



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

STATYBOS fakultetas

STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

Giedrius Rauličkis

STRYPINIŲ KONSTRUKCIJŲ, VEIKIAMŲ TEMPERATŪROS POKYČIŲ, ANALIZĖ
DESIGN OF BAR STRUCTURES UNDER TEMPERATURE CHANGES

Baigiamasis magistro darbas

Statinių konstrukcijų studijų programa, valstybinis kodas 62402T107

Statinių projektavimo ir optimizacijos kompiuterinių technologijų specializacija

Statybos inžinerijos mokslo kryptis

Vilnius, 2008

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

STATYBOS fakultetas

STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas

(Parašas)

Juozas Atkočiūnas

(Vardas, pavardė)

(Data)

Giedrius Rauličkis

STRYPINIŲ KONSTRUKCIJŲ, VEIKIAMŲ TEMPERATŪROS POKYČIŲ, ANALIZĖ
DESIGN OF BAR STRUCTURES UNDER TEMPERATURE CHANGES

Baigiamasis magistro darbas

Statinių konstrukcijų studijų programa, valstybinis kodas 62402T107

Statinių projektavimo ir optimizacijos kompiuterinių technologijų specializacija

Statybos inžinerijos mokslo kryptis

Vadovas doc. dr. Liudvikas Rimkus

(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Konsultantas prof. dr. Romanas Karkauskas

(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Konsultantas doc. dr. Zofija Babickienė

(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Vilnius, 2008

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Statybos FAKULTETAS
Statybinės mechanikos KATEDRA

Technologijos.....mokslo sritis
Statybos inž.....mokslo kryptis
Statybos inž.....studijų kryptis
Statinių konstr.....studijų programa, valstybinis kodas 62.40.2T102
Statinių projektavimo ir optimizacijos.....specializacija
kompiuterinės technologijos
BAIGIAMOJO MAGISTRO DARBO
UŽDUOTIS
2008.03.03.....Nr.
Vilnius

TVIRTINU
Katedros vedėjas

(Parašas)
Juozas Skodinskas
(Vardas, pavardė)
2008.04.08
(Data)

Studentui (ei)Giedrui Rauličkiui.....
(Vardas, pavardė)

Baigiamojo darbo tema:Stypiųjų konstrukcijų, reikiamų temperatūros
palyčių, analizė.....

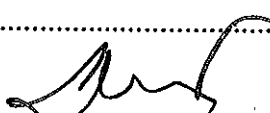
patvirtinta 2008.m. balandžio 7 d. dekanų potvarkiu Nr. 14 st.

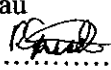
Baigiamojo darbo užbaigimo terminas 2008.m. birželio 11 d.

BAIGIAMOJO DARBO UŽDUOTIS:

Tyrinimų apėvalga ir problemos formulavimas.
Išnagrinėti temperatūros įtaką plieninių stypiųjų
konstrukcijų darbei. Sudaryti tampiųjų plieninių
stypiųjų konstrukcijų šaršiančio matematinio
modelio, įvertinant temperatūros palyčius.
Atlikti šaršiančius eksperimentus. Pateikti
išvadas ir pasiūlymus.

Baigiamojo darbo rengimo konsultantai:prof. dr. Romanas Karhouskas.....
.....doc. dr. Zofija Babičienė.....

Vadovas
(Paraša)doc. dr. Lūdonas Rimkus.....
(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė) (Moksl. laipsnis, vardas, pavardė)

Užduotį gavau
(Parašas)Giedrui Rauličkis.....
(Vardas, pavardė)
2008.04.08
(Data)

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Statybos fakultetas

Statybinės mechanikos katedra

ISBN

ISSN

Egz. sk.

Data-....-....

Magistrantūros studijų **Statinių konstrukcijų** programos baigiamasis darbas

Pavadinimas **Strypinių konstrukcijų, veikiamų temperatūros pokyčių, analizė**

Autorius **Giedrius Rauličkis**

Vadovas **doc. dr. Liudvikas Rir**

Kalba

☒ X

lietuvių

☐

užsienio

Anotacija

Šiame baigiamajame magistro darbe nagrinėjama temperatūros įtaka plieninių strypinių konstrukcijų darbui. Darbas susideda iš teorinės ir eksperimentinės dalių.

Teorinėje dalyje atlikta literatūros apžvalga. Aptarti naujai pasiūlyti strypinių sistemų ir atskirų elementų, bei jų sujungimo skaičiavimo metodai ir eksperimentiniai rezultatai, veikiant aukštoms (gaisro) temperatūroms. Aprašyta temperatūros pokyčio įtaka elemento deformacijai, pateikiamas matematinis modelis tamprioms-plastinėms strypinėms konstrukcijoms skaičiuoti, įvertinant temperatūros pokyčius.

Eksperimentinėje dalyje atliekama rėmo, kai elementus veikia visame skerspjūvio aukštyje vienoda temperatūra, ir kai apatiniuose ir viršutiniuose elementų sluoksniuose ji skiriasi, analizė. Skaičiavimams atlikti panaudotas simbolinės matematikos paketas Matlab. Aprašomi rezultatai, suformuluojamos išvados ir pasiūlymai.

Darbą sudaro šios dalys: įvadas, literatūros apžvalga, matematinio modelio sudarymas, skaitinis eksperimentas, išvados ir pasiūlymai, literatūros sąrašas.

Darbo apimtis – 90 p. teksto, 54 iliustracijos, 9 lentelės, 37 bibliografiniai šaltiniai.

Prasminiai žodžiai: temperatūros pokytis, tampri-plastinė strypinė konstrukcija, analizės matematinis modelis.

Vilnius Gediminas Technical University
Faculty of Civil Engineering
Department of Structural Mechanics

ISBN ISSN
Copies No.
Date-....-....

Master Degree Studies **Building Structures** study programme Master's Thesis

Title: **Design of bar structures under temperature changes**

Author **Giedrius Rauliškis**

Academic supervisor **Assoc Prof Dr Liudvikas**

Thesis language

☒ Lithuanian

☐ Foreign

Annotation

This final master thesis deals with the impact of temperature on steel-framed structures. The thesis consists of theoretical and experimental parts.

The theoretical part covers the review of literature. New methods of calculations and experimental results of steel-framed structures, separate members and connections at elevated temperatures are analysed. The impact of temperature changes on deformation of the elements is described, the mathematical model for calculating elastic-plastic bar structures with estimation of temperature changes is given.

The experimental part covers the analysis of the frame, when the temperature is the same throughout the whole cross-section of members and when it is different in the bottom and top parts of sections. Software pack Matlab was used for calculations. Results of calculations are given, conclusions and suggestions presented.

Structure: introduction, review of literature, mathematical model, experimental part, conclusions and suggestions, references.

Volume of the thesis: 90 pages of text, 54 pictures, 9 tables, 37 references.

Keywords: temperature changes, elastic-plastic bar structures, mathematical model of analysis.

TURINYS

Paveikslų sąrašas.....	8
Lentelių sąrašas.....	10
IVADAS	11
1. LITERATŪROS APŽVALGA.....	12
1.1. Eurokodas 3: 1-2 dalis	12
1.2. Strypinių konstrukcijų analizė	15
1.3. Gniuždomų strypinių elementų eksperimentiniai ir skaitiniai tyrimai	22
1.4. Lenkiamų strypinių elementų eksperimentiniai ir skaitiniai tyrimai	25
1.5. Plieninių strypinių elementų varžtinės jungtys.....	28
2. TAMPRIŲ-PLASTINIŲ STRYPINIŲ KONSTRUKCIJŲ ANALIZĖ, ĮVERTINANT TEMPERATŪROS POKYTĮ	32
2.1. Elemento deformacijos nuo temperatūros pokyčio	32
2.2. Analizės uždavinio matematinis modelis	34
2.2.1. Tamprios strypinės sistemos matematinis modelis.....	34
2.2.2. Tamprios-plastinės strypinės sistemos analizės uždavinio matematinis modelis...	35
3. SKAITINIO EKSPERIMENTO ANALIZĖ	40
3.1. Konstrukcijos skaičiuojamoji schema	40
3.1.1. Konstrukciją veikiančios apkrovos.....	41
3.1.2. Temperatūros pasiskirstymas rėme.....	43
3.2. Konstrukcijos projektavimas	44
3.3. Pradinių duomenų paruošimas analizės uždavinio sprendimui	48
3.3.1. Diskretinio modelio sudarymas	48
3.3.2. Pusiausviro lygčių sudarymas	49
3.3.3. Konstrukcijos pasiduodamumo matricos sudarymas.....	57
3.2.4. Konstrukcijos deformacijų, kurias sukelia temperatūros pokytis, vektorių sudarymas.....	59
3.2.5. Konstrukcijos takumo sąlygų sudarymas	60
3.4. Analizės uždavinio sprendimas	63

3.5. Skaičiavimų rezultatai ir jų analizė.....	67
3.5.1. Konstrukcijos skaičiavimo rezultatai, kai temperatūros pokyčiai viršutiniuose ir apatiniuose elementų sluoksniuose vienodi	68
3.5.2. Konstrukcijos skaičiavimo rezultatai, kai temperatūros pokyčiai viršutiniuose ir apatiniuose elementų sluoksniuose skirtingi.....	75
3.6. Matematinio modelio patikrinimas.....	82
3.7. Temperatūrų pasiskirstymas konstrukcijos suirimo metu	84
IŠVADOS IR PASIŪLYMAI	87
Literatūra.....	88

Paveikslų sąrašas

1.1 pav. Plieno, kurio takumo riba 300 MPa, įtempių-deformacijų kreivės, esant skirtingoms plieno temperatūroms.....	12
1.2 pav. Ribinės ašinės jėgos ir lenkimo momento koeficientai gniuždomo-lenkiamo elemento (W14x90, Gr.50, $\lambda = 60$) (a) 200 °C, b) 500 °C, c) 800 °C).....	13
1.3 pav. Skaičiuojamojo ilgio priklausomybės nuo temperatūros	14
1.4 pav. Gaisras daugiaaukščiame daugiaatramiame rėme.....	16
1.5 pav. Skaičiuojamosios schemos (a) atskiras elementas, b) dalinis rėmas)	16
1.6 pav. Gaisro vieta nelaisvajame rėme	18
1.7 pav. Plokščio rėmo deformuota schema (a) gaisras 4 aukšte (800 °C), b) po atvėsimo (20 °C))	18
1.8 pav. Vidurinės sijos įlinkio priklausomybė nuo temperatūros	19
1.9 pav. Įkaitusių dujų veikiamas dvitėjis sijos skerspjūvis	19
1.10 pav. Baigtiniais elementais sudalinta konstrukcijos skaičiuojamoji schema.....	20
1.11 pav. Deformuotas baigtinių elementų tinklas (kairėje – programa <i>Lusas</i> , dešinėje – <i>Safir</i>), „simuliuojant“ gaisrą, kai kolona padidinto ugniai atsparumo	21
1.12 pav. Ribinės ašinės jėgos ir liaunumo priklausomybės kreivės, kai plieno temperatūra – 20 °C ir 500 °C	22
1.13 pav. Gniuždomų dvitėjo skerspjūvio elementų suirimas (a) H300x300x10x15, b) H175x175x7,5x11, c) H100x100x6x8).....	23
1.14 pav. Sijos susisukimas	24
1.15 pav. Sijos vietinio pastovumo netekimas.....	26
1.16 pav. Suirimo būseną, realus ir baigtinių elementų modelis	26
1.17 pav. Suirimo temperatūrų palyginimas	27
1.18 pav. Varžtų stiprumo priklausomybė nuo temperatūros	28
1.19 pav. Deformuotas sijos-kolonos sujungimas, viršuje su standumo briaunomis, apačioje be standumo briaunų	29
1.20 pav. Sijos-kolonos sujungimo schema.....	30
1.21 pav. Kirpimas per sijos sienelę, 20 °C	30
1.22 pav. Varžtų nukirpimas, 550 °C.....	30
1.23 pav. Baigtinių elementų modeliai	31
2.1 pav. Elemento deformacijos nuo temperatūros pokyčio.....	32
3.1 pav. Skaičiuojamas rėmas.....	40
3.2 pav. Nuolatinės apkrovos.....	42
3.3 pav. Laikinos apkrovos	42

