1;
fi(41,10)=-1/z; fi(41,12)=cplius_s;
fi(42,10)=-1/z; fi(42,12)=-cminus_s(1);

fi(43,11)=1;
fi(44,11)=1/z; fi(44,12)=cplius_s;
fi(45,11)=1/z; fi(45,12)=-cminus_s(1);
fi(46,11)=-1;
fi(47,11)=-1/z; fi(47,12)=cplius_s;
fi(48,11)=-1/z; fi(48,12)=-cminus_s(1);

fi(49,13)=1;
fi(50,13)=1/z; fi(50,15)=cplius_s;
fi(51,13)=1/z; fi(51,15)=-cminus_s(2);
fi(52,13)=-1;
fi(53,13)=-1/z; fi(53,15)=cplius_s;
fi(54,13)=-1/z; fi(54,15)=-cminus_s(2);

fi(55,14)=1;
fi(56,14)=1/z; fi(56,15)=cplius_s;
fi(57,14)=1/z; fi(57,15)=-cminus_s(2);
```

```
fi(58,14)=-1;
fi(59,14)=-1/z; fi(59,15)=cplius_s;
fi(60,14)=-1/z; fi(60,15)=-cminus_s(2);

fi(61,16)=1;
fi(62,16)=1/z; fi(62,18)=cplius_k3;
fi(63,16)=1/z; fi(63,18)=-cminus_k3(2);
fi(64,16)=-1;
fi(65,16)=-1/z; fi(65,18)=cplius_k3;
fi(66,16)=-1/z; fi(66,18)=-cminus_k3(2);

fi(67,17)=1;
fi(68,17)=1/z; fi(68,18)=cplius_k3;
fi(69,17)=1/z; fi(69,18)=-cminus_k3(2);
fi(70,17)=-1;
fi(71,17)=-1/z; fi(71,18)=cplius_k3;
fi(72,17)=-1/z; fi(72,18)=-cminus_k3(2);

fi(73,19)=1;
fi(74,19)=1/z; fi(74,21)=cplius_k;
fi(75,19)=1/z; fi(75,21)=-cminus_k(3);
fi(76,19)=-1;
fi(77,19)=-1/z; fi(77,21)=cplius_k;
fi(78,19)=-1/z; fi(78,21)=-cminus_k(3);

fi(79,20)=1;
fi(80,20)=1/z; fi(80,21)=cplius_k;
fi(81,20)=1/z; fi(81,21)=-cminus_k(3);
fi(82,20)=-1;
fi(83,20)=-1/z; fi(83,21)=cplius_k;
fi(84,20)=-1/z; fi(84,21)=-cminus_k(3);

fi(85,22)=1;
fi(86,22)=1/z; fi(86,24)=cplius_k;
fi(87,22)=1/z; fi(87,24)=-cminus_k(4);
fi(88,22)=-1;
fi(89,22)=-1/z; fi(89,24)=cplius_k;
fi(90,22)=-1/z; fi(90,24)=-cminus_k(4);

fi(91,23)=1;
fi(92,23)=1/z; fi(92,24)=cplius_k;
fi(93,23)=1/z; fi(93,24)=-cminus_k(4);
fi(94,23)=-1;
fi(95,23)=-1/z; fi(95,24)=cplius_k;
fi(96,23)=-1/z; fi(96,24)=-cminus_k(4);

fi(97,25)=1;
fi(98,25)=1/z; fi(98,27)=cplius_s;
fi(99,25)=1/z; fi(99,27)=-cminus_s(3);
fi(100,25)=-1;
fi(101,25)=-1/z; fi(101,27)=cplius_s;
fi(102,25)=-1/z; fi(102,27)=-cminus_s(3);

fi(103,26)=1;
fi(104,26)=1/z; fi(104,27)=cplius_s;
fi(105,26)=1/z; fi(105,27)=-cminus_s(3);
fi(106,26)=-1;
fi(107,26)=-1/z; fi(107,27)=cplius_s;
fi(108,26)=-1/z; fi(108,27)=-cminus_s(3);

fi(109,28)=1;
fi(110,28)=1/z; fi(110,30)=cplius_s;
fi(111,28)=1/z; fi(111,30)=-cminus_s(4);
fi(112,28)=-1;
```

```
fi(113,28)=-1/z; fi(113,30)=cplius_s;
fi(114,28)=-1/z; fi(114,30)=-cminus_s(4);

fi(115,29)=1;
fi(116,29)=1/z; fi(116,30)=cplius_s;
fi(117,29)=1/z; fi(117,30)=-cminus_s(4);
fi(118,29)=-1;
fi(119,29)=-1/z; fi(119,30)=cplius_s;
fi(120,29)=-1/z; fi(120,30)=-cminus_s(4);

fi(121,31)=1;
fi(122,31)=1/z; fi(122,33)=cplius_s;
fi(123,31)=1/z; fi(123,33)=-cminus_s(5);
fi(124,31)=-1;
fi(125,31)=-1/z; fi(125,33)=cplius_s;
fi(126,31)=-1/z; fi(126,33)=-cminus_s(5);

fi(127,32)=1;
fi(128,32)=1/z; fi(128,33)=cplius_s;
fi(129,32)=1/z; fi(129,33)=-cminus_s(5);
fi(130,32)=-1;
fi(131,32)=-1/z; fi(131,33)=cplius_s;
fi(132,32)=-1/z; fi(132,33)=-cminus_s(5);

fi(133,34)=1;
fi(134,34)=1/z; fi(134,36)=cplius_s;
fi(135,34)=1/z; fi(135,36)=-cminus_s(6);
fi(136,34)=-1;
fi(137,34)=-1/z; fi(137,36)=cplius_s;
fi(138,34)=-1/z; fi(138,36)=-cminus_s(6);

fi(139,35)=1;
fi(140,35)=1/z; fi(140,36)=cplius_s;
fi(141,35)=1/z; fi(141,36)=-cminus_s(6);
fi(142,35)=-1;
fi(143,35)=-1/z; fi(143,36)=cplius_s;
fi(144,35)=-1/z; fi(144,36)=-cminus_s(6);


%sudarau matrica [G] (KONFIGURACIJOS)
g=zeros(144,2);
g(1:24,1)=1;
g(25:36,3)=1;
g(37:60,2)=1;
g(61:72,3)=1;
g(73:96,1)=1;
g(97:144,2)=1;

% Suformuojama nelygybiu koeficientu matrica [Anq]
Anq=zeros(147,39);
Anq(1:144,1:36)=fi;
Anq(1:144,37:39)=-g;
Anq(145:147,37:39)=-eye(3);
Anq;

% Suformuojamas nelygybiu laisvuju nariu vektorius {bnq}
bnq=zeros(147,1);
bnq(145,1)=-M01pr;
bnq(146,1)=-M02pr;
bnq(147,1)=-M03pr;

% Suformuojam lygybiu koeficientu matrica [Aeq]
Aeq=zeros(30,39);
Aeq(1:30,1:36)=-at;
```

```
% Suformuojamas lygybiu laisvuju nariu vektorius [beq]
beq=F;

% Suminių ilgiu vektorius
ilg=[L(1)+L(2)+L(7)+L(8) L(4)+L(5)+L(9)+L(10)+L(11)+L(12) L(3)+L(6)];

% sudaromas tikslo funkcijos koeficientu vektorius
c=zeros(1,39);
c(1,37:39)=ilg';

% atliksiu tiesinio programavimo uzdavinio sprendima:
[xx,fval,exitflag,output,lambda]=linprog(c,Anq,bnq,Aeq,beq);

M01=xx(37);
M02=xx(38);
M03=xx(39);
A1cm=((M01*100)/((sigmaycm)*(a3HEB100_300)))^(1/(b3HEB100_300));
A2cm=((M02*100)/((sigmaycm)*(a3IPE)))^(1/(b3IPE));
A3cm=((M03*100)/((sigmaycm)*(a3HE100AA_280)))^(1/(b3HE100AA_280));
A1=A1cm*10^-4;
A2=A2cm*10^-4;
A3=A3cm*10^-4;

% Skerspjūvių inercijos momentai [cm4]
I1cm=(a1HEB100_300*(A1cm^b1HEB100_300));
I2cm=(a1IPE*(A2cm^b1IPE));
I3cm=(a1HE100AA_280*(A3cm^b1HE100AA_280));
I1=I1cm*10^-8;%[m4]
I2=I2cm*10^-8;
I3=I3cm*10^-8;

% Plastiniai atsparumo momentai [cm3]
Wpl1cm=(a3HEB100_300)*(A1cm^(b3HEB100_300));
Wpl2cm=(a3IPE)*(A2cm^(b3IPE));
Wpl3cm=(a3HE100AA_280)*(A3cm^(b3HE100AA_280));
Wpl1=Wpl1cm/10^6; %[m3]
Wpl2=Wpl2cm/10^6;
Wpl3=Wpl3cm/10^6;


%poslinkiu ir deformaciju greiciai
ugreiciai=lambda.eqlin
pld=lambda.ineqlin
defgreiciai=fi'*pld(1:144,1)

for i=1:3;
    rez(iteracija,i)=xx(36+i);
    rez(iteracija,4)=A1cm;
    rez(iteracija,5)=A2cm;
    rez(iteracija,6)=A3cm;
    rez(iteracija,7)=fval;
    rez(iteracija,8)=exitflag;
    rez(iteracija,9)=(A1cm*1800)+(A2cm*1800)+(A3cm*600);
end

end;
% OPTIMIZACIJOS CIKLO PABAIGA
rez
xx
tekejimas=-Anq*xx
kontrole=H'*Asubrn'*xx(1:36,1) %kontrolė apytiksliai turi būti lygi duotai
apkrovai {F}
```

Rezultatai:

```
A =

   97.5628   75.9881   52.5991

xx =

 -221,986
  -72,335
  -36,946
  -75,194
  -98,645
   75,194
 -109,198
  -41,800
  109,198
 -234,599
  -18,665
  234,599
        0
  -18,665
        0
  -55,995
  -78,200
 -202,940
  -44,924
 -171,355
 -214,007
 -214,007
 -377,665
        0
 -113,689
  -43,300
  113,689
  258,932
  -43,300
  258,932
 -153,689
  -23,638
  153,689
  258,932
  -23,638
```

C PRIEDAS

Tamprios-plastinės, geometriškai tiesinės analizės uždavinio sprendimo algoritmas

„MATLAB R2008a“ programos fragmentas

```
clc
clear all
%%%% ANALIZES UZDAVINYS %%%%
% Surasime tikrąsias įrąžas ir tikruosius poslinkius konstrukcijoje
% nepasiekusioje visiškos plastinės suirties, neįvertinant geometrinio
netisiškumo

% Analizę atliekame pagal mat. mod.:
% RASTI      1/2*{Sr}'[D]{Sr}-->min
% KAI        [A]{Sr}=0
%            [Fi]{Sr}<={So}-[Fi]{Se}


%Įvedami pradiniai duomenys

% MEDŽIAGOS PARAMETRAI (PLIENAS)
E=205e6; % medžiagos tamprumo modulis GPa(e6)=[kN/m2]
sigmay=235e3; % plieno takumo riba MPa(e3)=[kN/m2]
Ecm=205e2; % [kN/cm2]
sigmaycm=23.5 % [kN/cm2]
zz=E/sigmay %santykis
lambda_lim=120 %ribinis liaunis

% Koeficientai:
a1IPE=0.7885; b1IPE=2.3210;
a3IPE=0.8411; b3IPE=1.6572;
a1HEB100_300=0.2639; b1HEB100_300=2.2917;
a3HEB100_300=0.4933; b3HEB100_300=1.6467;
a1HE100AA_280=0.4947; b1HE100AA_280=2.2932;
a3HE100AA_280=0.6752; b3HE100AA_280=1.6472;

% Optimalūs skerspjūvių plotai gauti optmizuojant, kai neįvertinamas geometrinis
netiesiškumas [cm2]

A1cm=98.439; %optimalus prie M01
A2cm=76.041; %optimalus prie M02
A3cm=52.814; %optimalus prie M03

A1=A1cm*10^-4;%[m2]
A2=A2cm*10^-4;
A3=A3cm*10^-4;

% Skerspjūvių inercijos momentai [cm4]
I1cm=(a1HEB100_300*(A1cm^b1HEB100_300));
I2cm=(a1IPE*(A2cm^b1IPE));
I3cm=(a1HE100AA_280*(A3cm^b1HE100AA_280));

I1=I1cm*10^-8;%[m4]
I2=I2cm*10^-8;
I3=I3cm*10^-8;


% Plastiniai atsparumo momentai [cm3]
Wpl1cm=(a3HEB100_300)*(A1cm^(b3HEB100_300));
```

```
Wpl2cm=(a3IPE)*(A2cm^(b3IPE));
Wpl3cm=(a3HE100AA_280)*(A3cm^(b3HE100AA_280));
Wpl1=Wpl1cm/10^6; %[m3]
Wpl2=Wpl2cm/10^6;
Wpl3=Wpl3cm/10^6;

% 3.1. Sudaromi strypu pradiniu skerspj. plotų ir inerc. mom. vektoriai
A=[A1 A1 A3 A2 A2 A3 A1 A1 A2 A2 A2 A2];
I=[I1 I1 I3 I2 I2 I3 I1 I1 I2 I2 I2 I2];
% I. KONSTRUKCIJOS GEOMETRIJA

% 2. Įvedamos k-cijos elementų mazgų pradinės koordinatės (m)
x=[0 0 0 0 3 6 6 6 6 2 4];
y=[0 5 9 12 12 12 9 5 0 9 5];

% 3. Įvedami visų strypų pradžios, o po to pabaigos mazgų numeriai
% eilutė, kurios ilgis=2nstr (nstr - strypų sk.)
nr=[1 2 3 4 5 6 7 8 3 10 2 11 2 3 4 5 6 7 8 9 10 7 11 8];

% 5. Įvedamas strypų lokalinių ir globaliųjų poslinkių numerių vektorius
pn=[3 1 4 2 5 3 6 4 7 2 8 3 9 4 10 5 11 6 12 7 13 5 14 6 15 7 16 8 17 9 18 10 19
8 20 9 21 10 ...
    22 11 23 12 24 13 25 11 26 12 27 13 28 14 29 15 30 16 31 14 32 15 33 17 34
18 35 19 36 20 37 18 38 19 39 20 ...
    40 21 41 22 42 23 43 21 44 22 45 23 49 5 50 6 51 24 52 25 53 26 54 27 55 25
56 26 57 27 58 18 59 19 60 20 ...
    61 2 62 3 63 4 64 28 65 29 66 30 67 28 68 29 69 30 70 21 71 22 72 23];

% nstr - elementų (STRYPU) skaičius;
  nstr=12;
% n - bendras el. mazginių jėgų skaičius (6 tempiamam lenkiamam, 4 tik
lenkiamam, 2 tik tempiamam ar gn.);
  n=6*nstr;
% reakc - nulinių lokaliųjų poslinkių skaičius;
  reakc=5;
% npos - nenuliniai lokalieji elementų poslinkiai, jų skaičius
  npos=n-reakc;
  npos2=2*npos-1;
% na - bendras įrąžų skaičius (du momentai ir asine kiekviename elemente).
  na=3*nstr;
% m - diskretinio modelio laisvumo laipsnis (globalinių poslinkių sk.);
  m=30;
% ut - globalinių poslinkių nulinis vektorius
  ut=zeros(1,m);
% Fi - nulinis pirmojo žingsnio apkrovos vektorius
  Fi=zeros(1,m);

%%%%% Sudaromi kai kurie pradiniai vektoriai ir matricos
u=zeros(1,m); um=zeros(n,1); Fgz1=zeros(m,1);
Fabs=zeros(n,1); S=zeros(na,1); utel=zeros(n,1); H=zeros(n,m);

% PRADINĖ i-tojo strypo padėtis Dekarto (GLOBALIOJE) koordinačių sistemoje (X0Y)
     for i=1:nstr
         jg= nr(nstr+i); jp=nr(i);
         %strypo ilgis
         L(i)=sqrt((x(jg)-x(jp))^2+(y(jg)-y(jp))^2);
         %cos
         c(i)=(x(jg)-x(jp))/L(i);
         %sin
         s(i)=(y(jg)-y(jp))/L(i);
     end;
 global l;  l=L;
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%Kolonų skaičiuojamojo ilgio koeficiento skaičiavimas
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

%% 1-a kolona, apatinė kairė;
Ic1=I(1) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc1=L(1) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(11) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=0 %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos skerspj. inercijos
momentas

% Apatinis aukštas

n_ap=(Iru*lc1)/(2*lr*Ic1)
p_ap=(Irl*lc1)/(lr*Ic1)

if n_ap<=0.2
    miu_ap1=2.15*sqrt((n_ap+0.22)/n_ap)
elseif n_ap<=0.03
    miu_ap1=2.15*sqrt((0.03+0.22)/0.03)
elseif n_ap>0.2
    miu_ap1=2*sqrt((n_ap+0.28)/n_ap)
end;

%% 2-a kolona, vidurinė kairė;
Ic2=I(2) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc2=L(2) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=0 %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(11) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Vidurinis aukštas

n_vid=(Iru*lc2)/(2*lr*Ic2)
p_vid=(Irl*lc2)/(2*lr*Ic2)

if n_vid<=0.2

miu_vid2=((p_vid+0.68)*sqrt(n_vid+0.22))/sqrt(0.68*p_vid*(p_vid+0.9)*(n_vid+0.08
)+0.1*n_vid)
elseif n_vid>0.2

miu_vid2=((p_vid+0.63)*sqrt(n_vid+0.28))/sqrt(p_vid*n_vid*(p_vid+0.9)+0.1*n_vid)
end;


%% 3-a kolona, viršutinė kairė;
Ic3=I(3) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc3=L(3) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(4) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=0 %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos skerspj. inercijos
momentas




% Viršutinis aukštas
n_vir=(Iru*lc3)/(lr*Ic3)
```

```
p_vir=(Irl*lc3)/(2*lr*Ic3)

if n_vir<=0.2
    miu_vir3=2.15*sqrt((n_vir+0.22)/(n_vir))
elseif n_vir<=0.03
    miu_vir3=2.15*sqrt((0.03+0.22)/(0.03))
elseif n_vir>0.2
    miu_vir3=2*sqrt((n_vir+0.28)/n_vir)
end;


%% 4-a kolona, viršutinė dešinė;
Ic4=I(6) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc4=L(6) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=0 %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(10) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas

n_vir=(Iru*lc4)/(lr*Ic4)
p_vir=(Irl*lc4)/(2*lr*Ic4)

if n_vir<=0.2

miu_vir4=((p_vir+0.68)*sqrt(n_vir+0.22))/sqrt(0.68*p_vir*(p_vir+0.9)*(n_vir+0.08
)+0.1*n_vir)
elseif n_vir>0.2

miu_vir4=((p_vir+0.63)*sqrt(n_vir+0.28))/sqrt(p_vir*n_vir*(p_vir+0.9)+0.1*n_vir)
end;

%% 5-a kolona, vidurinė dešinė;
Ic5=I(7) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc5=L(7) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(10) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(12) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Vidurinis aukštas

n_vid=(Iru*lc5)/(2*lr*Ic5)
p_vid=(Irl*lc5)/(2*lr*Ic5)

if n_vid<=0.2

miu_vid5=((p_vid+0.68)*sqrt(n_vid+0.22))/sqrt(0.68*p_vid*(p_vid+0.9)*(n_vid+0.08
)+0.1*n_vid)
elseif n_vid>0.2

miu_vid5=((p_vid+0.63)*sqrt(n_vid+0.28))/sqrt(p_vid*n_vid*(p_vid+0.9)+0.1*n_vid)
end;




%% 6-a kolona, apatinė dešinė;
Ic6=I(8) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
```

```
lc6=L(8) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(12) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=inf %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas

n_ap=(Iru*lc6)/(2*lr*Ic6)
p_ap=(Irl*lc6)/(lr*Ic6)

if n_ap<=0.2
    miu_ap6=1.21*sqrt((n_ap+0.22)/(n_ap+0.08))
elseif n_ap<=0.03
    miu_ap6=1.21*sqrt((0.03+0.22)/(0.03+0.08))
elseif n_ap>0.2
    miu_ap6=sqrt((n_ap+0.28)/n_ap)
end;

%Kolonu skaičiuojamojo ilgio koeficientai
miuk=[miu_ap1;miu_vid2;miu_vir3;miu_vir4;miu_vid5;miu_ap6];


% Konstrukcijos elementų skaičiuojamieji ilgiai
Lsk=[L(1)*miuk(1);L(2)*miuk(2);L(3)*miuk(3);L(4);L(5);L(6)*miuk(4);L(7)*miuk(5);
L(8)*miuk(6);L(9);L(10);L(11);L(12)];
Lskm01=[Lsk(1);Lsk(2);Lsk(7);Lsk(8)];
Lskm02=[Lsk(4);Lsk(5);Lsk(9);Lsk(10);Lsk(11);Lsk(12)];
Lskm03=[Lsk(3);Lsk(6)];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Ribinių momentų reikšmės Mo[kNcm]
m01cm=sigmaycm*a3HEB100_300*(A1cm^(b3HEB100_300));
m02cm=sigmaycm*a3IPE*(A2cm^(b3IPE));
m03cm=sigmaycm*a3HE100AA_280*(A3cm^(b3HE100AA_280));
m01=m01cm/100;
m02=m02cm/100;
m03=m03cm/100;
m0=[m01;m02;m03];


% Užrašomas ciklas skaičiuoti matricas visos nagrinėjamos konstrukcijos
% (nstr)

ip=-5; ip1=-2;
    for i=1:nstr
         ip=ip+6; i6=6*i; ip1=ip1+3; i3=3*i;
         k5=4*E*I(i)/L(i); k6=E*A(i)/L(i);
         i;
% Standumo matrica - tarp elementų  įrąžų ir deformacijų prieaugių
kp1=[k5 k5/2 0; k5/2 k5 0; 0 0 k6];
KK(ip1:i3,ip1:i3)=kp1;

% Elemento pertvarkymo iš lokaliosios į globaliąją koord. sistemą matrica
t=[c(i) s(i) 0 0 0 0;...
    -s(i) c(i) 0 0 0 0;...
    0 0 1 0 0 0;...
    0 0 0 c(i) s(i) 0;...
    0 0 0 -s(i) c(i) 0;...
    0 0 0 0 0 1];
% Elemento pusiausvyros lokalioje koord. sistemoje matrica
Aab=[0 0 -1;...
```

```
    -1/L(i) -1/L(i) 0;...
    1 0 0;...
    0 0 1;...
    1/L(i) 1/L(i) 0;...
    0 1 0];
Aab;

% Elemento mažų poslinkių standumo matrica lok. koord. sistemoje
ket1=Aab*kp1*Aab';

% Elemento mažų poslinkių standumo matrica globalioje koord. sistemoje
ket=t'*ket1*t;
ket;

% Elemento pusiausvyros matricos globalioje koord. sistemoje suformavimas
Ael=Aab'*t;

% Konstrukcijos fiktyviu (kvazidiagonalinių) matricų suformavimas
%(jos surenkamos iš visu elementų atitinkamų matricų)
kesubrn(ip:i6,ip:i6)=ket;
Asubrn(ip1:i3,ip:i6)=Ael;

    end; % Ciklo pabaiga

% Išorinės apkrovos vektorius [kN]
 Fdaug=0.99787;

F=Fdaug*[0 40 0 0 60 0 0 30 0 0 0 -120 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -150 0 0 -180
0];

% Suformuojame lokalių̨jų̨ ir globalių̨jų̨ poslinkių ryšio matrica
for i=1:2:npos2; im=pn(i); jn=pn(i+1);
    H(im,jn)=1;
    H;
end;

%Geometriškai tiesinės pusiausvyros lygčių koeficientų matrica
a=Asubrn*H;
at=a';


% Klupumo įtempių skaičiavimas
for i=1:nstr
   lambda_sal(i)=(Lsk(i)/sqrt(I(i)/A(i)))*(1/(3.14*sqrt(E/sigmay)));
   phi(i)=0.5*(1+0.21*(lambda_sal(i)-0.2)+(lambda_sal(i))^2);
   xhi(i)=1/(phi(i)+sqrt((phi(i))^2-(lambda_sal(i))^2));

    if xhi(i)<=1
    xhi(i)=xhi(i);
    elseif xhi(i)>1
    xhi(i)=1;
    end;

sigmacr(i)=xhi(i)*sigmay; %kritiniai klupumo įtempiai konstrukcijos elemente
end;

%Klupumo įtempių redukcijos koeficientų vektoriai kolonoms ir sijoms
xhik=[xhi(1);xhi(2);xhi(7);xhi(8)];
xhis=[xhi(4);xhi(5);xhi(9);xhi(10);xhi(11);xhi(12)];
xhik3=[xhi(3);xhi(6)];


%%%%%%%%
z=1.18;%
```

```
%%%%%%%
 cplius_k=Wpl1/A1;
 cplius_s=Wpl2/A2;
 cplius_k3=Wpl3/A3;



 for i=1:4
    cminus_k(i)=Wpl1/(xhik(i)*A1);
 end;

 for i=1:6
    cminus_s(i)=Wpl2/(xhis(i)*A2);
 end;

 for i=1:2
    cminus_k3(i)=Wpl3/(xhik3(i)*A3);
 end;


