

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Vytautas RINKEVIČIUS

**SIMPLEKŠINĖS PAIEŠKOS
TYRIMAS IR JOS TAIKYMAS
VALDYMO SISTEMŲ
PROJEKTAVIMUI**

DAKTARO DISERTACIJA

TECHNOLOGIJOS MOKSLAI,
ELEKTROS IR ELEKTRONIKOS INŽINERIJA (01T)

Vilnius „Technika“ 2008

Disertacija rengta 2004–2008 metais Vilniaus Gedimino technikos universitete.

Darbo mokslinis vadovas

prof. habil. dr. Algirdas Dambrauskas (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, technologijos mokslai, elektros ir elektronikos inžinerija – 01T).

<http://leidykla.vgtu.lt>

VG TU leidyklos TECHNIKA 1519-M mokslo literatūros knyga

ISBN 978-9955-28-316-4

© Rinkevičius, V. 2008

© VG TU leidykla TECHNIKA, 2008

Reziუმė

Disertacijoje atliekami simpleksinės paieškos tyrimai ir nagrinėjama algoritminės sistemų sintezės metodų sudarymo problema. Pagrindinis disertacijos tikslas yra sukurti algoritminius stochastinių automatinio valdymo sistemų, filtrų sintezės bei variacinio skaičiavimo metodus. Algoritminiai metodai leidžia spręsti sistemų sintezės uždavinius, kuomet objekto matematinis modelis sudėtingas arba jo išvis nėra, kai nežinomos stochastinės sistemos veikiančių signalų statistinės charakteristikos, t. y. kai klasikinių sistemų sintezės metodų taikymas yra neįmanomas.

Disertaciją sudaro septyni skyriai, iš kurių paskutinis – rezultatų apibendrinimas.

Pirmajame (įvadiniam) skyriuje nagrinėjamas problemos aktualumas, formuluojamas darbo tikslas bei uždaviniai, aprašomas mokslinis darbo naujumas, pristatomi autoriaus pranešimai ir publikacijos, disertacijos struktūra.

Antrasis skyrius skirtas literatūros apžvalgai. Jame analizuojami paieškinio optimizavimo, optimalaus valdymo, AVS optimizavimo uždaviniai, optimizavimo objektų savybės, pateikta paieškinio optimizavimo metodų charakteristika, aprašyti kintamos struktūros valdymo sistemų sintezės principai, variacinio skaičiavimo metodai ir simpleksinės paieškos savybės.

Trečiajame disertacijos skyriuje pateiktos stačiakampio simplekso taisyklės, paieškos statistinių charakteristikų skaičiavimo metodika, charakteristikų skaičiavimo teoriniai ir modeliavimo eksperimentiniai rezultatai.

Ketvirtajame disertacijos skyriuje pateikti stochastinių automatinio valdymo sistemų sintezės algoritminiai metodai ir pateikti algoritminės sistemų sintezės pavyzdžiai.

Penktajame disertacijos skyriuje pateikti kvazioptimalių ir kintamos struktūros filtrų sintezės algoritminiai metodai ir pateikti filtrų sudarymo algoritminiais metodais pavyzdžiai.

Šeštajame disertacijos skyriuje aprašyti variacinio skaičiavimo uždaviniai su fiksuotais ir nefiksuotais trajektorijos galais, uždaviniai su funkciniais apribojimais ir ekstremalių lūžiais, pateikti algoritminiai jų sprendimo metodai ir variacinio skaičiavimo uždavinių sprendimo algoritminiais metodais pavyzdžiai.

Disertacijos tema perskaityti 9 pranešimai konferencijose ir paskelbti 9 straipsniai: trys – mokslo žurnaluose, įtrauktuose į Thomson ISI sąrašą, trys – Inspec duomenų bazėje cituojamuose žurnaluose, vienas – recenzuojamoje tarptautinės konferencijos medžiagoje ir du – kitose tarptautinių ir respublikinių konferencijų medžiagose.

Abstract

Analysis of simplex search and design of algorithmic system synthesis methods is performed in the current PhD thesis. The main objective is to create algorithmic methods for stochastic automatic control system synthesis, filter synthesis and algorithmic methods of variational calculus. Algorithmic methods allow solving system synthesis problems in cases when mathematical object is complex or it does not exist, when statistical characteristics of operating signals are unknown, i. e. when application of classical system synthesis methods is impossible.

The thesis is divided into seven chapters including the conclusion's chapter.

First chapter is dedicated for an introduction to the problem and its topicality. There are also formulated purposes and tasks of the work; the used methods and novelty of solutions are described; author's publications and structure of the thesis are presented.

Second chapter covers an analysis of existing publications related with problems of the thesis. Search optimization algorithms, optimal control, automatic system optimization problems are analyzed, characteristics of search optimization algorithms are presented, the principles of variable structure system synthesis, variational calculus methods and simplex search characteristics are described.

In the third chapter the rules of rectangular simplex search, the methods to calculate statistical characteristics of search, the results of characteristics calculation and experimental results of search simulation are presented.

In the fourth chapter algorithmic methods of stochastic automatic control system synthesis and examples of algorithmic system synthesis are presented.

In the fifth chapter algorithmic methods of quasi-optimal and variable structure filters and examples of algorithmic filter synthesis are presented.

In the sixth chapter variational calculus problems with fixed and unfixed trajectory ends, problems with functional limitations and extremals with corner points are described; algorithmic methods of variational calculus and examples of algorithmic problem solutions are presented.

The results of thesis were announced in 9 conferences. There were also printed 9 scientific papers, three of which are referred by Thomson ISI database, three – are quoted in Inspec database, one is printed in reviewed conference proceedings and two papers are published in other conference proceedings.

Žymėjimai

Simboliai

Q	tikslo funkcija;
v_j	j -toji simplekso viršūnė;
v^H	atspindėta paskutiniame žingsnyje simplekso viršūnė;
x_{ji}	j -tosios simplekso viršūnės i -toji koordinatė;
M	matematinės vilties simbolis.

Santrumpos

AVS	automatinio valdymo sistema;
NSM	nuoseklus simpleksinis metodas.

Turiny

Reziumė	iii
Abstract	iv
Žymėjimai	v
1. Įvadas	1
1.1. Problemos formulavimas	1
1.2. Darbo aktualumas	2
1.3. Tyrimų objektas	3
1.4. Darbo tikslas	3
1.5. Darbo uždaviniai	3
1.6. Tyrimų metodai	3
1.7. Mokslinis darbo naujumas	4
1.8. Praktinė darbo vertė	5
1.9. Ginamieji teiginiai	5
1.10. Darbo rezultatų aprobavimas	5
1.11. Disertacijos struktūra	6
2. Algoritminės sistemų sintezės ir simpleksinės paieškos apžvalga.....	7
2.1. Paieškinio optimizavimo uždaviniai	7
2.2. Optimalaus valdymo uždaviniai	12
2.3. Kai kurios optimizavimo objektų savybės	14
2.4. Paieškinio optimizavimo metodų charakteristika	16
2.5. AVS optimizavimo uždaviniai.....	20
2.6. Kintamosios struktūros valdymo sistemų sintezė	21
2.7. Variacinio skaičiavimo metodai	26
2.8. Simpleksinės paieškos savybės.....	29
2.9. Antrojo skyriaus išvados.....	32

3. Stačiakampės simpleksinės paieškos statistinės charakteristikos	35
3.1. Stačiakampio simplekso judėjimo taisyklės	35
3.2. Būdingos simplekso orientacijos	37
3.3. Stačiakampės simpleksinės paieškos statistinės charakteristikos, kai yra du valdomi kintamieji	39
3.4. Stačiakampės simpleksinės paieškos statistinės charakteristikos, kai yra trys valdomieji kintamieji	48
3.5. Trečiojo skyriaus išvados	53
4. Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminė sintezė.....	55
4.1. Optimalaus reguliatoriaus sintezės analizė.....	55
4.2. Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminės sintezės pagrindai	56
4.3. Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminės sintezės pavyzdžiai	60
4.4. Ketvirtojo skyriaus išvados	66
5. Algoritminė kvazioptimalių ir kintamosios struktūros filtrų sintezė.....	67
5.1. Optimalaus filtro sintezės analizė.....	67
5.2. Kvazioptimalaus filtro algoritminė sintezė	69
5.3. Kintamosios struktūros filtro sintezė.....	73
5.4. Algoritminės kintamosios struktūros filtro sintezės pagrindai	74
5.5. Algoritminės kintamosios struktūros filtro sintezės pavyzdys	76
5.6. Penktojo skyriaus išvados	81
6. Algoritminiai variacinio skaičiavimo metodai	83
6.1. Variacinio skaičiavimo uždaviniai su fiksuotais trajektorijos galais ir uždaviniai su funkciniais apribojimais	84
6.2. Variacinio skaičiavimo uždaviniai su nefiksuotais trajektorijos galais....	85
6.3. Ekstremalės su lūžiais	86
6.4. Algoritminiai variacinio skaičiavimo uždavinių su fiksuotais trajektorijos galais ir uždavinių su funkciniais apribojimais sprendimo metodai	87
6.5. Algoritminiai variacinio skaičiavimo uždavinių su nefiksuotais trajektorijos galais sprendimo metodai	89
6.6. Algoritminiai variacinio skaičiavimo uždavinių su ekstremalių lūžiais sprendimo metodai	90
6.7. Variacinio skaičiavimo uždavinių sprendimo algoritminiais metodais pavyzdžiai	91
6.8. Šeštojo skyriaus išvados	101
7. Rezultatų apibendrinimas.....	103

Literatūros sąrašas.....	105
Autoriaus publikacijų sąrašas disertacijos tema	115
 Priedai	
 A priedas. Kvazioptimalios stochastinės AVS sintezės programos tekstas	117
B priedas. Kvazioptimalaus filtro sintezės programos tekstas	120
C Priedas. Variacinio skaičiavimo uždavinio su nefiksuotu trajektorijos galu algoritminio sprendimo programos tekstas	123

1.1. Problemos formulavimas

Vienas efektyviausių paieškinio optimizavimo metodų yra nuoseklus simpleksinis metodas ir įvairios jo modifikacijos. Paieškinis realių objektų optimizavimas visuomet vyksta trukdžių sąlygose, kurie atsiranda dėl netikslių matavimų, nežinomų faktorių įtakos objekto funkcionavimo rodikliams, objekto savybių pakitimo ir dėl kitų priežasčių. Atsitiktiniai trukdžiai kuria žingsnio krypties paklaidas, apgaulingą ekstremumo padėties vaizdą ir taip sumažina paieškos efektyvumą. Todėl kuriant optimizavimo algoritmus, pritaikytus stochastiniams uždaviniams spręsti, būtina atlikti paieškinės sistemos, dirbančios trukdžių sąlygomis, tyrimus.

Projektuojant atsitiktinių kintamųjų veikiamas (stochastines) automatinio valdymo sistemas, sprendžiama optimalių reguliatoriaus parametrų ir struktūros parinkimo problema. Iš dalies šis uždavinys sprendžiamas taikant klasikinius sistemų sintezės metodus. Šie metodai reikalauja analitinės valdymo objekto perdavimo funkcijos išraiškos ir sistemą veikiančių atsitiktinių signalų statistinių charakteristikų, be to valdymo objektas neturi būti aprašytas sudėtingomis diferencialinėmis lygtimis ar loginiais operatoriais.

Realios sistemos beveik visuomet veikia trukdžių aplinkoje ir dažnai sistemos įėjimo signalas yra naudingojo signalo ir trukdžio, kurį būtina filtruoti, suma. Tokiais atvejais sprendžiamas filtro struktūros ir parametrų parinkimo

uždavinys. Kuomet naudingojo signalo ir trukdžio statistinės charakteristikos yra žinomos, šiam uždaviniui spręsti naudojami analitiniai filtrų sintezės metodai.

Dažnai AVS optimizavimo uždavinių sprendimui naudojami variacinio skaičiavimo metodai, kurie, kaip pažymi daugelis autorių, yra paprasti ir patogūs. Tačiau šie metodai nėra universalūs, juos taikyti keblu kai objektas aprašytas loginiais operatoriais ir neįmanoma, kai matematinio modelio iš vis nėra.

Disertacijoje numatoma atlikti simpleksinės paieškos trukdžių sąlygomis tyrimus ir spręsti algoritminių sistemų sintezės metodų kūrimo problemą. Šie metodai leidžia spręsti sistemų projektavimo uždavinius tais atvejais, kai objekto matematinis modelis sudėtingas arba jo išvis nėra, kai nežinomos stochastinės sistemos veikiančių signalų statistinės charakteristikos, t. y. kai klasikinių sistemų sintezės metodų taikymas yra neįmanomas.

1.2. Darbo aktualumas

Automatinio valdymo sistemų (AVS) sintezė – tai plati mokslinių tyrimų problema, kuri apima pagrindinius automatinio valdymo teorijos klausimus ir yra glaudžiai susijusi su optimizavimo ir identifikavimo metodais. Šios problemos sprendimo rezultatai turi didelę reikšmę kuriant tobulą AVS automatizuoto projektavimo metodiką.

Sprendžiant AVS optimizavimo uždavinius, dažnai būtina nustatyti reguliatoriaus, filtro, koregavimo grandies ar kito valdymo įtaiso struktūrą, parametrus, jų kitimo dėsnius, arba valdymo poveikių kitimo dėsnius, kurie užtikrintų pagal tam tikrus kriterijus užduotą valdymo kokybę. Tokius uždavinius, naudojant variacinio skaičiavimo, maksimumo principo, dinaminio programavimo, fazinių portretų ir kitus klasikinius sintezės metodus, galima spręsti, kai valdymo objektai yra paprasti ir turi matematinį modelį. Nurodyti metodai nėra universalūs, jų taikymas keblus, kai objektas turi loginiais operatoriais ar algoritmais aprašytą modelį, ir neįmanomas, kai matematinio modelio išvis nėra. Todėl dabartiniu metu AVS sintezei vis dažniau taikomi ir nuolat tobulinami algoritminiai sistemų sintezės metodai [1–27]. Jų pagrindą sudaro optimizavimo metodai, kuriais apytikriai sprendžiami optimalaus valdymo, kintamos struktūros ir kiti AVS sintezės uždaviniai, suformuluoti matematinio programavimo uždavinių forma. Šių metodų taikymo efektyvumą nulėmė ypatingas kompiuterių našumo padidėjimas ir paieškinio optimizavimo metodų, kurie leidžia efektyviai spręsti sudėtingus valdymo sistemų optimizavimo uždavinius, raida.

Valdymo objektai turi įvairias savybes: yra statiniai, dinaminiai, turi kintamus parametrus ir struktūrą, stacionarias ir nestacionarias charakteristikas, todėl sintezės algoritmai turi būti pritaikyti vienai ar kitai uždavinių klasei. Vieni iš pagrindinių sistemų sintezės algoritmų yra paieškinio optimizavimo algoritmai,

nuo jų efektyvumo priklauso ne tik sistemos sintezės kokybė, bet ir pati sintezės galimybė.

1.3. Tyrimų objektas

Darbo tyrimų objektus galima suskirstyti į keturias grupes:

1. simpleksinės paieškos metodai;
2. stochastinių AVS sintezės metodai;
3. kvazioptimalių ir kintamosios struktūros filtrų sintezės metodai;
4. variacinio skaičiavimo uždavinių sprendimo metodai.

1.4. Darbo tikslas

Šio darbo pagrindinis tikslas sukurti algoritminius stochastinių AVS, filtrų sintezės bei variacinio skaičiavimo metodus.

1.5. Darbo uždaviniai

Darbo tikslui pasiekti darbe reikia spręsti šiuos uždavinius:

1. atlikti stačiakampės simpleksinės paieškos tyrimus, taikant daugiaryšes Markovo grandines, rasti statistines charakteristikas, išanalizuoti sistemų sintezės paieškos algoritmus bei palyginti jų efektyvumą;
2. sudaryti įvairių sintezės uždavinių formulavimo ir valdymo kokybės kriterijų skaičiavimo metodiką;
3. sudaryti sintezės uždavinių sprendimo algoritmus;
4. naudojant sukurta programinę įrangą, modeliavimo būdu patikrinti siūlomų metodų veiksmingumą ir efektyvumą;

1.6. Tyrimų metodai

Darbe taikomi tikimybių teorijos metodai, daugiaryšės Markovo grandinės, paieškinio optimizavimo metodai bei skaitmeninio modeliavimo metodai.

1.7. Mokslinis darbo naujumas

Rengiant disertaciją buvo gauti šie elektros ir elektronikos inžinerijos mokslui nauji rezultatai:

1. Atlikta stačiakampės simpleksinės paieškos statistinių savybių analizė taikant daugiaryšes Markovo grandines. Gautos paieškos procesų, vykstančių normalaus ir tolygaus pasiskirstymo trukdžių aplinkoje, teorinės statistinės charakteristikos leidžia įvertinti stačiakampės simpleksinės paieškos greیتaveiką. Nustatyta, kad stačiakampės simpleksinės paieškos greیتaveika kopimo etape esant aukštam triukšmo (trukdžių) lygiui yra žymiai didesnė (30–40%) negu paieškos su reguliariuoju simpleksu. Paieškos procesų trukdžių aplinkoje modeliavimo rezultatai patvirtina teorines statistines charakteristikas.
2. Sukurti algoritminiai stochastinių AVS sintezės metodai, leidžiantys projektuoti kvazioptimalias ir kintamosios struktūros stochastines sistemas tais atvejais, kai trukdžių statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų taikyti neįmanoma. Pateikti stochastinių AVS algoritminės sintezės pavyzdžiai. Algoritminiu metodu rasti kvazioptimalaus ir kintamosios struktūros reguliatorių parametrai atitinka teorinius parametrus, apskaičiuotus pagal įėjimo signalų statistines charakteristikas.
3. Sukurti algoritminiai kvazioptimalių ir kintamosios struktūros filtrų sintezės metodai, kurie leidžia projektuoti kvazioptimalius ir kintamosios struktūros filtrus tais atvejais, kai įėjimo signalų statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų taikyti nemanoma. Algoritminiu metodu rasti filtrų parametrai atitinka teorinius parametrus, apskaičiuotus pagal įėjimo signalų statistines charakteristikas.
4. Sukurti algoritminiai variacinio skaičiavimo metodai leidžia spręsti įvairius variacinio skaičiavimo uždavinius. Pavyzdžiui, uždavinius su fiksuotais ir nefiksuotais trajektorijos galais, sąlyginio ekstremumo radimo, izoperimetrinius, ekstremalių su lūžiais paieškos uždavinius. Kadangi sprendimai gaunami paieškinio optimizavimo metu, skirtingai nuo klasikinių metodų, algoritminiai sintezės metodai nereikalauja objekto matematinio modelio analitinės funkcionalo išraiškos.
5. Naudojant programinį paketą Matlab ir Simulink sudaryta programinė įranga, leidžianti modeliuoti bei sintezuoti valdymo sistemas bei filtrus.

1.8. Praktinė darbo vertė

Tyrimų rezultatai gali būti naudojami įvairių automatinio valdymo sistemų projektavimo, eksploatavimo metu surandant optimalias reguliatorių, filtrų struktūras, jų parametrų vertes, kitimo dėsnius, optimizuojant valdymo poveikius, valdymo įtaisų parametrus, kuomet yra nežinomos atsitiktinių sistemą veikiančių signalų statistinės charakteristikos, jos kinta laike, kuomet valdymo objekto matematinis modelis yra sudėtingas arba jis nežinomas.

1.9. Ginamieji teiginiai

1. Stačiakampės simpleksinės paieškos teorinės ir eksperimentinės statistinės charakteristikos.
2. Pasiūlytieji kvazioptimalių ir kintamosios struktūros stochastinių AVS algoritminiai sintezės metodai.
3. Pasiūlytieji kvazioptimalių ir kintamosios struktūros filtrų algoritminiai sintezės metodai.
4. Pasiūlytieji algoritminiai variacinio skaičiavimo metodai.
5. Valdymo sistemų ir filtrų modeliavimo ir algoritminės sintezės rezultatai.
6. Sukurtoji sistemų sintezės programinė įranga.

1.10. Darbo rezultatų aprobavimas

Darbo rezultatai buvo paskelbti devyniose mokslinėse konferencijose Lietuvoje bei užsienyje. Disertacijos tematika yra atspausdinti 9 moksliniai straipsniai: trys – mokslo žurnaluose, įtrauktuose į Thomson ISI sąrašą [1A, 2A, 3A]; trys – mokslo žurnaluose, cituojamuose Inspec duomenų bazėje [4A, 5A, 6A], vienas – recenzuojamoje tarptautinės konferencijos medžiagoje [7A], du – kitose tarptautinių ir respublikinių konferencijų medžiagose [8A, 9A].

Disertacijoje atliktų tyrimų rezultatai buvo paskelbti šiose mokslinėse konferencijose:

- Jaunųjų mokslininkų konferencijoje „*Lietuva be mokslo – Lietuva be ateities*“ 2004–2007 m., Vilniuje;
- Tarptautinėje konferencijoje „*Elektronika*“, 2004, 2005 m., Kaune ir 2007 m., Vilniuje;
- Tarptautinėje konferencijoje „*Electromagnetic Disturbances*“ 2004 m., Vilniuje;

- Tarptautinėje konferencijoje „*Mechatronic Systems and Materials*“, 2005 m., Vilniuje.

1.11. Disertacijos struktūra

Disertaciją sudaro septyni skyriai, iš kurių pirmasis yra įvadas, o paskutinytis – rezultatų apibendrinimas. Taip pat yra trys priedai.

Darbo apimtis yra 116 puslapių, neskaitant priedų, tekste panaudotos 195 numeruotos formulės, 63 paveikslai ir 1 lentelė. Rašant disertaciją buvo panaudota 110 literatūros šaltinių.

Algoritminės sistemų sintezės ir simpleksinės paieškos apžvalga

Skyriuje analizuojami paieškinio optimizavimo, optimalaus valdymo, AVS optimizavimo uždaviniai, optimizavimo objektų savybės, pateikta paieškinio optimizavimo metodų charakteristika, aprašyti kintamosios struktūros valdymo sistemų sintezės principai, variacinio skaičiavimo metodai ir simpleksinės paieškos savybės.

2.1. Paieškinio optimizavimo uždaviniai

Paieškos tikslu gali būti tam tikro techninio ekonominio valdymo rodiklio pagerinimas, optimalaus sprendimo sudarymas projektavimo metu, optimalaus technologinio proceso režimo suderinimas ir t.t.

Paieškos tikslo matematinė formuluotė visuomet turi funkciją [25]

$$Q = Q(x, z), \quad (2.1)$$

išreiškiančią optimizuojamo rodiklio priklausomybę nuo valdomųjų kintamųjų vektoriaus $x = (x_1, \dots, x_k)$ ir atsitiktinių kintamųjų $z = (z_1, \dots, z_e)$ vektoriaus. Kai kada optimizavimo uždaviniuose reikia apskaičiuoti kitus objekto rodiklius $h_j = h_j(x, z)$, $j = 1, \dots, p$.

Valdomieji kintamieji x_i , pavyzdžiui, reguliatoriaus parametrai,

konstrukcijų matmenys, yra nepriklausomi vienas nuo kito ir optimizavimo proceso metu gali būti keičiami tam tikrose ribose:

$$x_{i-} \leq x_i \leq x_{i+}, \quad i = 1, \dots, k, \quad (2.2)$$

čia x_{i-} ir x_{i+} – ribinės įėjimo kintamųjų x_i vertės, kurios parenkamos atsižvelgiant į objekto įrangos galimybes, saugumo technikos arba technologijos reikalavimus ir kt.

Priklausomuoju kintamuoju Q išrenkamas tas objekto funkcionavimo rodiklis (našumas, produkcijos savikaina, reguliavimo trukmė), kurį būtina ir galima pagerinti parenkant valdomuosius kintamuosius ribose (2.2).

Atsitiktiniai kintamieji z_i (kai kurie iš jų gali būti matuojami) sudaro paieškos neapibrėžtumą ir daugiau ar mažiau pasireiškia optimizuojant valdymo sistemas, technologinius gamybos procesus. Tai – gamybos sąlygų sezoniniai pokyčiai, žaliavos kokybinės sudėties parametrai, apkrovos momento svyravimas, matavimo paklaidos, neįskaityti valdomieji kintamieji ir t.t.

Atsižvelgiant į statistines kintamųjų z_i savybes, galimybes juos išmatuoti, formuojamas paieškos tikslas ir parenkami optimizavimo metodai. Paieškos tikslas formuluojamas kaip tam tikrų sąlygų sistema. Gali būti įvairūs paieškinio optimizavimo uždaviniai.

Jeigu kintamieji z_i kinta lėtai, palyginant su laiko intervalu, reikalingu paieškai realizuoti, arba z_i – pastovūs dydžiai, tai rodiklis Q beveik visai nepriklauso nuo kintamųjų z_i . Tardami, kad

$$Q(x, z) = Q(x)$$

paprastai formuluojame uždavinį taip. Surasti vektorių x^* , kuris suteikia tikslo funkcijai

$$Q = Q(x) \quad (2.3)$$

ekstremumą, atsižvelgiant į (2.2) apribojimus. Trumpiau šis uždavinys užrašomas:

$$Q(x) \rightarrow \text{extr}_{x \in \Omega_X}, \quad (2.4)$$

čia Ω_X – paieškos sritis pagal nelygybių sistemą (2.2). Jeigu žinoma analitinė funkcijos $Q(x, z)$ išraiška ir kintamieji z_i paieškos procese matuojami, tai optimizavimo uždavinys gali būti sprendžiamas dėl kiekvienos parametrų z_i realizacijos, taikant išraišką (2.4).

Kriterijus (2.4) dažnai taikomas projektavimo ir konstravimo uždaviniuose, derinant naujus technologinius procesus.

Jeigu kintamieji z_i – atsitiktiniai dydžiai su žinomu pasiskirstymo tankiu $f(z)$ ir žinoma funkcija $Q(x, z)$, tai galima surasti šios funkcijos matematinę viltį (vidurkį):

$$J(x) = M_z \{Q(x, z)\} = \int_{z \in \Omega_Z} Q(x, z) f(z) dz,$$

čia Ω_z – sritis, kuriai priklauso kintamieji z_i .

Priklausomybė $J(x)$ kai kada panaudojama kaip tikslo funkcija. Analogiškai (2.4) formuluojamas paieškos tikslas

$$J(x) \rightarrow \text{extr}_{x \in \Omega_X}. \quad (2.5)$$

Tikslo funkcijos vidurkio (2.5) optimizavimas, turi mažesnę efektą, lyginant su (2.4), kadangi gautas paieškos proceso pastovus vektorius $x=x^*$ ne su kiekviena z_i realizacija suteikia funkcijai $Q(x, z)$ ekstremumą.

Dėl kintamųjų z_i kitimo laikui bėgant, optimalus taškas x^* keičia savo koordinatas. Šiuo atveju tai dreifas, kurio pobūdis apibrėžtas priklausomybe

$$x^* = x^*(t).$$

Tokioje situacijoje natūralu objekto optimizavimo procese siekti funkcijos $Q(x, z)$ ekstremumo kiekvienam laiko momentui, t. y.

$$Q[x, z(t)] \rightarrow \text{extr}_{x(t) \in \Omega_X}, \quad 0 \leq t \leq T. \quad (2.6)$$

Uždavinio (2.6) sudarymas priklauso ekstreminio valdymo uždavinių grupei ir yra ekvivalentiškas vektorinės funkcijos $x(t) = x^*(t)$ nustatymui, kuri suteikia ekstremumą funkcionalui

$$J_T = \frac{1}{T} \int_0^T Q[x(t), z(t)] dt. \quad (2.7)$$

Kriterijai (2.6) ir (2.7) taikomi, kai objekto savybių pasikeitimo sąlygose reikia pagerinti tam tikrą jo darbo rodiklį.

Kriterijai (2.4) ir (2.6) paprasčiausi tipiškai paieškinio optimizavimo uždaviniuose. Tačiau praktika kelia įvairius paieškos tikslus, todėl yra daug uždavinių užrašymo formų. Pavyzdžiui, pasitaiko paieškos uždavinių su įvairiais funkciniais apribojimais, daugiakriteriais uždaviniais.

Tarkime, technologinio proceso efektyvumas įvertinamas jo rodikliais: našumu N , savikaina S ir produkcijos kokybe K . Tada, atsižvelgiant į minėtus rodiklius, paieškos tikslą galima formuluoti: surasti valdomųjų kintamųjų vektorius x^* , kuris suteikia mažiausią vertę produkcijos savikainai

$$S = S(x), \quad (2.8)$$

laikantis apribojimų

$$N(x) = N_0, \quad K(x) = K_0, \quad (2.9)$$

$$x_{i-} \leq x_i \leq x_{i+}, \quad i = 1, \dots, k, \quad (2.10)$$

čia N_0 ir K_0 – pasirinktos našumo ir kokybės rodiklio vertės.

Jeigu proceso rodikliai priklauso nuo atsitiktinių dydžių z_i , paieškos uždavinio sąlygos užrašomos analogiškai (2.8) – (2.10), tačiau vietoje rodiklių S , N ir K naudojami jų vidurkiai.

Uždavinio su funkciniais apribojimais bendroji forma užrašoma taip:

$$Q(x) \rightarrow \underset{x \in \Omega_X \cap \Theta}{extr}, \quad (2.11)$$

$$\Theta = \{h_j(x) \geq 0, j = 1, \dots, p\}. \quad (2.12)$$

Uždaviniai, kurių formuluotė (2.11), (2.12), dažnai sprendžiami konstravimo ir projektavimo metu.

Gera būtų surasti technologinio objekto režimą, kuris garantuotų didžiausią našumą, mažiausią savikainą ir didžiausią kokybės rodiklį. Tačiau toks režimas paprastai neegzistuoja ir jo suradimo uždavinio formuluotė greičiausiai bus nekorektiška. Iš tikrųjų, daugumai technologinių objektų per didelis proceso forsavimas, norint padidinti našumą, nepaprastai padidina energijos ir žaliavos eikvojimą ir todėl padidėja savikaina, be to, blogėja ir produkcijos kokybė.

Paieškos tikslo parinkimas ir jo formalizavimas – svarbi ir sudėtinga problema. Nuo jos tinkamo sprendimo labai priklauso optimizavimo sėkmė. Ne visuomet šią problemą galima patenkinamai išspręsti taikant kriterijus (2.4), (2.6) ir (2.11), (2.12), kuriuose numatomas tik vieno rodiklio optimizavimas. Praktikoje kai kada būtina pagerinti kelis objekto funkcionavimo rodiklius ir tam tikslui formuluojami ir sprendžiami daugiakriteriai paieškos uždaviniai, taikant vektorinį kriterijų [27].

Tarkim, parinkta tam tikra vektorinė tikslo funkcija:

$$Q(x) = [Q_1(x), \dots, Q_M(x)]. \quad (2.13)$$

Atskirų tikslo funkcijų ekstremumai pasiekiami optimaliuose taškuose

$$x_1^*, \dots, x_M^*. \quad (2.14)$$

Jeigu visi vektoriai (2.14) lygūs

$$x_i^*, \dots, x_j^*, \quad i \neq j, \quad i = 1, \dots, M, \quad (2.15)$$

tai (2.15) yra daugiakriterio uždavinio sprendimas.

Tačiau lygybės (2.15) beveik niekuomet praktikoje nebūna. Todėl formuluojamas uždavinys rasti tam tikrą kompromisinį sprendimą. Ieškant funkcijų $Q_j(x)$ minimumo, kompromisinis sprendimas $x \in \Omega_x$ bus efektyvus taškas, jeigu jį atitinka nelygybės:

$$Q_j(x^*) \leq Q_j(x), \quad j = 1, \dots, M,$$

be to, viena iš jų turi būti griežta.

Iš to apibrėžimo išplaukia, kad yra aibė Ω_* efektyvių taškų. Ji vadinama kompromiso aibe.

Vienas optimalus sprendimas parenkamas iš kompromiso aibės, atsižvelgiant į atskirų kriterijų svarbumą. Todėl, formuluojant daugiakriterį paieškos uždavinį, reikia atlikti tam tikrą vektorinio kriterijaus sujungimą. Tam tikslui taikomi įvairūs sujungimo metodai: sujungimas kokybiniu atžvilgiu palyginamų ir rangotų pagal svarbumą kriterijų, globalinio kriterijaus sudarymas ir kt.

Dažnai taikomi sujungimo metodai, numatantys tam tikros skaliarinės funkcijos sukūrimą

$$Q(x) = \Phi[Q_1(x), \dots, Q_M(x)], \quad (2.16)$$

kurioje kiekviena atskira tikslo funkcija užima savo atitinkamą vietą pagal savo svarbumą ir naudingumą. Vienintelis vektorius $x \in \Omega_x$, kuris suteikia funkcijai (2.16) ekstremumą, yra daugiakriterio uždavinio optimalusis sprendimas. Pavyzdžiui, dėl palyginimų kokybiniu atžvilgiu $Q_j(x)$, tikslo funkcija gali būti suma

$$Q(x) = \sum_{j=1}^M \psi_j Q_j(x),$$

čia
$$\psi \geq 0, \quad \sum_{j=1}^M \psi_j = 1.$$

Svorio koeficientai ψ_j , kurie nurodo j -tojo kriterijaus svarbą (svorį), gali būti išrinkti taikant eksperimentinius įvertinimus, atsižvelgiant į fizikines uždavinio savybes ir t.t.

Kai kada pavyksta $Q_j(x)$ sujungti į vieną skaliarinę funkciją, išreiškiančią techninį ekonominį rodiklį. Tada daugiakriterio uždavinio formuluotė pagrįstesnė ir natūralesnė.

Šiame poskyryje išdėstyta paieškinio optimizavimo uždavinių apžvalga rodo, kad, priklausomai nuo optimizavimo objekto savybių, pasirinkto kriterijaus, šie uždaviniai gali būti įvairūs. Paieškinio optimizavimo uždavinių įvairovė

reikalauja įvairių paieškinio optimizavimo metodų, algoritmų, pritaikytų tam tikros klasės uždavinių sprendimui. Ši problema iš dalies sprendžiama kuriant algoritminius AVS sintezės metodus.

2.2. Optimalaus valdymo uždaviniai

Optimalaus valdymo problemos buvo suformuluotos darbuose [28, 31, 34] ir kt.

Dinaminės sistemos arba objekto būsena apibūdinama faziniu vektoriumi:

$$\mathbf{y} = (y_1, y_2, \dots, y_n), \quad (2.17)$$

čia kintamieji y_i nurodo objekto būseną (pavyzdžiui, elektros variklio veleno momentą, sukimosi greitį, pagreitį ir t. t.).

Vektoriaus $\mathbf{y}$ kitimas gali būti pavaizduotas būsenų fazinėje erdvėje tam tikra trajektorija $\mathbf{y}(t)$.

Dažnai vektorius $\mathbf{y}$ turi apribojimus

$$\mathbf{y} \in \Omega_y, \quad (2.18)$$

čia Ω_y – fazinio vektoriaus apribojimas, n –matės erdvės poaibis. Pavyzdžiui, transporto mašinose apribojamas pagreitis.

Norint perversi objektą iš vienos būsenos į kitą, reikia suteikti jam valdomąjį poveikį, kuris apibūdinamas valdymo vektoriumi:

$$\mathbf{u} = (u_1, u_2, \dots, u_m). \quad (2.19)$$

Valdomieji poveikiai u_i – tai objekto įėjimo kintamieji, nuo kurių priklauso fazinis vektorius (pavyzdžiui, elektros variklio inkaro įtampa, srovė ir kt.).

Valdymo vektorius praktikos uždaviniuose visuomet apribotas

$$\mathbf{u} \in \Omega_u. \quad (2.20)$$

čia Ω_u – valdymo vektoriaus apribojimas, m –matės erdvės poaibis.

Valdymo objekto lygtis gali būti duota normaline diferencialinių lygčių forma:

$$\frac{dy_i}{dt} = f_i(\mathbf{y}, \mathbf{u}), \quad i = 1, \dots, n, \quad (2.21)$$

čia $\mathbf{y}$ – n –matis (2.17) ir $\mathbf{u}$ – m –matis (2.19) vektoriai.

Valdymo periodas trunka nuo pradinio t_0 iki galutinio momento t_f .

Pradinės būsenos vektorius $\mathbf{y}(t_0)$ vadinamas kairiuoju trajektorijos $\mathbf{y}(t)$ galu. Galutinis būsenos vektorius $\mathbf{y}(t_f)$ vadinamas dešiniuoju $\mathbf{y}(t)$ trajektorijos galu.

Ribinės sąlygos – fazinio vektoriaus apribojimai laiko momentais t_0 ir t_f gali būti tokie:

$$\mathbf{y}(t_0) = \mathbf{y}^0, \mathbf{y}(t_f) = \mathbf{y}^f, \quad (2.22)$$

čia $\mathbf{y}^0$ ir $\mathbf{y}^f$ – ribiniai trajektorijos $\mathbf{y}(t)$ taškai.