3.4 pav. Temperatūrų pasiskirstymas rėme	43
3.5 pav. Skaičiuojamas rėmas (<i>Staad.Pro</i>)	44
3.6 pav. Rėmo skaičiuojamosios schemos diskretinis modelis	49
3.7 pav. Laisvųjų poslinkių kryptys.....	50
3.8 pav. Mazgas 2-3.....	51
3.9 pav. Mazgas 4-5-17.....	53
3.10 pav. Mazgas 12-16-29.....	54
3.11 pav. Mazgas 20-21	54
3.12 pav. Mazgas 28-32	55
3.13 pav. Mazgas 6-7	56
3.14 pav. Konstrukcijos momentų diagramų pasiskirstymas nuo išorinių apkrovų F (1 var.) (kNm)	70
3.15 pav. Konstrukcijos deformuota schema nuo išorinių apkrovų F (1 var.) (mm)	70
3.16 pav. Konstrukcijos momentų diagramos pasiskirstymas nuo temp. pokyčių T (1 var.) (kNm)	71
3.17 pav. Konstrukcijos deformuota schema nuo temp. pokyčių T (1 var.) (mm).....	71
3.18 pav. Tarpiai dirbančios konstrukcijos momentų diagrama (1 var.) (kNm)	72
3.19 pav. Tarpiai dirbančios konstrukcijos deformuota schema (1 var.) (mm).....	72
3.20 pav. Plastiškai dirbančios konstrukcijos momentų diagrama (1 var.) (kNm).....	74
3.21 pav. Plastiškai dirbančios konstrukcijos deformuota schema (1 var.) (mm).....	75
3.22 pav. Konstrukcijos momentų diagramos pasiskirstymas nuo temp. pokyčių T (2 var.) (kNm)	77
3.23 pav. Konstrukcijos deformuota schema nuo temp. pokyčių T (2 var.) (mm).....	77
3.24 pav. Tarpiai dirbančios konstrukcijos momentų diagrama (2 var.) (kNm)	78
3.25 pav. Tarpiai dirbančios konstrukcijos deformuota schema (2 var.) (mm).....	78
3.26 pav. Plastiškai dirbančios konstrukcijos momentų diagrama (2 var.) (kNm).....	80
3.27 pav. Plastiškai dirbančios konstrukcijos deformuota schema (2 var.) (mm).....	81
3.28 pav. Lenkimo momentų pasiskirstymas.....	82
3.29 pav. Konstrukcijos ribinės temperatūros (1 var.).....	85
3.30 pav. Konstrukcijos ribinės temperatūros (2 var.).....	86

Lentelių sąrašas

1.1 lentelė. Nelaisvųjų rėmų supaprastinti modeliai.....	17
3.1 lentelė. Plieno takumo ribos ir tamprumo modulio sumažinimo koeficientai.....	41
3.2 lentelė. Konstrukcijos pasiduodamumo matrica D	58
3.3 lentelė. Konstrukcijos įrašos ir poslinkiai, kai $T = 0$	67
3.4 lentelė. Tampriai dirbančios konstrukcijos įrašos ir poslinkiai (1 var.).....	68
3.5 lentelė. Plastiškai dirbančios konstrukcijos įrašos ir poslinkiai (1 var.).....	73
3.6 lentelė. Tampriai dirbančios konstrukcijos įrašos ir poslinkiai (2 var.).....	75
3.7 lentelė. Plastiškai dirbančios konstrukcijos įrašos ir poslinkiai (2 var.).....	79
3.8 lentelė. Skaičiavimo rezultatų palyginimas.....	83

IVADAS

Atsitiktinio gaisro atveju, konstrukcijos tam tikrą laiką turi išlaikyti stabilumą, kad galima būtų užtikrinti priimtina žmonių gyvybių saugumo lygį ir sumažinti ekonominius nuostolius. Norint tai užtikrinti, reikia suprasti gaisro poveikį laikančiosioms konstrukcijoms, kuris kiekvienu atveju, net ir panašų konstrukcinį sprendimą turinčiuose pastatuose, gali būti skirtingas. Todėl, kad gaisro elgesiui ir poveikiui turi įtakos: konstrukcijų medžiaga ir forma, jų padengimas arba ne priešgaisrinėmis medžiagomis, degančių medžiagų savybės, ventiliacija, priešgaisrinės pastato sistemos ar jų nebuvimas ir kt. Gaisro metu atsirandančios papildomos įrašos nuo temperatūros pokyčio ir medžiagos savybių pasikeitimas, veikiant aukštomis temperatūroms, gali išprovokuoti plastines deformacijas ir didelius poslinkius, ir galiausiai konstrukcijos suirimą.

Taigi, norint užtikrinti gaisrinę saugą, konstrukcijų analizė, veikiant aukštomis (gaisro) temperatūroms, yra svarbi dalis projektuojant plienines konstrukcijas. Dėl skaičiavimų sudėtingumo neįmanoma įvertinti visos konstrukcijos elgesio paprastais skaičiavimais. Laboratoriniai tyrimai būtų tikslus būdas konstrukcijos elgesiui nustatyti, bet ir jie turi praktines ir ekonomines naudojimo ribas. Tai skatina skaitinių modelių plėtotę, paprastai paremtą baigtinių elementų metodu ir skirtą kompiuteriniam skaičiavimui.

Šiame darbe nagrinėjama aukštų temperatūrų įtaka metalinių strypinių konstrukcijų darbui. Pagrindinis darbo tikslas – sudaryti tamprios-plastinės konstrukcijos analizės uždavinio matematinį modelį ir jį pritaikyti praktiškai, atliekant metalinio rėmo, veikiamo temperatūros pokyčių, analizę.

Darbo tikslai ir uždaviniai:

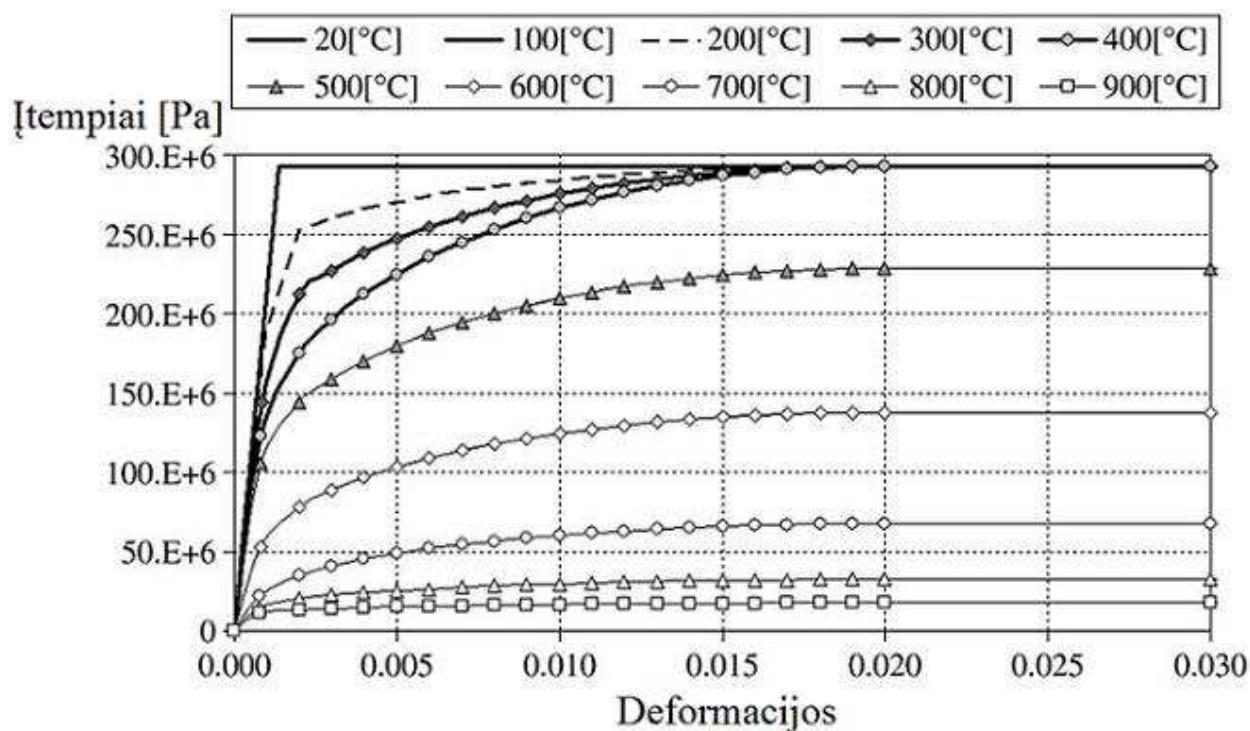
1. Sudaryti matematinį modelį tamprių-plastinių strypinių sistemų įrašoms ir poslinkiams skaičiuoti, įvertinant išorines apkrovas ir temperatūros pokyčius.
2. Sudarytą matematinį modelį realizuoti naudojant simbolinės matematikos paketą *Matlab*.
3. Atlikti skaitinį eksperimentą, analizuojant metalinį rėmą, kai elementus veikia visame skerspjūvio aukštyje vienoda temperatūra ir kai apatiniuose ir viršutiniuose elementų sluoksniuose ji skiriasi.
4. Patikrinti pasiūlytą matematinį modelį, lyginant skaičiavimo rezultatus su šiuolaikiniais kompiuteriniais programiniais paketais.

1. LITERATŪROS APŽVALGA

Šioje darbo dalyje aptariami paskutinių metų tiriamieji darbai, kuriuose buvo nagrinėta aukštų temperatūrų įtaka plieninių strypinių konstrukcijų ir jų elementų darbui.

