



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

STATYBOS FAKULTETAS

STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

Dovilė Spangevičiūtė

**ĮVAIRIŲ FAKTORIŲ ĮTAKA KONSTRUKCIJŲ DINAMINIO
SKAIČIAVIMO REZULTATAMS**

**INFLUENCE OF VARIOUS FACTORS FOR RESULTS OF STRUCTURAL
DYNAMIC ANALYSIS**

Baigiamasis magistro darbas

Statinių konstrukcijos, valstybinis kodas 62402T107

Statinių projektavimo ir optimizacijos kompiuterinės technologijos

Statybos inžinerija (02 T)

Vilnius, 2010

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
STATYBOS FAKULTETAS
STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

(Parašas)

(Vardas, pavardė)

(Data)

Dovilė Spangevičiūtė

**ĮVAIRIŲ FAKTORIŲ ĮTAKA KONSTRUKCIJŲ DINAMINIO
SKAIČIAVIMO REZULTATAMS**

**INFLUENCE OF VARIOUS FACTORS FOR RESULTS OF STRUCTURAL
DYNAMIC ANALYSIS**

Baigiamasis magistro darbas

Statinių konstrukcijos, valstybinis kodas 62402T107

Statinių projektavimo ir optimizacijos kompiuterinės technologijos

Statybos inžinerija (02T)

Vadovas _____
(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė) (Parašas) (Data)

Konsultantas _____
(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė) (Parašas) (Data)

Vilnius, 2010

UŽDUOTIS

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Statybos fakultetas

Statybinės mechanikos katedra

ISBN ISSN

Egz. sk.

Data-....-....

Statinių konstrukcijų studijų programos baigiamasis magistro darbas

Pavadinimas **Įvairių faktorių įtaka konstrukcijų dinaminio skaičiavimo rezultatams**

Autorius **Dovilė Spangevičiūtė**

Vadovas doc. dr. **Juozas Nagevičius**

Kalba

X

lietuvių
užsienio

Anotacija

Baigiamojo magistro darbo tikslai: nustatyti geriausią paskirstytosios masės ir kintamosios apkrovos koncentravimo modelį statybinei konstrukcijai; galimų sprendimų paieška Vilniaus Vingio parko tilto savųjų svyravimų dažniui pakeisti.

Koncentravimo modelio paieškai išnagrinėti įvairūs pasirinktų konstrukcijų apkrovimo variantai, pateiktos išvados. Skaičiavimai atlikti pasinaudojant matematiniu kompiuteriniu paketu MATHCAD.

Sudarytas plokštuminis baigtinio laisvumo laipsnių Vilniaus Vingio parko kabamojo tilto skaičiuojamasis modelis, tirta įvairių faktorių įtaka jo pagrindinio tono dažniui, pateiktos išvados. Skaičiavimai atlikti pasinaudojant matematiniu kompiuteriniu paketu MATLAB.

Darbo tyrimai atlikti sprendžiant vieno laisvumo laipsnio ir baigtinio laisvumo laipsnio judėjimo lygtis bei pasitelkus matematinį programavimą. Konstrukcijų diskretizacijai naudojamas baigtinių elementų metodas.

Darbą sudaro: įvadas, konstrukcijų dinamika, konstrukcijas veikiančių masių ir apkrovų koncentravimas, siekiant įvertinti realų darbą dinaminio apkrovimo metu, Vilniaus Vingio parko kabamasis tiltas, literatūros sąrašas.

Darbo apimtis – 75 p. teksto be priedų, 46 iliustr., 14 lent., 17 bibliografinių šaltinių.

Atskirai pridedami darbo priedai.

Prasminiai žodžiai: judėjimo lygtis, savieji svyravimai, laisvumo laipsnis, žadinanti apkrova, baigtiniai elementai.

Vilnius Gediminas Technical University
Faculty of Civil Engineering
Department of Structural Mechanics

ISBN ISSN
Copies No.
Date-....-....

Master Degree Studies **Building Structures** study programme Master's thesis
Title **Influence of various factors for results of structural dynamic analysis**
Author **Dovilė Spangevičiūtė**
Academic supervisor **Assoc Prof Dr Juozas Nagevičius**

Thesis language

☒ Lithuanian
☐ Foreign (English)

Annotation

Master thesis aims is to identify the best concentration model for structure of distributed mass and dynamic loads and to find potential solutions for natural frequencies modification for Vilnius Vingis Park footbridge.

Were studied various mass and dynamic force concentration variations for the selected constructions in order to find the best concentration model for the structure also conclusions are given. Calculations are made using the mathematical computer software MATHCAD.

Vilnius Vingis Park footbridge computational model is made as plane and multi degree of freedom. Were studied the influence of various factors for the footbridge natural frequencies and conclusions are given. The calculations were performed using the mathematical software MATLAB.

Studies are made calculating equations of motion for single degree of freedom (SDOF) and multi degree of freedom (MDOF) together with mathematical programming. Structural discretization is finite element method.

Structure: introduction, structural dynamics, concentration distributed mass and dynamic loads for the structure to evaluate the real work of structure, Vilnius Vingis Park cable-stayed bridge, conclusions and suggestions, references.

Thesis consist of: 75 p. text without appendixes, 46 pictures, 14 tables, 17 bibliographical entries. Appendixes included.

Keywords: equation of motion, natural frequency, degrees of freedom, dynamic load, finite element method.

TURINYS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS.....	9
LENTELIŲ SĄRAŠAS	11
PAGRINDINIAI ŽYMĖJIMAI.....	12
ĮVADAS.....	14
1. KONSTRUKCIJŲ DINAMIKA.....	15
1.1. Istorinė apžvalga.....	15
1.2. Bendros žinios apie deformuojamų sistemų dinamiką	15
1.3. Konstrukcijos elgsena dinaminio apkrovimo metu	18
1.4. Konstrukcijos laisvumo laipsniai	19
1.4.1. Vieno laisvumo laipsnio skaičiavimo modelis	19
1.4.2. Baigtinio laisvumo laipsnio skaičiavimo modelis.....	24
1.5. Pėsčiųjų sukeltos dinaminės apkrovos.....	26
1.6. Pėsčiųjų grupės ir minios sukeltos dinaminės apkrovos.....	30
1.7. Skyriaus išvados	32
2. KONSTRUKCIJAS VEIKIANČIŲ MASIŲ IR APKROVŲ KONCENTRAVIMAS, SIEKiant įvertinti realų darbą dinaminio apkrovimo metu	33
2.1. Uždavinio formulavimas.....	33
2.2. Skaičiavimų rezultatai.....	38
2.3. Skyriaus išvados	41
3. VILNIAUS VINGIO PARKO KABAMASIS TILTAS	42
3.1. Tilto struktūra.....	42
3.2. Baigtinių elementų metodas.....	45
3.3. Diskretinis tilto modelis ir lygčių sistema	45
3.4. Mazginių masių ir žadinančių apkrovų pasiskirstymo modelis	50

3.5. Vingio parko tilto dinaminė analizė	55
3.5.1. Vingio parko tilto esamos padėties dinaminiai skaičiavimai	56
3.5.2. Įvairių galimybių analizavimas.....	56
3.5.3. Tilto A - S variantų rezultatai	61
3.5.4. Tilto A - S variantų rezultatai, kai veikia 2,0 ir 3,2 Hz žadinanti apkrova ir rezonanso atvejais.....	67
3.6. Skyriaus išvados	72
LITERATŪRA	73
PRIEDAI	75
A priedas. Simetrinės sijos, veikiamos vienos koncentruotos masės ir žadinančios jėgos, skaičiavimas.....	75
B priedas. Simetrinės sijos, veikiamos trijų koncentruotų masių ir žadinančių jėgų, skaičiavimas.....	76
C priedas. Nesimetrinės sijos, veikiamos penkių koncentruotų masių ir vienos žadinančios jėgos, skaičiavimas.....	79
D priedas. Pusiausvyros lygčių koeficientų matrica A	83
E priedas. Kvazidiagonalinė sistemos standumo matrica k	84
F priedas. A variantas. Uždavinio formavimas	85
G priedas. A varianto rezultatai, kai veikia 1,7 Hz kintama apkrova	89
H priedas. Pusiausvyros lygčių koeficientų matrica A (įrengta papildoma atrama).....	102
I priedas. Kvazidiagonalinė sistemos standumo matrica k (įrengta papildoma atrama).....	103
J priedas. Pusiausvyros lygčių koeficientų matrica A (įrengtas papildomas lankstas)	104
K priedas. Kvazidiagonalinė sistemos standumo matrica k (įrengtas papildomas lankstas)	105
L priedas. B - S skaičiavimų variantai	106
M priedas. A - S variantų suminės įrašos ir poslinkiai, kai veikia 1,7 Hz kintama apkrova	115
N priedas. A - S variantų suminės įrašos ir poslinkiai, kai veikia 2,0 Hz kintama apkrova.....	121

O priedas. A - S variantų suminės įrašos ir poslinkiai, kai veikia 3,2 Hz kintama apkrova..... 123

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1.1 pav. Statinės apkrovos apkrovimo schema	16
1.2 pav. Apkrovų tipai ir būdingosios amplitudės	17
1.3 pav. Kūno judėjimo lygties sudarymas	19
1.4 pav. Dviamatės sijos schema	21
1.5 pav. Momentų diagrama nuo vienetinės jėgos	22
1.6 pav. Dviamatės sijos diskretinis modelis	26
1.7 pav. Vieno žmogaus žingsnio sukelta vertikaliąji apkrova	28
1.8 pav. Tipinis ėjimo ir bėgimo jėgų skirtumas pagal Galbraith ir Bartoną	28
1.9 pav. Nuolatinio vaikščiojimo laiko įrašai vertikalia kryptimi	29
1.10 pav. Šoninių apkrovų mechanizmas.....	30
1.11 pav. Tilto ir pėsčiųjų ryšys	31
2.1 pav. Du plieninės sijos atrėmimo variantai	33
2.2 pav. Pirmasis sijų apkrovimo variantas (žadinančios jėgos veikia kiekvieną masę)	34
2.3 pav. Antrasis sijų apkrovimo variantas (žadinančios jėgos veikia ne kiekvieną masę)	36
2.4 pav. Simetrinės ir nesimetrinės sijos pagrindinio tono dažniai	38
2.5 pav. Pirmojo apkrovimo varianto sijų suminiai poslinkiai.....	38
2.6 pav. Pirmojo apkrovimo varianto sijų suminiai lenkimo momentai	39
2.7 pav. Antrojo apkrovimo varianto sijų suminiai poslinkiai	40
2.8 pav. Antrojo apkrovimo varianto sijų suminiai lenkimo momentai	40
3.1 pav. Tilto schema	43
3.2 pav. Vingio parko pėsčiųjų tiltas	43
3.3 pav. Vingio parko tilto lynai	43
3.4 pav. Tilto sijos skersinis profilis	44
3.5 pav. Papildomai įrengtos atotampos	44
3.6 pav. Papildomų atotampų įtvirtinimas	45
3.7 pav. Tilto projekcija į vertikaliąją plokštumą	45
3.8 pav. $Fa1$ ir $Fa2$ reikšmių radimas.....	46
3.9 pav. Tilto diskretinis modelis	49
3.10 pav. Galimų poslinkių schema	49
3.11 pav. Masių ir žadinančių apkrovų veikimo schema	52

3.12 pav. Tilto apkrovų modelis, kai kintama apkrova veikia pagrindiniame tarpatramyje	57
3.13 pav. Tilto apkrovų modelis, kai kintama apkrova veikia dvejuose tarpatramiuose	58
3.14 pav. Tilto apkrovų modelis, kai kintama apkrova veikia 53,25 m ilgio tarpatramyje	58
3.15 pav. Tilto apkrovų modelis, kai kintama apkrova veikia 32,25 m ilgio tarpatramyje	58
3.16 pav. Tilto apkrovų modelis, kai kintama apkrova veikia tarp pagrindinių atotampų	59
3.17 pav. Tilto modelis su papildoma lankstine atrama.....	59
3.18 pav. Tilto modeliai veikiami šoninių apkrovų	60
3.19 pav. Tilto modelis, pjūvyje 11-12-19 įrengus papildomą lankstą.....	61
3.20 pav. Pėsčiųjų tilto A - S skaičiavimo variantų pagrindinio tono dažnių kitimo grafikas.....	61
3.21 pav. Suminiai lenkimo momentai, kai veikia 1,7 Hz kintama apkrova	65
3.22 pav. Suminiai poslinkiai, kai veikia 1,7 Hz kintama apkrova	65
3.23 pav. Suminiai lenkimo momentai, kai veikia 2,0 Hz kintama apkrova	69
3.24 pav. Suminiai poslinkiai, kai veikia 2,0 Hz kintama apkrova	69
3.25 pav. Suminiai lenkimo momentai, kai veikia 3,2 Hz kintama apkrova	70
3.26 pav. Suminiai poslinkiai, kai veikia 3,2 Hz kintama apkrova	70
3.27 pav. Esamų tilto padėčių pagrindinių tarpatramių ir pilono absoliutiniu didumu didžiausių lenkimo momentų ir poslinkių reikšmės, esant 1,7, 2,0, 3,2, ir 1,11 Hz kintamai apkrovai.....	71

LENTELIŲ SĄRAŠAS

1.1 lentelė. Ėjimo ir bėgimo duomenys	27
2.1 lentelė. Antrojo apkrovimo varianto skaičiuojami sijų deriniai	35
3.1 lentelė. Tilto duomenys pagal (Kamaitis and Notkus 2003; Notkus <i>et al.</i> 2007) šaltinius ir priimti.....	50
3.2 lentelė. Savojo svorio apkrova.....	53
3.3 lentelė. Karšto vandens vamzdžių apkrova	53
3.4 lentelė. Kintama apkrova.....	54
3.5 lentelė. Esamos padėties nuolatinė ir kintama apkrova.....	54
3.6 lentelė. A - S variantų pagrindinio tono dažniai	61
3.7 lentelė. Savųjų dažnių spektrai, kai tiltas su papildomomis atotampomis ir be atotampų	62
3.8 lentelė. Esamos padėties statiniai momentai ir poslinkiai	63
3.9 lentelė. Esamos padėties dinaminiai momentai ir poslinkiai, kai veikia 1,7 Hz kintama apkrova.....	64
3.10 lentelė. Esamos padėties dinaminiai momentai ir poslinkiai, kai veikia 2,0 Hz kintama apkrova.....	68
3.11 lentelė. Esamos padėties dinaminiai momentai ir poslinkiai, kai veikia 3,2 Hz kintama apkrova.....	68
3.12 lentelė. Esamos padėties dinaminiai momentai ir poslinkiai, esant rezonansui	68

PAGRINDINIAI ŽYMĖJIMAI

k – standumas;

c - slopinimo koeficientas;

u - poslinkis;

$\dot{u}$ - greitis;

$\ddot{u}$ - pagreitis;

F - jėga;

m - masė;

G - svorio jėga;

ρ - medžiagos tankis;

A - skerspjūvio plotas;

l - elemento ilgis;

E - tamprumo modulis;

I - inercijos momentas;

a - pagreitis;

t - laikas;

ω - savųjų svyravimų dažnis;

θ - priverstinių svyravimų dažnis;

δ - poslinkis nuo vienetinės jėgos galimo dinaminio poslinkio kryptimi;

M - lenkimo momentas;

V - skersinė jėga;

μ - dinamiškumo koeficientas;

γ - netampraus pasipriešinimo koeficientas arba slopinimo koeficientas;

n - laisvės laipsnių skaičius;

$\mathbf{m}$ - masių matrica;

$\mathbf{k}$ - kvazidiagonalinė sistemos standumo matrica;

$\mathbf{c}$ - slopinimo matrica;

$\dot{\mathbf{u}}$ - greičių vektorius;

$\ddot{\mathbf{u}}$ - pagreičių vektorius;

$\boldsymbol{\beta}$ - poslinkių influentinė matrica;

α - įrašų influentinė matrica;

F_0 - žadinančių jėgų amplitudžių reikšmių vektorius;

I - diagonalinė vienetinė matrica;

A - pusiausvyros lygčių koeficientų matrica;

S - įrašų vektorius;

θ - deformacijų vektorius;

Z - inercijos jėgų vektorius;

φ - standumo koeficientų matrica;

K - uždarų kontūrų skaičius sistemoje;

L - lankstų skaičius.

IVADAS

Pastaraisiais metais projektuojant statybines konstrukcijas buvo siekiama didinti jų lankstumą ir lengvumą, tiltams siekiama didinti jų tarpatramius. Patobulintos statybinės konstrukcijos atlaiko dideles statines apkrovas ir tai projektuotojams leido naudoti plonesnes konstrukcijas, sumažinti skerspjūvio matmenis. Standumo ir masės sumažėjimas sumažino ir statybinių konstrukcijų taip pat tiltų savuosius svyravimus, o tai lėmė padidėjusį jautrumą dinaminėms apkrovoms.

Didžioji dalis pėsčiųjų tiltų gali patirti pernelyg dideles vibracijas, kurias sukelia pėsčiųjų sukeltos dinaminės apkrovos. Ypač dideles vibracijas gali sukelti rezonansas, kuris įvyksta tada, kai dėl įvairių priežasčių tilto savasis dažnis sutampa su dominuojančiu pėsčiųjų apkrovos sukeltu dažniu. Akivaizdu, jog jei pėsčiųjų tiltai yra suprojektuoti atlaikyti tik statines apkrovas, tai jie gali būti labai jautrūs vertikaliems ir horizontaliems virpesiams. Toliau darbe tiriamas Vilniaus miesto Vingio parko tiltas per Neries upę yra kaip pavyzdys įsitikinti, kokią didelę įtaką konstrukcijai turi jos dinamika.

Pagrindinis darbo tikslas:

- nustatyti geriausią paskirstytosios masės ir kintamosios apkrovos koncentravimo modelį statybinei konstrukcijai;
- galimų sprendimų paieška Vilniaus Vingio parko tilto savųjų svyravimų dažniui didinti.

Baigiamajame magistriniame darbe buvo *spręsti šie uždaviniai:*

- kaip kuo tiksliau kartu ir paprasčiau sukoncentruoti statybinę konstrukciją veikiančią paskirstytąją masę ir kintamąją apkrovą. Tyrimui pasirenkama plieninė sija su priimtais skerspjūvio parametrais ir medžiagos rodikliais. Sija skaičiuojama dviem atrėmimo būdais: abeji įtvirtinimai lankstiniai (statiškai išsprendžiama sija); vienas įtvirtinimas lankstinis, kitas – standus (statiškai neišsprendžiama sija). Sijos skaičiuojamos vienodomis sąlygomis. Sijų skaičiavimai atliekami su programiniu paketu MATHCAD. Atliekama skaičiavimo rezultatų analizė.
- įvairių faktorių įtaka Vilniaus Vingio parko pėsčiųjų tilto saviesiems svyravimams ir įrašoms. Sudaromas plokštuminis diskretinis tilto modelis, užrašoma lygčių sistema, aprašomas mazginių masių ir kintamosios apkrovos skaičiavimo ir paskirstymo modelis. Sudaromi ir skaičiuojami įvairūs tilto dinaminių ir statinių apkrovų variantai. Tiltų skaičiavimai atliekami programiniu paketu MATLAB. Atliekama skaičiavimo rezultatų analizė. Pateikiamos rekomendacijos tilto saviesiems svyravimams pakeisti.

1. KONSTRUKCIJŲ DINAMIKA

1.1. Istorinė apžvalga

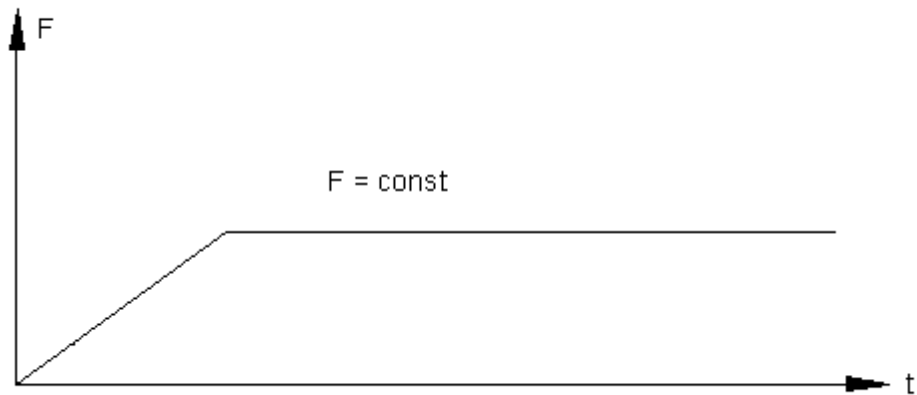
Susidomėjimas konstrukcijų dinaminio elgesio prasidėjo apie 1930 metus dėl didėjančios svarbos suprasti dinامينius poveikius aviacijoje. Tuo metu turimos technologinės priemonės buvo gana primityvios ir vieninteliai dinaminiai matavimai, kuriais tuo metu remtasi, buvo savieji lėktuvo sparnų galų svyravimai, kuriuos nustatydavo pagal specialaus įrenginio atspausdintą laisvai slopstančią kreivę. Pagal šiuos duomenis buvo galima nustatyti pagrindinį dažnį ir slopinimo koeficientą. Taip pat buvo naudojami vibraciniai mechanizmai, kurie sistemą privedavo prie rezonanso, tuo metu toks tyrimas taip ir vadinosi – rezonansinis tyrimas. Po to buvo pradėti naudoti įvairūs vibraciniai mechanizmai, montuojami ne tik ant sparno galo, bet ir ant viso sparno. Tikslas buvo išsiaiškinti kiekvieną sparno rezonansinį dažnį ir atitinkamą būseną. Vėliau šis tyrimas buvo pradėtas vadinti normalios būsenos tyrimu arba jėgos asignavimu. Šiuo tyrimu nustatomos mechanizmų perduodamos jėgos konstrukcijai (Maia and Silva 2001).

1960 metais buvo atrastas greitas Furjė transformavimo algoritmas, kuris leido daug greičiau nei prieš tai apdoroti laiko signalus ir paversti juos dažniu ir atvirkščiai. 1970 metais atsiradus kompiuteriams šis algoritmas dar išstobulėjo ir įvyko didelis lūžis konstrukcijų dinaminės analizės srityje (Maia and Silva 2001).

O štai šiandien jau yra gausybė įvairių techninių publikacijų apie dinaminio poveikio analizes, kurias norint suklasifikuoti reikėtų atlikti dar vieną labai didelį darbą (Maia and Silva 2001).

1.2. Bendros žinios apie deformuojamų sistemų dinamiką

Veikiant statinėms apkrovoms, konstrukcijose pagreičių arba visai nėra, arba jie yra tokie maži, kad jų įtakos visai nepaisoma. Statinė apkrova konstrukcijai pridedama labai lėtai, todėl didėja tolygiai tol, kol pasiekia savo galutinį dydį, toliau statinė apkrova laiko atžvilgiu nekinta $F = \text{const.}$ arba kinta labai nepastebimai ir veikia be jokių smūgių ir svyravimų. Statybinėse konstrukcijose vien tik statinės apkrovos pasitaiko retai, dažniausiai jos yra silpnesnio arba ryškesnio pobūdžio dinaminės apkrovos (Baublys 2001).