% Formuojama takumo sąlygų matrica [Fi] (24pj*6=144 sąlygos)
fi=zeros(144,36);
fi(1,1)=1;
fi(2,1)=1/z; fi(2,3)=cplius_k;
fi(3,1)=1/z; fi(3,3)=-cminus_k(1);
fi(4,1)=-1;
fi(5,1)=-1/z; fi(5,3)=cplius_k;
fi(6,1)=-1/z; fi(6,3)=-cminus_k(1);

fi(7,2)=1;
fi(8,2)=1/z; fi(8,3)=cplius_k;
fi(9,2)=1/z; fi(9,3)=-cminus_k(1);
fi(10,2)=-1;
fi(11,2)=-1/z; fi(11,3)=cplius_k;
fi(12,2)=-1/z; fi(12,3)=-cminus_k(1);

fi(13,4)=1;
fi(14,4)=1/z; fi(14,6)=cplius_k;
fi(15,4)=1/z; fi(15,6)=-cminus_k(2);
fi(16,4)=-1;
fi(17,4)=-1/z; fi(17,6)=cplius_k;
fi(18,4)=-1/z; fi(18,6)=-cminus_k(2);

fi(19,5)=1;
fi(20,5)=1/z; fi(20,6)=cplius_k;
fi(21,5)=1/z; fi(21,6)=-cminus_k(2);
fi(22,5)=-1;
fi(23,5)=-1/z; fi(23,6)=cplius_k;
fi(24,5)=-1/z; fi(24,6)=-cminus_k(2);

fi(25,7)=1;
fi(26,7)=1/z; fi(26,9)=cplius_k3;
fi(27,7)=1/z; fi(27,9)=-cminus_k3(1);
fi(28,7)=-1;
fi(29,7)=-1/z; fi(29,9)=cplius_k3;
fi(30,7)=-1/z; fi(30,9)=-cminus_k3(1);

fi(31,8)=1;
fi(32,8)=1/z; fi(32,9)=cplius_k3;
fi(33,8)=1/z; fi(33,9)=-cminus_k3(1);
fi(34,8)=-1;
fi(35,8)=-1/z; fi(35,9)=cplius_k3;
fi(36,8)=-1/z; fi(36,9)=-cminus_k3(1);
```

```
fi(37,10)=1;
fi(38,10)=1/z; fi(38,12)=cplius_s;
fi(39,10)=1/z; fi(39,12)=-cminus_s(1);
fi(40,10)=-1;
fi(41,10)=-1/z; fi(41,12)=cplius_s;
fi(42,10)=-1/z; fi(42,12)=-cminus_s(1);

fi(43,11)=1;
fi(44,11)=1/z; fi(44,12)=cplius_s;
fi(45,11)=1/z; fi(45,12)=-cminus_s(1);
fi(46,11)=-1;
fi(47,11)=-1/z; fi(47,12)=cplius_s;
fi(48,11)=-1/z; fi(48,12)=-cminus_s(1);

fi(49,13)=1;
fi(50,13)=1/z; fi(50,15)=cplius_s;
fi(51,13)=1/z; fi(51,15)=-cminus_s(2);
fi(52,13)=-1;
fi(53,13)=-1/z; fi(53,15)=cplius_s;
fi(54,13)=-1/z; fi(54,15)=-cminus_s(2);

fi(55,14)=1;
fi(56,14)=1/z; fi(56,15)=cplius_s;
fi(57,14)=1/z; fi(57,15)=-cminus_s(2);
fi(58,14)=-1;
fi(59,14)=-1/z; fi(59,15)=cplius_s;
fi(60,14)=-1/z; fi(60,15)=-cminus_s(2);

fi(61,16)=1;
fi(62,16)=1/z; fi(62,18)=cplius_k3;
fi(63,16)=1/z; fi(63,18)=-cminus_k3(2);
fi(64,16)=-1;
fi(65,16)=-1/z; fi(65,18)=cplius_k3;
fi(66,16)=-1/z; fi(66,18)=-cminus_k3(2);

fi(67,17)=1;
fi(68,17)=1/z; fi(68,18)=cplius_k3;
fi(69,17)=1/z; fi(69,18)=-cminus_k3(2);
fi(70,17)=-1;
fi(71,17)=-1/z; fi(71,18)=cplius_k3;
fi(72,17)=-1/z; fi(72,18)=-cminus_k3(2);

fi(73,19)=1;
fi(74,19)=1/z; fi(74,21)=cplius_k;
fi(75,19)=1/z; fi(75,21)=-cminus_k(3);
fi(76,19)=-1;
fi(77,19)=-1/z; fi(77,21)=cplius_k;
fi(78,19)=-1/z; fi(78,21)=-cminus_k(3);

fi(79,20)=1;
fi(80,20)=1/z; fi(80,21)=cplius_k;
fi(81,20)=1/z; fi(81,21)=-cminus_k(3);
fi(82,20)=-1;
fi(83,20)=-1/z; fi(83,21)=cplius_k;
fi(84,20)=-1/z; fi(84,21)=-cminus_k(3);

fi(85,22)=1;
fi(86,22)=1/z; fi(86,24)=cplius_k;
fi(87,22)=1/z; fi(87,24)=-cminus_k(4);
fi(88,22)=-1;
fi(89,22)=-1/z; fi(89,24)=cplius_k;
fi(90,22)=-1/z; fi(90,24)=-cminus_k(4);

fi(91,23)=1;
```

```
fi(92,23)=1/z; fi(92,24)=cplius_k;
fi(93,23)=1/z; fi(93,24)=-cminus_k(4);
fi(94,23)=-1;
fi(95,23)=-1/z; fi(95,24)=cplius_k;
fi(96,23)=-1/z; fi(96,24)=-cminus_k(4);


fi(97,25)=1;
fi(98,25)=1/z; fi(98,27)=cplius_s;
fi(99,25)=1/z; fi(99,27)=-cminus_s(3);
fi(100,25)=-1;
fi(101,25)=-1/z; fi(101,27)=cplius_s;
fi(102,25)=-1/z; fi(102,27)=-cminus_s(3);

fi(103,26)=1;
fi(104,26)=1/z; fi(104,27)=cplius_s;
fi(105,26)=1/z; fi(105,27)=-cminus_s(3);
fi(106,26)=-1;
fi(107,26)=-1/z; fi(107,27)=cplius_s;
fi(108,26)=-1/z; fi(108,27)=-cminus_s(3);

fi(109,28)=1;
fi(110,28)=1/z; fi(110,30)=cplius_s;
fi(111,28)=1/z; fi(111,30)=-cminus_s(4);
fi(112,28)=-1;
fi(113,28)=-1/z; fi(113,30)=cplius_s;
fi(114,28)=-1/z; fi(114,30)=-cminus_s(4);

fi(115,29)=1;
fi(116,29)=1/z; fi(116,30)=cplius_s;
fi(117,29)=1/z; fi(117,30)=-cminus_s(4);
fi(118,29)=-1;
fi(119,29)=-1/z; fi(119,30)=cplius_s;
fi(120,29)=-1/z; fi(120,30)=-cminus_s(4);

fi(121,31)=1;
fi(122,31)=1/z; fi(122,33)=cplius_s;
fi(123,31)=1/z; fi(123,33)=-cminus_s(5);
fi(124,31)=-1;
fi(125,31)=-1/z; fi(125,33)=cplius_s;
fi(126,31)=-1/z; fi(126,33)=-cminus_s(5);

fi(127,32)=1;
fi(128,32)=1/z; fi(128,33)=cplius_s;
fi(129,32)=1/z; fi(129,33)=-cminus_s(5);
fi(130,32)=-1;
fi(131,32)=-1/z; fi(131,33)=cplius_s;
fi(132,32)=-1/z; fi(132,33)=-cminus_s(5);

fi(133,34)=1;
fi(134,34)=1/z; fi(134,36)=cplius_s;
fi(135,34)=1/z; fi(135,36)=-cminus_s(6);
fi(136,34)=-1;
fi(137,34)=-1/z; fi(137,36)=cplius_s;
fi(138,34)=-1/z; fi(138,36)=-cminus_s(6);

fi(139,35)=1;
fi(140,35)=1/z; fi(140,36)=cplius_s;
fi(141,35)=1/z; fi(141,36)=-cminus_s(6);
fi(142,35)=-1;
fi(143,35)=-1/z; fi(143,36)=cplius_s;
fi(144,35)=-1/z; fi(144,36)=-cminus_s(6)

% Konstrukcijos elementų pasiduodamumo matrica
```

```
D=zeros(36,36);

ip=-5; ip1=-2;
    for i=1:nstr
         ip=ip+6; i6=6*i; ip1=ip1+3; i3=3*i;
         d5=L(i)/(3*E*I(i)); d6=L(i)/(E*A(i));

% Pasiduodamumo matrica
dp=[d5 -d5/2 0; -d5/2 d5 0; 0 0 d6];
D(ip1:i3,ip1:i3)=dp;
  end;


% Skaičiuoju tampraus sprendinio įrąžas {se} ir poslinkius {ue}
ue=(at*(D^-1)*a)\F';
se=(D^-1)*a*ue;


% Formuojama konstrukcijos konfiguracijos matrica [G]
g=zeros(144,2);
g(1:24,1)=1;
g(25:36,3)=1;
g(37:60,2)=1;
g(61:72,3)=1;
g(73:96,1)=1;
g(97:144,2)=1;

% Ribinių įrąžų vektorius
S0=g*m0;


%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%% RUOSIAMI DUOMENYS PAPROGRAMEI <quadprog> %%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Suformuojama nelygybių koeficientų matrica [Anq]
Anq=fi;

% Suformuojamas nelygybių laisvųjų narių vektorius {bnq}
bnq=S0-fi*se;

% Suformuojam lygybių koeficientų matrica [Aeq]
Aeq=-at;

% Suformuojamas lygybių laisvųjų nariu vektorius [beq]
beq=zeros(30,1);

% Atliekamas tiesinio programavimo uždavinio sprendimas:
[xx,fval,exitflag,output,lambda]=quadprog(D,[],Anq,bnq,Aeq,beq);

%Liekamosios įrąžos
Sr=xx;
%Sumines įrąžos
sumines=se+Sr;

% Rezultatų spausdinimas
Irazos=[se Sr sumines];
Poslinkiai=[ue lambda.eqlin ue+lambda.eqlin];
Def=fi'*lambda.ineqlin;
exitflag

kontrole=H'*Asubrn'*se; %kontrolė apytiksliai turi būti lygi duotai apkrovai {F}
REZULTATAI
```

Įrąžos =

0.000	0.000	0.000
-97.800	-124.186	-221.986
-86.871	14.536	-72.335
-59.774	22.828	-36.946
2.190	-77.384	-75.194
-118.894	20.249	-98.645
-2.190	77.384	75.194
-26.312	-82.886	-109.198
-55,615	13.815	-41.800
26.312	82.886	109.198
-193.156	-41.443	-234.599
-20.499	1.834	-18.665
193.156	41.443	234.599
0.000	0.000	0.000
-20.499	1.834	-18.665
0.000	0.000	0.000
-61.498	5.503	-55.995
-64.385	-13.815	-78.200
-158.823	-44.117	-202.940
-143.593	98.669	-44.924
-151.106	-20.249	-171.355
-250.974	36.967	-214.007
-301.226	87.219	-214.007
-363.129	-14.536	-377.665
0.000	0.000	0.000
-126.560	12.871	-113.689
-55.105	11.805	-43.300
126.560	-12.871	113.689
220.321	38.611	258.932
-55.105	11.805	-43.300
157.574	101.358	258.932
-29.480	-124.209	-153.689
-34.836	11.198	-23.638
29.480	124.209	153.689
394.567	-135.635	258.932
-34.836	11.198	-23.638

Poslinkiai =

0.019	0.052	0.071
7.337	23.406	30.727
-0.022	0.004	-0.018
0.007	0.036	0.043
11.570	36.620	48.166
-0.045	0.008	-0.037
0.013	0.028	0.041
15.023	41.936	56.927
-0.061	0.011	-0.049
0.009	0.005	0.014
15.019	41.937	56.924
-1.695	-0.856	-2.548
0.000	0.000	0.000
15.015	41.939	56.922
-0.138	-0.749	-0.886
-0.008	-0.001	-0.009
0.015	0.016	0.031
11.549	36.620	48.145
-0.120	-0.745	-0.865
0.005	0.020	0.025
7.324	23.412	30.720
-0.090	-0.741	-0.831
0.006	0.042	0.048
0.003	0.000	0.003
11.563	36,620	48.159
-0.447	-0.058	-0.505
0.000	0.000	0.000
7.329	23.410	30.723
-0.183	-1.773	-1.955
-0.003	-0.002	-0.005

exitflag =

1

D PRIEDAS

Tamprios-plastinės, geometriškai netiesinės analizės uždavinio sprendimo algoritmas

„MATLAB R2008a“ programos fragmentas

```
clc
clear all
%%%% ANALIZES UZDAVINYS %%%%
% Surasime tikrąsias įrąžas ir tikruosius poslinkius konstrukcijoje
% nepasiekusioje visiškos plastinės suirties, įvertinant geometrinį netisiškumą

% Analizę atliekame pagal mat. mod.:
% RASTI      1/2*{Sr}'[D]{Sr}-->min
% KAI        [Fi]{Sr}<={So}-[Fi]{Se}
%            [An]{Sr}={F}-[An]{Se}


% MEDŽIAGOS PARAMETRAI (PLIENAS)
E=205e6; % medziagos tamprumo modulis GPa(e6)=[kN/m2]
sigmay=235e3; % plieno takumo riba MPa(e3)=[kN/m2]
Ecm=205e2; % [kN/cm2]
sigmaycm=23.5 % [kN/cm2]
zz=E/sigmay %santykis
lambda_lim=120 %ribinis liaunis

% Koeficientai:
a1IPE=0.7885; b1IPE=2.3210;
a3IPE=0.8411; b3IPE=1.6572;
a1HEB100_300=0.2639; b1HEB100_300=2.2917;
a3HEB100_300=0.4933; b3HEB100_300=1.6467;
a1HE100AA_280=0.4947; b1HE100AA_280=2.2932;
a3HE100AA_280=0.6752; b3HE100AA_280=1.6472;

% Optimalūs skerspjūvių plotai [cm2]
A1cm=101.030; %optimalus prie M01
A2cm=81.073; %optimalus prie M02
A3cm=35.307; %optimalus prie M03

A1=A1cm*10^-4;%[m2]
A2=A2cm*10^-4;
A3=A3cm*10^-4;

% Skerspjūvių inercijos momentai [cm4]
I1cm=(a1HEB100_300*(A1cm^b1HEB100_300));
I2cm=(a1IPE*(A2cm^b1IPE));
I3cm=(a1HE100AA_280*(A3cm^b1HE100AA_280));
I1=I1cm*10^-8;%[m4]
I2=I2cm*10^-8;
I3=I3cm*10^-8;

% Plastiniai atsparumo momentai [cm3]
Wpl1cm=(a3HEB100_300)*(A1cm^(b3HEB100_300));
Wpl2cm=(a3IPE)*(A2cm^(b3IPE));
Wpl3cm=(a3HE100AA_280)*(A3cm^(b3HE100AA_280));
Wpl1=Wpl1cm/10^6; %[m3]
Wpl2=Wpl2cm/10^6;
Wpl3=Wpl3cm/10^6;

% Sudaromi strypu pradiniu skerspj. plotų ir inerc. mom. vektoriai
A=[A1 A1 A3 A2 A2 A3 A1 A1 A2 A2 A2 A2];
```

```
I=[I1 I1 I3 I2 I2 I3 I1 I1 I2 I2 I2 I2];



% KONSTRUKCIJOS GEOMETRIJA

% Įvedamos k-cijos elementų mazgų pradinės koordinatės (m)
x=[0 0 0 0 3 6 6 6 6 2 4];
%y=[0 3 7 12 12 12 7 3 0 7 3];
y=[0 5 9 12 12 12 9 5 0 9 5];

% Įvedami visų strypų pradžios, o po to pabaigos mazgų numeriai
% eilutė, kurios ilgis=2nstr (nstr - strypų sk.)
nr=[1 2 3 4 5 6 7 8 3 10 2 11 2 3 4 5 6 7 8 9 10 7 11 8];

% Įvedamas strypų lokalinių ir globaliųjų poslinkių numerių vektorius
pn=[3 1 4 2 5 3 6 4 7 2 8 3 9 4 10 5 11 6 12 7 13 5 14 6 15 7 16 8 17 9 18 10 19
8 20 9 21 10 ...
    22 11 23 12 24 13 25 11 26 12 27 13 28 14 29 15 30 16 31 14 32 15 33 17 34
18 35 19 36 20 37 18 38 19 39 20 ...
    40 21 41 22 42 23 43 21 44 22 45 23 49 5 50 6 51 24 52 25 53 26 54 27 55 25
56 26 57 27 58 18 59 19 60 20 ...
    61 2 62 3 63 4 64 28 65 29 66 30 67 28 68 29 69 30 70 21 71 22 72 23];

% nstr - elementų (STRYPU) skaičius;
  nstr=12;
% n - bendras el. mazginių jėgų skaičius (6 tempiamam lenkiamam, 4 tik
lenkiamam, 2 tik tempiamam ar gn.);
  n=6*nstr;
% reakc - nulinių lokaliųjų poslinkių skaičius;
  reakc=5;
% npos - nenuliniai lokalieji elementų poslinkiai, jų skaičius
  npos=n-reakc;
  npos2=2*npos-1;
% na - bendras įrąžų skaičius (du momentai ir asine kiekviename elemente).
  na=3*nstr;
% m - diskretinio modelio laisvumo laipsnis (globalinių poslinkių sk.);
  m=30;
% ut - globalinių poslinkių nulinis vektorius
  ut=zeros(1,m);
% Fi - nulinis pirmojo zingsnio apkrovos vektorius
  Fi=zeros(1,m);


%%%%% Sudaromi kai kurie pradiniai vektoriai ir matricos
u=zeros(1,m); um=zeros(n,1); Fgz1=zeros(m,1);
Fabs=zeros(n,1); S=zeros(na,1); utel=zeros(n,1); H=zeros(n,m);

% PRADINĖ i-tojo strypo padetis dekarto (GLOBALIOJE) kordinačių sistemoje (X0Y)
     for i=1:nstr
         jg= nr(nstr+i); jp=nr(i);
         %strypo ilgis
         L(i)=sqrt((x(jg)-x(jp))^2+(y(jg)-y(jp))^2);
         %cos
         c(i)=(x(jg)-x(jp))/L(i);
         %sin
         s(i)=(y(jg)-y(jp))/L(i);
     end;

 global l;  l=L;
```

```
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%Kolonų skaičiuojamojo ilgio koeficiento skaičiavimas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%% 1-a kolona, apatinė kairė;
Ic1=I(1) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc1=L(1) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(11) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=0 %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Apatinis aukštas
n_ap=(Iru*lc1)/(2*lr*Ic1)
p_ap=(Irl*lc1)/(lr*Ic1)

if n_ap<=0.2
    miu_ap1=2.15*sqrt((n_ap+0.22)/n_ap)
elseif n_ap<=0.03
    miu_ap1=2.15*sqrt((0.03+0.22)/0.03)
elseif n_ap>0.2
    miu_ap1=2*sqrt((n_ap+0.28)/n_ap)
end;

%% 2-a kolona, vidurinė kairė;
Ic2=I(2) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc2=L(2) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=0 %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(11) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Vidurinis aukštas
n_vid=(Iru*lc2)/(2*lr*Ic2)
p_vid=(Irl*lc2)/(2*lr*Ic2)

if n_vid<=0.2

miu_vid2=((p_vid+0.68)*sqrt(n_vid+0.22))/sqrt(0.68*p_vid*(p_vid+0.9)*(n_vid+0.08
)+0.1*n_vid)
elseif n_vid>0.2

miu_vid2=((p_vid+0.63)*sqrt(n_vid+0.28))/sqrt(p_vid*n_vid*(p_vid+0.9)+0.1*n_vid)
end;


%% 3-a kolona, viršutinė kairė;
Ic3=I(3) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc3=L(3) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(4) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=0 %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_vir=(Iru*lc3)/(lr*Ic3)
p_vir=(Irl*lc3)/(2*lr*Ic3)
```

```
if n_vir<=0.2
    miu_vir3=2.15*sqrt((n_vir+0.22)/(n_vir))
elseif n_vir<=0.03
    miu_vir3=2.15*sqrt((0.03+0.22)/(0.03))
elseif n_vir>0.2
    miu_vir3=2*sqrt((n_vir+0.28)/n_vir)
end;


%% 4-a kolona, viršutinė dešinė;
Ic4=I(6) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc4=L(6) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=0 %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(10) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
n_vir=(Iru*lc4)/(lr*Ic4)
p_vir=(Irl*lc4)/(2*lr*Ic4)

if n_vir<=0.2

miu_vir4=((p_vir+0.68)*sqrt(n_vir+0.22))/sqrt(0.68*p_vir*(p_vir+0.9)*(n_vir+0.08
)+0.1*n_vir)
elseif n_vir>0.2

miu_vir4=((p_vir+0.63)*sqrt(n_vir+0.28))/sqrt(p_vir*n_vir*(p_vir+0.9)+0.1*n_vir)
end;

%% 5-a kolona, vidurinė dešinė;
Ic5=I(7) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc5=L(7) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(10) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=I(12) %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Vidurinis aukštas
n_vid=(Iru*lc5)/(2*lr*Ic5)
p_vid=(Irl*lc5)/(2*lr*Ic5)

if n_vid<=0.2

miu_vid5=((p_vid+0.68)*sqrt(n_vid+0.22))/sqrt(0.68*p_vid*(p_vid+0.9)*(n_vid+0.08
)+0.1*n_vid)
elseif n_vid>0.2

miu_vid5=((p_vid+0.63)*sqrt(n_vid+0.28))/sqrt(p_vid*n_vid*(p_vid+0.9)+0.1*n_vid)
end;

%% 6-a kolona, apatinė dešinė;
Ic6=I(8) %tikrinamos kolonos inercijos momentas, [m4]
lc6=L(8) %tikrinamos kolonos ilgis, [m]
lr=6 %rėmo tarpatramis const., [m]
Iru=I(12) %prie tikrinamos kolonos viršutinio galo prijungtos sijos skerspj.
inercijos momentas
Irl=inf %prie tikrinamos kolonos apatinio galo prijungtos sijos sijos skerspj.
inercijos momentas

% Viršutinis aukštas
```

```
n_ap=(Iru*lc6)/(2*lr*Ic6)
p_ap=(Irl*lc6)/(lr*Ic6)

if n_ap<=0.2
    miu_ap6=1.21*sqrt((n_ap+0.22)/(n_ap+0.08))
elseif n_ap<=0.03
    miu_ap6=1.21*sqrt((0.03+0.22)/(0.03+0.08))
elseif n_ap>0.2
    miu_ap6=sqrt((n_ap+0.28)/n_ap)
end;

%Kolonu skaičiuojamojo ilgio koeficientai
miuk=[miu_ap1;miu_vid2;miu_vir3;miu_vir4;miu_vid5;miu_ap6];


% Konstrukcijos elementų skaičiuojamieji ilgiai
Lsk=[L(1)*miuk(1);L(2)*miuk(2);L(3)*miuk(3);L(4);L(5);L(6)*miuk(4);L(7)*miuk(5);
L(8)*miuk(6);L(9);L(10);L(11);L(12)];
Lskm01=[Lsk(1);Lsk(2);Lsk(7);Lsk(8)];
Lskm02=[Lsk(4);Lsk(5);Lsk(9);Lsk(10);Lsk(11);Lsk(12)];
Lskm03=[Lsk(3);Lsk(6)];
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%

% Skaičiuojamos pradinės ribinės įrąžos Mo,cr,min [kNcm]
M01prcm=sigmaycm*(a3HEB100_300)*((((max(Lskm01))*100)^2)/((a1HEB100_300)*(lambda
_lim^2)))^((b3HEB100_300)/(b1HEB100_300-1)); %imamas liauniausios kolonos Lsk
M02prcm=sigmaycm*a3IPE*(A2cm^(b3IPE)); %imamas liauniausios sijos Lsk
M03prcm=sigmaycm*(a3HE100AA_280)*((((max(Lskm03))*100)^2)/((a1HE100AA_280)*(lamb
da_lim^2)))^((b3HE100AA_280)/(b1HE100AA_280-1));
M01pr=M01prcm/100;
M02pr=M02prcm/100;
M03pr=M03prcm/100;

% Pradinių ribinių įrąžų vektorius
PradM0=[M01pr M01pr M03pr M02pr M02pr M03pr M01pr M01pr M02pr M02pr M02pr
M02pr];

% Pradinė tikslo funkcija (pradinis k-cijos tūris, m3)
%PradTF=l(1)*A1+l(2)*A1+l(3)*A3+l(4)*A2+l(5)*A2+l(6)*A3+l(7)*A1+l(8)*A1+l(9)*A2+
l(10)*A2+l(11)*A2+l(12)*A2;
PradTF=L(1)*A1+L(2)*A1+L(3)*A3+L(4)*A2+L(5)*A2+L(6)*A3+L(7)*A1+L(8)*A1+L(9)*A2+L
(10)*A2+L(11)*A2+L(12)*A2;
PradTFF=PradTF*100^3;
% Pradiniai skerspjūvių plotai ir pradinė tikslo funkcijos reikšmė
PRAD_skerspj_TF=[A1 A2 A3 PradTF];


% II. TAMPRI, GEOMETRIŠKAI NETIESINĖ, ANALIZĖ
%0.702; iki tiek dirba tampriai
%0.703; 0.737; 0.858; 0.974; 0.978; 0.980; 0.993
Fdaug=1
 Fkof=1;
for zingsnis=1:1
    DF=Fdaug*[0 40 0 0 60 0 0 30 0 0 0 -120 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -150 0 0 -
180 0];
    Fii=Fkof*(Fi+DF); zingsnis;

for iteracijaNR=1:6

 % Skaičiuojame elementų mazginių taškų koordinates, Ln, sinn, cosn
        i1=-5; i2=-4; i3=-3; iteracijaNR;
   % i-tojo elemento, mazgai
     for i=1:nstr
```

```
        i1=i1+6; i2=i2+6; i3=i3+6;
        ig=nr(i+nstr); ip=nr(i);
        ek(i1)=x(ip)+um(i1); ek(i1+3)=x(ig)+um(i1+3);
        ek(i2)=y(ip)+um(i2); ek(i2+3)=y(ig)+um(i2+3);
        ek(i3)=um(i3); ek(i3+3)=um(i3+3);