1.1. Eurokodas 3: 1-2 dalis

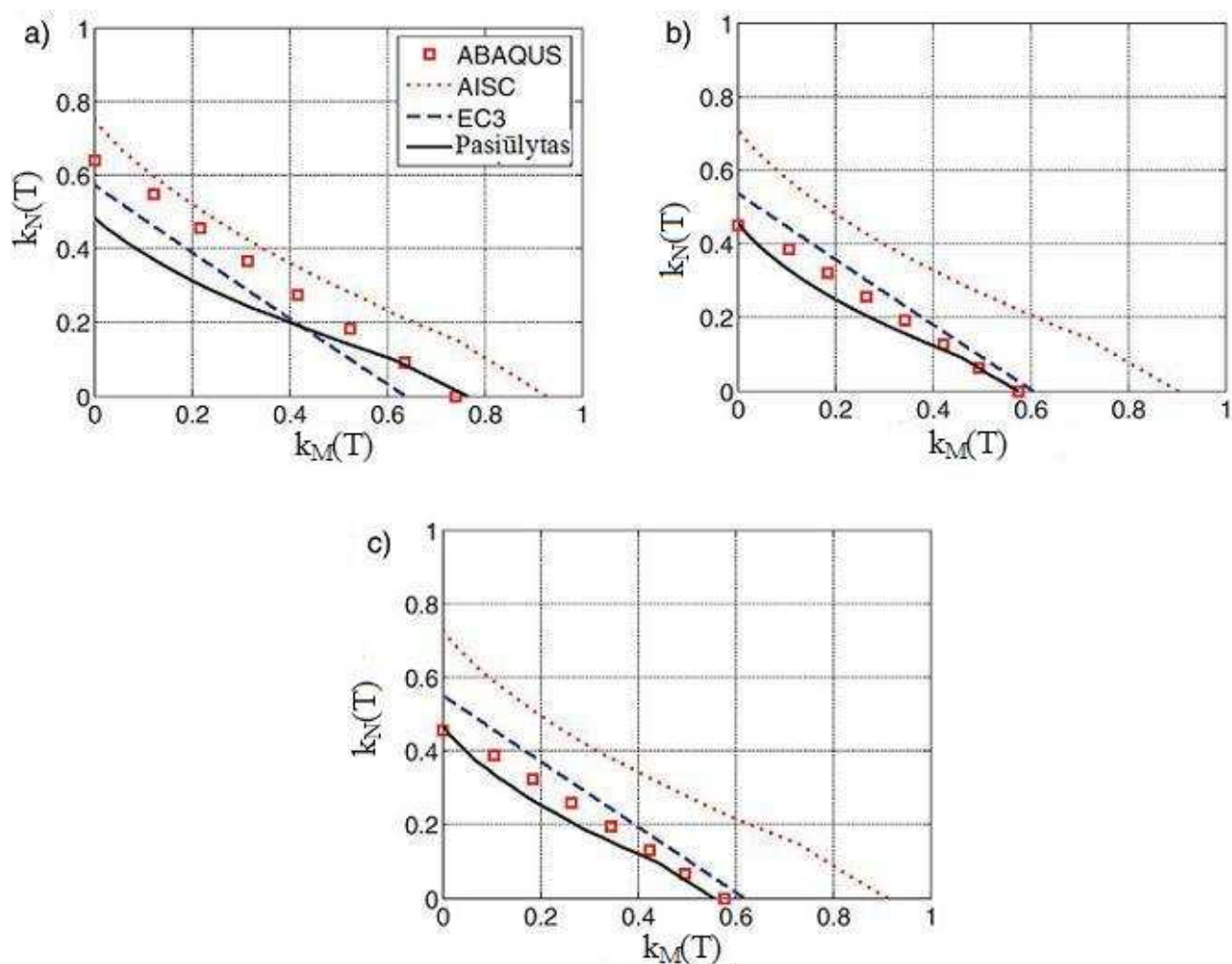
Svarbiausias dokumentas Lietuvoje ir Europoje plieninių konstrukcijų gaisrinės saugos projektavimui – *Eurokodas 3. Plieninių konstrukcijų projektavimas. 1-2 dalis. Bendrosios taisyklės. Konstrukcijų gaisrinės saugos projektavimas* [6] (toliau *Eurokodas*). Skaitiniuose tyrimuose dažnai naudojamosi jame pateiktomis formulėmis ir koeficientais, o eksperimentinių tyrimų rezultatai neretai lyginami su gautais pagal *Eurokodą*. Taigi, dažniausiai skaičiuojant naudojamos, pagal *Eurokodą* aprašytos, tamprus-plastinio plieno įtempių ir deformacijų priklausomybės, esant aukštoms temperatūroms (1.1 pav.).



1.1 pav. Plieno, kurio takumo riba 300 MPa, įtempių-deformacijų kreivės, esant skirtingoms plieno temperatūroms

J. Takagi ir G. Deierlein [7] atliko palyginamąją analizę tarp Jungtinių Amerikos Valstijų (AISC) ir Europos (*Eurokodas*) projektavimo standartų skaičiuojant plieninių strypinių elementų laikomąją galią, esant aukštai temperatūrai (1.2 pav.). Skaičiavimo rezultatai sulyginami su gautais

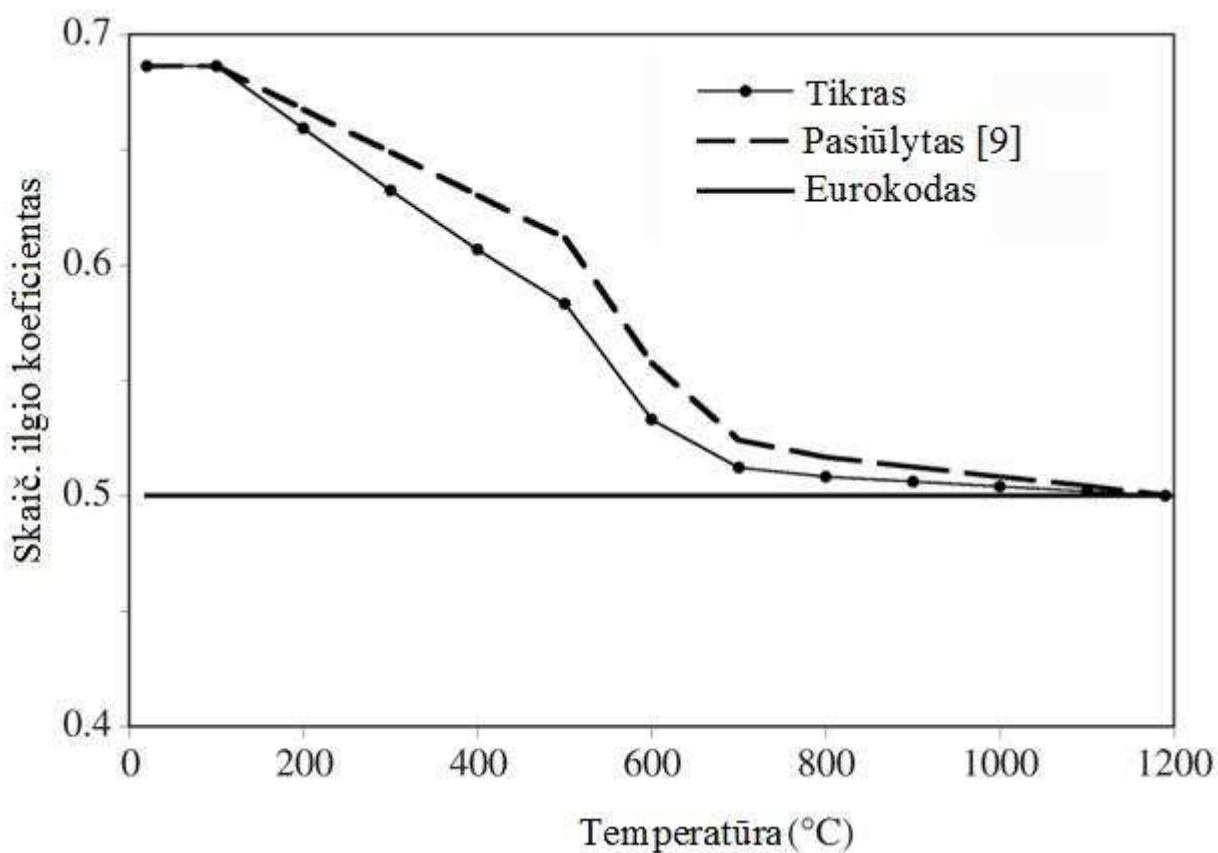
baigtinių elementų programa *Abaqus*. Nustatyta, jog pagal *Eurokodą* atliktų skaičiavimų ir programa *Abaqus* gautų rezultatų nesutapimas yra apie 10 % – 20 %. Bet skaičiuojant pagal *AISC* [8] elementai atlaiko iki dviejų kartų didesnes apkrovas, nei gauta baigtinių elementų programa. Skirtumai didesni, kai elementai yra vidutinio liaunumo ir jų temperatūra yra didesnė, nei 300 °C. Darbe teigiamai įvertinamas *Eurokodas* ir pasiūlomos *AISC* skaičiavimo modifikacijos, leidžiančios gauti tikslesnius rezultatus.



1.2 pav. Ribinės ašinės jėgos ir lenkimo momento koeficientai gniuždomo-lenkiamo elemento (W14x90, Gr.50, $\lambda = 60$) (a) 200 °C, b) 500 °C, c) 800 °C)

Kolonų atsparumas gaisrui labai priklauso nuo liaunumo, todėl teisingai įvertinti kolonos skaičiuojamąjį ilgį yra labai svarbu. Priimtos per daug konservatyvios reikšmės – neekonomiška, bet nesaugios – nepriimtina. *Eurocode* pateiktos labai paprastos taisyklės kolonos skaičiuojamajam ilgiui nustatyti, skaičiuojant kolonas, esant aukštomis (gaisro) temperatūroms. Daugiaaukščio nelaisvojo rėmo tarpinio aukšto kolonos skaičiuojamasis ilgis gali būti imamas 0,5L (L – aukšto aukštis), o viršutinio aukšto kolonos – 0,7L.

F. C. T. Gomes [9] teigia, kad *Eurocode* duoti skaičiuojamieji ilgiai, esant nelaisvajam rėmui gali būti nesaugūs ir yra ypatingai nesaugūs, jei gaisras kyla tarpiniame aukšte (3 pav.), ir pasiūlo alternatyvias formules kolonos skaičiuojamajam ilgiui nustatyti, esant aukštomis temperatūroms.



1.3 pav. Skaičiuojamojo ilgio priklausomybės nuo temperatūros

1.2. Strypinių konstrukcijų analizė

Dirbtinis neuronų tinklas. Viena didžiausių problemų skaičiuojant strypinius elementus, kuriuos veikia aukštos temperatūros, medžiagos savybių netiesiškumas. Norint teisingai aprašyti medžiagos elgseną buvo panaudotas dirbtinis neuronų tinklas (DNT) [13], kurio pagrindinis privalumas – gebėjimas mokytis. Remiantis serija eksperimentiškai gautų įtempių-deformacijų priklausomybių [15], esant įvairioms temperatūroms, DNT sugebėjo pakankamai tiksliai prognozuoti plieninių elementų darbą. Galima daryti išvadą, kad DNT efektyvi priemonė medžiagos darbui modeliuoti.

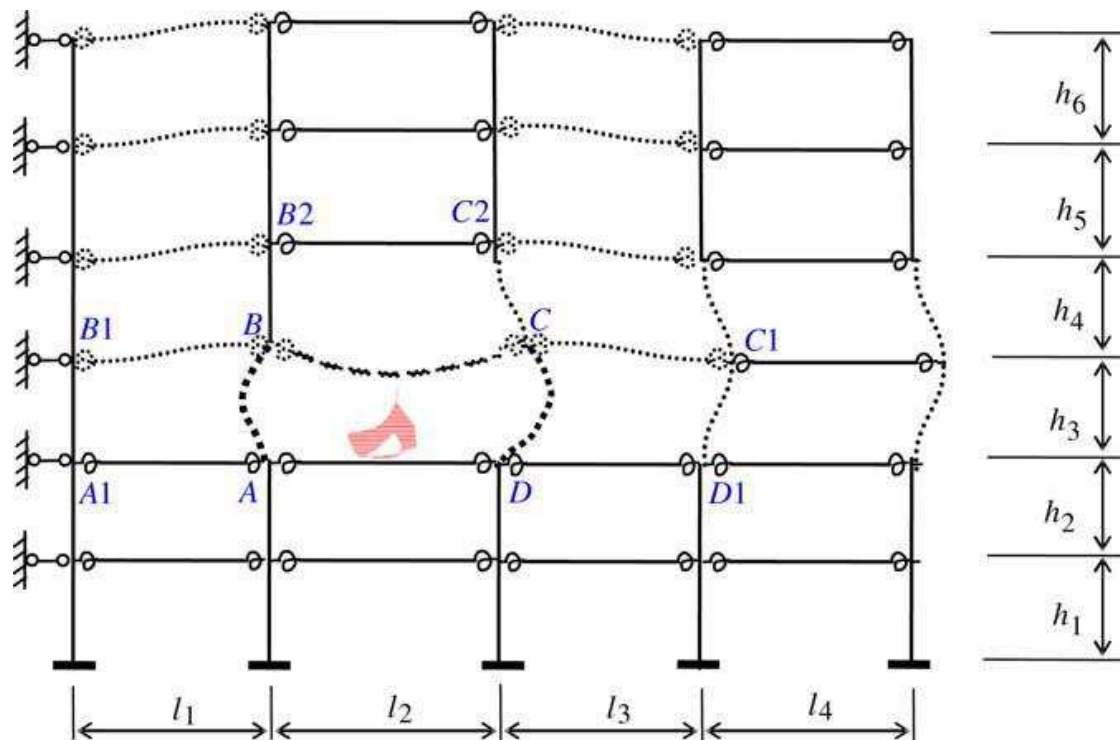
Baigtinių skirtumų metodas. K. S. Viridi [10] aprašė baigtinių skirtumų metodo pritaikymo galimybes konstrukcijų elementų ir rėmų netiesiniams skaičiavimams, tarp jų ir konstrukcijos apimtos gaisro, kur įvertinami medžiagos netiesiškumai. Buvo parašyta kompiuterinė programa *Sosmef*, galinti skaičiuoti plienines kolonas, veikiamas gaisro. Pateikiami rezultatų palyginimai su eksperimentiškai gautais, skirtumas mažesnis nei 10 %. Tad buvo parodyta, jog galima efektyviai simuliuoti gaisrinį eksperimentą, taupant pinigus ir laiką, reikalingus realiam eksperimentui atlikti.