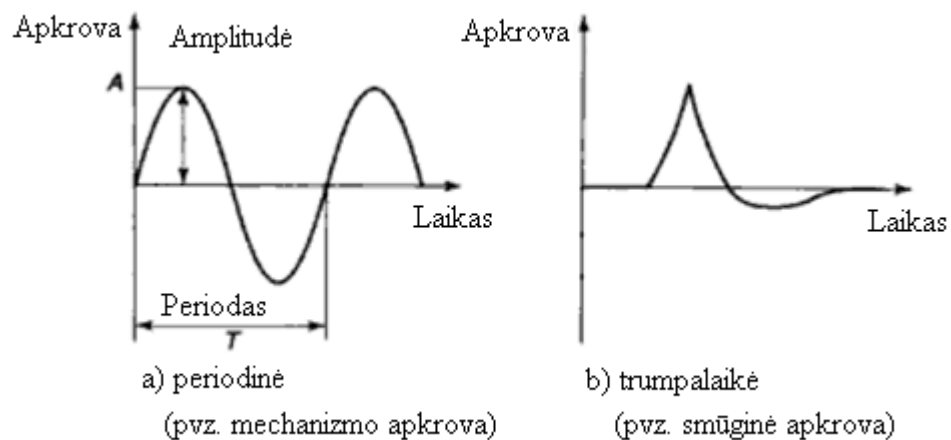


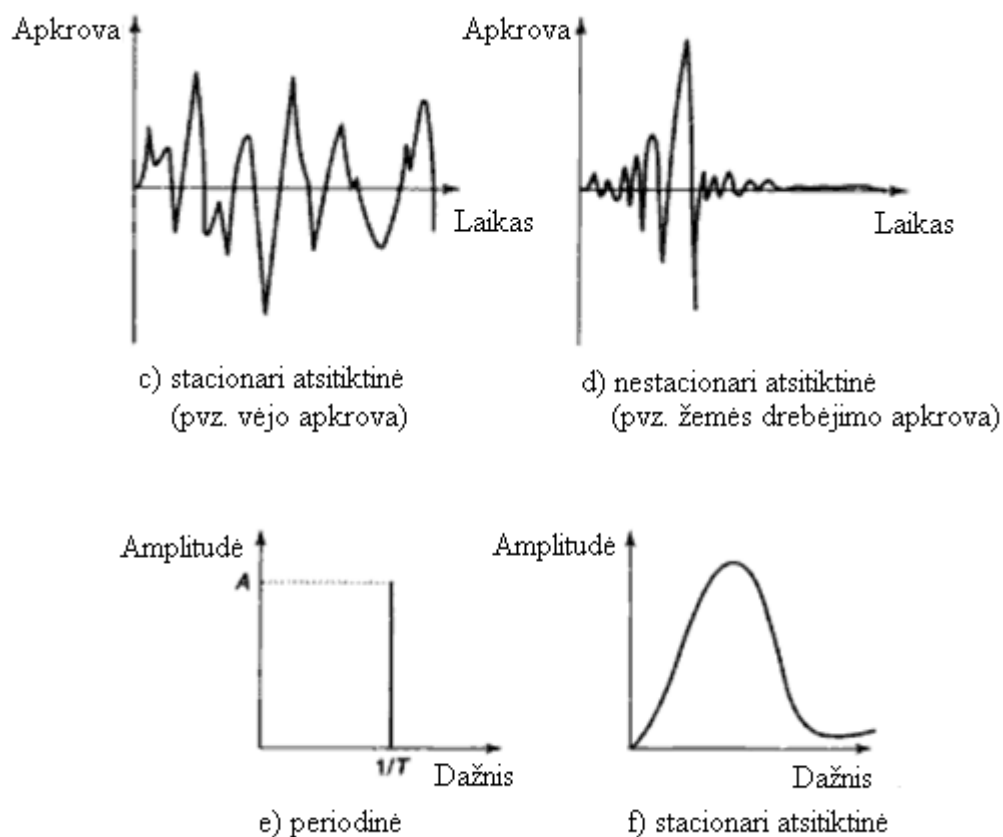
1.1 pav. Statinės apkrovos apkrovimo schema

Dinaminė apkrova – tai laikui bėgant kintanti apkrova, suteikianti sistemos dalims pagreičius. Dinaminių apkrovų atsiradimo konstrukcijoje priežastys labai įvairios, būdingiausios apkrovos:

- periodinė, arba harmoninė, – apkrovos amplitudė kartojasi reguliariai daug kartų;
- trumpalaikė – apkrova kinta laikui bėgant bet pastoviai nesikartoja;
- stacionari atsitiktinė – tiksliai nežinoma apkrova, kurios savybės kinta labai lėtai;
- nestacionari atsitiktinė – tiksliai nežinoma apkrova su kintančiomis savybėmis (Maguire and Wyatt 2002).

Visi keturi apkrovų tipai ir būdingosios amplitudės pateikti 1.2 pav.





1.2 pav. Apkrovų tipai ir būdingosios amplitudės

Norint išspręsti dinamikos uždavinį, t.y. apskaičiuoti atskirų svyruojančių elementų padėtį bet kuriuo laiko momentu, reikia išspręsti judėjimo lygtį. Konstrukcijose, kai nuokrypiai nuo pusiausvyros padėties maži, judėjimo lygtis yra tiesinio pavidalo ir vadinama harmoninių svyravimų lygtimi, tokia sistema vadinama tiesine. Jeigu tamprioji sistema bus deformuota, tai joje susikaups tam tikra deformacijos energija. Pašalinus priežastį, dėl kurios atsirado deformacija, sistema pradeda judėti apie savo pusiausvyros padėtį. Sistemos svyravimai, kurie vyksta tik veikiant vidinėms jėgoms, vadinami savaisiais, arba laisvaisiais, svyravimais. Šių svyravimų energija lieka pastovi, amplitudė nekinta – savieji svyravimai neslopinami. Tačiau realiose konstrukcijose svyravimų metu nuolat vyksta tam tikras energijos išsklaidymas, kurį sukelia aplinkos pasipriešinimas, trintis atramose, vidinės netamprios deformacijos ir t.t. Veikiant išorinei jėgai sistemos svyravimo energija mažėja, amplitudė taip pat, tokie svyravimai yra slopinamieji. Sistemą veikiant žadinančioms jėgoms, jos judėjimo pobūdis pasikeičia ir priklauso nuo veikiančių jėgų charakteristikų. Kai išorinė veikianti apkrova yra harmoninė, ji papildo energijos nuostolius, todėl svyravimai nenuslopsta – taip gaunami priverstiniai svyravimai (Baublys 2001).

Sutapus savųjų ir priverstinių svyravimų dažniams gaunamas rezonansas, kurio metu žadinančios jėgos darbas ne tik papildo energijos nuostolius, bet kartu ir kaupiasi sistemoje, svyravimų amplitudės ir įtempiai didėja ir gali kilti pavojus konstrukcijos stiprumui (Baublys 2001).

1.3. Konstrukcijos elgsena dinaminio apkrovimo metu

Konstrukcijų dinamika apibūdina konstrukcijos elgseną dinaminių apkrovų metu. Dinaminės apkrovos konstrukcijai yra pridedamos kaip laiko funkcija, kurios padariniai – laiko atžvilgiu kintantys poslinkiai, greičiai ir pagreičiai (Chopra 2005).

Kad būtų galima nustatyti konstrukcijos elgseną dinaminių apkrovų metu, dinaminės analizės uždavinys yra išspręsti pusiausvyros lygtį tarp inercijos, slopinimo ir standumo jėgų kartu ir išoriškai pridėtos apkrovos:

$$f_I + f_D + f_S = p(t); \quad (1.1)$$

čia f_I - masės inercijos jėga, priklausanti nuo konstrukcijos poslinkio pagreičio $f_I = m\ddot{u}$; f_D - slopinimo jėga, priklausanti nuo konstrukcijos poslinkio greičio $f_D = c\dot{u}$; f_S - tampri jėga, tempianti masę ir priklausanti nuo konstrukcijos poslinkio $f_S = ku$, čia k – standumas, c - slopinimo koeficientas, m – konstrukcijos masė, $p(t)$ – išoriškai pridėta apkrova (Chopra 2005). Lygtį galima perrašyti:

$$m\ddot{u} + c\dot{u} + ku = p(t). \quad (1.2)$$

Šiame darbe daroma prielaida, kad konstrukcijos reakcija į apkrovas yra tiesinė, todėl dinaminių apkrovų įtaka gali būti nustatyta išsprendus judėjimo lygtį.

Toliau bus aptariami konstrukcijų laisvumo laipsniai ir du dinaminiai apkrovų modeliai. Pirmasis, kai konstrukcija yra vieno laisvumo laipsnio (ang. SDOF – single degree of freedom), ir antrasis, kai konstrukcija yra baigtinio laisvumo laipsnių skaičiaus (ang. MDOF – multi degree of freedom).

1.4. Konstrukcijos laisvumo laipsniai

Svyruojančios sistemos laisvumo laipsnis priklauso nuo skaičiavimo prielaidų ir skaičiuojamosios schemos parinkimo. Statybinėje praktikoje naudojamos konstrukcijos visada turi begalinį laisvumo laipsnių skaičių, tačiau skaičiavimams supaprastinti konstrukcijų schemos sudaromos taip, kad būtų baigtinis laisvumo laipsnių skaičius. Visos konstrukciją veikiančios išskirstytos masės pakeičiamos sukonzentruotos masės materialiais taškais (Baublys 2001). Statybinių konstrukcijų dinaminis skaičiavimas priklauso nuo laisvumo laipsnių skaičiaus ir gali būti skaičiuojamas pagal vieno laisvumo laipsnio modelį arba baigtinio laisvumo laipsnio modelį.

1.4.1. Vieno laisvumo laipsnio skaičiavimo modelis

Šiame skyriuje aptariama vieno laisvumo laipsnio konstrukcinės sistemos skaičiavimo modelis. Pirmiausia suformuluojama vieno laisvumo laipsnio judėjimo lygtis, vėliau parodomas šios lygties sprendimo metodas. Reikia pabrėžti, kad sistemoms su paskirstyta mase ir standumu ši analizė pateikia tik apytikslius rezultatus.

Vieno laisvumo laipsnio judėjimo lygtis

Vieno laisvumo laipsnio sistemos judėjimo lygtis sudaroma remiantis antruoju Newtono dėsniu (Equation... 2010):

$$F = ma. \quad (1.3)$$

Antrojo Newtono dėsnio pritaikymas sudarant kūno judėjimo lygtį pateiktas 1.3 pav.

$$\begin{array}{c}
 F \qquad \qquad = \qquad ma \\
 \\
 \begin{array}{c}
 \xleftarrow{kx} \\
 \xleftarrow{c_v \dot{x}}
 \end{array}
 \boxed{}
 \xrightarrow{f(t)}
 =
 \boxed{}
 \xrightarrow{m\ddot{x}}
 \\
 \\
 -kx - c_v \dot{x} + f(t) \qquad = \qquad m\ddot{x}
 \end{array}$$

1.3 pav. Kūno judėjimo lygties sudarymas

Kaip parodyta 1.3 pav., suprojektavus visas jėgas į horizontalią ašį gaunama judėjimo lygtis $m\ddot{x} + c_v\dot{x} + kx = f(t)$, nesunku pastebėti, kad ji atitinka anksčiau aptartą lygtį (1.2). Lygties pradinės sąlygos:

$$\begin{cases} x_{t=0} = x_0; \\ \dot{x}_{t=0} = v_0; \end{cases} \quad (1.4)$$

čia x – poslinkis horizontalia kryptimi;

$\dot{x}$ - greitis;

x_0 - pradinis poslinkis;

v_0 - pradinis greitis.

Vieno laisvumo laipsnio judėjimo lygties sprendimas

Šiame poskyryje aptariamas klasikinis vieno laisvumo laipsnio judėjimo lygties sprendimo būdas.

Uždaviniui pilnai suformuluoti pradinis poslinkis $u(0)$ ir pradinis greitis $\dot{u}(0)$ turi būti apibrėžti pradiniu $t = 0$ laiko momentu. Sistema yra ramybės būsenoje prieš pat dinaminį sužadinimą, todėl pradinio greičio ir poslinkio reikšmė yra lygi 0 (Chopra 2005).

Pilnasis tiesinės diferencialinės lygties (1.2) sprendinys susideda iš papildomo sprendinio $u_c(t)$ ir pagrindinio sprendinio $u_p(t)$ sumos:

$$u(t) = u_c(t) + u_p(t). \quad (1.5)$$

Kadangi diferencialinė lygtis yra antros eilės, įtraukiamos dvi integravimo konstantos. Jos atsiranda papildomame sprendinyje ir nustatomos žinant pradines sąlygas.

Tarkime, kūną veikia jėga $p(t) = p_0, t \geq 0$, tokiu atveju judėjimo lygtis sistemai, kurioje nėra slopinimo $c = 0$, bus:

$$m\ddot{u} + ku = p_0. \quad (1.6)$$

Šios lygties pagrindinis sprendinys:

$$u_p(t) = \frac{p_0}{k}. \quad (1.7)$$

O lygties papildomas sprendinys bus:

$$u_c(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t. \quad (1.8)$$

Galutinis judėjimo lygties sprendinys užrašomas taip:

$$u(t) = A \cos \omega_n t + B \sin \omega_n t + \frac{P_0}{k}. \quad (1.9)$$

Jei pradinėmis sąlygomis konstrukcinė sistema yra ramybės būsenoje $u(t) = 0$ ir $\dot{u}(t) = 0$, kai $t = 0$, tada konstantos A ir B gali būti apibrėžtos taip:

$$A = -\frac{P_0}{k} \text{ ir } B = 0. \quad (1.10)$$

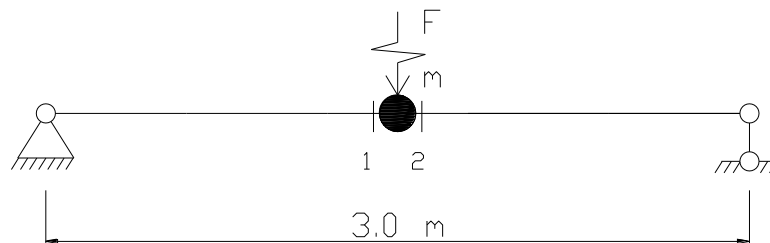
Reikšmes įrašius į lygtį (1.9) gaunama, kad:

$$u(t) = \frac{P_0}{k} (1 - \cos \omega_n t). \quad (1.11)$$

Tai klasikinis diferencialinės lygties sprendinys, kuris kaip pagrindas yra naudojamas spręsti savųjų svyravimų ir žadinančių apkrovų tokių kaip, harmoninė, periodinė, smūginė, judėjimo lygtis (Chopra 2005).

Pavyzdys

Reikia apskaičiuoti dviatramės statškai išsprendžiamos sijos (1.4 pav.) savuosius svyravimus, dinamines ir statines įrašas bei poslinkius. Siją veikia masė $m = 1,223 \text{ t}$, žadinanti apkrova $F_0 = 2,0 \text{ kN}$, priverstinius svyravimus sukeliančio variklio besisukančių dalių apsisukimų skaičius per minutę $n = 455$. Strypo standis $EI = 1781,45 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$.

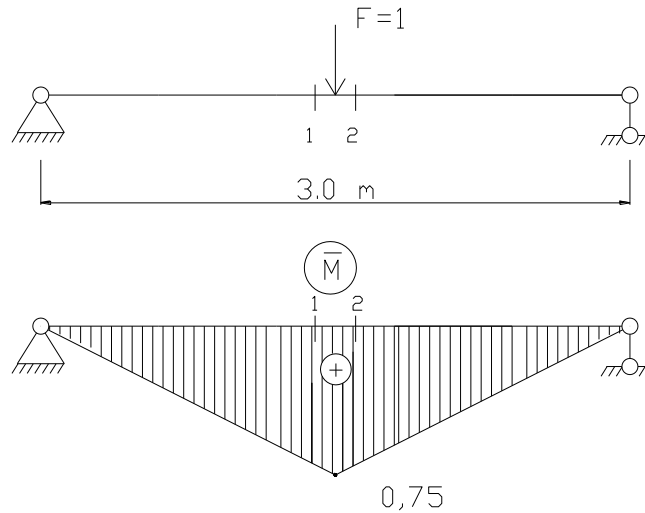


1.4 pav. Dviatramės sijos schema

Laisvųjų svyravimų ciklinis dažnis skaičiuojamas pagal formulę:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m\delta}}. \quad (1.12)$$

Poslinkiui nuo vienetinės jėgos apskaičiuoti sudaroma lenkimo momentų $\overline{M}$ diagrama nuo vienetinės jėgos (1.5 pav.) gaunama, kad $\overline{M}_1 = \overline{M}_2 = 0,75$.



1.5 pav. Momentų diagrama nuo vienetinės jėgos

Diagramą nuo vienetinės jėgos (1.5 pav.) integruojame su ja pačia ir gauname poslinkį nuo vienetinės jėgos:

$$\delta_{11} = \frac{1}{EI} \left(\frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot \overline{M}_1 \cdot \frac{2}{3} \cdot \overline{M}_1 + \frac{1}{2} \cdot 1,5 \cdot \overline{M}_2 \cdot \frac{2}{3} \cdot \overline{M}_2 \right);$$

$$\delta_{11} = 3,16 \cdot 10^{-4} \text{ m.}$$

Dabar jau galima apskaičiuoti ir savųjų svyravimų dažnį:

$$\omega = \sqrt{\frac{1}{m \cdot \delta_{11}}};$$

$$\omega = 50,883 \text{ rad/sek arba } \frac{\omega}{2 \cdot \pi} = 8,098 \text{ Hz.}$$

Priverstinių svyravimų dažnis, kai žinomas apsisukimų skaičius, skaičiuojamas pagal šią formulę:

$$\theta = n \frac{2\pi}{60}; \quad (1.13)$$

čia n - apsisukimų skaičius per minutę.

Šiuo atveju priverstinių svyravimų ciklinis dažnis bus:

$$\theta = 455 \cdot \frac{2\pi}{60} = 47,65 \text{ rad/sek arba } \frac{\theta}{2 \cdot \pi} = 7,59 \text{ Hz.}$$

Toliau skaičiuojamas dinamiškumo koeficientas, rodantis kiek kartų dinaminės jėgos veikimas viršija statinį jos amplitudės F_0 veikimą, koeficientas taip pat rodo, kiek kartų priverstinių svyravimų amplitudė yra didesnė (ar mažesnė) už statinį poslinkį:

$$\mu = \frac{1}{\sqrt{\left(1 - \frac{\theta^2}{\omega^2}\right)^2 + \left(\gamma \cdot \frac{\theta}{\omega}\right)^2}}; \quad (1.14)$$

čia γ - netampraus pasipriešinimo koeficientas, arba slopinimo koeficientas, šiuo atveju plieninei sijai, kurios $\gamma = 0,025$. Apskaičiuota dinamiškumo koeficiento reikšmė $\mu = 7,98$.

Dabar jau galima rasti reikalingas įrašas ne tik nuo statinės, bet ir nuo dinaminės apkrovos.

Statinės įrašos ir poslinkiai skaičiuojami pagal šias statybinės mechanikos formules:

$$M_{st} = G \cdot \overline{M}; \quad (1.15)$$

$$V_{st} = \frac{M_{st}}{\frac{l}{2}}; \quad (1.16)$$

$$u_{st} = \delta_{11} \cdot G; \quad (1.17)$$

čia l - sijos ilgis.

Dinaminės įrašos ir poslinkiai:

$$M_{dyn} = \pm \mu \cdot \overline{M} \cdot F_0; \quad (1.18)$$

$$V_{dyn} = \frac{M_{dyn}}{\frac{l}{2}}; \quad (1.19)$$

$$u_{dyn} = \pm \mu \cdot \delta_{11} \cdot F_0. \quad (1.20)$$

Apskaičiuotos sijos dinaminės ir statinės įrašos bei poslinkiai.

Statinės įrašos ir poslinkiai:

$$M_{st1} = 9,0 \text{ kN} \cdot \text{m}; M_{st2} = 9,0 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$V_{st1} = 6,0 \text{ kN}; V_{st2} = -6,0 \text{ kN};$$

$$u_{st} = 3,79 \times 10^{-3} \text{ m}.$$

Dinaminės įrašos ir poslinkiai:

$$M_{dyn1} = \pm 11,97 \text{ kN} \cdot \text{m}; M_{dyn2} = \pm 11,97 \text{ kN} \cdot \text{m};$$

$$V_{dyn1} = 7,98 \text{ kN}; V_{dyn2} = -7,98 \text{ kN};$$

$$u_{dyn} = \pm 5,04 \times 10^{-3} \text{ m.}$$

1.4.2. Baigtinio laisvumo laipsnio skaičiavimo modelis

Visos realios konstrukcijos turi begalę laisvumo laipsnių, tačiau kiekvieną jų galima paversti baigtinio skaičiaus elementų dariniu su baigtiniu mazginių poslinkių skaičiumi. Veikiančios paskirstytos masės pakeičiamos materialiaisiais taškais, kur kiekvienas taškas turi apibrėžtą sukoncentruotą masę. Tokia konstrukcinė sistema yra baigtinio laisvumo laipsnių sistema (Baublys 2001).

Šiame poskyryje aptariamas baigtinio laisvumo laipsnio konstrukcinės sistemos skaičiavimo modelis. Pirmiausia suformuluojama baigtinio laisvumo laipsnio judėjimo lygtis, pateikiamas jos sprendimas ir tikrinės reikšmės radimas.

Judėjimo lygtis

Kaip minėta anksčiau, konstrukcija gali būti idealizuota baigtiniais elementais, sujungtais mazguose. Konstrukciją veikiančių mazginių masių poslinkiai ir yra laisvės laipsnių skaičius. Tokiu būdu idealizavus konstrukciją galima sudaryti jos masės ($\mathbf{m}$), standumo ($\mathbf{k}$) ir slopinimo ($\mathbf{c}$) matricas, kaip pateikiama literatūros šaltinyje (Chopra 2005). Kiekvienos šių matricų dydis yra $n \times n$; čia n - laisvės laipsnių skaičius.

Sistemos masė yra sukoncentruojama jos mazguose ir sudaroma diagonalinė konstrukcijos masių matrica. Standumo matrica sudaroma sudedant standumo matricas, sudarytas kiekvienam atskiram sistemos baigtiniam elementui. Slopinimo koeficientų matrica dažniausiai sudaroma iš skaitinių slopinimo koeficientų reikšmių, vieno laisvumo laipsnio sistemose taip pat naudojama slopinimo koeficiento reikšmė.

Judėjimo lygtis kaip ir vieno laisvumo laipsnio sistemai sudaroma pagal antrąjį Newtono dėsnį ir atrodo taip:

$$\mathbf{m}\ddot{\mathbf{u}} + \mathbf{c}\dot{\mathbf{u}} + \mathbf{k}\mathbf{u} = \mathbf{p}(t). \quad (1.21)$$

Tai yra sistema, turinti n diferencialinių lygčių, kurias išsprendus galima nustatyti sistemos poslinkius ($\mathbf{u}$) nuo veikiančių apkrovų $\mathbf{p}(t)$. Akivaizdu, kad judėjimo lygtys (1.2) ir (1.21) yra lygios (Chopra 2005).