Be to, ribinės sąlygos gali būti duotos leistinomis sritimis:

$$\mathbf{y}(t_0) \in \Omega_0; \mathbf{y}(t_f) \in \Omega_f, \quad (2.23)$$

t. y. trajektorijos $\mathbf{y}(t)$ turi prasidėti pradinėje srityje Ω_0 ir baigtis galutinėje srityje Ω_f .

Optimalaus valdymo uždaviniai su ribinėmis sąlygomis (2.22) vadinami – su fiksuotaisiais trajektorijos galais, o uždaviniai su ribinėmis sąlygomis (2.23) vadinami – su judriaisiais (nefiksuotais) trajektorijos galais.

Optimalaus valdymo uždaviniuose sistemos kokybės rodiklis – tikslo funkcija dažniausiai užrašoma funkcionalo forma. Funkcionalas yra laiko funkcijų $y(t)$, $u(t)$, $\dot{y}(t)$, $\dot{u}(t)$, ..., laiko momentų t_0 , t_f ir laiko t funkcija:

$$J = J[\mathbf{y}(t), \mathbf{u}(t), \dot{\mathbf{y}}(t), \dot{\mathbf{u}}(t), \dots, t_0, t_f, t]. \quad (2.24)$$

Atskirais optimalaus valdymo atvejais į funkcionalo išraišką (2.25) įeina tik kai kurie iš nurodytų kintamųjų.

Viena iš patogiausių tikslo funkcijos formų – integruojamasis funkcionalas

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f_0(\mathbf{y}, \mathbf{u}, t) dt. \quad (2.25)$$

Optimalaus valdymo uždaviniuose reikia rasti optimalią funkciją $\mathbf{u}^*(t)$, kuri suteikia funkcionalui ekstremumą.

Be fazinio ir valdymo vektorių apribojimų (2.19), (2.21), duotų priklausomybės sąlygomis, dažnai optimalaus valdymo uždaviniuose taikomi funkciniai apribojimai lygybių ir nelygybių forma:

$$h_i(\mathbf{y}, \mathbf{u}) = 0, \quad i = 1, \dots, p < n, \quad (2.26)$$

$$g_j(\mathbf{y}, \mathbf{u}) \leq 0, \quad j = p + 1, \dots, v. \quad (2.27)$$

Praktiniuose uždaviniuose kai kada taikomas izoperimetrinis apribojimų

tipas (pavyzdžiui, energijos sąnaudų). Tokie apribojimai turi integralo formą:

$$\int_{t_0}^{t_f} f_{n+j}(\mathbf{y}, \mathbf{u}, t) dt = B_j, \quad j = 1, \dots, r < n. \quad (2.28)$$

Panaudojus vienus ar kitus uždavinių elementus (2.17)–(2.28), galima formuluoti įvairius optimalaus valdymo uždavinius.

Pavyzdžiui, optimalaus valdymo uždavinys gali būti suformuluotas taip: rasti vektorinę funkciją $\mathbf{u}^*(t)$ kuri suteikia funkcionalui

$$J = \int_{t_0}^{t_f} f_0(\mathbf{y}, \mathbf{u}, t) dt \quad (2.29)$$

minimumą, laikantis sąlygų ir apribojimų:

$$\left. \begin{aligned} \frac{dy_i}{dt} &= f_i(\mathbf{y}, \mathbf{u}), \quad i = 1, \dots, n, \\ h_i(\mathbf{y}, \mathbf{u}) &= 0, \quad i = 1, \dots, p < n, \\ g_j(\mathbf{y}, \mathbf{u}) &\leq 0, \quad j = p+1, \dots, v, \\ \mathbf{y}(t_0) &= \mathbf{y}^0; \mathbf{y}(t_f) = \mathbf{y}^f, \\ \mathbf{u} &\in \Omega_u, \mathbf{y} \in \Omega_y. \end{aligned} \right\}. \quad (2.30)$$

Tokiam uždaviniui spręsti galima naudoti optimalaus valdymo metodus – variacinio skaičiavimo, maksimumo principo, dinaminio programavimo [28, 31, 33, 34] ir kt. Optimalaus valdymo uždavinio sprendimas nurodo tikslą, kurio reikia siekti sprendžiant tokio pobūdžio algoritminį AVS sintezės uždavinį.

2.3. Kai kurios optimizavimo objektų savybės

Realių objektų ir jų modelių valdymo procesuose atsiranda įvairių optimizavimo uždavinių su skirtingomis jų sprendimo sąlygomis. Atsižvelgiant į šias sąlygas, parenkami skirtingi optimizavimo metodai. Pavyzdžiui, paieškinio optimizavimo metodais sprendžiami uždaviniai, kurių spręsti kitais metodais negalima arba neefektyvu. Dažnai optimizavimo uždavinių sprendimo sąlygos yra susijusios su objektų savybėmis.

Atsižvelgiant į tai, kokis būklės yra optimizavimo objektai, juos galima padalyti į tris tipus: matematiniai, realieji ir kombinuotieji.

Matematiniai optimizavimo objektai – tai fizinių, biologinių, ekonominių procesų, projektuojamų sistemų, įrenginių, realiųjų objektų matematiniai

modeliai ir tiesiog nepriklausomų kintamųjų funkcijos. Matematinuose objektuose tikslo ir apribojimų funkcijos išreikštos analitinėmis lygtimis, priklausomybėmis arba panaudojant tam tikrus operatorius, kuriais galima apskaičiuoti šias funkcijas. Tokių objektų bendrosios tikslo funkcijų ir apribojimų išraiškos atitinkamai pateiktos (2.1), (2.5), (2.6) ir (2.12). Matematinų objektų optimizavimo uždaviniai, išreikšti statikos lygtimis, dažnai sprendžiami klasikiniais funkcijos ekstremumo radimo metodais, matematinio ir stochastinio programavimo metodais [33, 35, 36 ir kt.]. Tačiau, jeigu tikslo funkcija yra sudėtingos formos arba išreikšta algoritmais, tokiems uždaviniams spęsti taikomi paieškinio optimizavimo metodai.

Realieji optimizavimo objektai – veikiantieji laboratoriniai ir technologiniai įrenginiai, sistemos, mašinos ir agregatai, eksperimentinės konstrukcijos, fiziniai procesų modeliai ir t. t. Jie nuo matematinių objektų skiriasi tuo, kad dažnai nežinomos realiųjų objektų charakteristikos (nėra analitiniu būdu pateiktų tikslo ir apribojimų funkcijų), taip pat turi daug kitų savybių, apsunkinančių optimizavimą (trukdžiai įėjimo ir išėjimo kanaluose, procesų inercija, charakteristikų dreifas ir kt.). Realiojo objekto optimizavimas (be jo matematinio modelio) atliekamas paieškinio optimizavimo metodais.

Kombinuotieji objektai turi kai kurias realiųjų ir matematinių objektų savybes. Šiam tipui galima priskirti realųjį objektą, kuris neturi pilno arba pakankamai tikslaus matematinio modelio.

Optimizavimo metu toks modelis papildomas arba patikslinami jo parametrai, t. y. atliekama objekto charakteristikų identifikacija, taikant eksperimentinius duomenis.

Atsižvelgiant į tikslo funkcijos savybes, optimizavimo objektai gali būti skirstomi į vienaekstremius (unimodalinė tikslo funkcija) ir daugiaekstremius. Daugiaekstremiems objektams optimizuoti (globalinio tikslo funkcijos ekstremumo paieškai) taikomi specialūs globalinio optimizavimo metodai [37–39 ir kt.].

Optimizavimo objektai skirstomi į statinius ir dinامينius. Matematiniai objektai vadinami statiniais, jeigu tikslo ir apribojimų funkcijos yra statikos lygtys, ir dinامينiais, jeigu šios funkcijos išreikštos diferencialinėmis lygtimis, perdavimo funkcijomis. Objektai, išreikšti dinامينėmis lygtimis, optimizuojami optimalaus valdymo teorijos metodais: variaciniais metodais, maksimumo principo, dinامينio programavimo metodais ir kt.

Realieji objektai visuomet yra inertiški ir, pakitus valdymo poveikiams, juose vyksta pereinamieji procesai. Realųjį objektą galima laikyti statiniu, jeigu dinامينiai procesai trunka neilgai, palyginti su laiko intervalu, reikalingu valdymo poveikiams pakeisti.

Atliekant paieškinius eksperimentus, būtina nustatyti tam tikruose lygiuose valdomuosius parametrus x_i , išmatuoti (apskaičiuoti) išėjimo rodiklius Q , h_j ir

atsitiktinius kintamuosius z_i . Realiame objekte, be z_i , yra kitų atsitiktinių veiksnių: parametrų x_i stabilizavimo, matavimo paklaidos, trukdžiai perdavimo kanaluose ir t. t.

Dažnai optimizavimą apsunkina didelės objekto rodiklių matavimo paklaidos. Todėl realiojo objekto tikslo funkcija užrašoma taip:

$$y = Q(x, z) + \varepsilon, \quad (2.31)$$

čia y – stebimoji optimizuojamo rodiklio vertė; $Q(x, z)$ – tikroji optimizuojamo rodiklio vertė, nežinoma funkcija; ε – atsitiktinis trukdis.

Kai kuriais atvejais objekto savybės gali būti išreikštos modeliu

$$y = Q(x) + \varepsilon. \quad (2.32)$$

Išraiškoje (2.32), kaip ir (2.31), funkcija $Q(x)$ nežinoma, o trukdis ε modeliuoja kintamųjų z_i visumą, matavimo paklaidas ir kitus atsitiktinius veiksnis.

Realiesiems statiniams ir dinaminiam objektams optimizuoti, be jų matematinių modelių, taikomi paieškinio optimizavimo metodai.

Sudarant algoritminius AVS sintezės metodus, naudojami invariantiniai, adaptyvūs, kombinuotieji, atpažįstantys būsenas ir kintamos strategijos simpleksinės paieškos algoritmai [10], pritaikyti realiems objektams optimizuoti.

2.4. Paieškinio optimizavimo metodų charakteristika

Optimalių sprendimų paieška, taikant paieškinio optimizavimo metodą, yra laipsniško artėjimo prie optimalaus taško procesas, kuris sudaromas naudojant eksperimento rezultatus, gautus optimizuojant objektą. Informacijos, gautos eksperimento būdu (tikslų ir apribojimų funkcijų matavimo rezultatų, trukdžių ir t. t.), analizė leidžia parinkti paieškos žingsnio kryptį ir dydį, įvertinti ekstremalias objekto savybes neapibrėžtumo sąlygomis. Todėl paieškinio optimizavimo metodai taikomi įvairiems determinuotiesiems ir stochastiniams ekstreminiams uždaviniams spręsti. Paskutiniaisiais dešimtmečiais didelio susidomėjimo optimizavimo problemomis dėka bei intensyviai vystantis optimalių sprendimų teorijai, sukurta daug paieškinio optimizavimo metodų. Tačiau kol kas nė vienas iš jų neturi pranašumo, leidžiančio laikyti jį universaliu metodu, sprendžiant bet kokius paieškinio optimizavimo uždavinius. Todėl dar yra dideli šių metodų tobulinimo išteklių, taip pat nemažos galimybės geriau taikyti praktikoje.

Paieškinio optimizavimo metodus, plačiai taikomus projektavimo uždavinių optimalių sprendimų paieškai, technologiniams procesams optimizuoti ir kitiems

ekstreminiams uždaviniams spręsti neapibrėžtose sąlygose, galima padalinti į kelias grupes: determinuotuosius ir atsitiktinės paieškos. Determinuotieji metodai turi reguliariąją informacijos surinkimo ir judėjimo tikslo link sistemą. Atsitiktinės paieškos metodai veiksmų sistemoje naudoja atsitiktinį elementą.

Determinuotųjų metodų klasėje galima išskirti paieškinius gradientinius ir simpleksinės paieškos metodus.

Paieškinių gradientinių metodų grupė susideda iš daugelio metodų, sudarytų taikant įvairius eksperimentinius tikslo funkcijos gradiento įvertinimo būdus [12, 16, 40–60]. Šie metodai plačiai taikomi paieškinio optimizavimo uždaviniams spręsti.

Stochastinės aproksimacijos metodų sukūrimas [17, 18, 42, 55, 57, 59, 60] buvo didelis gradientinių metodų tobulinimo laimėjimas. Šie didelį atsparumą trukdžiams turintys metodai sudaro adaptyvių sistemų teorijos pagrindą [43].

Nuo praėjusio amžiaus 60–ųjų metų vidurio buvo intensyviai tobulinami simpleksinės paieškos metodai [1–12, 25, 61–92]. Daugelyje darbų aprašyti simpleksinės paieškos algoritmai, parodytas jų efektyvumas, nurodytos metodų naudojimo taisyklės ir rezultatai [61–64, 66–69, 78–92]. Taikant daugiaryšes Markovo grandines aprašyti paieškos procesai, sukurta simpleksinės paieškos statistinė teorija, kurios pagrindai išdėstyti darbuose [65, 70–75, 25]. Atlikti paieškos procesų tyrimai rodo šių metodų, taikant nuoseklų simplekso viršūnių atsispindėjimą, perspektyvumą. Simpleksinės paieškos metodai leidžia sujungti bandomuosius ir darbo žingsnius, todėl po kiekvieno eksperimento parenkama judėjimo kryptis. Remiantis simpleksinės paieškos statistine teorija sudaryti optimalūs, invariantiniai, adaptyvūs, kombinuotieji, atpažįstantys būsenas ir kintamos strategijos algoritmai [9, 25]. Sprendžiant daugelį paieškinio optimizavimo uždavinių, simpleksinės paieškos metodai turi ryškų pranašumą, lyginant su paieškiniais gradientiniais metodais.

Žymaus progreso ekstreminių sistemų ir optimalių sprendimų teorijos srityje pasiekta atsitiktinių paieškos metodų raidos dėka [37, 50, 51, 44, 93]. Šie metodai (ir daugelis kitų) dėl jų nesudėtingų algoritmų ir didelio efektyvumo, sprendžiant daugiamačius uždavinius, plačiai taikomi paieškiniame optimizavime. Darbai [37, 51, 93] yra atsitiktinės paieškos teorijos pagrindas. Jie davė impulsą determinuotiems paieškos metodams tobulinti.

Minėtosios metodų grupės, papildydamos viena kitą, kartu sudaro galingą priemonių arsenalą paieškinio optimizavimo uždaviniams spręsti.

Pagrindinė paieškinio optimizavimo ypatybė yra ta, kad judėjimo kryptis į tikslą nustatoma naudojant pamatuotas (arba apskaičiuotas) tikslo funkcijos vertes tam tikro eksperimentinio plano taškuose. Paieškiniai eksperimentai leidžia papildyti trūkstamą informaciją apie objektą ir suteikia paieškinio optimizavimo metodus universalumo. Šie metodai išlaiko darbingumą, ieškant nediferencijuojamų, pertraukiamų funkcijų ekstremumo ir pritaikomi uždaviniuose, kai nežinoma tikslo funkcija.

Dažnai nėra garantijos, kad objekto optimizavimas bus sėkmingas, jeigu apriboti laiko resursai ir lėšos. Ši problema atsiranda kaip sudėtingų paieškos sąlygų – pakankamos informacijos nebuvimo, trukdžių įtakos rezultatas. Išnagrinėsime nurodytąją problemą, sprenddami uždavinius pagal kriterijų (2.4).

Tarkime, realaus objekto savybės apibūdinamos modeliu (2.32), kuriame ε yra centruotas atsitiktinis dydis. Tuomet gaunama:

$$M_{\varepsilon} [y(x, \varepsilon)] = Q(x), \quad (2.33)$$

čia M – matematinės vilties simbolis.

Lygybė (2.34) – tikimybinio paieškos algoritmo konvergavimo, kuris įrodytas kai kuriems stochastinės aproksimacijos ir atsitiktinės paieškos metodams [42, 93], būtina sąlyga.

Pavyzdžiui, atsitiktinis vektorius x_n konverguoja pagal tikimybę prie x^* , didėjant žingsnių skaičiui $n \rightarrow \infty$, jeigu kokiam nors $\vartheta^0 > 0$ galima užrašyti

$$\lim_{n \rightarrow \infty} P \left\{ \|x_n - x^*\| < \vartheta^0 \right\} = 1, \quad (2.34)$$

čia $P\{\cdot\}$ – įvykio tikimybė.

Realiomis sąlygomis žingsnių skaičius apribotas $n \leq N$. Taigi yra tikimybinis konvergavimas ar ne, paieškos uždavinys gali būti išspręstas tik su tam tikra tikimybe p^0 . Geriausiu atveju tikimybė p^0 , jeigu duoti dydžiai ϑ^0 ir N , gali būti įvertinta naudojant objekto charakteristikas. Blogiausiu atveju, jeigu pastarosios nežinomos, negalima garantuoti, kad uždavinys bus išspręstas.

Kuomet nėra trukdžio ε (matematiniai objektai), paieškinio optimizavimo metodai paprastai garantuoja lokalinio ekstremumo radimą su paklaida ϑ , mažesne už bet kokią pasirinktąjį skaičių ϑ^0 , t. y.:

$$\|x_n - x^*\| < \vartheta^0, \quad (2.35)$$

o nesudėtingomis optimizavimo sąlygomis – tikslų sprendimą $x_N = x^*$. Reikia pažymėti, kad, parenkant optimizavimo metodą konkrečiam uždaviniui, jo tikimybinis konvergavimas nėra svarbus. Pirmiausia būtina sužinoti paieškos tikslumą ir patikimumą (2.35) realiajam parinktam skaičiui N , o ne šių rodiklių vertes, kai $n = \infty$. Iš tikrųjų paieškinio optimizavimo sistemą, nesant išorinių poveikių, galima palyginti su autonomine tiesine ar netiesine automatinio reguliavimo sistema. Nagrinėjant šių sistemų asimptotinį konvergavimą, paskutinė, dažniausiai nestabili (ekvivalentiška jai) paieškinė sistema nekonverguoja. Tačiau, kaip žinoma, netiesinės sistemos su stabilizatoriu švytavimu dažnai yra geresnės reguliavimo kokybės atžvilgiu ir tinkamesnės, palyginti su tiesinėmis sistemomis. Be to, reikia pastebėti, kad vienas iš efektyvių

ir populiarių paieškinio optimizavimo metodų stataus pakilimo metodas [40] negarantuoja paieškos proceso tikimybinio konvergavimo trukdžių sąlygomis.

Svarbu išnagrinėti kai kuriuos klausimus, susijusius su uždavinio (2.35) sprendimu. Tarkime, objekto savybės apibūdinamos modeliu (2.31), kuriame ε – centruotas atsitiktinis dydis.

Jeigu $\varepsilon = 0$, o $Q(x, z)$ ir $z(t)$ žinomos funkcijos, tai yra galimybė surasti tikslų sprendimą $x^*(t)$.

Atliekant realaus objekto optimizavimą, kuomet funkcija $Q(x, z)$ nežinoma, funkcijos $x^*(t)$ nustatymas tampa sudėtingas. Jeigu, be to, dar ir $\varepsilon \neq 0$, tai, nepaisant kokią informaciją turime apie $z(t)$, ekstreminio valdymo eigoje bus paklaida

$$g(t) = \|x(t) - x^*(t)\|$$

ir nuokrypa

$$g_1(t) = Q[x^*(t), z(t)] - Q[x(t), z(t)]. \quad (2.36)$$

Ieškant funkcijos Q maksimumo, vertė $g_1(t) > 0$ todėl, kad visuomet $Q(x, z) \leq Q(x^*, z)$. Tarkime, reikia garantuoti funkcionalo (2.7) maksimumą laiko intervale $0 \leq t \leq T$. Sprendžiant uždavinį gaunamas paklaidos (2.36) vidurkis:

$$\Delta J_T = \frac{1}{T} \int_0^T g_1(t) dt. \quad (2.37)$$

Kadangi funkcionalas (2.37) atsitiktinis dydis, uždavinio (2.6) sprendimo su vidurkiu $\Delta J_T < \Delta J^0$ tikimybė laiko intervale T bus lygi $P\{\Delta J_T < \Delta J^0\} = p^0$.

Tikimybė p^0 , kai duotos vertės T ir ΔJ^0 , įvertinama naudojant objekto charakteristikas. Jeigu šios charakteristikos nežinomos, paieška gali būti sėkminga ir nesėkminga.

Nurodytosios paieškinio optimizavimo problemos, atsirandančios dėl informacijos apie objektą trūkumo, sprendžiamos įvairiais būdais.

Prieš sprendžiant paieškos uždavinį dažnai galima surinkti duomenis (objekto įėjimo ir išėjimo kintamųjų realizacijas, trukdžių statistines charakteristikas, duomenis apie matavimo paklaidas, eksperimentinius įvertinimus ir t. t.), kurie leidžia nustatyti kai kurias objekto savybes, charakteristikas ir optimizavimo sąlygas (trukdžio ε dispersiją, funkcijos Q gradiento modulį, dreifo greitį ir kt.). Preliminarūs objekto tyrimai leidžia ne tik

nustatyti paieškos patikimumą, bet ir didinti jos efektyvumą.

Kitas trūkstamos informacijos papildymo būdas – tai adaptyvių optimizavimo ir identifikavimo metodų [43, 44, 94] taikymas.

Paieškinio optimizavimo sistema, susidedančią iš objekto ir optimizatoriaus, galima nagrinėti kaip uždarytą automatinio (automatizuoto) valdymo sistemą. Todėl paieškos procesų analizei gali būti taikomi automatinio valdymo teorijos ir techninės kibernetikos metodai. Dideli paieškinio optimizavimo progreso rezervai yra adaptyvių [43, 44, 94], invariantinių [95, 96], kintamosios struktūros [29, 32], optimalių [28, 31, 34, 48] sistemų idėjose ir metoduose. Automatinio valdymo teorijos metodai apibendrinami sprendžiant simpleksinės paieškos sistemų analizės ir sintezės uždavinius.

2.5. AVS optimizavimo uždaviniai

AVS optimizavimas atliekamas sistemų projektavimo (konstravimo) ir eksploatavimo stadijose [27].

Dabartiniu metu, taikant paieškinio optimizavimo, matematinio programavimo ir optimalaus valdymo metodus, naudojant galingus kompiuterius ir pažangią programinę įrangą, galima efektyviai spręsti įvairius AVS optimizavimo uždavinius sistemų projektavimo ir optimizavimo stadijose.

AVS optimizavimo uždavinys gali būti suformuluotas kaip sistemos parametrų ar struktūros optimizavimo, ar optimalaus valdymo uždavinys.

Jeigu yra sudarytas valdymo objekto (sistemos) matematinis modelis, sprendžiant AVS optimizavimo ir optimalaus valdymo uždavinius, galima taikyti įvairius matematinio programavimo, optimizavimo ir optimalaus valdymo metodus.

Jeigu valdymo objekto (sistemos) matematinio modelio nėra, juos galima sudaryti naudojant matematinių modelių sudarymo metodus; arba spręsti AVS optimizavimo ir kvazioptimalaus valdymo uždavinius, taikant paieškinio optimizavimo ir algoritminius sistemų sintezės metodus. Pastaruoju atveju uždavinį būtina suformuluoti paieškinio optimizavimo uždavinio forma ir spręsti eksperimentiniu būdu. Kai kurie AVS optimizavimo uždaviniai pateikti 2.1 lentelėje.

2.1 lentelė. AVS optimizavimo uždaviniai

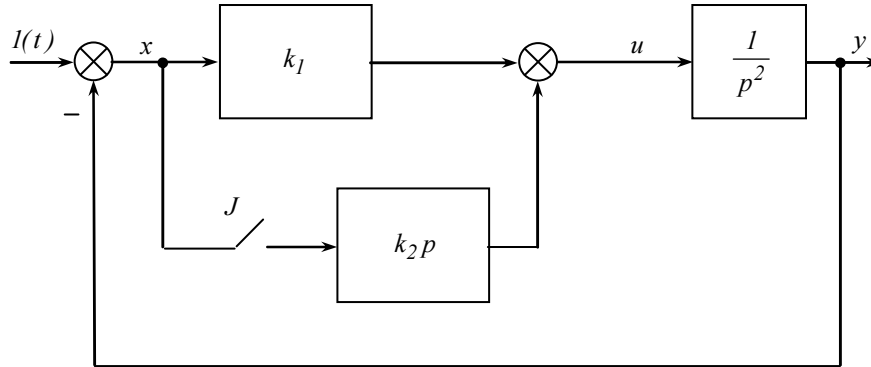
Valdymo sistema	AVS optimizavimo uždaviniai	
	Projektavimas	Eksploatavimas
Stabilizavimo, sekos ir programinio valdymo sistemos	Regulatoriaus (koregavimo grandies) struktūros sintezė, parametrų optimizavimas	Regulatoriaus parametrų suderinimas ir optimizavimas

Ekstreminė valdymo sistema	Ekstreminio regulatoriaus struktūros sintezė, parametrų optimizavimas	Valdymo algoritmo parametrų optimizavimas
Paieškinio optimizavimo sistema	Paieškos strategijos optimizavimas, optimalaus algoritmo sintezė	Paieškos parametrų optimizavimas
Kvazioptimalaus valdymo sistema	Valdymo dėsnio sintezė	Valdymo įtaiso parametrų optimizavimas
Optimalus valdymo sistema	Valdymo dėsnio sintezė	Valdymo įtaiso parametrų optimizavimas
Uždaroji optimalaus valdymo sistema	Sistemos struktūros sintezė	Grižtamųjų ryšių (keitiklių) optimizavimas
Stochastinė valdymo sistema	Optimalaus regulatoriaus (filtro) struktūros sintezė	Regulatoriaus (filtro) parametrų optimizavimas
Kintamosios struktūros sistema	Kintamosios struktūros regulatoriaus (koregavimo grandies) sintezė	Regulatoriaus parametrų kitimo dėsnio optimizavimas
Adaptyviosios valdymo sistemos	Adaptacijos algoritmo sintezė, struktūrinė adaptacija	Adaptavimo ir identifikavimo parametrų optimizavimas

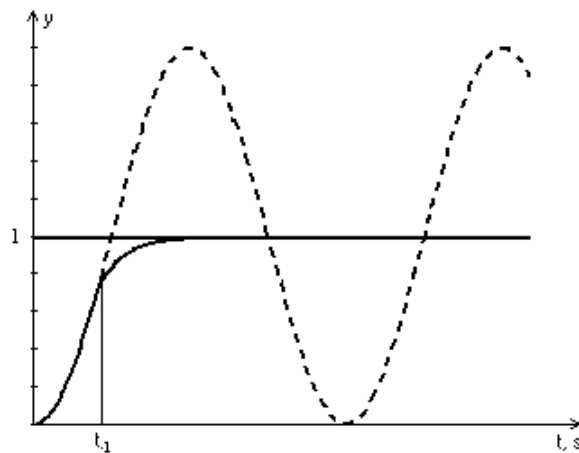
2.6. Kintamosios struktūros valdymo sistemų sintezė

Kintamosios struktūros sistemoje regulatoriai, koregavimo grandys valdymo proceso metu pagal tam tikrą dėsnį ar algoritmą keičia savo parametrus ir struktūrą: grįžtamųjų ryšių ženklus, šuoliškai didina ar mažina įvairių koordinačių perdavimo koeficientus, laiko pastoviąsias ir t. t. [29, 32] Tokioje sistemoje yra galimybė panaudoti įvairių struktūrų naudingąsias savybes arba gauti naujas nė vienai iš galimų struktūrų nebūdingas savybes [32]. Kintamosios struktūros valdymo sistemos pavyzdys parodytas 2.1 paveiksle. Laiko momentu t_1 jungiklis J įjungia diferencialinę grandį (slopavimo poveikį), kurios dėka pašalinama dinaminė nuokrypa. Taigi, keičiant sistemos struktūrą, kai $t = t_1$,

gaunama puiki reguliavimo kokybė (2.2 pav.).



2.1 pav. Kintamosios struktūros valdymo sistema



2.2 pav. Sistemos pereinamieji procesai

Vienas iš pagrindinių kintamosios struktūros sistemų sintezės metodų yra įvairių fazinių portretų komponavimas [29, 32]. Šio metodo idėja yra tokia. Sistema gali būti aprašyta diferencialine lygtimi:

$$\frac{d^2x}{dt^2} + a_1 \frac{dx}{dt} + a_2 x = 0, \quad (2.38)$$

čia $x = y_0 - y$.

Nagrinėjamos dvi nestabilios struktūros:

1) Būdingosios lygties šaknys yra kompleksinės ir turi teigiamas realiąsias dalis:

$$r_{12} = \alpha \pm j\beta, \quad \alpha > 0. \quad (2.39)$$

Tuomet diferencialinės lygties (2.39) sprendiniai:

$$x = Ae^{\alpha t} \sin(\beta t + \varphi), \quad (2.40)$$

$$\dot{x} = A_1 \alpha e^{\alpha t} \cos(\beta t + \varphi). \quad (2.41)$$

2) Būdingosios lygties šaknys realios ir turi skirtingus ženklus:

$$r_1 = \alpha_1 > 0, \quad r_2 = \alpha_2 < 0. \quad (2.42)$$

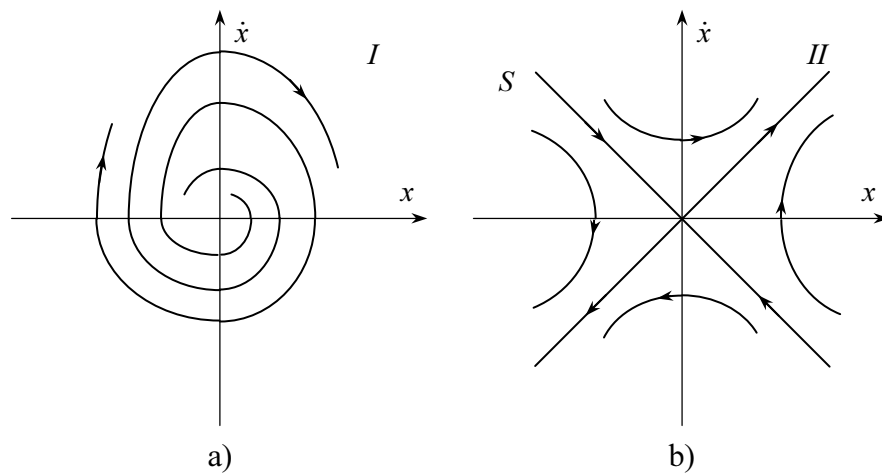
Diferencialinės lygties sprendiniai:

$$x = c_1 e^{\alpha_1 t} + c_2 e^{-\alpha_2 t}, \quad (2.43)$$

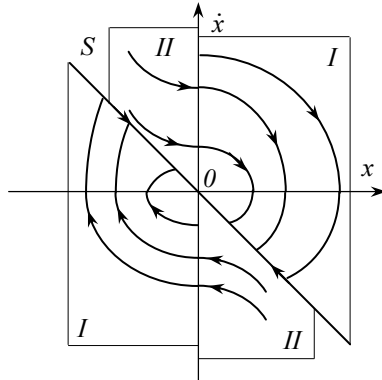
$$\dot{x} = c_1 \alpha_1 e^{\alpha_1 t} - c_2 \alpha_2 e^{-\alpha_2 t}.$$

Nestabilios struktūros (2.40), (2.43) turi fazinius portretus, kurie pavaizduoti 2.3 paveiksle a, b. Sukomponavus iš šių dviejų fazinių portretų vieną stabilios sistemos fazinį portretą (2.4 pav.), matyti, kad sistemos būseną visada artėja prie linijos S kuri yra stabili antrosios struktūros dalis.

Šios sistemos valdymo įtaisas turi pakeisti struktūrą, kada sistemos būseną kerta liniją S arba ašį $\dot{x}$.



2.3 pav. Nestabilios struktūros sistemos



2.4 pav. Kintamosios struktūros sistemos fazinis portretas

Toks fazinių portretų komponavimas suteikia galimybę kurti aukštos valdymo kokybės sistemas, spręsti kintamosios struktūros sintezės uždavinius. Šis klasikinės kintamosios struktūros sistemų sintezės metodas turi ribotą taikymo sritį. Jo taikymas problematiškas arba neįmanomas, kai objektas aprašomas aukštos eilės diferencialine lygtimi, turi sudėtingą – neanalitiniu būdu sudarytą matematinį modelį ir kai matematinio modelio iš viso nėra.

Algoritminiai kintamosios struktūros sistemų sintezės metodai. Formuluojuojant kintamosios struktūros valdymo sistemos sintezės uždavinį, naudojantis komponentais x_i , reikia suformuoti parametrų β_i , nuo kurių priklauso sistemos (reguliatoriaus, koregavimo grandies) struktūra, kitimo dėsnius [26, 27, 97–99, 107].

Valdymo intervale $t_0 \leq t \leq t_f$, kai $t_0 = 0$, naudojant vektoriaus β komponentų β_i , $i = 1, \dots, m$ diskretines vertes:

$$\begin{aligned} \beta_i[jT], \quad j = 0, \dots, r-1, \\ \dots\dots\dots \\ \beta_m[jT], \quad j = 0, \dots, r-1, \end{aligned} \quad (2.44)$$

įvedamas $k = mr$ – matis vektorius:

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = \{x_1 = \beta_1[0], x_2 = \beta_1[1T], \dots, x_{k-1} = \beta_m[(r-2)T], \\ x_k = \beta_m[(r-1)T]\}, \end{aligned} \quad (2.45)$$

čia T – kvantavimo periodas, $T = t_f / r$.

Remiantis vektoriaus $\mathbf{x}$ komponentais x_i , sudaromos funkcijos, kuriomis išreiškiami sistemos struktūros ir parametrų kitimo dėsniai:

kurios koeficientai c_i ir q_l randami naudojant išmatuotas vertes J_j ir z_j eksperimentinio plano (simplekso) viršūnėse, taikant metodiką [74] arba mažiausių kvadratų metodą. Nustatant paieškos žingsnio kryptį, naudojama funkcija:

$$E_j(x) = J_j - \sum_{l=1}^S q_l z_{jl}, \quad j = 1, \dots, k+1, \quad (2.53)$$

kuri priklauso tik nuo valdomųjų parametrų x_i . Taigi matuojamų atsitiktinių kintamųjų z_i įvertinimas, nustatant paieškos žingsnį, leidžia eliminuoti paklaidą $\Delta J = q^T \Delta z$, atsirandančią dėl matuojamų atsitiktinių kintamųjų z_i kitimo.

Paieškinio optimizavimo uždavinys (2.48) – (2.51), taikant baudos funkcijų metodą, gali būti užrašytas paprastesne forma:

$$J_1[\mathbf{x}] = J(\mathbf{x}) + \sum_{i=1}^p \Psi_i h_i^2[y, \mathbf{p}(x, t)] - \sum_{j=1}^q \varphi_j g_j[y, \mathbf{p}(x, t)] \{1 - \text{sign } g_j[y, \mathbf{p}(x, t)]\} \rightarrow \min, \quad (2.54)$$

$$\mathbf{x} \in \Omega_x, \quad y \in \Omega_y. \quad (2.55)$$

Kintamosios struktūros valdymo sistemos sintezės uždavinys (2.49)– (2.52) arba (2.55), (2.56) yra sprendžiamas taikant simpleksinės paieškos algoritmus [25].

2.7. Variacinio skaičiavimo metodai

Variacinis skaičiavimas – matematikos skyrius, nagrinėjantis funkcionalų ekstremumus. Kaip savarankiškas matematikos mokslų skyrius susiformavo XVIII a. Leonardo Eilerio darbų dėka [31]. Variacinio skaičiavimo metodai plačiai naudojami šiuolaikinėje automatinio valdymo teorijoje [30, 48].

Funkcionalas tai funkcija, kurioje nepriklausomo kintamojo vaidmenį atlieka kita funkcija. Pavyzdžiui, funkcionalas bus kreivės $y(t)$ ir abscisių ašies apribotas plotas:

$$S[y(t)] = \int_0^t y(t) dt. \quad (2.56)$$

Uždaviniai, tyrinėjantys funkcionalų ekstremumus, vadinami variaciniais. Daugelyje mechanikos ir fizikos dėsnių teigiama, kad nagrinėjamo proceso tam tikras funkcionalas turi pasiekti minimumą arba maksimumą. Taip suformuluoti

dėsniai vadinami variaciniais mechanikos arba fizikos principais (Ferma principas optikoje, energijos tvermės dėsnis bei atskiri jo atvejai ir kt.).

[vedus argumento ir funkcionalo variacijų sąvokas, laikoma, kad $J[y(t)]$ yra funkcionalas, priklausantis nuo funkcijos $y(t)$. Argumento $y(t)$ padidėjimas, arba variacija, yra dviejų funkcijų skirtumas: $\delta y = y_1(t) - y_2(t)$.