Plastinio lanksto koncepcija. Elemento pjūvyje įrašai pasiekus ribinę reikšmę, prasideda medžiagos tekėjimas, kuris paprastai modeliuojamas, naudojant plastinės zonos arba plastinio lanksto koncepciją. Plieninių konstrukcijų, veikiamų aukštų temperatūrų, tyrimuose plastinės zonos metodas plačiai naudojamas, bet jis reikalauja kur kas sudėtingesnių skaičiavimų. Nagrinėjant lenkiamas strypines sistemas didelė dalis tyrėjų, naudojančių plastinio lanksto koncepciją, įvertina tik lenkimo momentą, o į ašinės jėgos efektą neatsižvelgia. Normaliomis sąlygomis – tai pateisinama, nes lenkiamame elemente (sija) paprastai veikia mažos ašinės įrašos. Tačiau veikiant aukštomis temperatūroms, ir tokiuose elementuose gali atsirasti didelės ašinės įrašos, kurių nevertinti negalima. Todėl būtina įvertinti bendrą lenkimo momento ir ašinės įrašos poveikį [14].

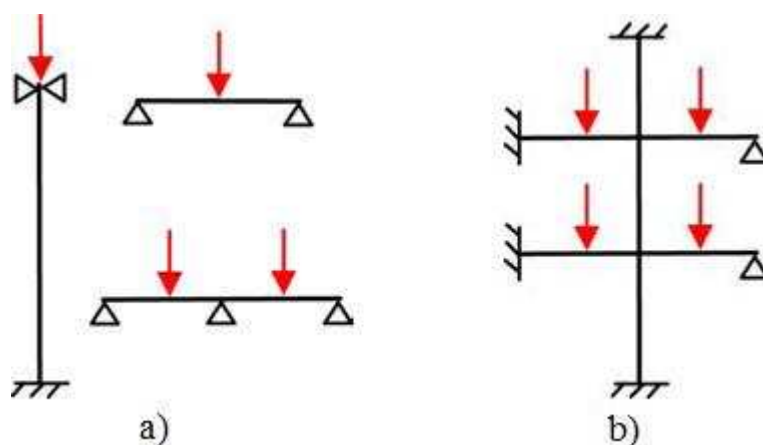
V. S. Junior ir G. J. Creus [11] pasiūlė alternatyvų supaprastintą būdą trimačių rėmų skaičiavimui, esant aukštai temperatūrai (naudojamas *baigtinių elementų metodas*). Plastinio lanksto koncepcija, kai ašinė įraša ir lenkimo momentas turi įtakos jo atsiradimui, yra papildyta temperatūros poveikių įvertinimu. Į standartinį tamprios-plastinės sistemos modelį įvestos nedidelės modifikacijos, per standumo sumažinimo koeficientus, įvertinančios laipsnišką tekėjimo sklaidimą elemente. Skaičiavimo rezultatai yra palyginami su eksperimentiniais ir gautais specializuotomis programomis *Abaqus* ir *Safir*. Rezultatai rodo, kad pasiūlytą skaičiavimo būdą galima naudoti plokščioms ir erdvinėms rėminėms sistemoms, kurias veikia aukštos temperatūros, skaičiuoti su pakankamu tikslumu ir dideliu efektyvumu.

„Simuliuojant“ gaisrą viename daugiaaukščio daugiaatramio rėmo skyriuje (1.4 pav.), įtaka visos konstrukcijos darbui geriausiai įvertinama atlikus viso rėmo analizę, bet tai brangu ir

reikalauja daug laiko. Todėl skaičiuojant konstrukcijas inžinieriai dažnai nagrinėja tik atskirą, izoliuotą elementą (1.5 pav. a) arba tik dalinį rėmą (1.5 pav. b). Taip taupomas laikas, bet tiksliai neišvertinami elementų kraštiniai apribojimai, kai sujungimai tarp konstrukcijos elementų yra pusiau standūs. Reikia pažymėti, kad sujungimų standumas taip pat priklauso ir nuo temperatūros.



1.4 pav. Gaisras daugiaaukščiame daugiaatramiame rėme

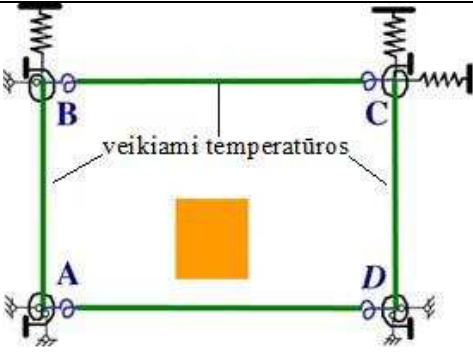
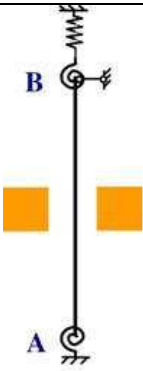
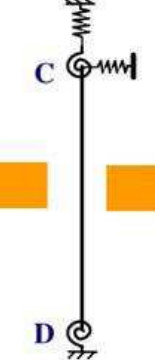
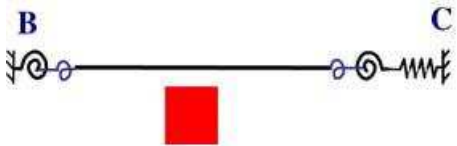


1.5 pav. Skaičiuojamosios schemas (a) atskiras elementas, b) dalinis rėmas)

Norėdami išlaikyti sąlyginę skaičiavimų paprastumą ir kartu padidinti tikslumą, Z. Huang ir K. Tan [12] pasiūlė naują izoliuoto elemento ir dalinio rėmo modelius (1.1 lentelė), skaičiuoti kolonas ir sijas, veikiamas aukštų temperatūrų. Kur kraštiniai apribojimai yra išreikiami per linijines ir sukamąsias spyruokles, tai leidžia įvertinti pusiau standžius sujungimus, o ne tik

standžius ir lankstinius. Pateikti modeliai (1.1 lentelė) rekomenduojami [12] skaičiuoti tik nelaisviesiems rėmams (1.4 pav.), dėl kur kas sudėtingesnių laisvųjų rėmų darbo, pastariesiems siūloma naudoti pilno rėmo analizę.

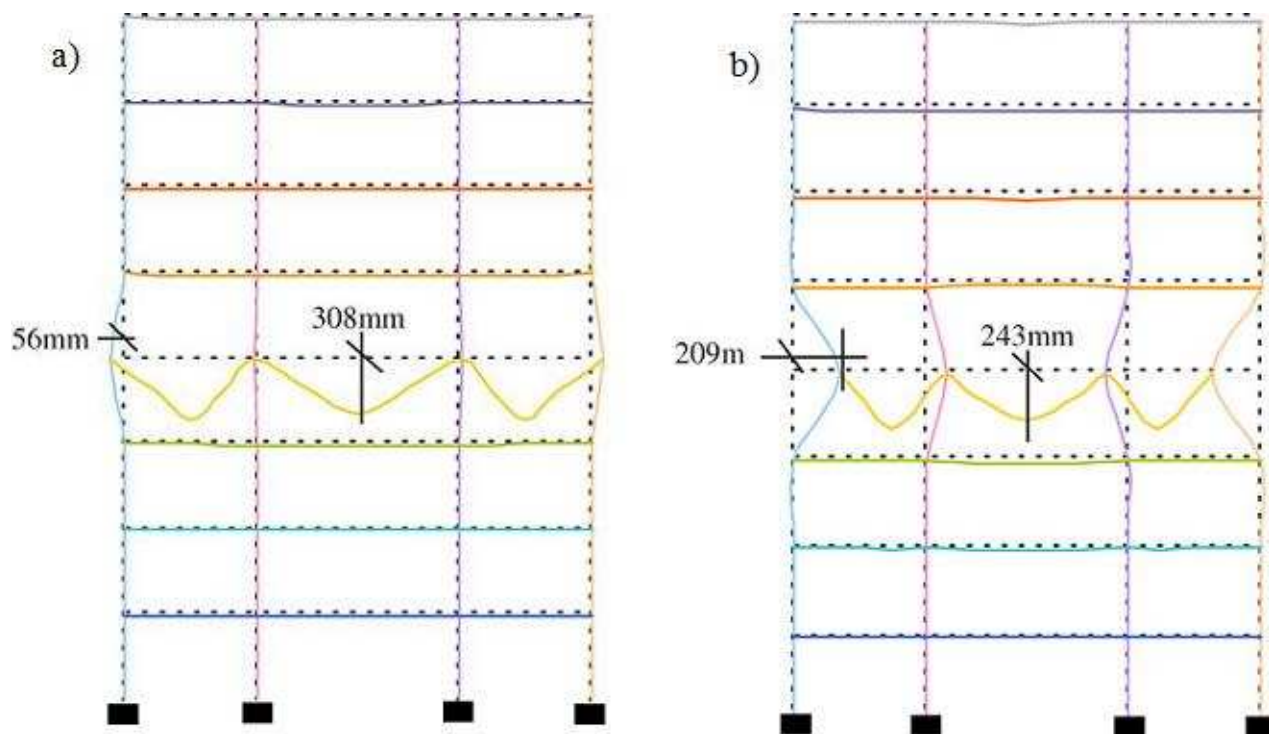
1.1 lentelė. Nelaisvųjų rėmų supaprastinti modeliai

Modelis	Tinkamumas priklausomai nuo gaisro vietos (1.6 pav.)		
	Vidinis sk.	Kraštinis sk.	Kampinis sk.
	+	-	+
	+	+	+
	+	-	-
	+	+	+