Baigtinio laisvumo laipsnio judėjimo lygties sprendimas

Baigtinio laisvumo laipsnio judėjimo lygtis sprendžiama norint apskaičiuoti konstrukcijos savuosius dažnius ir sužinoti vibruojančios konstrukcijos padėtis. Savųjų svyravimų dažniai - tai dažniai, kuriais apkrovos paveikta pradeda judėti konstrukcija. O vibruojančios konstrukcijos padėtys - tai kiekvieno dažnio metu gauta deformuota konstrukcijos padėtis.

Sprendžiant šią lygtį, pagrindinis tikslas yra apskaičiuoti savąjį dažnį, savieji svyravimai randami tada, kai nėra pridėtos išorinės apkrovos, o slopinimo koeficientas lygus nuliui. Tokiu atveju judėjimo lygtis bus:

$$m\ddot{u} + ku = 0. \quad (1.22)$$

Poslinkių vektorius $u = u(x, t)$, jo sprendinys:

$$u(x, t) = q_n(t)\phi_n(x), \quad (1.23)$$

čia $q_n(t)$ yra apibendrintoji koordinatė, o $\phi_n(x)$ konstrukcijos formos funkcija. Pagrindinė lygtis tampa:

$$[k - \omega_n^2 m]\phi_n = 0, \quad (1.24)$$

čia ω_n - n-tasis dažnis, kuris randamas išsprendus šią lygtį:

$$\det[k - \omega_n^2 m] = 0. \quad (1.25)$$

Sprendžiant (1.25) lygtį dažnai naudojamas Rayleigho koeficientas λ :

$$\lambda = \frac{\phi^T k \phi}{\phi^T m \phi}, \quad (1.26)$$

čia ϕ yra i -toji svyravimų formos funkcija, tada $\lambda = \omega_i^2$.

Poslinkiai apskaičiuojami pagal šią išraišką:

$$u = \sum_{i=1}^n \phi_i q_i = \Phi q, \quad (1.27)$$

čia Φ - konstrukcijos formos matrica; q - apibendrintosios koordinatės arba tikrosios koordinatės, kurios gali būti išreiškiamos taip (T-Y Yu 2008):

$$q_i = \phi_i^T m u. \quad (1.28)$$

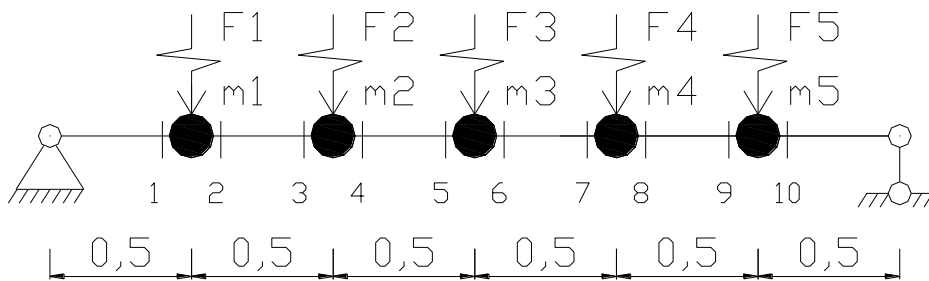
(1.25) lygtis pagal (Baublys 2001) išreiškiama taip:

$$\det[\beta \cdot m - \lambda \cdot I] = 0, \quad (1.29)$$

čia β - poslinkių influentinė matrica $\beta = (AkA^T)^{-1}$;

λ - laisvasis parametras, kuris šiuo atveju, tai - žymėjimas $\lambda = 1/\varpi^2$.

Nesunku pastebėti, kad turint baigtinio laisvumo laipsnio sistemą išspręsti judėjimo lygtį yra gana nesudėtinga. Tereikia išspręsti arba (1.25), arba (1.29) lygtį. Pavyzdžiui, pateiktai sijai (1.6 pav.) sprendžiant (1.29) lygtį tereikia pagal pradinius duomenis sudaryti pagrindines matricas A , k ir m .



1.6 pav. Dviamatės sijos diskretinis modelis

1.5. Pėsčiųjų sukeltos dinaminės apkrovos

Įvairūs faktoriai gali priversti pėsčiųjų tiltus svyruoti, tačiau pačios svarbiausios yra pėsčiųjų sukeltos dinaminės vibracijos. Dažniausiai pėsčiųjų sukeltos dinaminės vibracijos nesukelia jokių stabilumo problemų, tačiau sukelia nepatogumų pėstiesiems (Seiler *et al.* 2003). Šios vibracijos gali būti įvairių tipų, seniau buvo manoma, kad pati svarbiausia yra vieno žmogaus ėjimo sukelta vibracija, kadangi ji yra dažniausiai pasireiškianti. Todėl labiausiai ir yra ištirtas toks apkrovos tiltams modelis, darant prielaidą, jog pėsčiųjų apkrova periodinė. Pėsčiųjų minios sukeltos apkrovos nėra taip gerai ištirtos, ypač jų poveikis pėsčiųjų tiltams. Wheeleris ir Grundamnnas šį klausimą tyrinėjo ir nustatė, kad pėsčiųjų tiltai, kurių savasis dažnis yra apie 2 Hz, yra linkę patirti didesnes vibracijas nuo pėsčiųjų grupės nei nuo vieno žmogaus sukeltų vibracijų. Taip yra dėl grupės žmonių žingsnių sinchronizacijos. Tačiau šiuo metu dar nėra priimto apkrovų modelio tokiems uždaviniams spręsti (Kala *et al.* 2009).

Vaikščiodami statybine konstrukcija, jos paviršiuje žmonės sukelia dinamines laiko atžvilgiu kintamas apkrovas. Šios apkrovos turi komponentes į visas tris kryptis: vertikaliąją, horizontaliąją ir išilginę, visos jos priklauso nuo žmogaus ėjimo dažnio, greičio ir žingsnio ilgio. Vertikaliąją jėgą

komponentė yra labiausiai išnagrinėta, kadangi iš visų trijų ji yra pati didžiausia. Realybėje pėsčiųjų sukeltos apkrovos yra labai sudėtingos (Živanovic *et al.* 2005).

Daug tyrimų atlikta, siekiant nustatyti pėsčiųjų sukeliamų jėgų kiekį. Manoma, jog pirmasis žmogus, aprašęs pėsčiųjų tiltų vibracijas buvo, Stevensonas (1821 m.) (Živanovic *et al.* 2005).

Bachmannas ir Ammannas 1987 metais aprašė žmogaus sukeliamų jėgų sudedamųjų komponentes. Jie nustatė, kad 2 Hz dažniu einančio žmogaus sukeltos dinaminės apkrovos vertikalioji komponentė (kai dažnis 2 Hz) sudaro 37 % žmogaus svorio, o horizontalioji komponentė (kai dažnis 1 Hz) sudarys 4 % svorio jėgos. Žemiau pateikta Bachmanno ir Ammano sudaryta ėjimo ir bėgimo duomenų lentelė (Newland 2003).

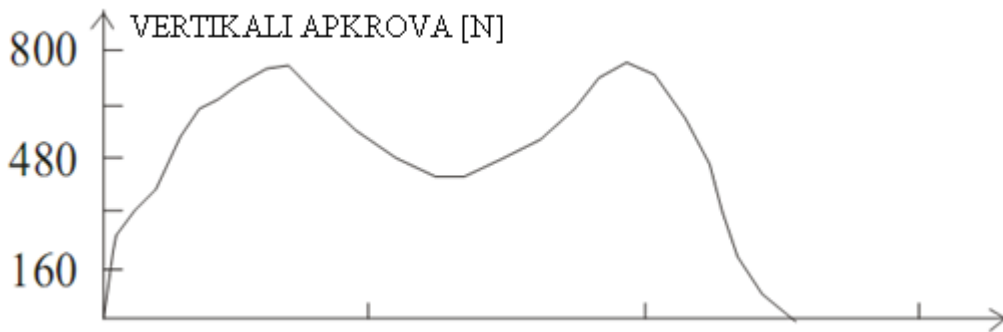
1.1 lentelė. Ėjimo ir bėgimo duomenys

	Žingsniavimo dažnis f , Hz	Greitis V, m/s	Žingsnio ilgis L, m	Pagrindinis vertikalus dažnis F_{vert} , Hz	Pagrindinis horizontalus dažnis F_{lat} , Hz
Lėtas ėjimas	1,7	1,1	0,60	1,7	0,85
Normalus ėjimas	2,0	1,5	0,75	2,0	1,0
Greitas ėjimas	2,3	2,2	1,00	2,3	1,15
Lėtas bėgimas (ristele)	2,5	3,3	1,30	2,5	1,25
Greitas bėgimas	>3,2	5,5	1,75	>3,2	>1,6

Šiame skyriuje aprašytos pėsčiųjų sukeltos apkrovos. Toliau darbe nagrinėjama tik vertikalioji apkrovos komponentė, horizontalioji jėgos komponentė tik apžvelgiama teoriškai, taip apžvelgiama ir nuo žmonių grupės galinti susidaryti žingsnių sinchronizacija.

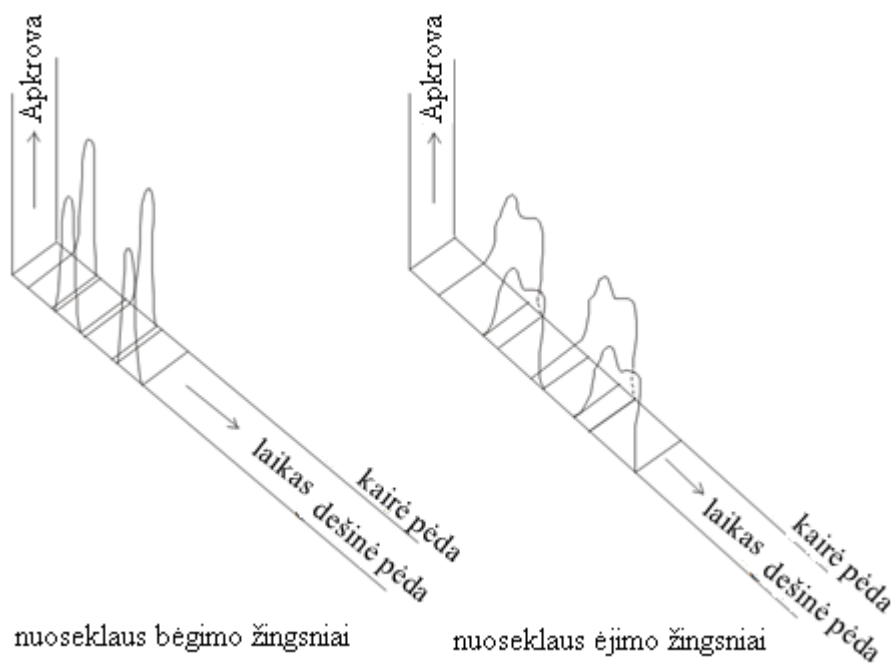
Vertikalioji apkrova

Žmogaus vaikščiojimą labiausiai tyrinėja biomechanika, dažniausiai jos tikslas yra atrasti skirtumus tarp sveiko ir nesveiko paciento eisenos. Dažniausiai pateikiama tokia vertikalios jėgos kontūro diagrama, kurią sukelia vieno žmogaus vienas žingsnis (1.7 pav.) (Živanovic *et al.* 2005).



1.7 pav. Vieno žmogaus žingsnio sukelta vertikalioji apkrova

Taip pat yra nustatyta, kad didėjant žmogaus ėjimo greičiui didėja žingsnio ilgis ir žingsnio jėgos dydis, kitaip tariant, dinaminis poveikis kinta keičiantis ėjimo greičiui. Galbraithas ir Bartonas sudarė grafikus apie ėjimo ir bėgimo metu sukeltų jėgų skirtumus (1.8 pav.) (Živanovic *et al.* 2005).

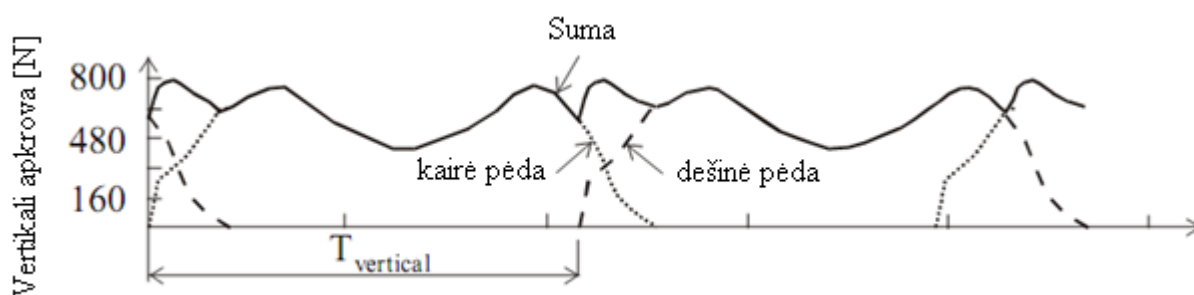


1.8 pav. Tipinis ėjimo ir bėgimo jėgų skirtumas pagal Galbraith ir Bartoną

Labai išsamų tyrimą apie žmogaus sukeltas apkrovas pėsčiųjų tiltams atliko Wheeleris, kuris susistemino kitų tyrinėtojų atliktus darbus šia tema. Buvo pastebėta, kad visi parametrai: žingsnio ilgis, judėjimo greitis, didžiausia jėga ir kontaktinis laikas su paviršiumi, skirtingi skirtingiems žmonėms, tačiau visiems jiems galima pritaikyti bendras išvadas. Pavyzdžiui, didėjant žingsnio

dažnio didžiausiai amplitudei, žingsnio ilgiui ir greičiui, mažėja kontakto su paviršiumi laikas (Živanovic *et al.* 2005).

Tyrinėjimai ir toliau buvo tęsiami, buvo taikomi įvairūs skaičiavimo ir matavimo metodai. Taip pat tirtas ir nuolatinis vaikščiojimas, jį tiriant gauti laiko įrašai yra beveik periodiniai, kur vidutinis periodas yra lygus vidutiniam žingsnio dažniui. Apibendrintas besitęsiančios apkrovos kontūras vertikalia kryptimi sudarytas priėmus, jog apkrova idealiai periodinė (1.9 pav.). Tačiau didžiausias dėmesys vis dėlto daugiausiai buvo skiriamas vertikaliai jėgos komponentei (Živanovic *et al.* 2005). Vertikalios pėsčiojo sukeltos jėgos dažnis, kaip jau minėta ankstesniame skyriuje, yra tarp (1,7 – 2,3) Hz (Newland 2003).

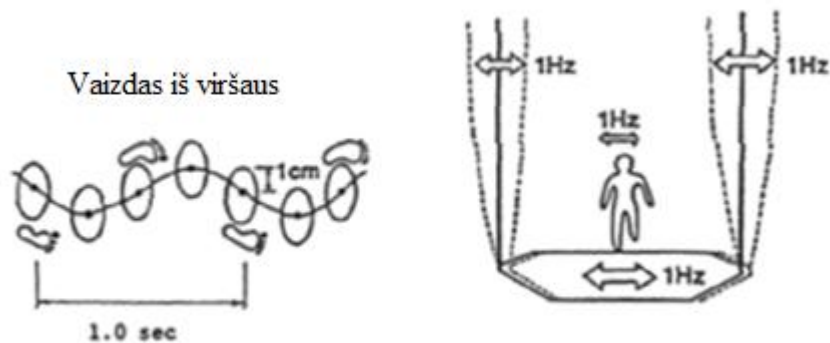


1.9 pav. Nuolatinio vaikščiojimo laiko įrašai vertikalia kryptimi

Horizontalioji apkrova

2000 m. atidarius Londono Millennium tiltą buvo pastebėta, kad šoninių vibracijų amplitudė yra labai didelė, ją sukėlė tiltu eidama žmonių minia (Macdonald 2008). Kai ant tilto būdavo daug žmonių, tiltas pradėdavo taip stipriai siūbuoti į šonus, kad žmonės sustodavo ir įsikibdavo į turėklus. Vaizdo medžiaga parodė, kad tilto horizontali svyravimų amplitudė pasiekdavo 75 mm ribą, kai dažnis būdavo apie (0,8 – 1,0) Hz. Prireikė 18 mėnesių problemai išspręsti ir pakeitimams padaryti (Newland 2003). Pradėjus domėtis rasta, kad jau ir anksčiau buvo susidurta su šia problema, kad jau 1972 metais buvo aprašytas panašus kito tilto fenomenas. Todėl po 2000 m. pradėta labiau domėtis ne tik vertikaliu, bet ir horizontaliu žadinimu (Macdonald 2008).

Horizontalios (šoninės) apkrovos yra šoninių gravitacijos centro virpesių pasekmė sukelta žmogaus, žingsniuojančio kaire ir dešine koja, kūno. Šių virpesių amplitudė, kai einama nejudančiu paviršiumi, yra apie 1 cm (1.10 pav.) (Franck 2009).



1.10 pav. Šoninių apkrovų mechanizmas

Teigiama, kad šoninės jėgos dažnis sudaro apie pusę vertikalaus dažnio ir yra tarp (0,85 – 1,15) Hz, o jos dydis (kai dažnis 1 Hz) yra apie 4 % žmogaus kūno svorio jėgos (Newland 2003).

1.6. Pėsčiųjų grupės ir minios sukeltos dinaminės apkrovos

Aptarus vertikaliąją ir horizontaliąją apkrovas, kurias pėsčiųjų tiltui sukelia žmogus, reikia aptarti ir žmonių grupių ar minios sukeltas apkrovas, kadangi yra išsiaiškinta, jog žmonių minios eisena gali būti sinchroniška su tilto savaisiais svyravimais. Sinchronizacija (rezonansas) įvyksta tada, kai tilto savųjų svyravimų dažnis yra artimas žmonių ėjimo ar bėgimo dažniui, sinchronizacija yra labai svarbus faktorius norint patikslinti tiltų apkrovas (Newland 2003).

1993 m. Fujino pagal turimus vaizdo įrašus, kuriuose minia žmonių eina tiltu, apskaičiavo, kad apie 20 % ar net daugiau pėsčiųjų eina sinchroniškai su tilto horizontaliomis vibracijomis, tiriamo tilto horizontalios vibracijos buvo 0,9 Hz, svyravimų amplitudė apie 1 cm. (Newland 2003).

Šiandien jau daug tyrimų atlikta siekiant nustatyti sinchronizacijos (rezonanso) atsiradimo priežastis ir rasti priemones, mažinančias sinchronizacijos (rezonanso) atsiradimo tikimybę.

Padidinus slopinimo koeficientą, sinchronizacijos galima išvengti, taip sinchronizacijos problema buvo išspręsta Londono Millenium tiltui. Tačiau kiek stipriai reikia slopinti savuosius svyravimus? Padarius tam tikras supaprastintas prielaidas apie tai, kaip žmonės eina ar bėga tiltu, galima nustatyti minimalaus slopinimo ribą, kuriai esant sinchronizacija neprives prie aukšto vibracijos lygio (Newland 2003).

Galima pritaikyti paprastus skaičiavimus, norint nustatyti ribinę slopinimo ribą. Mažos amplitudės svyravimams galima taikyti ryšį tarp einančių tiltu žmonių masės (m) ir tilto masės

(M) bei standumo (k). Sąveikaujanti jėga (f) yra perduodama pėsčiųjų tiltui ir atvirkščiai. Aprašytas modelis pateikiamas 1.11 pav. (Newland 2003). Ten pat yra pateiktas stabilumo sąlygos išvedimas, stabiliam harmoniniam tilto judėjimui, turi būti tenkinama sąlyga:

$$C > -\alpha m \omega \sin \phi, \quad (1.30)$$

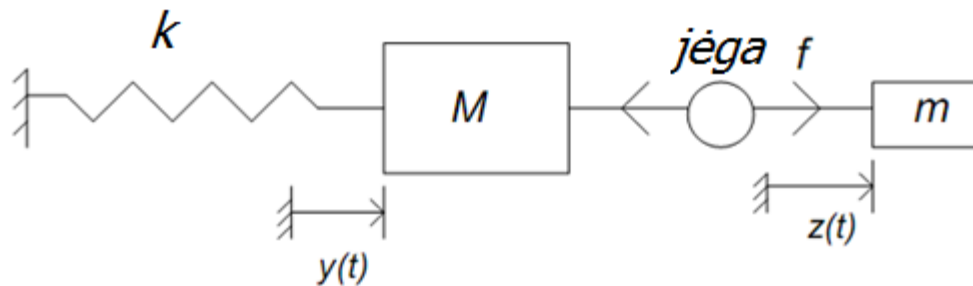
čia $z(t)$ efektyvusis žmonių masių centro poslinkis;

$y(t)$ – tilto masės poslinkis;

α - korekcijos koeficientas;

ω - savasis dažnis;

ϕ - fazės kampas.



1.11 pav. Tilto ir pėsčiųjų ryšys

Apkrovų modeliai

Kad būtų galima išanalizuoti konstrukcinę sistemą, reikia sudaryti matematinį pėsčiųjų apkrovos modelį. Vieno pėsčiojo apkrovos modelis dažniausiai sudaromas remiantis prielaida, kad abi žmogaus kojos sukelia lygiai tokią pačią jėgą ir ta jėga yra tiksliai periodinė. Gerai žinoma, kad kiekviena periodinė jėga $F_p(t)$, kurios periodas T , gali būti išreikšta Furjė eilute:

$$F_p(t) = G + \sum_{n=1}^k G \alpha_n \sin(2\pi f_p t - \phi_n), \quad (1.31)$$

čia G – žmogaus kūno svoris;

α_n - n -tojo dinaminio apkrovos faktoriaus Furjė koeficientas;

f_p - veikos tempas;

ϕ_n - n -toji fazė;

n - kintamojo numeris;

k - bendras fazių skaičius (Živanovic et al. 2005).

Apkrovos koeficiento α_n reikšmės, vieni mokslininkai apskaičiavo, kiti ją nustatė atlikę daugybę tyrimų. Koeficiento α_n reikšmė kinta maždaug nuo 0,04 iki 0,37 vertikaliaja kryptimi ir nuo 0,012 iki 0,043 horizontaliaja kryptimi.

Esant grupei žmonių ant tilto nesunku pastebėti, kad apkrova turėtų būti atitinkamai padidinta ir padauginta iš tam tikro daugiklio. Vienas pirmųjų apskaičiuoti šį daugiklį pabandė Matsumoto. Atlikęs tyrimus, jis padarė išvadą, kad žmonių minios sukeltą poveikį tiltui galima gauti padauginus vieno žmogaus sukeltą amplitudę iš daugiklio $\sqrt{\lambda T_0}$; čia λ - žmonių srautas tilto plotyje per sekundę, T_0 - laikas, kurio reikia pereiti visą tiltą, kai jo ilgis L .

Kai $\sqrt{\lambda T_0} = \sqrt{n}$, (čia n yra lygus žmonių skaičiui ant tilto bet kuriuo laiko momentu), tai apkrova (šiuo atveju pėstieji) nesinchroniška. Kai $\sqrt{\lambda T_0} = n$, masės žmonių sukelta apkrova absoliučiai sinchroniška (Živanovic *et al.* 2005).