Funkcija $y(t)$ yra tolydžioji, kai mažą pokytį t atitinka mažas pokytis $y(t)$. Funkcionalas tolydus, jeigu mažą pokytį $y(t)$ atitinka mažas pokytis J . Kai funkcionalas priklauso nuo išvestinių, tolydumo sąvoka tampa sudėtingesnė. Funkcionalas bus tolydus, kai mažą funkcijos $y(t)$ ir jos išvestinių pokytį atitinka mažas funkcionalo pokytis.

Funkcionalas yra tiesinis, jei atitinka sąlygas:

$$J[cy(t)] = cJ[y(t)], \quad (2.57)$$

$$J[y_1(t) + y_2(t)] = J[y_1(t)] + J[y_2(t)]. \quad (2.58)$$

Kaip ir funkcijos padidėjimą

$$\delta y = y(t + \Delta t) - y(t), \quad (2.59)$$

analogiškai galima užrašyti funkcionalo padidėjimą:

$$\Delta J[y(t)] = J[y(t) + \delta y] - J[y(t)]. \quad (2.60)$$

Funkcionalo padidėjimo tiesinė dalis, atitinkanti δy , vadinama funkcionalo variacija, kurią priimta žymėti δJ . Funkcionalo variacija analogiška funkcijos diferencialui. Taigi, jeigu tam tikra funkcija $F(x)$ taške x_0 turi ekstremumą, jos diferencialas $dF(x)$ lygus nuliui:

$$\left| dF(x) \right|_{x=x_0} = 0. \quad (2.61)$$

Kadangi variacija δJ analogiška diferencialui, funkcionalas J turės ekstremumą, kai jo variacija bus lygi nuliui: $\delta J = 0$. Jeigu yra keletas funkcijų $y(t)$ ir viena iš jų suteikia funkcionalui $J[y(t)]$ ekstremumą, ši funkcija yra uždavinio sprendinys. Funkcijos, suteikiančios funkcionalui ekstremumą, vadinamos ekstremalėmis.

Tarkim reikia rasti funkciją $y(t)$, suteikiančią funkcionalui:

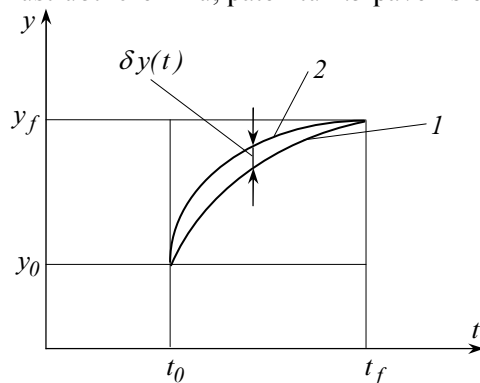
$$I = \int_{t_0}^{t_f} f_0(t, y, \dot{y}) dt \quad (2.62)$$

minimumą.

Pateiktos ribinės sąlygos:

$$y(t_0) = y_0, \quad y(t_f) = y_f. \quad (2.63)$$

Uždavinį galima iliustruoti brėžiniu, pateiktu 2.5 paveiksle.



2.5 pav. Ekstremalės grafikas

Atsižvelgiant į funkcionalo savybes, funkciją $y(t)$ galima rasti iš sąlygos:

$$\delta J = 0. \quad (2.64)$$

Funkcionalo variacija lygi:

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} f_{0t}(t, y + \delta y, \dot{y} + \delta \dot{y}) dt - \int_{t_0}^{t_f} f_0(t, y, \dot{y}) dt, \quad (2.65)$$

čia f_{0t} – funkcijos f_0 padidėjimo tiesinė dalis.

Variacija $\delta y(t)$ parenkama taip, kad

$$\delta y(t_0) = 0, \quad \delta y(t_f) = 0, \quad (2.66)$$

t. y. kreivė 2 (2.5 pav.) turi pereiti taškus $y(t_0)$ ir $y(t_f)$.

Išrašius į f_0 argumentą $y + \delta y$, gautoji funkcija išskaidoma į Teiloro eilutę:

$$\begin{aligned} f_0(t, y + \delta y, \dot{y} + \delta \dot{y}) &= f_0(t, y, \dot{y}) + \frac{\partial f_0(t, y, \dot{y})}{\partial y} \delta y + \\ &+ \frac{\partial f_0(t, y, \dot{y})}{\partial \dot{y}} \delta \dot{y} + R = f_{0t}(t, y + \delta y, \dot{y} + \delta \dot{y}) + R, \end{aligned} \quad (2.67)$$

čia R – netiesiniai eilutės nariai.

Iš (2.67) eilutės tiesinę dalį f_{0t} įrašius į (2.65), gaunama

$$\delta J = \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial f_0(t, y, \dot{y})}{\partial y} \delta y dt + \int_{t_0}^{t_f} \frac{\partial f_0(t, y, \dot{y})}{\partial \dot{y}} \delta \dot{y} dt. \quad (2.68)$$

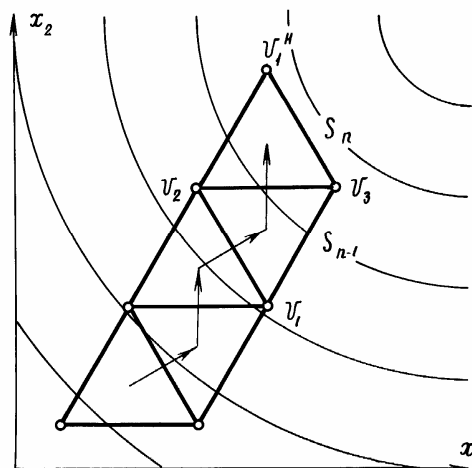
Atlikus pertvarkymus (2.68) iš sąlygos (2.64) gaunama Eulerio lygtis:

$$\frac{\partial f_0(t, y, \dot{y})}{\partial y} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0(t, y, \dot{y})}{\partial \dot{y}} = 0. \quad (2.69)$$

Taikant (2.69) sprendžiami variacinio skaičiavimo uždaviniai, kai analitinė funkcijos $f_0(t, y, \dot{y})$ išraiška yra nesudėtinga.

2.8. Simpleksinės paieškos savybės

Euklidinėje k -matėje erdvėje k -matis simpleksas yra figūra, sudaryta iš $k+1$ taškų (viršūnių). Vienmatėje erdvėje simpleksas yra tiesės atkarpa, dvimatėje erdvėje – trikampis, trimatėje – trikampė piramidė (tetraedras) ir t.t. Simpleksas vadinamas reguliarium, jeigu atstumai tarp viršūnių lygūs. Iš bet kokio simplekso, atmetus vieną viršūnę, galima gauti naują simpleksą, prie likusių viršūnių pridėjus vienintelį tašką. Ši savybė ir buvo panaudota [61] sudarant simplekso judėjimo link tikslo algoritmą. Norint įvertinti judėjimo kryptį, visose simplekso viršūnėse v_j , būtina matuoti (nustatyti arba įvertinti) tikslo funkcijos vertes. Ieškant maksimumo, tikslingiausia būtų judėti nuo viršūnės v_s , turinčios mažiausią v_s vertę, link priešingos simplekso briaunos.



2.6 pav. Simplekso judėjimo diagrama

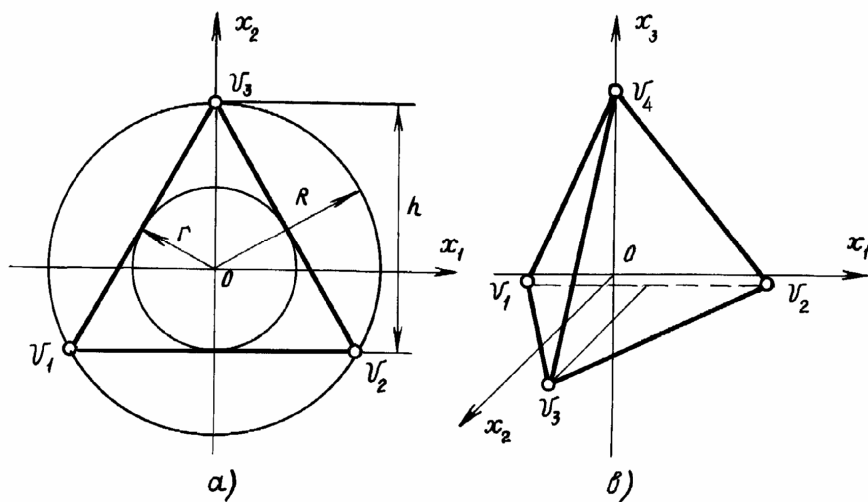
Paieškos žingsnis atliekamas, pereinant iš simplekso S_{n-1} į naują simpleksą S_n , atmetant v_s ir sudarant jos veidrodinį atvaizdą v_s^H bendros abiems simpleksams briaunos atžvilgiu (2.6 pav.). Dėl daugkartinio blogiausių simplekso viršūnių atspindėjimų simplekso centras žingsniais, tam tikros laužtinės trajektorija, juda link tikslo. Kiekvienam paieškos žingsniui pakanka vieno tikslo funkcijos matavimo (išskyrus pradinį simpleksą).

Simpleksas gali būti sudarytas su centru koordinatų pradžioje [102]. Dvimačio ir trimačio simpleksų orientacijos parodytos atitinkamai 2.7 paveiksle a ir b. Viršūnių koordinatės apibrėžtos šios matricos eilutėmis:

$$\begin{pmatrix} -r_1 & -r_2 & -r_3 & \dots & -r_{k-1} & -r_k \\ R_1 & -r_2 & -r_3 & \dots & -r_{k-1} & -r_k \\ 0 & R_2 & -r_3 & \dots & -r_{k-1} & -r_k \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & & R_{k-1} & -r_k \\ 0 & 0 & 0 & & 0 & R_k \end{pmatrix}, \quad (2.70)$$

čia $r_i = 1/\sqrt{2i(i+1)}$, $R_i = \sqrt{i/2(i+1)}k$.

Matricos elementai r_i ir R_i yra įbrėžtos ir apibrėžtos hipersferos spinduliai i -mačiam simpleksui su briauna $L=1$.



2.7 pav. Dvimačio (a) ir trimačio (b) simplekso orientacijos

Naujos viršūnės v_s^H koordinatės skaičiuojamos pagal formulę

$$x_{si}^H = \frac{2}{k}(x_{1i} + x_{2i} + \dots + x_{s-1,i} + x_{s+1,i} + \dots + x_{k+1,i}) - x_{si}, \quad (2.71)$$

čia x_{si} – i -oji viršūnės v_s koordinatė.

Kai $k > 2$, simpleksai negali kompaktiškai užpildyti visos erdvės, todėl pradinė simplekso orientacija, judant jam (be grįžimo), teoriškai neturi daugiau pasikartoti.

Jeigu optimizavimo metu reikia įvesti naują valdomąjį parametą, tai k -matis simpleksas papildomas iki $(k+1)$ -mačio simplekso [102]. Prie k -mačio simplekso viršūnių, kuris dabar sudaromas taškais $(k+1)$ -matės erdvės (su papildomąja $(k+1)$ koordinate) $x_{j,k+1} = x_{0,k+1}$, $j = 1, \dots, k+1$, reikia pridėti dar vieną viršūnę v_{k+2} . Šios viršūnės koordinatės $x_{k+2,1}, \dots, x_{k+2,k+1}$ atitinkamai lygios:

$$(x_{01}, \dots, x_{0k}, x_{0,k+1} + h_{k+1}),$$

čia $x_{01}, \dots, x_{0k}$ – k -mačio simplekso centro koordinatės jo papildymo momentu:

$$x_{0i} = \frac{1}{k+1} \sum_{j=1}^{k+1} x_{ji}, \quad i = 1, \dots, k,$$

$x_{0,k+1}$ – fiksuotoji $(k+1)$ -ojo parametro vertė, papildant simpleksą, išreikšta bemačiais vienetais; h_{k+1} – $(k+1)$ -mačio simplekso aukštinė:

$$h_{k+1} = R_{k+1} + r_{k+1} = L \sqrt{\frac{k+2}{2(k+1)}}.$$

Straipsnyje [62] pasiūlytas simplekso judėjimo greičio pakeitimo būdas, pritaikant šios figūros ištempimą arba ją suspaudžiant priklausomai nuo to, buvo sėkmingas žingsnis, ar ne. Panašūs simplekso formos pakeitimo būdai panaudoti NSM modifikacijose [63, 67]. Deja, didelė reguliaraus simplekso deformacija, žingsnio dydžio priklausomybė nuo eksperimento paklaidų gerokai sumažina šio metodo efektyvumą vykdant paiešką trukdžių sąlygose ir veikiant objekto charakteristikų dreifui. Todėl buvo sukurti simpleksinės paieškos metodai [64–66], kuriuose paieškos procese naudojamas keičiamo dydžio reguliarius simpleksas. Simplekso kitimo dėsnis gali būti užduotas arba jis gali priklausyti nuo įvairių objekto kintamųjų ir paieškos rodiklių. Palyginus su kitais metodais, tokie simpleksinės paieškos metodai pasižymi aukštu efektyvumu vykdant optimizavimą trukdžių sąlygose, taip pat nepraranda darbingumo ir stabilumo

esant tikslo dreifui.

Darbuose [70–75] išspręsta pagrindinė simpleksinės paieškos statistinės teorijos problema – taikant daugiaryšes Markovo grandines [94] buvo tiksliai aprašyti stacionarių ir nestacionarių objektų optimizavimo procesai, surastos paieškos procesų esant trukdžiams ir tikslo funkcijos dreifui teorinės statistinės charakteristikos. Remiantis sukurtais sintezės metodais sudaryti optimalūs [70, 72], invariantiniai [73], adaptyvūs [80], kombinuoti [73, 87], atpažįstantys būsenas [25, 100] ir kintamos strategijos [70, 74, 75] simpleksinės paieškos algoritmai, taip pat jų derinimo ir pritaikymo metodika.

Simpleksinės paieškos procesų tyrimai naudojant daugiaryšes Markovo grandines parodė, kad kuriant efektyvius paieškos algoritmus reikia atsisakyti tradicinių paieškos strategijos taisyklių, buvo pasiūlyti nauji paieškos algoritmų konstravimo principai ir jais remiantis sukurti efektyvūs simpleksinės paieškos atpažįstantys būsenas algoritmai [25, 76, 87].

Kombinuotos (aktyvios–pasyvios) simpleksinės paieškos sudarymo principai ir algoritmai sukurti [73, 74]. Tokioje paieškos sistemoje naudojama informacija apie matuojamus nevaldomus objekto kintamuosius, leidžianti žymiai padidinti sistemos efektyvumą, o kai kuriais atvejais suteikti jai invariantinės (dreifui, trukdžiui ir t.t.) sistemos savybes.

2.9. Antrojo skyriaus išvados

Buvo išnagrinėti paieškinio optimizavimo ir optimalaus valdymo uždaviniai. Apžvelgtos optimizavimo objektų savybės ir paieškinio optimizavimo metodų charakteristikos. Išanalizuoti klasikiniai sistemų sintezės principai – variacinio skaičiavimo metodas ir kiti. Išanalizuoti kintamosios struktūros valdymo sistemų sintezės algoritminiai metodai.

Paieškinio optimizavimo uždaviniai gali būti įvairūs, priklausomai nuo optimizavimo objekto savybių, pasirinkto kriterijaus. Paieškinio optimizavimo uždavinių įvairovė reikalauja įvairių paieškinio optimizavimo metodų, algoritmų, pritaikytų tam tikros klasės uždavinių sprendimui. Ši problema iš dalies sprendžiama kuriant algoritminius AVS sintezės metodus.

Optimalaus valdymo uždaviniams spręsti naudojami variacinio skaičiavimo, maksimumo principo, dinaminio programavimo ir kiti metodai. Optimalaus valdymo uždavinio sprendimas nurodo tikslą, kurio reikia siekti sprendžiant tokio pobūdžio algoritminį AVS sintezės uždavinį.

Vienas efektyviausių paieškinio optimizavimo metodų yra nuoseklus simpleksinis metodas ir įvairios jo modifikacijos. Be to, šio metodo algoritmai nereikalauja sudėtingų skaičiavimų, algoritmas paileiui derina bandymus ir skaičiavimus, todėl po kiekvieno bandymo yra galimybė judėti tikslo link.

Paieškinis realių objektų optimizavimas visuomet vyksta trukdžių sąlygose,

kurie atsiranda dėl netikslių matavimų, nežinomų faktorių įtakos objekto funkcionavimo rodikliams, objekto savybių pakitimo ir dėl kitų priežasčių. Atsitiktiniai trukdžiai kuria žingsnio krypties paklaidas, apgaulingą ekstremumo padėties vaizdą ir taip sumažina paieškos efektyvumą. Todėl kuriant optimizavimo algoritmus, pritaikytus stochastiniams uždaviniams spręsti, būtina atlikti paieškinės sistemos, dirbančios trukdžių sąlygomis, tyrimus.

Klasikinių metodų taikymas kvazioptimalių ir kintamosios struktūros valdymo sistemų sintezei yra sudėtingas, kai objekto matematinis modelis aprašytas sudėtingomis diferencialinėmis lygtimis ar loginiais operatoriais ir neįmanomas, kai objekto matematinio modelio nėra. Tokiu atveju būtina naudoti algoritminius kintamosios struktūros ir kvazioptimalių valdymo sistemų sintezės metodus.

Stačiakampės simpleksinės paieškos statistinės charakteristikos

Paieškos algoritmai su stačiakampiu simpleksu leidžia apriboti simplekso orientacijų skaičių, kai valdomųjų kintamųjų yra daugiau nei du, ir tai leidžia be didelių problemų taikyti daugiaryšes Markovo grandines paieškos analizės ir algoritmų sintezės uždaviniams spręsti. Be to, šie algoritmai yra paprastesni negu reguliaraus simplekso paieškos algoritmai, turi keletą ypatingų savybių, leidžiančių padidinti paieškos efektyvumą. Jie perspektyvūs ir matematinio programavimo su sveikaisiais skaičiais uždaviniams spręsti.

Šių tyrimų tikslas – taikant daugiaryšes Markovo grandines išanalizuoti stačiakampių simpleksų paiešką, surasti paieškos procesų, vykstančių kopimo etape trukdžių aplinkoje, statistines charakteristikas.

Skyriaus tematika paskelbtas vienas autoriaus straipsnis [4A].

3.1. Stačiakampio simplekso judėjimo taisyklės

Stačiakampiu vadinamas simpleksas, kuris tenkina sąlygas [68]:

$$(\nu_m - \nu_l)^T (\nu_l - \nu_1) = 0, \quad m, l = 2, \dots, k+1, \quad m \neq l, \quad (3.1)$$

čia ν_1 – vektorius, nustatantis paieškos erdvėje E^k viršūnę, kurioje

susijungiančios simplekso briaunos sudaro tarpusavyje stačiuosius kampus; ν_m , ν_l – viršūnių, kurių numeriai m, l , vektoriai; T – transponavimo ženklas; k – valdomųjų kintamųjų skaičius.

Pradinis simpleksas, turintis k dydžio L_k briaunų, kolinearių su koordinatinių ašimis, sudaromas pagal formulę [76]

$$x_{ji} = x_{li} + \eta_{ji}, \quad i = 1, \dots, k, \quad j = 1, \dots, k+1, \quad (3.2)$$

čia

$$\eta_{ji} = \begin{cases} L_k, & \text{kai } i = j-1, \\ 0, & \text{kai } i \neq j-1, \end{cases}$$

i – kintamojo numeris; j – viršūnės numeris.

Pagrindinės stačiakampio simplekso judėjimo taisyklės:

1) kai atspindinčioji viršūnė yra ν_r , $r \neq 1$, tai naujos viršūnės koordinatės surandamos iš formulės

$$x_{ri}^H = 2x_{li} - x_{ri}, \quad i = 1, \dots, k; \quad (3.3)$$

2) kai atspindinčioji viršūnė yra ν_1 , tai:

a) viršūnė ν_1 atspindi simetriškai su viršūnių ν_a ir ν_b svorio centru:

$$x_{li}^H = x_{ai} + x_{bi} - x_{li}, \quad i = 1, \dots, k; \quad (3.4)$$

b) likusios $k-2$ viršūnės (kai $k > 2$) perkeliamos pagal išraišką:

$$x_{ji}^H = 2x_{li}^H - x_{ai} - x_{bi} + x, \quad (3.5)$$

$$i = 1, \dots, k, \quad j = 1, \dots, k+1, \quad j \neq a, b,$$

čia x_{ji}^H , x_{ji} – atitinkamai viršūnių koordinatės naujame ir sename simplekse; a , b – numeriai viršūnių, kuriose

$$y_a = \sup y_j, \quad j = 1, \dots, k+1, \quad (3.6)$$

$$y_b = \sup y_j f, \quad j = 1, \dots, k+1, \quad j \neq a.$$

Pradinio simplekso sudarymo būdas (3.2) ir simplekso judėjimo taisyklės (3.3) – (3.6) garantuoja: a) sveikaisiais skaičiais išreikštas viršūnių koordinatės (kai L^k išreikštas sveikuoju skaičiumi); b) apribotą simplekso orientacijų erdvėje E^k skaičių (2^k).

Atstumas tarp gretimų simpleksų centrų žymimas λ_r , kai atspindėta viršūnė

ν_r pagal formulę (3.3), ir λ_r , kai viršūnė atspindėta pagal formules (3.4) ar (3.5). Pradinio simplekso centro x_{ci} ir naujai gauto simplekso centro x_{ci}^H koordinatės lygios atitinkamai:

$$x_{ci} = \frac{1}{k+1} \sum_{j=1}^{k+1} x_{ji}, \quad x_{ci}^H = \frac{1}{k+1} \sum_{j=1}^{k+1} x_{ji}^H. \quad (3.7)$$

Atstumas tarp gretimų simpleksų centrų lygus

$$\lambda = \sqrt{\sum_{i=1}^k (x_{ci}^H - x_{ci})^2}. \quad (3.8)$$

Kai atsispindi viršūnė ν_r pagal (3.3), atsižvelgiant į formulę (3.2), gaunama

$$x_{cm}^H = \frac{1}{k+1} L_k, \quad x_{ci}^H = x_{ci}, \quad i = 1, \dots, k, \quad i \neq m, \quad m = r-1. \quad (3.9)$$

Iš (3.8) ir (3.9) gaunama

$$\lambda_r = \frac{2}{k+1} L_k. \quad (3.10)$$

Kai simpleksas juda pagal (3.5), (3.6):

$$x_{cn}^H = x_{cl}^H = \frac{k}{k+1} L_k, \quad x_{ci}^H = x_{ci}, \quad (3.11)$$

$$i = 1, \dots, k, \quad i \neq n, \quad n = a-1, \quad l = b-1,$$

čia a ir b surandami iš sąlygų (3.6).

Iš (3.8), (3.9) gaunama:

$$\lambda_t = \frac{\sqrt{2}(k-1)}{k+1} L_k. \quad (3.12)$$

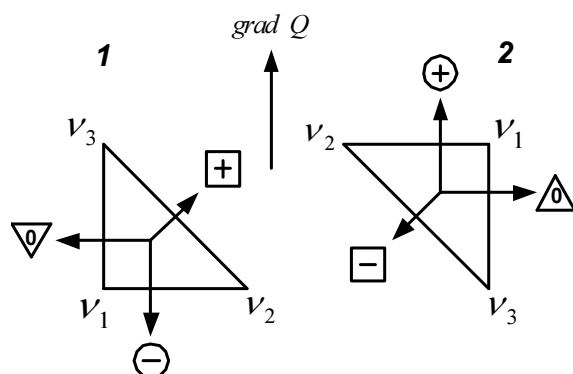
3.2. Būdingos simplekso orientacijos

Galimų simplekso postūmio krypčių skaičius erdvėje E^k apribotas ir lygus [25]

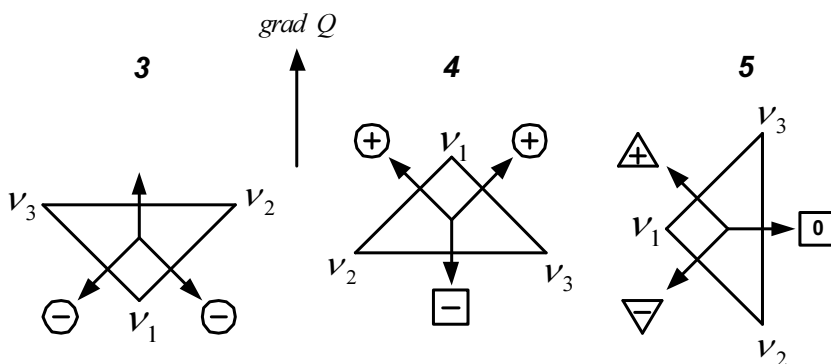
$$K = 4k(k-1). \quad (3.13)$$

Galimos šios būdingos simplekso orientacijos, atsižvelgiant į $grad Q$ kryptį (3.1, 3.2 pav.):

- 1) gradientas nukreiptas nuo viršūnės v_1 į bet kurią iš likusių viršūnių;
- 2) gradientas nukreiptas nuo bet kurios viršūnės (išskyrus v_1) į viršūnę v_1 ;
- 3) gradientas nukreiptas nuo viršūnės v_1 į simplekso centrą;
- 4) gradientas nukreiptas nuo centro į viršūnę v_1 ;
- 5) gradientas kolinearūs su simplekso briauna, kuri neišeina iš viršūnės v_1 .



3.1 pav. Stačiakampio simplekso orientacijos 1 ir 2 $\text{grad } Q$ krypties atžvilgiu ($k=2$)



3.2 pav. Stačiakampio simplekso orientacijos 3, 4 ir 5 $\text{grad } Q$ krypties atžvilgiu ($k=2$)

Taisyklingų paieškos žingsnių projekcijų $\text{grad } Q$ kryptimi moduliai orientacijoms 1, ..., 5 yra [25]:

$$\lambda'_{i1} = \frac{1}{k+1} L_k, \quad (3.14)$$

$$\lambda'_{r2} = \frac{2}{k+1} L_k, \quad (3.15)$$

$$\lambda'_{t3} = \frac{2(k-1)}{\sqrt{k(k+1)}} L_k, \quad (3.16)$$

$$\lambda'_{r4} = \lambda'_{r5} = \frac{2}{\sqrt{k(k+1)}} L_k. \quad (3.17)$$

Didžiausias vidutinis simplekso judėjimo greitis išilgai *grad* Q krypties pasiekiamas, kai pradinis simpleksas atitinka 1–ąją arba 2–ąją orientaciją, mažiausias vidutinis greitis pasiekiamas, kai pradinis simpleksas atitinka 3–iąją, 4–ąją arba 5–ąją orientaciją.

3.3. Stačiakampės simpleksinės paieškos statistinės charakteristikos, kai yra du valdomi kintamieji

Tegul optimizuojamas objekto funkcionavimo rodiklis apibūdinamas lygtimi

$$y = Q(x) + \varepsilon, \quad (3.18)$$

čia y ir Q – stebimoji ir tikroji optimizuojamo rodiklio vertės; ε – trukdis su dispersija σ^2 .

Stačiakampės simpleksinės paieškos statistinių charakteristikų analizei kopimo etape naudojamos dviryšės Markovo grandinės.

Dviryšė Markovo grandinė, aprašanti tikimybinę paiešką, esant uždraustam grįžimui, savybės, kai $k=2$ ir pradinis simpleksas atitinka pirmąją orientaciją, turi 12 sudėtingų būsenų. Tokios grandinės stochastiniame grafe (3.3 pav.) sudėtingos būsenos pavaizduotos stačiakampiais, kuriuose įrašyti paprastų būsenų žymėjimai, nurodyti 3.1 paveiksle. Pavyzdžiui, sudėtinga būsena 2 (3.3 pav.) yra taisyklingas žingsnis atmetant viršūnę v_1 , po taisyklingo žingsnio, padaryto atmetant viršūnę v_r , $r \neq 1$.

Pereinamosios tikimybės randamos pagal [25] aprašytą metodiką. Pereinamosios tikimybės p_{12} ir p_{31} užrašomos kaip sąlyginės tikimybės

$$p_{12} = P\{(\eta_1 > 0) | (\eta_2 > -A)\}, \quad (3.19)$$

$$p_{31} = P\{(\eta_2 > -A) | (\eta_3 > -A)\}, \quad (3.20)$$

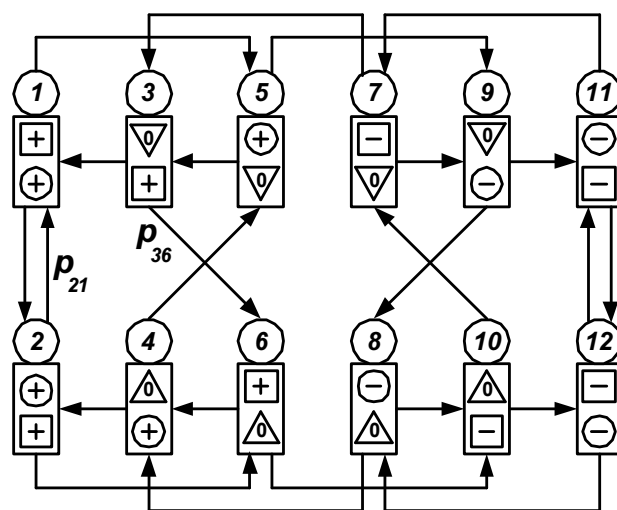
čia $\eta_1 = \varepsilon_2 - \varepsilon_1$, $\eta_2 = \varepsilon_2 - \varepsilon_3$, $\eta_3 = \varepsilon_3 - \varepsilon_1$, $\sigma_\eta^2 = 2\sigma^2$.

Pereinamosios tikimybės ir jai analogiškos surandamos iš formulės

$$p_{12} = \left[\int_0^\infty \int_{-A}^\infty f_{12}(\eta'_1 \eta'_2) d\eta'_1 d\eta'_2 \right] / \int_{-A}^\infty f_2(\eta'_2) d\eta'_2, \quad (3.21)$$

čia $A = |\text{grad} Q| L_k$; f_{12} – atsitiktinių dydžių η_1 ir η_2 simultaninis pasiskirstymo tankis; f_2 – atsitiktinio dydžio η_2 pasiskirstymo tankis; η'_i – atsitiktinių dydžių η_i einamosios vertės.

Taikant šią metodiką randamos ir kitos perėjimo tikimybės.



3.3 pav. Dviryšė Markovo grandinė, aprašanti paiešką, kai pradinis simpleksas atitinka 1–ąją orientaciją

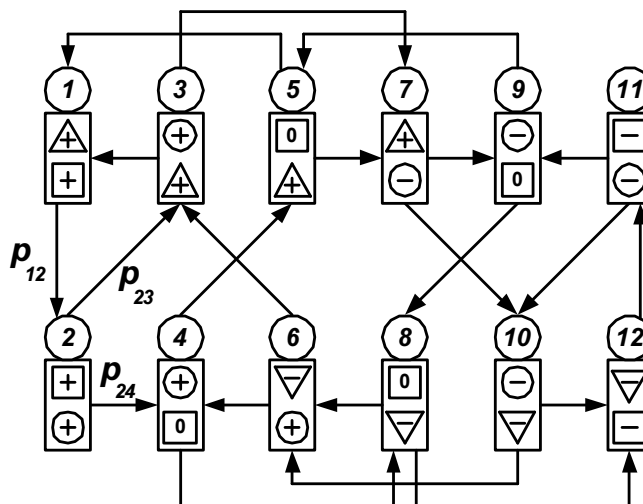
Nagrinėjamoje sistemoje paieškos metu nusistovi atsitiktinis stacionarus būsenų pakeitimo procesas, apibūdinamas absoliučiomis ribinėmis tikimybinėmis $p_1, p_2, \dots, p_\psi$ (ψ – Markovo grandinės sudėtingų būsenų skaičius). Jos surandamos iš lygčių sistemos

$$\begin{cases} p_\beta = \sum_{\alpha=1}^{\psi} p_{\alpha\beta}, \beta = 1, \dots, \psi - 1; \\ \sum_{\alpha=1}^{\psi} p_\alpha = 1. \end{cases} \quad (3.22)$$

Absoliučios taisyklių, nulinių ir klaidingų paieškos žingsnių tikimybės surandamos sumuojant sudėtingųjų būsenų tikimybes $p_1, \dots, p_{12}$ su vienodomis paskutinėmis paprastosiomis būsenomis.

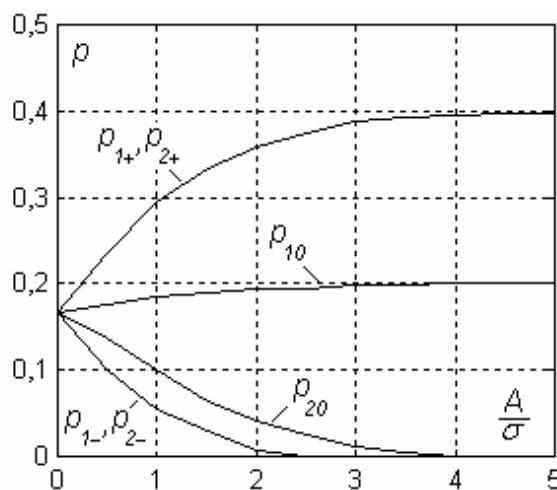
Analogiškai sudaromas stochastinį grafą (3.4 pav.) ir atliekamas paieškos statistinių charakteristikų tyrimas atveju, kai pradinis simpleksas atitinka trečiąją

stačiakampio simplekso orientaciją (3.2 pav.).



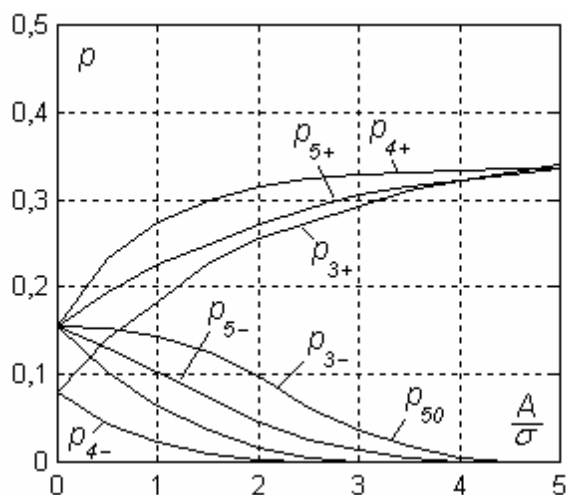
3.4 pav. Dviryšė Markovo grandinė, aprašanti paiešką, kai pradinis simpleksas atitinka 3–ąją orientaciją

Paieškos žingsnių tikimybių priklausomybės nuo trukdžių lygio, apskaičiuotos pagal anksčiau aprašytą metodiką, kai pradinis simpleksas atitinka pirmąją stačiakampio simplekso orientaciją (3.1 pav.), o trukdis – normuotas atsitiktinis dydis su nuline matematine viltimi ir dispersija $\sigma^2 = 1$, pavaizduotos 3.5 paveiksle.



3.5 pav. Stačiakampės simpleksinės paieškos tikimybių p_{1+} , p_{2+} , p_{10} , p_{20} , p_{1-} , p_{2-} priklausomybės nuo trukdžių lygio

Analogiškai apskaičiuotos paieškos žingsnių tikimybių priklausomybės nuo trukdžių lygio trečiajai simplekso orientacijai (3.2 pav.) pavaizduotos 3.6 paveiksle.



3.6 pav. Stačiakampės simpleksinės paieškos tikimybių p_{3+} , p_{4+} , p_{5+} , p_{50} , p_{3-} , p_{4-} , p_{5-} priklausomybės nuo trukdžių lygio

Paieškos žingsnių tikimybės leidžia įvertinti optimizavimo greitaeigiškumą – simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinę viltį [25]

$$M[\Lambda] = \sum_{i=1}^n g_i p_i, \quad (3.23)$$

čia Λ – simplekso centro poslinkis $grad Q$ kryptimi; g_i – galimos atsitiktinio dydžio Λ vertės; p_i – paieškos žingsnių tikimybės.

Stačiakampės simpleksinės paieškos algoritmas su uždraustu grįžimu ištirtas eksperimentiškai – pagal algoritmą sudaryta kompiuterinė paieškos proceso modeliavimo programa. Tiriamojo objekto modelis sudarytas pagal (3.18); trukdis – atsitiktinis dydis su nuline matematine viltimi ir dispersija $\sigma^2 = 1$. Paieška ištirta darant 10000 paieškos žingsnių kiekvienai trukdžių lygio vertei. Paieškos žingsnių tikimybių vertės apskaičiuotos pagal formules

$$p_{i+} = \frac{n_{i+}}{N}, \quad (3.24)$$

$$p_{i-} = \frac{n_{i-}}{N}, \quad (3.25)$$

čia n_{i+} , n_{i-} – paieškos žingsnių $i+$ ir $i-$ skaičiai.