 Ln(i)=sqrt((ek(i1+3)-ek(i1))^2+(ek(i2+3)-ek(i2))^2);
 cn(i)=(ek(i1+3)-ek(i1))/Ln(i);
 sn(i)=(ek(i2+3)-ek(i2))/Ln(i);
     end;

% Pradinės - nulinės matricos
kesubrn=zeros(n,n);
gesubrn=zeros(n,n);
Asubrn=zeros(na,n);
Kpn=zeros(na,na);
KK=zeros(na,na);


% Užrašomas ciklas skaičiuoti matricas visos nagrinėjamos konstrukcijos
% (nstr)

ip=-5; ip1=-2;
    for i=1:nstr
        ip=ip+6; i6=6*i; ip1=ip1+3; i3=3*i;
        k5=4*E*I(i)/Ln(i); k6=E*A(i)/Ln(i);
        i;
% Standumo matrica - tarp elementų  įrąžų ir deformacijų prieaugių
 kp=[k5 k5/2 0; k5/2 k5 0; 0 0 k6];
% Kpn(ip1:i3,ip1:i3)=kp
 kp1=[k5 k5/2 0; k5/2 k5 0; 0 0 k6];
% KK(ip1:i3,ip1:i3)=kp1

% Elemento pertvarkymo iš lokaliosios į globaliąją koord. sistemą matrica
t=[cn(i) sn(i) 0 0 0 0;...
    -sn(i) cn(i) 0 0 0 0;...
    0 0 1 0 0 0;...
    0 0 0 cn(i) sn(i) 0;...
    0 0 0 -sn(i) cn(i) 0;...
    0 0 0 0 0 1];

% Elemento pusiausvyros lokalioje koord. sistemoje matrica
Aab=[0 0 -1;...
    -1/Ln(i) -1/Ln(i) 0;...
    1 0 0;...
    0 0 1;...
    1/Ln(i) 1/Ln(i) 0;...
    0 1 0];
Aab;


%% Elemento mažų poslinkių standumo matrica lok. koord. sistemoje
%ket1=Aab*kp1*Aab';

ket1=[A(i)*E/Ln(i) 0 0 -A(i)*E/Ln(i) 0 0;...
    0 12*I(i)*E/(Ln(i))^3 -6*I(i)*E/(Ln(i))^2 0 -12*I(i)*E/(Ln(i))^3 -
6*I(i)*E/(Ln(i))^2;...
    0 -6*I(i)*E/(Ln(i))^2 4*I(i)*E/Ln(i) 0 6*I(i)*E/(Ln(i))^2 2*I(i)*E/Ln(i);...
    -A(i)*E/Ln(i) 0 0 A(i)*E/Ln(i) 0 0;...
    0 -12*I(i)*E/(Ln(i))^3 6*I(i)*E/(Ln(i))^2 0 12*I(i)*E/(Ln(i))^3
6*I(i)*E/(Ln(i))^2;...
    0 -6*I(i)*E/(Ln(i))^2 2*I(i)*E/Ln(i) 0 6*I(i)*E/(Ln(i))^2 4*I(i)*E/Ln(i)];
ket1;
```

```
% skaičiuojami k-tojo elemento mazginiai poslinkiai globalioje koord. sis.
Uelglob=[um(ip); um(ip+1); um(ip+2); um(ip+3); um(ip+4); um(ip+5)];
% skaičiuojami k-tojo elemento mazginiai poslinkiai lokalioje koord. sis.
Uellok=t*Uelglob;
u1=Uellok(1);
u2=Uellok(2);
u3=Uellok(3);
u4=Uellok(4);
u5=Uellok(5);
u6=Uellok(6);

l=Ln(i);
%% Elemento geometrine standumo matrica lok. koord. sistemoje
kg1=[0 0 0 0 0 0;...
0 3/70*A(i)*E/Ln(i)^3*(6*u5*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)-6*u2*u3*Ln(i)-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+24*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4)
1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(-2*u3*Ln(i)^2*u6-24*u5*u3*Ln(i)+24*u2*u3*Ln(i)+72*u2*u5-
36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2-36*u5^2+28*Ln(i)*u1-28*Ln(i)*u4) 0 -
3/70*A(i)*E/Ln(i)^3*(6*u5*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)-6*u2*u3*Ln(i)-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+24*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4) -
1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(2*u3*Ln(i)^2*u6+24*u5*u6*Ln(i)-24*u2*u6*Ln(i)-
72*u2*u5+36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+36*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4);...
0 1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(-2*u3*Ln(i)^2*u6-24*u5*u3*Ln(i)+24*u2*u3*Ln(i)+72*u2*u5-
36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2-36*u5^2+28*Ln(i)*u1-28*Ln(i)*u4)
1/420*A(i)*E/Ln(i)*(-3*u3*Ln(i)^2*u6+3*u5*u6*Ln(i)-3*u5*u3*Ln(i)-
3*u2*u6*Ln(i)+3*u2*u3*Ln(i)-
36*u2*u5+18*u2^2+u6^2*Ln(i)^2+12*u3^2*Ln(i)^2+18*u5^2-56*Ln(i)*u1+56*Ln(i)*u4) 0
-1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(-2*u3*Ln(i)^2*u6-24*u5*u3*Ln(i)+24*u2*u3*Ln(i)+72*u2*u5-
36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2-36*u5^2+28*Ln(i)*u1-28*Ln(i)*u4) -
1/840*A(i)*E*(-4*u3*u6*Ln(i)-6*u5*u6-
6*u3*u5+6*u2*u6+6*u3*u2+3*u6^2*Ln(i)+3*u3^2*Ln(i)-28*u1+28*u4);...
0 0 0 0 0 0;...
0 -3/70*A(i)*E/Ln(i)^3*(6*u5*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)-6*u2*u3*Ln(i)-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+24*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4) -
1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(-2*u3*Ln(i)^2*u6-24*u5*u3*Ln(i)+24*u2*u3*Ln(i)+72*u2*u5-
36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2-36*u5^2+28*Ln(i)*u1-28*Ln(i)*u4) 0
3/70*A(i)*E/Ln(i)^3*(6*u5*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)-6*u2*u3*Ln(i)-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+24*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4)
1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(2*u3*Ln(i)^2*u6+24*u5*u6*Ln(i)-24*u2*u6*Ln(i)-
72*u2*u5+36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+36*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4);...
0 -1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(2*u3*Ln(i)^2*u6+24*u5*u6*Ln(i)-24*u2*u6*Ln(i)-
72*u2*u5+36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+36*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4) -
1/840*A(i)*E*(-4*u3*u6*Ln(i)-6*u5*u6-
6*u3*u5+6*u2*u6+6*u3*u2+3*u6^2*Ln(i)+3*u3^2*Ln(i)-28*u1+28*u4) 0
1/280*A(i)*E/Ln(i)^2*(2*u3*Ln(i)^2*u6+24*u5*u6*Ln(i)-24*u2*u6*Ln(i)-
72*u2*u5+36*u2^2-u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+36*u5^2-28*Ln(i)*u1+28*Ln(i)*u4)
1/420*A(i)*E/Ln(i)*(-3*u3*Ln(i)^2*u6-3*u5*u6*Ln(i)+3*u5*u3*Ln(i)+3*u2*u6*Ln(i)-
3*u2*u3*Ln(i)-36*u2*u5+18*u2^2+12*u6^2*Ln(i)^2+u3^2*Ln(i)^2+18*u5^2-
56*Ln(i)*u1+56*Ln(i)*u4)];


% Elemento pradiniu poslinkiu matrica lok. koord. sistemoje
kgu1=[0 1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) -
1/30*E*A(i)/Ln(i)*(-3*u2+3*u5+4*u3*Ln(i)-u6*Ln(i)) 0 -1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) 1/30*E*A(i)/Ln(i)*(3*u2-3*u5+u3*Ln(i)-
4*u6*Ln(i));...
1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) 3/35*E*A(i)/Ln(i)^3*(-
6*u2*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)+6*u5*u6*Ln(i)+24*u2^2-
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*Ln(i)^2+u6^2*Ln(i)^2) 1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
2*u3*Ln(i)^2*u6-36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*Ln(i)-36*u5^2-
24*u5*u3*Ln(i)+u3^2*Ln(i)^2-u6^2*Ln(i)^2) -1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) -3/35*E*A(i)/Ln(i)^3*(-6*u2*u3*Ln(i)-
6*u2*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)+6*u5*u6*Ln(i)+24*u2^2-
```

```
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*Ln(i)^2+u6^2*Ln(i)^2) -
1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(u3^2*Ln(i)^2+2*u3*Ln(i)^2*u6+36*u5^2-
72*u2*u5+24*u5*u6*Ln(i)+36*u2^2-24*u2*u6*Ln(i)-u6^2*Ln(i)^2);...
-1/30*E*A(i)/Ln(i)*(-3*u2+3*u5+4*u3*Ln(i)-u6*Ln(i)) 1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
2*u3*Ln(i)^2*u6-36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*Ln(i)-36*u5^2-
24*u5*u3*Ln(i)+u3^2*Ln(i)^2-u6^2*Ln(i)^2) 1/210*E*A(i)/Ln(i)*(-
3*u3*Ln(i)^2*u6+18*u2^2-36*u2*u5+3*u2*u3*Ln(i)-3*u2*u6*Ln(i)+18*u5^2-
3*u5*u3*Ln(i)+3*u5*u6*Ln(i)+12*u3^2*Ln(i)^2+u6^2*Ln(i)^2) 1/30*E*A(i)/Ln(i)*(-
3*u2+3*u5+4*u3*Ln(i)-u6*Ln(i)) -1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(-2*u3*Ln(i)^2*u6-
36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*Ln(i)-36*u5^2-24*u5*u3*Ln(i)+u3^2*Ln(i)^2-
u6^2*Ln(i)^2) -1/420*E*A(i)*(-4*u3*u6*Ln(i)+3*u3^2*Ln(i)-6*u3*u5+6*u3*u2-
6*u5*u6+6*u2*u6+3*u6^2*Ln(i));...
0 -1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) 1/30*E*A(i)/Ln(i)*(-
3*u2+3*u5+4*u3*Ln(i)-u6*Ln(i)) 0 1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) -1/30*E*A(i)/Ln(i)*(3*u2-3*u5+u3*Ln(i)-
4*u6*Ln(i));...
-1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) -3/35*E*A(i)/Ln(i)^3*(-
6*u2*u3*Ln(i)-6*u2*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)+6*u5*u6*Ln(i)+24*u2^2-
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*Ln(i)^2+u6^2*Ln(i)^2) -1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
2*u3*Ln(i)^2*u6-36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*Ln(i)-36*u5^2-
24*u5*u3*Ln(i)+u3^2*Ln(i)^2-u6^2*Ln(i)^2) 1/10*E*A(i)/Ln(i)^2*(-
12*u2+12*u5+u3*Ln(i)+u6*Ln(i)) 3/35*E*A(i)/Ln(i)^3*(-6*u2*u3*Ln(i)-
6*u2*u6*Ln(i)+6*u5*u3*Ln(i)+6*u5*u6*Ln(i)+24*u2^2-
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*Ln(i)^2+u6^2*Ln(i)^2)
1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(u3^2*Ln(i)^2+2*u3*Ln(i)^2*u6+36*u5^2-
72*u2*u5+24*u5*u6*Ln(i)+36*u2^2-24*u2*u6*Ln(i)-u6^2*Ln(i)^2);...
1/30*E*A(i)/Ln(i)*(3*u2-3*u5+u3*Ln(i)-4*u6*Ln(i)) -
1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(u3^2*Ln(i)^2+2*u3*Ln(i)^2*u6+36*u5^2-
72*u2*u5+24*u5*u6*Ln(i)+36*u2^2-24*u2*u6*Ln(i)-u6^2*Ln(i)^2) -1/420*E*A(i)*(-
4*u3*u6*Ln(i)+3*u3^2*Ln(i)-6*u3*u5+6*u3*u2-6*u5*u6+6*u2*u6+3*u6^2*Ln(i)) -
1/30*E*A(i)/Ln(i)*(3*u2-3*u5+u3*Ln(i)-4*u6*Ln(i))
1/140*E*A(i)/Ln(i)^2*(u3^2*Ln(i)^2+2*u3*Ln(i)^2*u6+36*u5^2-
72*u2*u5+24*u5*u6*Ln(i)+36*u2^2-24*u2*u6*Ln(i)-u6^2*Ln(i)^2)
1/210*E*A(i)/Ln(i)*(-3*u3*Ln(i)^2*u6+u3^2*Ln(i)^2+3*u5*u3*Ln(i)-
3*u2*u3*Ln(i)+18*u5^2-36*u2*u5-
3*u5*u6*Ln(i)+18*u2^2+3*u2*u6*Ln(i)+12*u6^2*Ln(i)^2)];



% Elemento standumo matricu globalioje koord. sistemoje suformavimas
Ket=t'*ket1*t; Kg=t'*kg1*t; Kgu=t'*kgu1*t;
Ket;
Kg;
Kgu;

% Elemento pussiausvyros matricos globalioje koord. sistemoje suformavimas
Ael=Aab'*t;

% Konstrukcijos fiktyviu (kvazidiagonaliniu) matricu suformavimas
%(jos surenkamos is visu elementu atitinkamu matricu)
kesubrn(ip:i6,ip:i6)=Ket;
gesubrn(ip:i6,ip:i6)=Kg+Kgu;
Asubrn(ip1:i3,ip:i6)=Ael;
Kpn(ip1:i3,ip1:i3)=kp;
KK(ip1:i3,ip1:i3)=kp1;

    end; % Ciklo pabaiga

%% Skaičiuojame globalinių įrąžų ir poslinkių prieaugius
    % Suformuojame lokaliųjų ir globaliųjų poslinkiu ryšio matricą
for i=1:2:npos2; im=pn(i); jn=pn(i+1);
    H(im,jn)=1;
    H;
end;
```

```
% Skaiciuojame tangentine standumo matrica
Ketn1=H'*kesubrn*H;
Gen=H'*gesubrn*H;
Ketn=Ketn1+Gen;
Det=det(Ketn);
% Skaičiuojame globaliuosius poslinkiu ir įrąžų prieaugius
up2=DF/Ketn; Sp2=Kpn*Asubrn*H*up2';

% Skaičiuojame elementu mazginiu taškų poslinkių prieaugius deltaUsubrn
% antrame iteracijos žingsnyje
upel2=H*up2';

% Skaičiuojame pirmo žingsnio tikruosius globalinius poslinkius
% ut=uo+deltaU
ut2=ut+up2;
% ir tikruosius elemento mazginiu taškų poslinkius
% usubrn=usubro+deltaUsubrn
utel2=utel+upel2;


% %%%%% Skaičiuojame elementu mazginiu tasku naujas koord. ir Asubrnn (nauja)
i1=-5; i2=-4; i3=-3; um=utel2;
for i=1:nstr
    i1=i1+6; i2=i2+6; i3=i3+6; ig=nr(i+nstr); ip=nr(i);
         ek(i1)=x(ip)+um(i1); ek(i1+3)=x(ig)+um(i1+3);
         ek(i2)=y(ip)+um(i2); ek(i2+3)=y(ig)+um(i2+3);
         ek(i3)=um(i3); ek(i3+3)=um(i3+3);
 Lnn(i)=sqrt((ek(i1+3)-ek(i1))^2+(ek(i2+3)-ek(i2))^2);
 cnn(i)=(ek(i1+3)-ek(i1))/Lnn(i);
 snn(i)=(ek(i2+3)-ek(i2))/Lnn(i);
end;


Asubrnn=zeros(na,n); ip=-5; ip1=-2;

for i=1:nstr
    ip=ip+6; i6=6*i; ip1=ip1+3; i3=3*i;

    t=[cnn(i) snn(i) 0 0 0 0;...
    -snn(i) cnn(i) 0 0 0 0;...
    0 0 1 0 0 0;...
    0 0 0 cnn(i) snn(i) 0;...
    0 0 0 -snn(i) cnn(i) 0;...
    0 0 0 0 0 1];

Aab=[0 0 -1;...
    -1/Lnn(i) -1/Lnn(i) 0;...
    1 0 0;...
    0 0 1;...
    1/Lnn(i) 1/Lnn(i) 0;...
    0 1 0];

Ael=Aab'*t;
Asubrnn(ip1:i3,ip:i6)=Ael;
end;
%Skaičiuojamos v-otojo žingsnio, i-tosios iteracijos pabaigos suminės
%jėgos Fgz
Fgz=Fgz1+H'*Asubrnn'*Sp2;

% Skaičiuojame kompensacine žingsnio apkrova Fkomp=Fi+1-Fz
Fkomp2=Fii'-Fgz
Fgz1=Fgz;
Sp=Sp2;
```

```
ut=ut2;
utel=utel2;
DF=Fkomp2';
S=S+Sp2;
se=S; %tamprios įrąžos
ue=ut; %tamprūs poslinkiai
L=Ln;
a=H'*Asubrnn'; %geometriškai netiesinės pusiausvyros matrica


 for i=1:iteracijaNR
    rez_kompensacine(1:m,iteracijaNR)=Fkomp2;
end;

KONTROLE=H'*Asubrnn'*S;
for i=1:iteracijaNR
    rez_KONTROLE(1:m,iteracijaNR)=KONTROLE;
end;

for i=1:iteracijaNR
    rez_ut(1:m,iteracijaNR)=ut;
end;
     end; %iteracijosNR galas

Fi=Fii;

for i=1:zingsnis
    rez_zingsnio_kompensacine(1:m,zingsnis)=Fkomp2;
end;
     end; %zingsnio galas
%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%%
% REZULTATAI
rez_kompensacine
rez_KONTROLE
rez_ut
%%%%%
% TAMPRUS SKAIČIAVMAS BAIGTAS
%%%%

%% ANALIZĖ ĮVERTINANT GEOMTRINĮ NETIESIŠKUMĄ

% Ribinės įrąžos (kiekvienoje iteracijoje formuojamas naujas M0 vektorius, čia
užrašomos tik pradinės narių reikšmės pirmajai iteracijai).
m01cm=sigmaycm*a3HEB100_300*(A1cm^(b3HEB100_300));
m02cm=sigmaycm*a3IPE*(A2cm^(b3IPE));
m03cm=sigmaycm*a3HE100AA_280*(A3cm^(b3HE100AA_280));
m01=m01cm/100;
m02=m02cm/100;
m03=m03cm/100;
m0=[m01;m02;m03];

% Formuojama konstrukcijos konfigūracijos matrica [G]
g=zeros(144,2);
g(1:24,1)=1;
g(25:36,3)=1;
g(37:60,2)=1;
g(61:72,3)=1;
g(73:96,1)=1;
g(97:144,2)=1;


% Klupumo įtempių skaičiavimas
for i=1:nstr
   lambda_sal(i)=(Lsk(i)/sqrt(I(i)/A(i)))*(1/(3.14*sqrt(E/sigmay)));
```

```
   phi(i)=0.5*(1+0.21*(lambda_sal(i)-0.2)+(lambda_sal(i))^2);
   xhi(i)=1/(phi(i)+sqrt((phi(i))^2-(lambda_sal(i))^2));

    if xhi(i)<=1
    xhi(i)=xhi(i);
    elseif xhi(i)>1
    xhi(i)=1;
    end;

sigmacr(i)=xhi(i)*sigmay; %kritiniai klupumo įtempiai konstrukcijos elemente
end;

%Klupumo įtempių redukcijos koeficientų vektoriai kolonoms ir sijoms
xhik=[xhi(1);xhi(2);xhi(7);xhi(8)];
xhis=[xhi(4);xhi(5);xhi(9);xhi(10);xhi(11);xhi(12)];
xhik3=[xhi(3);xhi(6)];

%%%%%%%%
z=1.18;%
%%%%%%%%
 cplius_k=Wpl1/A1;
 cplius_s=Wpl2/A2;
 cplius_k3=Wpl3/A3;

    for i=1:4
    cminus_k(i)=Wpl1/(xhik(i)*A1);
    end;

    for i=1:6
    cminus_s(i)=Wpl2/(xhis(i)*A2);
    end;

    for i=1:2
    cminus_k3(i)=Wpl3/(xhik3(i)*A3);
    end;


% Formuojama takumo sąlygų matrica [Fi] (24pj*6=144 sąlygos)
fi=zeros(144,36);
fi(1,1)=1;
fi(2,1)=1/z; fi(2,3)=cplius_k;
fi(3,1)=1/z; fi(3,3)=-cminus_k(1);
fi(4,1)=-1;
fi(5,1)=-1/z; fi(5,3)=cplius_k;
fi(6,1)=-1/z; fi(6,3)=-cminus_k(1);

fi(7,2)=1;
fi(8,2)=1/z; fi(8,3)=cplius_k;
fi(9,2)=1/z; fi(9,3)=-cminus_k(1);
fi(10,2)=-1;
fi(11,2)=-1/z; fi(11,3)=cplius_k;
fi(12,2)=-1/z; fi(12,3)=-cminus_k(1);

fi(13,4)=1;
fi(14,4)=1/z; fi(14,6)=cplius_k;
fi(15,4)=1/z; fi(15,6)=-cminus_k(2);
fi(16,4)=-1;
fi(17,4)=-1/z; fi(17,6)=cplius_k;
fi(18,4)=-1/z; fi(18,6)=-cminus_k(2);

fi(19,5)=1;
fi(20,5)=1/z; fi(20,6)=cplius_k;
fi(21,5)=1/z; fi(21,6)=-cminus_k(2);
fi(22,5)=-1;
```

```
fi(23,5)=-1/z; fi(23,6)=cplius_k;
fi(24,5)=-1/z; fi(24,6)=-cminus_k(2);

fi(25,7)=1;
fi(26,7)=1/z; fi(26,9)=cplius_k3;
fi(27,7)=1/z; fi(27,9)=-cminus_k3(1);
fi(28,7)=-1;
fi(29,7)=-1/z; fi(29,9)=cplius_k3;
fi(30,7)=-1/z; fi(30,9)=-cminus_k3(1);

fi(31,8)=1;
fi(32,8)=1/z; fi(32,9)=cplius_k3;
fi(33,8)=1/z; fi(33,9)=-cminus_k3(1);
fi(34,8)=-1;
fi(35,8)=-1/z; fi(35,9)=cplius_k3;
fi(36,8)=-1/z; fi(36,9)=-cminus_k3(1);

fi(37,10)=1;
fi(38,10)=1/z; fi(38,12)=cplius_s;
fi(39,10)=1/z; fi(39,12)=-cminus_s(1);
fi(40,10)=-1;
fi(41,10)=-1/z; fi(41,12)=cplius_s;
fi(42,10)=-1/z; fi(42,12)=-cminus_s(1);

fi(43,11)=1;
fi(44,11)=1/z; fi(44,12)=cplius_s;
fi(45,11)=1/z; fi(45,12)=-cminus_s(1);
fi(46,11)=-1;
fi(47,11)=-1/z; fi(47,12)=cplius_s;
fi(48,11)=-1/z; fi(48,12)=-cminus_s(1);

fi(49,13)=1;
fi(50,13)=1/z; fi(50,15)=cplius_s;
fi(51,13)=1/z; fi(51,15)=-cminus_s(2);
fi(52,13)=-1;
fi(53,13)=-1/z; fi(53,15)=cplius_s;
fi(54,13)=-1/z; fi(54,15)=-cminus_s(2);

fi(55,14)=1;
fi(56,14)=1/z; fi(56,15)=cplius_s;
fi(57,14)=1/z; fi(57,15)=-cminus_s(2);
fi(58,14)=-1;
fi(59,14)=-1/z; fi(59,15)=cplius_s;
fi(60,14)=-1/z; fi(60,15)=-cminus_s(2);

fi(61,16)=1;
fi(62,16)=1/z; fi(62,18)=cplius_k3;
fi(63,16)=1/z; fi(63,18)=-cminus_k3(2);
fi(64,16)=-1;
fi(65,16)=-1/z; fi(65,18)=cplius_k3;
fi(66,16)=-1/z; fi(66,18)=-cminus_k3(2);

fi(67,17)=1;
fi(68,17)=1/z; fi(68,18)=cplius_k3;
fi(69,17)=1/z; fi(69,18)=-cminus_k3(2);
fi(70,17)=-1;
fi(71,17)=-1/z; fi(71,18)=cplius_k3;
fi(72,17)=-1/z; fi(72,18)=-cminus_k3(2);

fi(73,19)=1;
fi(74,19)=1/z; fi(74,21)=cplius_k;
fi(75,19)=1/z; fi(75,21)=-cminus_k(3);
fi(76,19)=-1;
fi(77,19)=-1/z; fi(77,21)=cplius_k;
```