Žinant daugiklį nesunkiai apskaičiuojamas ir apkrovos dydis:

$$F_p(t) = \sqrt{\lambda T_0} \cdot f_p(t). \quad (1.32)$$

1.7. Skyriaus išvados

Statybinėse konstrukcijose ypač tiltuose vien tik statinės apkrovos pasitaiko retai, dažniausiai tai yra silpnescio arba ryškesnio pobūdžio dinaminės apkrovos.

Norint nustatyti konstrukcijų elgseną dinaminių apkrovų metu, reikia išspręsti pusiausvyros lygtį tarp inercijos, slopinimo ir standumo jėgų ir išoriškai pridėtos apkrovos, ši lygtis vadinama judėjimo lygtimi.

Pėstieji tiltams sukelia vertikaliąsias ir horizontaliąsias apkrovas. Vertikaliųjų jėgų dažnis yra tarp (1,7 – 2,3) Hz, horizontaliųjų jėgų dažnis sudaro apie pusę vertikalaus dažnio ir yra tarp (0,85 – 1,15) Hz.

Pėstiesiems einant tiltu gali būti pasiekta sinchronizacija (rezonansas) t.y. pėsčiųjų eisenos dažnis sutampa su tilto savuoju dažniu. Sinchronizacija yra labai svarbus faktorius norint patikslinti tiltų apkrovas. Padidinus slopinimo koeficientą, sinchronizacijos galima išvengti. Remiantis atliktais tyrimais galima nustatyti minimalaus slopinimo ribą, kuriai esant sinchronizacija neprives prie aukšto vibracijos lygio.

2. KONSTRUKCIJAS VEIKIANČIŲ MASIŲ IR APKROVŲ KONCENTRAVIMAS, SIEKiant ĮVERTINTI REALŲ DARBĄ DINAMINIO APKROVIMO METU

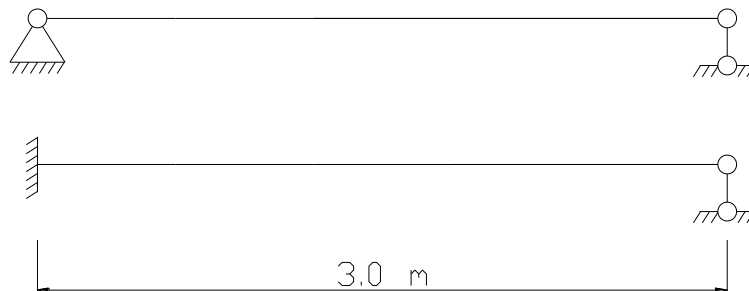
Skaičiavimų tikslas, nustatyti kaip tiksliausiai bei paprasčiausiai sudaryti konstrukcijos baigtinio laisvumo laipsnio skaičiavimų schemą, kad gautos įrašos ir poslinkiai labiausiai atitiktų realų konstrukcijos darbą. Kaip žinoma, visos realios konstrukcijos turi begalę laisvumo laipsnių, tačiau kiekvieną jų galima paversti baigtinio skaičiaus elementų dariniu su baigtiniu mazginių poslinkių skaičiumi. Paskirstytosios masės pakeičiamos materialiais taškais, kiekvienas materialusis taškas turi apibrėžtą sukoncentruotą masę. Tokia konstrukcinė sistema yra baigtinio laisvumo laipsnių sistema.

2.1. Uždavinio formulavimas

Tiriama plieninė dviatramė 3,0 m sija (2.1 pav.), kurios skerspjūvio standis $EI = 1781,45 \text{ kN} \cdot \text{m}^2$, dinامينius poveikius sukeliančio variklio apsisukimų skaičius $n = 455 \text{ aps/min}$.

Skaičiuojami du šios sijos atrėmimo variantai:

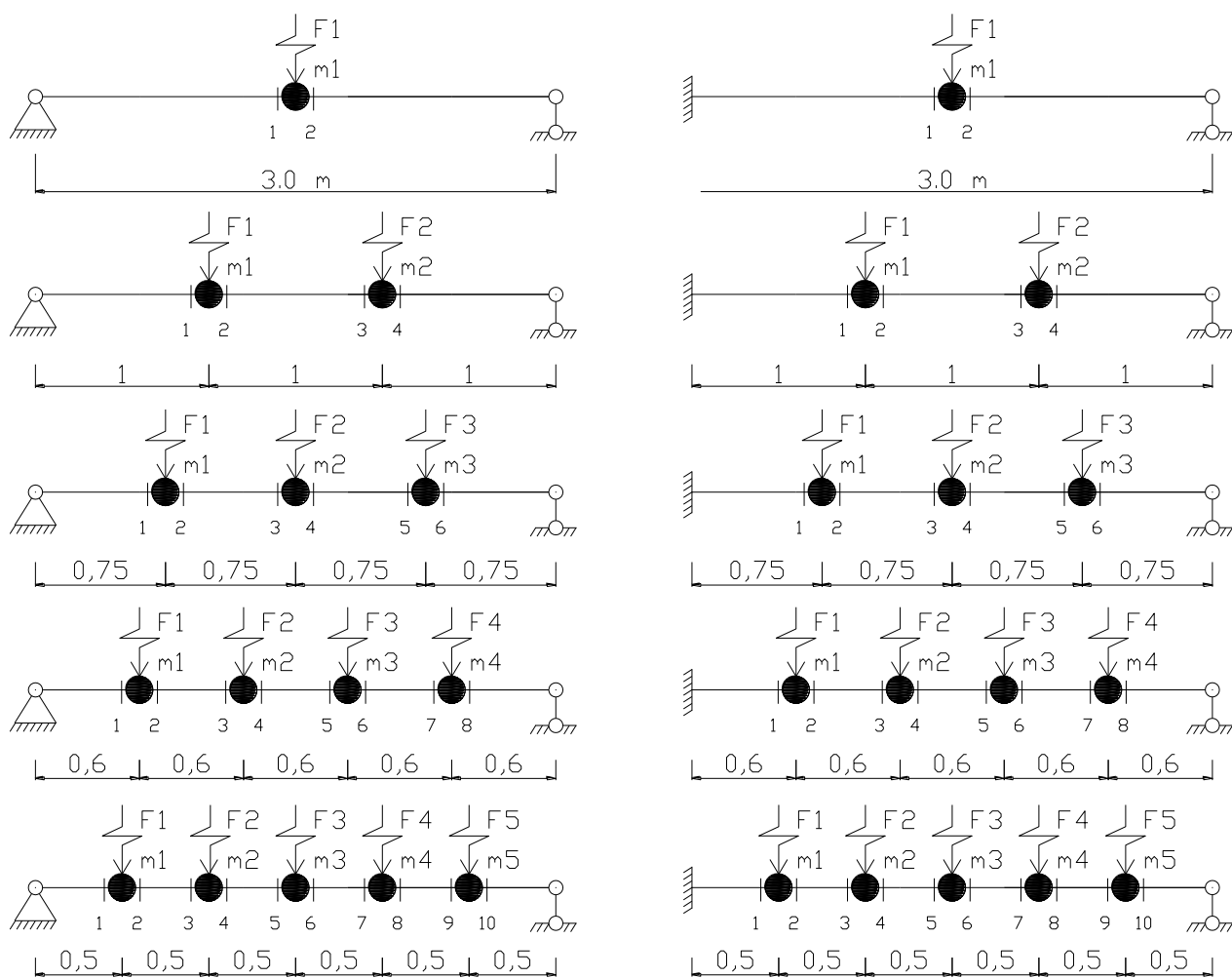
- abejos sijos atramos lankstinės (statiškai išsprendžiama simetrinė sija);
- viena atrama standi, kita lankstinė (statiškai neišsprendžiama nesimetrinė sija).



2.1 pav. Du plieninės sijos atrėmimo variantai

Abeji sijos variantai buvo skaičiuojami vienodomis sąlygomis. Pradžioje siją, jos viduryje, veikia viena taškinė masė (m_1), kurios svorio jėga $G_1 = 12,0 \text{ kN}$, ir viena žadinanti apkrova $F_1 = 2,0 \text{ kN}$. Toliau uždavinys formuluojamas vis dalinant taškinę masę ir žadinančią apkrovą į dalis, ir išdėstant jas visai sijai tolygiai, tačiau bendra masių svorio jėgų suma visada lygi

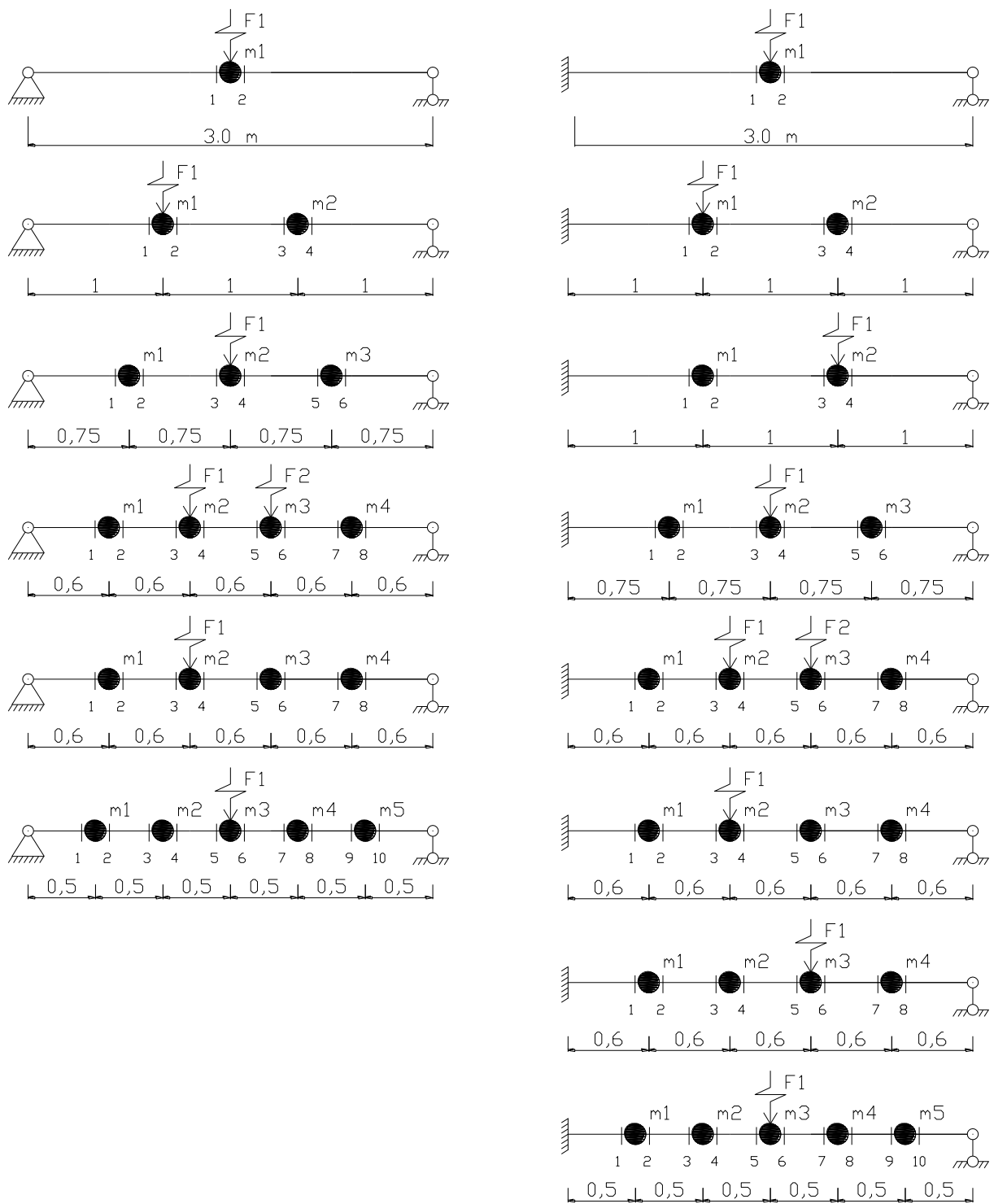
$\sum G = 12,0 \text{ kN}$ o žadinančių apkrovų suma taip pat visada lygi $\sum F = 2,0 \text{ kN}$. Iš viso nagrinėjami penki skirtingi kiekvienos sijos būviai (2.2 pav.). Tada sijos skaičiuojamos paliekant tas pačias taškinių masių pridėties vietas ir dydžius, tačiau keičiant žadinančios apkrovos pridėties vietas, apkrova pridedama visa iškart arba po pusę, koncentruojant ją sijų viduryje (2.1 lentelė). Iš viso buvo skaičiuojami šeši simetrinės ir aštuoni nesimetrinės sijos apkrovimo atvejai (2.3 pav.).



2.2 pav. Pirmasis sijų apkrovimo variantas (žadinančios jėgos veikia kiekvieną masę)

2.1 lentelė. Antrojo apkrovimo varianto skaičiuojami sijų deriniai

Simetrinė sija		
Masių skaičius	Žadinančios jėgos vieta	Jėgos dydis
1	Jėga per vidurį	2,0 kN
2	Jėga kairiau	2,0 kN
3	Jėga per vidurį	2,0 kN
4	Jėgos per vidurį	1,0kN+1,0kN
4	Jėga kairiau	2,0 kN
5	Jėga per vidurį	2,0 kN
Nesimetrinės sija		
Masių skaičius	Žadinančios jėgos vieta	Jėgos dydis
1	Jėga per vidurį	2,0 kN
2	Jėga kairiau	2,0 kN
2	Jėga dešiniau	2,0 kN
3	Jėga per vidurį	2,0kN
4	Jėgos per vidurį	1,0kN+1,0kN
4	Jėga kairiau	2,0 kN
4	Jėga dešiniau	2,0 kN
5	Jėga per vidurį	2,0 kN



2.3 pav. Antrasis sių apkrovimo variantas (žadinančios jėgos veikia ne kiekvieną masę)

Sių įrašos (S), poslinkiai (u) ir deformacijos (θ) skaičiuojamos pagal šias statybinės mechanikos lygtis:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{AS} &= \mathbf{F} \\ \mathbf{A}^T \mathbf{u} - \boldsymbol{\theta} &= 0 \\ \mathbf{S} - \mathbf{k}\boldsymbol{\theta} &= 0 \end{aligned} \right\}; \quad (2.33)$$

Sijų dinaminė elgsena (savųjų svyravimų dažniai) nustatoma sprendžiant (1.29) lygtį:

$$\det|\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{m} - \boldsymbol{\lambda} \cdot \boldsymbol{\varepsilon}| = 0,$$

bei naudojantis kitomis mokomosios knygos (Baublys 2001) išvestomis dinamikos formulėmis.

Dinaminės įrašos ir poslinkiai skaičiuojami pagal:

$$\mathbf{S}_{dyn} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{Z} + \mathbf{F}_0); \quad (2.34)$$

$$\mathbf{u}_{dyn} = \boldsymbol{\beta}(\mathbf{Z} + \mathbf{F}_0). \quad (2.35)$$

Statinės įrašos ir poslinkiai:

$$\mathbf{S}_{st} = \boldsymbol{\alpha}\mathbf{G}; \quad (2.36)$$

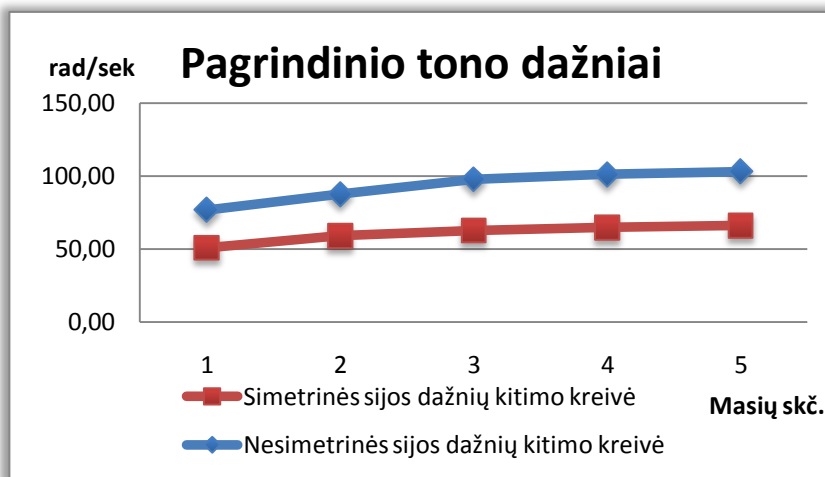
$$\mathbf{u}_{st} = \boldsymbol{\beta}\mathbf{G}. \quad (2.37)$$

Skaičiavimai atlikti su programiniu paketu MATHCAD. Toliau pateikiamos pagrindinio tono dažnių kitimo kreivės ir suminės lenkimo momentų ir poslinkių kreivės. Kreivės sudarytosijų viduryje esantiems momentams ir poslinkiams. Keleto uždavinių formulavimas ir sprendimas programiniu paketu MATHCAD pateiktas A, B ir C prieduose.

2.2. Skaičiavimų rezultatai

Sijų savųjų svyravimų dažniai

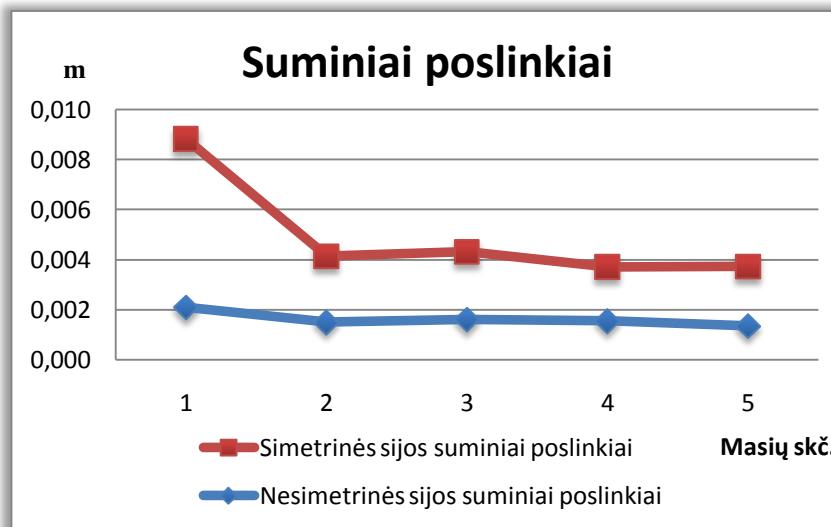
Masių skč.	Simetrinė sija	Nesimetrinė sija
	ω , (rad/sek)	ω , (rad/sek)
1	50,88	76,97
2	59,12	87,63
3	62,76	97,97
4	64,84	101,27
5	66,17	103,36



2.4 pav. Simetrinės ir nesimetrinės sijos pagrindinio tono dažniai

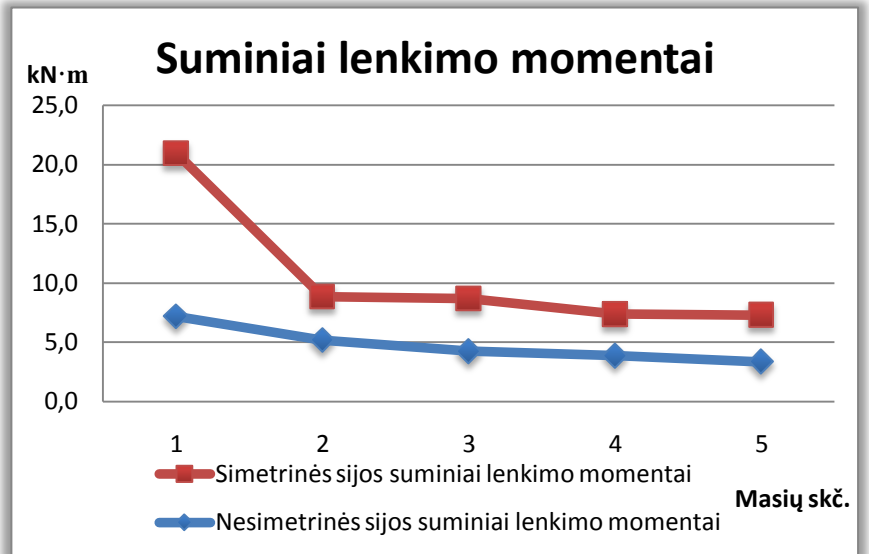
Pirmojo apkrovimo varianto sijų rezultatai

Masių skč.	Simetrinė sija	Nesimetrinė sija
	u_{sum} , (m)	u_{sum} , (m)
1	0,008828	0,002103
2	0,004140	0,001508
3	0,004330	0,001621
4	0,003719	0,001557
5	0,003743	0,001357



2.5 pav. Pirmojo apkrovimo varianto sijų suminiai poslinkiai

Masių skč.	Simetrinė sija	Nesimetrinė sija
	$M_{\text{sum}},$ (kN·m)	$M_{\text{sum}},$ (kN·m)
1	20,97	7,18
2	8,85	5,19
3	8,70	4,24
4	7,37	3,86
5	7,30	3,36

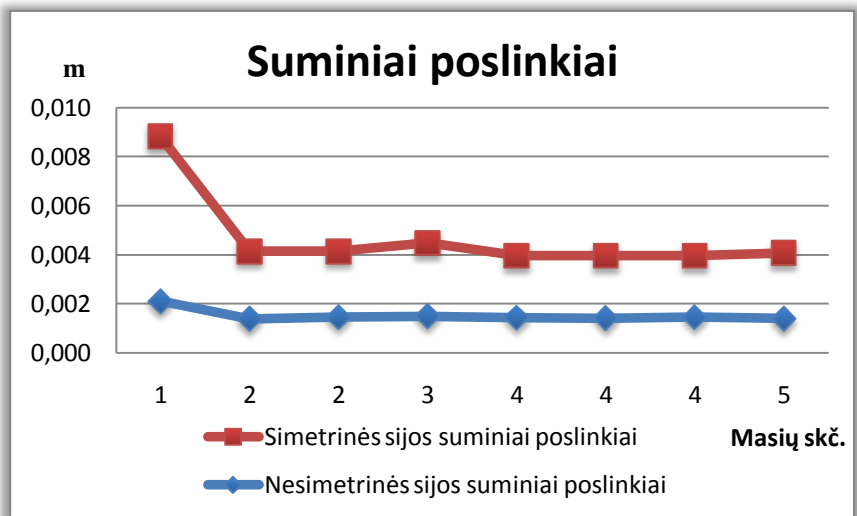


2.6 pav. Pirmojo apkrovimo varianto sijų suminiai lenkimo momentai

Pirmojo apkrovimo varianto rezultatai. Kadangi realiai konstrukciją veikia paskirstytas krūvis ir apkrova, o dinaminio skaičiavimo metu tiek masės tiek apkrovos sukoncentruojamos taškuose, šių skaičiavimų tikslas buvo išsiaiškinti, kuris skaičiavimo būdas labiausiai atitiktų realų sijų darbą ir būtų paprastas skaičiuoti. Pagal pateiktus grafikus matyti, kad su penkiomis masėmis ir penkiomis žadinančiomis apkrovomis skaičiavimų rezultatai būtų priimtinausi, kadangi svoris ir apkrova gana plačiai pasiskirstyti visoje sijoje, taip pat yra pridėta ir apkrova ir masė tiksliai sijų viduryje, priešingai nei variantuose, kai veikia tik 2 ar 4 masės, nes tokiu atveju gautuose rezultatuose nematyti kokios įrašos ir poslinkiai veikia sijos viduryje, žinoma, kad ten jie yra didžiausi. Tačiau toks uždavinio sprendimas - sudėtingesnis, reikia sudaryti daug daugiau lygčių. Bet pagal pateiktus grafikus matyti, kad skaičiavimams galima naudoti ir trečiąjį apkrovimo derinį, kai pridėtos trys masės ir apkrovos, šie rezultatai mažai skiriasi nuo penktojo derinio, o uždavinio sprendimas tampa lengvesnis.