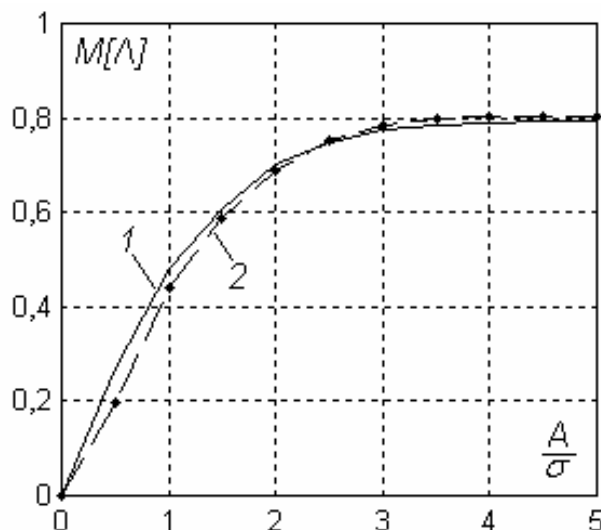
Simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinė viltis apskaičiuota pagal (3.23) taip, kad vidutinis postūmis aplinkoje be trukdžių vienam žingsniui būtų lygus 1. Esant pirmajai pradinio simplekso orientacijai, tai atitinka briaunos dydį $L_k = 2$:

$$M[\Lambda] = \frac{2}{3}[p_{1+} + 2p_{2+} - 2p_{1-} - p_{2-}]. \quad (3.26)$$

Trečiajai pradinio simplekso orientacijai tai atitinka briaunos dydį $L_k = 3 / \sqrt{2}$:

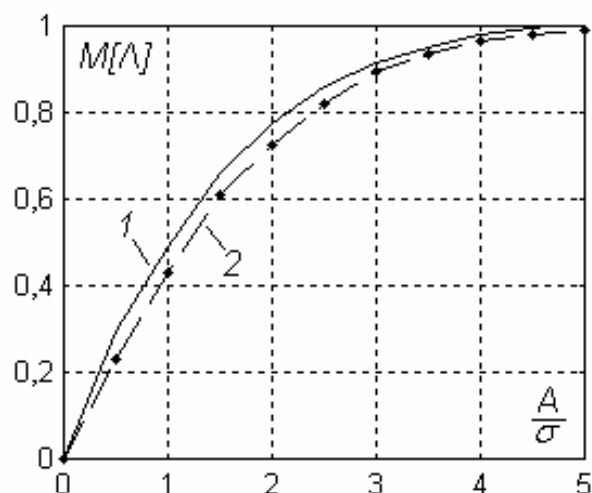
$$M[\Lambda] = p_{3+} + p_{4+} + p_{5+} - p_{3-} - p_{4-} - p_{5-}. \quad (3.27)$$

Matematinės vilties skaičiavimo rezultatai pateikti 3.7 ir 3.8 paveiksluose.



3.7 pav. Simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinės vilties teorinė (1 kreivė) ir eksperimentinė (2 kreivė) priklausomybės nuo trukdžių lygio, kai pradinis simpleksas atitinka 1-ąją orientaciją

Iš matematinės vilties priklausomybių (3.7 ir 3.8 pav.) matyti, kad teoriškai apskaičiuotos ir eksperimentinės charakteristikos skiriasi nežymiai. Simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinės vilties vertė, kai pradinis simpleksas atitinka 1-ąją orientaciją, mažų trukdžių aplinkoje nepasiekia vieneto, kadangi išlieka didelė nulinių žingsnių tikimybė. Lyginant charakteristikas (3.26) ir (3.27) su analogiška charakteristika, gauta taikant reguliarųjį simpleksą [25], galima pastebėti stačiakampės simpleksinės paieškos pranašumą esant dideliams trukdžių lygiui.



3.8 pav. Simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinės vilties teorinė (1 kreivė) ir eksperimentinė (2 kreivė) priklausomybės nuo trukdžių lygio, kai pradinis simpleksas atitinka 3–ąją orientaciją

Panaudojant modeliavimo duomenis, buvo apskaičiuoti koreliacinio momento įverčiai:

$$\hat{K}_\tau = \frac{1}{N} \sum_{n=1}^{N-\tau} (\Lambda_n - \bar{\Lambda})(\Lambda_{n+\tau} - \bar{\Lambda}), \quad \tau = 1, 2, 3, \dots, \quad (3.28)$$

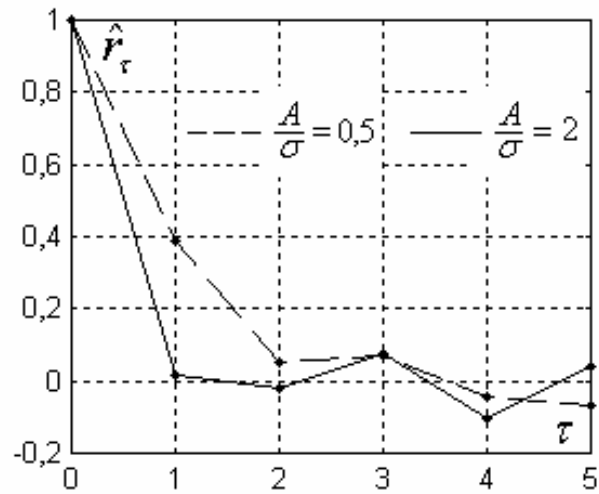
čia $\bar{\Lambda}$ – vidutinė dydžio Λ vertė.

Taip pat apskaičiuoti koreliacijos koeficiento dydžiai

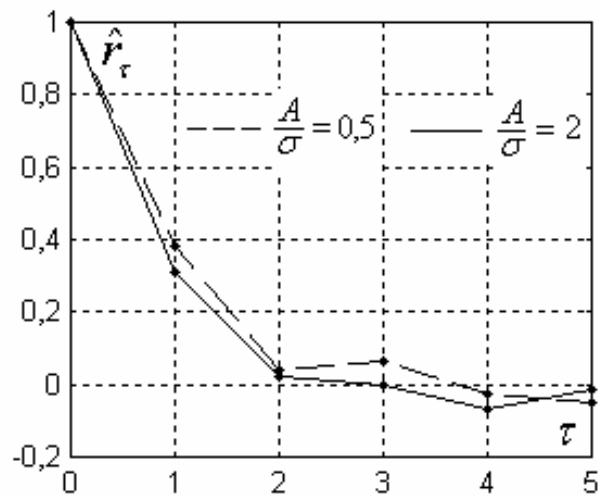
$$\hat{r}_\tau = \frac{\hat{K}_\tau}{\hat{K}_0}. \quad (3.29)$$

Koreliacijos koeficiento $\hat{r}_\tau$ priklausomybės nuo skaičiaus τ pavaizduotos 3.9 ir 3.10 paveikse.

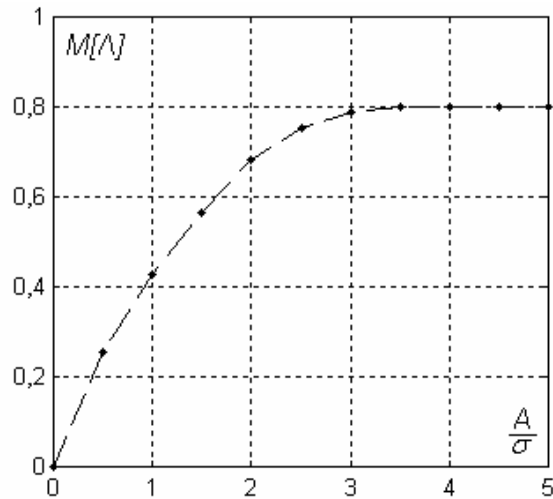
Stačiakampės simpleksinės paieškos algoritmas su uždraustu grįžimu ištirtas eksperimentiškai, kuomet trukdis – tolygaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis. Tam, kad susidarytų sąlygos, analogiškos eksperimentui su normalaus pasiskirstymo trukdžiu, trukdis buvo parinktas atsižvelgiant į jo vidutinę kvadratinę vertę. Matematinės vilties skaičiavimo rezultatai pateikti 3.11 ir 3.12 paveikse.



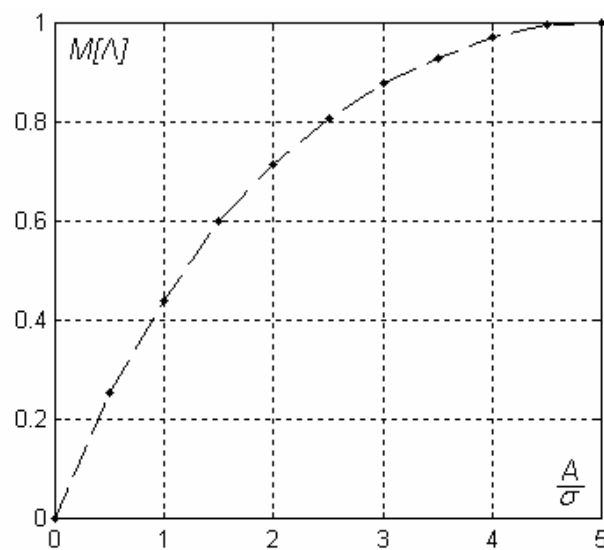
3.9 pav. Koreliacijos koeficiento priklausomybė nuo skaičiaus τ , kai pradinis simpleksas atitinka 1-ąją orientaciją



3.10 pav. Koreliacijos koeficiento priklausomybė nuo skaičiaus τ , kai pradinis simpleksas atitinka 3-ąją orientaciją



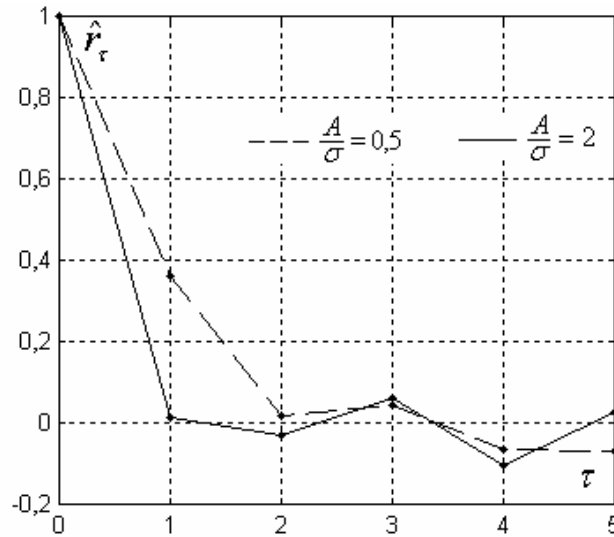
3.11 pav. Simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinės vilties eksperimentinė priklausomybė nuo trukdžių lygio, kai pradinis simpleksas atitinka 1-ąją orientaciją, o trukdis – tolygaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis



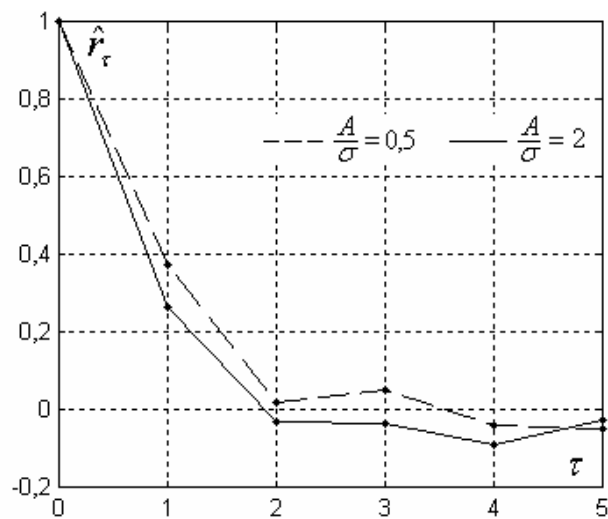
3.12 pav. Simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinės vilties eksperimentinė priklausomybė nuo trukdžių lygio, kai pradinis simpleksas atitinka 3-ąją orientaciją, o trukdis – tolygaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis

Paieškai su tolygaus pasiskirstymo trukdžiu pagal (3.28) ir (3.29)

apskaičiuotų koreliacijos koeficientų dydžių priklausomybės nuo skaičiaus τ pavaizduotos 3.13 ir 3.14 paveiksluose.



3.13 pav. Koreliacijos koeficiento priklausomybė nuo skaičiaus τ , kai pradinis simpleksas atitinka 1–ąją orientaciją, o trukdis – tolygaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis

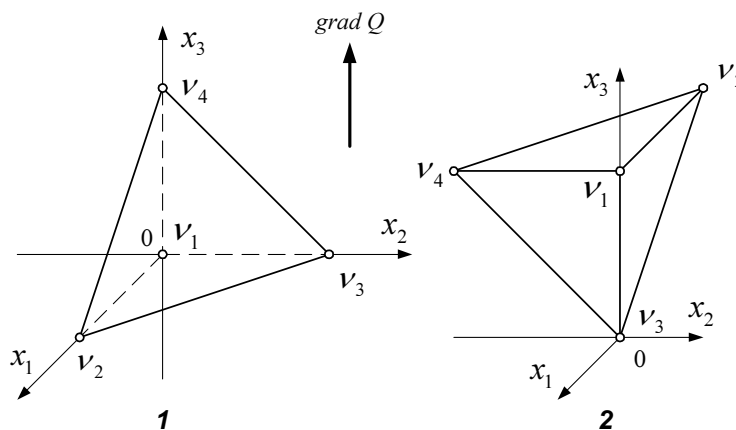


3.14 pav. Koreliacijos koeficiento priklausomybė nuo skaičiaus τ , kai pradinis simpleksas atitinka 3–ąją orientaciją, o trukdis – tolygaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis

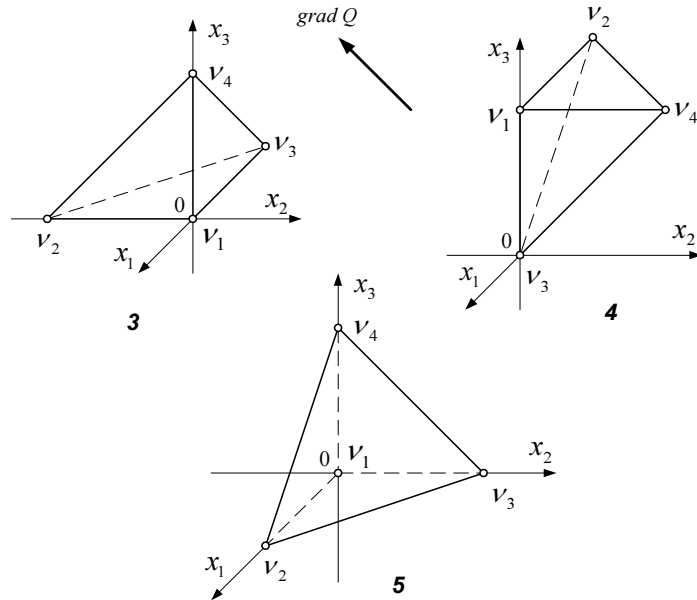
Iš 3.9, 3.10, 3.13 ir 3.14 paveikslų matyti, kad didžiausias koreliacinis ryšys jungia gretutinius paieškos žingsnius ($\tau=1$), didėjant skaičiui τ , šis ryšys tampa silpnesnis. Stačiakampės simpleksinės paieškos proceso kopimo etape charakteristikos iš esmės nepriklauso nuo to, ar veikiantys trukdžiai yra normalaus, ar tolygaus pasiskirstymo atsitiktiniai dydžiai.

3.4. Stačiakampės simpleksinės paieškos statistinės charakteristikos, kai yra trys valdomieji kintamieji

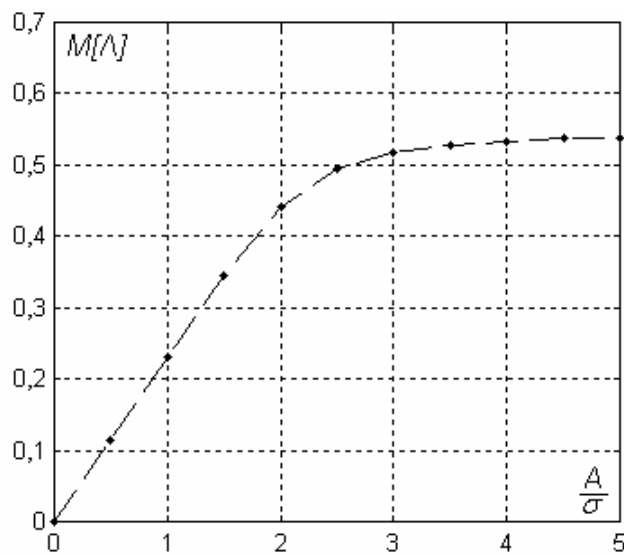
Eksperimentiškai tiriama stačiakampė simpleksinė paieška, kai yra trys valdomieji kintamieji, kopimo etape trukdžių aplinkoje. Būdingos trimačio simplekso orientacijos, atsižvelgiant į *grad Q* kryptį, analogiškai dvimačiam simpleksui, pavaizduotos 3.15 ir 3.16 paveiksluose. Tiriamojo objekto modelis sudarytas pagal (3.18); trukdis – atsitiktinis dydis su nuline matematine viltimi ir dispersija $\sigma^2=1$. Paieška ištirta darant 10000 paieškos žingsnių kiekvienai trukdžių lygio vertei. Paieškos modeliavimo rezultatai pateikti 3.17–3.24 paveiksluose. Koreliacijos koeficientai apskaičiuoti pagal (3.28) ir (3.29).



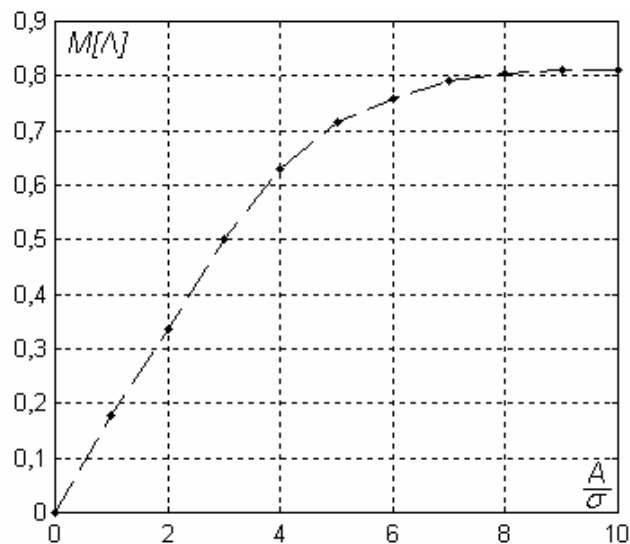
3.15 pav. Stačiakampio simplekso orientacijos 1 ir 2 *grad Q* krypties atžvilgiu ($k=3$)



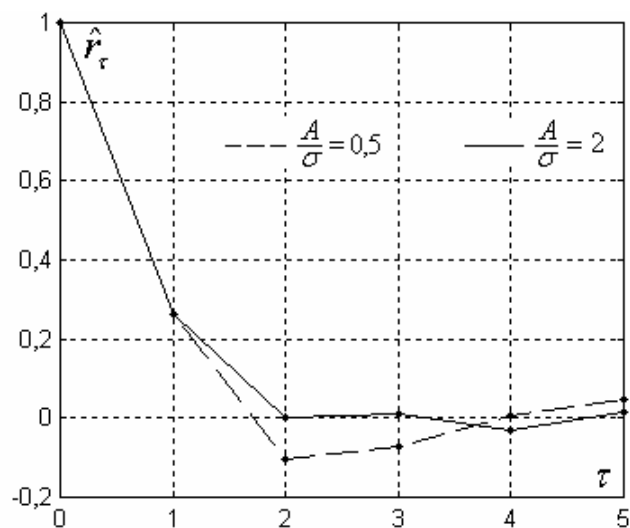
3.16 pav. Stačiakampio simplekso orientacijos 3, 4 ir 5 grad Q krypties atžvilgiu ($k=3$)



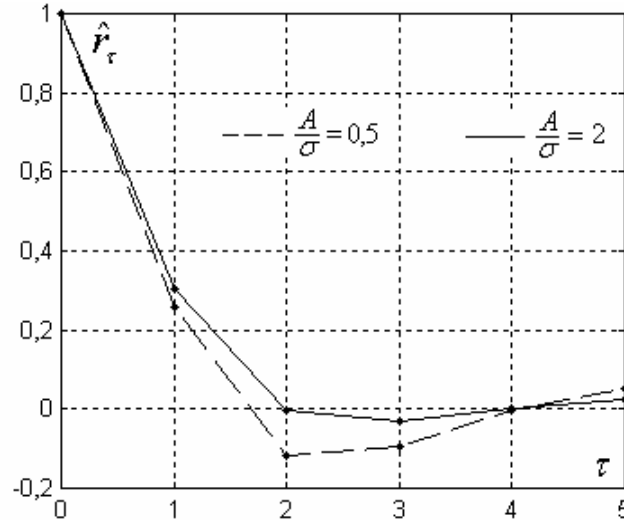
3.17 pav. Trimačio simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinės vilties eksperimentinė priklausomybė nuo trukdžių lygio, kai pradinis simpleksas atitinka 1–ąją orientaciją, o trukdis – normalaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis



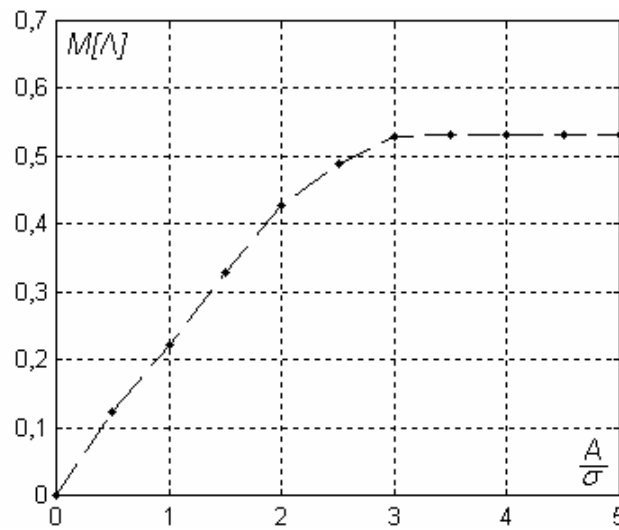
3.18 pav. Trimačio simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinės vilties eksperimentinė priklausomybė nuo trukdžių lygio, kai pradinis simpleksas atitinka 3–ąją orientaciją, o trukdis – normalaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis



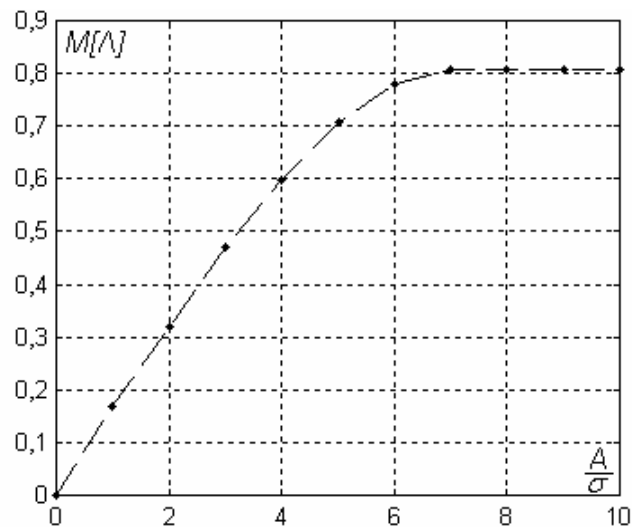
3.19 pav. Koreliacijos koeficiento priklausomybė nuo skaičiaus τ , kai pradinis simpleksas atitinka 1–ąją orientaciją, o trukdis – normalaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis ($k=3$)



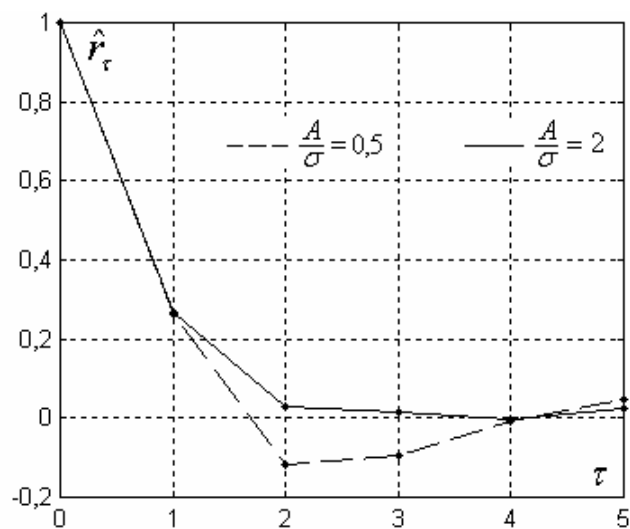
3.20 pav. Koreliacijos koeficiento priklausomybė nuo skaičiaus τ , kai pradinis simpleksas atitinka 3-ąją orientaciją, o trukdis – normalaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis ($k=3$)



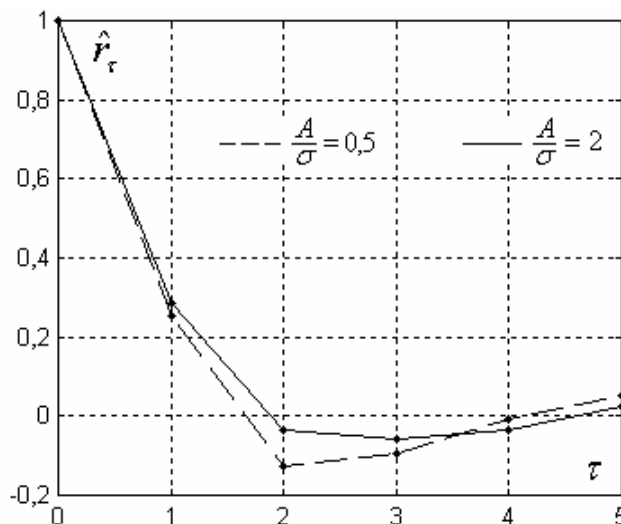
3.21 pav. Simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinės vilties eksperimentinė priklausomybė nuo trukdžių lygio, kai pradinis simpleksas atitinka 1-ąją orientaciją, o trukdis – tolygaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis



3.22 pav. Simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinės vilties eksperimentinė priklausomybė nuo trukdžių lygio, kai pradinis simpleksas atitinka 3–ąją orientaciją, o trukdis – tolygaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis



3.23 pav. Koreliacijos koeficiento priklausomybė nuo skaičiaus τ , kai pradinis simpleksas atitinka 1–ąją orientaciją, o trukdis – tolygaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis ($k=3$)



3.24 pav. Koreliacijos koeficiento priklausomybė nuo skaičiaus τ , kai pradinis simpleksas atitinka 3–ją orientaciją, o trukdis – tolygaus pasiskirstymo atsitiktinis dydis ($k=3$)

Trimačio stačiakampio simplekso centro postūmio link tikslo per vieną žingsnį matematinės vilties charakteristikos kopimo etape trukdžių aplinkoje yra blogesnės už dvimačio simplekso. Taip yra todėl kad, lyginant su dvimačiu simpleksu, paieškos su trimačiu simpleksu metu yra didesnė nulinių žingsnių tikimybė. Paieškos su tolygaus ir normalaus pasiskirstymo trukdžių charakteristikos skiriasi labai nežymiai. Didžiausias koreliacinis ryšys jungia gretutinius paieškos žingsnius.

3.5. Trečiojo skyriaus išvados

Atlikta stačiakampės simpleksinės paieškos statistinių savybių analizė, taikant daugiaryšes Markovo grandines. Gautos teorinės statistinės charakteristikos – paieškos žingsnių tikimybės, simplekso centro poslinkio link tikslo matematinė viltis ir kt. – leidžia įvertinti simpleksinės paieškos, naudojant stačiakampį simpleksą, greitaveiką kopimo etape, atskleisti jos savybes.

Stačiakampės simpleksinės paieškos greitaveika kopimo etape esant dideliems trukdžiams yra apie 30–40 % didesnė negu taikant reguliarųjį simpleksą. Tačiau kai trukdžiai maži, reguliaraus simplekso paieškos efektyvumas yra didesnis negu stačiakampės simpleksinės paieškos esant pirmajai pradinio simplekso orientacijai, kadangi tuomet yra didelė stačiakampio simplekso nulinių žingsnių tikimybė.

Stačiakampės simpleksinės paieškos, kai yra trys valdomieji kintamieji, greitaveika kopimo etape yra visais atvejais mažesnė už reguliaraus simplekso, kadangi tuomet yra didelė nulinių žingsnių tikimybė esant bet kuriai pradinio simplekso orientacijai.

Stačiakampės simpleksinės paieškos metu didžiausias koreliacinis ryšys jungia gretutinius paieškos žingsnius, todėl paieškos procesą galima pakankamai tiksliai aprašyti taikant dviryšes Markovo grandines.

Paieškos procesų trukdžių aplinkoje modeliavimo rezultatai patvirtina teorines statistines charakteristikas.

Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminė sintezė

Šio tyrimo tikslas kurti ir tobulinti algoritminius automatinio valdymo sistemų sintezės metodus [27], leidžiančius projektuoti kvazioptimalias ir kintamosios struktūros stochastines valdymo sistemas tais atvejais, kai trikdžių statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų [34, 48] taikyti neįmanoma.

Skyriaus tematika paskelbti du autoriaus straipsniai [5A, 8A].

4.1. Optimalaus reguliatoriaus sintezės analizė

Nagrinėjama valdymo sistema, aprašyta tiesine diferencialine lygtimi

$$A(p)\Delta y = B(p)u + \varphi, \quad (4.1)$$

čia $A(p) = a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0$, $B(p) = a_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0$ – daugianariai; $p = d/dt$ – diferencijavimo operatorius; $\Delta y(t)$ – būsenos koordinatė; $u(t)$ – valdymo poveikis; $\varphi(t)$ – atsitiktinis trikdys.

Pavyzdžiui, sinchroniniame generatoriuje trikdys gali būti apkrova ir dažnai nežinoma, kokio dydžio apkrova veiks vienu ar kitu laiko momentu. Elektros pavaroje trikdys, turintis įtaką veleno kampiniam greičiui – apkrovos momentas,

kuris neretai yra atsitiktinis dydis. Ši aplinkybė gerokai apsunkina sistemos optimizavimo uždavinį.

Tarkime, valdymo sistemos darbo kokybės kriterijus yra funkcionalo minimumas

$$J = \int_0^T f_0(\Delta y, u, t) dt \rightarrow \min. \quad (4.2)$$

Esant atsitiktiniam trikdžiui $\varphi(t)$, reikia sudaryti tokį reguliatorių, kuris, automatiškai matuodamas būsenos kintamąjį $\Delta y(t)$, galėtų formuoti nepertraukiamą optimalų valdymo poveikį $u(t)$.

Tokio regulatoriaus sudarymas ir yra pagrindinis stochastinės optimalaus valdymo sistemos sintezės uždavinys.

Jeigu nežinomas tiesinę sistemą veikiančio trikdžio $\varphi(t)$ poveikis (4.1), bet žinomas trikdžio spektrinis tankis $S_\varphi(\omega)$, galima rasti būsenos kintamojo vidutinę kvadratinę vertę

$$\overline{\Delta y^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T \Delta y^2 dt = \int_0^\infty S_\varphi(\omega) \frac{d\omega}{|A(j\omega)|^2} \quad (4.3)$$

ir išspręsti optimalaus tiesinio regulatoriaus sintezės uždavinį [48].

Su tiesinių sistemų optimizavimu susiję daugelis praktinių uždavinių, pavyzdžiui, stabilizavimo, sekos uždaviniai. Stabilizuojant užtikrinamas mažas skirtumas $\Delta y(t) = y_0 - y(t)$ tarp tam tikros pastoviosios y_0 ir išėjimo signalo. Tariant, kad būsenos kintamasis $\Delta y(t)$, yra mažo dydžio, diferencialinėse lygtyse, užrašytose reliatyviam būsenos kintamajam $\Delta y(t)$, galima išsaugoti tik pagrindinius tiesinius narius (kiti nariai dėl $\Delta y(t)$ mažumo atmetami). Todėl valdymo sistemos diferencialinė lygtis užrašoma (4.1) forma.

4.2. Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminės sintezės pagrindai

Stabilizavimo kokybė dažnai vertinama vidutine kvadratine paklaida $\overline{\Delta y^2}$ [48]. Kadangi būtina apriboti valdymo poveikį u , galima nustatyti apibendrintą valdymo kokybės kriterijų – funkcionalo minimumą [48]:

$$J = M^2 \overline{\Delta y^2} + \overline{u^2} \rightarrow \min, \quad (4.4)$$

čia M^2 – svorio koeficientas.

Kokybės rodiklį $\overline{\Delta y^2}$ paieškinio optimizavimo metu galima įvertinti įvairiais šio rodiklio diskretingais analogais (slystamu Δy^2 vidurkiu ir kt.). Pavyzdžiui, signalo $y(t)$ nuokrypį nuo nustatyto dydžio $y_0(t)$ galima įvertinti, atlikus N išėjimo signalo matavimų:

$$\hat{\Delta y^2} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i [y_0(t) - y_i(t)]^2, \quad (4.5)$$

čia w_i – svorio koeficientas.

Analogiškai įvertinamas rodiklis $\overline{u^2}$.

Kvazioptimalaus reguliatoriaus algoritminė sintezė. Sprendžiant reguliatoriaus sintezės uždavinį, būtina rasti reguliatoriaus perdavimo funkciją $W(p)$, kuri užtikrintų rodiklio (4.4) minimumą. Be to, uždaroji sistema turi būti stabili.

Į sistemos kontūrą nuosekliai su objektu, kurio perdavimo funkcija $W_0(p) = B(p)/A(p)$, įjungiamas reguliatorius, turintis perteklinę perdavimo funkciją:

$$W(p) = k_1 + \frac{k_2}{p} + k_3 p + \dots \quad (4.6)$$

Tuomet uždaros sistemos lygtis užrašoma taip:

$$[A(p) - B(p)W(p)]\Delta y = \varphi. \quad (4.7)$$

Naudojamas vektorius $\mathbf{x} = (x_1, \dots, x_k)$, kurio komponentai x_i lygūs reguliatoriaus koeficientams, laiko pastoviosioms ir t. t. ($x_1 = k_1$, $x_2 = k_2$, ...). Tuomet sistemos išėjimo signalas $y(t)$, valdymo kokybės rodikliai $\overline{\Delta y^2}$, $\overline{u^2}$ ir funkcionalas (4.4) bus vektoriaus $\mathbf{x}$ funkcijos.

Formuluojamas paieškinio optimizavimo uždavinys. Reikia rasti vektorių $\mathbf{x}$, nuo kurio priklauso reguliatoriaus perdavimo funkcijos $W(p)$ struktūra ir parametrai, užtikrinantį funkcionalo

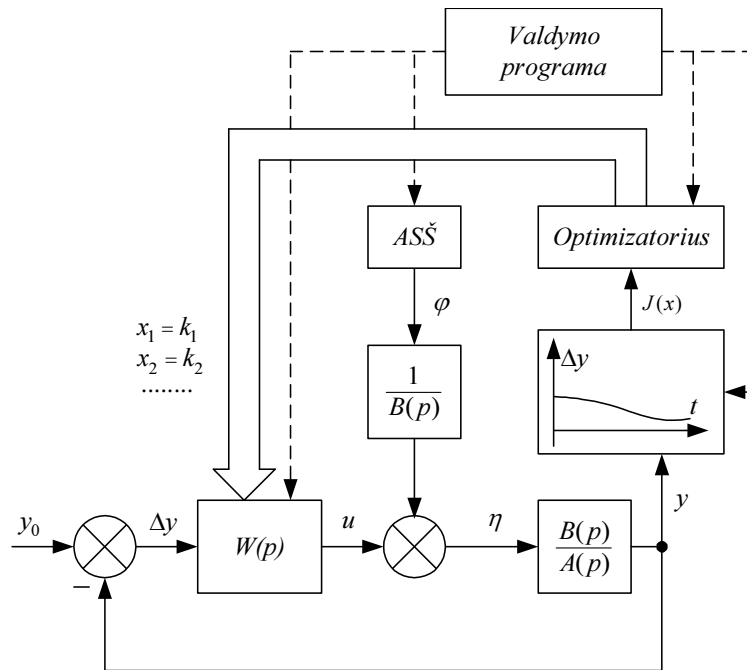
$$J(\mathbf{x}) = J[y(\mathbf{x}), u(\mathbf{x})] \quad (4.8)$$

minimumą, laikantis apribojimų

$$\mathbf{x} \in \Omega_x. \quad (4.9)$$

Uždavinys (4.8), (4.9) sprendžiamas taikant simpleksinės paieškos metodus

[25]. Uždavinio sprendimo schema pateikta 4.1 paveiksle. Šioje schemoje parodytas atsitiktinių signalų šaltinis (ASŠ), kuris gali būti realus arba sudarytas modeliavimo tikslams specialiomis kompiuterio programomis.