```
fi(78,19)=-1/z; fi(78,21)=-cminus_k(3);

fi(79,20)=1;
fi(80,20)=1/z; fi(80,21)=cplius_k;
fi(81,20)=1/z; fi(81,21)=-cminus_k(3);
fi(82,20)=-1;
fi(83,20)=-1/z; fi(83,21)=cplius_k;
fi(84,20)=-1/z; fi(84,21)=-cminus_k(3);

fi(85,22)=1;
fi(86,22)=1/z; fi(86,24)=cplius_k;
fi(87,22)=1/z; fi(87,24)=-cminus_k(4);
fi(88,22)=-1;
fi(89,22)=-1/z; fi(89,24)=cplius_k;
fi(90,22)=-1/z; fi(90,24)=-cminus_k(4);

fi(91,23)=1;
fi(92,23)=1/z; fi(92,24)=cplius_k;
fi(93,23)=1/z; fi(93,24)=-cminus_k(4);
fi(94,23)=-1;
fi(95,23)=-1/z; fi(95,24)=cplius_k;
fi(96,23)=-1/z; fi(96,24)=-cminus_k(4);

fi(97,25)=1;
fi(98,25)=1/z; fi(98,27)=cplius_s;
fi(99,25)=1/z; fi(99,27)=-cminus_s(3);
fi(100,25)=-1;
fi(101,25)=-1/z; fi(101,27)=cplius_s;
fi(102,25)=-1/z; fi(102,27)=-cminus_s(3);

fi(103,26)=1;
fi(104,26)=1/z; fi(104,27)=cplius_s;
fi(105,26)=1/z; fi(105,27)=-cminus_s(3);
fi(106,26)=-1;
fi(107,26)=-1/z; fi(107,27)=cplius_s;
fi(108,26)=-1/z; fi(108,27)=-cminus_s(3);

fi(109,28)=1;
fi(110,28)=1/z; fi(110,30)=cplius_s;
fi(111,28)=1/z; fi(111,30)=-cminus_s(4);
fi(112,28)=-1;
fi(113,28)=-1/z; fi(113,30)=cplius_s;
fi(114,28)=-1/z; fi(114,30)=-cminus_s(4);

fi(115,29)=1;
fi(116,29)=1/z; fi(116,30)=cplius_s;
fi(117,29)=1/z; fi(117,30)=-cminus_s(4);
fi(118,29)=-1;
fi(119,29)=-1/z; fi(119,30)=cplius_s;
fi(120,29)=-1/z; fi(120,30)=-cminus_s(4);

fi(121,31)=1;
fi(122,31)=1/z; fi(122,33)=cplius_s;
fi(123,31)=1/z; fi(123,33)=-cminus_s(5);
fi(124,31)=-1;
fi(125,31)=-1/z; fi(125,33)=cplius_s;
fi(126,31)=-1/z; fi(126,33)=-cminus_s(5);

fi(127,32)=1;
fi(128,32)=1/z; fi(128,33)=cplius_s;
fi(129,32)=1/z; fi(129,33)=-cminus_s(5);
fi(130,32)=-1;
fi(131,32)=-1/z; fi(131,33)=cplius_s;
fi(132,32)=-1/z; fi(132,33)=-cminus_s(5);
```

```
fi(133,34)=1;
fi(134,34)=1/z; fi(134,36)=cplius_s;
fi(135,34)=1/z; fi(135,36)=-cminus_s(6);
fi(136,34)=-1;
fi(137,34)=-1/z; fi(137,36)=cplius_s;
fi(138,34)=-1/z; fi(138,36)=-cminus_s(6);

fi(139,35)=1;
fi(140,35)=1/z; fi(140,36)=cplius_s;
fi(141,35)=1/z; fi(141,36)=-cminus_s(6);
fi(142,35)=-1;
fi(143,35)=-1/z; fi(143,36)=cplius_s;
fi(144,35)=-1/z; fi(144,36)=-cminus_s(6);

% Konstrukcijos elementų pasiduodamumo matrica
D=zeros(36,36);
ip=-5; ip1=-2;
    for i=1:nstr
         ip=ip+6; i6=6*i; ip1=ip1+3; i3=3*i;
         d5=L(i)/(3*E*I(i)); d6=L(i)/(E*A(i));

% Standumo matrica - tarp elementų  įrąžų ir deformacijų prieaugių
dp=[d5 -d5/2 0; -d5/2 d5 0; 0 0 d6];
D(ip1:i3,ip1:i3)=dp;
  end;
 KLL=inv(D);

% % Pradinė tikslo funkcija
ilg=[L(1)+L(2)+L(7)+L(8) L(4)+L(5)+L(9)+L(10)+L(11)+L(12) L(3)+L(6)];
%ilg=[18 18 6];
Tfs=ilg*m0;

% Ribinių įrąžų vektorius
S0=g*m0;

% Suformuojama nelygybių koeficientu matrica [Anq]
Anq=fi;

% Suformuojamas nelygybių laisvųjų nariu vektorius {bnq}
bnq=S0-fi*se;

% Suformuojam lygybių koeficientu matrica [Aeq]
Aeq=-a;

% Suformuojamas lygybių laisvųjų nariu vektorius [beq]
beq=Fii'-a*se;

% Atliekamas tiesinio programavimo uždavinio sprendimas:
[xx,fval,exitflag,output,lambda]=quadprog(D,[],Anq,bnq,Aeq,beq);

%Liekamosios įrąžos
Sr=xx;
%Sumines įrąžos
sumines=se+Sr;

% Rezultatai
Irazos=[se Sr sumines];
Poslinkiai=[ue' lambda.eqlin ue'+lambda.eqlin];
Poslinkiaicm=Poslinkiai*100;
Def=fi'*lambda.ineqlin
exitflag;
```

Rezultatai:

Įrąžos=

0	0	0
-108,757	-122,930	-231,687
-80,811	14,438	-66,373
-60,732	4,490	-56,242
21,483	-39,208	-17,725
-118,204	15,609	-102,595
-21,485	39,206	17,721
-34,776	-21,475	-56,251
-54,011	3,417	-50,594
34,777	21,474	56,251
-197,556	-10,818	-208,374
-11,744	-5,847	-17,591
197,556	10,818	208,374
0	0	0
-11,703	-5,811	-17,514
0	0	0
-38,764	-17,485	-56,249
-65,693	-3,572	-69,265
-177,064	-54,624	-231,688
-154,184	89,839	-64,345
-151,049	-15,793	-166,842
-260,097	36,504	-223,593
-311,562	87,969	-223,593
-367,743	-14,892	-382,635
0	0	0
-128,303	24,073	-104,230
-69,213	14,703	-54,510
128,303	-24,073	104,230
215,830	72,112	287,942
-69,273	14,729	-54,544
169,495	118,447	287,942
-20,326	-123,710	-144,036
-28,010	15,957	-12,053
20,326	123,710	144,036
414,284	-126,342	287,942
-27,945	15,986	-11,959

Poslinkiai =

0,019	0,046	0,065
7,137	20,595	27,732
-0,024	-0,291	-0,314
0,006	0,032	0,037
11,227	32,604	43,831
-0,049	-0,410	-0,459
0,013	0,027	0,041
15,614	36,661	52,275
-0,074	-0,468	-0,542
0,008	0,002	0,010
15,612	36,658	52,270
-1,535	-0,912	-2,447
0	0	0
15,609	36,658	52,267
-0,154	-1,134	-1,288
-0,007	0,001	-0,006
0,020	0,016	0,036
11,202	32,610	43,812
-0,124	-1,073	-1,197
0,004	0,009	0,013
7,127	20,600	27,727
-0,093	-0,948	-1,041
0,006	0,037	0,043
0,003	-0,001	0,002
11,219	32,606	43,825
-0,419	-0,337	-0,756
0	0	0
7,131	20,599	27,730
-0,118	-1,857	-1,975
-0,003	-0,002	-0,005

E PRIEDAS

„Staad.Pro V8*i*“ įvesties duomenų failas

```
STAAD PLANE
START JOB INFORMATION
ENGINEER DATE 27-Oct-11
END JOB INFORMATION
INPUT WIDTH 79
UNIT METER KN
JOINT COORDINATES
1 0 0 0; 2 0 5 0; 3 0 9 0; 4 0 12 0; 5 3 12 0; 6 6 12 0; 7 6 0 0; 8 6 5 0;
9 6 9 0; 10 2 9 0; 11 4 5 0;
MEMBER INCIDENCES
1 1 2; 2 2 3; 3 3 4; 4 4 5; 5 5 6; 6 7 8; 7 8 9; 8 9 6; 9 3 10; 10 10 9;
11 2 11; 12 11 8;
DEFINE MATERIAL START
ISOTROPIC PLIENASY235
E 2.05e+008
POISSON 0.3
DENSITY 76.8195
ALPHA 1.2e-005
DAMP 0.03
G 7.88462e+007
TYPE STEEL
STRENGTH FY 235000 FU 407800 RY 1.2 RT 1.5
*FU 407800
END DEFINE MATERIAL
*Optimalus skerspjuviai gauti optimizuojant ivertinus geometrini neitiesiskuma
MEMBER PROPERTY EUROPEAN
1 2 6 7 PRIS AX 0.010103 IZ 0.000104
4 5 9 TO 12 PRIS AX 0.008107 IZ 0.000212
3 8 PRIS AX 0.003531 IZ 1.8e-005
*Optimalus skerspjuviai gauti optimizuojant neivertinus geometrinio
neitiesiskumo
MEMBER PROPERTY EUROPEAN
1 2 6 7 PRIS AX 0.009844 IZ 9.8e-005
4 5 9 TO 12 PRIS AX 0.007604 IZ 0.000183
3 8 PRIS AX 0.005281 IZ 4.4e-005
CONSTANTS
MATERIAL PLIENASY235 ALL
SUPPORTS
7 FIXED
1 PINNED
MEMBER RELEASE
9 START MZ
5 8 END MZ
LOAD 1 LOADTYPE None  TITLE LOAD CASE 1
JOINT LOAD
2 FX 40
3 FX 60
4 FX 30
5 FY -120
10 FY -150
11 FY -180
*Atliekame geometriškai tiesine analize
PERFORM ANALYSIS PRINT ALL
*Atliekame geometriškai netiesine analize
*PERFORM NONLINEAR ANALYSIS ITER 10 STEPS 6 TOL 0.000100 REBUILD 3 KG
JOINT_TARGET 1 1
FINISH
```

PRANEŠIMŲ MOKSLINĖJE KONFERENCIJOJE MEDŽIAGA

Jaunųjų mokslininkų konferencija "Mokslas - Lietuvos ateitis"
Sekcija "Statyba"/ "Statybinės konstrukcijos. Konstrukcijų mechanika"
2012 m. kovo 22 d., 09:00-16:30, VGTU SRC 307 auditorija

KONFERENCIJOS PROGRAMA

Nr.	Pranešėjas	Pranešimo pavadinimas	Laikas	Katedra
1	Ela Jarmolajeva	Praktinė informacija	09:00	
2	Linas Juknevičius	Konferencijos atidarymas	09:05	
3	Gediminas Blaževičius	Minimalaus tūrio tampriai plastinės santvaros projektavimas tiesioginiu tikimybiniu metodu	09:10	SMK
4	Giedrė Mieliauskaitė, Aurimas Labonas, Rimtautas Dališanskis	Temperatūrinių laukų modeliavimas dėžinės formos iš trijų pusių kaitinamame plieno skerspjūvyje. Skerspjūvio masyvumo įtaka temperatūros pasiskirstymui skerspjūvyje	09:18	MMKK
5	Svajūnė Stromilienė	Armatūros inkaravimo ilgių, apskaičiuotų pagal skirtingas metodikas, palyginimas	09:26	GMKK
6	Liudas Liepa, Arvydas Sungaila, Raimonda Laugalytė	Angų gaisrinio skyriaus atitvarose įtaka parametrinės temperatūros kreivės formai	09:34	SMK, MMKK
7	Ina Rodina	Skersinio armavimo itaka muro gniuzdomajai galiai	09:42	GMKK
8	Arūnas Norvaišas	Gelžbetoninių sijų, armuotų plieninėmis fibromis, įstrižojo pjūvio stiprumas	09:50	GMKK
9	Liudas Liepa	Tampraus plastinio rėmo geometriškai netiesinė analizė	09:58	SMK
10	Gvidas Pocius	Dalelių mišinio struktūra ir elgsena fliuktuojančioje aplinkoje, kvazistatinio pusiausvyros būvio sąlygomis	10:06	GMKK
11	Rimtautas Dališanskis	Profiliuotais plieno lakštais suvaržytų plonasienių ilginių elgsena ir skaičiavimas	10:14	MMKK
12	Romas Žvirzdinas	Gelžbetoninių elementų, armuotų iš anksto įtempta kompozitine armatūra, įlinkio skaičiavimo metodų analizė	10:22	GMKK
13	Ana Kovaliova	Gelžbetoninių elementų, armuotų neįtempta kompozitine armatūra, įlinkio skaičiavimo metodų analizė	10:30	GMKK
14	Andrius Kleiza	Temperatūrų įtaka dispersiškai armuoto betono mechaninėms savybėms	10:38	GMKK
15	Žilvinas Bučmys, Rimtautas Dališanskis	Pusiau standžių plieninių rėmų bazių modeliavimas ir standumo nustatymas	10:46	MMKK
16	Odeta Vitkauskaitė, Marius Aukštikalnis	Medinių sijų stiprinimas kampu medienos pluoštui sriegiamais medsraigčiais	10:54	MMKK
17	Arūnas Zdanevičius	Nevienodai deformuojamų sienų vertikaliųjų jungčių įtempių būvis	11:02	GMKK
18	Raimondas Bartkevičius, Kęstutis Lingys	Ekscentriškai gniuždomų elementų sienelės pastovumas. Plonasienių profiliuočių konstrukcijų efektyvumas	11:10	MMKK
19	Evaldas Šemeta	Pastato informacinio modelio koncepcijos realizavimas gelžbetoninių konstrukcijų projektavime ir gamyboje	11:26	GMKK
20	Ronaldas Jakubovskis, Mantas Juknys	Discrete Crack Software "ROMA" for Analysis of RC Members in Tension (Tempiamųjų gelžbetoninių elementų diskrečiųjų plyšių programa “Roma”)	11:18	TSSK
21	Tomas Lenkimas	Skirtingų laminatų įtakos, konstrukcinių elementų iš laminuotų stiklų, stiprumui analizė	11:26	GMKK
		Pietų pertrauka	12:00	
22	Irmantas Kuoja, Stanislovas Vencius	Ekscentriškai gniuždomų apvalaus skerspjūvio kompozitinių betonšerdžių kolonų laikomosios galios tyrimai	13:00	MMKK
23	Oksana Komar	Gelžbetoninio tilto sijos kompiuterinis modeliavimas	13:08	SMK
24	Vitoldas Rapcevičius, Žilvinas Bučmys, Aurimas Seilius	Temperatūrinių laukų modeliavimas iš visų pusių kaitinamame dėžinės formos plieno skerspjūvyje. Skerspjūvio masyvo įtaka temperatūros pasiskirstymui skerspjūvyje	13:16	MMKK
25	Vytautas Kubilius	Pastato konstrukcijų sistemų patikimumo analizė	13:24	GMKK
26	Justinas Dausinas	Monolitinių mazgų kompiuterinė analizė	13:32	GMKK
27	Edgar Mogilnickij	Betono senėjimo koeficiento nustatymas skaičiuojant strypinius gelžbetoninius elementus	13:40	GMKK
28	Justinas Žiaunys	Efektyvus gelžbetoninių konstrukcijų projektavimas, taikant virtualaus modeliavimo ir skaitinės analizės metodus	13:48	GMKK
29	Miroslava Gerasimovič	Kolonų bazių sprendinių analizė	13:56	MMKK
30	Asta Pelutytė	Arkos optimizacija ir įtempto deformuoto būvio analizė	14:04	SMK
31	Justinas Kugis	Monolitinių perdangos plokščių temperatūrinių laukų modeliavimas	14:12	GMKK
32	Aidas Jokūbaitis	Gaisro temperatūrų veikiamų gniuždomųjų gelžbetoninių elementų analizė	14:20	GMKK
33	Arvydas Sungaila	Prisitaikančių rėmų ribinių momentų optimizavimas	14:28	SMK
34	Adas Meškėnas	SFRC stress-crack opening relationship prediction by inverse analysis (Plieno plaušu armuoto betono liekamųjų įtempių ir plyšio pločio priklausomybės nustatymas sprendžiant atvirkštinį uždavinį	14:36	TSSK
35	Manvydas Mickus	Įtempių nuostolių įtaka iš anksto įtemptų gelžbetoninių konstrukcijų elgsenai	14:44	GMKK
36	Gediminas Barista	Dvitėjinio skerspjūvio sijos temperatūrinių laukų modeliavimas	14:52	GMKK
37	Tomas Gesevičius	Pristaikančių arkų optimizavimo uždavinių matematiniai modeliai	15:00	SMK
38	Laurynas Tautavičius	Gelžbetoninių lenkiamų elementų stiprinimas iš anksto įtemptu anglies pluoštu	15:08	GMKK
39	Šarūnas Kisevičius	Tamprių tilto santvarų optimizavimas	15:16	SMK
40	Darius Ruplėnas, Gediminas Blaževičius, Juozas Atkočiūnas	Ofšorinių konstrukcijų optimizavimo uždavinio matematinio modelio paieška	15:24	SMK
41	Vaidas Gudaitis	Apvalaus skerspjūvio ekscentriškai gniuždomų gelžbetoninių konstrukcijų laikomosios galios skaičiavimas	15:32	GMKK
42	Juozas Malaškevičius	Gelžbetoninių dūmtraukių įražų skaičiavimo ypatumai	15:40	GMKK
43	Dainius Barkauskas	Apskritų betonšerdžių plieninių vamzdinių strypų gniuždomosios laikomosios galios vertinimas EC4 ir bandymais pagrįstais metodais	15:48	MMKK
44	Kristina Varatinskytė	Plokščiųjų geometriškai netiesinių rėminių konstrukcijų tampri plastinė analizė	15:56	SMK
45	Tomas Ulitinas, Stanislovas Kalanta, Juozas Atkočiūnas	Kevalo saugos ribinio būvio analizė	16:04	SMK
	Ela Jarmolajeva	Konferencijos uždarymas		

„TAMPRAUS PLASTINIO RĖMO GEOMETRIŠKAI NETIESINĖ ANALIZĖ“

Liudas Liepa[1], **Romanas Karkauskas**[2]

Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Saulėtekio al. 11, Vilnius, Lietuva

El. pašas:[1]*liudas.liepa@stst.vgtu.lt*, [2]*rokark@st.vgtu.lt*

Santrauka. Pateikiamas rėminių konstrukcijų, kurių elementai yra lenkiami bei kartu tempiami ar gniuždomi, optimizacijos ir analizės uždavinių sprendimo algoritmas, įvertinant konstrukcijos geometrinį netiesiškumą. Konstrukcijos elementams, kurie yra lenkiami bei kartu tempiami ar gniuždomi, sudarytas tangentinės standumo matricos formavimo algoritmas, taikant simbolinius skaičiavimus MatLab paketo aplinkoje. Sudarytos pagrindinių matricų simbolinės išraiškos. Taikant iteracinį apkrovos kontrolės Newtono–Raphsono metodą gauti netiesinės tamprios analizės rezultatai. Atliktas rėminės konstrukcijos skaitinis eksperimentas. Nustatytas minimalus konstrukcijos tūris nepasiekus visiško plastiškojo konstrukcijos suirimo. Šiai konstrukcijai sudaryta plastiškojo deformavimo trajektorija.

Reikšminiai žodžiai: analizė, optimizacija, geometrinis netiesiškumas, plastinis lankstas, Newton-Raphson.

Įvadas

Konstrukcijų optimizacijos ir analizės tikslą galima būtų įvardinti kaip tokį konstrukcijos projektą, kuris užtikrintų maksimalų konstrukcijos patikimumą mažiausiomis gamybos ir eksploatavimo medžiagų sąnaudomis. Kitaip tariant įvertintų visus projekto reikalavimus.

Sprendžiant konstrukcijų analizės ir optimizacijos uždavinius siekiama sukurti optimalią konstrukciją, kurios masė ir energijos sąnaudos būtų tiesiogiai susijusios, o konstrukcijos elgsena, priklausanti nuo įvairių išorinių veiksnių, tenkintų saugos ir tinkamumo ribinių būvių projektinius reikalavimus (Atkočiūnas J., Karkauskas R. 2010).

Konstrukcijos elgsena priklauso nuo įvairių veiksnių, tačiau jų visų negalime įvertinti statybinės mechanikos tiesinės teorijos metodais, nes konstrukcijos matmenys ir geometrija deformavimosi metu kinta. Dėl didelių poslinkių ir deformacijų atsiradimo konstrukcijoje nebegalioja mažų poslinkių principas. Todėl pereinama prie sudėtingesnių, tačiau išsamesnių netiesinės teorijos apibendrinimų. Formuluojant analizės uždavinius reikia atsisakyti skaičiavimo pagal nedeformuotą konstrukcijos būvį ir įvertinti geometrijos kitimo įtaka konstrukcijos įtempių ir deformacijų būviui, bei atsižvelgti į konstrukcijoje atsirandančias plastines deformacijas (Čyras A., *et al.* 2004).

Įvertinant medžiagos plastiškąsias savybes, galima spręsti apie plastinių deformacijų įtaką konstrukcijai, o žinant plastinių lankstų atsivėrimo konstrukcijoje seką, galima prognozuoti tolimesnę konstrukcijos elgseną, priklausomai nuo apkrovimo varianto. Tai leidžia daug tiksliau sudaryti galimus konstrukcijos irimo modelius bei numatyti priemones tam išvengti dar prieš konstrukcijos eksploataciją ir jos metu.

Šių tyrinėjimų tikslas:

- Tangentinės standumo matricos lenkiamam ir kartu tempiamam ar gniuždomam elementui sudarymo ypatumų analizė bei skaitinių išraiškų formavimas MatLab aplinkoje;
- Rėminių konstrukcijų geometriškai netiesinės analizės uždavinio skaičiavimo algoritmo, įvertinant plieno netampriąsias savybes, tobulinimas;
- Skaitinis eksperimentas: atlikti pasirinktos geometriškai netiesinės rėminės konstrukcijos optimizaciją ir analizę;
- Nustatyti plastinio deformavimo trajektoriją.

Tangentinė standumo matrica

Geometriškai netiesinės konstrukcijos būvį apibūdinančiose deformacijų ir poslinkių priklausomybėse yra netiesinių narių. Todėl norint gauti tampraus atsako dydžius, t. y. tamprias įrąžas ir tamprius poslinkius, reikia spręsti tokią netiesinę lygtį (Karkauskas R., Popov M. 2009):

$$[K_\tau]\mathbf{u}_e = \mathbf{F}, \qquad (1)$$

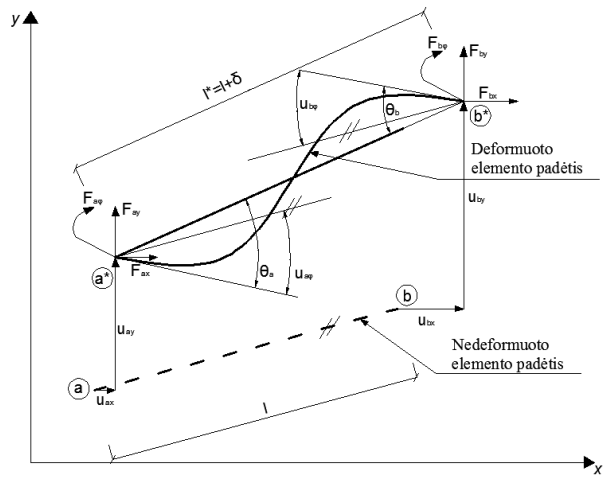
čia: $[K_\tau]$ – visos konstrukcijos globalioji tangentinė standumo matrica; $\mathbf{u}_e$ – konstrukcijos globaliųjų poslinkių vektorius; **F –** apkrovos vektorius.

Baigtinių elementų metodo tangentinės standumo matricos sudarymui naudojame pilnutinės diskretizuoto kūno potencinės energijos stacionarumo sąlygą (Atkočiūnas J., Nagevičius J. 2004; Barauskas *et al.* 2004), t. y. prilyginame pirmąją funkcionalo išvestinę nuliui. Žinome, kad pilnutinė potencinė energija susideda iš vidinių jėgų potencialo ir išorinių jėgų potencialo. Iš čia varijuodami gauname, kad baigtinio elemento vidinių jėgų potencialo antros eilės variacija elemento mazginiais poslinkiais $\mathbf{u'}_k$ ir yra baigtinio elemento standumo matrica:

$$\frac{\partial^2 U_k}{\partial \mathbf{u'}_k^2} = [k_\tau(\mathbf{u'}_k)], \tag{2}$$

čia: U_k – vidinių jėgų potencialas; $\mathbf{u'}_k$ – elemento mazginių poslinkių vektorius.

Nagrinėjamas plokščios rėminės konstrukcijos elementas lokalioje $x'0y'$ koordinačių sistemoje, pavaizduotas 1 paveiksle. Rėmui deformuojantis šio elemento taškai gali pasislinkti atstumais daug didesniais už pačio elemento matmenis. Teigiame, jog elemento forma nekinta t. y. deformacijos išlieka nedidelės. Elementas yra tempiamas ar gniuždomas ir kartu lenkiamas.



1 pav. Rėminės konstrukcijos elementas globaliojoje koordinačių sistemoje

Fig. 1. Frame structure element in global coordinate system

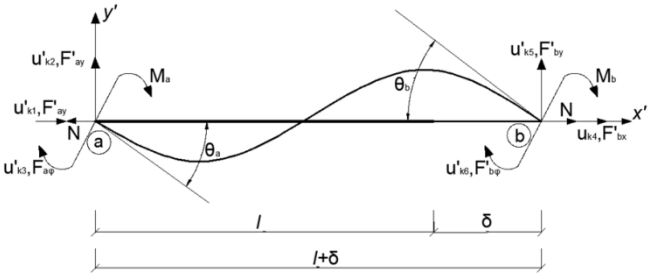
1 paveiksle pavaizduoto elemento mazginių jėgų vektorius, globalioje koordinačių sistemoje

$$\mathbf{F}_k = [F_{ax}F_{ay}F_{a\varphi}F_{bx}F_{by}F_{b\varphi}]^T.$$

Mazginių jėgų vektoriui dualus vektorius yra elemento mazginių poslinkių vektorius globalioje koordinačių sistemoje

$$\mathbf{u}_k = [u_{ax}u_{ay}u_{a\varphi}u_{bx}u_{by}u_{b\varphi}]^T.$$

Tas pats nagrinėjamas elementas lokalioje koordinačių sistemoje pavaizduotas 2 paveiksle.



2 pav. Elementas lokalioje koordinačių sistemoje

Fig. 2. Element in local coordinate system

Jo įrąžos aprašomos vektoriumi

$$\mathbf{S}_{ab} = [M_a\ M_b\ N]^T,$$

o mazginės jėgos vektoriumi

$$\mathbf{F}'_k = [F'_{ax}F'_{ay}F'_{a\varphi}F'_{bx}F'_{by}F'_{b\varphi}]^T$$

bei mazginiai poslinkiai vektoriumi

$$\mathbf{u}'_k = [u'_{k1}u'_{k2}u'_{k3}u'_{k4}u'_{k5}u'_{k6}]^T.$$

Poslinkių vektoriaus komponentai u'_{k1}, u'_{k2}, u'_{k4}, u'_{k5} yra elemento mazginių taškų linijiniai poslinkiai, kurių teigiamos kryptys sutampa su elemento lokalinių ašių x'ir y' kryptimis, o komponentai u'_{k3}iru'_{k6} yra mazginių taškų kampiniai posūkiai, kurių teigiamos kryptys sutampa su laikrodžio rodyklės judėjimo kryptimi. Taigi, toks elementas lokalioje koordinačių sistemoje turi šešis laisvės laipsnius.

Šio elemento bet kurio taško linijinis poslinkisx'ašies kryptimi (pailgėjimas ar sutrumpėjimas) aprašomas tiesine funkcija

$$u'_{kx}(x) = a_{0k} + a_{1k} \cdot x, \tag{3}$$

o linijinis poslinkis ašiai x' statmena kryptimiy' - netiesine funkcija

$$u'_{ky}(x) = a_{2k} + a_{3k} \cdot x + a_{4k} \cdot x^2 + a_{5k} \cdot x^3. \quad (4)$$

Tuomet kampinis poslinkis yra toks:

$$\varphi'_k(x) = -\frac{\partial u'_{ky}(x)}{\partial x} = -(a_{3k} + 2a_{4k} \cdot x + 3a_{5k} \cdot x^2). \quad (5)$$

Funkcijoms $u'_{kx}(x)$ ir $u'_{ky}(x)$ aproksimuoti dažniausiai naudojami Ermito daugianariai. Jų nežinant bet kurio taško linijiniams poslinkiams interpoliuoti per elemento mazginius taškus Ermito daugianarius galima gauti interpoliacines funkcijas parenkant tam tikro daugianario pavidalu (Karkauskas R., Popov M. 2009).

Taigi elemento bet kurio taško linijinių poslinkių vektorius yra toks :

$$\mathbf{u}_k(x) = [u'_{kx}(x)\ u'_{ky}(x)]^T. \quad (6)$$

Šis vektorius elemento mazginiais poslinkiais išreiškiamas per elemento formos funkcijų matricą taip:

$$\mathbf{u}_k(x) = [N_k(x)] \cdot \mathbf{u}'_k. \quad (7)$$

Čia elemento formos funkcijų matrica$[N_k(x)]$ yra tokia:

$$\begin{bmatrix} N_1(x) & 0 & 0 & N_4(x) & 0 & 0 \\ 0 & N_2(x) & N_3(x) & 0 & N_5(x) & N_6(x) \end{bmatrix}$$

Jos nariai yra Ermito daugianariai (Karkauskas R., Popov M. 2009).

$$\left.\begin{aligned} N_1(x) &= 1 - \frac{x}{l}, \\ N_2(x) &= 1 - \frac{3x^2}{l^2} + \frac{2x^3}{l^3}, \\ N_3(x) &= -x + \frac{2x^2}{l} - \frac{1x^3}{l^2}, \\ N_4(x) &= \frac{x}{l}, \\ N_5(x) &= \frac{3x^2}{l^2} - \frac{2x^3}{l^3}, \\ N_6(x) &= \frac{x^2}{l} - \frac{x^3}{l^2}. \end{aligned}\right\} \quad (8)$$

Pritaikius formos funkcijas ir atlikus tam tikrus matematinius veiksmus, gauname, kad baigtinio elemento tangentinė standumo matrica (2), yra išreiškiama kaip trijų matricų suma (Karkauskas R., Popov M. 2009):

$$[k'_\tau] = [k'_e] + [k'_g] + [k'_u]. \quad (10)$$

Čia elemento mažų poslinkių standumo matrica lokalioje koordinačių sistemoje

$$[k'_e] = E \cdot A \int_0^l [C_0]^T \cdot [C_0] dx + \\ + E \cdot I \int_0^l [C_2(x)]^T \cdot [C_2(x)] dx, \quad (11)$$

elemento geometrinė standumo matrica lokalioje koordinačių sistemoje

$$[k'_g] = A \int_0^l [C_3(x)] \boldsymbol{\sigma}_k(x) dx, \quad (12)$$

kur įtempiai elemente išreikšti per mazginius elemento poslinkius $\mathbf{u}'_k$:

$$\boldsymbol{\sigma}_k(x) = E \cdot [C_0] \cdot \mathbf{u}'_k + \\ + \frac{1}{2} \cdot E \cdot \mathbf{u}'^T_k \cdot [C_3(x)] \cdot \mathbf{u}'_k. \quad (13)$$

Elemento pradinių poslinkių standumo matrica, lokalioje koordinačių sistemoje

$$[k'_u] = E \cdot A \int_0^l [C_3(x)]^T \cdot \mathbf{u}'_k \cdot [C_0] dx + \\ + E \cdot A \int_0^l [C_3(x)]^T \cdot \mathbf{u}'_k \cdot \mathbf{u}'^T_k \cdot [C_3(x)] dx + \\ + E \cdot A \int_0^l [C_0]^T \cdot \mathbf{u}'^T_k \cdot [C_3(x)] dx. \quad (14)$$

Šiose priklausomybėse naudojamos koeficientų matricos $[C_0]$,$[C_2(x)]$ ir $[C_3(x)] = [C_1(x)]^T \cdot [C_1(x)]$yra gaunamos diferencijuojant elemento formos funkcijų matricos $[N_k(x)]$ atitinkamą eilutę:

$$[C_0] = \left[-\frac{1}{l} \quad 0 \quad 0 \quad \frac{1}{l} \quad 0 \quad 0\right],$$

$$[C_1(x)] = \left[0 \quad -\frac{6x}{l^2} + \frac{6x^2}{l^3} \quad -1 + \frac{4x}{l} - \frac{3x^2}{l^2} \quad 0 \quad \frac{6x}{l^2} - \frac{6x^2}{l^3} \quad \frac{2x}{l} - \frac{3x^2}{l^2}\right],$$

$$[C_2(x)] = \left[0 \quad -\frac{6}{l^2} + \frac{12x}{l^3} \quad \frac{4}{l} - \frac{6x}{l^2} \quad 0 \quad \frac{6}{l^2} - \frac{12x}{l^3} \quad \frac{2}{l} - \frac{6x}{l^2}\right].$$

Elemento tangentinės standumo matricos $[k'_\tau]$ sudedamąsias matricas $[k'_e]$, $[k'_g]$ir$[k'_u]$, ir joms sudaryti reikalingas koeficientų matricas, galima gauti taikant

simbolinius skaičiavimus MatLab programinio paketo aplinkoje.

Pirmiausia MatLab aplinkoje sudaromas algoritmas koeficientų matricoms $[C_0]$, $[C_1(x)]$,$[C_2(x)]$ ir $[C_3(x)]$ skaičiuoti:

```
% 1.Koeficientųmatricųformavimas.
Syms Lx
%1.1.Užrašomielementoformosfunkcijųmatricosnariai
-Ermitopolinomai.
N1=1-x/L;
N2=1-(3*x^2)/L^2+(2*x^3)/L^3;
N3=-x+(2*x^2)/L-(1*x^3)/L^2;
N4=x/L;
N5=(3*x^2)/L^2-(2*x^3)/L^3;
N6=(1*x^2)/L-(1*x^3)/L^2;

% 1.2.Formuojamaelementoformosfunkcijųmatrica.
Nk=[N1 0 0 N4 0 0;...
    0 N2 N3 0 N5 N6];

% 1.3.Koeficientųmatricos, gaunamos
diferencijuojant atitinkamas Nk eilutes.
C0=diff(Nk(1,1:6),x);
C1=diff(Nk(2,1:6),x);
C2=diff(C1);
C1t=C1.';
C3=C1t*C1;
C0t=C0.';
C2t=C2.';
C3t=C3.';
```

Formuojamas algoritmas $[k'_e]$ matricai gauti:

```
% 2.Elementomažųposlinkiųstandumomatrica.
Syms E A I
ke(1:6,1:6)=zeros;
ke1=int(C0t*C0,x,0,L);
ke2=int(C2t*C2,x,0,L);
ke=E*A*ke1+E*I*ke2;
```

Rezultatas:

```
ke =
[A*E/L, 0, 0, -A*E/L, 0, 0]
[0, 12*E*I/L^3,-6*E*I/L^2, 0, -12*E*I/L^3, -
6*E*I/L^2]
[0, -6*E*I/L^2, 4*E*I/L, 0, 6*E*I/L^2, 2*E*I/L]
[-A*E/L, 0,0, A*E/L, 0, 0]
[0, -12*E*I/L^3, 6*E*I/L^2, 0,  12*E*I/L^3,
6*E*I/L^2]
[0, -6*E*I/L^2, 2*E*I/L, 0, 6*E*I/L^2, 4*E*I/L]
```

Algoritmas$[k'_g]$ matricai gauti:

```
% 3.Elementogeometrinėstandumomatrica.
Symsu1u2u3u4u5u6
uk=[u1;u2;u3;u4;u5;u6]; %čia uk –elemento
mazginių poslinkių vektorius, lokalioje
koordinačių sistemoje.
ukt=uk.';
sigma1=C0*uk;
sigma2=ukt*C3*uk;
sg=E*sigma1+0.5*E*sigma2;
kg=A*int(C3*sg,x,0,L);
```

Dėl didelės apimties pateikiamas tik matricos $[k'_g]$fragmentas (trys pirmosios eilutės):

```
kg=[0 0 0 0 0 0;...
0 3/70*A*E/L^3*(6*u5*u6*L+6*u5*u3*L-6*u2*u6*L-
6*u2*u3*L-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*L^2+u3^2*L^2+24*u5^2-
28*L*u1+28*L*u4) 1/280*A*E/L^2*(-2*u3*L^2*u6-
24*u5*u3*L+24*u2*u3*L+72*u2*u5-36*u2^2-
u6^2*L^2+u3^2*L^2-36*u5^2+28*L*u1-28*L*u4) 0 -
3/70*A*E/L^3*(6*u5*u6*L+6*u5*u3*L-6*u2*u6*L-
6*u2*u3*L-
48*u2*u5+24*u2^2+u6^2*L^2+u3^2*L^2+24*u5^2-
28*L*u1+28*L*u4) -
1/280*A*E/L^2*(2*u3*L^2*u6+24*u5*u6*L-24*u2*u6*L-
72*u2*u5+36*u2^2-u6^2*L^2+u3^2*L^2+36*u5^2-
28*L*u1+28*L*u4);...
0 1/280*A*E/L^2*(-2*u3*L^2*u6-
24*u5*u3*L+24*u2*u3*L+72*u2*u5-36*u2^2-
u6^2*L^2+u3^2*L^2-36*u5^2+28*L*u1-28*L*u4)
1/420*A*E/L*(-3*u3*L^2*u6+3*u5*u6*L-3*u5*u3*L-
3*u2*u6*L+3*u2*u3*L-
36*u2*u5+18*u2^2+u6^2*L^2+12*u3^2*L^2+18*u5^2-
56*L*u1+56*L*u4) 0 -1/280*A*E/L^2*(-2*u3*L^2*u6-
24*u5*u3*L+24*u2*u3*L+72*u2*u5-36*u2^2-
u6^2*L^2+u3^2*L^2-36*u5^2+28*L*u1-28*L*u4) -
1/840*A*E*(-4*u3*u6*L-6*u5*u6-
6*u3*u5+6*u2*u6+6*u3*u2+3*u6^2*L+3*u3^2*L-
28*u1+28*u4);...
0 0 0 0 0 0;...
...
...
...]
```

Algoritmas$[k'_u]$ matricai gauti:

```
% 4.Elementopradiniųposlinkiųstandumomatrica.
ku(1:6,1:6)=zeros;
Ku1=int(C3t*uk*C0,x,0,L);
Ku2=int(C3t*uk*ukt*C3,x,0,L);
Ku3=int(C0t*ukt*C3,x,0,L);
ku=E*A*(Ku1+Ku2+Ku3);
```

Rezultate taip pat dėl didelės apimties pateikiamas tik matricos $[k'_u]$ fragmentas (pirmosios trys eilutės):