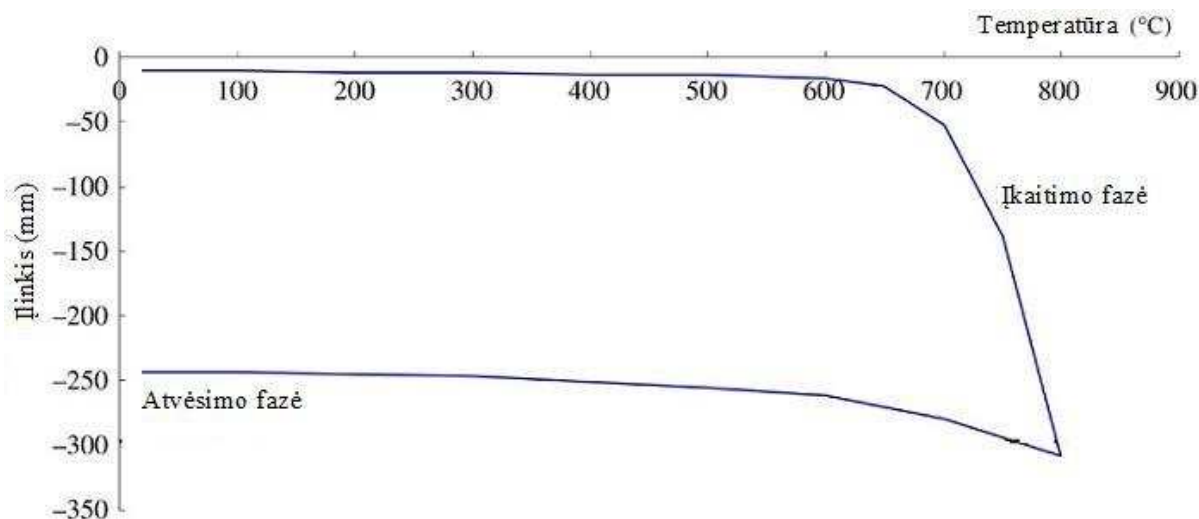


1.6 pav. Gaisro vieta nelaisvajame rėme

C. K. Iu su kolegomis [14; 16] atkreipia dėmesį į tai, kad analizuojant konstrukcijas, veikiamas aukštų (gaisro) temperatūrų reikia atsižvelgti ir į atvėsimo fazę, kai temperatūra mažėja, gaisrą užgesinus (1.7, 1.8 pav.). Nes kylant temperatūrai ir jai krintant įtempių-deformacijų kreivės yra skirtingos. Tyrimai šioje srityje – labai reikšmingi, nes, paprastai, didelis skaičius gelbėtojų tik užgesinus gaisrą įeina į pastatą, dėl to konstrukcijos suirimas gali turėti katastrofiškų pasekmių.

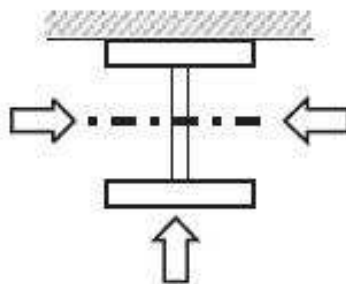


1.7 pav. Plokščio rėmo deformuota schema (a) gaisras 4 aukšte (800 °C), b) po atvėsimo (20 °C))



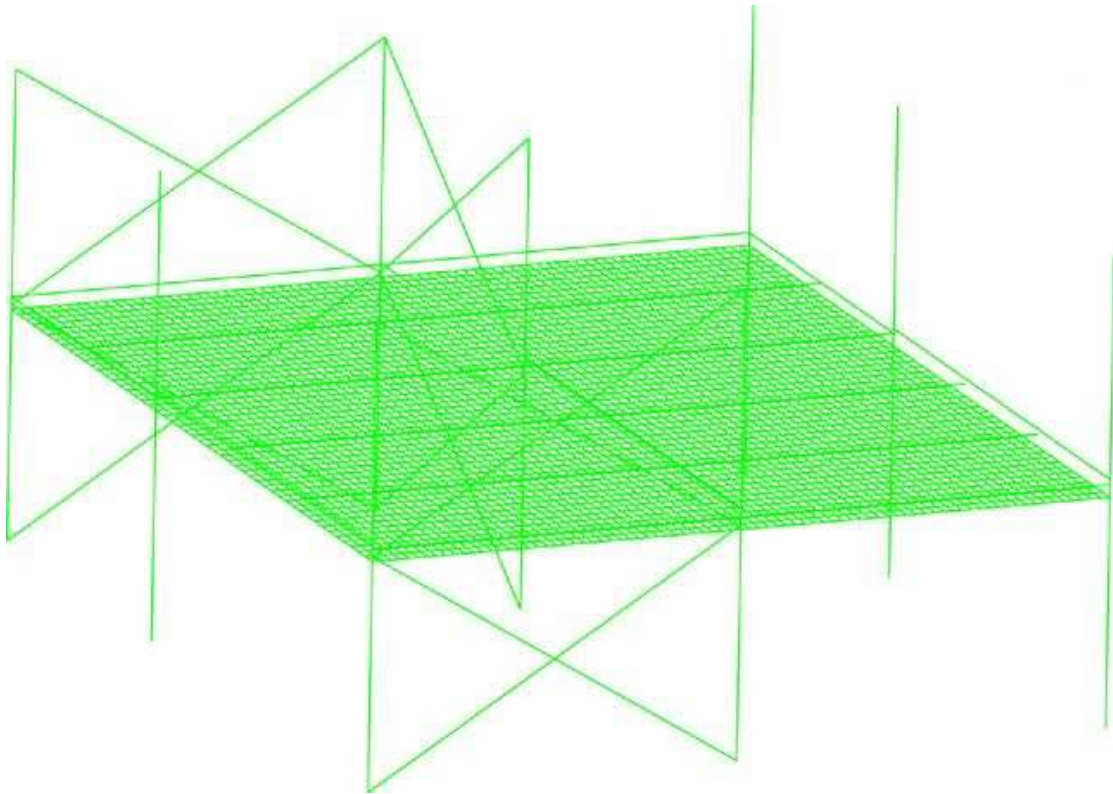
1.8 pav. Vidurinės sijos įlinkio priklausomybė nuo temperatūros

Kai ant plieninio karkaso sijų yra gelžbetoninės (g/b) perdangos plokštės, jos daro įtaką ir strypinių elementų darbui, padidina visos konstrukcijos standumą. Kilus gaisrui sijos, ant kurios yra plokštė, skerspjūvis yra tiesiogiai veikiamas įkaitusių dujų tik iš trijų pusių (1.9 pav.). A. Benedetti ir A. Mangoni [18] pasiūlė metodą skaičiuoti sijoms, veikiamoms aukštų (gaisro) temperatūrų ant kurių remiamos plokštės, įvertinantį plieninės sijos, g/b plokštės ir plieninių jungčių, jungiančių siją ir plokštę sąveiką.



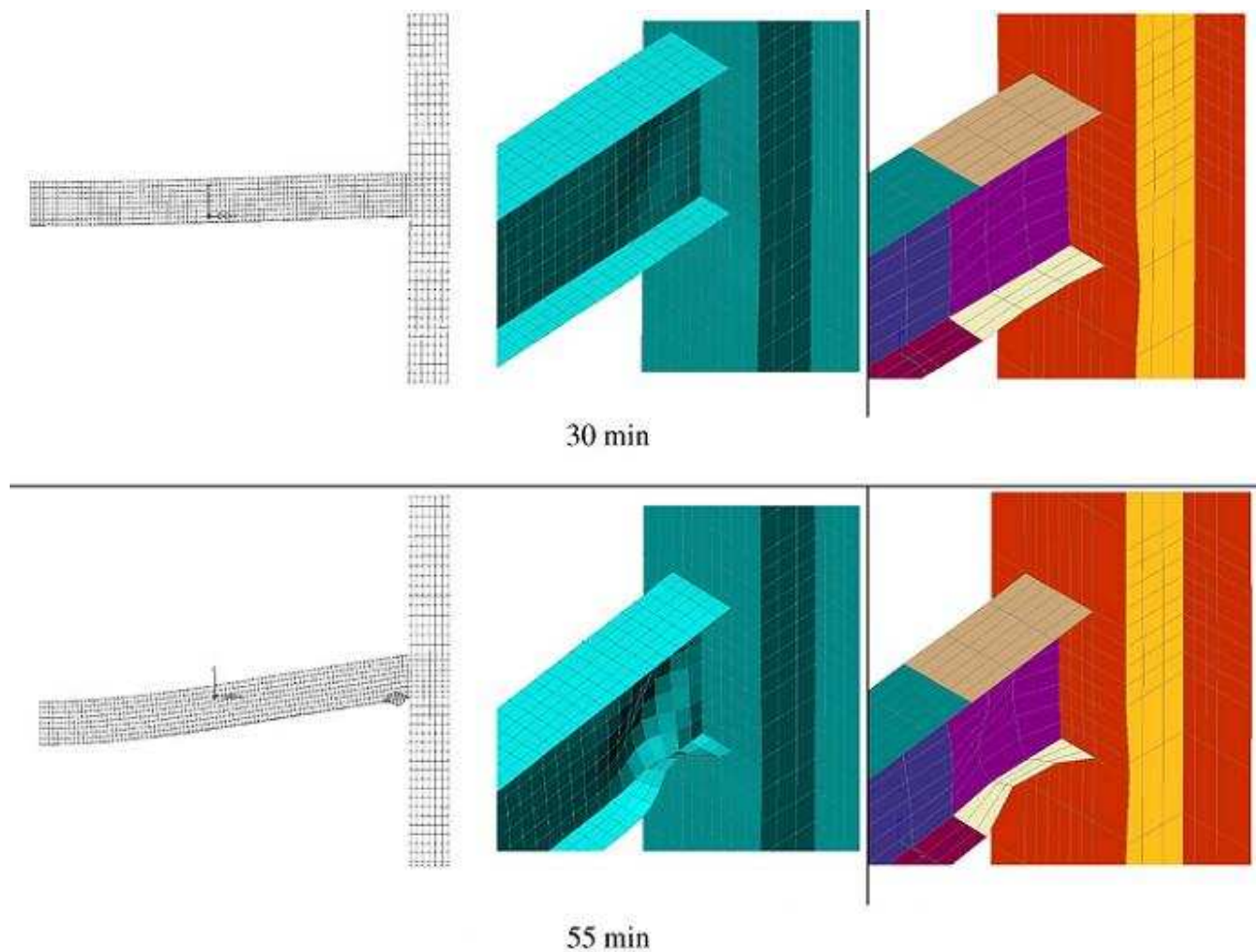
1.9 pav. Įkaitusių dujų veikiamas dvitėjis sijos skerspjūvis

Todėl norint dar labiau priartėti prie realaus konstrukcijos darbo, galima skaičiuojamąją schemą, kurioje baigtiniais elementais modeliuojami ne tik laikantysis karkasas, bet ir g/b plokštė (1.10 pav.).



1.10 pav. Baigtiniais elementais sudalinta konstrukcijos skaičiuojamoji schema

Laikoma, kad esant tokiai konstrukcijai (1.10 pav.), kraštinės sijos atlieka svarbesnę funkciją, nei vidinės, užtikrinant konstrukcijos standumą ir stabilumą, todėl turėtų būti papildomai apsaugotos nuo gaisro poveikio palyginus su vidinėmis sijomis. Gi *S. Lamont*, *M. Gillie* ir *A. S. Usmani* [17] nepriėjo prie vienodų išvadų šiuo klausimu: „visas sijas palikus neapsaugotas, plokštės įlinkiai yra didesni, bet santykiniai poslinkiai tarp rėmo kraštų ir pagrindinių sijų yra mažesni“. Taigi griežtai teigti, jog padidinus kraštinių sijų ugniai atsparumą, tai visada teigiamai įtakos visos konstrukcijos darbą, veikiant aukštomis (gaisro) temperatūroms, negalima.