4.1 pav. Kvazioptimalaus reguliatoriaus sintezės uždavinio sprendimo schema

Kintamosios struktūros reguliatoriaus sintezė. Formuluoiant kintamosios struktūros reguliatoriaus sintezės uždavinį, naudojantis komponentais x_i , reikia apibrėžti parametrų β_i , nuo kurių priklauso reguliatoriaus struktūra, kitimo dėsnius [26].

Valdymo intervale $0 \leq t \leq t_f$, naudojant vektoriaus β komponentų β_i , $i = 1, \dots, m$ diskretines vertes

$$\begin{aligned} \beta_i[j\tau], j = 0, \dots, r-1, \\ \dots \dots \dots \\ \beta_m[j\tau], j = 0, \dots, r-1, \end{aligned} \quad (4.10)$$

naudojamas $k = mr$ –matis vektorius

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = \{ & x_1 = \beta_1[0], x_2 = \beta_1[1\tau], \dots, x_{k-1} = \\ & = \beta_m[(r-2)\tau], x_k = \beta_m[(r-1)\tau] \}, \end{aligned} \quad (4.11)$$

čia τ – kvantavimo periodas, $\tau = t_f / r$.

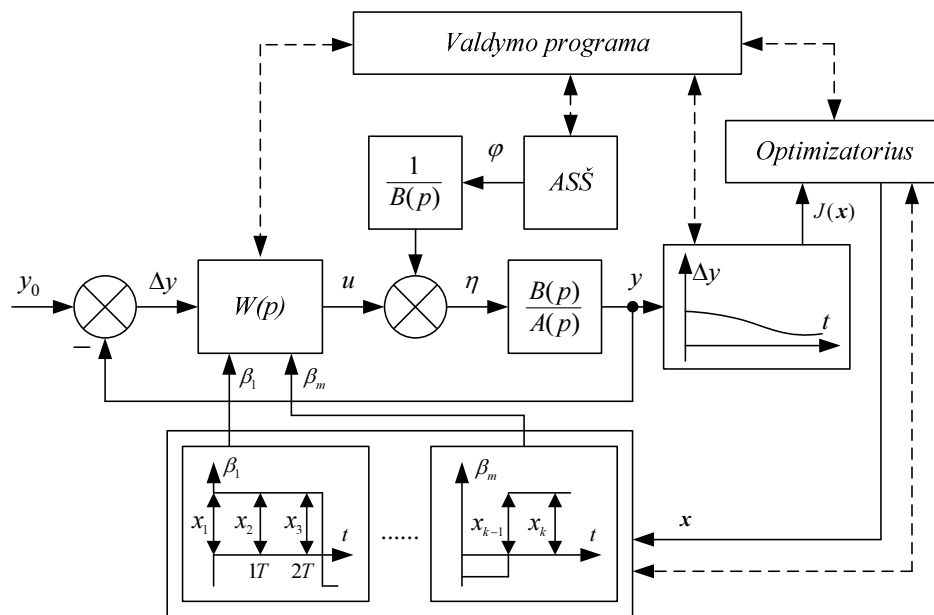
Remiantis vektoriaus $\mathbf{x}$ komponentais x_i , sudaromos funkcijos, kuriomis išreiškiami sistemos struktūros ir parametrų kitimo dėsniai:

$$\beta_1 = \beta_1(\mathbf{x}, t), 0 \leq t \leq t_f,$$

.....

$$\beta_m = \beta_m(\mathbf{x}, t), 0 \leq t \leq t_f.$$

Tarkime, kad, esant nustatytoms ribinėms sąlygoms ir apribojimams, galioja parametrų β_i kitimo dėsniai $\beta_i^*(t)$, suteikiantys funkcionalui (4.4) minimumą. Tada apytikrius parametrų kitimo dėsnius $\beta_i^*(t)$ galima rasti paieškinio optimizavimo proceso metu.



4.2 pav. Kintamosios struktūros regulatoriaus sintezės uždavinio sprendimo schema

Kadangi vektorius $\mathbf{x}$ sudaro parametrų β_i kitimo dėsnius $\beta(\mathbf{x}, t)$ intervale

$0 \leq t \leq t_f$, kintamosios struktūros regulatoriaus sintezės uždavinį galima suformuluoti paieškinio optimizavimo uždavinio forma. Reikia rasti vektorių $\mathbf{x}^*$, suteikiantį funkcionalui:

$$J(\mathbf{x}) = J[y, \beta(\mathbf{x}, t)], \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (4.12)$$

minimumą, laikantis apribojimų:

$$\mathbf{x} \in \Omega_{\mathbf{x}}. \quad (4.13)$$

Kintamosios struktūros regulatoriaus sintezės uždavinys (4.12), (4.13) sprendžiamas pagal 4.2 paveiksle parodytą schemą, taikant simpleksinės paieškos algoritmus [25].

4.3. Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminės sintezės pavyzdžiai

Kvazioptimalaus regulatoriaus algoritminės sintezės pavyzdys. Kvazioptimalaus regulatoriaus sintezės uždavinys formuluojamas pagal kriterijus (4.8) ir (4.9). Uždavinys buvo sprendžiamas taikant simpleksinės paieškos metodą [25], naudojant programų paketą Matlab ir Simulink pagal 4.1 paveikslą schemą, į kurią buvo įtrauktas atsitiktinio signalo $\varphi(t)$ šaltinis su spektriniu tankiu

$$S_{\varphi}(\omega) = \frac{1,273}{4 + \omega^2}. \quad (4.14)$$

ir valdymo objektas su perdavimo funkcija

$$W_0(p) = \frac{B(p)}{A(p)} = \frac{1}{p}. \quad (4.15)$$

Spektrinis tankis (4.14) gaunamas aperiodinės grandies išėjime, kuomet jos įėjime įjungtas „baltojo triukšmo“ signalas.

Sprendžiant uždavinį, nebuvo naudojamos signalo $\varphi(t)$ statistinės charakteristikos. Uždavinio sprendimo rezultatas yra kvazioptimali regulatoriaus perdavimo funkcija

$$W(p) = 9,42 + 1,5p. \quad (4.16)$$

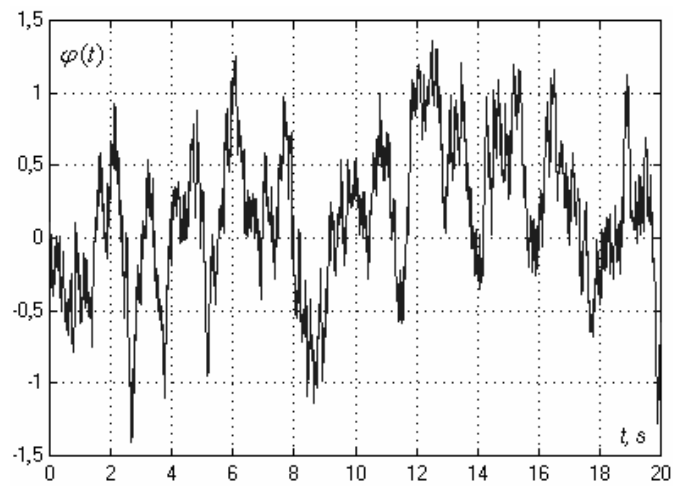
Funkcija (4.16) gauta iš funkcijos (4.6) optimizavimo proceso metu.

Taikant teorinį optimalios stochastinės valdymo sistemos sintezės metodą [48], pagal lygtį (4.14) ir perdavimo funkciją (4.15) apskaičiuotos regulatoriaus

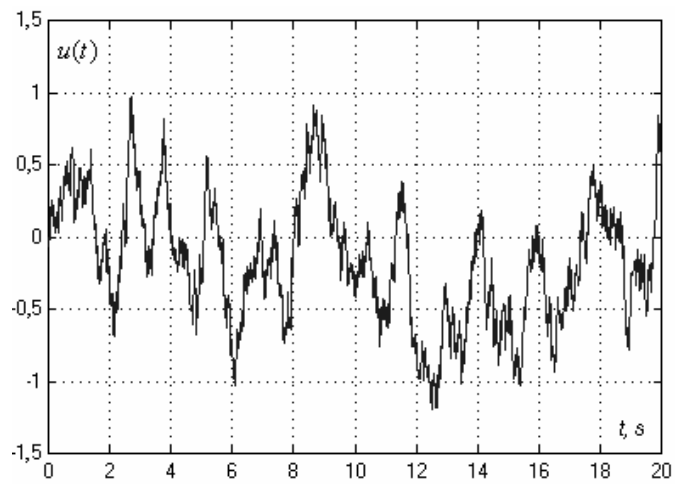
perdavimo funkcijos parametrų vertės:

$$W(p) = 7,5 + 1,5p.$$

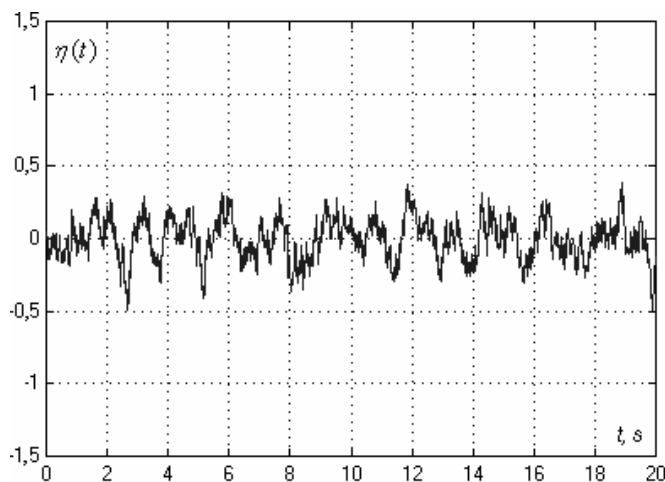
Kvazioptimalios valdymo sistemos darbo režimas, kai $y_0(t) = 0$, pavaizduotas 4.3, 4.4 ir 4.5 paveiksluose.



4.3 pav. Trikdžio signalo priklausomybė nuo laiko



4.4 pav. Valdymo poveikio signalo priklausomybė nuo laiko



4.5 pav. Objekto įėjimo signalo priklausomybė nuo laiko

Kintamosios struktūros reguliatoriaus sintezės pavyzdys. Kintamosios struktūros reguliatoriaus sintezės uždavinys formuluojamas pagal kriterijus (4.12) ir (4.13). Uždavinys buvo sprendžiamas taikant algoritminį filtro sintezės metodą, naudojant programų paketą Matlab and Simulink pagal 4.2 paveikslą, į kurią buvo įtrauktas nestacionaraus atsitiktinio signalo $\varphi(t)$ šaltinis. Sprendžiant uždavinį, nebuvo naudojamos šio signalo statistinės charakteristikos. Algoritmo aprašymas:

1. Užduodama eksperimento trukmė t_f .
2. Užduodamas filtro parametrų β_i skaičius m .
3. Užduodamas filtro parametrų komponentų skaičius r .
4. Užduodamas pradinio simplekso briaunos dydis L_0 .
5. Apskaičiuojamas kvantavimo periodas $\tau = t_f / r$.
6. Sudaromas $k = mr$ – matis pradinio filtro parametrų vektorius

$$\mathbf{x} = \{x_1 = \beta_1[0], x_2 = \beta_1[1\tau], \dots, x_{k-1} = \beta_m[(r-2)\tau], x_k = \beta_m[(r-1)\tau]\}.$$

7. Pagal pradinio parametro vektoriaus $\mathbf{x}$ apskaičiuojamos pradinio simplekso viršūnių $v_1, v_2, \dots, v_{k+1}$ koordinatės

$$x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1k}$$

$$x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2k}$$

...

$$x_{(k+1)1}, x_{(k+1)2}, \dots, x_{(k+1)k}$$

pagal formulę

$$x_{ji} = x_{li} + \eta_{ji}, \quad i = 1, \dots, k, \quad j = 1, \dots, k+1,$$

čia

$$\eta_{ji} = \begin{cases} L_k, & \text{kai } i = j-1, \\ 0, & \text{kai } i \neq j-1, \end{cases}$$

i – kintamojo numeris; j – viršūnės numeris.

8. Išmatuojamos tikslo funkcijos vertės kiekvienai pradinio simplekso viršūnei:

8.1. Remiantis simplekso viršūnės koordinatėmis $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jk}$, sudaromos funkcijos, kuriomis išreiškiami sistemos struktūros ir parametrų kitimo dėsniai:

$$\beta_1 = \beta_1(x, t), \quad 0 \leq t \leq t_f,$$

.....

$$\beta_m = \beta_m(x, t), \quad 0 \leq t \leq t_f.$$

8.2. Atliekamas eksperimentas, kurio metu sistemos parametrai keičiami pagal užduotus dėsnius $\beta_i(x, t)$, užduotu periodiškumu įrašomos Δy ir u vertės.

8.3. Apskaičiuojamos Δy ir u vidutinės kvadratinės vertės:

$$\Delta y^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y_0(t) - y_i(t)]^2,$$

$$u^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u^2.$$

8.4. Apskaičiuojama tikslo funkcijos vertė $J = M^2 \overline{\Delta y^2} + \overline{u^2}$.

9. Nustatomas maksimalus paieškos žingsnių skaičius N .

10. Paieškos pradžia, jei $n < N$, tai:

10.1. Nustatoma simplekso viršūnė, turinti didžiausią tikslo funkcijos vertę ir simplekso viršūnė, turinti antrą didžiausią tikslo funkcijos vertę.

10.2. Jeigu simplekso viršūnė, turinti didžiausią tikslo funkcijos vertę, buvo atspindėta paskutiniame žingsnyje, atspindėjimui parenkama simplekso viršūnė, turinti antrą didžiausią tikslo funkcijos vertę.

10.3 Apskaičiuojamos naujos viršūnės koordinatės:

10.3.1. Kai atspindinčioji viršūnė yra v_r , $r \neq 1$, tai naujos viršūnės koordinatės surandamos iš formulės

$$x_{ri}^H = 2x_{li} - x_{ri}, \quad i = 1, \dots, k.$$

10.3.2. Kai atspindinčioji viršūnė yra v_1 , tai:

a) viršūnė v_1 atspindi simetriškai su viršūnių v_a ir v_b svorio centru:

$$x_{li}^H = x_{ai} + x_{bi} - x_{li}, \quad i = 1, \dots, k;$$

b) likusios $k-2$ viršūnės (kai $k > 2$) perkeliamos pagal išraišką:

$$x_{ji}^H = 2x_{li}^H - x_{ai} - x_{bi} + x,$$

$$i = 1, \dots, k, \quad j = 1, \dots, k+1, \quad j \neq a, b,$$

čia x_{ji}^H , x_{ji} – atitinkamai viršūnių koordinatės naujame ir sename simplekse; a , b – numeriai viršūnių, kuriose

$$y_a = \sup y_j, \quad j = 1, \dots, k+1,$$

$$y_b = \sup y_j, \quad j = 1, \dots, k+1, \quad j \neq a.$$

10.4. Naujajai viršūnei remiantis koordinatėmis $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jk}$, sudaromos funkcijos, kuriomis išreiškiami sistemos struktūros ir parametrų kitimo dėsniai:

$$\beta_1 = \beta_1(x, t), \quad 0 \leq t \leq t_f,$$

.....

$$\beta_m = \beta_m(x, t), \quad 0 \leq t \leq t_f.$$

10.5. Atliekamas eksperimentas, kurio metu sistemos parametrai keičiami pagal užduotus dėsnius $\beta_i(x, t)$, užduotu periodiškumu įrašomos Δy ir u vertės.

10.6. Apskaičiuojamos Δy ir u vidutinės kvadratinės vertės:

$$\hat{\Delta y}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y_0(t) - y_i(t)]^2,$$

$$\hat{u}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N u^2.$$

10.7. Apskaičiuojama tikslo funkcijos vertė $J = M^2 \overline{\Delta y^2} + \overline{u^2}$.

10.8. Paieškos žingsnių skaitiklis n padidinamas vienetu.

10.9. Pereinama prie punkto 10.1. vykdymo.

11. Išvedami sistemos struktūros ir parametrų kitimo dėsniai, atitinkantys mažiausią išmatuotą tikslo funkciją J .

Uždavinio sprendimo rezultatas yra kvazioptimali regulatoriaus perdavimo funkcija

$$W(p) = \beta_1(t) + \beta_2(t)p, \quad (4.17)$$

kurios parametrai $\beta_1(t)$ ir $\beta_2(t)$ kinta laikui bėgant. Funkcija (4.17) gauta iš funkcijos (4.6) optimizavimo proceso metu.

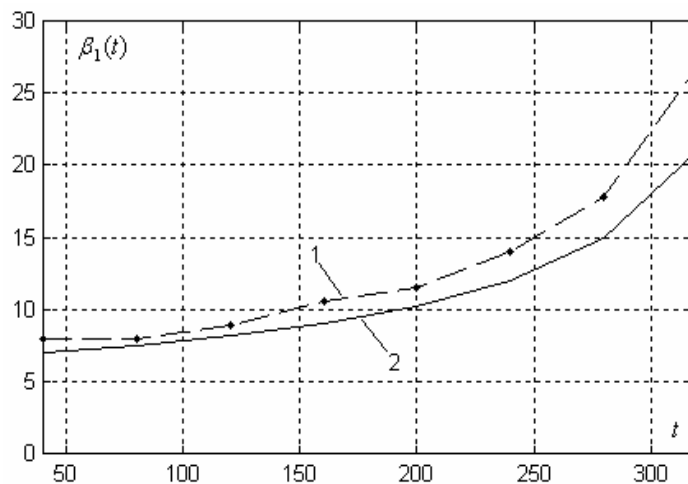
Regulatoriaus koeficiento β_1 priklausomybė nuo laiko pavaizduota 4.6 paveiksle (1 kreivė), koeficiento β_2 priklausomybė nuo laiko – 4.7 paveiksle (1 kreivė). Regulatoriaus parametrų pokyčius sąlygoja trikdžio signalo statistinių charakteristikų pokyčiai.

Formuojant atsitiktinio nestacionaraus signalo $\varphi(t)$ šaltinį, buvo panaudotas signalo spektrinis tankis:

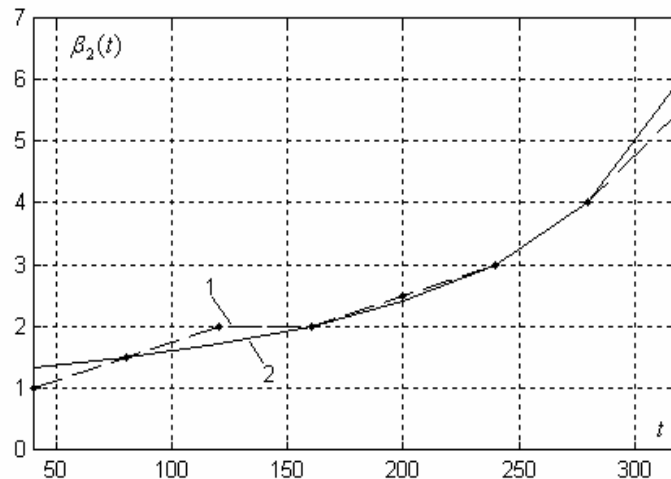
$$S_g(\omega, t) = \frac{2}{\pi} \frac{\alpha(t)}{\alpha(t)^2 + \omega^2}, \quad (4.18)$$

čia $\alpha(t)$ – naudingojo signalo koreliacinės funkcijos parametras, $\alpha(t) = (2,5 - 0,00625t)$.

Charakteristika (4.18) leido apskaičiuoti teorines regulatoriaus perdavimo funkcijos parametrų vertes, taikant optimalaus regulatoriaus sintezės metodiką [27] ir palyginti su algoritminės regulatoriaus sintezės rezultatais.



4.6 pav. Kintamosios struktūros regulatoriaus koeficiento β_1 eksperimentinė (1 kreivė) ir teorinė (2 kreivė) priklausomybės nuo laiko



4.7 pav. Kintamosios struktūros regulatoriaus koeficiento β_2 eksperimentinė (1 kreivė) ir teorinė (2 kreivė) priklausomybės nuo laiko

Teorinė regulatoriaus koeficiento β_1 priklausomybė nuo laiko pavaizduota 4.6 paveiksle (2 kreivė), teorinė koeficiento β_2 priklausomybė nuo laiko – 4.7 paveiksle (2 kreivė).

4.4. Ketvirtojo skyriaus išvados

Sukurtas algoritminis metodas, leidžiantis vykdyti stochastinių automatinio valdymo sistemų sintezę tais atvejais, kai trikdžio signalo statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų taikyti neįmanoma.

Algoritminiu metodu rasti kvazioptimalaus ir kintamosios struktūros regulatorių parametrai atitinka teorinius parametrus, apskaičiuotus pagal trikdžio signalo ir valdymo objekto charakteristikas.

Algoritminė kvazioptimalių ir kintamosios struktūros filtrų sintezė

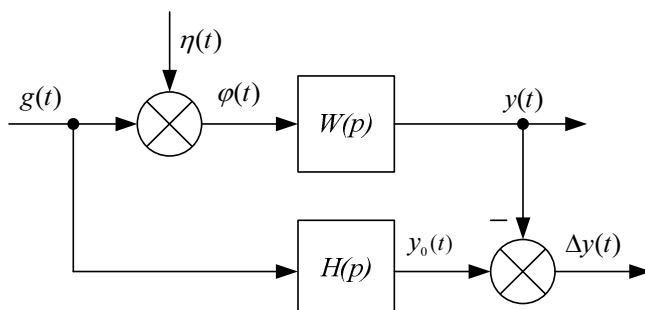
Šio tyrimo tikslas kurti ir tobulinti algoritminius filtrų sintezės uždavinių sprendimo metodus, leidžiančius projektuoti kvazioptimalius ir kintamosios struktūros filtrus, tais atvejais, kai atsitiktinių signalų statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų taikyti neįmanoma.

Skyriaus tematika paskelbti trys autoriaus straipsniai [1A, 6A, 7A].

5.1. Optimalaus filtro sintezės analizė

Jeigu automatinę sistemą veikia kartu ir signalas, ir trukdis, susidaro optimalaus filtravimo uždavinys.

Nagrinėjamos sistemos struktūrinė schema pateikta 5.1 paveiksle. Šioje schemeje $g(t)$ – naudingas signalas; $\eta(t)$ – atsitiktinis trukdis ($g(t)$ ir $\eta(t)$ – stacionarios atsitiktinės funkcijos su pateiktomis koreliacijos funkcijomis ir nuliniais vidurkiais); $\varphi(t) = g(t) + \eta(t)$ – įėjimo signalas; $W(p)$ – filtro perdavimo funkcija; $H(p)$ – pateiktasis operatorius; $y(t)$ – išėjimo signalas; $y_0(t)$ – pateiktoji išėjimo signalo vertė.



5.1 pav. Sistemos su filtru struktūrinė schema

Sistema turi kiek galima tiksliau atkurti įėjimo signalą, kai $H(p)=1$, arba tam tikrą funkciją nuo įėjimo signalo:

$$y_0 = H(p)g(t) .$$

Jeigu sistemą veikia reguliarus arba atsitiktinis signalas $\varphi(t)$, dažnai būtina atskirti šį signalą nuo trukdžio, t. y. egzistuoja filtravimo uždavinys.

Šiuo atveju taikomas darbo (filtravimo) kokybės rodiklis – vidutinė kvadratinė paklaida

$$\overline{\Delta y^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T [y_0(t) - y(t)]^2 dt . \quad (5.1)$$

Išėjimo signalas gali būti rastas pagal formulę:

$$y(t) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t - \tau) w(\tau) d\tau , \quad (5.2)$$

čia w – svorio funkcija.

Įrašius $y(t)$ iš (5.2) į (5.1), gaunama:

$$\overline{\Delta y^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \left[y_0(t) - \int_{-\infty}^{\infty} \phi(t - \tau) w(\tau) d\tau \right]^2 dt . \quad (5.3)$$

Sintezės uždavinys formuluojamas taip. Reikia rasti tokią fiziškai realizuojamą optimalią perdavimo funkciją $W_{opt}(p)$, kuri suteikia vidutinei kvadratinei paklaidai minimumą:

$$\overline{\Delta y^2} \rightarrow \min .$$

Šį uždavinį išsprendė R. Vineris. Uždavinio sprendimo sąlyga:

$$w_{opt}(t) = 0, \text{ kai } t < 0,$$

kuri suteikia galimybę fiziškai realizuoti perdavimo funkciją $W_{opt}(p)$.

Tegul operatorius $H(p)=1$, trukdis $\eta(t)$ yra „baltojo triukšmo“ tipo signalas, kurio spektrinis tankis:

$$S_{\eta}(\omega) = N, \quad (5.4)$$

o naudingojo signalo $g(t)$ spektrinis tankis:

$$S_g(\omega) = \frac{2D\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}, \quad (5.5)$$

čia D – dispersija; α – koreliacinės funkcijos parametras.

Apskaičiuota [27], kad šiuo atveju optimalusis filtras yra aperiodinė pirmosios eilės grandis, kurios perdavimo funkcija:

$$W_{opt}(s) = \frac{k}{Ts + 1}, \quad (5.6)$$

$$\text{čia } k = \frac{2D\alpha}{N(\alpha + \beta)}, \quad \beta = \sqrt{\frac{2D\alpha}{N} + \alpha^2}, \quad T = \frac{1}{\beta}.$$

Kai stochastinės įėjimo signalų charakteristikos nežinomos, rasti optimaliai artimą filtro perdavimo funkciją galima taikant šio uždavinio sprendimui algoritminius sistemų sintezės metodus.

5.2. Kvazioptimalaus filtro algoritminė sintezė

Signalas $y(t)$ nuokrypį nuo nustatytojo dydžio galima įvertinti, atlikus N išėjimo signalo matavimų:

$$S_N = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N w_i [y_0(t) - y(t)]^2, \quad (5.7)$$

čia w_i – svorio koeficientas.

Į sistemos įėjimą įjungiamas filtras su pertekline perdavimo funkcija

$$W(p) = \frac{a_1 p^m + a_2 p^{m-1} + \dots + a_{m+1}}{a_{m+2} p^n + a_{m+3} p^{n-1} + \dots + a_{m+p+1}}. \quad (5.8)$$

Įvedamas vektorius $x = (x_1, \dots, x_k)$, kurio komponentai bus lygūs filtro

perdavimo funkcijos koeficientams ($x_1 = a_1, x_2 = a_2, \dots, x_{k-1} = a_{m+p}, x_k = a_{m+p+1}$). Tuomet sistemos išėjimo signalas $y(t)$ bei įvairūs kokybės rodikliai $\overline{\Delta y^2}$, S_N ir kt. yra vektoriaus x funkcijos. Pasirinkus tikslo funkciją, pavyzdžiui, $\overline{\Delta y^2}$, galima suformuluoti paieškinio optimizavimo uždavinį.

Reikia rasti vektorių x , nuo kurio priklauso filtro struktūra ir parametrai, t. y. perdavimo funkcija $W(p)$, užtikrinantį tikslo funkcijos:

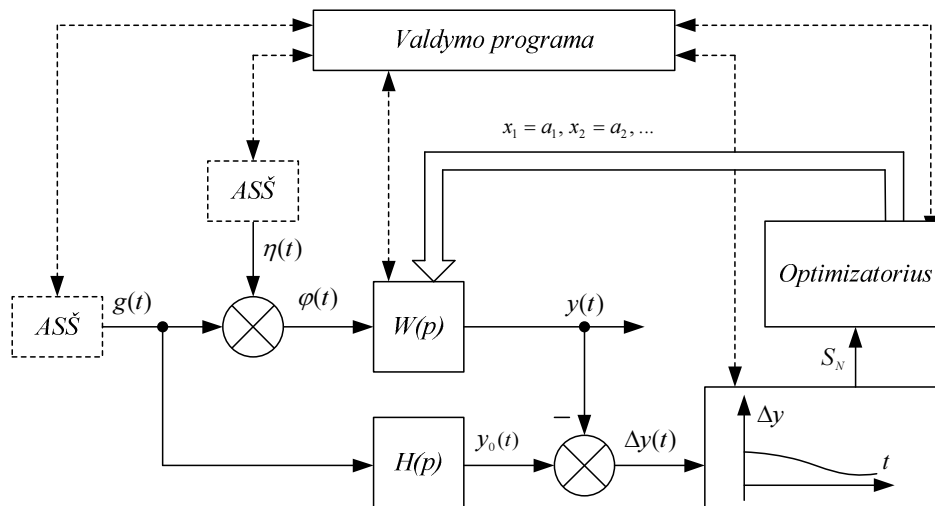
$$J(x) = J[y(x)] \quad (5.9)$$

minimumą, laikantis apribojimų:

$$x \in \Omega_x. \quad (5.10)$$

Uždavinys (5.9), (5.10) sprendžiamas taikant simpleksinės paieškos metodus. Uždavinio sprendimo schema pateikta 5.2 paveiksle.

Schemoje (5.2 pav.) parodyti atsitiktnių signalų šaltiniai (ASŠ), kuriantys trukdį $\eta(t)$ ir naudingąjį signalą $y(t)$, kurie gali būti realūs arba sudaryti modeliavimo tikslams specialiomis kompiuterio programomis. Uždavinys buvo sprendžiamas taikant algoritminį filtro sintezės metodą, naudojant programinį paketą Matlab and Simulink. Spektrinį tankį (5.5) turi signalas aperiodinės grandies išėjime, kai „baltojo triukšmo“ tipo signalas yra įjungtas jos įėjime. Kvazioptimalaus filtro modeliavimo rezultatai pavaizduoti 5.3–5.6 paveiksluose.

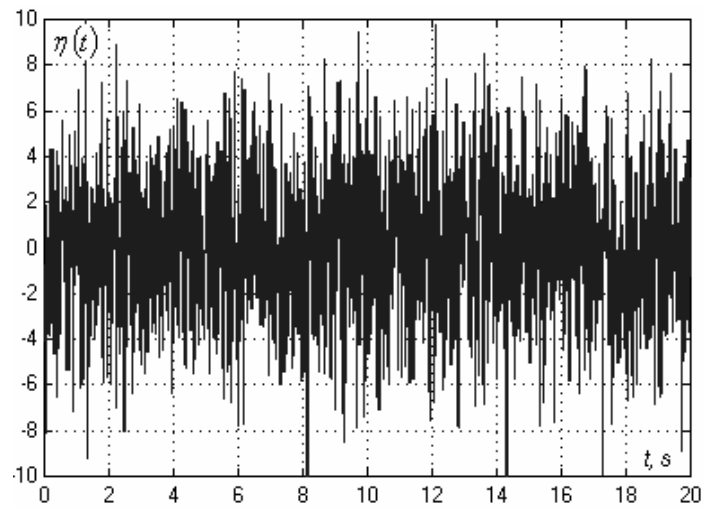


5.2 pav. Kvazioptimalaus filtro sintezės schema

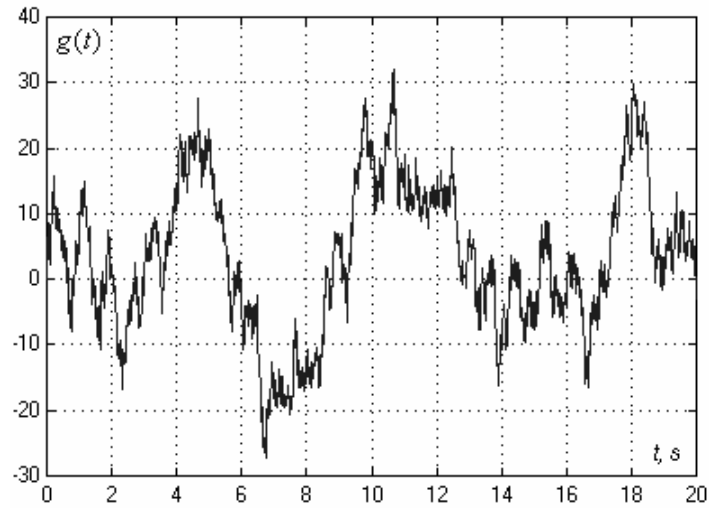
Sistemoje modeliuoti 20 s trukmės signalai, vidutinė kvadratinė skirtumo

Δy vertė apskaičiuota iš 2000 verčių, nuskaitytų kas 0,01 s modeliavimo metu. Optimizavimui naudotas simpleksinės paieškos algoritmas su uždraustu grįžimu. Atsitiktinio signalo $\eta(t)$ formavimui panaudotas šaltinis su spektriniu tankiu

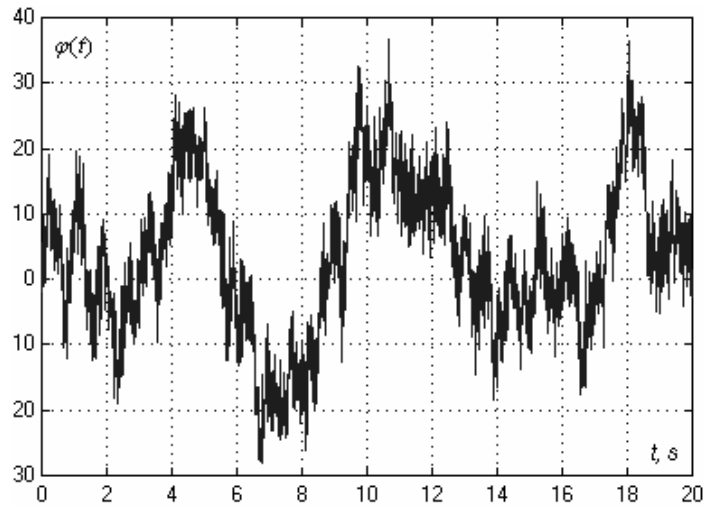
$$S_{\eta}(\omega) = 0,1. \quad (5.11)$$



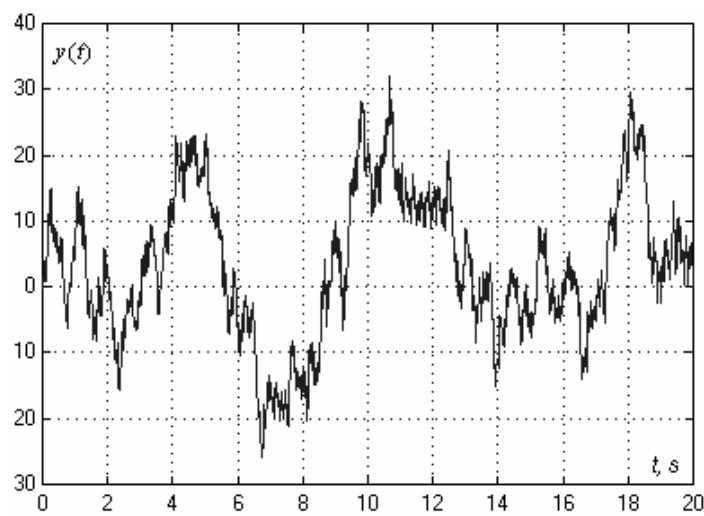
5.3 pav. „Baltojo triukšmo“ tipo trukdžio signalas



5.4 pav. Naudingas signalas



5.5 pav. Filto įėjimo signalas



5.6 pav. Filto išėjimo signalas

Naudingojo signalo $g(t)$ formavimui panaudotas šaltinis, kurio spektrinis tankis

$$S_g(\omega) = \frac{250}{1 + \omega^2}. \quad (5.12)$$

Surasta kvazioptimali filtro perdavimo funkcija:

$$W(p) = \frac{0,98}{0,0196p + 1}. \quad (5.13)$$

Teorinė optimali filtro perdavimo funkcija, apskaičiuota naudojant metodiką [27]:

$$W_{opt}(s) = \frac{0,98}{0,02p + 1}. \quad (5.14)$$

Abiem atvejais apskaičiuota vidutinės kvadratinės paklaidos vertė $\overline{\Delta y^2} = 4,6$, o trukdžio vidutinė kvadratinė vertė $\overline{\eta^2} = 9,63$.

5.3. Kintamosios struktūros filtro sintezė

Į filtro įėjimą paduodami nestacionarūs atsitiktiniai procesai: $g(t)$ – naudingas signalas; $\eta(t)$ – „baltojo triukšmo“ tipo trukdis su nuliniais vidurkiais.

Įėjimo signalas yra suma:

$$\phi(t) = g(t) + \eta(t).$$

Sistemos paskirtis – atkurti naudingą signalą $g(t)$, arba tam tikrą funkciją nuo šio signalo.

Funkciją $g(t)$ kai kada galima išreikšti pirmosios eilės diferencialine lygtimi su kintamuoju koeficientu $A(t)$, kuris priklauso nuo signalo statistinių charakteristikų [109]:

$$\frac{dg(t)}{dt} = A(t)g(t) + V(t), \quad (5.15)$$

čia $V(t)$ – nestacionarus „baltojo triukšmo“ tipo atsitiktinis procesas su nuliniu vidurkiu.