```
ku=[0 1/10*E*A/L^2*(-12*u2+12*u5+u3*L+u6*L) -
1/30*E*A/L*(-3*u2+3*u5+4*u3*L-u6*L) 0 -
1/10*E*A/L^2*(-12*u2+12*u5+u3*L+u6*L)
1/30*E*A/L*(3*u2-3*u5+u3*L-4*u6*L);...
1/10*E*A/L^2*(-12*u2+12*u5+u3*L+u6*L)
3/35*E*A/L^3*(-6*u2*u3*L-
6*u2*u6*L+6*u5*u3*L+6*u5*u6*L+24*u2^2-
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*L^2+u6^2*L^2)
1/140*E*A/L^2*(-2*u3*L^2*u6-
36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*L-36*u5^2-
24*u5*u3*L+u3^2*L^2-u6^2*L^2) -1/10*E*A/L^2*(-
12*u2+12*u5+u3*L+u6*L) -3/35*E*A/L^3*(-6*u2*u3*L-
6*u2*u6*L+6*u5*u3*L+6*u5*u6*L+24*u2^2-
48*u2*u5+24*u5^2+u3^2*L^2+u6^2*L^2) -
1/140*E*A/L^2*(u3^2*L^2+2*u3*L^2*u6+36*u5^2-
72*u2*u5+24*u5*u6*L+36*u2^2-24*u2*u6*L-
u6^2*L^2);...
-1/30*E*A/L*(-3*u2+3*u5+4*u3*L-u6*L)
1/140*E*A/L^2*(-2*u3*L^2*u6-
36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*L-36*u5^2-
24*u5*u3*L+u3^2*L^2-u6^2*L^2) 1/210*E*A/L*(-
3*u3*L^2*u6+18*u2^2-36*u2*u5+3*u2*u3*L-
3*u2*u6*L+18*u5^2-
3*u5*u3*L+3*u5*u6*L+12*u3^2*L^2+u6^2*L^2)
1/30*E*A/L*(-3*u2+3*u5+4*u3*L-u6*L) -
1/140*E*A/L^2*(-2*u3*L^2*u6-
36*u2^2+72*u2*u5+24*u2*u3*L-36*u5^2-
24*u5*u3*L+u3^2*L^2-u6^2*L^2) -1/420*E*A*(-
4*u3*u6*L+3*u3^2*L-6*u3*u5+6*u3*u2-
6*u5*u6+6*u2*u6+3*u6^2*L);...
...]
```

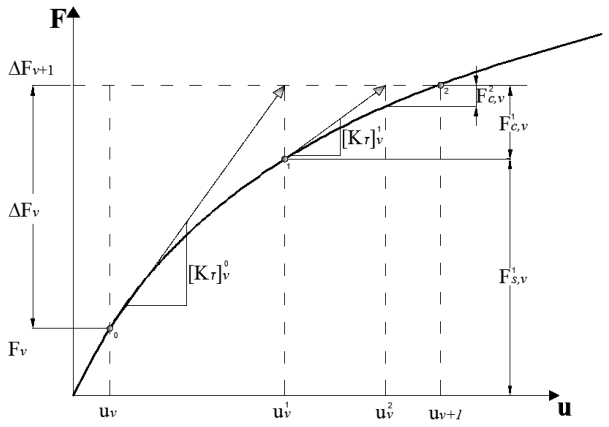
Tangentinės standumo matricos formuojamos kiekvienam elementui atskirai lokaliojoje koordinačių sistemoje. Iš lokaliųjų komponentų elemento tangentinė standumo matrica transformuojama į globaliuosius. Tam reikia sudaryti elemento krypties transformacijos matricą $[T_{ab}]$ (Dulmanas V. Karkauskas R. 1992). Tuomet elemento tangentinė standumo matrica globaliojoje koordinačių sistemoje yra tokia:

$$[k_\tau] = [T_{ab}]^T \cdot [k'_\tau] \cdot [T_{ab}]. \quad (15)$$

Jas sujungus gaunama netiesinės lygties (1) globalioji tangentinė standumo matrica $[K_\tau]$.

Tangentinio standumo metodo realizacija

Sistema (1) yra netiesinių lygčių sistema. Tokia sistema sprendžiama taikant iteracinį apkrovos kontrolės Newtono – Raphsono metodą. Jo principinė schema pavaizduota 3 paveiksle.



3 pav. Newtono – Raphsono metodas
Fig. 3. Newton – Raphson method

Taikant šį metodą, apkrovos vektorius **F** skaidomas į dalis ir kiekvieno žingsnio metu didinamas tam tikru prieaugiu $\Delta\mathbf{F}_v$. Kiekvienu apkrovos prieaugio didinimo žingsniu v atliekamos iteracijos i siekiant eliminuoti nesubalansuotas jėgas $\mathbf{F}^i_{c,v}$. Nesubalansuotos jėgos atsiranda dėl disbalanso tarp mazgo vidinių ir išorinių jėgų:

$$\mathbf{F}^i_{c,v} = \mathbf{F}_{v+1} - \mathbf{F}^i_{s,v}, \quad (16)$$

čia:
$\mathbf{F}^i_{c,v}$ – nesubalansuotų mazginių jėgų vektorius v-tojo žingsnio i –tosios iteracijos gale;
$\mathbf{F}_{v+1}$ - mazgo išorinių jėgų vektorius v-tojo žingsnio gale;
$\boldsymbol{F}^i_{s,v}$- mazginių vidinių jėgų vektorius v-tojo žingsnio i – tosios iteracijos gale.

Šios paklaidos (nesubalansuotos mazginės jėgos) atsiranda ištiesinant uždavinį, t. y. standumo matrica formuojama naudojant prieš tai buvusios iteracijos metu nustatytas mazgų poslinkių reikšmes.

Geometriškai netiesinės rėminės konstrukcijos, nepasiekusios plastiškojo suirimo, optimizacijos matematinis modelis

Kai nagrinėjama konstrukcija patiria plastines deformacijas, optimizacijos uždavinys formuluojamas taip: žinant rėmo konfigūraciją ir išorinių apkrovų pridėjimo vietas bei dydį, reikia rasti strypų skerspjūvių plotų A (ribinių įrąžų S_0) pasiskirstymą, tenkinantį priimtą optimalumo kriterijų (pvz. minimalų konstrukcijos tūrį).

Optimizacijos uždavinio apribojimai turi apibūdinti konstrukcijos tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį (ĮDB), kai atskiruose jos elementuose atsiranda plastinių deformacijų, tačiau konstrukcija dar plastiškai nesuyra. Taikant ekstreminį energijos sklaidos minimumo principą ir matematinio programavimo teoriją, rėminės konstrukcijos optimizacijos uždavinio matematinis modelis yra (Atkočiūnas J., Karkauskas R. 2010):

$$\begin{aligned} &\text{Rasti} && \mathbf{L}^T\mathbf{S}_0 \to min, \\ &\text{kai} && [\Gamma]\mathbf{S}_0 - [\Phi_c]\mathbf{S}_r \geq [\Phi_c]\mathbf{S}_e, \\ & && [A_n]\mathbf{S}_r = \mathbf{F} - [A_n]\mathbf{S}_e, \\ & && \mathbf{S}_0 \geq \mathbf{S}_0^{min}. \end{aligned} \quad (17)$$

Čia: $\mathbf{L}$ – tikslo funkcijos koeficientų vektorius (konstrukcijos strypų su tuo pačių ribinės įrąžos dydžiu suminių ilgių vektorius); $\mathbf{S}_0$ – ribinių įrąžų vektorius; $[\Gamma]$ – konfigūracijos matrica; $[\Phi_c]$ – takumo sąlygų matrica; $\mathbf{S}_r$ – liekamųjų įrąžų vektorius; $\mathbf{S}_e$ – netiesinio skaičiavimo tamprių įrąžų vektorius; $\mathbf{F}$ – išorinės apkrovos vektorius; $[A_n]$ – netiesinio skaičiavimo pusiausvyros lygčių, įvertinančių geometrijos kitimą, koeficientų prie nežinomųjų matrica; $\mathbf{S}_0^{min}$ – ribinių įrąžų vektorius, atspindintis konstrukcinius apribojimus.

Optimizacijos uždavinys yra tiesinio matematinio programavimo uždavinys, kurio sprendimui taikysime anksčiau aptartą Newtono – Raphsono iteracinį apkrovos kontrolės metodą.

Tampri plastinė geometriškai netiesinė analizė

Norint sužinoti optimalios konstrukcijos, nepasiekusios visiško plastiškojo suirimo, tikrąjį ĮDB, sprendžiamas analizės uždavinys.

Analizės uždavinio formuluotė: nustatyti plastiškai deformuojamos konstrukcijos ĮDB, kai jos forma, veikiančios apkrovos pobūdis, dydis bei fizikiniai skerspjūvių ir medžiagos parametrai yra žinomi. Optimalių skerspjūvių parametrai išreiškiami per ribines įrąžas $\mathbf{S}_0$.

Rėminės konstrukcijos, kurios elementai patiria plastines deformacijas, analizės uždavinio matematinio modelio formuluotė yra tokia (Atkočiūnas J., Karkauskas R. 2010):

Rasti $\frac{1}{2}\mathbf{S}_r^T D\mathbf{S}_r \to min,$

kai $[\Phi_c]\mathbf{S}_r \le \mathbf{S}_0 - [\Phi_c]\mathbf{S}_e,$

(18)

$$[A_n]\mathbf{S}_r = \mathbf{F} - [A_{\boldsymbol{n}}]\mathbf{S}_{\boldsymbol{e}}.$$

Čia tikslo funkcija yra kvadratinė, o apribojimų sąlygos tiesinės. Todėl tai yra iškilojo kvadratinio matematinio programavimo uždavinys, turintis vieną ekstremumą (Karkauskas R. 2004). Šis uždavinys sprendžiamas, taikant kvadratinio matematinio programavimo teoriją ir specialius algoritmus. Gaunamos tikrosios įrąžos $\mathbf{S} = \mathbf{S}_e + \mathbf{S}_r$ ir tikrieji poslinkiai $\mathbf{u} = \mathbf{u}_e + \mathbf{u}_r$ optimalioje konstrukcijoje, nepasiekusioje visiško plastiškojo suirimo, bet kuriame apkrovimo etape.

Tiek (17) tiek (18) uždavinių stiprumo sąlygose esančių takumo sąlygų matricų sudarymui, naudojamos išraiškos, aprašančios j-tojo pjūvio takumo sąlygas yra tokios:

$$\begin{cases} M_{0j} - |M_j| \ge 0, \\ M_{0j} - \frac{|M_j|}{1{,}18} - c_j^+ N_j \ge 0, \\ M_{0j} + \frac{|M_j|}{1{,}18} + c_j^- N_j \ge 0. \end{cases} \tag{19}$$

Čia ekscentricitetai c^+ ir c^- apibūdina ryšį tarp ribinio lenkimo momento ir ribinės ašinės jėgos. Tempiamiems elementams:

$$c^+ = \frac{M_{oj}}{N_{0j}} = \frac{\sigma_y a_3 A^{b_3}}{\sigma_y A} = a_3 A^{b_3 - 1}; \tag{20}$$

o gniuždomiems elementams:

$$c^- = \frac{M_{oj}}{N_{crj}} = \frac{\sigma_y a_3 A^{b_3}}{\chi \sigma_y A} = \frac{a_3}{\chi} A^{b_3 - 1}. \tag{21}$$

Čia N_{crj} – ribinė ašinė jėga, išreiškiama taip: $N_{crj} = \chi \sigma_y A$, kur χ – takumo įtempių redukcijos koeficientas, priklausantis nuo sąlyginio gniuždomo elemento liaunio, randamo pagal EC3 nurodymus.

Konstrukcijos, patyrusios plastines deformacijas, optimizacijos – analizės uždavinių sprendimo algoritmas, pavaizduotas 5 paveiksle.

Skaitinis eksperimentas

Optimizacijos ir analizės uždavinių matematinių modelių (17) ir (18) skaitinės realizacijos ypatumai atskleidžiami nagrinėjant vieno tarpatramio trijų aukštų laisvąjį rėmą. Rėmo skaičiuojamoji schema pateikta 4 pav., a. Jį sudaro 6 kolonos ir 3 sijos. Rėmas projektuojamas su vienodo dydžio ribinėmis įrąžomis tam tikroms konstrukcijos grupėms, t. y. M_{01} ribinę įrąžą turi visos kolonos, o M_{02} – visos sijos. Ribinių įrąžų pasiskirstymas konstrukcijoje pavaizduotas 4 pav., a. Kolonos projektuojamos iš europinio standarto HEB profiliuočių, sijos iš europinio standarto IPE profiliuočių. Konstrukcijos strypų skerspjūvių pradinės geometrinės charakteristikos skaičiuojamos pagal formules (Atkočiūnas J., Karkauskas R. 2010):

$$I_x = a_1 A^{b_1}, \tag{22}$$

$$W_{pl} = a_3 A^{b_3}, \tag{23}$$

čia I_x – skerspjūvio inercijos momentas; W_{pl} – skerspjūvio plastinis atsparumo momentas; A – pradinis skerspjūvio plotas; a_1, a_3, b_1, b_3 – geometrinių charakteristikų koeficientai, kurie pateikti 1 lentelėje.

Plieno takumo riba priimama $\sigma_y = 235\ MPa$, medžiagos tamprumo modulis $E = 205\ GPa$.

1 lentelė. Profiliuočių geometrinių charakteristikų koeficientai
Table 1. Coefficients of profiles geometric characteristics

Profiliuočio tipas	a1	b1	a3	b3
IPE	0,7885	2,3210	0,8411	1,6572
HEB	0,2639	2,2917	0,4933	1,6467

Rėmo mazgų galimų poslinkių schema (rėmo diskretinis modelis) pavaizduota 4 pav., b. Rėmo diskretinį modelį sudaro12 baigtinių elementų, sujungtų 11-oje mazgų. Diskretinio modelio laisvumo laipsnis yra m=30. Bendras nežinomųjų įrąžų skaičius yra n=36, nes kiekvienas elementas turi po du lenkimo momentus ir ašinę jėgą.

Konstrukcinio reikalavimo ribinės įrąžos kitimo apatinė riba $\mathbf{S}_{0,cr}^{min}$ siejama su ribinio lenkimo momento minimaliąja

reikšme $M_{0,cr}^{min}$. Ją gauname pagal STR 2.05.08:2005 reikalavimus ribiniam liauniui λ_{lim}:

$$M_{0,cr}^{min} = \sigma_y a_3 \left(\frac{l_b^2}{a_1 \lambda_{lim}^2}\right)^{\frac{b_3}{b_1-1}}, \quad (24)$$

čia: l_b – elemento klumpamasis ilgis, pagal STR 2.05.08:2005.

Ribinis liaunis λ_{lim} skaičiavimuose neribojamas, visiems konstrukcijos elementams priimamas $\lambda \leq \lambda_{lim} = 120$.

Rėmo geometriškai netiesinės optimizacijos uždavinio pagal matematinį modelį (17) rezultatai pateikti 2 lentelėje. Iteracinio skaičiavimo optimalus sprendinys tenkinantis pasirinktą tikslumą gaunamas po 4optimizacijositeracijų. 2 lentelės paskutinėje eilutėje pateiktos konstrukcijos optimalių skerspjūvių plotų reikšmės, ir optimalus konstrukcijos tūris V.

Skaičiavimai yra atlikti MatLab aplinkoje, taikant tiesinio uždavinio sprendimo paprogramę „linprog“.

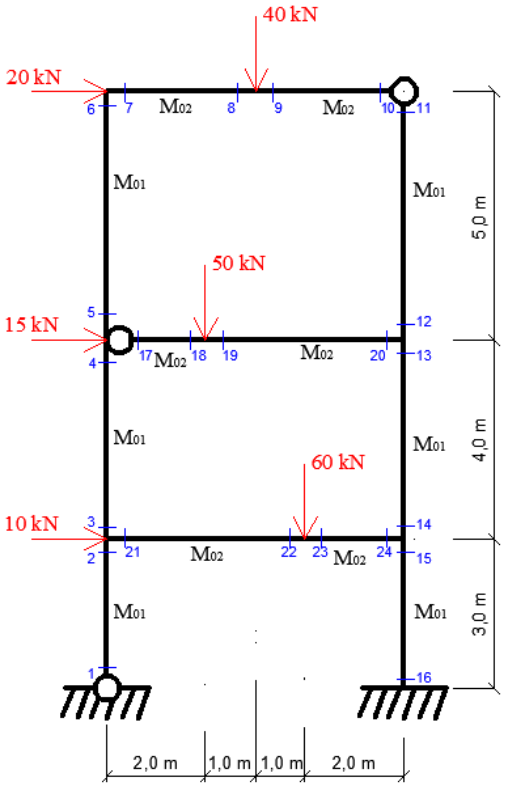
2 lentelė. 3 aukštų rėmo optimalaus tūrio sprendinio kitimas iteracijose
Table 2. The optimum volume of 3-storey steel frame solution convergence per iterations

Nr.	M_{01}, kNm	M_{02}, kNm	A_1, cm^2	A_2, cm^2	V, cm^3
1	62,39463	92,1009	45,54589	40,75254	3155,287
2	49,26542	92,20373	39,45842	40,77999	2842,037
3	49,28571	92,14286	39,46829	40,76374	2841,429
4	49,28571	92,14286	39,46829	40,76374	2841,429

Konstrukcijos nepasiekusios visiško plastiškojo suirimo analizės uždavinio (18) sprendimas MatLab aplinkoje atliktas taikant paprogramę „quadprog“. Čia priklausomai nuo apkrovos dydžio yra įvertinamas konstrukcijos geometrijos kitimas, plastiškojo deformavimosi metu ir nustatoma plastiškųjų lankstų susidarymo seka.

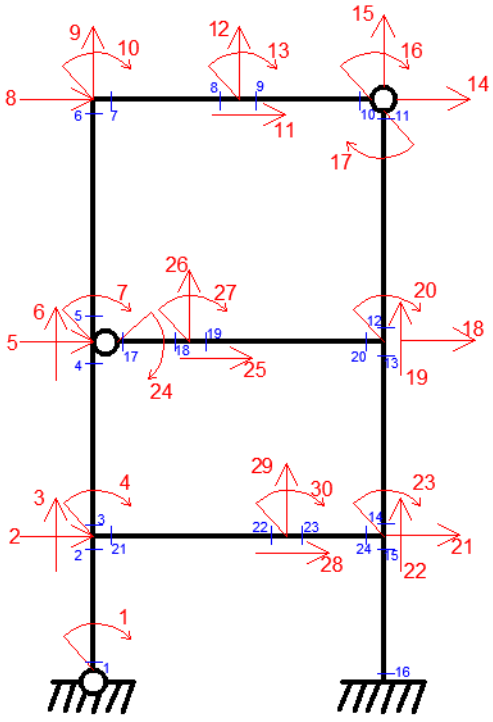
Išsprendus netiesinės analizės uždavinį, gaunami konstrukcijos tikrieji poslinkiai ir tikrosios įrąžos. Didžiausias horizontalus konstrukcijos poslinkis yra $u_8 = 0{,}4817$ m.

Plastinių lankstų susidarymo vietos, konstrukcijoje nepasiekusioje visiško plastinio suirimo, įvertinant geometrijos kitimą, pavaizduotos 6 pav.

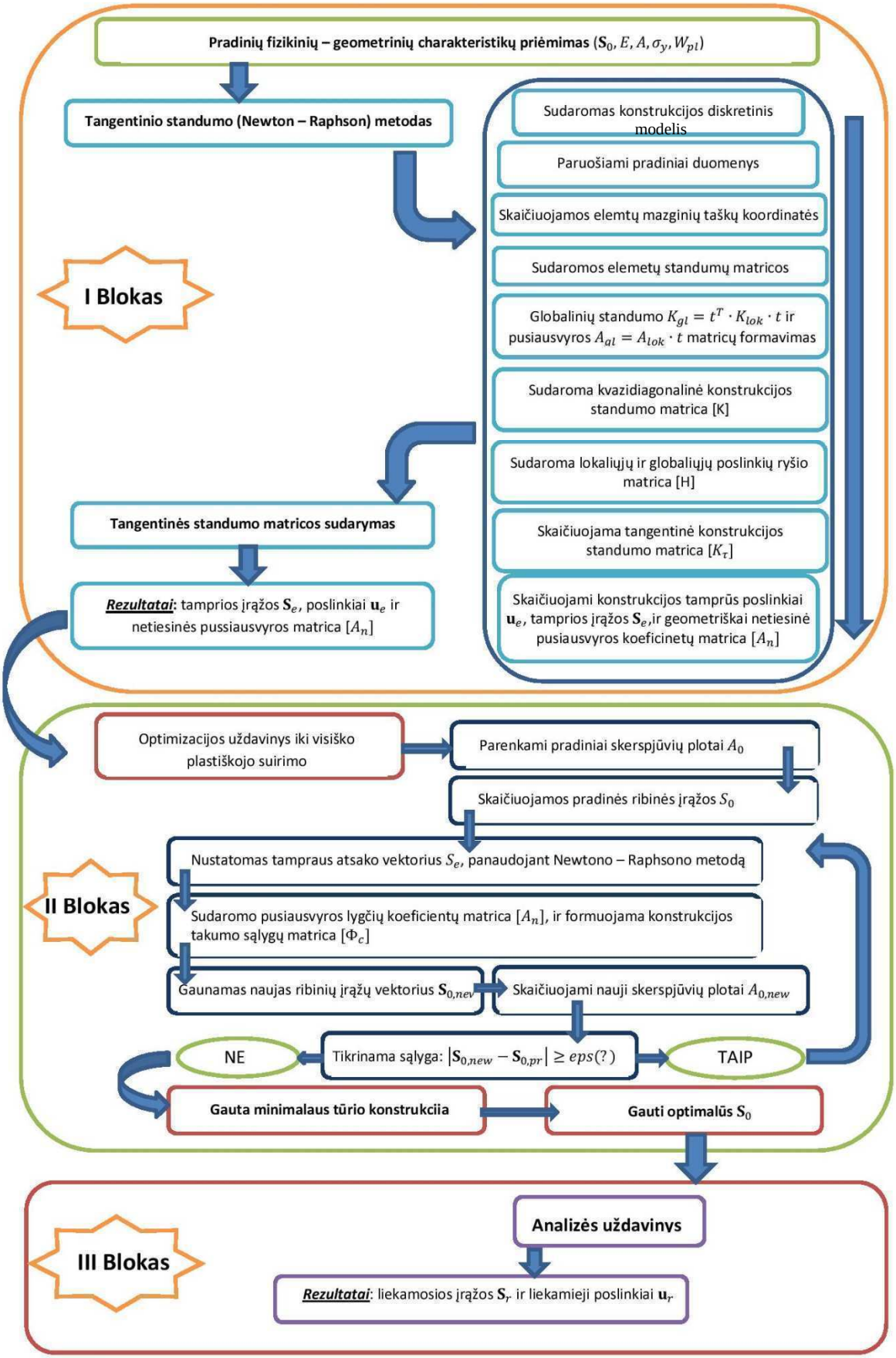


4 pav., a.3-jų aukštų rėmo skaičiuojamoji schema
Fig. 4., a. 3-storey frame computational schema

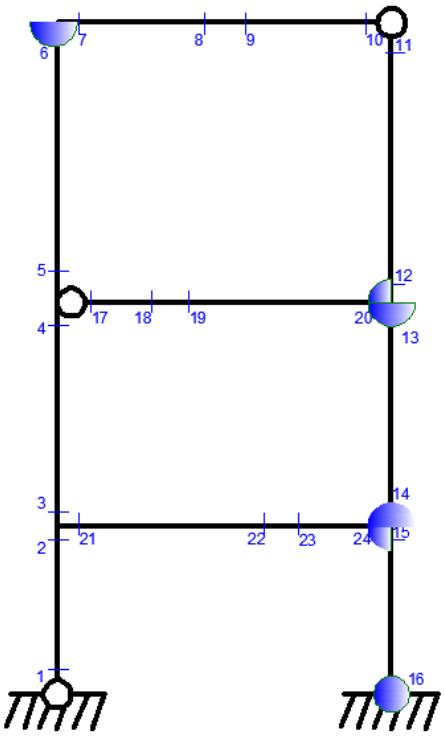
Rėmo mazgų galimų poslinkių schema (galimų poslinkių kryptys pavaizduotos rodyklėmis) pateikta 4 pav., b.



4 pav., b. Diskretinis modelis
Fig. 4. b. Discrete model



5 pav. Optimizacijos – analizės bendroji uždavinio schema
Fig. 5. Optmization – analysis common task schema



6 pav. Plastinių deformacijų susidarymo zonos
Fig. 6. Zones of plastic deformations concentration

Pilnas rutuliukas vaizduoja tokį mazgą, kuriame jau vyksta plastinis tekėjimas, t. y. deformacijos didėja nedidinant apkrovos. Mazguose, kuriuose plastinės deformacijos yra išsivysčiusios tik dalinai, t. y. tik keliuose pjūviuose, tai toks mazgas dar nėra pilnai plastiškai suiręs.

Toliau analizuojant konstrukciją nustatoma apkrovos dalis, prie kurios neatsiranda jokių plastinių deformacijų, t. y. konstrukcija dirba tampriai. Tai $\mathbf{0.719}\boldsymbol{F}$, vos tik viršijus šį apkrovos dydį atsiranda pirmoji plastinė deformacija.

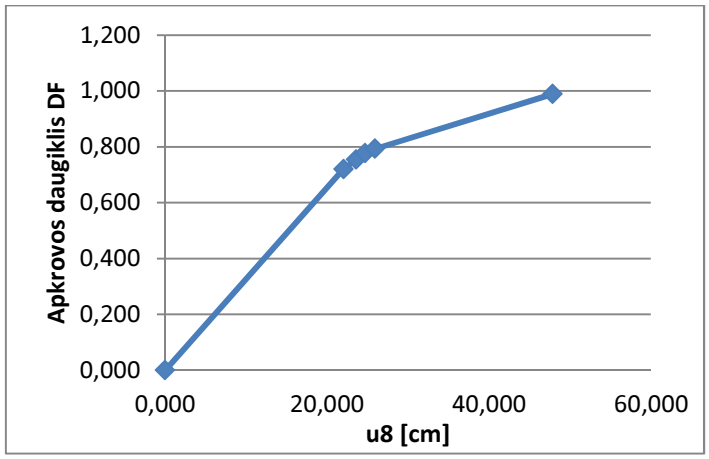
7 paveiksle pateikta rėmo horizontalaus poslinkio (u_8) priklausomybės nuo apkrovos dydžio diagrama (apkrova kinta nuo nulio iki maksimalios vertės).

3 lentelėje pateikiama poslinkio reikšmė esant konkrečiam apkrovos lygiui.

3 lentelė. Poslinkių kitimas, priklausomai nuo apkrovos lygio DF
Table 3. Displacement changes according to load factor DF

Pl. lanksto Nr.	1	2	3	4	5
DF	0,000	0,720	0,754	0,777	0,793
u_8 *(cm)*	0,000	22,030	23,590	24,710	25,930

Iš lentelės ir diagramos matome kaip formuojasi plastiniai lankstai – sudaryta konstrukcijos plastinio deformavimosi trajektorija.



7 pav. Poslinkio u_8 kitimo grafikas didėjant apkrovai, (reikšminiai taškai tai plastinių lankstų susidarymo seka)
Fig. 7. Displacement $u_8$changes chart regarding load factor (key dots represents the place of occurrence of plastic hinges)

Išvados

1. Sudarytas lenkiamo ir kartu tempiamo ar gniuždomo elemento tangentinės standumo matricos formavimo MatLab aplinkoje simbolinis skaičiavimo algoritmas, formuojant mažų poslinkių standumo, geometrinę standumo ir pradinių poslinkių standumo matricas;
2. Pateiktos šių matricų analitinės išraiškos.
3. Sudarytas rėminės konstrukcijos, nepasiekusios visiško plastiškojo suirimo pilnas optimizacijos ir analizės uždavinių, įvertinant geometrijos kitimo įtaką, sprendimo algoritmas.
4. Atliktas skaitinis eksperimentas. Pasirinktai rėminei konstrukcijai rastas optimalus sprendinys tenkinantis takumo sąlygas ir konstrukcinius apribojimus. Taip pat išspręstas optimalios konstrukcijos analizės uždavinys įvertinant konstrukcijos geometrijos kitimą.
5. Sudaryta pasirinktos geometrijos rėmo plastiškojo deformavimosi trajektorija.

Literatūra

Atkočiūnas, J.; Karkauskas, R. 2010. *Tampriųjų plastinių strypinių konstrukcijų optimizavimas* [Optimization of elastic plastic beam constructions]. Vilnius: Technika. 367 p.

Atkočiūnas, J.; Nagevičius, J.2004. *Tamprumo teorijos pagrindai* [Theory of Elasticity]. Vilnius: Technika. 528 p.

Barauskas, R. *et al*. 2004. *Baigtinių elementų metodo pagrindai* [Basis of finite elements method], Vilnius: Technika 612 p.

Čyras, A. *et al*. 2004. *Standžių plastinių sistemų optimizacijos teorija ir metodai* [Theory and methods of optimization of rigid-plastic systems], Vilnius: Technika 354 p.