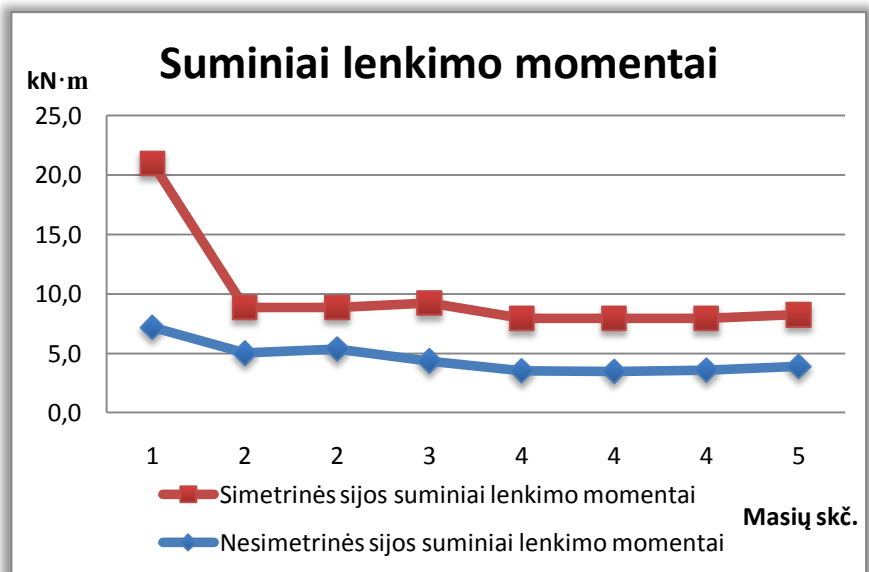
Antrojo apkrovimo varianto sijų rezultatai

Masių skč.	Simetrinė sija	Nesimetrinė sija
	u_{stat} , m	u_{stat} , m
1	0,008828	0,002103
2	0,00414	0,001388
2	0,00414	0,001458
3	0,00448	0,001496
4	0,00396	0,001437
4	0,00396	0,001415
4	0,00396	0,001459
5	0,00408	0,001396



2.7 pav. Antrojo apkrovimo varianto sijų suminiai poslinkiai

Masių skč.	Simetrinė sija	Nesimetrinė sija
	M_{sum} , (kN·m)	M_{sum} , (kN·m)
1	21,0	7,2
2	8,9	5,0
2	8,9	5,4
3	9,2	4,4
4	7,9	3,5
4	7,9	3,5
4	7,9	3,6
5	8,2	3,9



2.8 pav. Antrojo apkrovimo varianto sijų suminiai lenkimo momentai

Antrojo sijų apkrovimo skaičiavimų rezultatai. Čia taip pat matyti, kad pagal pateiktus grafikus sijos su penkiomis masėmis ir viena žadinančia apkrova rezultatai labiausiai atitiks realybę, tačiau uždavinio sprendimas - sudėtingesnis. Šiuo atveju apkrova ir masė taip pat yra tiksliai pridėtos sijų viduryje, priešingai nei variantuose, kai veikia tik 2 ar 4 masės, tokiu atveju nematyti,

kokios įrašos ir poslinkiai veikia sijos viduryje, žinoma, kad ten jie yra didžiausi. Todėl skaičiavimams galima naudoti trečiąjį apkrovimo derinį, kuriame yra trys vienodu atstumu išdėstytos masės, o žadinanti apkrova visu dydžiu veikia tik viduriniąją masę. Šio skaičiavimo rezultatai mažai skiriasi nuo penktojo, apkrova ir masė taip pat bus pridėtos ir viduryje, o uždavinio formulavimas ir sprendimas bus lengvesnis.

Lyginant abiejų apkrovimo variantų rezultatus gautus veikiant trims koncentruotoms masėms, matyti, kad lenkimo momentai ir poslinkiai, yra mažesni tada, kai žadinanti apkrova yra išskirstyta tolygiai kiekvienai masei. Taigi, sijų dinaminiam skaičiavimams galima naudoti tris koncentruotas lygiais atstumais išdėstytas taškines mases ir joms tolygiai padalintas žadinančias jėgas, šiuo būdu sprendžiant uždavinį rezultatai bus artimesni tikrajam sijos darbui, o uždavinio formulavimas ir skaičiavimai bus lengvesni.

2.3. Skyriaus išvados

Nepriklausomai nuo statybinės konstrukcijos atrėmimo būdo, konstrukciją veikiančias paskirstytas mases geriausia su koncentruoti trijuose vienodai nutolusiuose taškuose ir lygiai taip pat paskirstant veikiančias žadinančias apkrovas. Toks uždavinio sprendimo būdas nėra pernelyg sudėtingas, o gauti rezultatai yra artimi tikrajam konstrukcijos būviui.

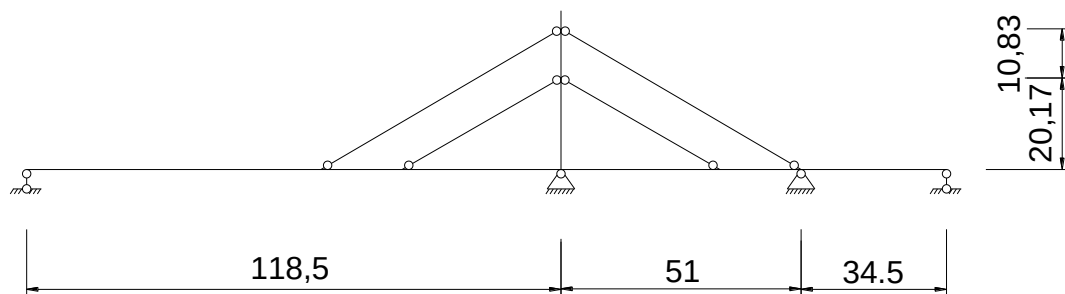
3. VILNIAUS VINGIO PARKO KABAMASIS TILTAS

Vilniaus Vingio parko tiltas yra pėsčiųjų tiltas per Neries upę, pastatytas 1984 metais. Manoma, kad pagrindinė jo paskirtis buvo perkelti karšto vandens vamzdžių liniją. Kadangi po tilto atidarymo buvo pastebėta, kad tiltu einant miniai žmonių tiltas pradeda labai svyruoti sukeldamas nepatogumų pėstiesiems. Tiltu savininkas suprato, kad toliau eksploatuoti tilto negalima ir nusprendė atlikti papildomus skaičiavimus. Taip buvo pridėti papildomi lynai tilto vibracijoms sumažinti.

Šiame skyriuje atliekamas Vilniaus Vingio parko tilto dinaminis tyrimas. Skyrius padalintas į 6 dalis. Skyriuje pateikiama bendra informacija apie tiltą, aprašomas tilto modeliavimas baigtiniais elementais ir užrašoma lygčių sistema, aprašomas mazginių masių ir kintamos apkrovos skaičiavimo ir paskirstymo modelis, toliau darbe aprašomi skaičiuoti įvairūs tilto variantai, gauti rezultatai bei išvados.

3.1. Tiltu struktūra

Tiltas per Neries upę, jungiantis Vingio parką su vienu iš miesto rajonų yra asimetrinis vieno pilono kabamasis pėsčiųjų ir dviratininkų tiltas. Tiltą sudaro trys tarpatramiai, ilgiausias 118,5 m, kiti du 51,0 ir 34,5 m (3.1 ir 3.2 pav.). Visas tilto ilgis - 204,0 m, plotis - 6,5 m. Tiltu pilonas - gelžbetoninis, kurio skerspjūvio matmenys - 1,1x1,7 m. Prie pilono pritvirtintos dvi poros suvytų cinkuotų atotampų, laikančių tiltą (3.3 pav.). Kiekviena atotampa sudaryta iš 6 lynų (pluoštų), lyną sudaro 91 5,0 mm skersmens viela. Tiltu paklotas yra sudarytas iš 2,5 m aukščio dviejų suvirintų plieninių tėjinių sijų su viršuje pėstiesiems pritaikyta danga (3.4 pav.). Tiltu projektinę apkrovą sudaro savasis svoris kartu su pora metalinių karšto vandens vamzdžių 32kN/m, kurių skersmuo - 1200 mm, ir kintama apkrova 4 kN/m², šiuo atveju tai pėsčiųjų apkrova.



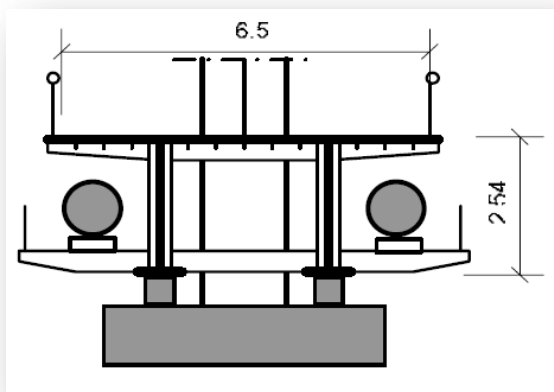
3.1 pav. Tilto schema



3.2 pav. Vingio parko pėsčiųjų tiltas

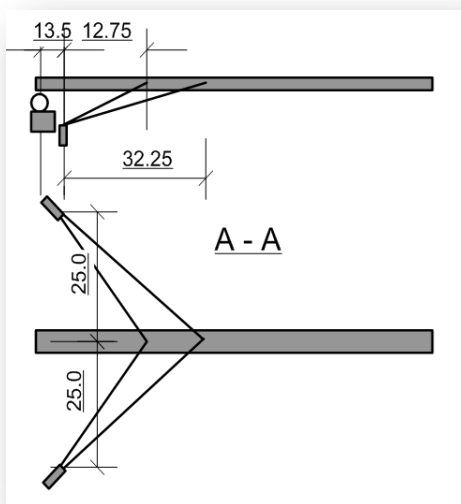


3.3 pav. Vingio parko tilto lynai



3.4 pav. Tilto sijos skersinis profilis

Kaip jau minėta anksčiau, pirminis tilto modelis nepasiteisino, iškart po atidarymo tiltu einant miniai žmonių tiltas labai svyrudavo. Projektuojant šį tiltą į tokių žmonių sukeltą dinaminę elgesį nebuvo atsižvelgta, todėl po keleto metų nuo tilto atidarymo tiltas buvo uždaromas kultūrinių švenčių metu, kad būtų išvengta didelių dinaminių svyravimų. Vienoje tilto pusėje buvo sumontuoti vartai, kontroliuojantys žmonių srautą ant tilto. O 2003 metais buvo sumontuotos dvi atramos, nuo kurių buvo įtempti trosai po 32 kN iki tilto apačios, kurie turėjo slopinti svyravimus. Deja, atlikus matavimus pasirodė, kad papildomos atotampos pakankamo stabilumo nesuteikė, todėl žmonių srauto ribotuvas liko. Dabar tai turbūt vienintelis vantinis tiltas Lietuvoje su trosais tiek tilto viršuje, tiek apačioje (3.5 ir 3.6 pav.).



3.5 pav. Papildomai įrengtos atotampos



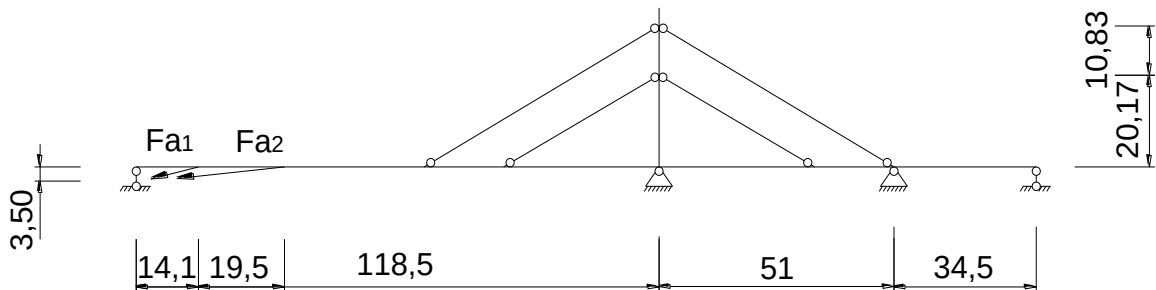
3.6 pav. Papildomų atotampų įtvirtinimas

3.2. Baigtinių elementų metodas

Tilto dinaminiai skaičiavimai atliekami taikant baigtinių elementų metodą. Skaičiavimų tikslas – nustatyti tilto reakciją į dinamines apkrovas, kurių pagrindinės yra pėsčiųjų sukeltos dinaminės apkrovos.

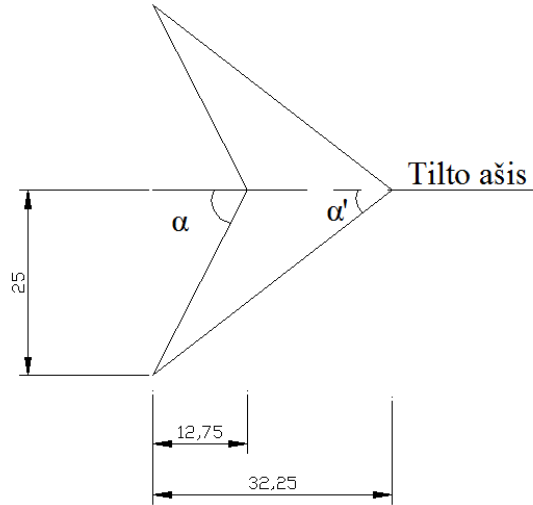
3.3. Diskretinis tilto modelis ir lygčių sistema

Dinaminiams skaičiavimams atlikti tiltas paverčiamas plokščiąja strypine sistema. Papildomai sumontuotos vibraciją slopinančios atotamos $Fa1$ ir $Fa2$ suprojektuojamos į vertikalią plokštumą (3.7 pav.).



3.7 pav. Tilto projekcija į vertikalią plokštumą

Fa1 ir Fa2 reikšmių radimas



3.8 pav. *Fa1 ir Fa2 reikšmių radimas*

$$\tan \alpha = \frac{25,0}{12,75} = 1,9608 \rightarrow \alpha = 62^{\circ}58'42'';$$

$$\tan \alpha' = \frac{25,0}{32,25} = 0,77528 \rightarrow \alpha' = 37^{\circ}46'57'';$$

$$Fa1 = 32 \cdot \cos \alpha = 14,54 \text{ kN}; \quad (3.1)$$

$$Fa2 = 32 \cdot \cos \alpha' = 25,29 \text{ kN}.$$

Lygčių sistema

Fiksuotu laiko momentu t svyruojančios sistemos įtempių ir deformacijų būvis aprašomas tokia lygčių sistema:

$$\left. \begin{aligned} A \cdot S &= F \\ A^T \cdot u - \theta &= 0 \\ S - k \cdot \theta &= 0 \end{aligned} \right\}, \quad (3.2)$$

I pirmąją lygčių sistemos (3.2) lygtį įstačius išraiškas:

$$\theta = A^T \cdot u; \quad (3.3)$$

$$S = k \cdot \theta; \quad (3.4)$$

galima išreikšti jėgų vektorių:

$$F = AkA^T u, \quad (3.5)$$

čia $\varphi = AkA^T$ standumo koeficientų matrica,

$$\mathbf{F} = \varphi \mathbf{u} \quad (3.6)$$

arba

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\beta} \mathbf{F}; \quad (3.7)$$

čia $\boldsymbol{\beta} = (\mathbf{A} \mathbf{k} \mathbf{A}^T)^{-1}$ - poslinkių infliuentinė matrica;

Norint apskaičiuoti tilto laisvųjų svyravimų dažnius, taip pat reikia išspręsti anksčiau aprašytą (1.29) lygtį:

$$\det|\boldsymbol{\beta} \cdot \mathbf{m} - \lambda \cdot \boldsymbol{\varepsilon}| = 0.$$

Dinaminės įrašos ir poslinkiai skaičiuojamos pagal (Baublys 2001):

$$\mathbf{S} = \boldsymbol{\alpha}(\mathbf{Z} + \mathbf{F}_0); \quad (3.8)$$

$$\mathbf{u} = \boldsymbol{\beta}(\mathbf{Z} + \mathbf{F}_0). \quad (3.9)$$

Statinės įrašos ir poslinkiai:

$$\mathbf{S}_{st} = \boldsymbol{\alpha} \mathbf{G}; \quad (3.10)$$

$$\mathbf{u}_{st} = \boldsymbol{\beta} \mathbf{G}. \quad (3.11)$$

Diskretinis modelis

Sudaromas tilto diskretinis modelis (3.9 pav.). Tilto modelyje daromas 21 pjūvis, atramų galuose ar pilono viršuje pjūviai nedaromi darant prielaidą, kad lenkimo momentai ten lygūs 0. Konstrukcinę sistemą sudaro 16 baigtinių elementų, iš jų:

- 4 pirmo tipo gniuždomi – tempiami elementai (lynai);
- 8 antro tipo gniuždomi - tempiami ir lenkiami elementai (tilto sija ir pilonas);
- 1 antro tipo tik lenkiamas ir gniuždomas – tempiamas elementas, turintis vieną pjūvį (tilto pilonas);
- 1 antro tipo tik lenkiamas elementas (tilto sija);
- 2 antro tipo tik lenkiami ir tik su vienu pjūviu elementai (tilto sija).

Sudarytam diskretiniam modeliui skaičiuojamas statinio neišsprendžiamumo laipsnis:

$$k = 3K - L; \quad (3.12)$$

$$k = 3 \cdot 7 - 14 = 7. \quad (3.13)$$

Tilto suprojektuoto į plokštumą statinis neišsprendžiamumo laipsnis 7.

Sudaromas nežinomų įrašų vektorius:

$$S = (M_1, M_2, M_3, M_4, M_5, M_6, M_7, M_8, M_9, M_{10}, M_{11}, M_{12}, M_{13}, M_{14}, M_{15}, M_{16}, M_{17}, M_{18}, M_{19}, M_{20}, M_{21}, N_{2-3}, N_{4-5}, N_{6-7}, N_{8-9}, N_{10-11}, N_{12-13}, N_{14-15}, N_{19-20}, N_{21}, N_a, N_b, N_c, N_d).$$

Sudaroma tilto galimų poslinkių schema (3.10 pav.).

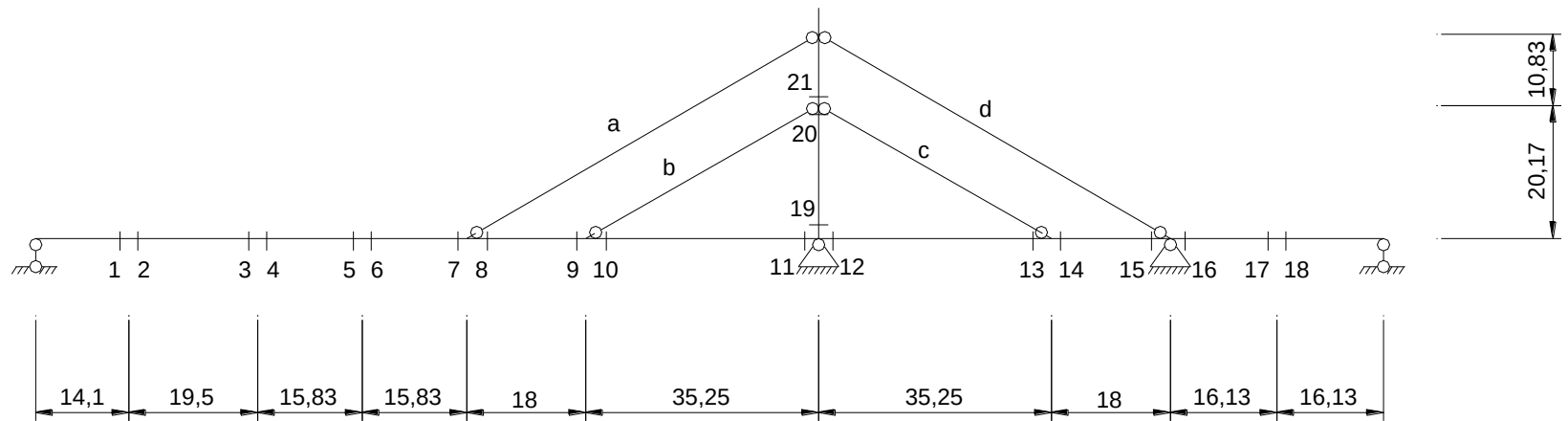
Neišsprendžiamumo laipsnis patikrinamas ir pagal šią formulę:

$$k = n - m; \quad (3.14)$$

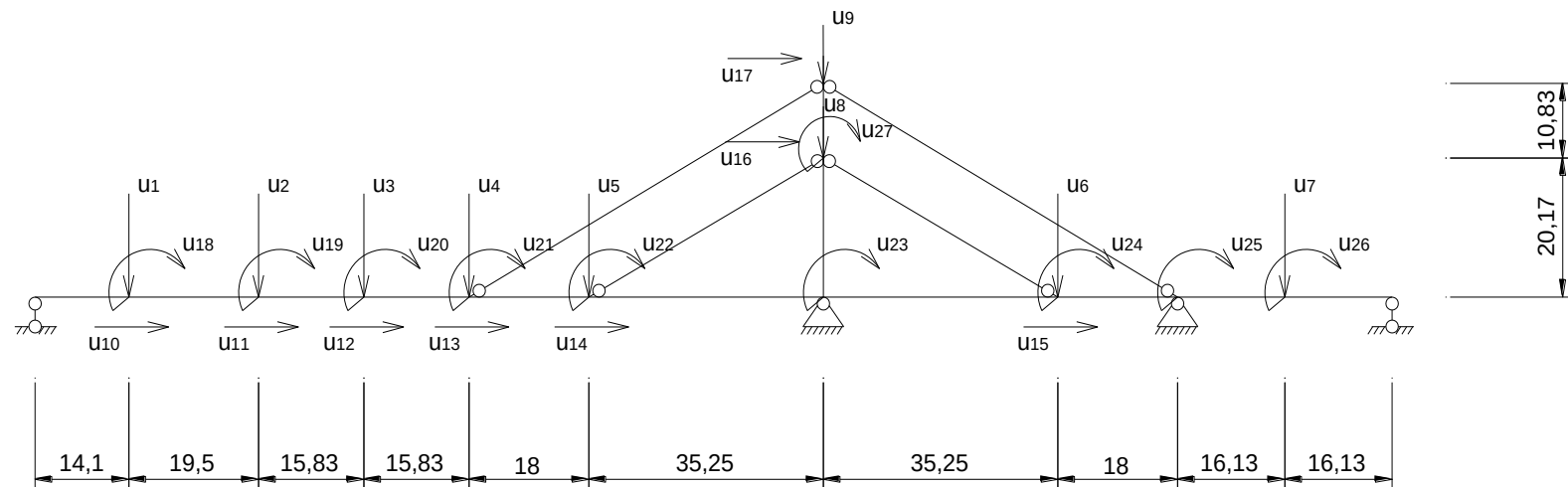
$$k = 34 - 27 = 7; \quad (3.15)$$

čia n - diskretinio modelio nežinomųjų skaičius, bendras lenkimo momentų (M) ir ašinių jėgų (N) skaičius;

m - galimų poslinkių skaičius (pagal 3.10 pav.).