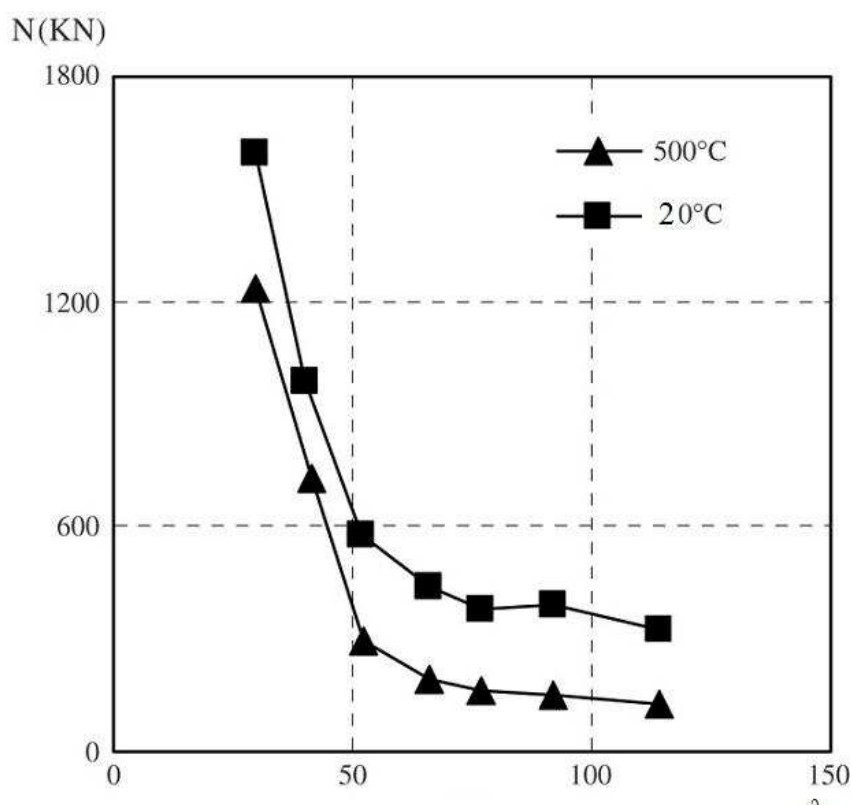
1.11 pav. *Deformuotas baigtinių elementų tinklas* (kairėje – programa *Lusas*, dešinėje – *Safir*), „simuliuojant“ gaisrą, kai kolona padidinto ugniai atsparumo

Naudojant specializuotas baigtinių elementų kompiuterines programas galima gauti ne tik konstrukcijos įrašas ir deformacijas, bet ir strypinio elemento deformuotą pavidalą (1.11 pav.), atitinkantį realų, taip pat elemento ilgyje ir skerspjūvyje sužinoti įtempių pasiskirstymą. Tokiam modeliui aprašyti dažniausiai naudojami trimačiai kevalo („shell“) tipo baigtiniai elementai [19].

1.3. Gniuždomų strypinių elementų eksperimentiniai ir skaitiniai tyrimai

Gniuždomi plieniniai elementai – tokie kaip kolonos (čia ir toliau šiame poskyryje: kolonos – tik gniuždomi elementai), kuriose vyraujanti įraža yra ašinė, praranda savo funkcionalumą klumpant (netenkant pastovumo). Netekusi pastovumo kolona laikoma suirusia. Pasireiškia du klupumo atvejai – bendrasis ir vietinis. Atsižvelgiant į liaunį plieninės kolonos suirimo mechanizmas gali pasikeisti nuo bendrojo klupumo, normaliomis sąlygomis, į vietinį klupumą, veikiant aukštoms (gaisro) temperatūroms (1.13 pav.).

Norint įvertinti liaunio įtaką gniuždomų elementų suirimui, veikiamam aukštų (gaisro) temperatūrų buvo atlikti eksperimentiniai tyrimai [20]. Nustatyta, kad gniuždomų elementų laikomoji galia mažėja didėjant elemento liauniui ir stipriai sumažėja, kai liaunis didesnis už 50. Prie 500 °C elementai išlaiko daugiau nei 70 % pradinio stiprumo, kol liaunis mažesnis kaip 50. Liaunio įtaka gniuždomų elementų laikomosios galios sumažėjimui parodyta 1.12 paveiksle.



1.12 pav. Ribinės ašinės jėgos ir liaunumo priklausomybės kreivės, kai plieno temperatūra – 20 °C ir 500 °C



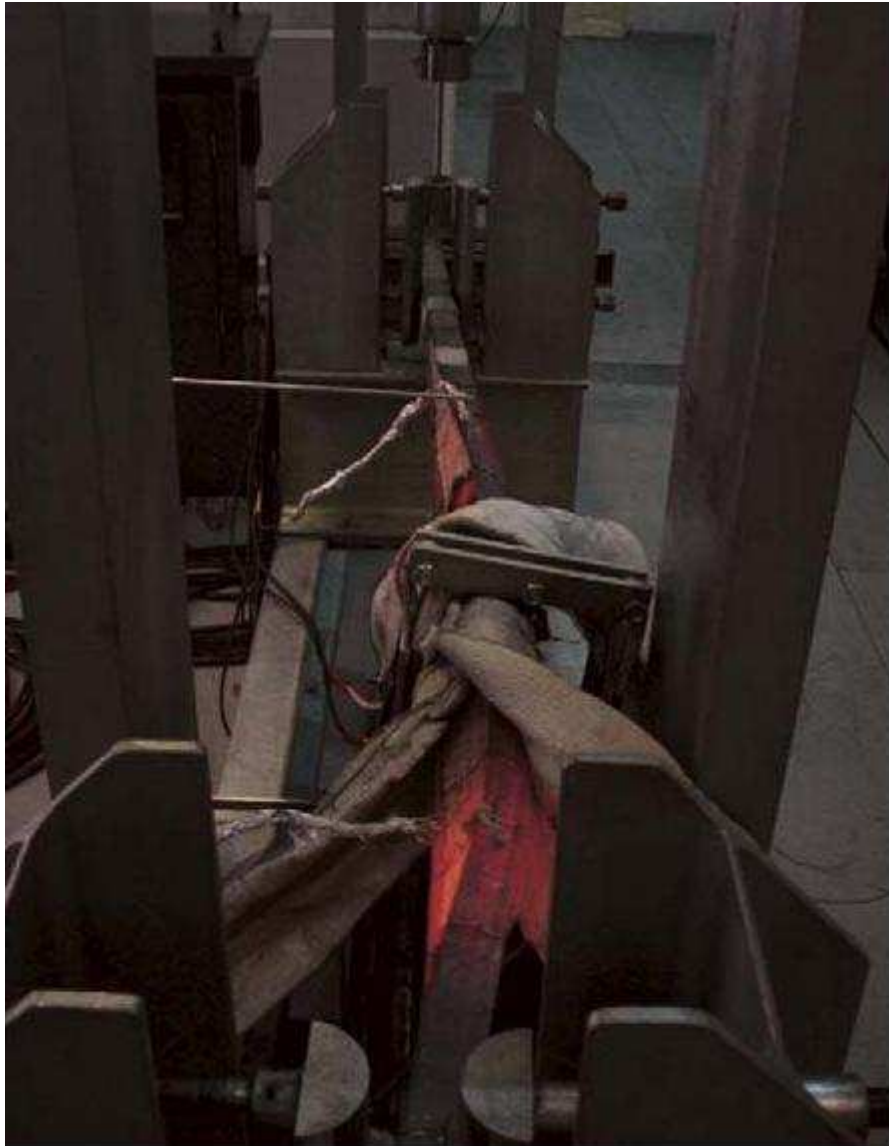
1.13 pav. *Gniuždomų dvitėjo skerspjūvio elementų suirimas* (a) H300x300x10x15, b) H175x175x7,5x11, c) H100x100x6x8)

Dar vienas eksperimentinis tyrimas [21] buvo padarytas, norint išsiaiškinti ašinių suvaržymų įtaka plieninių kolonų, veikiančių monotoniškai didėjančios temperatūros, suirimui. Ašiniai suvaržymai buvo panaudoti, norint imituoti terminių suvaržymų efektus dėl gretimų vėsesnių plieninio rėmo konstrukcijos dalių, gaisro metu. Prieita prie išvados, kad pirminiai netobulumai

tokie kaip, elemento pradinis išlinkis ir apkrovos pridėjimo ekscentricitetas, žymiai pagreitina kolonos suirimą. Taip pat ašiniai suvaržymai turi didelę įtaką kolonos suirimui, didinant suvaržymus pastebimai padidėja ašinės įrašos kolonoje. Remiantis padarytais eksperimentais [21], *Z. F. Huang* ir *K. H. Tan* [22] pateikė baigtinių elementų metodu paremtą modelį. Didžiausias dėmesys buvo sutelktas į tikslią šalutinių efektų, tokių kaip elemento pradinis išlinkis, simuliaciją. Toliau analizuojant kolonų, veikiamų aukštų (gaisro) temperatūrų, darbą, *K. H. Tan* ir *W. F. Yuan* [23] įvertino galimą netolygų temperatūrų pasiskirstymą elemento ilgyje, kai viršutinė kolonos dalis įkaista daugiau, nei apatinė.

1.4. Lenkiamų strypinių elementų eksperimentiniai ir skaitiniai tyrimai

Paprastai sijose dominuojanti įrąža – lenkimo momentas, todėl jų darbas ir suirimo pobūdis skiriasi nuo kolonos. Plieninės sijos, veikiamos aukštų temperatūrų, gali prarasti pastovumą susisukdamos (1.14 pav.) ar pasireiškus vietiniam klupumui (1.15 pav.)