Dulmanas, V.; Karkauskas, R. 1992. *Tamprių strypinių sistemų skaičiavimas baigtinių elementų metodu* [Calculations of elastic beam structures, using finite elements method], Vilnius: Technika 92 p.

Eurokodas 3. Plieninių konstrukcijų projektavimas 1-1 dalis [EC3. Design of Steel Structures Vol. 1-1], Lietuvos standartizacijos departamentas, 2007. 102 p.

Karkauskas, R.; Popov, M. 2009. Netamprių geometriškai netiesinių plieninių rėminių konstrukcijų skerspjūvių optimizavimo algoritmas, *Statybinės konstrukcijos ir technologijos* [Engineering structures and technologies] 1(1):10-22.

Karkauskas, R.; 2007. Optimization of geometrically non-linear elastic-plastic structures in the state prior to plastic collapse, *Journal of civil engineering and management* 13(3):183-192.

STR 2.05.08:2005. Plieninių konstrukcijų projektavimas [Design of Steel Structures]. Vilnius. 2005.

GEOMETRICALLY NONLINEAR ANALYSIS OF ELASTIC-PLASTIC FRAME

L. Liepa, R. Karkauskas

Summary

Algorithm of steel inelastic frame structures evaluating the geometrical nonlinearity optimization and analysis problem are presented. The tangent stiffness matrix for frame, which elements are bending and tensioning or compressing, using MatLab symbolic calculations are developed. The elastic response of frame which elements geometry has changed is calculated using Newton-Raphson iterative load control method. Numerical experiment has been performed for the frame steel structure. The optimal volume of the structure, prior plastic collapse is obtained. The results of analysis task evaluating the geometrical changes of the structure elements are residual stresses and displacements. The sequence of plastic hinges appearance, according to load factor, has been made.

Keywords: optimization, analysis, geometrical nonlinearity, plastic hinge, Newton-Raphson.

ANGŲ GAISRINIO SKYRIAUS ATITVAROSE ĮTAKA PARAMETRINĖS TEMPERATŪROS KREIVĖS FORMAI

Raimonda Laugalytė[1], Arvydas Sungaila[2], Liudas Liepa[3]

[1]*Metalinių ir medinių konstrukcijų katedra,* [2,3]*Statybinės mechanikos katedra, Vilnius, Lithuania*

El. paštas: [1]*raimondalaugalyte@gmail.com,* [2]*arvydas.sungaila@gmail.com,* [3]*liudas.liepa@gmail.com*

Santrauka. Darbe pateikiama išnagrinėta supaprastinto skaičiavimo pagal EC1 A priedą metodika parametrinei gaisro temperatūros – laiko kreivei gauti. Rezultatų palyginimui atlikas skaičiavimas Ozone V2 programa, modeliuojant gaisrą patalpoje, taikant kombinatą zonų modelį. Pasirinktam patalpos modeliui sudaryti angų išsidėstymo galimų konfiguracijų septyni variantai, susidedantys iš 4 povariančių. Rezultatų palyginimui pateikiami temperatūros-laiko kreivės grafikai sudaryti kiekvienam variantui atskirai, bei bendras variantų maksimalių temperatūrų priklausomybės nuo angų faktoriaus grafikas. Suformuotos išvados.

Raktažodžiai: gaisrinis skyrius, angos, atitvaros, parametrinė temperatūros-laiko kreivė.

Įžanga

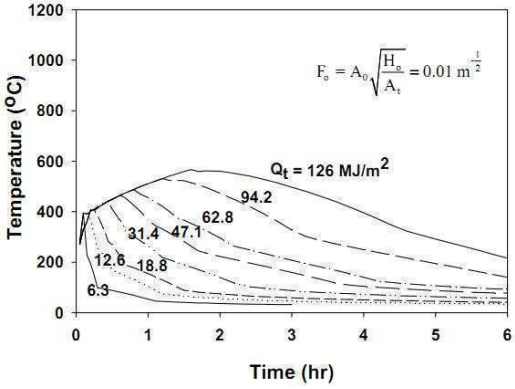
Gaisro vystimosi stadijos mažose patalpose (kai didžiausi patalpos grindų ploto matmenys 6.0m x 6.0m, aukštis 2.4m - 3.0m (Buchanan 2001)) intensyviai nagrinėjamos ir aprašytos daugelyje mokslinių darbų, publikuotų plačiai prieinamoje literatūroje (Buchanan 2001; Karlsson and Quintiere 2000; Cox 1995; Drysdale 1985). Ši problema formuluojama daugiau nei aštuonis dešimtmečius.

Karlssonas ir Quintiere pateikė pagrindinius faktorius, darančius įtaką gaisro plitimui patalpoje (Karlsson and Quintiere 2000):

1. Gaisro kilimo stiprumas ir jo vieta;
2. Gaisro apkrovą sudarančių komponentų kiekis, pozicija, orientacija, paviršiaus plotas;
3. Patalpos geometrija, matmenys;
4. Angų dydis ir padėtis gaisriniame skyriuje;
5. Gaisrinio skyriaus atitvaras sudarančių medžiagų šiluminės savybės.

Magnusonas ir Telandersonas (Magnusson and Thelandersson 1970) sudarė temperatūrines laiko kreives, priklausomai nuo gaisro apkrovos Q_t ir angų parametro F_0. Parametrinė temperatūros - laiko kreivė - tai analitinė funkcija, kuri parodo gaisrinio skyriaus dujų temperatūros kitimą laike. Pagrindiniai šios kreivės parametrai apibūdina svarbiausius fizikinius reiškinius, kurie daro įtaką gaisro vystymuisi patalpoje. Iš šių kreivių gautos pagrindinės priklausomybės pateikiamos Eurokodo 1991-1-2 dalyje A priede. Magnussono ir Thelandersono (Magnusson and Thelandersson 1970) temperatūrinės laiko kreivės pateiktos 1-4 paveiksluose.

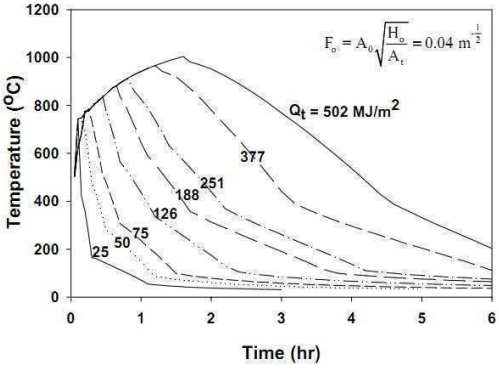
Temperatūros-laiko kreivė, kai angų parametras $F_0 = 0.01\ m^{0,5}$, priklausomai nuo gaisro apkrovos, pateikta 1 paveiksle.



1 pav. Temperatūros - laiko kreivė, kai $F_0 = 0.01\ m^{0,5}$

Fig. 1. Temperature – time curve, when $F_0 = 0.01\ m^{0,5}$

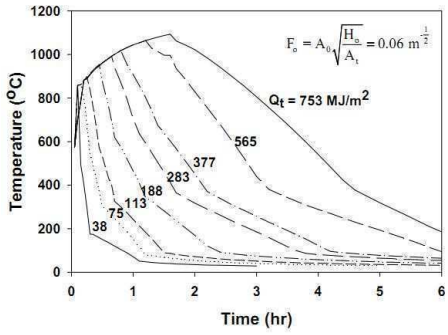
Kai angų parametras $F_0 = 0.04\ m^{0,5}$, temp.– laiko kreivė pavaizduota 2 paveiksle.



2 pav. Temperatūros - laiko kreivė, kai $F_0 = 0.04\ m^{0,5}$

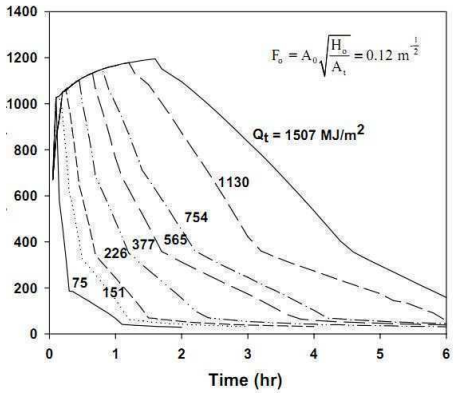
Fig. 2. Temperature – time curve, when $F_0 = 0.04\ m^{0,5}$

Kai angų parametras $F_0 = 0.06\ m^{0,5}$, temp.– laiko kreivė pavaizduota 3 paveiksle.



3 pav. Temperatūros - laiko kreivė, kai $F_0 = 0.06\ m^{0,5}$
Fig. 3. Temperature – time curve, when $F_0 = 0.06\ m^{0,5}$

4 paveiksle matyti kaip keičiasi kreivės forma, kai angų parametras $F_0 = 0.12\ m^{0,5}$.



4 pav. Temperatūros - laiko kreivė, kai $F_0 = 0.12\ m^{0,5}$
Fig. 4. Temperature – time curve, when $F_0 = 0.12\ m^{0,5}$

Buchanano (Buchanan 2001), Karlssono ir Quitiere (Karlsson and Quintiere 2000) darbuose bandyta patobulinti Magnussono ir Thelandersono kreivių sudarymo metodiką tikslesnėms kreivėms sudaryti. 1-4 pav. matyti, kad kreivės reikšmės sparčiai didėja didėjant vėdinimą apibūdinantiems parametrams ir gaisrinei apkrovai.

Parametrinės temperatūrinės laiko kreivės apibūdinimas yra labai sudėtingas uždavinys, nes turi būti atsižvelgta ne į vieną, o į keletą veiksnių: medžiagos degumą ir užsiliepsnojimą gaisriniame skyriuje, šilumos išsisky-rimo lygį, liepsnos paplitimą. Parametrinės temperatūrinės laiko kreivės forma priklauso nuo pagrindinių parametrų: angų (durys, langai), ventiliacijos srautų ir panašių veiksnių (Blagojevič 2011).

Pagrindiniai trys parametrai, apibūdinantys parametrinę laiko kreivę:

- koeficientas b, kuris įvertina atitvarų šilumines charakteristikas;
- skaičiuotinis gaisro apkrovos tankis $q_{t,d}$;
- angų faktorius *O*.

Šiame darbe nagrinėsime vieną iš šių pagrindinių parametrų – angų faktorių O, kuris bus kintamasis dydis temperatūrinės laiko kreivės skaičiavimui.

Tyrimo sritis

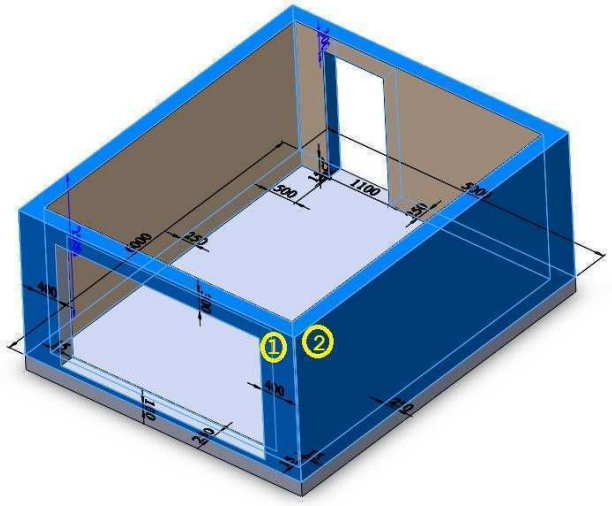
Nagrinėjant gaisro modelius turi būti žinomos pastato charakteristikos. Gaisrinis skyrius turi būti apibrėžtas ne tik pagal matmenis, bet taip pat ir pagal sienų, galinčių akumuliuoti ar perduoti didelę dalį gaisro metu atsiradusios energijos šilumines charakteristikas bei angas, pro kurias galimi oro mainai su gaisrinio skyriaus išore.

Šiame darbe plačiau panagrinėsime angų įtaką gaisriniame skyriuje varijuodami angos plotį ir lygiavertį aukštį.

Skaičiavimo rezultatai pateikiami parametrinės temperatūros – laiko kreivės grafikuose.

Pagrindiniai duomenys skaičiavimams atlikti ir skaičiavimo prielaidos

Analizei buvo parinktas gyvenamasis vieno kambario butas, kurio išoriniai sienų matmenys 5,0 m x 6,0 m (5 pav.). Buto grindys ir lubos – betoninės, o sienos iš betono ir gipso plokščių.



5 pav. Patalpos modelis
Fig. 5. Compartment model

Bendrosios skaičiavimo prielaidos:

- Visos angos gaisro metu atviros.
- Durys yra pastovi anga, jos matmenys ir padėtis nekinta skaičiavimų metu.
- Langai – nepastovūs, jų matmenys bei padėtis kintami dydžiai, kurie užsiduodami prieš kiekvieną skaičiavimą.

Kintamieji parametrai

Sudaryti 7 skaičiavimo variantai, kurie pateikti 1 lentelėje. Pagal STR 2.02.01:2004 reikalavimus parenkami minimalūs angų matmenys. Langų matmenys pirmoje ir antroje atitvarose priimami tokie, kad užimtų atitinkamai 20, 40, 60 ir 80 proc. atitvaros ploto. Pirma ir antra atitvaros 5 paveiksle pažymėtos „1“ ir „2“ numeriais. H – tai angos aukštis, W – angos plotis.

1 lentelė. Angų išdėstymo variantai

Table 1. Openings positioning options

1·VARIANTAS¤			2·VARIANTAS¤		
Anga·pirmoje·atitvaroje¤			Anga·pirmoje·atitvaroje¤		
W,·m¤	H,·m¤	%¤	W,·m¤	H,·m¤	%¤
2,5¤	1,0¤	20¤	2,4¤	1,25¤	20¤
4,0¤	1,25¤	40¤	5,0¤	1,2¤	40¤
3,75¤	2,0¤	60¤	4,5¤	2,0¤	60¤
4,2¤	2,4¤	80¤	5,4¤	2,2¤	80¤
3 VARIANTAS					
Anga pirmoje atitvaroje			Anga antroje atitvaroje		
W, m	H, m	%	W, m	H, m	%
2,5	1,0	20	2,4	1,25	20
4,0	1,25	40	5,0	1,2	40
3,75	2,0	60	4,5	2,0	60
4,2	2,4	80	5,4	2,2	80
4 VARIANTAS					
Anga pirmoje atitvaroje			Anga antroje atitvaroje		
W, m	H, m	%	W, m	H, m	%
2,5	1,0	20	2,4	1,25	20
2,5	1,0	20	5,0	1,2	40
2,5	1,0	20	4,5	2,0	60
2,5	1,0	20	5,4	2,2	80
5 VARIANTAS					
Anga pirmoje atitvaroje			Anga antroje atitvaroje		
W, m	H, m	%	W, m	H, m	%
4,0	1,25	40	2,4	1,25	20
4,0	1,25	40	5,0	1,2	40
4,0	1,25	40	4,5	2,0	60
4,0	1,25	40	5,4	2,2	80
6 VARIANTAS					
Anga pirmoje atitvaroje			Anga antroje atitvaroje		
W, m	H, m	%	W, m	H, m	%
3,75	2,0	60	2,4	1,25	20
3,75	2,0	60	5,0	1,2	40
3,75	2,0	60	4,5	2,0	60
3,75	2,0	60	5,4	2,2	80
7 VARIANTAS					
Anga pirmoje atitvaroje			Anga antroje atitvaroje		
W, m	H, m	%	W, m	H, m	%
4,2	2,4	80	2,4	1,25	20
4,2	2,4	80	5,0	1,2	40
4,2	2,4	80	4,5	2,0	60
4,2	2,4	80	5,4	2,2	80

Norėdami gauti kuo tikslesnius skaičiavimus ir padaryti lyginamąją analizę atliksime dviejų tipų skaičiavimus:

- Taikant EC1 A priede supaprastintą metodiką.
- „Ozone V2“ programa.

Skaičiavimo supaprastintu metodu pagrindinės prielaidos

Dujų temperatūros skaičiavimui pasirinktas parametrinio gaisro modelis. Parametrinius gaisrus aprašantys parametrai padeda įvertinti fizikinius reiškinius, galinčius veikti gaisro plėtrą tam tikruose pastatuose. Kaip ir vardiniai gaisrai, jie apima temperatūros ir laiko sąryšius.

Parametriniai gaisrai pagrįsti prielaida, kad gaisrinio skyriaus temperatūra yra vienoda; tai apriboja jų taikymą gaisrams po visuotinio užsiliepsnojimo vidutinių matmenų gaisriniuose skyriuose. Nepaisant to jie leido žengti didelį žingsnį į priekį nagrinėjant tikrąją atskiro gaisro prigimtį, lyginant su vardiniais gaisrais, kai buvo gauti analitinių išraiškų supaprastinimai, t.y., nereikalaujantys sudėtingų kompiuterinių priemonių jų taikymui. Siūlymas tokiems parametriniams gaisrams yra pateiktas EN 1991-1-2 informaciniame A priede. Jis galioja gaisriniams skyriams be stogo angų, kurių grindų plotas yra iki 500 m^2, didžiausias gaisrinio skyriaus aukštis yra 4 m., *b* turi būti nuo 1.000 iki 2.200 $J/m^2s^{1/2}K$, o *O* gali kisti nuo 0,02 iki 0,20 (O ir *b* yra apibūdinti žemiau).

Sąvokos ir pagrindinės formulės

EC 1991-1-2 informaciniame A priede yra pateiktas parametrinės temperatūros ir laiko kreivės skaičiavimas.

Parametrinė temperatūros ir laiko kreivė – elemento paviršių aplinkos dujų temperatūros ir laiko funkcija nustatyta pagal gaisro modelius ir charakteringus fizinius parametrus, apibūdinančius priešgaisrinės sekcijos sąlygas.

EC 1991-1-2 E priede yra pasiūlytas gaisro apkrovos tankio apskaičiavimo modelis. Skaičiuotinės gaisro apkrovos reikšmės, priklausančios nuo žmonių skaičiaus patalpoje, gali būti pateiktos nacionaliniame gaisro klasifikatoriuje ir (arba) apskaičiuojamos konkrečiam projektui.

Skaičiuotinė gaisro apkrovos reikšmė išreiškiama pagal formulę:

$$q_{fd} = q_{fk} \cdot m \cdot \delta_{q1} \cdot \delta_{q2} \cdot \delta_n \qquad (1)$$

čia

m – sudegimo koeficientas;

δ_{q1}- koeficientas, kuriuo įvertinama gaisro aktyvėjimo rizika dėl patalpos dydžio;

δ_{q2}- koeficientas, kuriuo įvertinama gaisro aktyvėjimo rizika dėl patalpos naudojimo;

δ_n- koeficientas, kuriuo įvertinamos įvairios aktyviosios priešgaisrinės priemonės.

2 lentelė. Koeficentai δ_{q1} ir δ_{q2} parenkami pagal EC E.1 lentelę

Table 2. Coefficient δ_{q1} and δ_{q2} according to EC1 table E.1

Sekcijos grindų plotas A_f [m^2]	**Gaisro kilimo pavojus δ_{q1}**	**Gaisro kilimo pavojus δ_{q2}**	**Naudojimo pavyzdžiai**
25	1,10	0,78	Meno galerija, muziejus, plaukymo baseinas
250	1,50	1,00	Biurai, gyvenamosios patalpos, viešbučiai, popieriaus pramonė
2 500	1,90	1,22	Mašinų ir variklių gamyklos
5 000	2,00	1,44	Cheminės laboratorijos, dažymo dirbtuvės
10 000	2,13	1,66	Pirotechnikos, dažų gamyba

Esant normalioms priešgaisrinėms priemonėms, kurios beveik visada turi būti tokios, kaip saugaus priėjimo keliai, priešgaisriniai prietaisai, dūmų ištraukimo sistemos laiptinėse, pagal EC1 E.2 lentelę δ_n reikšmes reikia taikyti lygias 1,0.

Laikinės temperatūros kreivės apskaičiavimui temperatūros augimo ir vėsimo fazėje reikalingas koeficientas *b*. Šiuo koeficientu atsižvelgiama į viso aptvaro šiluminį sugeriamumą. Gaisrinio skyriaus aptvaro tankis, šiluminis talpumas ir šiluminis laidumas gali būti priimti tokie, kaip normaliomis sąlygomis:

$$b = \sqrt{(\rho \cdot c \cdot \lambda)} \tag{2}$$

Nagrinėjamo buto rodikliai:

a) betono

aptvaro ribų savitoji šiluma: $c_b = 1000 \frac{J}{kg \cdot K}$,

aptvaro ribų tankis: $\rho_b = 2300 \frac{kg}{m^3}$,

aptvaro ribų šilumos laidumas: $\lambda_b = 1.6 \frac{W}{m \cdot K}$,

b) gipso

Aptvaro ribų savitoji šiluma: $c_g = 1000 \frac{J}{kg \cdot K}$,

aptvaro ribų tankis: $\rho_g = 1150 \frac{kg}{m^3}$,

aptvaro ribų šilumos laidumas: $\lambda_g = 0.488 \frac{W}{m \cdot K}$

Skirtingiems sienų, lubų ir grindų parametrams įvertinti reikia apskaičiuoti parametrą b taip:

$$b = \frac{(\Sigma(b_j A_j))}{(A_t - A_v)}, \tag{3}$$

čia

A_j – aptvaro j paviršiaus plotas, neįskaitant angų,

b_j - aptvaro j paviršiaus šiluminis parametras,

A_t – visuminis aptvaro plotas,

A_v – vertikaliųjų angų suminis plotas.

Angų faktorius O, kuris įvertina vertikalių angų įtaką atitvarose.

$$O = A_v \cdot \frac{\sqrt{h}}{A_t}, \tag{4}$$

Angų faktorius ribojamas:

$$0{,}02 \leq O \leq 0{,}20, \tag{5}$$

Angų aukščių visose sienose svorinis vidurkis:

$$h_{eq} = \frac{(\Sigma_i(A_{v,i} h_i))}{A_v}, \tag{6}$$

Apkrovos tankio skaičiuotinės reikšmės:

$$q_{t,d} = \frac{q_{f,d} \cdot A_f}{A_t}, \tag{7}$$

Apkrovos tankio skaičiuotinė reikšmė ribojimas:

$$50 \leq q_{t,d} \leq 1000 \left[\frac{MJ}{m^2}\right].$$

Plėtimosi koeficientas:

$$\Gamma = (O/b)^2/(0{,}04/1160)^2. \tag{8}$$

Temperatūros ir gaisro kreivės augimo fazės išraiška priklausanti nuo laiko *t**:

$$\Theta_g = 20 + 1325 \cdot (1 - 0{,}325 \cdot e^{-0{,}2t^*} - 0{,}204e^{-1{,}7t^*} - -1{,}472e^{-19t^*}), \tag{9}$$

čia

$$t^* = t \cdot \Gamma.$$

Kai $\Gamma = 1$, lygtis artėja prie standartinės temperatūros ir laiko kreivės.

Laikas, per kurį temperatūra pasiekia didžiausią reikšmę yra:

$$t_{max} = 0{,}2 \cdot 10^{-3} \cdot q_{t,d}/O. \tag{10}$$

Šis laikas yra lyginamas su ribine reikšme t_{lim}, kurios vertės pateikiamos EC1 E.5 lentelėje.

Toliau yra galimi du skaičiavimo variantai:

1) Kai $t_{max} \geq t_{min}$ reiškia gaisras kontroliuojamas vėdinimu:

$$t^*_{max} = t_{max} \cdot \Gamma. \tag{11}$$

Vėsimo fazėje temperatūros ir laiko kreivė išreiškiama taip:

$$\theta_g = \theta_{max} - 625(t^* - t^*_{max}), \text{ kai } t^*_{max} \le 0{,}5; \quad (12)$$

$$\theta_g = \theta_{max} - 250(3 - t^*_{max})(t^* - t^*_{max}), \quad (13)$$
$$\text{kai } 0{,}5 < t^*_{max} \le 2{,}0,$$

$$\theta_g = \theta_{max} - 250(t^* - t^*_{max}), \text{ kai } 2{,}0 \le t^*_{max}. \quad (14)$$

2) Kai $t_{max} < t_{min}$, reiškia gaisras kontroliuojamas kuru:

$$t^* = t \cdot \Gamma_{lim}, \quad (15)$$

$$\Gamma_{lim} = (O_{lim}/b)^2/(0{,}04/1160)^2, \quad (16)$$

$$O_{lim} = 0{,}1 \cdot 10^{-3} \cdot q_{t,d}/t_{lim}. \quad (17)$$

Išplėstinis laikas, kuris atitinka didžiausios temperatūros laiką:

$$t^*_{max} = \Gamma_{lim} \cdot t_{lim}. \quad (18)$$

Vėsimo fazėje temperatūros ir laiko kreivė išreiškiama taip:

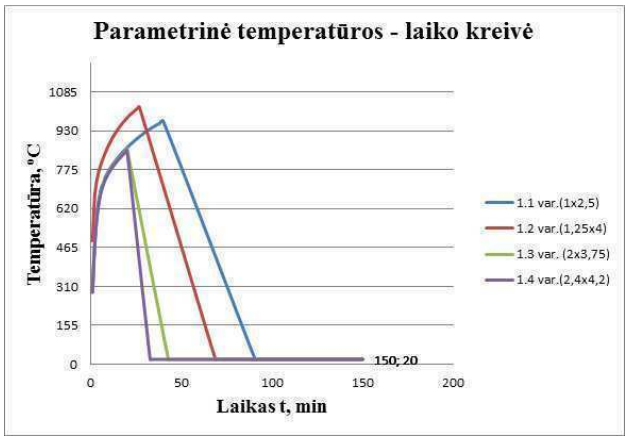
$$\theta_g = \theta_{max} - 625(t^* - t^*_{max}), \text{ kai } t^*_{max} \le 0{,}5; \quad (19)$$

$$\theta_g = \theta_{max} - 250(3 - t^*_{max})(t^* - t^*_{max}), \quad (20)$$
$$\text{kai } 0{,}5 < t^*_{max} \le 2{,}0,$$

$$\theta_g = \theta_{max} - 250(t^* - t^*_{max}), \text{ kai } 2{,}0 \le t^*_{max}. \quad (21)$$

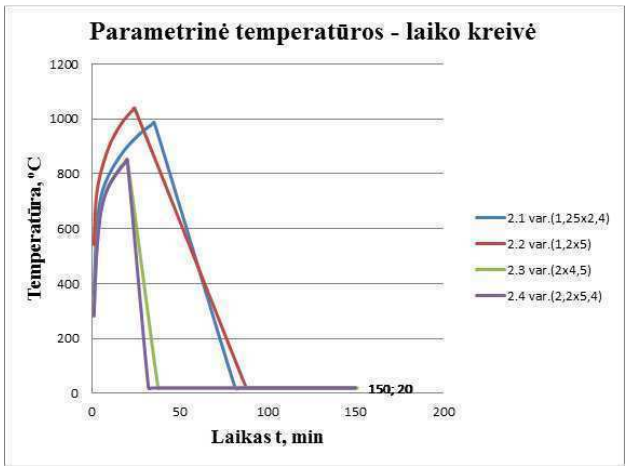
Norėdami gauti kuo tikslesnę parametrinę temperatūros – laiko kreivę, temperatūtą skaičiuojame kas minutę iki tol, kol pasiekiame t_{max}. Dėl didelio skaičiavimo kiekio algoritmas sudarytas „Mathcad“ skaičiavimo programa.

Skaičiavimo rezultatai pateikti grafikuose 6-12 paveiksluose.



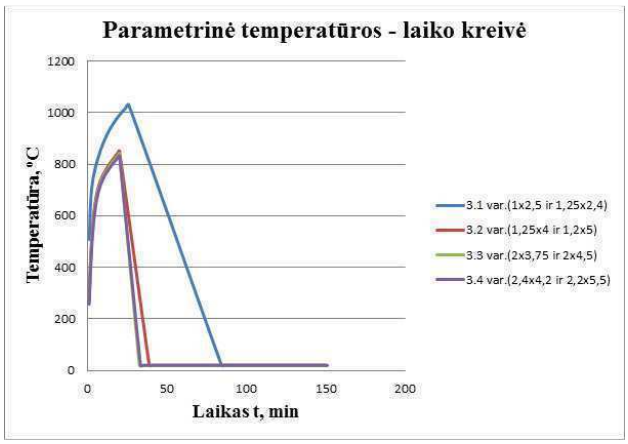
***6* pav.** 1 varianto rezultatai

Fig. 6. 1-st variant results



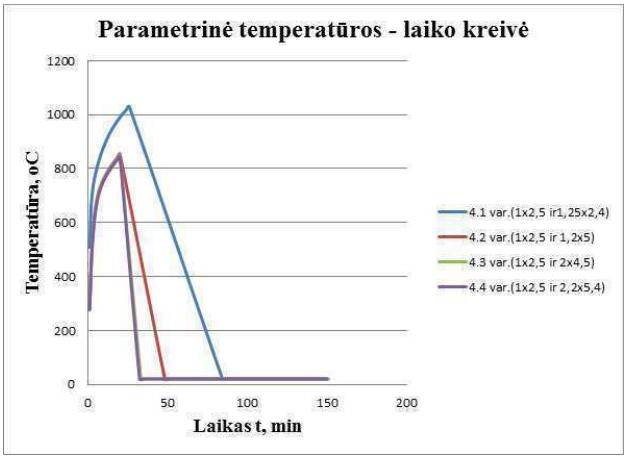
7 pav. 2 varianto rezultatai

Fig. 7. 2-nd variant results



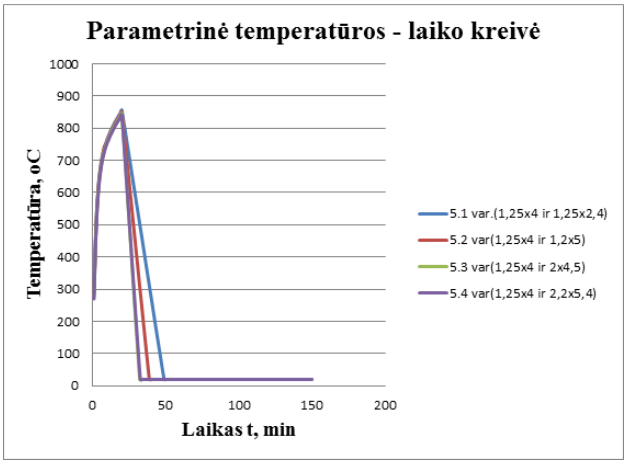
8 pav. 3 varianto rezultatai

Fig. 8. 3-rd variant results



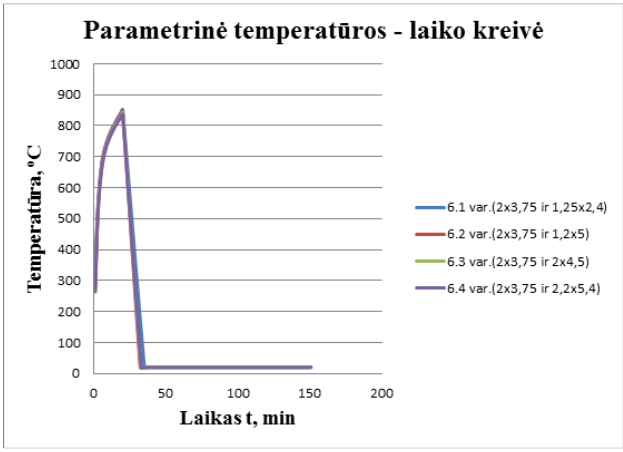
9 pav. 4 varianto rezultatai

Fig. 9. 4-th variant results



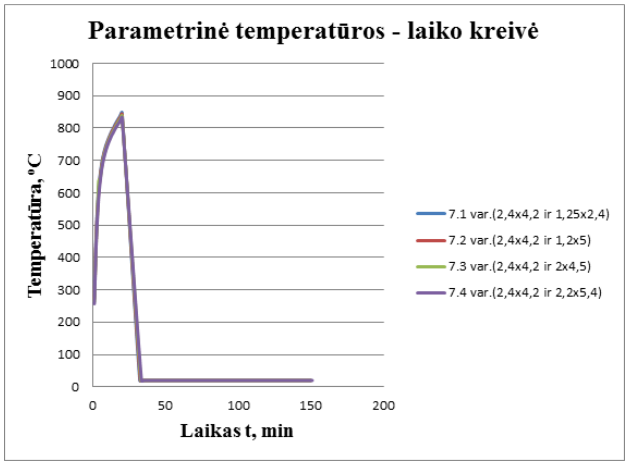
10 pav. 5 varianto rezultatai

Fig. 10. 5-th variant results



11 pav. 6 varianto rezultatai

Fig. 11. 6-th variant results



12 pav. 7 varianto rezultatai

Fig. 12. 7-th variant results

Skaičiavimas Ozone V2 programa

Apibūdinimas: programa **Ozone V2** buvo sukurta palengvinti inžinieriams projektuojant konstrukcinius elementus, veikiamus gaisro skyriuje. Programa yra pagrįsta keletu jau sukurtų skyriaus gaisro modelių ir atsižvelgia į vietinio gaisro poveikį konstrukcijoms. Joje yra įdiegtas paprastas skyriaus gaisro modelis, apjungiantis dviejų ir vienos zonos modelius. Juo taip pat atsižvelgiama į vietinio gaisro poveikį pagal Hasemi modelį. Tai modelis prieš ir po pliūpsnio. Juo skaičiuojama gaisro veikiamo skyriaus plieninio skerspjūvio temperatūra ir nustatomas paprastų plieninių elementų atsparumas ugniai pagal EC3 ENV 1993-1-2. Jis buvo sukurtas pagal dvi Europos tyrimų programas „Konkurencingi plieniniai pastatai per tikrojo gaisro saugos koncepciją“ (Competitive Steel Buildings through Natural fire safety Concept) ir „Tikrojo gaisro koncepcija – tikrojo dydžio tyrimai, Eurokodų pritaikymas ir vartotojui draugiškos projektavimo priemonės sukūrimas“ (Natural Fire Safety Concepts – Full Scale Test, Implementation in the Eurocodes and Development of an User Friendly design tool). Ozone buvo atlikta keletas patobulinimų: sienos modeliuojamos baigtiniais elementais ir buvo sukurti skirtingi degimo modeliai, apimantys skirtingas programos naudojimo situacijas.

Skaičiavimo metodika:

Naudotos išraiškos: skaitinis dviejų zonų modelis yra pagrįstas vienuolika fizikinių kintamųjų. Šie kintamieji yra surišti šešiais apribojimais ir keturiomis diferencialinėmis lygtimis, aprašančiomis kiekvienos zonos masės ir energijos balansą. Masės balanso lygtis išreiškia dujų masės kitimą kiekvienoje iš zonų, ji yra lygi degimo gais-

ro metu sukurtų dujų masei, plius masei, patenkančiai per vėdinimą, ir minus masei, išeinančiai per vėdinimą. Energijos balanso lygtis išreiškia pusiausvyrą tarp skyriuje degimo sukurtos energijos ir būdo, kuriuo ši energija sugeriama: sušildant dujas skyriuje, netenkant karšto oro masės per angas (įskaitant neigiamą patenkančio oro energiją), susidarant nuostoliams dėl spinduliavimo per angas bei pertvarų šildymo. Esant vienos zonos modeliui, kintamųjų skaičius sumažėja iki šešių, apribojimų skaičius – iki keturių ir diferencialinių lygčių – iki dviejų.

Taikomos prielaidos: pagrindinė zonos modelio hipotezė yra ta, kad skyrius dalijamas į zonas, kuriose temperatūra yra pasiskirsčiusi tolygiai bet kuriuo laiko momentu. Vienos zonos modeliui daroma prielaida, kad temperatūra yra vienoda visame skyriuje. Šio tipo modelis tinka visiškai išsivysčiusiems gaisrams, o dviejų zonų modelis tinkamas vietiniams gaisrams aprašyti. Jame yra numatomas karštas sluoksnis netoli lubų ir šaltas sluoksnis arčiau grindų.

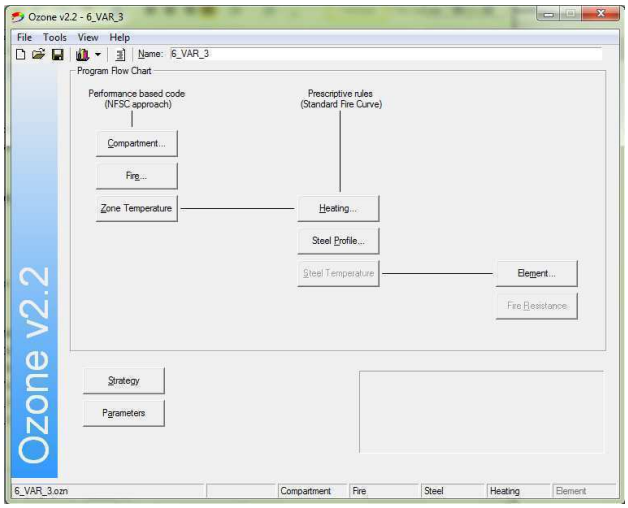
Apribojimai: Ozone nėra įdiegtas pirolizės modelis, bet jis turi du degimo modelius (vidinės ir pratęstos liepsnos modeliai) – tai pakeičia šilumos išsivadavimo lygio kreivę (RHR kreivė nusakoma vartotojo) kaip deguonies masės balanso funkciją. Kambario geometrija yra apribota keturiomis sienomis ir trimis vėdinimo angomis.

Programos taikymas

Nagrinėjams objetaktas – kambario tipo patalpa pavaizduota (5 pav.). Sudaryti 7 galimi angų plotų pasiskirstymo sienoje variantai (procetinė ploto dalis) (žr. 1 lentelę). Kiekvieno varianto atveju galimi 4 skirtingi abiejų angų plotų pasiskirstymo atvejai.

Šiame dokumente aprašomas 6-o varianto 3-čio atvejo (kai angų abiejose sienose plotas sudaro po 60% konkrečios sienos ploto) parametrinės kreivės gavimas naudojantis Ozone V2 programa.

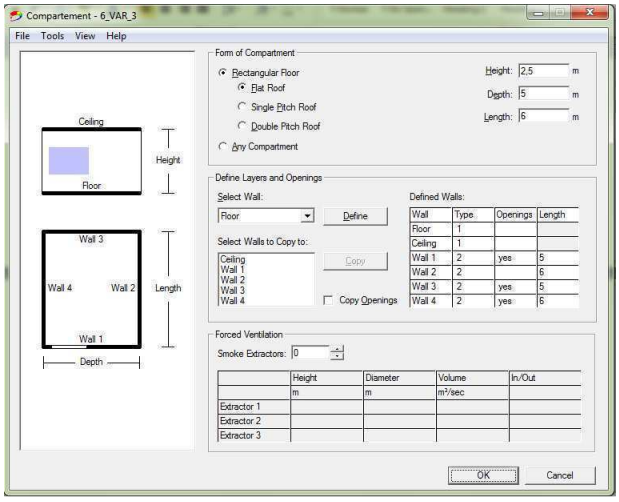
1. Paleidžiama programa Ozone V2 (13 pav.).



13 pav. Pagrindinis programos Ozone V2 langas

Fig. 13. Main window of Ozone V2

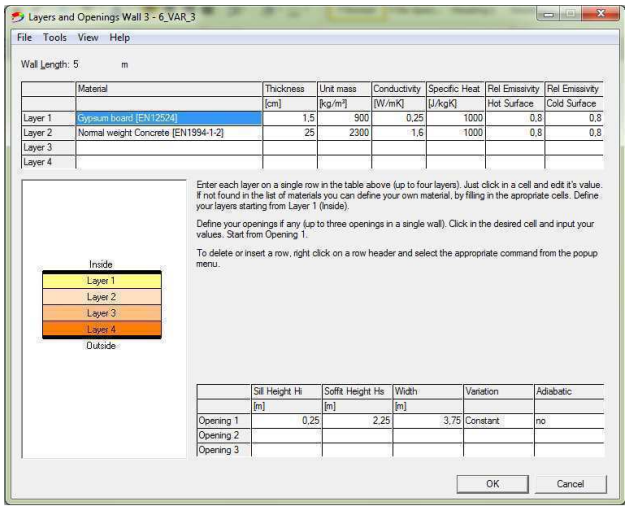
2. Pirmiausia aprašoma tiriama patalpa. Skiltyje **Compartment** nurodomi patalpos geometrija (12 pav.).



14 pav. Patalpos geometrija

Fig. 14. Compartment dimensions

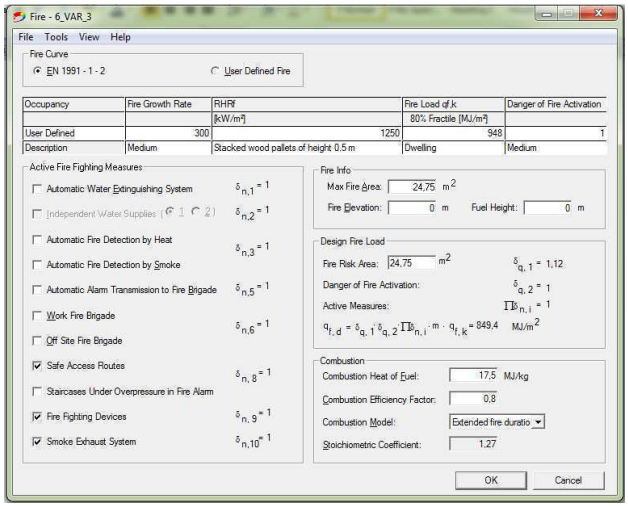
3. Tuomet nurodomos sienų medžiagos bei angų parametrai jose. Iš **Compartment** skilties pasirenkame kurią siena norime aprašyti ir spaudžiame **Define.** Atsidaro sienų ir angų aprašymo **langas Layers and Openings** (15 pav.).



15 pav. Aprašomi sienos medžiagų sluoksniai ir angų parametrai

Fig. 15. Described materials of the wall layers and parameters of the openings

4. Grįžtame į pagrindinį programos langą (13 pav.) ir pereiname į skiltį **Fire** – gaisro parametrų aprašymas (16 pav.).

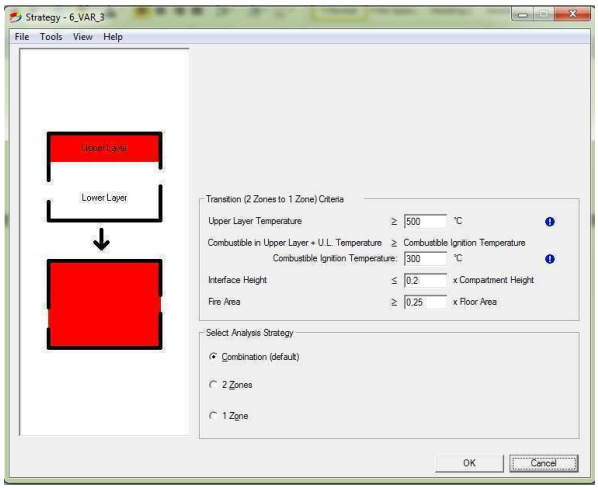


16 pav. Gaisro parametrų aprašymas

Fig. 16. Describing fire parameters

Nurodomi visi reikalingi parametrai apibūdinantys gaisrą. Patalpos tipas **Occupancy –** apibūdinamas vartotojo, tai leidžia nurodyti pasirinktinus gaisrą apibūdinančius parametrus, tokius kaip gaisro augimo santykis **Fire Growth Ratio (Medium)**. Šilumos išsiskyrimo srautas (**RHR**) – vienas pagrindinių parametrų, turinčių didžiausią įtaką gaisro parametrinės kreivės formai, šiuo atveju parenkama kad RHR yra atitkimuo degančio 0,5 aukščio lentų paketų gaisro šilumos išsiskyrimo srautui. Bei nurodoma gaisro apkrovos reikšmė **Fire Load**, kuri yra parenkama pagal patalpos paskirtį (**Dwelling**). Taip pat yra galimybė pritaikyti įvarius koeficinetus, kuriais perskaičiuojama skaičiuotinės gaisro apkrovos reikšmė.

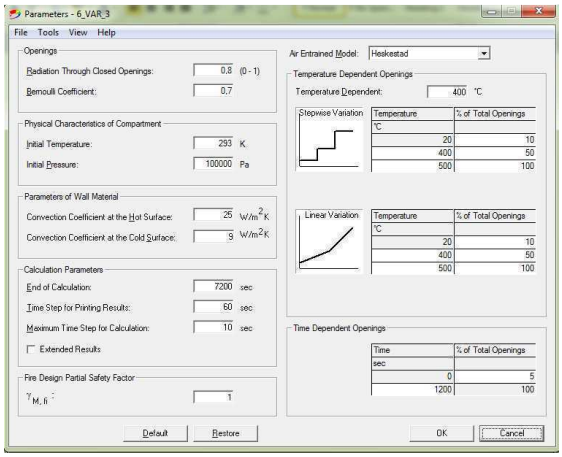
5. Kitas etapas yra nurodyti pagal kokį zonų modelį bus atliekami skaičiavimai, tai atliekama iš pagrindinio programos lango pasirenkant zonų apibūdinimo skiltį **Strategy** (17 pav.). Skaičiavimams buvo taikomas kombinuotasis zonų modelis (**Combination**). Aprašomos sąlygos, kurioms esant dviejų zonų modelis pereina į vienos zonos (t.y. kada įvyksta visuotinis įsiliepsnojimas).



17 pav. Zonų apibūdinimas

Fig. 17. Describing the zones

6. Skaičiavimo parametrų skiltyje **Parameters** (18 pav.) yra galimybė aprašyti papildomus parametrus (tokius kaip patalpos temperatūra ir slėgis) taip pat nurodomas oro patekimo modelis (**Heskestad**). Yra galimybė nurodyti angų atsivėrimo procentinę dalį priklausomai nuo dujų temperatūros patalpoje arba priklausomybę nuo laiko.

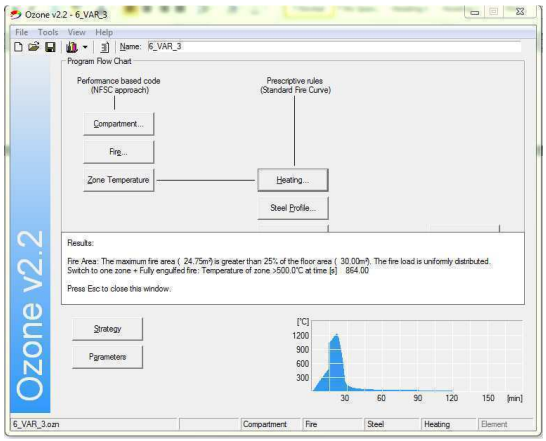


18 pav. Skaičiavimo parametrai

Fig. 18. Calculation parameters

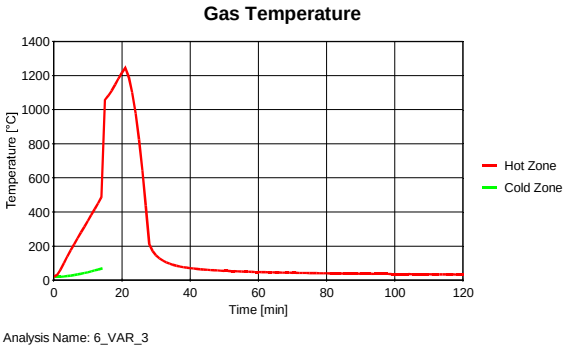
7. Kai nurodomi visi reikalingi parametrai skaičiavimui atliki, pagrindiniame programos lange (13 pav.)

spaudžiame **Zone Temperature** mygtuką ir gauname gaisro parametrinę kreivę (19 pav.).



19 pav. Zonų temperatūra

Fig. 19. Zone temperature

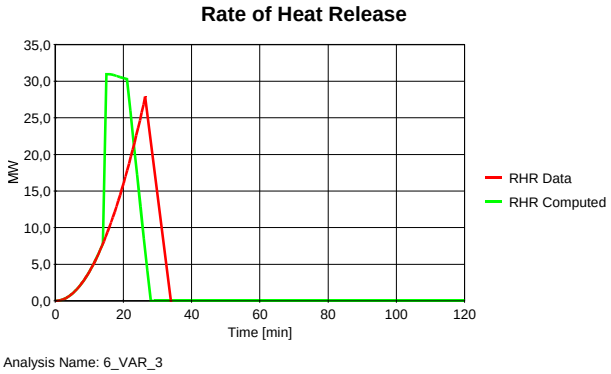


20 pav. Parametrinė dujų temperatūros kreivė

Fig. 20. Gas temperature parametric curve

Iš kreivės (20 pav.) matyti jog kai angos abiejose sienose sudaro po 60% sienos ploto, maksimali gaisro temperatūra **Peak: 1245 °C** yra pasiekiama **At: 21 min.**

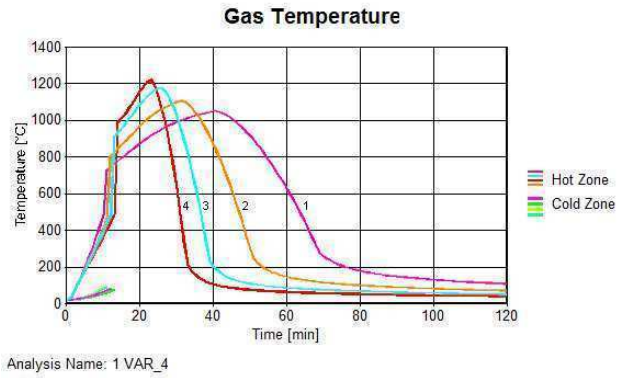
Šilumos srauto išsiskyrimo (RHR) kreivė apskaičiuota konkrečiai situacijai pateikta (21 pav.).



21 pav. RHR kreivė pagal duomenis ir apskaičiuota analizės metu

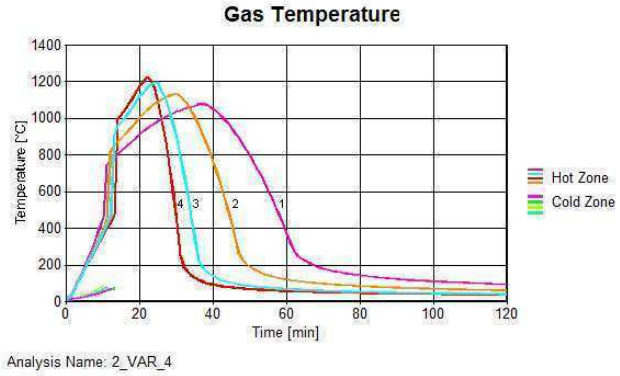
Fig. 21. RHR curve according to data and computed during analysis

Tokiu pačiu principu gaunamos parametrinės kreivės kiekvieno varianto konkrečiu atveju (1 lentelė).



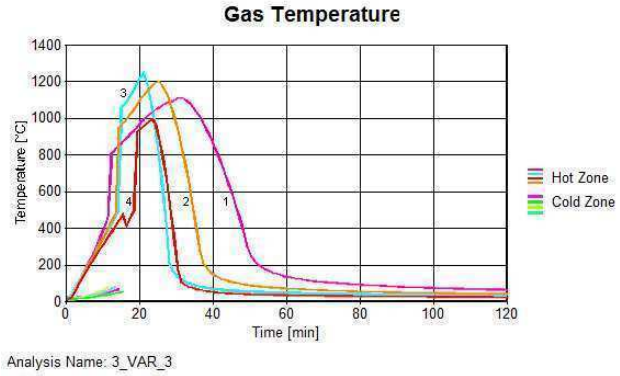
22 pav. 1 varianto rezultatai

Fig. 22. 1-st variant results



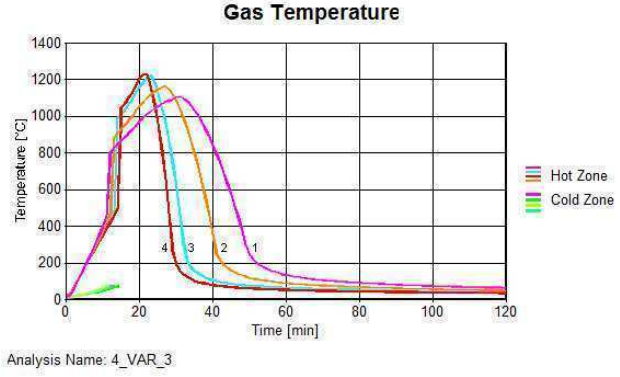
23 pav. 2 varianto rezultatai

Fig. 23. 2-nd variant results



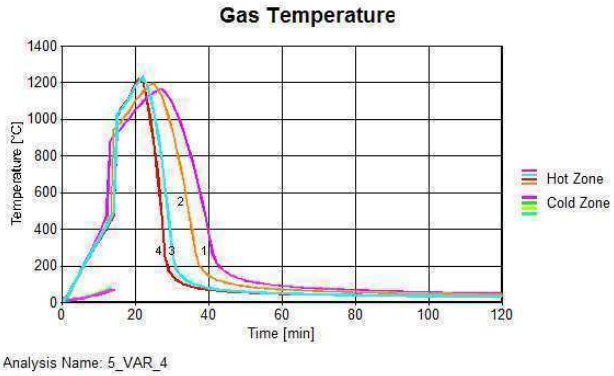
24 pav. 3 varianto rezultatai

Fig. 24. 3-rd variant results



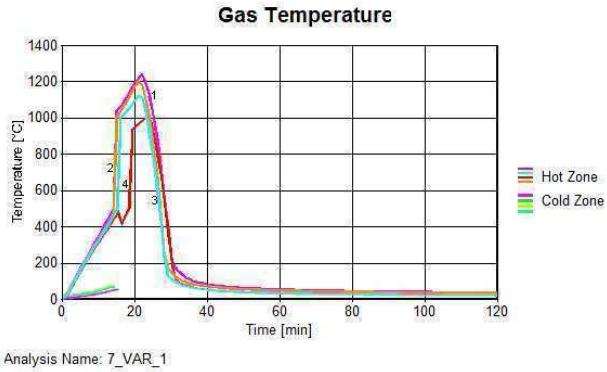
25 pav. 4 varianto rezultatai

Fig. 25. 4-th variant results

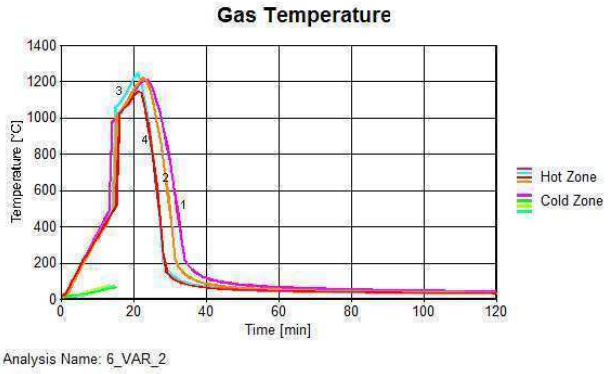


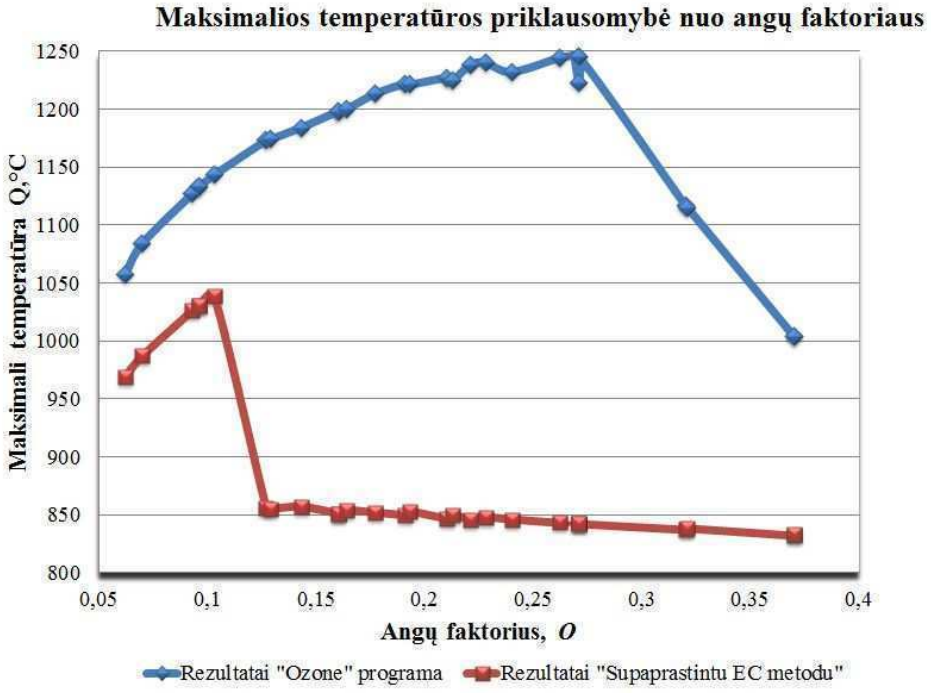
26 pav. 5 varianto rezultatai
Fig. 26. 5-th varian results

27 pav. 6 varianto rezultatai
Fig. 27. 6-th varian results



28 pav. 7 varianto rezultatai
Fig. 28. 7-th variant results





29 pav. Lyginamasis rezultatų grafikas
Fig. 29. Results comparing graph

Lyginamajame grafike (29 pav.) yra pavaizduota supaprastinto skaičiavimo ir skaičiavimo Ozone V2 programa maksimalių temperatūrų ir angų parametrų priklasuomybė. Iš grafiko matome, jog taikant supaprastintą skaičiavimą, kai angų parametras yra $O > 0.1$, kreivė staigiai krenta žemyn. Tai įvyksta dėl supaprastinto skaičiavimo apribojimų, kurie nusako laiką, ties kuriuo pasiekiama didžiausia temperatūra, kai šis laikas pagal skaičiavimus gaunamas mažesnis už ribinį, nurodytas EC1 A priede. Tada pagal pateiktą metodiką laikas, ties kuriuo pasiekiama maksimali dujų temperatūra prilyginamas 20 min. Dėl šios priežasties tikroji maksimali dujų patalpoje temperatūra nėra pasiekiama, o gauta pagal supaprastintus skaičiavimus yra mažesnė – kreivė krenta žemyn ir išlieka pastovi didėjant angų parametrui.

Išvados:

Supaprastinto metodo skaičiavime angos plotis neturi įtakos parametrinės temperatūrinės laiko kreivės formai.

Didinant angų matmenis ir jų kiekį atitvarose susparastintame skaičiavime pagal EC1 gaunama, kad parametrinės kreivės reikšmės mažėja, tai parodo, kad analitinis skaičiavimas neįvertina RHR – šilumos srauto išsiskyrimo, o tai daro labai didelę įtaką parametrinės kreivės formai.

Skaičiuojant supaprastintu metodu parametrinės temperatūrinės laiko kreivės formai didžiausią įtaką daro angų parametro *O* reikšmė, dėl to kai angų ploto procentinės dalys atitvarose pasiekia tam tikrą reikšmę (40%, 80%), maksimali temperatūra visais atvejais tampa panaši, nes laikas kuriuo pasiekiama didžiausia temperatūra yra mažesnis už ribinę laiko reikšmę.

Išnagrinėjus visas Ozone programa gautas parametrines temperatūrines laiko kreives matyti, kad priklausomai nuo užsiduoto (apskaičiuoto) šilumos išsiskyrimo srauto RHR gaunama vienokios ar kitokios formos dujų temperatūros laiko parametrinė kreivė.

Kreivės forma priklauso nuo angų - kuo plotas mažesnis tuo lėčiau vystosi gaisras taip pat per ilgesnį laiką išskiriama mažesnė maksimali dujų temperatūra – vadinasi gaisras kontroliuojamas vėdinimu. Kai deguonies yra pakankamai, t.y. kai angų plotas pakankamai didelis, gaisras tampa kontroliuojamas vien kuru, tokio gaisro parametrinė kreivė rodo didesnę maksimalią temperatūrą, pasiekiamą per trumpesnį laiką – deguonies pakanka, kad greičiau sudegtų visas kuras.

Literatūra:

Eurokodas 1: Poveikiai konstrukcijoms. 1 – 2 dalis: Bendrieji poveikiai. Gaisro poveikiai konstrukcijoms. Briuselis, 1991.

Franssen J-M., Real V.P., *Fire Design of Steel Structures*, 2010.

Cadorin J-F., Pintea D., Franssen J-M., Technical reference of OZone V2. Rapport interne SPEC/2001_01, Département des Structures University of Liège, 2001.

Blagojevič M. Dj, J. Pesič D. *A new curve for temperature-time relationship in compartment fire*. Thermal Science, 2011, Vol. 15, No. 2, pp. 339-352.

Bwalya, A.C.; Benichou, N.; Sultan, M.A. *Literature Review on Design Fires*. 2003, IRC-RR-137.

Buchanan, A.H. 2001. *Structural Design for Fire Safety*. 2nd ed. Whiley, New York.

Karlsson, B. and Quintiere, J.G. 2000. *Enclosure Fire Dynamics*. CRC Press, USA.

Cox, G., *et al*. 1995. *Combustion Fundamentals of Fire*. Academic Press, London, UK.

Drysdale, D. 1985. *An Introduction to Fire Dynamics*. John Wiley and Sons, USA.

Magnusson, S. E., and Thelandersson, S. 1970. *Temperature-Time Curves for the Complete Process of Fire Development. A Theoretical Study of Wood Fuels in Enclosed Spaces*. Acta Polytechnica Scandinavica, Stockholm, Sweden.

STR 2.02.01:2004, *Gyvenamieji pastatai*.

STR 2.01.01(2):1999, *Esminiai statinio reikalavimai. Gaisrinė sauga*.

STR 2.01.04:2004, *Gaisrinė sauga. Pagrindiniai reikalavimai.*

http://www.difisek.eu/LI/Menu_data/documents%20LT.htm

http://www.access-steel.com/

INFUENCE OF OPENINGS IN FIRE COMPARTMENT ENCLOSURES FOR PARAMETRIC TIME - TEMPERTURE CURVE

Laugalytė, R., Sungaila, A., Liepa, L.

Summary. In this work we analyzed the simplified calculation according to EC1 annex A to calculate parametric time – temperature curve. To compare results the calculations of fire in compartment using combined zone models were made with Ozone V2 program. We chose seven variations of the openings for analyzed compartment. Every variation had four sub-variations. There was chart made for every variation of the openings. The maximum temperature values that depend on the opening factor were shown in charts and those charts were compared. In the end the conclusions were made.

Keywords: fire compartment, openings, enclosures, parametric time – temperature curve.