3.9 pav. Tilto diskretinis modelis



3.10 pav. Galimų poslinkių schema

Pradiniai duomenys

3.1 lentelė. Tilto duomenys pagal (Kamaitis and Notkus 2003; Notkus *et al.* 2007) šaltinius ir priimti

Tilto geometrija:	žr. 3.1 pav. „Tilto schema“ .
Projektinė apkrova:	savasis svoris + du pilni karšto vandens vamzdžiai, kurių apkrova $2 \times 16 \text{ kN/m}$.
Kintama apkrova:	4 kN/m^2 .
Papildomos atotampos:	Kiekviena po 32 kN .

Turimų duomenų pilnai charakterizuoti tiltą nepakanka, todėl kiti duomenys priimami:

Plieno tankis:	$\rho = 7,8 \text{ t/m}^3$.
Gelžbetonio tankis:	$\rho = 2,5 \text{ t/m}^3$.
Tamprumo modulis:	$E = 210 \text{ GPa}$.

Pagal turimus ir priimtus tilto duomenis apskaičiuojami kiti reikalingi pradiniai duomenys.

Sijos skerspjūvio plotas:	$A_s = 4,00 \text{ m}^2$.
Pilono skerspjūvio plotas:	$A_p = 1,87 \text{ m}^2$.
Vieno lyno plotas:	$A_L = 0,01072 \text{ m}^2$.
Tilto pagrindinės sijos inercijos momentas:	$I_s = 3,70 \text{ m}^4$.
Pilono inercijos momentas:	$I_p = 0,45 \text{ m}^4$.

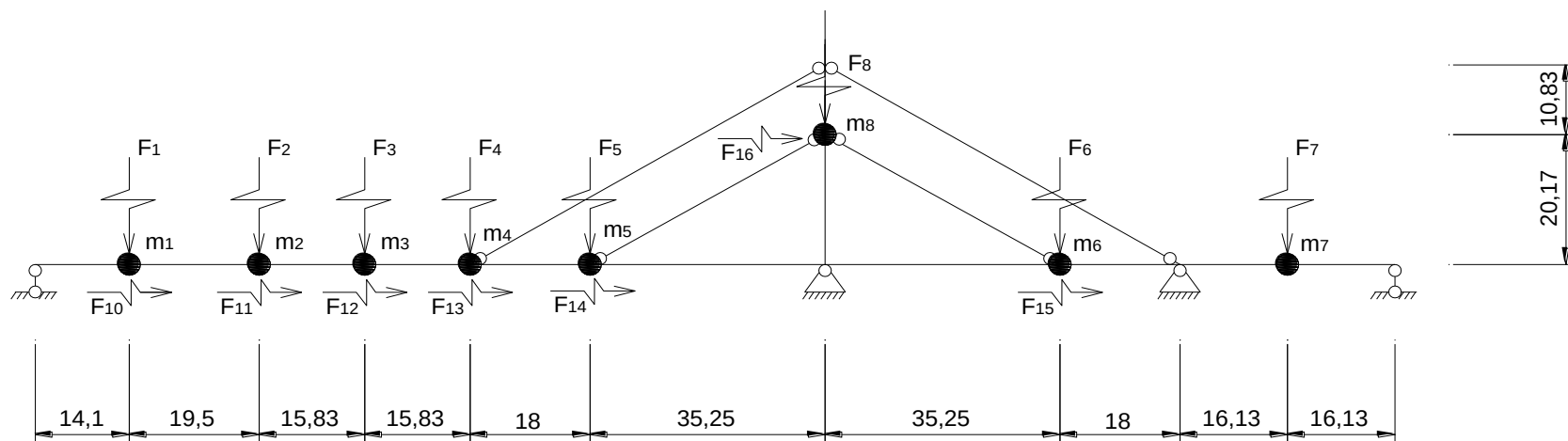
Tiltą veikiančios apkrovos į tiesinį metrą.

Savojo svorio apkrova:	$G_1 = 227,10 \text{ kN/m}$
Karšto vandens vamzdžių apkrova:	$G_2 = 32,0 \text{ kN/m}$
Kintama apkrova:	$F = 4 \text{ kN/m}^2 \times 6,5 \text{ m} = 26,0 \text{ kN/m}$

3.4. Mazginių masių ir žadinančių apkrovų pasiskirstymo modelis

3.11 pav. pateiktas priimamas mazginių masių ir žadinančių apkrovų pasiskirstymo modelis. Tiltą veikia 8 masės, galinčios pasislinkti vertikalia ir horizontalia kryptimis, taip pat kintamos

apkrovos pridėtos masių pridėties vietose, vertikalia kryptimi veikiančios apkrovos atitinka pėsčiųjų sukeltas apkrovas. Mazginių masių reikšmė gaunama visam tiltui apskaičiuotą svorio jėgą padalinus tolygiai kiekvienai masės pridėjimai vietai ir atramoms, analogiškai skaičiuojama kintama apkrova (3.2, 3.3, 3.4, 3.5 lentelės).



3.11 pav. Masių ir žadinančių apkrovų veikimo schema

3.2 lentelė. Savojo svorio apkrova

	Apkrovų pasiskirstymas											Suma
Ruožo ilgis, m	14,1	19,5	15,825	15,825	18	35,25	35,25	18	16,125	16,125		204,00
Ruožo apkrova, kN	3202,04	4428,36	3593,78	3593,78	4087,72	8005,11	8005,11	4087,72	3661,91	3661,91		46327,45
Apkrova tenkanti masės pridėjimo vietai, kN	1601,02	3815,20	4011,07	3593,78	3840,75	6046,41	8005,11	6046,41	3874,81	3661,91	1830,96	46327,45
Svorio jėgos Nr.	G0	G1	G2	G3	G4	G5	G0	G6	G0	G7	G0	

3.3 lentelė. Karšto vandens vamzdžių apkrova

	Apkrovų pasiskirstymas											Suma
Ruožo ilgis, m	14,1	19,5	15,825	15,825	18	35,25	35,25	18	16,125	16,125		204,00
Ruožo apkrova, kN	451,2	624,00	506,4	506,4	576,00	1128,00	1128,00	576,00	516,00	516,00		6528,00
Apkrova tenkanti masės pridėjimo vietoje, kN	225,6	537,60	565,20	506,40	541,20	852,00	1128,00	852,00	546,00	516,00	258,00	6528,00
Svorio jėgos Nr.	G0	G1	G2	G3	G4	G5	G0	G6	G0	G7	G0	

3.4 lentelė. Kintama apkrova

	Apkrovų pasiskirstymas											Suma
Ruožo ilgis, m	14,1	19,5	15,825	15,825	18	35,25	35,25	18	16,125	16,125		204,00
Ruožo apkrova, kN	366,6	507,00	411,45	411,45	468,00	916,5	916,5	468,00	419,25	419,25		5304,00
Apkrova tenkanti masės pildymo vietoje, kN	183,3	436,80	459,23	411,45	439,73	692,25	916,50	692,25	443,63	419,25	209,625	5304,00
Jėgos Nr.	F0	F1	F2	F3	F4	F5	F0	F6	F0	F7	F0	

3.5 lentelė. Esamos padėties nuolatinė ir kintama apkrova

NUOLATINĖ APKROVA, kN											Suma
G0	G1	G2	G3	G4	G5	G0	G6	G0	G7	G0	
1826,62	4352,80	4576,27	4100,18	4381,95	6898,41	9133,11	6898,41	4420,81	4177,91	2088,96	52855,45
KINTAMA APRKOVA - DINAMINĖ APKROVA, kN											Suma
F0	F1	F2	F3	F4	F5	F0	F6	F0	F7	F0	
183,3	436,80	459,23	411,45	439,73	692,25	916,50	692,25	443,63	419,25	209,625	5304,00

PASTABA:

- Nuolatinė apkrova yra savojo svorio ir karšto vandens vamzdžių apkrovų suma;
- G0 ir F0 – apkrovos tenkančios tilto atramoms.

3.5. Vingio parko tilto dinaminė analizė

Uždavinys skaičiuojamas remiantis anksčiau aptarta (1.29, 3.2, 3.8 - 3.11) lygčių sistema. Sprendimas atliekamas programinio paketo MATLAB terpėje, todėl parengiamos reikalingos matricos ir vektoriai.

Pirmiausia mazgų išpjovimo metodu apskaičiuojamos pusiausvyros lygtys, galimų poslinkių kryptimis. Pusiausvyros lygčių yra tiek kiek galimų vertikalių, horizontalių ir kampinių poslinkių – 27. Lygčių koeficientai surašomi į matricą **A**, kuri vadinama pusiausvyros lygčių koeficientų matrica, šiuo atveju jos dydis $m \times n = 27 \times 34$. Matrica **A** pateikta D priede. Taip pat sudaroma standumo matrica **k**, kurios dydis $n \times n = 34 \times 34$. Čia n - įrąžų skaičius; m - galimų poslinkių skaičius.

Matricos k_{ij} elementas apskaičiuojamas pagal šias formules (3.16 - 3.20).

$$\text{Pirmo tipo elementui: } k_i = \left[\frac{EA_i}{l_i} \right]. \quad (3.16)$$

$$\text{Antro tipo tik lenkiamam elementui su vienu pjūviu: } k_i = \frac{3EI_i}{l_i}. \quad (3.17)$$

$$\text{Antro tipo tik lenkiamam elementui: } k_i = \begin{bmatrix} \frac{4EI_i}{l_i} & \frac{2EI_i}{l_i} \\ \frac{2EI_i}{l_i} & \frac{4EI_i}{l_i} \end{bmatrix}. \quad (3.18)$$

$$\text{Antro tipo lenkiamam ir tempiamam elementui } k_i = \begin{bmatrix} \frac{4EI_i}{l_i} & \frac{2EI_i}{l_i} & 0 \\ \frac{2EI_i}{l_i} & \frac{4EI_i}{l_i} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{EA_i}{l_i} \end{bmatrix}. \quad (3.19)$$

$$\text{Antro tipo lenkiamam ir tempiamam elementui su vienu pjūviu: } k_i = \begin{bmatrix} \frac{3EI_i}{l_i} & 0 \\ 0 & \frac{EA_i}{l_i} \end{bmatrix}. \quad (3.20)$$

Čia k_i - i -tojo elemento standumo matricos elementas.

Matrica **k** pateikta E priede.

Toliau sudaroma diagonalinė masių matrica $\mathbf{m}$ ir loginė matrica $\mathbf{P}$, sudaryta iš vienetinių jėgų vektorių, kurie pridedami iš eilės masių galimų svyravimų kryptimis. Matricos pateiktos F priede. Taip pat sudaromi vektoriai:

$\mathbf{G}$ - sistemos savojo svorio jėgų vektorius;

$\mathbf{F}$ - žadinančių jėgų vektorius;

$\mathbf{F}_0$ - žadinančių jėgų amplitudžių vektorius.

Vektoriai pateikiami F priede.

Pirmiesiems skaičiavimas priimama, kad kintama apkrova veikia 1,7 Hz dažniu, o tai atitinka lėtą žmogaus eiseną.

3.5.1. Vingio parko tilto esamos padėties dinaminiai skaičiavimai

Skaičiavimams priimama, kad sistemos neveikia slopinimas, todėl kaip jau minėta ankstesniame skyriuje, norint išspręsti dinamikos uždavinį reikia išspręsti sistemos judėjimo lygtį (1.22), ją pertvarkius gauta, kad reikia išspręsti lygtį (1.29).

A variantas. Tilto esama padėtis, skaičiuojamas esamas tilto savųjų svyravimų dažnių spektras, statinės ir dinaminės įrašos bei poslinkiai. Sprendimas vykdomas programiniu paketu MATLAB. Uždavinio formulavimas pateiktas F priede, o gauti skaičiavimo rezultatai – G priede.

Svarbiausias dažnis yra tas, kurio reikšmė mažiausia, kadangi prie mažiausio dažnio pasiekiamas didžiausias rezonanso efektas, todėl šiuo atveju svarbiausias yra $\omega = 1,11$ Hz, kuris vadinamas pagrindinio tono dažniu. Pagal (Kamaitis and Notkus 2003) pėsčiųjų tiltams, kurių vertikalus svyravimo dažnis yra ribose nuo 1,0 iki 2,5 Hz, yra didžiausia rezonanso rizika, todėl reikia išvengti savųjų svyravimų dažnio šiose ribose. Kadangi analizuojamojo tilto esamos padėties savasis dažnis patenka į anksčiau minėtas pavojingas ribas, reikia surasti priemonės padidinsiančias savuosius svyravimus ir užtikrinančias patogų pėsčiųjų ir dviračių eismą tiltu.

3.5.2. Įvairių galimybių analizavimas

Kadangi tilto esamos padėties savieji svyravimai netenkinami (žr. 3.5.1 punktą), toliau skaičiuojamos įvairios šio uždavinio variacijos, siekiant nustatyti tilto reakcijas į vienokias ar kitokias apkrovas bei poveikius. Kintamos apkrovos dažnis visuose variantuose 1,7 Hz.

B variantas. Skaičiuojama papildomai įrengtų atotampų įtaka savųjų svyravimų dažniui, t.y. sprendžiamas uždavinys be papildomai pridėtų atotampų. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,11$ Hz.

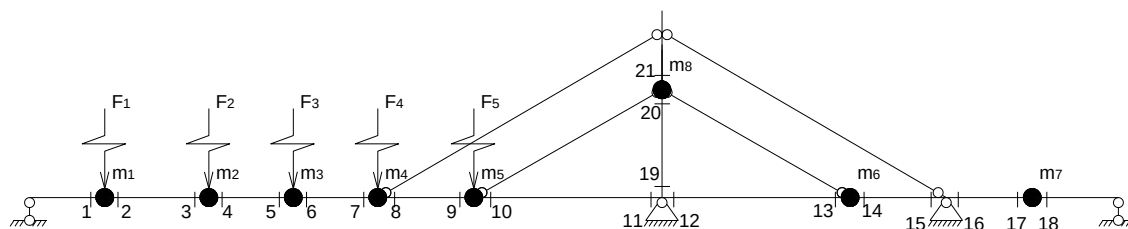
C variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys karšto vandens vamzdžiams esant tušties. Tam iš turimos karšto vandens vamzdžių svorio jėgos 6528,0 kN atimama karšto vandens svorio jėga veikianti tiltą, kuri apskaičiavus gauta 5332,05 kN. Tuščių vamzdžių svorio jėga tenkanti visam tiltui 1195,95 kN. Ši jėga paskirstoma kiekvienai masės pridėjimo vietai, kaip tai buvo daroma 3.4. skirsnyje. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,17$ Hz.

D variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys be metalinių karšto vandens vamzdžių. Tai reiškia, kad tilto svorio jėgą sudarys tik savasis svoris (3.2 lentelė). Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,18$ Hz.

E variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys su padidinta nuolatine apkrova. Pasirenkama papildoma apkrova, pavyzdžiui, 4 cm asfaltbetonio dangos tiltui suteiktą apie 6 kN/m papildomos nuolatinės apkrovos. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,095$ Hz.

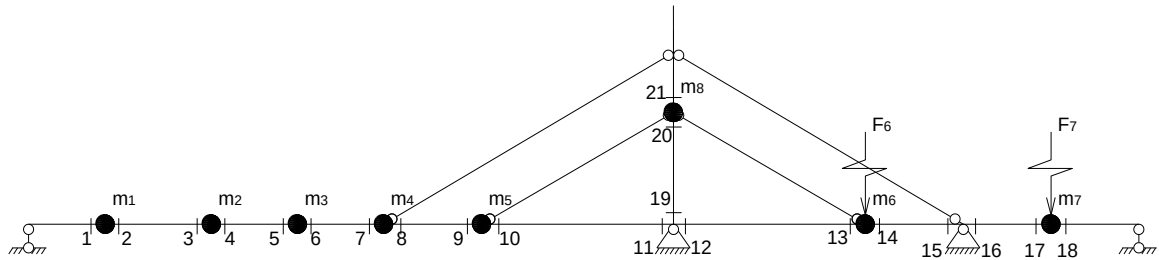
F variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys su padidinta nuolatine apkrova. Pasirenkama papildoma apkrova 8 kN/m. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,091$ Hz.

G variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys, kai kintama apkrova veikia tik pagrindiniame tarpatramyje. Šio atvejo diskretinis modelis pateiktas 3.12 pav. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,11$ Hz. Kadangi savųjų svyravimų dažnis nepriklauso nuo žadinančių apkrovų, tai gautas dažnis lygus A variante gautam dažniui.



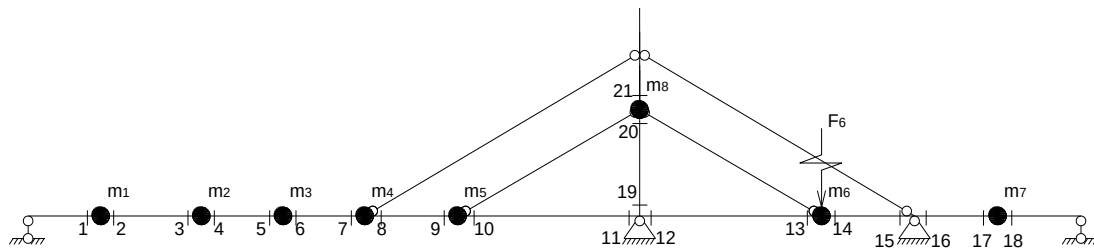
3.12 pav. Tilto apkrovų modelis, kai kintama apkrova veikia pagrindiniame tarpatramyje

H variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys, kai kintama apkrova veikia kituose dviuose tarpatramiuose. Šio atvejo diskretinis modelis pateiktas 3.13 pav. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,11$ Hz. Kadangi savųjų svyravimų dažnis nepriklauso nuo žadinančių apkrovų, tai gautas dažnis lygus A variante gautam dažniui.



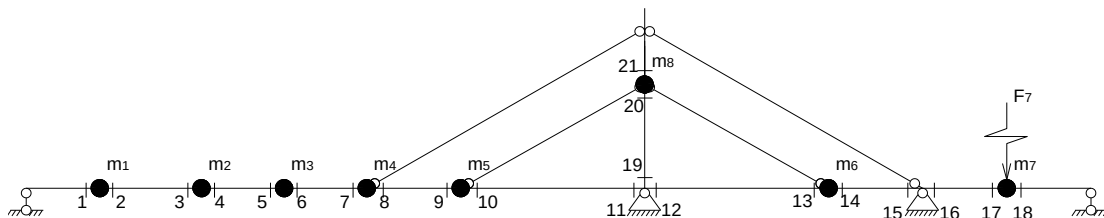
3.13 pav. Tilto apkrovų modelis, kai kintama apkrova veikia dviuose tarpatriamiose

I variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys, kai kintama apkrova veikia tarpatriamyje kurio ilgis 53,25 m. Šio atvejo diskretinis modelis pateiktas 3.14 pav. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,11$ Hz. Kadangi savųjų svyravimų dažnis nepriklauso nuo žadinančių apkrovų, tai gautas dažnis lygus A variante gautam dažniui.



3.14 pav. Tilto apkrovų modelis, kai kintama apkrova veikia 53,25 m ilgio tarpatriamyje

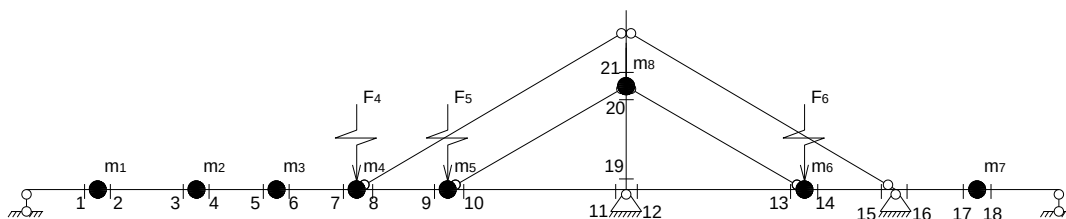
J variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys, kai kintama apkrova veikia tarpatriamyje kurio ilgis 32,25 m. Šio atvejo diskretinis modelis pateiktas 3.15 pav. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,11$ Hz. Kadangi savųjų svyravimų dažnis nepriklauso nuo žadinančių apkrovų, tai gautas dažnis lygus A variante gautam dažniui.



3.15 pav. Tilto apkrovų modelis, kai kintama apkrova veikia 32,25 m ilgio tarpatriamyje

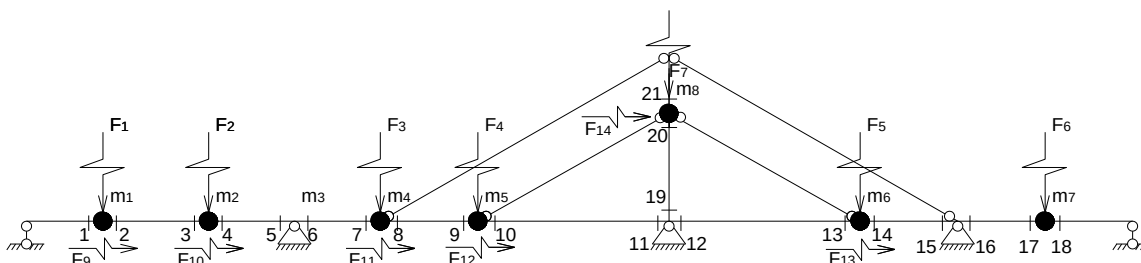
K variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys, kai kintama apkrova veikia tarp pagrindinių atotampų. Šio atvejo diskretinis modelis pateiktas 3.16 pav. Gautas pagrindinio tono

dažnis $\omega = 1,11$ Hz. Kadangi savųjų svyravimų dažnis nepriklauso nuo žadinančių apkrovų, tai gautas dažnis lygus A variante gautam dažniui.