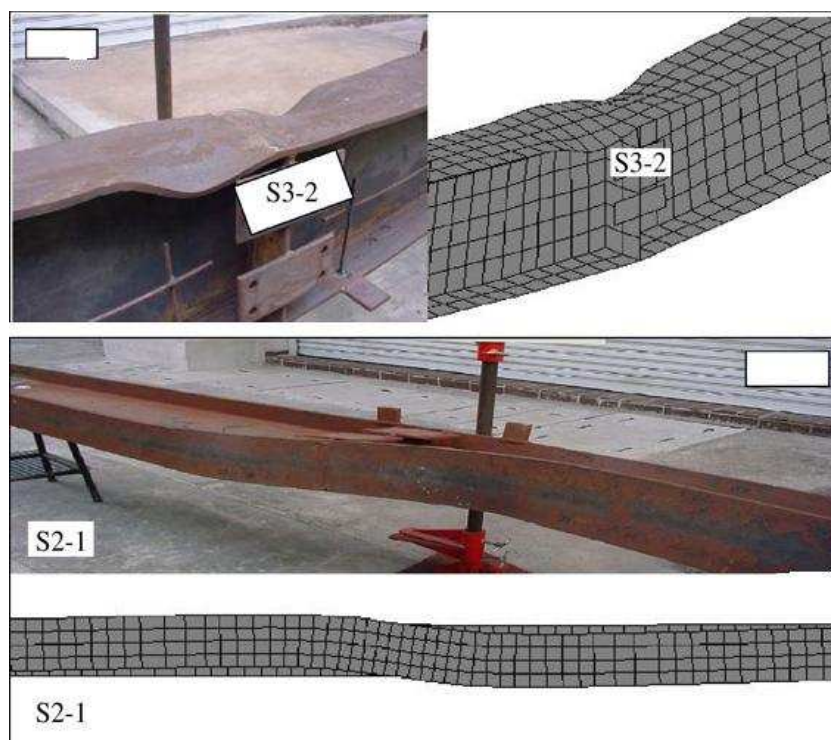


1.14 pav. Sijos susisukimas



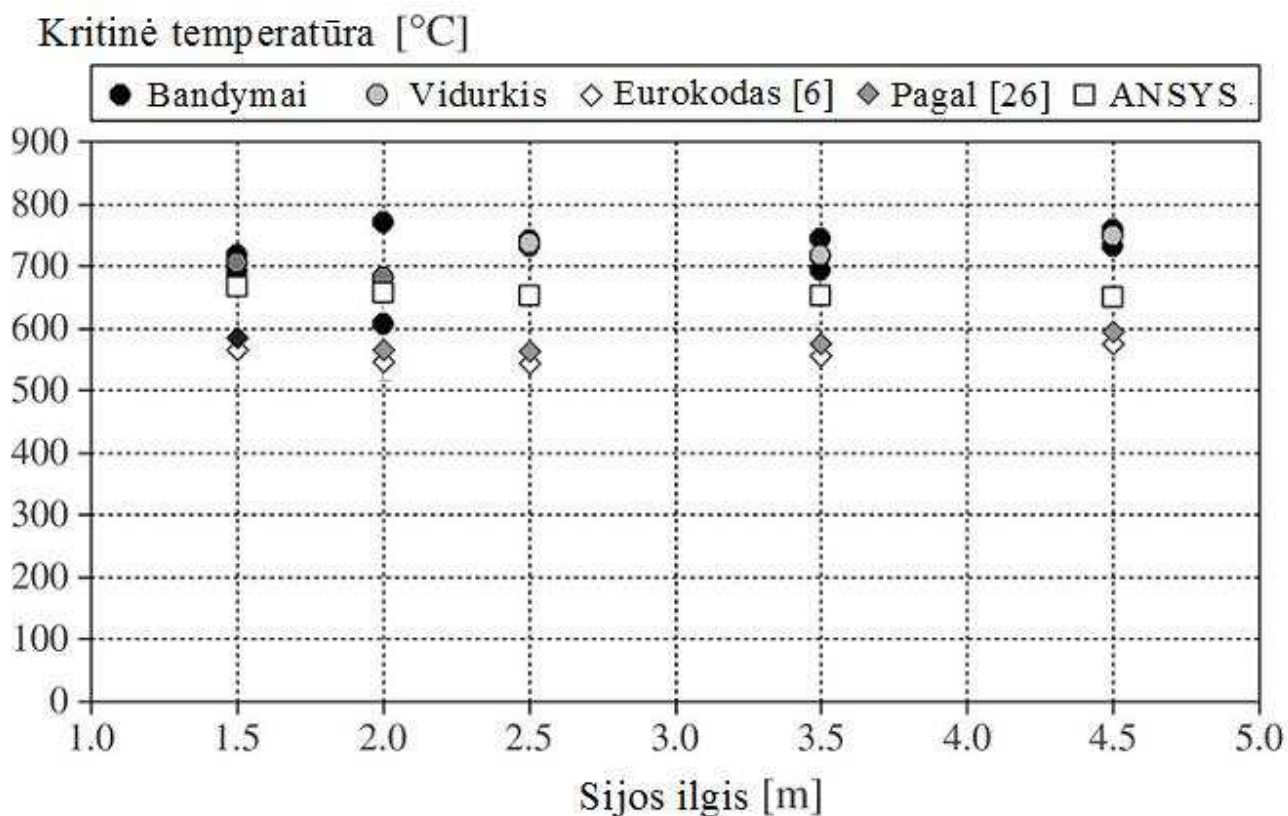
1.15 pav. Sijos vietinio pastovumo netekimas

R. B. Dharma ir *K. H. Tan* atliko eksperimentus [28], norėdami ištirti plieninių I skerspjūvio sijos galinių pjūvių pasisukimo galimybes, veikiant aukštoms (gaisro) temperatūroms. Remiantis atliktais eksperimentais, pažymima, kad prie aukštų temperatūrų galinių pjūvių pasisukimo galimybės sumažėja. Testų rezultatai taip pat parodė, kad esant trumpesniai skaičiuojamajam ilgiui pasisukimo kampai padidėja ir suirimo mechanizmas pasikeičia iš susisukimo į vietinį juostos ir sienelės klupumą. Antroje savo darbo dalyje [29] *R. B. Dharma* ir *K. H. Tan* patikrino kaip baigtinių elementų modeliai susidoroja su tos pačios problemos simuliacija (1.16 pav.)



1.16 pav. Suirimo būseną, realus ir baigtinių elementų modelis

Taip pat *L. M. R. Mesquita* su kolegomis [25] atliko eksperimentinius sijų bandymus ir palygino rezultatus (1.17 pav.) su baigtinių elementų kompiuterine programa *Ansys* bei *Eurokodu* gautais. Kaip jau buvo parodyta [26], pagal *Eurokodą* gaunami rezultatai su atsarga. Skirtumas tarp temperatūrų, gautų eksperimentiškai ir programa *Ansys*, gali būti paašškintas nevienodu temperatūros pasiskirstymu ties atramomis eksperimentiniame modelyje, kas šiek tiek padidino sijos standumą.



1.17 pav. Suirimo temperatūrų palyginimas

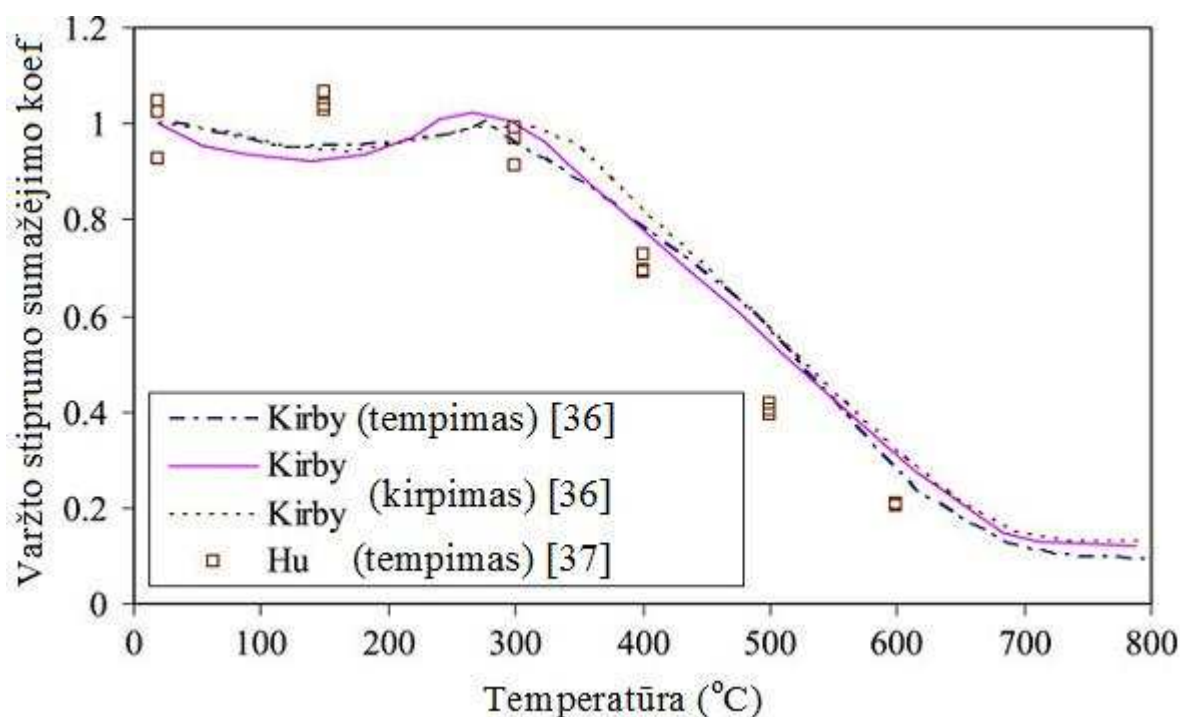
Parametriniai tyrimai [27] parodė, kad ašiniai suvaržymai turi didelės įtakos sijos, veikiamos aukštos temperatūros, darbui. Gi temperatūros gradiento per skerspjūvio aukštį ar ilgį įtaka nėra labai žymi.

Paprastai vietiniam klupumui, esant normalioms temperatūroms, aprašyti naudojami įtempiais paremti skaičiavimo modeliai, bet jie nėra tokie tikslūs, kai veikia aukštos (gaisro) temperatūros. Todėl *M. Knobloch* ir *M. Fontana* [24] pasiūlė naują, tikslesnį deformacijomis paremtą metodą. Pagrindinis šio metodo privalumas – išvengimas skerspjūvių klasifikacijos naudojimo, kas leidžia skaičiuoti bet kokio skerspjūvio elementus.

1.5. Plieninių strypinių elementų varžtinės jungtys

Pagal dabartines projektavimo normas priimama, kad strypinių plieninių elementų jungtys, gaisro metu, įkais lėčiau, nei patys elementai, t.y. sijos ar kolonos, ir nebus konstrukcijos suirimo priežastimi [34]. Tačiau *Pasaulio prekybos centro* pastatų suirimas [30] ir bandymai *Kardingtone* [31] įrodo, kad sujungimai, gaisro sąlygomis, dažnai gali būti silpniausiu laikančiosios konstrukcijos komponentu. Taip yra todėl, kad normaliomis sąlygomis, kolonos-sijos ir sijos-sijos sujungimai daugiaaukščiame rėme yra suprojektuoti atlaikyti skersinių įrąžų ir momentų poveikius, o gaisro metu gali papildomai atsirasti didelių ašinių įrąžų. Todėl pastaraisiais metais skiriama daugiau dėmesio sujungimų, veikiamų aukštų (gaisro) temperatūrų, nagrinėjimui.

Varžtinėje jungtyje atsiranda specialus elementas – varžtas, kurio stiprumą temperatūra veikia kitaip, nei strypinių elementų, tai patvirtina atlikti tyrimai (1.18 pav.) [36; 37].



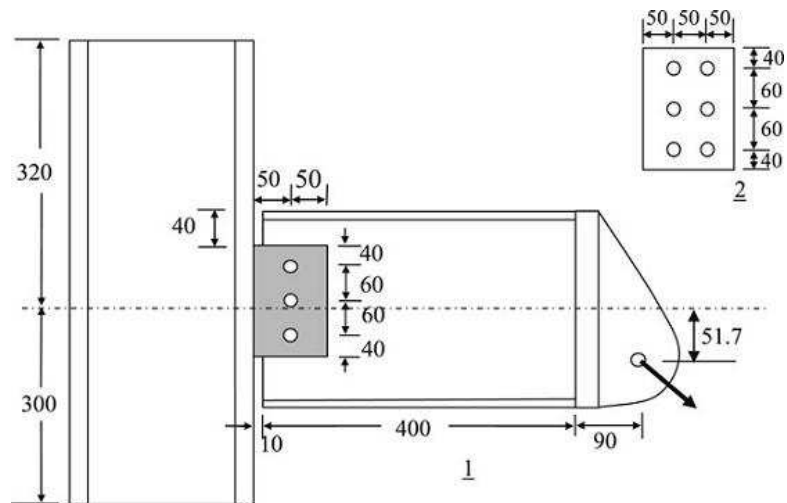
1.18 pav. Varžtų stiprumo priklausomybė nuo temperatūros

Buvo atlikti eksperimentiniai ir skaitiniai tyrimai [33; 35] nagrinėti kolonos-sijos sujungimus, kai elementai sujungiami varžtais per prie sijos galo privirintą plokštelę (1.19 pav.). Nustatyta, kad šių sujungimų kritinei temperatūrai didelę įtaką turi standumo briaunos. Kuo storesnės standumo briaunos ir galinė sujungimo plokštelė, tuo aukštesnė ribinė sujungimo temperatūra.



1.19 pav. Deformuotas sijos-kolonos sujungimas, viršuje su standumo briaunomis, apačioje be standumo briaunų

Taip pat buvo atlikti eksperimentiniai bandymai [34] nagrinėti kolonos-sijos sujungimams, kai elementai sujungiami varžtais per vertikalią plokštelę privirintą prie kolonos (1.20 pav.).