Nestacionarių atsitiktinių signalų $V(t)$ ir $\eta(t)$ koreliacinės funkcijos gali būti išreikštos:

$$R_V(t, \tau) = L(t)\delta(t - \tau), \quad (5.16)$$

$$R_\eta(t, \tau) = N(t)\delta(t - \tau), \quad (5.17)$$

čia $L(t)$ ir $N(t)$ – nepertraukiamos, diferencijuojamos funkcijos. Signalai $V(t)$ ir $\eta(t)$ nekoreliuoti, t. y. $R_{V\eta}(t, \tau) = 0$.

Esant filtravimo uždaviniui, išėjimo signalo duotoji vertė yra naudingas signalas, t. y. $y_0(t) = g(t)$.

Sistemos paklaida yra

$$\Delta y(t) = y_0(t) - y(t). \quad (5.18)$$

Kalmanas ir Biusi nustatė [109], kad optimali sistema, užtikrinanti naudingo signalo atkūrimą ir vidutinės kvadratinės paklaidos $\overline{\Delta y^2}$ minimumą, aprašoma diferencialine lygtimi

$$\frac{dy}{dt} = Q(t)y(t) + C(t)\varphi(t), \quad (5.19)$$

čia $Q(t)$ ir $C(t)$ – laiko funkcijos, randamos iš vidutinės kvadratinės paklaidos minimumo sąlygos:

$$M\{\left[\Delta y(t)\right]^2\} \rightarrow \min. \quad (5.20)$$

Jeigu naudingas signalas gali būti išreikštas forma (5.15), funkcijų $C(t)$ ir $Q(t) = A(t) - C(t)$ radimo metodika [109] reikalauja atsiktinių signalų $V(t)$ ir $\eta(t)$ statistinių charakteristikų (5.16) ir (5.17).

Kai statistinės charakteristikos (5.16) ir (5.17) nežinomos filtro sintezės uždaviniai, suformuluoti darbuose [109] ir [108], gali būti sprendžiami taikant algoritminius stochastinių sistemų sintezės metodus.

5.4. Algoritminės kintamosios struktūros filtro sintezės pagrindai

Sistema turi kiek galima tiksliau atkurti naudingą signalą $g(t)$ arba tam tikrą funkciją

$$y_0(t) = H(t)g(t) \quad (5.21)$$

nuo naudingo signalo $g(t)$.

Šiuo atveju sistemos kokybės rodiklis – vidutinė kvadratinė paklaida

$$\overline{\Delta y^2} = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2T} \int_{-T}^T \left[y_0(t) - y(t) \right]^2 dt \quad (5.22)$$

paieškinio optimizavimo metu gali būti įvertinta įvairiais šio rodiklio diskretiniais analogais. Signalų $y(t)$ nuokrypį nuo nustatyto dydžio $y_0(t)$ galima įvertinti, atlikus N išėjimo signalo matavimų (5.7).

Į sistemos kontūrą įjungiamas filtras su pertekline perdavimo funkcija:

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}, \quad (5.23)$$

čia $n > m$.

Formuluojant kintamosios struktūros sistemos sintezės uždavinį, reikia suformuoti parametrų a_i ir b_i , nuo kurių priklauso filtro struktūra, kitimo dėsnius [27].

Filtro sintezės intervale $0 \leq t \leq t_f$ naudojant parametrų a_i ir b_i diskretines vertes:

$$\begin{aligned} & a_0[jT], j = 0, \dots, N-1, \\ & \dots \dots \dots \\ & a_n[jT], j = 0, \dots, N-1, \\ & b_0[jT], j = 0, \dots, N-1, \\ & \dots \dots \dots \\ & b_m[jT], j = 0, \dots, N-1, \end{aligned} \quad (5.24)$$

įvedamas $k = (m + n + 2)N$ – matis vektorius

$$\begin{aligned} \mathbf{x} = \{ & x_1 = a_0[0], x_2 = a_0[1T], \dots, x_{(n+1)N} = a_n[(N-1)T], \\ & x_{(n+1)N+1} = b_0[0], \dots, x_{(n+m+2)N} = x_K = b_m[(N-1)T] \}, \end{aligned}$$

čia T – kvantavimo periodas, $T = t_f / N$.

Remiantis vektoriaus $\mathbf{x}$ komponentais x_i sudaromos funkcijos, kuriomis išreiškiami filtro struktūros ir parametrų kitimo dėsniai:

$$\begin{aligned} & a_0 = a_0(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f, \\ & \dots \dots \dots \\ & a_n = a_n(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f, \\ & b_0 = b_0(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f, \\ & \dots \dots \dots \\ & b_m = b_m(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f. \end{aligned}$$

Sistemos išėjimo signalas $y(t)$ bei įvairūs filtro kokybės rodikliai $\overline{\Delta y^2}$, S_N ir kt. priklauso nuo vektoriaus $\mathbf{x}$. Pasirinkus tikslo funkciją – kokybės rodiklį $J(\mathbf{x})$, galima suformuluoti paieškinio optimizavimo uždavinį.

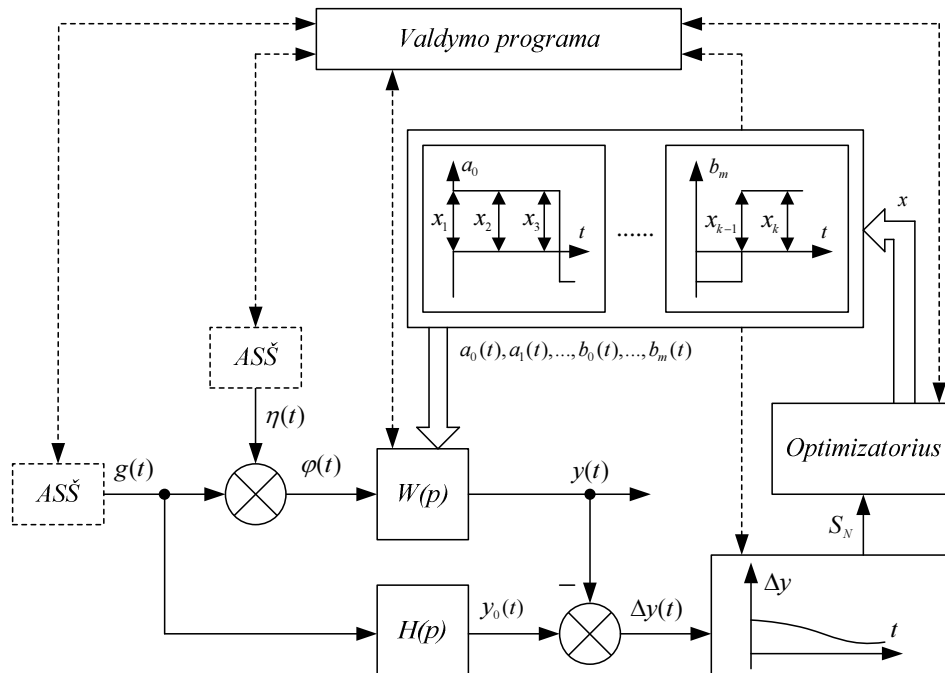
Reikia rasti vektorių $\mathbf{x}$, nuo kurio priklauso filtro perdavimo funkcijos $W(p)$ struktūros ir parametrų kitimo dėsniai, užtikrinantys tikslo funkcijos

$$J(x) = J[y(x)] \quad (5.25)$$

minimumą, laikantis apribojimų

$$x \in \Omega_x. \quad (5.26)$$

Uždavinys (5.25), (5.26) sprendžiamas taikant simpleksinės paieškos metodus. Uždavinio sprendimo schema pateikta 5.7 paveiksle. Schemoje parodyti atsitiktinių signalų šaltiniai (ASS), kurie gali būti realūs, arba sudaryti modeliavimo tikslams specialiomis kompiuterio programomis.



5.7 pav. Kintamosios struktūros filtro algoritminės sintezės schema

5.5. Algoritminės kintamosios struktūros filtro sintezės pavyzdys

Filtro algoritminės sintezės uždavinys formuluojamas pagal kriterijų (5.25) ir apribojimus (5.26). Uždavinys buvo sprendžiamas taikant algoritminį filtro sintezės metodą, naudojant programinį paketą Matlab and Simulink pagal 5.8 paveikslo schemą, į kurią buvo įjungti nestacionarių atsitiktinių signalų $g(t)$ ir $\eta(t)$ šaltiniai. Sprendžiant uždavinį nebuvo naudojamos šių signalų statistinės

charakteristikos. Algoritmo aprašymas:

1. Užduodama eksperimento trukmė t_f .
2. Užduodamas filtro

$$W(p) = \frac{b_m p^m + b_{m-1} p^{m-1} + \dots + b_0}{a_n p^n + a_{n-1} p^{n-1} + \dots + a_0}$$

parametrų skaičius $m + n + 2$.

3. Užduodamas filtro parametrų komponentų skaičius N .
4. Užduodamas pradinio simplekso briaunos dydis L_0 .
5. Apskaičiuojamas kvantavimo periodas $T = t_f / N$.
6. Sudaromas $k = (m + n + 2)N$ – matis pradinių filtro parametrų vektorius

$$\mathbf{x} = \{x_1 = a_0[0], x_2 = a_0[1T], \dots, x_{(n+1)N} = a_n[(N-1)T], \\ x_{(n+1)N+1} = b_0[0], \dots, x_{(n+m+2)N} = x_K = b_m[(N-1)T]\}.$$

7. Pagal pradinių parametrų vektorių $\mathbf{x}$ apskaičiuojamos pradinio simplekso viršūnių $v_1, v_2, \dots, v_{k+1}$ koordinatės

$$\begin{aligned} & x_{11}, x_{12}, \dots, x_{1k} \\ & x_{21}, x_{22}, \dots, x_{2k} \\ & \dots \\ & x_{(k+1)1}, x_{(k+1)2}, \dots, x_{(k+1)k} \end{aligned}$$

pagal formulę

$$x_{ji} = x_{0i} + \eta_{ji} L_0,$$

čia i – valdomojo parametro numeris, $i = 1, \dots, k$; j – simplekso viršūnės numeris, $j = 1, \dots, k+1$; η_{ji} vertės surandamos iš išraiškos

$$\eta_{ji} = \begin{cases} 0, & \text{kai } i < j-1; \\ -\frac{1}{\sqrt{2i(i+1)}}, & \text{kai } i > j-1; \\ \sqrt{\frac{i}{2(i+1)}}, & \text{kai } i = j-1. \end{cases}$$

8. Išmatuojamos tikslo funkcijos vertės kiekvienai pradinio simplekso viršūnei:

8.1. Remiantis simplekso viršūnės koordinatėmis $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jk}$, sudaromos funkcijos, kuriomis išreiškiami sistemos struktūros ir parametrų kitimo dėsniai:

$$a_0 = a_0(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f,$$

.....

$$a_n = a_n(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f,$$

$$b_0 = b_0(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f,$$

.....

$$b_m = b_m(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f.$$

8.2. Atliekamas eksperimentas, kurio metu sistemos parametrai keičiami pagal užduotus dėsnius $a_0(x_i, t)$, $a_1(x_i, t)$, ..., $a_n(x_i, t)$, $b_0(x_i, t)$, $b_1(x_i, t)$, ..., $b_m(x_i, t)$, užduotu periodiškumu įrašomos Δy vertės.

8.3. Apskaičiuojama tikslo funkcijos vertė (Δy vidutinė kvadratinė vertė):

$$\hat{\Delta y}^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y_0(t) - y_i(t)]^2.$$

9. Nustatomas maksimalus paieškos žingsnių skaičius N .

10. Paieškos pradžia, jei $n < N$, tai

10.1. Nustatoma simplekso viršūnė, turinti didžiausią tikslo funkcijos vertę ir simplekso viršūnė, turinti antrą didžiausią tikslo funkcijos vertę.

10.2. Jeigu simplekso viršūnė, turinti didžiausią tikslo funkcijos vertę, buvo atspindėta paskutiniame žingsnyje, atspindėjimui parenkama simplekso viršūnė, turinti antrą didžiausią tikslo funkcijos vertę.

10.3. Apskaičiuojamos naujos viršūnės koordinatės:

$$x_{si}^H = \frac{2}{k} \sum_{j=1}^{k+1} x_{ji} - \frac{2+k}{k} x_{si}, \quad i = 1, \dots, k.$$

10.4. Naujajai viršūnei remiantis koordinatėmis $x_{j1}, x_{j2}, \dots, x_{jk}$, sudaromos funkcijos, kuriomis išreiškiami sistemos struktūros ir parametrų kitimo dėsniai:

$$a_0 = a_0(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f,$$

.....

$$a_n = a_n(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f,$$

$$b_0 = b_0(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f,$$

.....

$$b_m = b_m(x_i, t), 0 \leq t \leq t_f.$$

10.5. Atliekamas eksperimentas, kurio metu sistemos parametrai keičiami pagal užduotus dėsnius $a_0(x_i, t)$, $a_1(x_i, t)$, ..., $a_n(x_i, t)$, $b_0(x_i, t)$, $b_1(x_i, t)$, ..., $b_m(x_i, t)$, užduotu periodiškumu įrašomos Δy vertės.

10.6. Apskaičiuojama tikslo funkcijos vertė (Δy vidutinė kvadratinė vertė):

$$\Delta y^2 = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N [y_0(t) - y_i(t)]^2.$$

10.7. Paieškos žingsnių skaitiklis n padidinamas vienetu.

10.8. Pereinama prie punkto 10.1. vykdymo.

11. Išvedami filtro struktūros ir parametrų kitimo dėsniai, atitinkantys mažiausią išmatuotą tikslo funkciją J .

Uždavinio sprendimo rezultatas yra kvazioptimali filtro perdavimo funkcija

$$W(p) = \frac{k(t)}{T(t)p + 1}, \quad (5.27)$$

kurios parametrai $k(t)$ ir $T(t)$ kinta laikui bėgant. Funkcija (5.27) gauta iš funkcijos (5.23) optimizavimo proceso metu.

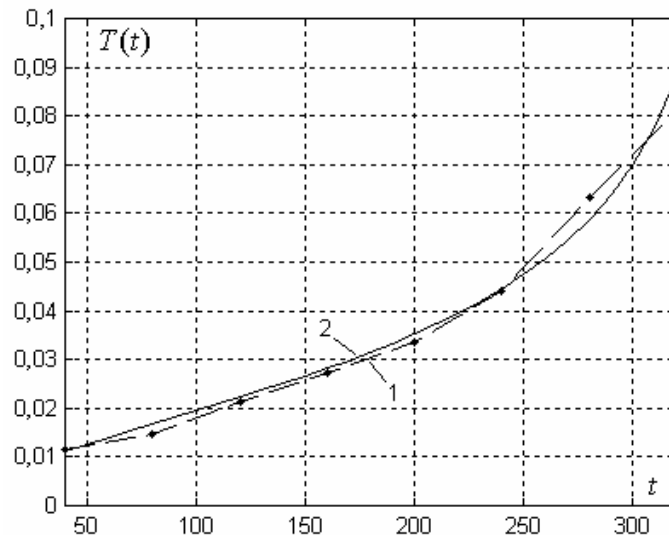
Filtro laiko pastoviosios priklausomybė nuo laiko pavaizduota 5.8 paveiksle (1 kreivė), stiprinimo koeficiento priklausomybė nuo laiko – 5.9 paveiksle (1 kreivė). Filtro parametrų pokyčius sąlygoja įėjimo signalų statistinių charakteristikų pokyčiai.

Formuojant atsitiktinių nestacionarių signalų $g(t)$ ir $\eta(t)$ šaltinius buvo panaudoti signalų spektriniai tankiai:

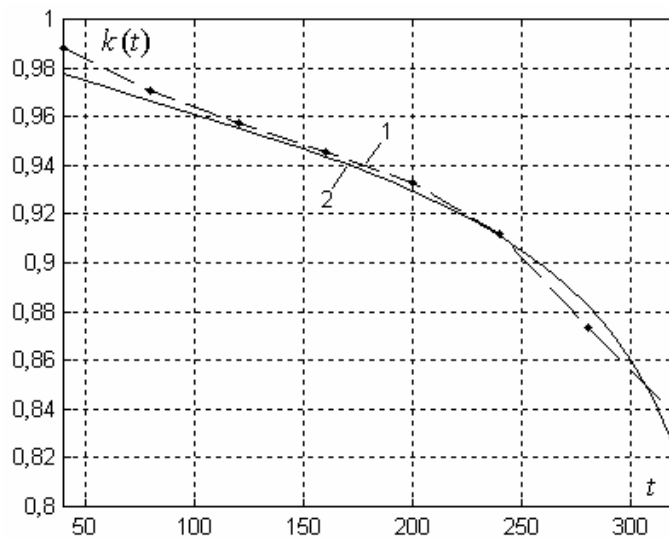
$$S_g(\omega, t) = \frac{2D(t)\alpha}{\alpha^2 + \omega^2}, \quad (5.28)$$

$$S_\eta(\omega, t) = 0,005t, \quad (5.29)$$

čia $D(t)$ – naudingojo signalo dispersija, $D(t) = 450 - 1,25t$, α – naudingojo signalo koreliacinės funkcijos parametras, $\alpha = 2$.



5.8 pav. Kintamosios struktūros filtro laiko pastoviosios eksperimentinė (1 kreivė) ir teorinė (2 kreivė) priklausomybės nuo laiko



5.9 pav. Kintamosios struktūros filtro stiprinimo koeficiento eksperimentinė (1 kreivė) ir teorinė (2 kreivė) priklausomybės nuo laiko

Charakteristikos 5.28 ir 5.29 leido, naudojant optimalaus filtro sintezės metodiką [108], apskaičiuoti teorines filtro perdavimo funkcijos parametrų vertes ir palyginti su algoritminės filtro sintezės rezultatais. Teorinė filtro laiko

pastoviosios priklausomybė nuo laiko pavaizduota 5.8 paveiksle (2 kreivė), stiprinimo koeficiento priklausomybė nuo laiko – 5.9 paveiksle (2 kreivė).

5.6. Penktojo skyriaus išvados

Sukurtas algoritminis metodas, kuris leidžia atlikti filtrų sintezę tais atvejais, kai įėjimo signalų statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų taikyti neįmanoma.

Algoritminiu metodu rasti kvazioptimalaus ir kintamosios struktūros filtro parametrai atitinka teorinius parametrus, apskaičiuotus pagal įėjimo signalų statistines charakteristikas.

Algoritminiai variacinio skaičiavimo metodai

Sprendžiant automatinių valdymo sistemų (AVS) optimizavimo uždavinius, dažnai reikia nustatyti regulatoriaus ar kito valdymo įtaiso struktūrą, parametrus, arba valdymo poveikio kitimo dėsnius, kurie užtikrintų tam tikrais kriterijais užduotą valdymo kokybę. Kai valdymo objektai yra paprasti ir turi matematinius modelius, optimizavimo uždavinius galima spręsti naudojant variacinio skaičiavimo, maksimumo principo, dinaminio programavimo ir kitus klasikinius AVS sintezės metodus. Dažnai optimalaus valdymo uždavinių sprendimui naudojami variacinio skaičiavimo metodai, kurie, kaip pažymi monografijos [48] autoriai, yra paprasti ir patogūs. Tačiau nurodyti metodai nėra universalūs, juos taikyti keblu kai objektas aprašytas loginiais operatoriais ir neįmanoma, kai matematinio modelio iš vis nėra.

Šių tyrimų tikslas kurti algoritminius variacinio skaičiavimo metodus, leidžiančius spręsti variacinio skaičiavimo uždavinius tais atvejais, kai objekto matematinis modelis (funkcionalas) analitiniu būdu neužduotas, kai klasikinių sintezės metodų, kartu ir variacinio skaičiavimo metodų, taikyti neįmanoma.

Skyriaus tematika paskelbti trys autoriaus straipsniai [2A, 3A, 9A].

6.1. Variacinio skaičiavimo uždaviniai su fiksuotais trajektorijos galais ir uždaviniai su funkciniais apribojimais

Paprasčiausias klasikinio variacinio skaičiavimo uždavinys formuluojamas taip: iš aibės funkcijų reikia rasti ekstremalę $y(t)$, suteikiančią funkcionalui

$$I = \int_{t_0}^{t_f} f_0(t, y, \dot{y}) dt \quad (6.1)$$

minimumą ir kertančią fiksuotus ribinius trajektorijos $y(t)$ galus

$$y(t_0) = y_0, \quad y(t_f) = y_f, \quad (6.2)$$

čia $f_0(t, y, \dot{y})$ – kintamųjų t, y ir $\dot{y}$ funkcija, bendru atveju nepertraukiama, turinti nepertraukiamas iki antros eilės dalines išvestines pagal visus kintamuosius.

Uždavinio (6.1), (6.2) sprendimui taikoma Eulerio lygtis

$$\frac{\partial f_0(t, y, \dot{y})}{\partial y} - \frac{d}{dt} \frac{\partial f_0(t, y, \dot{y})}{\partial \dot{y}} = 0.$$

Jos sprendinys yra ieškoma ekstremalė $y(t)$.

Variacinio skaičiavimo uždaviniai, kuriuos sprendžiant surandamos ekstremalės, sudaro tam tikrą klasę uždavinių, kuriai gali būti priskirti uždaviniai su fiksuotais trajektorijos galais, uždaviniai su nefiksuotais trajektorijos galais, ekstremalių su lūžių paieška uždaviniai ir kt.

Kita variacinių uždavinių klasė apima uždavinius, susijusius su funkcionalo sąlyginio ekstremumo radimu. Pavyzdžiui, reikia rasti funkciją $y(t)$, suteikiančią funkcionalui

$$I = \int_{t_0}^{t_f} f_0(t, y, \dot{y}) dt \quad (6.3)$$

minimumą, atsižvelgiant į apribojimus

$$h_j(t, y) = 0, \quad j = 1, \dots, p < n, \quad (6.4)$$

čia y – n -matis vektorius.

Uždavinio (6.3), (6.4) sprendimui taikomas Lagranžo daugiklių metodas – užrašoma Lagranžo funkcija

$$F(t, y, \dot{y}) = f_0(t, y, \dot{y}) + \sum_{j=1}^P \lambda_j h_j(t, y). \quad (6.5)$$

Sudaroma $n + p$ lygčių sistema, į kurią įeina n Eilerio lygčių

$$\frac{\partial F(t, y, \dot{y})}{\partial y_i} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F(t, y, \dot{y})}{\partial \dot{y}_i} = 0, i = 1, \dots, n \quad (6.6)$$

ir p apribojimo lygčių (6.4).

Iš lygčių sistemos (6.4), (6.6) surandamas sprendimas $y_1(t), \dots, y_n(t)$ atitinkantis funkcionalo (6.3) sąlyginį ekstremumą.

Uždavinių (6.1), (6.2) ir (6.3), (6.4) sprendimas taikant Eilerio lygtis ir Lagranžo daugiklių metodą reikalauja funkcijos $f_0(t, y, \dot{y})$ analitinės išraiškos, be to ši funkcija turi turėti nepertraukiamas dalines išvestines.

6.2. Variacinio skaičiavimo uždaviniai su nefiksuotais trajektorijos galais

Uždavinyje su nefiksuotais $y(x)$ trajektorijos galais, jos ribiniai taškai (x_0, y_0) ir (x_1, y_1) gali keisti savo padėtį, gali būti bet kuriuose pateiktų linijų arba paviršių taškuose

$$y(x_0) \in \varphi(x), \quad y(x_1) \in c(x). \quad (6.7)$$

Reikia rasti ekstremalę, suteikiančią funkcionalui

$$J = \int_{x_0}^{x_1} f(x, y, \dot{y}) dx \quad (6.8)$$

minimumą.

Uždavinio (6.7), (6.8) sprendimui taikoma Eilerio lygtis

$$f_y - \frac{d}{dx} f_{\dot{y}} = 0, \quad (6.9)$$

su sąlygomis:

$$\left[f + (\dot{\varphi} - \dot{y}) f_{\dot{y}} \right]_{x=x_0} = 0, \quad (6.10)$$

$$\left[f + (\dot{c} - \dot{y}) f_{\dot{y}} \right]_{x=x_1} = 0, \quad (6.11)$$

$$\text{čia } f_y = \frac{df}{dy}, \quad f_{\dot{y}} = \frac{df}{d\dot{y}}.$$

Iš lygčių (6.10) ir (6.11), kurios vadinamos transversalinėmis sąlygomis, galima rasti integravimo konstantas ir gauti konkretų sprendinį.

Pasitaiko uždavinių su nefiksuotu pradiniu arba galiniu trajektorijos galu. Šiais atvejais uždaviniai sprendžiami taikant vieną iš (6.10) ir (6.11) sąlygų. Reikia pažymėti, kad uždavinio sprendimas taikant Eulerio lygtį (6.9) su sąlygomis (6.10), (6.11) reikalauja funkcijos $f(x, y, \dot{y})$ analitinės išraiškos, be to ši funkcija turi turėti nepertraukiamas iki antros eilės dalines išvestines pagal visus kintamuosius.

6.3. Ekstremalės su lūžiais

Nustatyta [48], kad funkcionalo (6.8) ekstremalė yra glotni kreivė, jeigu $f(x, y, \dot{y})$ yra nepertraukiama funkcija ir jos antros eilės išvestinė nelygi nuliui, t. y. $f_{\dot{y}\dot{y}} \neq 0$. Jeigu atskiruose taškuose $f_{\dot{y}\dot{y}} = 0$, tai funkcionalas gali pasiekti ekstremumą kuomet ekstremalė turi lūžio taškus.

Akivaizdu, kad funkcija $y(x)$, suteikianti funkcionalui ekstremumą, tarp lūžio taškų turi tenkinti Eulerio lygtį. Tarkim, funkcija $y(x)$ yra ekstremali ir turi vieną lūžį taške x_1 , kurio padėtis tarp taškų x_0 ir x_2 . Funkcionalą

$$J = \int_{x_0}^{x_2} f(x, y, \dot{y}) dx, \quad y(x_0) = y_0, \quad y(x_2) = y_2 \quad (6.12)$$

galima užrašyti kaip integralų sumą

$$J = J_1 + J_2 = \int_{x_0}^{x_1} f(x, y, \dot{y}) dx + \int_{x_1}^{x_2} f(x, y, \dot{y}) dx, \quad (6.13)$$

o jo variaciją kaip variacijų δJ_1 ir δJ_2 sumą.

Kadangi funkcija $y(x)$ kiekviename intervale $[x_0, x_1]$ ir $[x_1, x_2]$ yra ekstremali ir tenkina Eulerio lygtį (6.9), tai

$$\delta J_1 + \delta J_2 = 0. \quad (6.14)$$

Iš (6.14) buvo gautos sąlygos:

$$\left. \begin{aligned} f_y \Big|_{x=x_1-0} &= f_y \Big|_{x=x_1+0}, \\ \left[f - \dot{y} f_y \right]_{x=x_1-0} &= \left[f - \dot{y} f_y \right]_{x=x_1+0} \end{aligned} \right\}. \quad (6.15)$$

Sąlygos (6.15) vadinamos Vejerštraso–Erdmano sąlygomis ir kartu su Eilerio lygtimi leidžia surasti funkcionalo (6.12) ekstremalę tais atvejais, kai tenkinami anksčiau nurodyti funkcijai $f(x, y, \dot{y})$ keliami reikalavimai.

6.4. Algoritminiai variacinio skaičiavimo uždavinių su fiksuotais trajektorijos galais ir uždavinių su funkciniais apribojimais sprendimo metodai

Šiame poskyryje nagrinėjamas uždavinio (6.1), (6.2) sprendimas, taikant algoritminius sistemų sintezės metodus.

Laiko intervale $t_0 \leq t \leq t_f$, kai $t_0 = 0$, panaudojant funkcijos $y(t)$ diskretines vertes

$$y[iT], i = 0, \dots, N-1, \quad (6.16)$$

įvedamas k -matis vektorius x

$$\begin{aligned} x &= \{x_1 = y[0], x_2 = y[1T], \dots, \\ x_{k-1} &= y[(N-2)T], x_k = y[(N-1)T]\}, \end{aligned} \quad (6.17)$$

čia $k = N$, $T = t_f / N$ — kvantavimo periodas.

Naudojant vektorių x komponentus, formuojama slenkstinė arba kitokia iš tiesinių intervalų sudaryta funkcija.

$$y = y(x, t), \quad 0 \leq t \leq t_f. \quad (6.18)$$

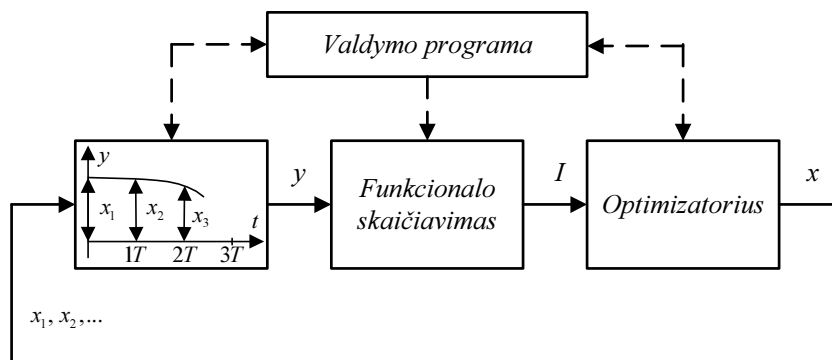
Tuomet variacinio skaičiavimo uždavinys (6.1), (6.2) tampa paieškinio optimizavimo uždaviniu. Reikia rasti ekstremalę $y(t)$, užtikrinančią funkcionalo

$$I(x) = I[y(x, t)], \quad 0 \leq t \leq t_f \quad (6.19)$$

minimumą, įvertinant ribines sąlygas

$$y(t_0) = y(0) = y_0, \quad y(t_f) = y_f. \quad (6.20)$$

Uždavinys (6.19), (6.20) sprendžiamas taikant simpleksinės paieškos metodus. Uždavinio sprendimo schema pateikta 6.1 paveiksle.



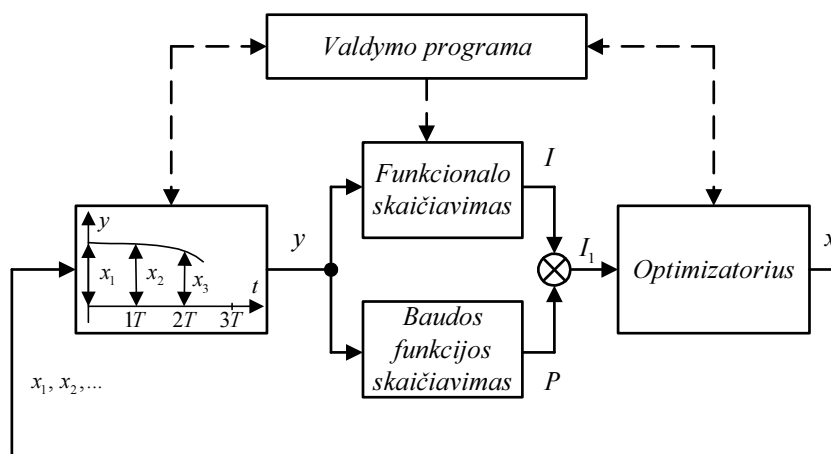
6.1 pav. Variacinio skaičiavimo uždavinio sprendimo schema

Variacinio skaičiavimo uždavinys (6.3), (6.4), t. y. optimizavimo uždavinys su funkciniais apribojimais, turinčiais lygybių formą (6.4), gali būti pertvarkytas į optimizavimo uždavinį be apribojimų, naudojant baudos funkcijų metodą. Ši uždavinį galima suformuluoti taip:

$$I_1(x) = I(x) + P(x) = I[y(x, t)] + \sum_{j=1}^p \varphi_j h_j^2[y(x, t)] \rightarrow \min, \quad (6.21)$$

čia $P(x)$ — baudos funkcija; φ_j — svorio koeficientai, $y(x, t)$ — vektorinė funkcija.

Uždavinys (6.21) sprendžiamas taikant simpleksinės paieškos metodus pagal 6.2 paveikslą schemą.



6.2 pav. Variacinio skaičiavimo uždavinio su funkciniais apribojimais sprendimo schema

6.5. Algoritminiai variacinio skaičiavimo uždavinių su nefiksuotais trajektorijos galais sprendimo metodai

Šiame poskyryje nagrinėjamas uždavinio (6.7), (6.8) sprendimas, taikant algoritminius sistemų sintezės metodus.

Intervale $x_0 \leq x \leq x_1$, kai $x_0 = 0$, panaudojant funkcijos $y(x)$ diskretines vertes

$$y[iT], i = 0, \dots, N-1, \quad (6.22)$$

įvedamas k -matis vektorius z

$$z = \{z_1 = y[0], z_2 = y[1T], \dots, z_{k-1} = y[(N-2)T], z_k = y[(N-1)T]\}, \quad (6.23)$$

čia $k = N$, $T = x_1 / N$ – kvantavimo periodas.

Naudojant vektorių z komponentus, formuojama slenkstinė arba kitokia iš tiesinių intervalų sudaryta funkcija

$$y = y(z, x), \quad x_0 \leq x \leq x_1. \quad (6.24)$$

Tuomet variacinio skaičiavimo uždavinys (6.7), (6.8) tampa paieškinio optimizavimo uždaviniu. Reikia rasti ekstremalę $y(x)$, užtikrinančią funkcionalo

$$J(z) = J[y(z, x)], \quad x_0 \leq x \leq x_1 \quad (6.25)$$

minimumą, įvertinant ribines sąlygas

$$y(x_0) \in \varphi(x), \quad y(x_1) \in c(x). \quad (6.26)$$

Kadangi yra aibė ekstremalių, atitinkančių įvairias ribines sąlygas, uždavinys (6.25), (6.26) sprendžiamas, pavyzdžiui, m kartų. Paieškos procese randama m lokaliųjų ekstremumų $z_1^*, \dots, z_m^*$. Iš lokaliųjų ekstremumų išrenkamas vektorius, kuris duoda minimalią funkcionalo $J(z)$ vertę

$$z_{\min}^* = \arg \min I(z_j^*), \quad j = 1, \dots, m. \quad (6.27)$$

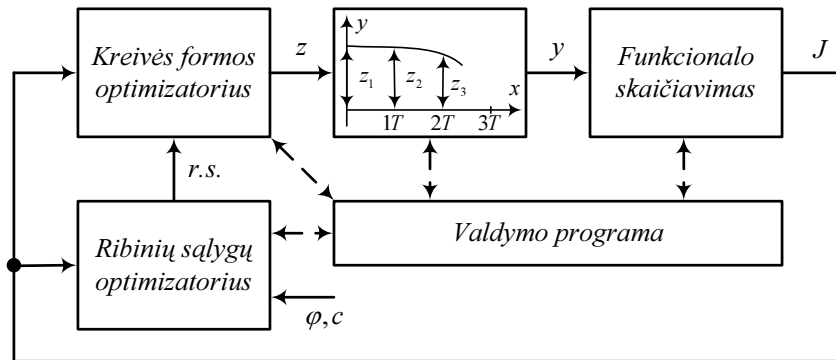
Akivaizdu, jei $m \rightarrow \infty$, tikimybė, kad $z_{\min}^*$ yra globalinis minimumas z^{**} , artėja prie vienetų:

$$\lim_{m \rightarrow \infty} P\left\{\|z_{\min}^* - z^{**}\| \leq \nu_0\right\} = 1, \quad (6.28)$$

čia ν_0 – duotoji optimizavimo paklaida.

Uždavinio (6.25), (6.26) sprendimo procesą galima automatizuoti, naudojant du optimizatorius. Vieną iš jų kreivės $y(x)$ formos optimizavimui, kitą optimalių

ribinių sąlygų (r.s.) paieškai.



6.3 pav. Uždavinio su nefiksuotais trajektorijos galais sprendimo schema

Variacinio skaičiavimo uždavinys (6.25), (6.26) sprendžiamas taikant simpleksinės paieškos metodus pagal schemą 6.3 paveiksle.

6.6. Algoritminiai variacinio skaičiavimo uždavinių su ekstremalių lūžiais sprendimo metodai

Šiame poskyryje nagrinėjamas uždavinio (6.12) sprendimas, taikant algoritminius sistemų sintezės metodus.

Jeigu preliminarūs tyrimai rodo, kad atskiruose taškuose $f_{\dot{y}\dot{y}} = 0$, tai galima tikėtis jog turime uždavinį kuomet ekstremalė turi lūžio taškus.