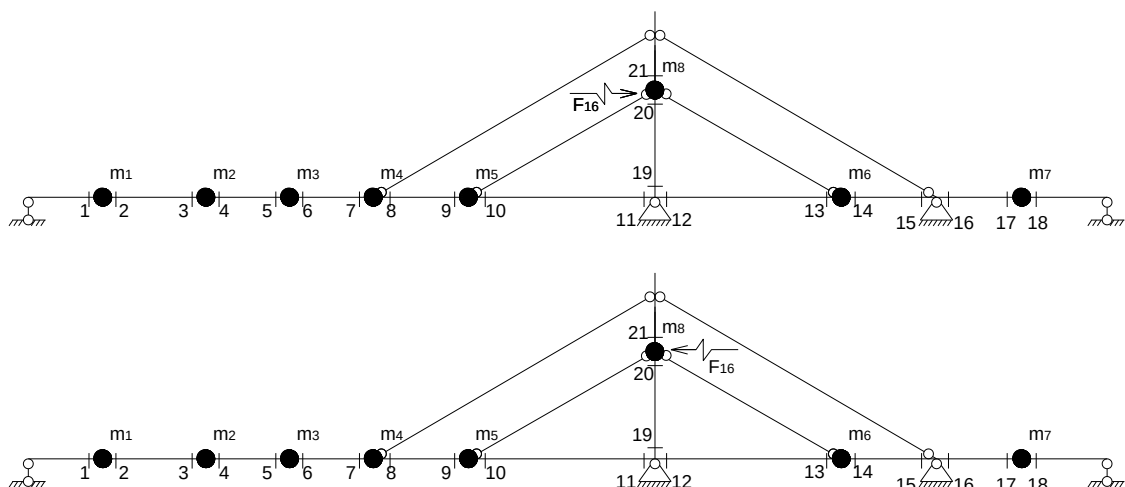
3.16 pav. Tilto apkrovų modelis, kai kintama apkrova veikia tarp pagrindinių atotampų

L variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys, pakeitus tilto skaičiuojamąją schemą, t.y. tiriamą papildomos atramos pridėjimo galimybę. Pjūvyje 5-6 pridedama papildoma lankstinė atrama (3.17 pav.). Naujai sudaromos pusiausvyros lygtys, jų koeficientai surašomi į matricą **A** (H priedas), taip pat standumo matrica (I priedas) ir kitos reikalingos matricos ir vektoriai. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 2,51$ Hz.



3.17 pav. Tilto modelis su papildoma lankstine atrama

M ir MM variantai. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys, kai tilto piloną veikia šoninė apkrova (pavyzdžiui, vėjas). Šių atvejų diskretiniai modeliai pateikti 3.18 pav. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,11$ Hz. Kadangi savųjų svyravimų dažnis nepriklauso nuo žadinančių apkrovų, tai gautas dažnis lygus A variante gautam dažniui.



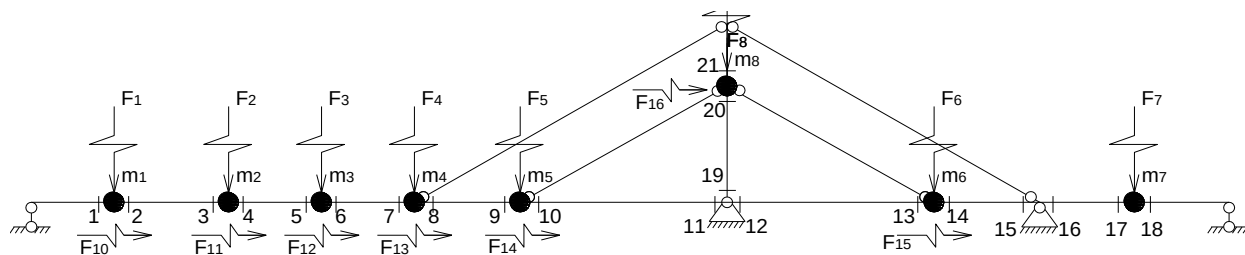
3.18 pav. Tilto modeliai veikiami šoninių apkrovų

N, O ir P variantai. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys, kai tiltą veikia atitinkamai 1,5, 2, ir 3 kartus padidinta kintama apkrova. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,11$ Hz. Kadangi savųjų svyravimų dažnis nepriklauso nuo žadinančių apkrovų, tai gautas dažnis lygus A variante gautam dažniui.

R variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys, kai tilto neveikia jokia kintama apkrova. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 1,11$ Hz. Kadangi savųjų svyravimų dažnis nepriklauso nuo žadinančių apkrovų, tai gautas dažnis lygus A variante gautam dažniui.

S variantas. Skaičiuojamas tilto dinaminis elgesys, tilto pagrindinėje sijoje pjūvyje 11-12 įrengiant papildomą lankstą. Diskretinis modelis pateiktas 3.19 pav. Naujai sudaroma pusiausvyros lygčių matrica (J priedas), standumo matrica (K priedas) ir kitos reikalingos matricos ir vektoriai. Gautas pagrindinio tono dažnis $\omega = 0,7$ Hz.

Visų variantų uždavinio algoritmai formuluojami MATLAB terpėje. Pagrindiniai skirtumai formuluojant kiekvieną skaičiavimo varianto algoritmą A varianto atžvilgiu pateikti L priede.

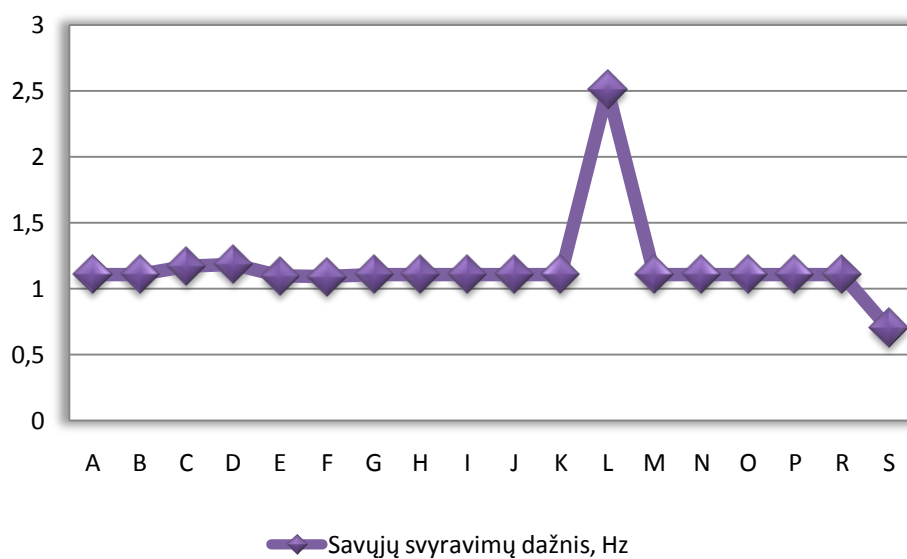


3.19 pav. Tilto modelis, pjūvyje 11-12-19 įrengus papildomą lankstą

3.5.3. Tilto A - S variantų rezultatai

3.6 lentelė. A - S variantų pagrindinio tono dažniai

Var.	Pagrindinio tono dažnis ω , (Hz)
A	1,1075
B	1,1076
C	1,1677
D	1,1826
E	1,0949
F	1,0909
G	1,1075
H	1,1075
I	1,1075
J	1,1075
K	1,1075
L	2,5095
M	1,1075
N	1,1075
O	1,1075
P	1,1075
R	1,1075
S	0,7004



3.20 pav. Pėsčiųjų tilto A - S skaičiavimo variantų pagrindinio tono dažnių kitimo grafikas

Pagal gautis skaičiavimų rezultatus (3.6 lentelė ir 3.20 pav.), lyginant variantą A ir B nesunku pastebėti, kad pagal šiame darbe sudarytą tilto modelį, savasis dažnis įrengus papildomas atotampas pakito labai nedaug, pagrindinio tono dažnis pakinta tik apie 0,01%. Lietuvos mokslininkų atliktų *in – situ* matavimų (Kamaitis and Notkus 2003) rezultatai taip pat parodė, kad atotampų įrengimas

didelės naudos nepadarė, dažnis pakito nežymiai. Dažnių spektrai gauti tiltui esant su atotampomis ir be pateikti 3.7 lentelėje.

3.7 lentelė. Savųjų dažnių spektrai, kai tiltas su papildomomis atotampomis ir be atotampų

Eilės Nr.	Dažnis su papildomomis atotampomis ω , (Hz)	Dažnis be papildomų atotampų ω , (Hz)
1.	1,1075	1,1076
2.	3,6234	3,6245
3.	6,3022	6,3023
4.	6,9807	6,9807
5.	8,6829	8,6856
6.	14,2409	14,2409
7.	15,3343	15,3413
8.	17,4977	24,7425
9.	24,7370	17,5448
10.	49,6920	49,7822
11.	140,3959	140,7964
12.	113,6041	113,9022
13.	81,3494	81,4481
14.	62,7779	62,7779
15.	66,1003	66,1003

Skaičiuojant tilto savųjų svyravimų dažnius C ir D variantuose, pastebėta, kad mažėjanti tilto savojo svorio apkrova didina savųjų svyravimų dažnį. Taigi eksploatuojant tiltą su tuščiais vandens vamzdžiais, pagrindinio tono savųjų svyravimų dažnis padidėtų kiek daugiau nei 5 % t.y. $\omega = 1,168$ Hz. Visiškai demontavus metalinius vamzdžius pagrindinis dažnis padidėtų dar apie 2 % ir būtų $\omega = 1,183$ Hz. Tačiau turint ir 7 % didesnius savuosius svyravimus, jie vis tiek patenka į pavojingo dažnio ribas. Žiūrint į E ir F variantų rezultatus pagrindinio tono dažniai atitinkamai yra $\omega = 1,095$ Hz ir $\omega = 1,091$ Hz, taigi, didinant nuolatinę apkrovą savieji svyravimai mažėja. Toliau buvo tiriama kintamos apkrovos išsidėstymo įtaka. Kadangi savųjų svyravimų dažnis nepriklauso nuo

žadinančios apkrovos intensyvumo taip pat ir pridėjimo vietos, todėl pagrindinio tono dažniai visuose G, H, J, I ir K variantuose yra lygūs esamos padėties tilto saviesiems svyravimams $\omega = 1,11$ Hz. Taip pat jokios įtakos saviesiems svyravimams neturi ir M, MM, N, O, P, R variantai, nes juose taip pat keičiasi tik kintamos apkrovos reikšmės ar padėtis. Bene didžiausias pagrindinio tono dažnio reikšmės šuolis (3.20 pav.) yra tada, kai tilto sija papildomai atremiama (L variantas), tada savųjų svyravimų dažnio reikšmė yra $\omega = 2,51$ Hz. Ši reikšmė nežymiai perkopia pavojingo dažnio ribas. Pagal (Kamaitis and Notkus 2003) šaltinį tokiu atveju pėsčiųjų tiltui nereikia jokių svyravimus slopinančių priemonių. Tyrinėjimų praktika rodo, kad kiekvienam tiltui gali būti taikomos skirtingos pavojingo dažnio ribos, todėl reikėtų atlikti papildomus skaičiavimus norint išsiaiškinti ar vienas brangiausių tilto stabilumo užtikrinimo variantų, kartu būtų ir efektyviausias. Tiltų sijoje įrengus papildomą lankstą pjūviuose 11-12-19, t.y. tilto sijos ir pilono jungtį padarius lankstine, o ne standžia, tilto savųjų svyravimų pagrindinio tono dažnis stipriai sumažėja, net apie 37 %, tokiu atveju dažnis, kurio reikšmė $\omega = 0,70$ Hz yra žemiau pavojingo ruožo ribų.

Toliau pateikiamos gautos esamos tilto padėties (A varianto) statiniai ir dinaminiai lenkimo momentai bei poslinkiai.

3.8 lentelė. Esamos padėties statiniai momentai ir poslinkiai

Statinės charakteristikos	M , (kN·m)	u , (m)
Pagrindinis tarpatramis tarpatramis 118,5 m	288 140,0	0,2403
Tarpatramis 53,25 m	284 440,0	0,0127
Tarpatramis 32,25 m	54 940,0	0,0041
Pilonas	3 700,1	0,0482

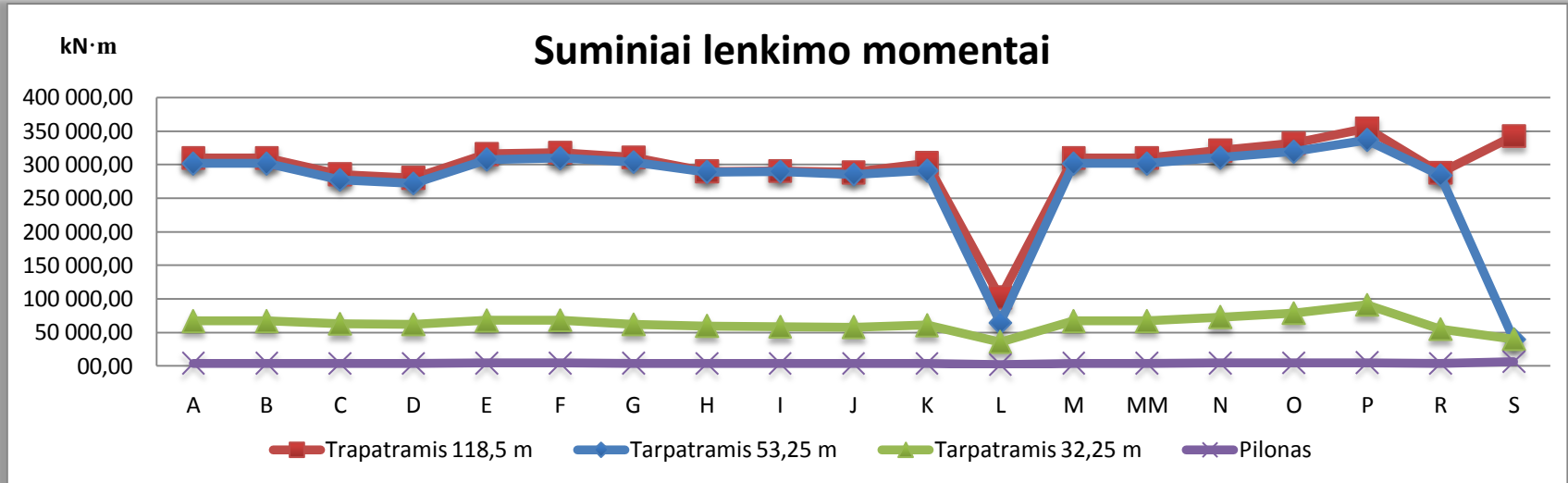
3.9 lentelė. Esamos padėties dinaminiai momentai ir poslinkiai, kai veikia 1,7 Hz kintama apkrova

Dinaminės charakteristikos	M , (kN·m)	u , (m)
Pagrindinis tarpatramis tarpatramis 118,5 m	22 054,0	0,0177
Tarpatramis 53,25 m	17 471,0	0,0019
Tarpatramis 32,25 m	12 015,0	0
Pilonas	454,65	0,0041

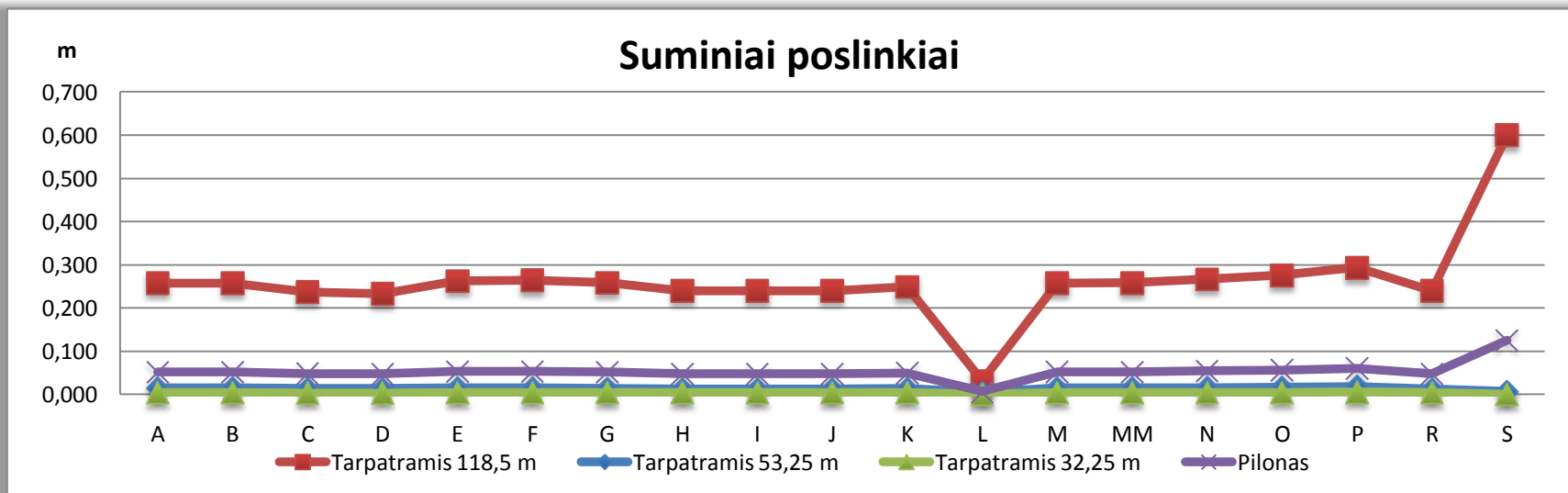
Skaičiuotų visų variantų suminės įrašos (momentai) ir poslinkiai pateikti 3.21 ir 3.22 pav., jų skaitinės reikšmės M priede. Visos gautos reikšmės padalinamos į 4 grupes:

- tarpatramis 118,50 m;
- tarpatramis 53,25 m;
- tarpatramis 32,25 m;
- pilonas.

Paveiksluose pateikiamos absoliutiniu didumu didžiausios tarpatramių ir pilono reikšmės: lenkimo momentai ir poslinkiai.



3.21 pav. Suminiai lenkimo momentai, kai veikia 1,7 Hz kintama apkrova



3.22 pav. Suminiai poslinkiai, kai veikia 1,7 Hz kintama apkrova

Kadangi statiniai momentai ir poslinkiai priklauso tik nuo statinės apkrovos, šiuo atveju tilto savojo svorio, daugumoje variantų, kur buvo keičiamas tik kintamos apkrovos intensyvumas, statinės įrašos liko tokios pačios (M priedas). Statinės įrašos nežymiai padidėja skaičiuojant B variantą, kai nėra papildomai įrengtų atotampų. Daugiausiai jos padidėtų įrengtus lankstą pjūvyje 11-12-19, tada didžiausio statinio momento reikšmė pagrindiniame tarpatramyje išaugtų iki 16 %, o piloną tuo metu veiktų net iki 64 % didesnis lenkimo momentas, o poslinkiai pagrindiniame tarpatramyje ir pilone padidėtų daugiau nei du kartus. Kitas atvejis, kai didėja statinės įrašos, tilto savojo svorio didinimas, t.y. pridėjus papildomą nuolatinę apkrovą (M priedas, E ir F variantų rezultatai). Aišku, kad papildoma atrama (M priedas, L varianto rezultatai) statines įrašas ir poslinkius labai stipriai sumažina. Įrašas taip pat sumažintų (apie 10 %) ir plieninių vamzdžių demontavimas.

Papildomų atotampų įrengimas, kaip jau minėta, nestipriai padidino savųjų svyravimų dažnį, taip pat nedaug sumažino ir dinamines įrašas apie 0,4-0,9 % (M priedas, B varianto rezultatai). Dinaminės įrašos ir poslinkiai atitinkamai didėja didinant kintamos apkrovos reikšmę (M priedas, N, O, P variantų rezultatai), taip pat įrašos padidėja jei pėsčiųjų apkrova veikia tik pagrindiniame tarpatramyje (M priedas, G varianto rezultatai). Priešingai nei statinių įrašų skaičiavimo atveju, dinaminės įrašos didėja mažinant tilto savąjį svorį (M priedas, C ir D variantų skaičiavimo rezultatai), o savojo svorio didinimas dinamines įrašas mažina (M priedas, E ir F variantų rezultatai). Taip pat, jei lanksto įvedimas statines įrašas padidintų, tai dinamines – gana stipriai sumažintų. Piloną veikiančios šoninės apkrovos pusė šiuo atveju jau turi nedidelę reikšmę, kai veikianti apkrova yra iš dešinės ji sukelia mažesnes įrašas ir poslinkius nei apkrova veikianti iš kairės pusės, reikšmių skirtumas - apie 1 % (M priedas, M ir MM variantų rezultatai).

Žvelgiant į sumines lenkimo momentų ir poslinkių reikšmes (3.21 ir 3.22 pav., M priedas, 5 ir 6 lentelės), matyti, kad didžiosios dalies atliktų tilto skaičiavimo variantų įrašos ir poslinkiai, nuo esamos padėties kinta nežymiai. Labiausiai lenkimo momentai ir poslinkiai išaugtų, jei būtų įrengtas papildomas lankstas arba didinama kintama apkrova, tokiu atveju įrašos padidėtų iki 56 % (trečiajame tarpatramyje), o efektyviausias variantas iš skaičiuotų, kuris labiausiai sumažintų įrašas, būtų atramos įrengimas pagrindiniame skerspjuvyje, tai sumažintų įrašas net iki 88 % (antrajame tarpatramyje), o kartu stipriai padidintų ir savųjų svyravimų dažnius. Poslinkiai taip pat būtų mažiausi įrengus papildomą atramą, jie sumažėtų net iki 88 %, o labiausiai išaugtų, daugiau nei 2 kartus, įrengus papildomą lankstą. Kintamos apkrovos didinamas iki trijų kartų padidintų

poslinkius (iki 27 % trečiajame tarpatramyje). Kitais skaičiuotais atvejais įrašos ir poslinkiai kinta nežymiai.

Taigi lyginant skaičiuotus tilto variantus, kai veikia 1,7 Hz kintama apkrova, įrašas, poslinkius (M priedas) ir pagrindinio tono dažnius (3.6 lentelė, 3.20 pav), matyti, kad vienas geriausių būdų sumažinti rezonanso tikimybę yra papildomos atramos įrengimas, kuris gerokai padidina pagrindinio tono savųjų svyravimų dažnį bei stipriai sumažina įrašas ir poslinkius. Papildomo lanksto įrengimas tilto sijos ir pilono susikirtimo vietoje duoda patį mažiausią pagrindinio tono dažnį, tačiau statinės įrašos bei poslinkiai labai stipriai išauga. Nors pagrindinio tono dažnis tokiu atveju jau nepatenka į pavojingos dažnio ribas, įrašų didėjimo įtakai reikėtų atlikti detalesnius skaičiavimus, šiame darbe didžiausias dėmesys skiriamas sistemos savųjų svyravimų pagrindinio tono dažniui.

3.5.4. Tilto A - S variantų rezultatai, kai veikia 2,0 ir 3,2 Hz žadinanti apkrova ir rezonanso atvejis

Toliau darbe skaičiuojami tie patys tilto apkrovų variantai, juose pakeičiant tik kintamos apkrovos dažnį, pagal 1.1 lentelę variantai skaičiuojami su normalaus ėjimo dažniu 2,0 Hz ir greito bėgimo dažniu 3,2 Hz. Skaičiuojant variantus A - S, kai tiltą veikia 2,0 ir 3,2 Hz kintama apkrova, savųjų svyravimų dažnis nesikeičia ir yra toks pat kaip parodyta 3.20 pav., papildomų atotampų įtaka taip pat tokia pati. Pėsčiųjų apkrovos dažnio intensyvumas nedaro įtakos ir statinėms įrašoms, dažnis turi įtakos tik dinaminėms įrašoms bei poslinkiams, jiems didėjant ar mažėjant atitinkamai didėja ar mažėja ir bendrosios (suminės) įrašos ir poslinkiai, Variantų skaičiavimo rezultatai pateikti 3.23, 3.24, 3.25, ir 3.26 pav. ir N, O prieduose. Paveiksluose matyti, kad visos diagramos turi bendrus bruožus, šiek tiek pakinta tik skaitinės reikšmės. Esamos padėties dinaminiai lenkimo momentai ir poslinkiai, kai veikia 2,0 ir 3,2 Hz kintama apkrova, pateikti 3.10 ir 3.11 lentelėse. Taip pat skaičiuojamas ir tilto esamos padėties rezonanso atvejis. Tokiu atveju žadinančios apkrovos dažnis sutampa su savųjų svyravimų dažniu ir yra lygus $\theta = \omega = 1,11 \text{ Hz}$. Skaičiavimų rezultatai, gauti išsprendus tokį atvejį, yra be galo dideli, įrašos ir poslinkiai išauga daugybę kartų. Rezonanso atvejo dinaminiai lenkimo momentai ir poslinkiai, kai veikia 1,11 Hz kintama apkrova, pateikti 3.12 lentelėje, 3.27 pav. matyti kaip skiriasi įrašų ir poslinkių dydis esant rezonansui.