Formuluojamas paieškinio optimizavimo uždavinys. Intervale $x_0 \leq x \leq x_2$, kai $x_0 = 0$, panaudojant funkcijos $y(x)$ diskretines vertes (6.22), įvedamas k -matis vektorius (6.23). Naudojant vektoriaus z komponentus, formuojama slenkstinė funkcija

$$y = y(z, x), \quad 0 \leq x \leq x_2. \quad (6.29)$$

Variacinio skaičiavimo uždavinys (6.12) užrašomas paieškinio optimizavimo uždavinio forma. Reikia rasti ekstremalę $y(x)$, suteikiančią funkcionalui

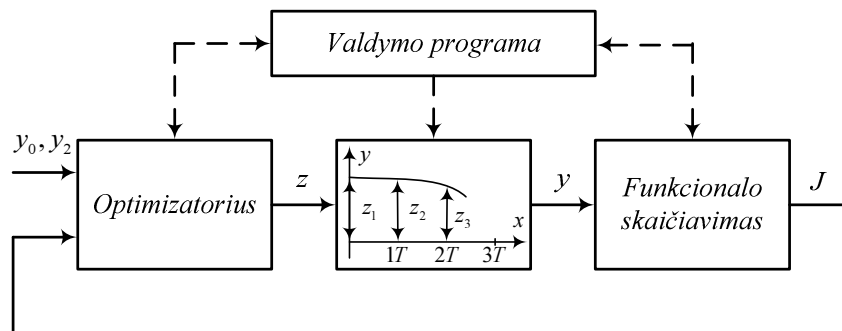
$$J(z) = J[y(z, x)], \quad 0 \leq x \leq x_2 \quad (6.30)$$

minimumą ir kertančią ribinius trajektorijos galus

$$y(x_0) = y_0, \quad y(x_2) = y_2. \quad (6.31)$$

Variacinio skaičiavimo uždavinys (6.30), (6.31) sprendžiamas taikant

simpleksinės paieškos metodus pagal 6.4 paveikslo schemą.



6.4 pav. Ekstremalės su lūžiais paieška

6.7. Variacinio skaičiavimo uždavinių sprendimo algoritminiais metodais pavyzdžiai

1 uždavinys. Reikia rasti funkciją $y(t)$, suteikiančią funkcionalui

$$I = \int_0^{\frac{\pi}{2}} f_0(t, y, \dot{y}) dt = \int_0^{\frac{\pi}{2}} (y^2 - \dot{y}^2) dt \quad (6.32)$$

minimumą.

Pateiktos ribinės sąlygos:

$$y(0) = 1, \quad y(\pi/2) = 0. \quad (6.33)$$

Uždavinys (6.32), (6.33) sprendžiamas naudojant metodiką (6.16)–(6.20) pagal 6.1 paveikslo schemą. Pasirenkame $N=8$, tada

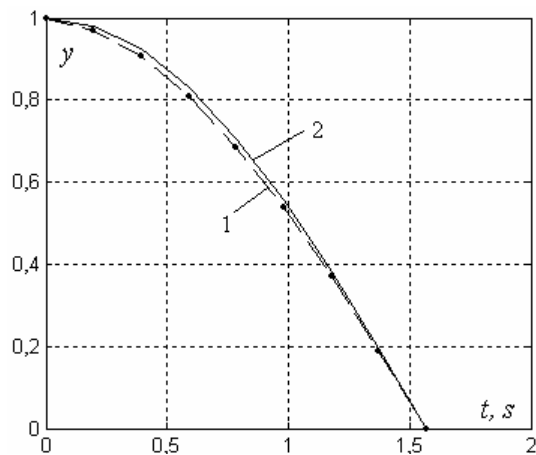
$$T = \frac{t_f}{N} = 0,196s.$$

Kadangi trajektorijos ribiniai taškai $y(0)$ ir $y(NT)$ fiksuoti, sudaromas aštuonkampis simpleksas septynmatėje erdvėje. Ekstremalė $y(t)$ ieškoma taikant uždraustos grįžties simpleksinės paieškos metodą. Uždavinio sprendimo rezultatas – algoritminiu būdu rasta ekstremalė $y(t)$ – pavaizduota 6.5 paveiksle (1 kreivė). Teorinė ekstremalė $y(t)$, apskaičiuota pagal funkcionalo (6.32) išraišką, pavaizduota 6.5 paveiksle (2 kreivė).

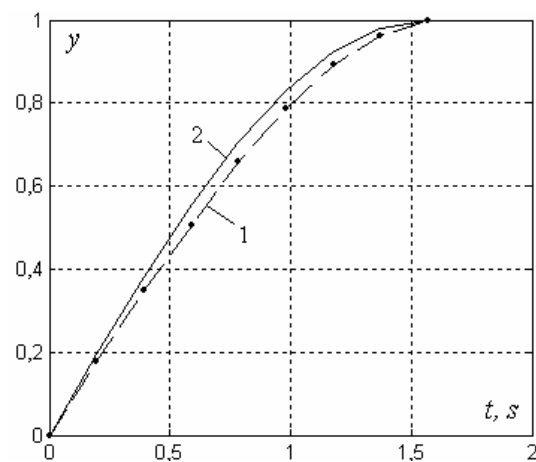
2 uždavinys. Reikia rasti funkciją $y(t)$, suteikiančią funkcionalui (6.32) minimumą laikantis ribinių sąlygų

$$y(0) = 0, \quad y(\pi/2) = 1. \quad (6.34)$$

Uždavinys sprendžiamas analogiškai aukščiau išdėstytam variantui. Uždavinio sprendimo rezultatas – algoritminiu būdu rasta ekstremalė $y(t)$ – pavaizduota 6.6 paveiksle (1 kreivė). Teorinė ekstremalė $y(t)$, apskaičiuota pagal funkcionalo išraišką, pavaizduota 6.6 paveiksle (2 kreivė).



6.5 pav. 1 uždavinio ekstremalių kreivės



6.6 pav. 2 uždavinio ekstremalių kreivės

3 uždavinys. Reikia rasti funkciją $y(t)$, suteikiančią funkcionalui

$$I = \int_0^1 (1 + \dot{y}^2) dt \quad (6.35)$$

minimumą.

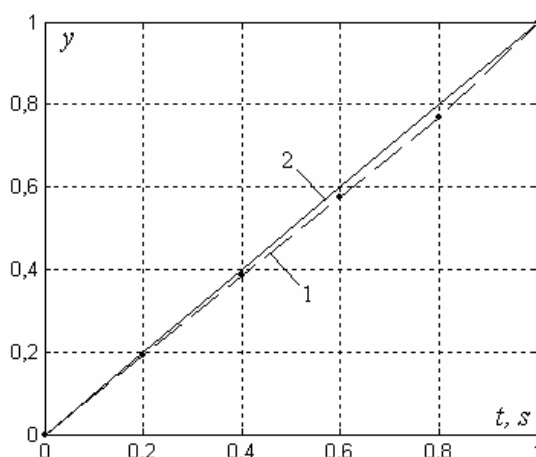
Pateiktos ribinės sąlygos

$$y(0) = 0, \dot{y}(0) = 1, y(1) = 1, \dot{y}(1) = 1. \quad (6.36)$$

Uždavinys (6.35), (6.36) sprendžiamas naudojant metodiką (6.16)–(6.20) pagal 6.1 paveikslą schemą. Pasirenkame $N=5$, tada

$$T = \frac{t_f}{N} = 0,2s.$$

Sudaromas penkiakampis simpleksas keturmatėje kintamųjų erdvėje. Ekstremalė $y(t)$ ieškoma taikant uždraustos grįžties simpleksinės paieškos metodą. Uždavinio sprendimo rezultatas – algoritminiu būdu rasta ekstremalė $y(t)$ – pavaizduota 6.7 paveiksle (1 kreivė). Teorinė ekstremalė $y(t)$, apskaičiuota pagal funkcionalo (6.35) išraišką, pavaizduota 6.7 paveiksle (2 kreivė).



6.7 pav. 3 uždavinio ekstremalių kreivių

4 uždavinys. Nuolatinės srovės variklio momentų lygtis

$$I \frac{d\omega}{dt} = M_d - M_c, \quad (6.37)$$

čia $M_d = C_M i$ – dinaminis momentas (variklio momentas); M_c – apkrovos momentas; I – inercijos momentas; C_M – koeficientas.

Iš (6.37) gaunama:

$$i = \frac{M_d}{C_M} = \frac{1}{C_M} (I \frac{d\omega}{dt} + M_c). \quad (6.38)$$

Variklio įkaitimas per laiko intervalą T , kai $M_c = 0$

$$Q = \int_0^T R i^2 dt = \frac{I^2 R}{C_M^2} \cdot \int_0^T \dot{\omega} dt = k \int_0^T \dot{\omega}^2 dt, \quad (6.39)$$

čia R – inkaro varža; $k = \frac{I^2 R}{C_M^2}$.

Uždavinys formuluojamas taip: reikia rasti greičio $\omega(t)$ ir srovės $i(t)$ kitimo dėsnius, užtikrinančius maksimalų veleno pasisukimo kampą

$$\varphi(\omega) = \int_0^T \omega dt = \int_0^T f_0(t, \omega, \dot{\omega}) dt \rightarrow \max, \quad (6.40)$$

laikantis apribojimų

$$Q(\omega) = k \int_0^T \dot{\omega}^2 dt = k \int_0^T f_1(t, \omega, \dot{\omega}) dt = Q_0. \quad (6.41)$$

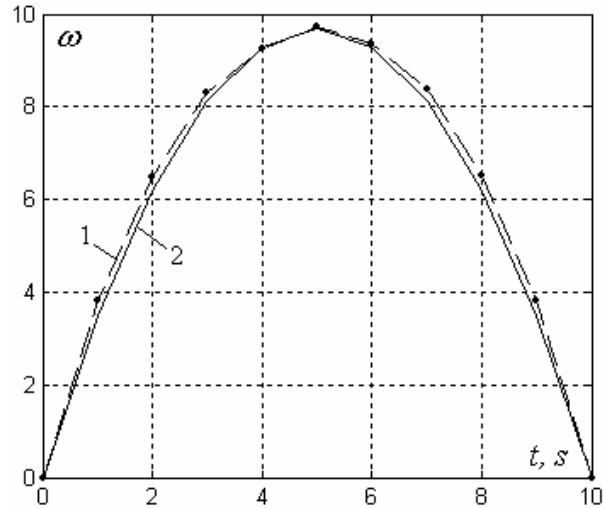
Uždavinys (6.40), (6.41) sprendžiamas taikant Lagranžo daugiklių metodą. Tačiau, kai funkcijų f_0 ir f_1 analitinės išraiškos nežinomos arba sudėtingos, uždavinį (6.40), (6.41) galima spręsti algoritminiais variacinio skaičiavimo metodais, jeigu yra galimybė matuoti ar skaičiuoti funkcionalus $\varphi(\omega)$ ir $Q(\omega)$. Uždavinį (6.40), (6.41) naudojant baudos funkcijų metodą reikia pertvarkyti taip: surasti dėsnį $\omega(t)$, kuris suteikia funkcionalui $I_1(\omega)$ maksimumą

$$I_1(\omega) = \varphi[\omega(x, t)] - \{Q[\omega(x, t)] - Q_0\}^2 a \rightarrow \max, \quad (6.42)$$

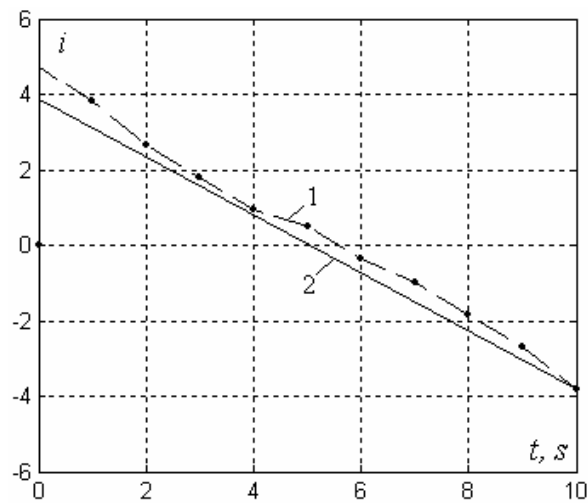
laikantis ribinių sąlygų $\omega(0) = 0$, $\omega(T) = 0$ (čia a – svorio koeficientas; $\omega(x, t)$ – slenkstinė funkcija).

Dėsnį $i(t)$ galima surasti iš lygties $i = I \dot{\omega} / C_M$, arba įrašius į (6.42) i vietoj ω .

Uždavinys (6.42) sprendžiamas pagal schemą identišką pavaizduotai 6.2 paveiksle. Uždavinio (6.42) sprendimo rezultatai parodyti 6.8 paveiksle – tai algoritminiu būdu rastas greičio dėsnis $\omega(t)$ (1 kreivė) ir teorinis optimalus dėsnis $\omega(t)$ [49] (2 kreivė). Variklio, dirbančio 6.8 paveikslo pirmos kreivės režimu, inkaro srovės grafikas pavaizduotas 6.9 paveiksle (1 kreivė). Teorinis $i(t)$ dėsnis pavaizduotas 6.9 paveiksle (2 kreivė).



6.8 pav. 4 uždavinio greičio ekstremalių kreivės

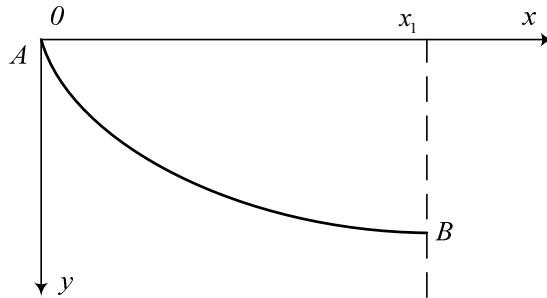


6.9 pav. 4 uždavinio inkaro srovės ekstremalių kreivės

Sprendžiant uždavinius (6.5–6.8 pav.) nebuvo naudojamos funkcionalų analitinės išraiškos.

5 uždavinys. Reikia rasti kreivę (6.10 pav.), jungiančią taškus A ir B , kuria slystantis materialus taškas pasieks kreivės galą per trumpiausią laiką (trintis ir aplinkos pasipriešinimas nepaisomi). Pradinis taškas A yra fiksuotas, galinis taškas B gali judėti vertikaliai. Tai yra klasikinis variacinio skaičiavimo uždavinys, kurio sprendimo rezultatas yra kreivė, vadinama brachistochrona (iš

graikų *brachistos* „trumpiausias“ ir *chronos* „laikas“).



6.10 pav. Ieškoma 5 uždavinio kreivė

Pagal [48] šis uždavinys formuluojamas taip: reikia rasti funkciją $y(x)$, suteikiančią funkcionalui

$$J(y) = \int_0^{x_1} \frac{\sqrt{1 + \dot{y}^2}}{\sqrt{2gy}} dx \quad (6.43)$$

minimumą.

Pateiktos ribinės sąlygos:

$$y(0) = 0, \quad x_1 = 1. \quad (6.44)$$

Uždavinys (6.43), (6.44) sprendžiamas naudojant metodiką (6.22)–(6.28) pagal 6.3 paveikslo schemą. Optimalių ribinių sąlygų radimui sudaromas vienmatis simpleksas tiesėje $x_1 = 1$. Kreivės formos paieškai pasirenkame $N = 51$, tuomet

$$T = \frac{t_f}{N} = 0,02.$$

Kreivės radimui sudaromas 51–kampis simpleksas 50–matėje erdvėje. Naudojant uždraustos grįžties simpleksinės paieškos metodą, ieškomos optimalios ribinės sąlygos $y_1(x_1)$ ir jas atitinkanti kreivė $y(x)$. Algoritmo aprašymas:

1. Užduodama ribinių sąlygų sritis

$$y(0) = 0, \quad 0 \leq y(1) \leq 2.$$

2. Užduodama pradinio simplekso centro koordinatė $x_{0,k.s.}$ ribinių sąlygų paieškai.

3. Užduodamas pradinio simplekso briaunos dydis $L_{0,k.s.}$ ribinių sąlygų paieskai.

4. Užduotam pradinio simplekso centrui apskaičiuojamos pradinio simplekso viršūnių v_1, v_2 koordinatės x_1 ir x_2 .

5. Apskaičiuojamos tikslo funkcijos vertės kiekvienai pradinio simplekso viršūnei:

5.1. Užduodamos tikslios ribinės sąlygos pagal ribinių sąlygų paieškos simplekso viršūnės koordinatę.

5.2. Užduodamas kreivės y skaičiavimo taškų skaičius k .

5.3. Apskaičiuojamas kvantavimo periodas kreivei y

$$T = \frac{x_1}{k+1}.$$

5.4. Užduodamos pradinės simplekso centro koordinatės $z_{01}, z_{02}, \dots, z_{0k}$.

5.5. Užduodamas pradinio simplekso briaunos dydis L_0 .

5.6. Užduotam pradinio simplekso centrui apskaičiuojamos pradinio simplekso viršūnių $v_1, v_2, \dots, v_{k+1}$ koordinatės

$$z_{11}, z_{12}, \dots, z_{1k}$$

$$z_{21}, z_{22}, \dots, z_{2k}$$

$$\dots$$

$$z_{(k+1)1}, z_{(k+1)2}, \dots, z_{(k+1)k}$$

pagal formulę

$$x_{ji} = x_{0i} + \eta_{ji} L_0,$$

čia i – valdomojo parametro numeris, $i=1, \dots, k$; j – simplekso viršūnės numeris, $j=1, \dots, k+1$; η_{ji} vertės surandamos iš išraiškos

$$\eta_{ji} = \begin{cases} 0, & \text{kai } i < j-1; \\ -\frac{1}{\sqrt{2i(i+1)}}, & \text{kai } i > j-1; \\ \sqrt{\frac{i}{2(i+1)}}, & \text{kai } i = j-1. \end{cases}$$

5.7. Kiekvienai pradinio simplekso viršūnei $v_1, v_2, \dots, v_{k+1}$ išmatuojamos tikslo funkcijos vertės:

5.7.1. Remiantis viršūnės koordinatėmis sudaromas $k+2$ -matis vektorius

$$z = \{z_1 = y(x_0), z_2 = y[1T], \dots, z_{k+1} = y[kT], z_{k+2} = y(x_1)\},$$

iš kurio komponentų formuojama kreivė y funkcionalo matavimui.

5.7.2. Atliekamas eksperimentas, kurio metu į objektą paduodama suformuota kreivė y . Išmatuojama tikslo funkcijos vertė.

5.8. Užduodamas maksimalus paieškos žingsnių skaičius N .

5.9. Nustatomas žingsnių skaitiklis $n = 0$.

5.10. Kol $n < N$, skaičiuojama:

5.10.1. Žingsnių skaitiklis padidinamas vienetu $n = n + 1$.

5.10.2. Išrenkama simplekso viršūnė su didžiausia tikslo funkcijos verte.

5.10.3. Jei simplekso viršūnė su didžiausia tikslo funkcijos verte buvo atspindėta paskutiniame žingsnyje, tai atspindėjimui išrenkama simplekso viršūnė su antra didžiausia tikslo funkcijos verte.

5.10.4. Apskaičiuojamos naujos simplekso viršūnės v_s^H koordinatės

$$z_{si}^H = \frac{2}{k} \sum_{j=1}^{k+1} z_{ji} - \frac{2+k}{k} z_{si}, \quad i = 1, \dots, k.$$

5.10.5. Išmatuojama tikslo funkcijos vertė naujoje simplekso viršūnėje (pagal 5.71.–5.7.2. punktus).

5.10.6. Pereinama prie 5.10.1 punkto vykdymo.

6. Užduodamas maksimalus ribinių sąlygų paieškos žingsnių skaičius D .

7. Užduodamas paieškos skaitiklis $d = 0$.

8. Kol $d \leq D$, skaičiuojama:

8.1. Lokalinių ekstremumų paieškos skaitiklis padidinamas vienetu

$$d = d + 1.$$

8.2. Išrenkama simplekso viršūnė su didžiausia tikslo funkcijos verte.

8.3. Apskaičiuojamos naujos simplekso viršūnės v_s^H koordinatės

$$x_{si}^H = \frac{2}{k} \sum_{j=1}^{k+1} x_{ji} - \frac{2+k}{k} x_{si}, \quad i = 1, \dots, k.$$

8.4. Išmatuojama tikslo funkcijos vertė naujoje simplekso viršūnėje (pagal 5.1. – 5.10.6. punktus).

8.5. Pereinama prie 8.1. punkto vykdymo.

9. Išvedama mažiausią tikslo funkcijos vertę atitinkanti kreivė y (vektorius z^*).

Uždavinio sprendimo rezultatas – algoritminiu būdu rasta ekstremalė $y(x)$. 6.11 paveiksle pavaizduotos algoritminiu būdu rasta ekstremalė $y(x)$ (1 kreivė), teorinė ekstremalė $y(x)$ (2 kreivė) ir keletas paieškos metu surastų ekstremalių, kuomet užduotos neoptimalios ribinės sąlygos (3–6 kreivės), palyginimui pateiktos funkcionalo vertės esant įvairioms ribinėms sąlygoms.

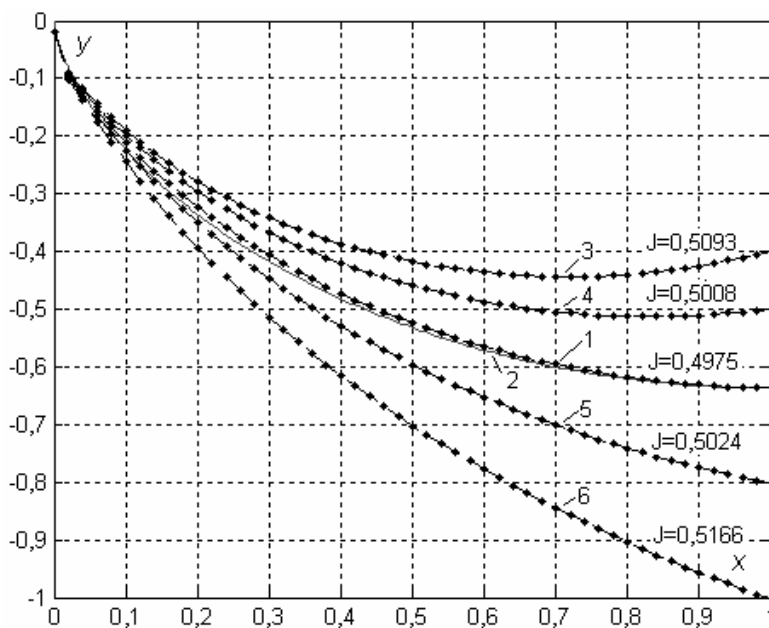
6 uždavinys. Reikia rasti kreivę, suteikiančią funkcionalui

$$J = \int_0^2 y^2 (1 - \dot{y})^2 dx \quad (6.45)$$

minimumą.

Pateiktos ribinės sąlygos:

$$y(0) = 0, \quad y(2) = 1. \quad (6.46)$$



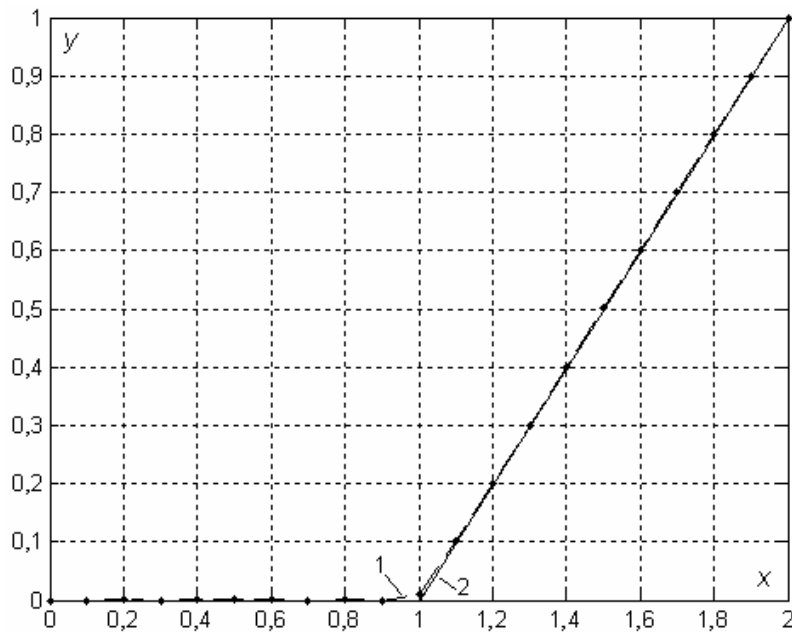
6.11 pav. 5 uždavinio ekstremalių kreivės

Uždavinys (6.45), (6.46) sprendžiamas naudojant metodiką (6.30)–(6.31) pagal 6.4 paveikslo schemą. Pasirenkame $N = 21$, tuomet

$$T = \frac{t_f}{N} = 0,1.$$

Uždavinio sprendimui sudaromas 21–kampis simpleksas 20–matėje erdvėje. Ekstremalė $y(x)$ ieškoma taikant simpleksinės paieškos metodą su uždraustu

grįžimu. Uždavinio sprendimo rezultatas – algoritminiu būdu rasta ekstremalė $y(x)$. 6.12 paveiksle pavaizduotos algoritminiu būdu rasta ekstremalė $y(x)$ (1 kreivė) ir teorinė ekstremalė $y(x)$ (2 kreivė). Matyti, kad ekstremalė turi lūžį taške $y(1) = 0$.



6.12 pav. 6 uždavinio ekstremalių kreivės

7 uždavinys. Reikia rasti kreivę, suteikiančią funkcionalui

$$J = \int_0^2 (1-y)^2 (1+\dot{y})^2 dx \quad (6.47)$$

minimumą.

Pateiktos ribinės sąlygos:

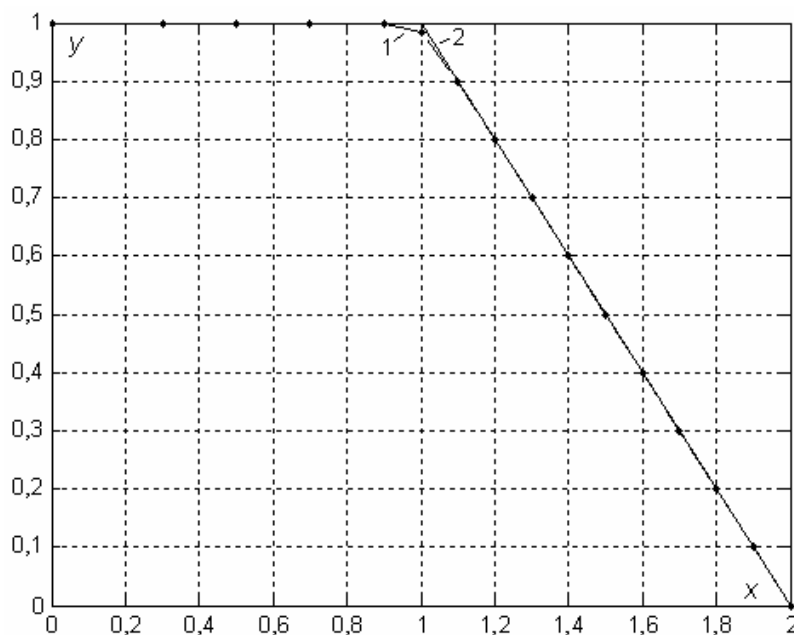
$$y(0) = 1, \quad y(2) = 0. \quad (6.48)$$

Uždavinys (6.47), (6.48) sprendžiamas naudojant metodiką (6.30)–(6.31) pagal 6.4 paveikslo schemą. Pasirenkame $N = 21$, tuomet

$$T = \frac{t_f}{N} = 0,1.$$

Uždavinio sprendimui sudaromas 21–kampis simpleksas 20–matėje erdvėje.

Ekstremalė $y(x)$ ieškoma taikant simpleksinės paieškos metodą su uždraustu grįžimu.



6.13 pav. 7 uždavinio ekstremalių kreivės

Uždavinio sprendimo rezultatas – algoritminiu būdu rasta ekstremalė $y(x)$. 6.13 paveiksle pavaizduotos algoritminiu būdu rasta ekstremalė $y(x)$ (1 kreivė) ir teorinė ekstremalė $y(x)$ (2 kreivė). Matyti, kad ekstremalė turi lūžį taške $y(1)=1$.

6.8. Šeštojo skyriaus išvados

Sukurti algoritminiai variacinio skaičiavimo metodai leidžia taikant simpleksinės paieškos algoritmus spręsti įvairius variacinio skaičiavimo uždavinius su nefiksuotais trajektorijos galais, paieškinio optimizavimo metu surasti ekstremales, taip pat ekstremales su lūžiais, netgi tais atvejais, kai objekto matematinis modelis (funkcionalas) aprašytas loginiais operatoriais arba jo analitinė išraiška nežinoma, t. y. tada, kai klasikinių variacinio skaičiavimo metodų taikyti neįmanoma.

Rezultatų apibendrinimas

Darbo metu gauti šie rezultatai.

1. Klasikinių metodų taikymas kvazioptimalių ir kintamosios struktūros valdymo sistemų sintezei yra sudėtingas, kai objekto matematinis modelis aprašytas sudėtingomis diferencialinėmis lygtimis ar loginiais operatoriais ir neįmanomas, kai objekto matematinio modelio nėra. Tokiu atveju būtina naudoti algoritminius kintamosios struktūros ir kvazioptimalių valdymo sistemų sintezės metodus.

2. Atlikta stačiakampės simpleksinės paieškos statistinių savybių analizė, taikant daugiaryšes Markovo grandines. Gautos teorinės statistinės charakteristikos – paieškos žingsnių tikimybės, simplekso centro poslinkio link tikslo matematinė viltis, koreliacinio momento įverčiai – leidžia įvertinti simpleksinės paieškos, naudojant stačiakampį simpleksą, greitaveiką kopimo etape, atskleisti jos savybes:

a) stačiakampės simpleksinės paieškos greitaveika kopimo etape didelių trukdžių aplinkoje yra apie 30–40 %, didesnė negu taikant reguliarųjį simpleksą, tačiau kai trukdžiai maži, reguliaraus simplekso paieškos efektyvumas yra didesnis negu stačiakampės simpleksinės paieškos esant pirmajai pradinio simplekso orientacijai, kadangi tuomet yra didelė stačiakampio simplekso nulinių žingsnių tikimybė;

b) stačiakampės simpleksinės paieškos, kai yra trys valdomieji kintamieji, greitaveika kopimo etape yra visais atvejais 10–30 % mažesnė už reguliaraus simplekso, kadangi tuomet yra didelė nulinių žingsnių tikimybė esant bet kuriai

pradinio simplekso orientacijai;

c) tolygaus ir normalaus pasiskirstymo trukdžiai turi vienodą įtaką stačiakampei simpleksinei paieškai kopimo etape;

d) stačiakampės simpleksinės paieškos metu didžiausias koreliacinis ryšys jungia gretutinius paieškos žingsnius, todėl paieškos procesą galima pakankamai tiksliai aprašyti taikant dviryšes Markovo grandines;

e) paieškos procesų trukdžių aplinkoje modeliavimo rezultatai patvirtina teorines statistines charakteristikas.

3. Sukurtas algoritminis metodas, leidžiantis vykdyti stochastinių automatinio valdymo sistemų sintezę tais atvejais, kai trikdžio signalo statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų taikyti neįmanoma. Algoritminiu metodu rasti kvazioptimalaus ir kintamosios struktūros reguliatorių parametrai atitinka teorinius parametrus, apskaičiuotus pagal trikdžio signalo ir valdymo objekto charakteristikas.

4. Sukurtas algoritminis metodas, kuris leidžia atlikti filtrų sintezę tais atvejais, kai įėjimo signalų statistinės charakteristikos nežinomos ir klasikinių sintezės metodų taikyti neįmanoma. Algoritminiu metodu rasti kvazioptimalaus ir kintamosios struktūros filtro parametrai atitinka teorinius parametrus, apskaičiuotus pagal įėjimo signalų statistines charakteristikas.

5. Sukurti algoritminiai variacinio skaičiavimo metodai leidžia, taikant simpleksinės paieškos algoritmus, spręsti variacinio skaičiavimo uždavinius su fiksuotais ir nefiksuotais trajektorijos galais, su funkciniais apribojimais, paieškinio optimizavimo metu surasti ekstremales, taip pat ekstremales su lūžiais, netgi tais atvejais, kai objekto matematinis modelis (funkcionalas) aprašytas loginiais operatoriais arba jo analitinė išraiška nežinoma, t. y. tada, kai klasikinių variacinio skaičiavimo metodų taikyti neįmanoma.

6. Sukurtieji algoritminiai stochastinių automatinio valdymo sistemų, filtrų sintezės metodai, algoritminiai variacinio skaičiavimo metodai gali būti naudojami įvairių sistemų projektavimo, eksploatavimo metu surandant optimalias reguliatorių, filtrų struktūras, jų parametrų vertes, kitimo dėsnius, optimizuojant valdymo poveikius, valdymo įtaisų parametrus, kuomet yra nežinomos atsitiktinių sistemą veikiančių signalų statistinės charakteristikos, jos kinta laike, kuomet valdymo objekto matematinis modelis yra sudėtingas arba jis nežinomas.

Literatūros sąrašas

- [1] Bartolini, G.; Punta, E.; Zolezzi, T. Regular simplex method and chattering elimination for nonlinear sliding mode control of uncertain systems, in *2007 46th IEEE Conference on Decision and Control*, 2007, p. 2029–2034.
- [2] Diab, M.; Abdelhafid, K. Minimization Problem in Model Predictive Control Using a Modified Simplex Method, *Turkish J. Eng. Env. Sci.*, 2007, No. 30, p. 199–210.
- [3] Gupta, Y. P. A Modified Simplex Method for Solving 1–Norm Minimization Problem in Model Predictive Control, *Canadian Journal of Chemical Engineering*, 2007, p. 199–207.
- [4] Bompadre, A.; Orlin, J. B. A simple method for improving the primal simplex method for the multicommodity flow problem, *Networks. An International Journal*, 2008, No. 51(1), p. 63–77.
- [5] Gale, D. Linear Programming and the Simplex Method, *Notices of the AMS*, 2007, Vol. 54, No. 3, p. 364–369.

- [6] Shen, W.; Nie, Y.; Zhang, H. M. Dynamic Network Simplex Method for Designing Emergency Evacuation Plans, *Transportation Research Record*, 2007, No. 2022, p. 83–93.
- [7] Martinez, E. A simplex search method for experimental optimization with multiple objectives, in *16th European Symposium on Computer Aided Process Engineering one and 9th International Symposium on Process Systems Engineering*, 2006, p. 377–382.
- [8] Li, W. On Auxiliary Algorithm for the Simplex Method by H. Luh and R. Tsaih, *Lecture Notes in Computer Science. Intelligent Computing*, Springer, 2006, p. 925–930.
- [9] Dambrauskas, A. *Simpleksinės paieškos statistinė teorija*, Vilnius: Technika, 2007, 260 p.
- [10] Koshel, R. J. Simplex optimization method for illumination design, *Optics Letters*, 2005, Vol. 30, No. 6, p. 649–651.
- [11] Bartolini, G.; Punta, E.; Zolezzi, T. Simplex methods for nonlinear uncertain sliding-mode control, *IEEE Transactions on Automatic control*, 2004, Vol. 49, No. 6, p. 922–933.
- [12] Koshel, R. J. Enhancement of the downhill simplex method of optimization, in *Proceedings of International Optical Design Conference*, 2002, Vol. 4832, p. 270–282.
- [13] Lewis, R. M.; Torczon, V.; Trosset, M. W. Direct Search Methods: Then and Now, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2000, No. 124, p. 191–207.
- [14] Mandic, D. P. A generalized normalized gradient descent algorithm, *IEEE Signal Processing Letters*, 2004, Vol. 11, No. 2, p. 115–118.
- [15] Oke, G.; Istefanopulos, Y. Gradient-descent based trajectory planning for regulation of a two-link flexible robotic arm, in *IEEE/ASME International Conference on Advanced Intelligent Mechatronics*, 2001, Proceedings, Vol. 2, p. 948–952.
- [16] Schäffler, S.; Schultz, R.; Weinzierl, K. Stochastic Method for the

- Solution of Unconstrained Vector Optimization Problems, *Journal of Optimization Theory and Applications*, Springer Netherlands, 2002, Vol. 114, No. 1, p. 209–222.
- [17] Wasan, M. T. *Stochastic Approximation*, Cambridge University Press, 2004, 212 p.
- [18] Spall, J. C. Adaptive stochastic approximation by the simultaneous perturbation method, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2000, Vol. 45, No. 10, p. 1839–1853.
- [19] Vrahatis, M. N.; Androulakisa, G. S.; Lambrinosa, J. N.; Magoulas, G. D. A class of gradient unconstrained minimization algorithms with adaptive stepsize, *Journal of Computational and Applied Mathematics*, 2000, Vol. 114, No. 2, p. 367–386.
- [20] Xiong, Q.; Jutan, A. Continuous optimization using a dynamic simplex method, *Chemical Engineering Science*, 2003, Vol. 58, No. 16, p. 3817–3828.
- [21] Zhu, L.; Kazmer, D. An extensive simplex method for mapping global feasibility, *Engineering Optimization*, 2003, Vol. 35, No. 2, p. 165–176.
- [22] Neddermeijer, H. G.; van Oortmarssen, G. J.; Piersma, N.; Dekker, R.; Habbema, J. D. F. Adaptive extensions of the Nelder and Mead Simplex Method for optimization of stochastic simulation models, *Econometric Institute Report EI2000–22/A*, faculty of Economics, Erasmus University Rotterdam, The Netherlands, 2000, 88 p.
- [23] Anderson, E. J.; Ferris, M. C. A Direct Search Algorithm for Optimization with Noisy Function Evaluations, *SIAM Journal on Optimization*, 2001, Vol. 11, No. 3, p. 837–857.
- [24] Trosset, M. W. On the use of direct search methods for stochastic optimization, *Technical report*, Department of Computational and Applied Mathematics, Rice University, 2000.
- [25] Dambrauskas, A. *Simpleksinės paieškos metodai*, Vilnius: Technika, 1995, 230 p.
- [26] Dambrauskas, A. Automatinių valdymo sistemų optimizavimo

- uždaviniai, *Elektronika ir elektrotechnika*, Kaunas: Technologija, 2001, ISSN 1392–1215, Nr. 5(34), p. 59–66.
- [27] Dambrauskas, A. *Automatinių valdymo sistemų optimizavimas*, Vilnius: Technika, 2003, 304 p.
- [28] Bertsekas, D. P. *Dynamic programming and optimal control*, Athena Scientific, 2007, 1022 p.
- [29] Edwards, C.; Colet, E.; Fridman, L. *Advances in Variable Structure and Sliding Mode Control*, Springer, 2006, 482 p.
- [30] Sontag, E. D. *Mathematical Control Theory: Deterministic Finite Dimensional Systems*, Springer, 1998, 351 p.
- [31] Troutman, J. L. *Variational Calculus and Optimal Control: Optimization with Elementary Convexity*, Springer, 1996, 461 p.
- [32] Emelianov, S. V.; Korovin, S. K.; Mamedov, I. G. *Variable-structure Control Systems: Discrete and Digital*, CRC Press, 1995, 316 p.
- [33] Bertsekas, D. P. *Nonlinear Programming*, Athena Scientific, 1995, 646 p.
- [34] Vinter, R. *Optimal Control*, Springer, 2000, 507 p.
- [35] Avriel, M.; Golany, B. *Mathematical Programming for Industrial Engineers*, CRC Press, 1996, 637 p.
- [36] Stein, W. W.; Ziemba, W. T. *Applications of Stochastic Programming*, SIAM, 2005, 709 p.
- [37] Mockus, J. *Bayesian Approach to Global Optimization: Theory and Application*, 1989, 270 p.
- [38] Dzemyda, G.; Šaltenis, V.; Žilinskas, A. *Stochastic and Global Optimization*, Springer, 2002, 248 p.
- [39] Nelson, L. L. *Global Optimization: From Theory to Implementation*, Springer, 2006, 427 p.