3.10 lentelė. Esamos padėties dinaminiai momentai ir poslinkiai, kai veikia 2,0 Hz kintama apkrova

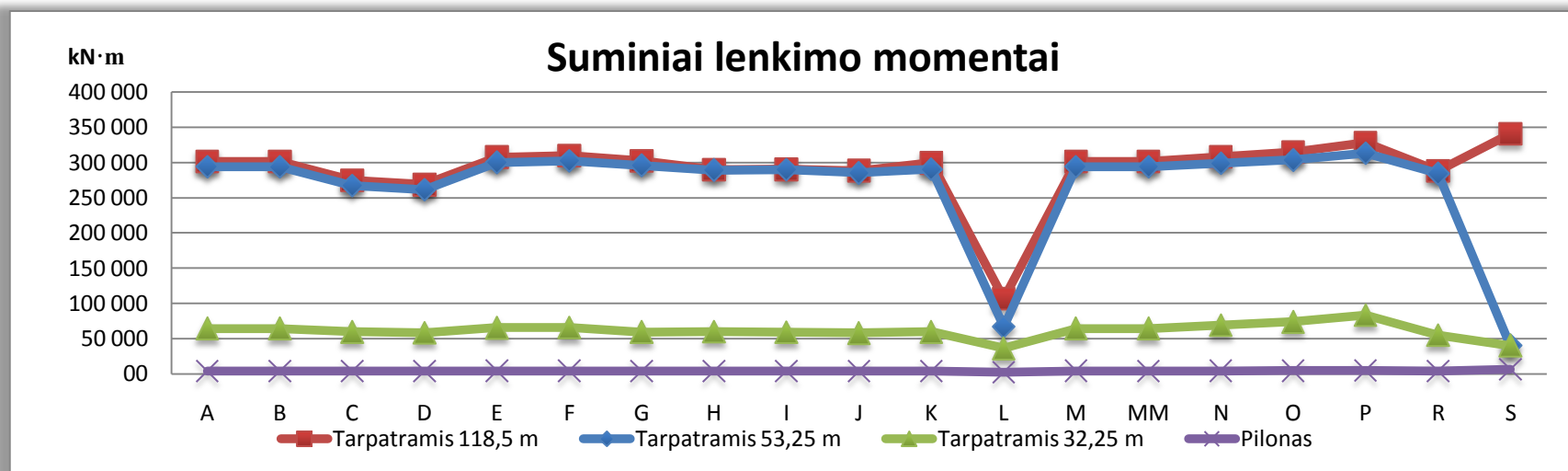
Dinaminės charakteristikos	M , (kN·m)	u , (m)
Pagrindinis tarpatramis tarpatramis 118,5 m	13 373,00	0,0106
Tarpatramis 53,25 m	9 657,60	0,0014
Tarpatramis 32,25 m	9 420,90	0,00E+00
Pilonas	352,80	0,0026

3.11 lentelė. Esamos padėties dinaminiai momentai ir poslinkiai, kai veikia 3,2 Hz kintama apkrova

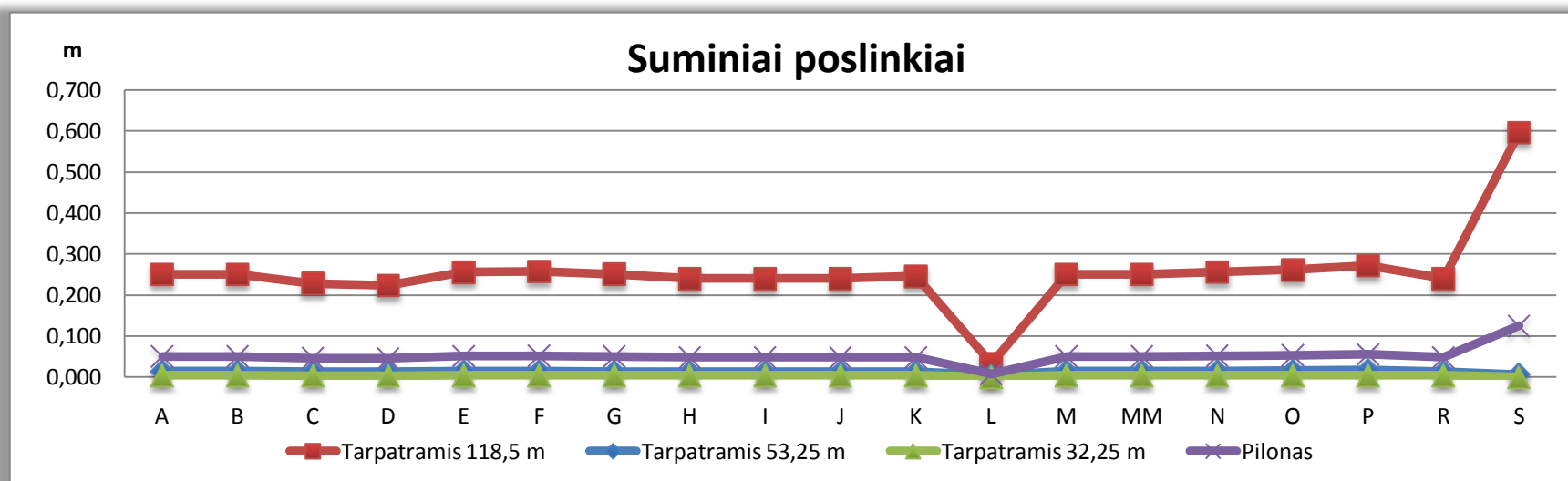
Dinaminės charakteristikos	M , (kN·m)	u , (m)
Pagrindinis tarpatramis tarpatramis 118,5 m	5 629,70	0,0035
Tarpatramis 53,25 m	8 026,60	0,0011
Tarpatramis 32,25 m	8 026,60	0,0
Pilonas	391,91	0,0014

3.12 lentelė. Esamos padėties dinaminiai momentai ir poslinkiai, esant rezonansui

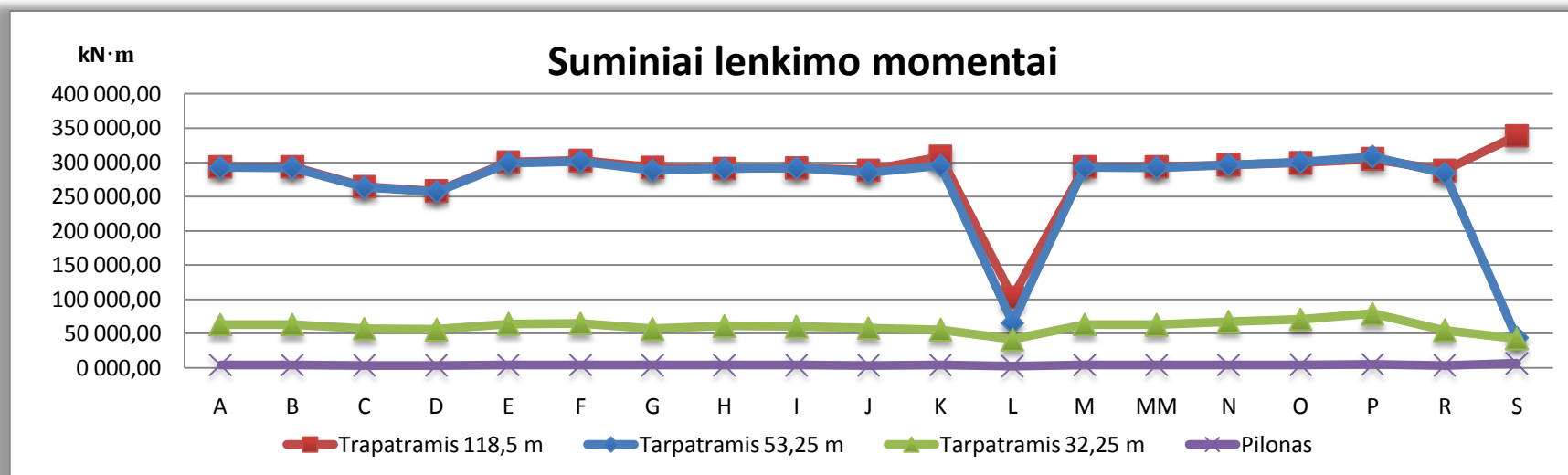
Dinaminės charakteristikos	M , (kN·m)	u , (m)
Pagrindinis tarpatramis tarpatramis 118,5 m	8125 200,00	6,7069
Tarpatramis 53,25 m	7369 200,00	0,5033
Tarpatramis 32,25 m	2567 900,00	0,1202
Pilonas	106 640,00	1,4288



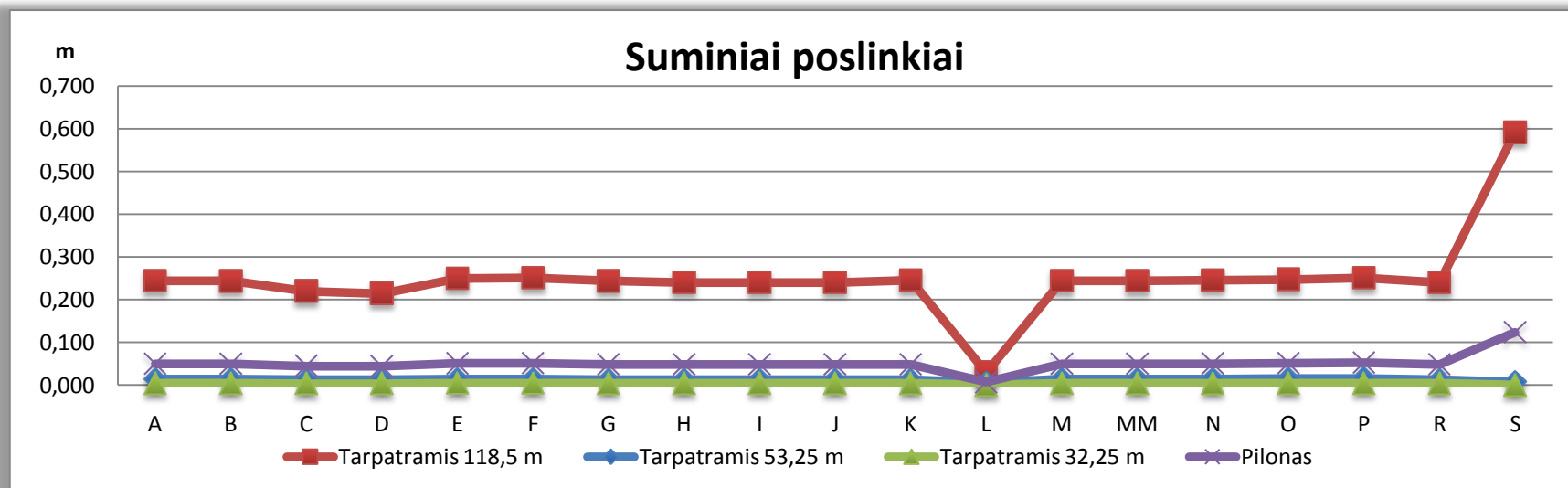
3.23 pav. Suminiai lenkimo momentai, kai veikia 2,0 Hz kintama apkrova



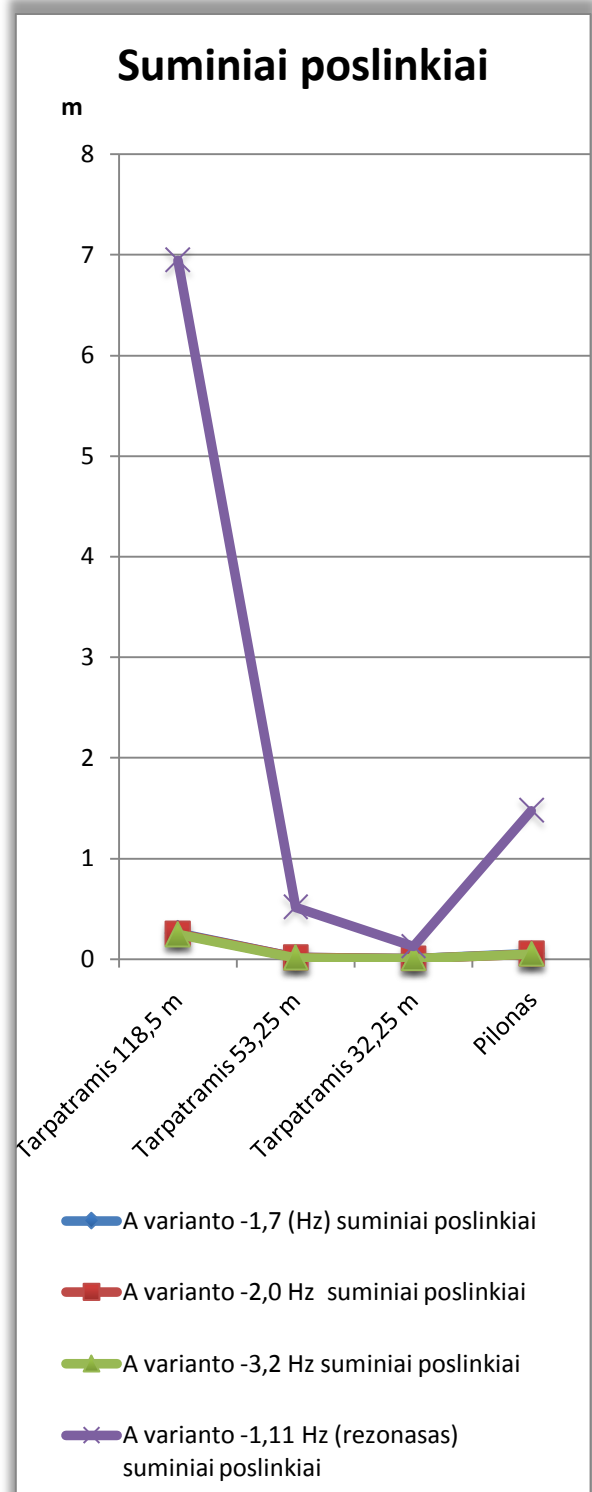
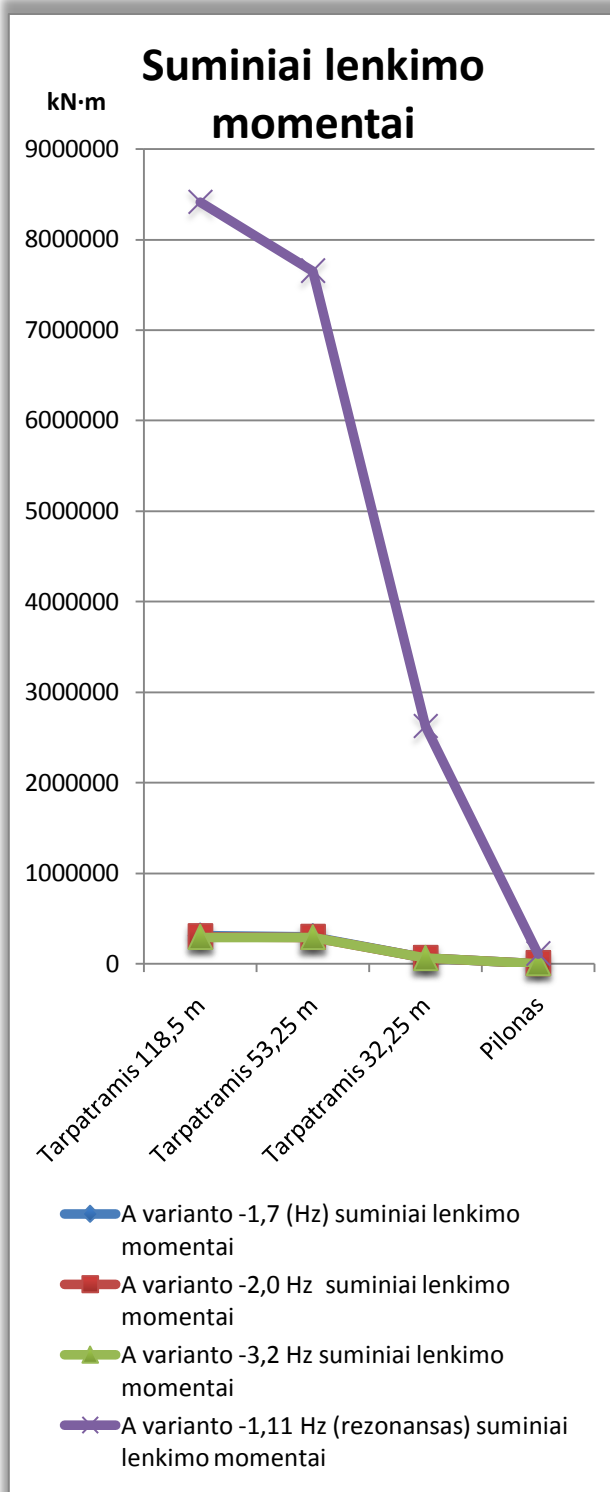
3.24 pav. Suminiai poslinkiai, kai veikia 2,0 Hz kintama apkrova



3.25 pav. Suminiai lenkimo momentai, kai veikia 3,2 Hz kintama apkrova



3.26 pav. Suminiai poslinkiai, kai veikia 3,2 Hz kintama apkrova



3.27 pav. Esamų tilto padėčių pagrindinių tarpatramių ir pilono absoliutiniu didumu didžiausių lenkimo momentų ir poslinkių reikšmės, esant 1,7, 2,0, 3,2, ir 1,11 Hz kintamai apkrovai

3.6. Skyriaus išvados

Atlikta Vilniaus Vingio parko kabamojo tilto dinaminės elgsenos analizė: apskaičiuotas savųjų svyravimų dažnių spektras, dinaminės įrašos. Nagrinėti tilto esamos padėties dinaminės įrašos, poslinkiai bei dažniai, taip pat nagrinėti kiti tilto apkrovimo ar skaičiuotinos schemos parinkimo variantai, galimo rezonanso atvejais.

Tilto papildomų atotampų įrengimas neatnešė lauktos naudos, pagal šiame darbe sudarytą skaičiavimo schemą savasis dažnis nestipriai pakito, dažnių skirtumai kinta apie 0,01 %, pagal Lietuvos mokslininkų atliktus *in – situ* matavimus dažnis pakito taip pat nežymiai.

Mažėjanti tilto savojo svorio apkrova didina savųjų svyravimų dažnį. Didėjanti nuolatinė apkrova mažina savuosius svyravimus. Dinaminė apkrova tilto saviesiems svyravimams įtakos neturi. Tačiau nei vienas iš skaičiuotų variantų efektyviai nepakeičia pagrindinio tono dažnio, išskyrus papildomos atramos ir lanksto įrengimas. Įrengus papildomą atramą ar lankstą pagrindinio tono dažnio reikšmė tenkintų stabilaus tilto reikalavimus.

Taigi, neatlikus išankstinių tilto dinaminių skaičiavimų ir neparinkus racionalios skaičiuotinos schemos, ateityje tilto eksploatacija gali būti labai neefektyvi, o tokio reiškinio pasekmės šiandien jaučiamos einant Vilniaus Vingio parko tiltu.

LITERATŪRA

- Baublys, P. 2001. *Statybinė mechanika. Deformuojamų sistemų dinamika*. Mokomoji knyga. Vilnius: Technika. 106 p. ISBN 9986-07-476-1.
- Chopra, A. K. 2005. *Dynamics of Structures. Theory and applications to Earthquake Engineering (Second Edition)* 847p.
- Čyras, A. 1989. *Statybinė mechanika*. Mokomoji knyga. Vilnius: Mokslas. 444 p. ISBN 5-420-00663-4.
- Dallard, P.; Fitzpatrick, A., J.; Flint, A.; Le Bourva, S.; Low, A.; Ridsdill Smith, R., M.; Willford, M. 2001. The London Millennium Footbridge, *The Structural Engineer*, Vol. 79, 22, p. 17-35.
- Equation of Motion for SDOF Systems. 2010 [Žiūrėta 2010-05-05]. Prieiga per internetą: http://www.efunda.com/formulae/vibrations/sdof_intro.cfm#equation.
- Franck, L.; 2009. Synchronous lateral excitation of footbridges. Swiss Federal Institute of Technology. 35 p.
- Kala, J., Salajka, V., Hradil, P. 2009. Footbridge Response on Single Pedestrian Induced Vibration Analysis. *International Journal of Applied Science, Engineering and Technology*.
- Kamaitis, Z.; Notkus, A. 2004. Dynamic behavior of a cable-stayed footbridge with vibration absorbers. *Department of Bridges and Engineering Structures, Vilnius Gediminas Technical University*. Vilnius: Technika. ISBN 9986057574.
- Macdonald, J. H. G. 2008. Lateral excitation of bridges by balancing pedestrians. *Department of Civil Engineering, University of Bristol, Queen's Building, University Walk*. Bristol BS8 1 TR, UK.
- Maguire, J. R., Wyatt T. 2002. Dynamics - an introduction for civil and structural engineers. *Institution of Civil Engineers*. London: Thomas Telford. 85p.
- Maia, N. M. M., Silva, J. M. M. 2001. Modal analysis identification techniques. *Instituto Superior Tecnico, Departamento de Engenharia Mecanica, Av. Rovisco Pais*, 1049-001 Lisboa, Portugal.
- Newland, D., E., 2003. Pedestrian Excitation Of Bridges - Recent Results, Tenth International Congress on Sound and Vibration, Stockholm, Sweden, p. 533-547.

- Notkus, A. J., Anusas, S., Kamaitis, Z. 2007. Stabilization of vibrations of footbridges. *Department of Bridges and Engineering Structures, Vilnius Gediminas Technical University*. Vilnius: Technika ISBN 9789955281993.
- Seiler, C., Occhiuzzi, A., Spizzuoco, M., Serino, G. 2003. Dynamical stress analysis due to moving loads on footbridges. *XXXII Convegno Nazionale dell'Associazione Italiana per l'Analisi delle Sollecitazioni*, Salerno.
- T-Y, Yu. 2008. Free vibration of multi – degree – of – freedom (M dof) Systems.
- Thomson, W. T. 2003. *Theory of vibration with applications. Fourth Edition*. United Kingdom p.17-50.
- Živanovic, S., Pavić A., Reynolds P. 2005. Vibration serviceability of footbridges under human-induced excitation: a literature review. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 279, No. 1-2, pp. 1-74.