- [40] Kotz, S.; Johnson, N. L. *Breakthroughs in Statistics, Volume 2: Methodology and Distribution*, Springer, 1993, 600 p.
- [41] Chowdhury, P. R.; Singh, Y.P.; Chansarkar, R.A. Hybridization of gradient descent algorithms with dynamic tunneling methods for global optimization, *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics, Part A*, 2000, Vol. 30, No. 3, p. 384–390.
- [42] Ljung, L.; Pflug, G. Ch.; Walk, H. *Stochastic Approximation and Optimization of Random Systems*, Birkhäuser, 1992, 113 p.
- [43] Feng, G.; Lozano, R. *Adaptive Control Systems*, Newnes, 1999, 320 p.
- [44] Narendra, K. S.; Annaswamy, A. M. *Stable Adaptive Systems*, Dover Publications, 2005, 512 p.
- [45] Haldar, A.; Mahadevan, S. *Probability, Reliability and Statistical Methods in Engineering Design*, John Wiley & Sons, 2000, 304 p.
- [46] Galicinski, L. M. *The SPC Book: A User's Reference to Statistical Process Control Methods*, Qualitran Professional Services Inc., 1993, 78 p.
- [47] Krotov, V. F. *Global Methods in Optimal Control Theory*, CRC Press, 1996, 384 p.
- [48] Абдуллаев, Н. Д.; Петров, Ю. П. *Теория и методы проектирования оптимальных регуляторов*, Ленинград: Энергоатомиздат, Ленингр. отд-ние, 1985, 240 с.
- [49] Олейников, В. А. и др. *Основы оптимального и экстремального управления*, Москва: Высшая школа, 1969, 296 с.
- [50] Растринин, Л. А. *Системы экстремального управления*, Москва: Наука, 1974, 630 с.
- [51] Растринин, Л. А. *Статистические методы поиска*, Москва: Наука, 1968, 376 с.
- [52] Rattray, M.; Saad, D.; Amari, Sh. Natural Gradient Descent for On-Line

- Learning, *Physical Review Letters*, Vol. 81, No. 24, 1998, p. 5461–5464.
- [53] Dennis, J. E.; Torczon, Jr. and V. Direct search methods on parallel machines, *SIAM Journal on Optimization*, 1991, Vol. 1, p. 448–474.
- [54] Drechsler, R.; Drechsler, N. Evolutionary Algorithms for Embedded System Design, *Genetic algorithms and evolutionary computation*, Vol. 10, Kluwer Academic Publishers, Springer, 2002, 177 p.
- [55] Dupuis, P.; Simha, R. On sampling-controlled stochastic approximation, *IEEE Transactions on Automatic Control*, 1991, No. 36, p. 915–924.
- [56] Elster, C.; Neumaier, A. A grid algorithm for bound constrained optimization of noisy functions, *IMA Journal of Numerical Analysis*, 1995, No. 15, p. 585–608.
- [57] Garcia-Palomares, U. M.; Rodriguez, J. F. New Sequential and Parallel Derivative-Free Algorithms for Unconstrained Minimization, *SIAM Journal on Optimization*, 2002, Vol. 13, No. 1, p. 79–96.
- [58] Tsitsiklis, J. N. Asynchronous stochastic approximation and Q-learning, *Machine Learning*, 1994, Vol. 16, No. 3, p. 185–202.
- [59] Polyak, B. T.; Juditsky, A. B. Acceleration of Stochastic Approximation by Averaging, *SIAM Journal on Control and Optimization*, 1992, Vol. 30, No. 4, p. 838–855.
- [60] Delyon, B.; Juditsky, A. Accelerated Stochastic Approximation, *SIAM Journal on Optimization*, 1993, Vol. 1. No. 4, p. 868–881.
- [61] Spendley, W.; Hext, G. R.; Himsworth, F. R. Sequential application of simplex designs in optimisation and evolutionary operation, *Technometrics*, 1962, Vol. 4, No. 4, p. 441–461.
- [62] Nelder, J. A.; Mead, R. A. Simplex method for function minimization, *The Computer Journal*, 1965. Vol. 7, No. 1, p. 308–313.
- [63] Ермуратский, П. В. Модификации симплексного метода оптимизации, *Математическое описание и оптимизация многофакторных процессов*, Тр. МЭИ. Москва, 1969, вып. 68, с. 121–127.

- [64] Дамбраускас, А. П. Симплексный метод оптимизации с переменным шагом, *Изв. АН СССР. Техн. кибернетика*, 1970, № 1, с. 33–41.
- [65] Дамбраускас, А. П. Исследование эффективности симплексного метода оптимизации с переменным шагом в обстановке помех, *Изв. АН СССР. Техн. кибернетика*, 1972, № 4, с. 33–43.
- [66] Дамбраускас, А. П. Алгоритмы симплексного метода оптимизации с адаптацией, в кн.: *Оптимизация режимов работы электроприводов и электроснабжения*, Красноярск: КПИ, 1973, с. 219–223.
- [67] Dixon, L. G. W. Acsin – An accelerated constrained simplex technique, *Computer Aided Design*, 1973, Vol. 5, No. 1, p. 22–32.
- [68] Горский, В. Г.; Адлер, Ю. П. Планирование промышленных экспериментов. Москва: Металлургия, 1974. 264 с.
- [69] Круг, Г. К.; Ермуратский, П. В. *Экспериментально-статистические методы получения математического описания*, Москва: НИИТЭХИМ, 1968, вып. 4, 56 с.
- [70] Дамбраускас, А. П. Статистические характеристики симплексного поиска, *Изв. АН СССР. Техн. кибернетика*, 1978, № 5, с. 5–12.
- [71] Дамбраускас, А. П. Статистические характеристики симплексного поиска, в кн.: *Тез. докл. V всесоюзной конф. по планированию и автоматизации эксперимента в научных исследованиях. Системы и средства автоматизации* / МЭИ, Москва, 1976. с. 24–27.
- [72] Дамбраускас, А. П. О синтезе структуры марковских цепей, в кн.: *Тез. докл. II всесоюзного симпозиума по вероятностным автоматам* / ВЦ ГССР, Тбилиси, 1976, с. 52–53.
- [73] Дамбраускас, А. П. Симплексный поиск при дрейфе цели, *Изв. Вузов, Электромеханика*, 1979, № 2, с. 173–179.
- [74] Дамбраускас, А. П. *Симплексный поиск*, Москва: Энергия, 1979, 175 с.
- [75] Дамбраускас, А. П. *Статистическая теория симплексного поиска и*

ее приложения в задачах оптимизации и идентификации объектов управления, Автореф. диссертации. д-ра наук, Москва: АН СССР, Институт проблем управления, 1982, 32 с.

- [76] Дамбраускас, А. П.; Кашеев, В. А.; Кошаев, О. В. Перспективные направления синтеза алгоритмов симплексного поиска, в кн.: *Оптимизация режимов работы систем электроприводов*, КПИ, Красноярск, 1982, с. 148–156.
- [77] Дамбраускас, А. П. Активно–пассивный симплексный поиск, *Стандартизация и измерительная техника*, НИИМВУЗ, Красноярск: КТУ, 1977, с. 7–11.
- [78] Дамбраускас, А. П.; Латышенко, К. И. *Прямоугольный симплексный поиск*, Москва ЦНИИТЭИ приборостроения, № 2609, 1982, 17 с.
- [79] Дамбраускас, А. П.; Латышенко К. И. Оптимизация методом прямоугольного симплекса, в кн.: *Тезисы докладов научн. техн. конф. "Вероятностные методы и средства"*, НПИ, Новгород, 1983, с. 96–99.
- [80] Дамбраускас, А. П. и др. Адаптивный алгоритм активно–пассивного симплексного поиска, *Алгоритмы и программы*, ВНТИЦ, ГФАП СССР, Москва, 1978, № 6(26), с. 39–42.
- [81] Kelley, C. T. Detection and Remediation of Stagnation in the Nelder-Mead Algorithm Using a Sufficient Decrease Condition, *SIAM Journal on Optimization*, 1999, Vol. 10, No. 1, p. 43–55.
- [82] Humphrey, D. G.; Wilson, J. R. A revised simplex search procedure for stochastic simulation response surface optimization, *INFORMS Journal on Computing*, 2000, Vol. 12, No. 4, p. 272–283.
- [83] Andreani, R.; Martinez, J. M. Reformulation of Variational Inequalities on a Simplex and Compactification of Complementarity Problems, *SIAM Journal on Optimization*, 2000, Vol. 10, No. 3, p. 878–895.
- [84] Lagarias, J. C.; Reeds, J. A.; Wright, M. H.; Wright, P. E. Convergence properties of the Nelder–Mead simplex method in low dimensions, *SIAM Journal on Optimisation*, 1998, Vol. 9, p. 112–147.

- [85] Lewis, R. M.; Torczon, V. *Rank ordering and positive bases in pattern search algorithms*, Tech. Rep. 96–71, Institute for Computer Applications in Science and Engineering, 1996, p. 27.
- [86] McKinnon, K. I. M. Convergence of the Nelder–Mead simplex method to a nonstationary point, *SIAM Journal on Optimisation*, 1998, Vol. 9, p. 148–158.
- [87] Dambrauskas, A.; Udris, D. Kombinuotos simpleksinės paieškos statistinė analizė, *Elektronika ir elektrotechnika*, Kaunas, 2003, Nr. 2(44), p. 56–59.
- [88] Dambrauskas, A.; Udris, D. Statistical characteristics of combined simplex search, *Information Technology and Control*, Kaunas, Technologija, 2003, ISSN 1392–124X, No. 1(26), p. 72–74.
- [89] Dambrauskas, A.; Udris, D. Simpleksinės paieškos tyrimas tikslinimo etape, *Elektronika ir elektrotechnika*, Kaunas, 2004, ISSN 1392–1215, Nr. 5(54), p. 47–51.
- [90] Udris, D. *Simpleksinės paieškos sistema*, Daktaro disertacijos santrauka, Vilnius: Technika, 2003, 34 p.
- [91] Dambrauskas, A.; Udris, D. Statistical Characteristics of Simplex Search With the Aim Drift, *Solid state phenomena*, Zuerich: Trans tech publications Ltd, 2006, ISSN 1012–0394, Vol. 113, p. 147–150.
- [92] Dambrauskas, A.; Udris, D. Calculation of Theoretical Statistical Characteristics of Simplex Search With the Aim Drift, *Elektronika ir elektrotechnika*, Kaunas: Technologija, 2006, ISSN 1392–1215, No. 5(69), p. 17–22.
- [93] Растрингин, Л. А. *Случайный поиск в процессах адаптации*, Рига: Зинатне, 1973, 129 с.
- [94] Geleževičius, V.; Kriščiūnas, K.; Kubilius, V. *Elektros pavarų valdymo sistemos*, Vadovėlis aukšt. m–klų studentams, Vilnius: Mokslas, 1990, 360 p.
- [95] *Методы робастного, нейро–нечеткого и адаптивного управления:*

- Учебник*, Под. ред. Н. Д. Егупова, Москва: Изд-во МГТУ им. Н. Э. Баумана, 2002, 744 с.
- [96] Петров, В. Н. Принцип инвариантности и условия его применения при расчете линейных и нелинейных систем, в кн.: *Тр. I международ. конгресса международн. федерации по автоматическому управлению*, Москва: Изд-во АН СССР, т.1, с. 259–292.
- [97] Дамбраускас, А. П.; Маткевичюс, Е. Е. Синтез систем управления электроприводами с переменной структурой, в кн.: *Тр. конф. «Проблемы автоматизированного электропривода»*, Харьков: Основа, 1994, с. 101–103.
- [98] Дамбраускас, А.; Моркунас, А. Анализ поисковых алгоритмов синтеза регуляторов с переменной структурой, *Проблемы автоматизированного электропривода, теория и практика*, Харьков: Основа, 1998, с. 146–147.
- [99] Dambrauskas, A.; Morkūnas, A. Algorithmical Methods of Synthesis of Process Control Systems, *Electronics and Electrical Engineering*, Kaunas: Technologija, 2001, ISSN 1392–1215, No. 2(31), p. 34–37.
- [100] Dambrauskas, A.; Udris, D. Simpleksinės būsenas atpažįstančios paieškos sintezė ir tyrimas, *Elektronika ir elektrotechnika*, Kaunas: Technologija, 2003, ISSN 1392–1215, Nr. 7(49), p. 47–51.
- [101] Dambrauskas, A.; Šulskis, D. *Kvazioptimalių ir kintamos struktūros sistemų sintezės programinė įranga*, Mokomoji knyga, Vilnius: Technika, 2002, ISBN 9986–05–530–X, 64 p.
- [102] Maros, I. *Computational Techniques of the Simplex Method*, Springer, 2003, 325 p.
- [103] Martínez, E. C. Statistical Simplex Method for Experimental Design in Process Optimization, *Ind. Eng. Chem. Res.*, 2005, No. 44(23), p. 8796–8805.
- [104] Марков, А. А. Об одном случае испытаний, связанных в сложную цепь, *Изв. АН.*, VI сер., 1911, 5, с. 171–186.

- [105] Han, L.; Neumann, M. Effect of dimensionality on the Nelder-Mead simplex method, *Optimization Methods and Software*, 2006, Vol. 21, No. 1, p. 1–16.
- [106] Luersen, M. A.; Riche, R. Globalized Nelder-Mead method for engineering optimization, *Computers & Structures*, 2004, Vol. 82, No. 23–26, p. 2251–2260.
- [107] Šulskis, D. *Kvaziopimalių ir kintamos struktūros automatinio valdymo sistemų sintezės algoritmai*, Daktaro disertacija, Vilnius, 2006, 237 p.
- [108] Wiener, N. *Extrapolation, interpolation and smoothing of stationary time series*, John Wiley, N. Y., 1949, 163 p.
- [109] Kalman, R. E.; Bucy, R. S. New results in linear filtering and prediction theory, *J. of basic Eng. Trans. ASME*, Paper No. 60–IAC–12, 1960, p. 1–13.
- [110] Walters, F. H.; Parker, L. R.; Morgan, S. L.; Deming, S. N. *Sequential Simplex Optimization*, CRC Press, 1991, 325 p.

Autoriaus publikacijų sąrašas disertacijos tema

Straipsniai Mokslinės informacijos instituto pagrindinio sąrašo
(Thomson ISI Web of Science) leidiniuose

- [1A] Dambrauskas, A.; Rinkevičius, V. Variable structure filter algorithmic synthesis, *Solid state phenomena*, Zuerich: Trans tech publications Ltd, 2006, ISSN 1012–0394, Vol. 113, p. 79–84.
- [2A] Dambrauskas, A.; Rinkevičius, V. Algorithmic Methods of Variational calculus, *Electronics and Electrical Engineering*, Kaunas: Technologija, 2007, ISSN 1392–1215, No. 6(78), p. 75–78.
- [3A] Dambrauskas, A.; Rinkevičius, V. Algorithmic Methods of Variational calculus, *Electronics and Electrical Engineering*, Kaunas: Technologija, 2008, ISSN 1392–1215, No. 5(85), p. 25–28.

Straipsniai *INSPEC* tarptautinėje duomenų bazėje
referuojamuose leidiniuose

- [4A] Dambrauskas, A.; Rinkevičius, V. Stačiakampės simpleksinės paieškos statistinės charakteristikos, *Elektronika ir elektrotechnika*, Kauno technologijos universitetas, Kaunas: Technologija, 2004, ISSN 1392–1215, Nr. 2(51), p. 64–67.
- [5A] Dambrauskas, A.; Rinkevičius, V. Stochastinių automatinio valdymo sistemų algoritminė sintezė, *Elektronika ir elektrotechnika*, Kauno technologijos universitetas, Kaunas: Technologija, 2005, ISSN 1392–1215, Nr. 7(63), p. 46–52.
- [6A] Dambrauskas, A.; Rinkevičius, V. Algorithmic methods of quasi-optimal filter synthesis, *Information Technology and Control*, Kaunas University of Technology, 2005, ISSN 1392–124X, No. 34(1), p. 60–62.

Straipsniai recenzuojamose tarptautinių
konferencijų medžiagose

- [7A] Dambrauskas, A.; Karaliūnas, B.; Rinkevičius, V. Algorithmic synthesis of quasi-optimal filter, in *EMD'2004 proceedings of the XIV international conference on electromagnetic disturbances*, Vilnius Gediminas Technical University, Vilnius: Technika, 2004, ISBN 9986–05–766–3, p. 201–202.

Straipsniai kitose tarptautinių ir respublikinių
konferencijų medžiagose

- [8A] Дамбраускас, А.; Ринкявичюс, В. Синтез квазиоптимальных стохастических систем управления, *Проблемы автоматизированного электропривода*, Харьковский политехнический институт, Харьков, 2005, ISSN 0453–7998, Выпуск 45, с. 63–64.
- [9A] Rinkevičius, V. Algoritminiai variacinio skaičiavimo uždavinių sprendimo būdai, iš *Elektronika ir elektrotechnika, 10-tosios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“ medžiaga*, Vilniaus Gedimino technikos universitetas, Vilnius: Technika, 2007, ISBN 978–9955–28–184–9, p. 22–28.

Kvazioptimalios stochastinės AVS sintezės programos tekstas

Ši programa parašyta programiniam paketui Matlab, skirta stochastinės AVS kvazioptimalaus regulatoriaus parametrų radimui. Naudojamas AVS valdymo kokybės rodiklis, kurį reikia minimizuoti – vidutinės kvadratinės paklaidos ir valdymo poveikio vidutinės kvadratinės vertės suma $J = M^2 \overline{\Delta y^2} + \overline{u^2}$ su svorio koeficientu M . Vidutinės kvadratinės vertės skaičiuojamos iš kas 0,01 s matuojamų Δy ir u verčių. Programa atlieka fiksuotos trukmės t_f eksperimentus ir, matuodama diskretines Δy ir u vertes bei skaičiuodama valdymo kokybės rodiklį J , naudojant simpleksinės paieškos algoritmą optimizuoja regulatoriaus parametrus.

```
tf=20;                                if i==j-1
k=3;                                  Lk=L0;
L0=3;                                else
X=[1 1 1];                           Lk=0;
V=[X; zeros(k,k)];                   end
j=2;                                  V(j,i)=X(i)+Lk;
while j<=k+1                          i=i+1;
i=1;                                  end
while i<=k                            j=j+1;
```

```

end
VR=zeros(1,k);
j=1;
while j<=k+1
k1=V(j,1);
k2=V(j,2);
k3=V(j,3);
seed=1;
sim('avsmode_dis');
deltay=sum(DELTAY.*DELTAY)/
length(DELTAY);
u=sum(U.*U)/length(U);
VR(j)=9*deltay+u;
j=j+1;
end
i=1;
C=0;
while i<=k
C(i)=sum(V(1:k+1,i))/(k+1);
i=i+1;
end
N=50;
n=0;
vatsppask=0;
while n<N
n=n+1;
size(C);
[VRpalyg,ind]=sort(VR);
vatsp=ind(k+1);
va=ind(1);
vb=ind(2);
if vatsp==vatsppask;
vatsp=ind(k);
end
if vatsp>1;
i=1;
while i<=k
V(vatsp,i)=2*V(1,i)-V(va,i)-
i=i+1;
end
else
j=1;
while j<=k+1
if j==1
i=1;
while i<=k
V(1,i)=V(va,i)+V(vb,i)-V(1,i);
i=i+1;
end
elseif j>1&&j~=va&&j~=vb
i=1;
while i<=k
V(j,i)=2*V(1,i)-V(va,i)-
V(vb,i)+V(j,i);
i=i+1;
end
end
j=j+1;
end
end
if vatsp>1;
k1=V(vatsp,1);
k2=V(vatsp,2);
k3=V(vatsp,3);
seed=1;
sim('avsmode_dis');
deltay=sum(DELTAY.*DELTAY)/
length(DELTAY);
u=sum(U.*U)/length(U);
VR(vatsp)=9*deltay+u;
else
j=1;
while j<=k+1
if j>=1&&j~=va&&j~=vb;
k1=V(j,1);
k2=V(j,2);
k3=V(j,3);
seed=1;
sim('avsmode_dis');
deltay=sum(DELTAY.*DELTAY)/
length(DELTAY);
u=sum(U.*U)/length(U);
VR(j)=9*deltay+u;
end

```

```
j=j+1;
end
end
vatsppask=vatsp;
i=1;
while i<=k
C(n+1,i)=sum(V(1:k+1,i))/(k+1);
i=i+1;
end
end
[VRpalyg,ind]=sort(VR);
vmin=ind(1);
k1=V(vmin,1);
k2=V(vmin,2);
k3=V(vmin,3);
Ct=C';
clf
plot3(Ct(1,1:n+1),Ct(2,1:n+1),Ct(3,1:
n+1),'b.-')
grid on
```

B PRIEDAS

Kvazioptimalaus filtro sintezės programos tekstas

Ši programa parašyta programiniam paketui Matlab, skirta kvazioptimalaus filtro parametrų radimui. Naudojamas filtravimo kokybės rodiklis, kurį reikia minimizuoti – vidutinė kvadratinė paklaida $\overline{\Delta y^2}$, skaičiuojama iš kas 0,01 s matuojamų Δy verčių. Programa atlieka fiksuotos trukmės t_f eksperimentus ir, matuodama diskretines Δy vertes bei skaičiuodama valdymo kokybės rodiklį $\overline{\Delta y^2}$, naudojant simpleksinės paieškos algoritmą optimizuoja filtro parametrus.

```
tf=20;
m=1;
p=2;
k=m+p+1;
vpri=[0 0.5; 0 20; 0 0.5; 0 20];
vp0=zeros(1,k);
vpdi=zeros(1,k);
M=zeros(1,k);
pnr=1;
while pnr<=k
    vp0(pnr)=sum(vpri(pnr,1:2))/2;
    vpdi(pnr)=(vpri(pnr,1)-vpri(pnr,2));
    pnr=pnr+1;
end
L0=0.03;
PPR=zeros(1,k);
V=zeros(k+1,k);
j=1;
while j<=k+1
    i=1;
    while i<=k
        if i<j-1
```

```

V(j,i)=PPR(1,i);
elseif i>j-1
V(j,i)=PPR(1,i)-
L0*(1/sqrt(2*i*(i+1)));
else
V(j,i)=PPR(1,i)+L0*sqrt(i/(2*(i+1)));
end
i=i+1;
end
j=j+1;
end
VR=zeros(1,k);
j=1;
while j<=k+1
i=1;
while i<=k
fipr(i)=V(j,i)*vpdi(i)+vp0(i);
i=i+1;
end
fisk=fipr(1:m+1);
fivrd=fipr(m+2:k);
sim('fitrmod1_dis');
deltay=sum(DELTAY.*DELTAY)/
length(DELTAY);
VR(j)=deltay;
j=j+1;
end
i=1;
C=0;
while i<=k
C(i)=sum(V(1:k+1,i))/(k+1);
i=i+1;
end
N=300;
n=0;
vatsppask=0;
sk=0;
while n<N
n=n+1;
sk=sk+1;
if sk==40
n

```

```

sk=0;
end
[VRpalyg,ind]=sort(VR);
vatsp=ind(k+1);
if vatsp==vatsppask;
vatsp=ind(k);
end
i=1;
while i<=k
V(vatsp,i)=(2*sum(V(1:k+1,i))/k)-
((2+k)*V(vatsp,i)/k);
i=i+1;
end
vatsppask=vatsp;
i=1;
while i<=k
fipr(i)=V(vatsp,i)*vpdi(i)+vp0(i);
i=i+1;
end
fisk=fipr(1:m+1);
fivrd=fipr(m+2:k);
sim('fitrmod1_dis');
deltay=sum(DELTAY.*DELTAY)/
length(DELTAY);
VR(vatsp)=deltay;
i=1;
while i<=k
C(n+1,i)=sum(V(1:k+1,i))/(k+1);
i=i+1;
end
M=M+1;
M(1,vatsp)=0;
mmax=max(M);
if mmax>50
n
n=N+2;
end
end
[VRpalyg,ind]=sort(VR);
vmin=ind(1);
i=1;
while i<=k

```

```
fipr(i)=V(vmin,i)*vpdi(i)+vp0(i);  
i=i+1;  
end  
fisk=fipr(1:m+1);  
fivrd=fipr(m+2:k);  
Ct=C';  
clf  
plot3(Ct(1,1:length(Ct)),Ct(2,1:length  
(Ct)),Ct(3,1:length(Ct)),'b.-')  
grid on
```

C PRIEDAS

Variacinio skaičiavimo uždavinio su nefiksuotu trajektorijos galu algoritminio sprendimo programos tekstas

Ši programa parašyta programiniam paketui Matlab, skirta variacinio skaičiavimo uždavinio su nefiksuotu trajektorijos galu sprendimui, t. y. ekstremalės $y(x)$ radimui. Programa ieško funkcionalo minimumą užtikrinančios kreivės $y(x)$, kurios pradžia fiksuota, o galas gali judėti tiese $x=1$. Kreivė formuojama iš 51 taško, įskaitant trajektorijos galus. Programoje naudojami du optimizatoriai: vienas – optimalių ribinių sąlygų paieškai, kitas – optimalios kreivės formos paieškai. Programa nuosekliai atlieka funkcionalo matavimus (skaičiavimus), kol abu optimizatoriai, naudojant simpleksinės paieškos algoritmus, suranda optimalias kreivės $y(x)$ ribines sąlygas ir trajektoriją.

```
L0kr=0.02;  
PPRkr=0.35;  
Vkr(1)=PPRkr-L0kr/2;  
Vkr(2)=PPRkr+L0kr/2;  
jkr=1;  
while jkr<=2;  
k=49;
```

```
yprad=0.02; ygalut=Vkr(jkr);  
PPR=(k/(k+1))*ygalut*[1:k]/k;  
L0=0.001;  
N=50000;  
n=0;  
M=zeros(1,k);  
T=1/(k+1);
```

```

g=9.8;
V=zeros(k+1,k);
j=1;
while j<=k+1
i=1;
while i<=k
if i<j-1
V(j,i)=PPR(1,i);
elseif i>j-1
V(j,i)=PPR(1,i)-
L0*(1/sqrt(2*i*(i+1)));
else
V(j,i)=PPR(1,i)+L0*sqrt(i/(2*(i+1)));
end
i=i+1;
end
j=j+1;
end
VR=zeros(1,k+1);
j=1;
while j<=k+1
VSK=[yprad V(j,1:k) ygalut];
ViSK=zeros(1,k+2);
i=1;
while i<=k+2
if i==k+2
ViSK(1,k+2)=(VSK(1,k+2)-
VSK(1,k+1))/T;
else
ViSK(1,i)=(VSK(1,i+1)-VSK(1,i))/T;
end
i=i+1;
end
VRSK=zeros(1,k+2);
i=1;
while i<=k+2
VRSK(1,i)=sqrt(1/(2*g))*sqrt((1+Vi
SK(1,i)*ViSK(1,i))/VSK(1,i));
i=i+1;
end
J=(T/2)*(VRSK(1,1)+VRSK(1,k+2)+
2*sum(VRSK(1,2:k+1)));

```

```

VR(1,j)=J;
j=j+1;
end
vmaxisen=0;
sk=0;
while n<=N
sk=sk+1;
n=n+1;
if sk==10000
n;
sk;
end
[VRSORT,VRIX]=sort(VR);
vmaxi=VRIX(1,k+1);
vmin=VRIX(1,1);
rmin=VR(1,vmin);
if vmaxi==vmaxisen
vmaxi=VRIX(1,k);
end
i=1;
while i<=k
V(vmaxi,i)=(2*sum(V(1:k+1,i))/k)-
((2+k)*V(vmaxi,i)/k);
i=i+1;
end
vmaxisen=vmaxi;
VSK=[yprad V(vmaxi,1:k) ygalut];
ViSK=zeros(1,k+2);
i=1;
while i<=k+2
if i==k+2
ViSK(1,k+2)=(VSK(1,k+2)-
VSK(1,k+1))/T;
else
ViSK(1,i)=(VSK(1,i+1)-VSK(1,i))/T;
end
i=i+1;
end
VRSK=zeros(1,k+2);
i=1;
while i<=k+2

```

```

VRSK(1,i)=sqrt(1/(2*g))*sqrt((1+Vi
SK(1,i)*ViSK(1,i))/VSK(1,i));
i=i+1;
end
J=(T/2)*(VRSK(1,1)+VRSK(1,k+2)+
2*sum(VRSK(1,2:k+1)));
VR(1,vmaxi)=J;
M=M+1;
M(1,vmaxi)=0;
mmax=max(M);
if mmax>200
n=N*2;
end
end
[VRSORT,VRIX]=sort(VR);
vnrmin=VRIX(1,1);
VRkr(jkr)=VR(vnrmin);
jkr=jkr+1;
end
vatsppaskkr=0;
nkr=0;
Nkr=15;
Vmaz=10;
while nkr<=Nkr
nkr=nkr+1;
[Vkr VRkr]
[VRSORTkr,VRIXkr]=sort(VRkr);
vmaxikr=VRIXkr(2);
Vkr(vmaxikr)=2*sum(Vkr)-
3*Vkr(vmaxikr);
yprad=0.02; ygalut=Vkr(vmaxikr);
PPR=(k/(k+1))*ygalut*[1:k]/k;
n=0;
M=zeros(1,k);
T=1/(k+1);
g=9.8;
V=zeros(k+1,k);
j=1;
while j<=k+1
i=1;
while i<=k
if i<j-1
V(j,i)=PPR(1,i);
elseif i>j-1
V(j,i)=PPR(1,i)-
L0*(1/sqrt(2*i*(i+1)));
else
V(j,i)=PPR(1,i)+L0*sqrt(i/(2*(i+1)));
end
i=i+1;
end
j=j+1;
end
VR=zeros(1,k+1);
j=1;
while j<=k+1
VSK=[yprad V(j,1:k) ygalut];
ViSK=zeros(1,k+2);
i=1;
while i<=k+2
if i==k+2
ViSK(1,k+2)=(VSK(1,k+2)-
VSK(1,k+1))/T;
else
ViSK(1,i)=(VSK(1,i+1)-VSK(1,i))/T;
end
i=i+1;
end
VRSK=zeros(1,k+2);
i=1;
while i<=k+2
VRSK(1,i)=sqrt(1/(2*g))*sqrt((1+Vi
SK(1,i)*ViSK(1,i))/VSK(1,i));
i=i+1;
end
J=(T/2)*(VRSK(1,1)+VRSK(1,k+2)+
2*sum(VRSK(1,2:k+1)));
VR(1,j)=J;
j=j+1;
end
vmaxisen=0;
sk=0;
while n<=N

```

```

sk=sk+1;
n=n+1;
if sk==10000
n;
sk;
end
[VRSORT,VRIX]=sort(VR);
vmaxi=VRIX(1,k+1);
vmin=VRIX(1,1);
rmin=VR(1,vmin);
if vmaxi==vmaxisen
vmaxi=VRIX(1,k);
end
i=1;
while i<=k
V(vmaxi,i)=(2*sum(V(1:k+1,i))/k)-
((2+k)*V(vmaxi,i)/k);
i=i+1;
end
vmaxisen=vmaxi;
VSK=[yprad V(vmaxi,1:k) ygalut];
ViSK=zeros(1,k+2);
i=1;
while i<=k+2
if i==k+2
ViSK(1,k+2)=(VSK(1,k+2)-
VSK(1,k+1))/T;
else
ViSK(1,i)=(VSK(1,i+1)-VSK(1,i))/T;
end
i=i+1;
end
VRSK=zeros(1,k+2);
i=1;
while i<=k+2
VRSK(1,i)=sqrt(1/(2*g))*sqrt((1+Vi
SK(1,i)*ViSK(1,i))/VSK(1,i));
i=i+1;
end
J=(T/2)*(VRSK(1,1)+VRSK(1,k+2)+
2*sum(VRSK(1,2:k+1)));
VR(1,vmaxi)=J;

```

```

M=M+1;
M(1,vmaxi)=0;
mmax=max(M);
if mmax>200
n;
n=N+2;
end
end
[VRSORT,VRIX]=sort(VR);
vnrmin=VRIX(1,1);
VRkr(vmaxikr)=VR(vnrmin);
if VR(vnrmin)<Vmaz
Vmaz=VR(vnrmin);
Vmin=[yprad V(vnrmin,1:k) ygalut];
end
if vmaxikr==vatsppaskkr
nkr=Nkr*2;
end
vatsppaskkr=vmaxikr;
end
[Vkr VRkr]
tsk=1;
t=0;
while tsk<=k+1
t=[t T*tsk];
tsk=tsk+1;
end
tcikl=0:0.01:3.14;
pnr=1;
xcikl=[];
ycikl=[];
r=1/pi;
while pnr<=length(tcikl)
xcikl=[xcikl r*(tcikl(1,pnr)-
sin(tcikl(1,pnr)))];
ycikl=[ycikl r*(1-cos(tcikl(1,pnr)))];
if xcikl(1,pnr)>1
xcikl=xcikl(1,1:pnr-1);
ycikl=ycikl(1,1:pnr-1);
pnr=length(tcikl);
end
pnr=pnr+1;

```

```
end
clf
plot(xcikl,-ycikl,'k');
hold on;
plot(t,-Vmin,'r--');
grid on
```

Vytautas Rinkevičius

SIMPLEKSINĖS PAIEŠKOS TYRIMAS IR JOS TAIKYMAS
VALDYMO SISTEMŲ PROJEKTAVIMUI

Daktaro disertacija

Technologijos mokslai, elektros ir elektronikos inžinerija (01T)

SIMPLEX SEARCH ANALYSIS AND APPLICATION IN
DESIGN OF CONTROL SYSTEMS

Doctoral Dissertation

Technological Sciences, Electrical Engineering and Electronics (01T)

2008 07 10. 8,5 sp. l. Tiražas 20 egz.

Vilniaus Gedimino technikos universiteto leidykla „Technika“, Saulėtekio al. 11,
10223 Vilnius, <http://leidykla.vgtu.lt>

Spausdino UAB „Baltijos kopija“, Kareivių g. 13B, 09109 Vilnius, <http://www.kopija.lt>