1.20 pav. Sijos-kolonos sujungimo schema

Eksperimentai parodė, kad veikiant aukštai temperatūrai, gali pasikeisti sujungimo suirimo mechanizmas iš sijos sienelės kirpimo (21 pav.), esant normaliai temperatūrai, į varžtų nukirpimą (1.22 pav.). Bandymų metu gauta, jog tokių sujungimų stiprumas jau prie 450 °C sumažėja daugiau nei du kartus, o, kai temperatūra siekia 650 °C sujungimas atlaiko tik vos virš 10 % pirminės apkrovos.

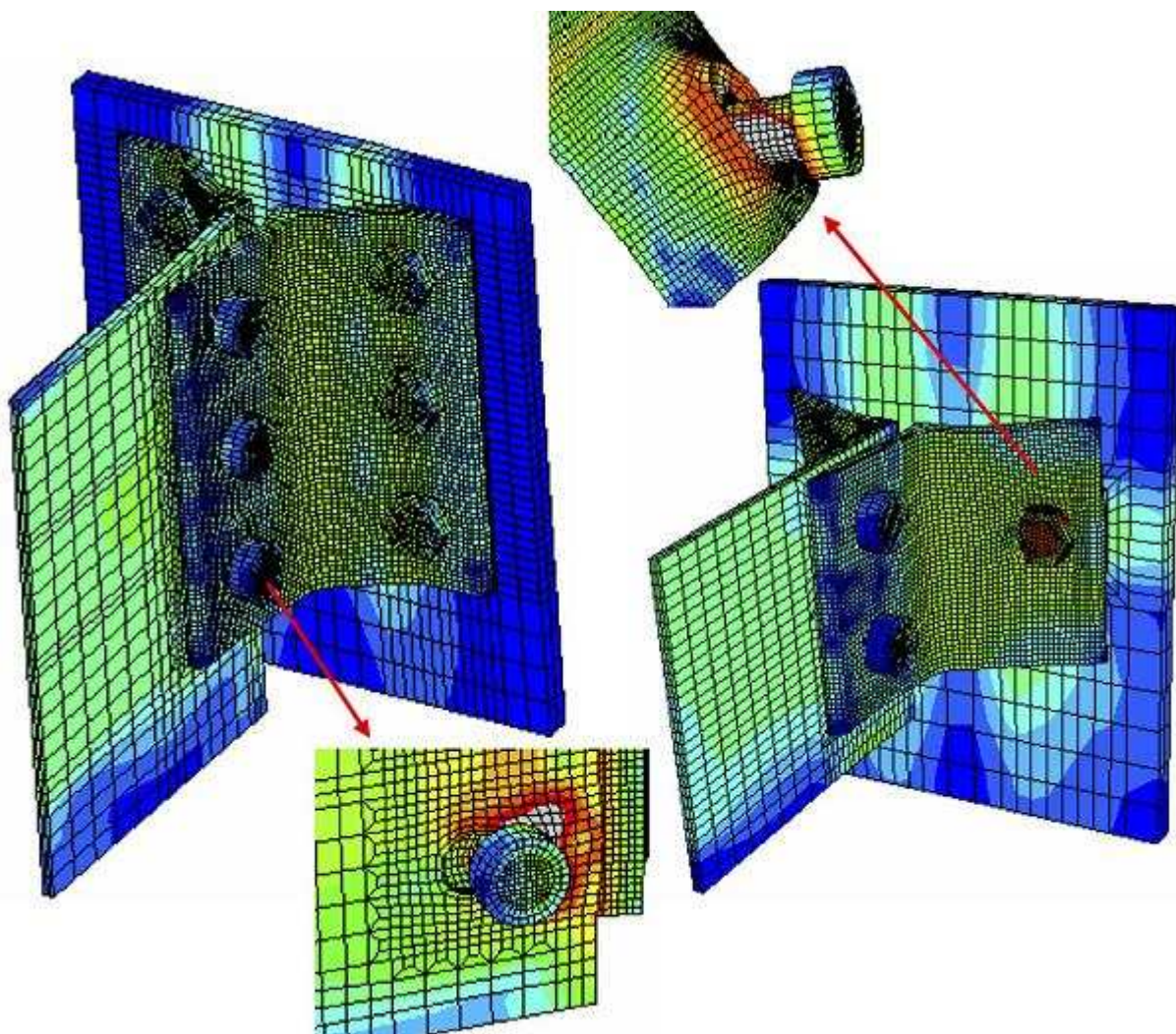


1.21 pav. Kirpimas per sijos sienelę, 20 °C



1.22 pav. Varžtų nukirpimas, 550 °C

Dėl eksperimentinių tyrimų brangumo, kaip ir kitų konstrukcijos elementų tyrimuose, svarbų vaidmenį vaidina baigtinių elementų modelių simuliacijos (1.23 pav.). Bet varžtinių sujungimų modeliavimas yra kur kas sudėtingesnis, nei strypinių elementų. Didelio ryšių, aprašančių lietimosi plokštumas, skaičius modeliuose sukelia problemų sudarant standumo matricas, dėl to atsiranda konvergavimo sunkumų įprastiems konstrukcijų analizės skaičiavimo modeliams. *H. Yu* [32] pasiūlė varžtinių sujungimų analizei naudoti dinaminį skaičiavimo modelį, kuris šiuo atveju žymiai pranašesnis už statinį ir leidžia išvengti minėtų problemų.



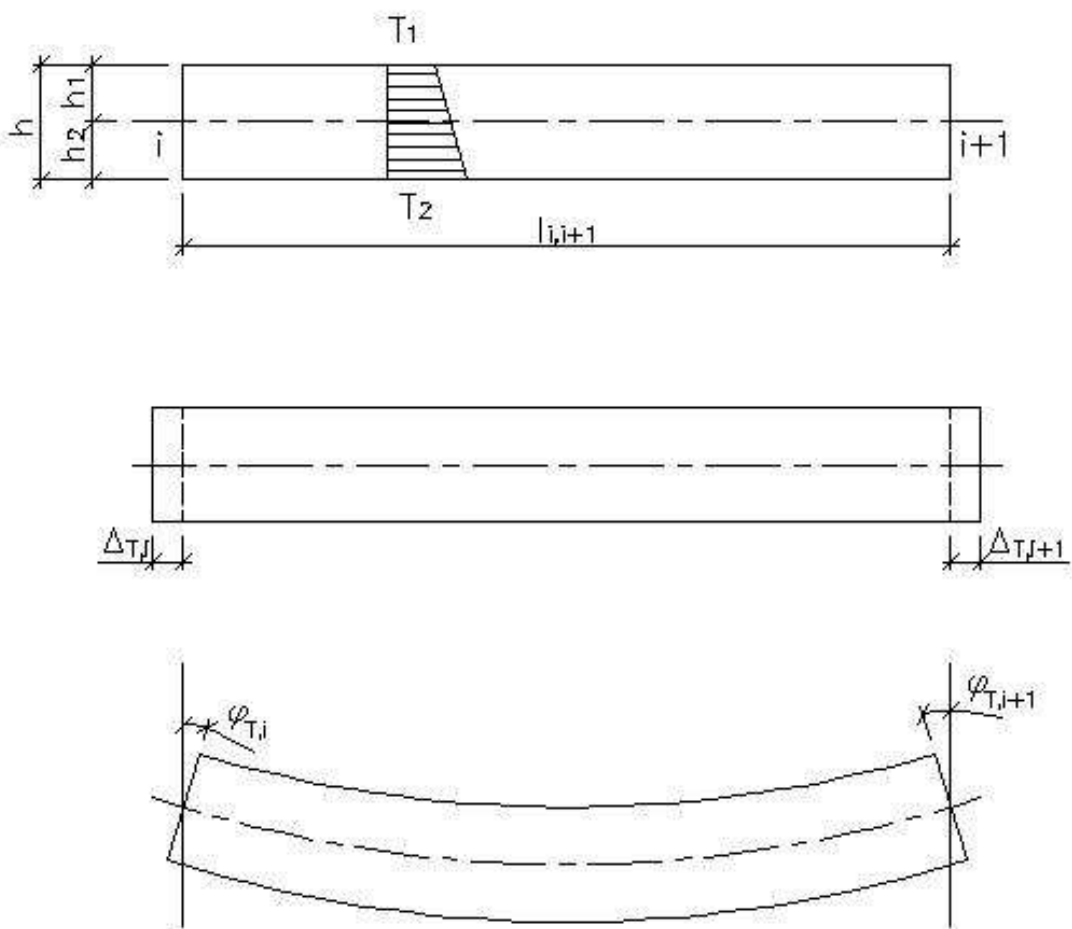
1.23 pav. Baigtinių elementų modeliai

2. TAMPRIŲ-PLASTINIŲ STRYPINIŲ KONSTRUKCIJŲ ANALIZĖ, ĮVERTINANT TEMPERATŪROS POKYTĮ

2.1. Elemento deformacijos nuo temperatūros pokyčio

Temperatūros kitimas (prieaugis arba nuostolis), lyginant su pradine strypinės sistemos elementų temperatūra, vadinamas temperatūros pokyčiu. Dėl šio pokyčio keičiasi elemento ilgis. Jei temperatūros pokytis apatiniuose ir viršutiniuose elemento sluoksniuose skiriasi, tai elementas dar ir išlinksta. Reiškia, kintant temperatūrai, strypinės sistemos elementai deformuojasi ir nuo to juose gali atsirasti įrąžos, o sistemos elementai pasislinkti į naują padėtį.

Priimsime, kad plokščios strypinės sistemos elemento skerspjūvyje temperatūros pokytis pasiskirsto pagal plokščiąjį dėsnį, t.y. skerspjūvio aukštyje h kinta pagal tiesinį dėsnį, o skerspjūvio plotyje yra pastovus. Taip pat priimame, jog elemento ilgyje temperatūros pokyčio pasiskirstymo dėsnis nekinta.



2.1 pav. Elemento deformacijos nuo temperatūros pokyčio

Jei elemento (2.1 pav.) viršutinių sluoksnių temperatūros pokytis T_1 , o apatinių – T_2 . Tada temperatūros pokytis T elemento ašyje:

$$T = \frac{h_1 \cdot T_1 + h_2 \cdot T_2}{h}. \quad (2.1)$$

Kai elemento svorio centras yra skerspjūvio viduryje, (2.1) formulė užrašoma taip:

$$T = \frac{T_1 + T_2}{2}. \quad (2.2)$$

Dėl šio ašyje veikiančio temperatūros pokyčio T elementas pailgėja arba sutrumpėja:

$$\Delta_T = \alpha \cdot T \cdot l_{i,i+1}; \quad (2.3)$$

čia α – elemento šiluminis plėtimosi koeficientas;

$l_{i,i+1}$ – elemento ilgis.

Tada strypo (2.5 pav.) galinių pjūvių linijinės deformacijos:

$$\Delta_{T,i} = \Delta_{T,i+1} = \frac{1}{2} \alpha \cdot T \cdot l_{i,i+1}. \quad (2.4)$$

Skirtumas tarp kraštinių sluoksnių temperatūros pokyčių:

$$t = T_2 - T_1. \quad (2.5)$$

Dėl šio temperatūros pokyčio t elemento ašies ilgis nesikeičia, viršutinių sluoksnių ilgis – sumažėja, o patinių – padidėja. Todėl elementas išlinksta ir jo galiniai pjūviai pasisuka (2.5 pav.). Pagal plokščių pjūvių hipotezę elemento galinių pjūvių tarpusavio pasisukimo kampas:

$$\varphi_T = \frac{t}{h} \cdot \alpha \cdot T \cdot l_{i,i+1}. \quad (2.6)$$

Tada strypo (2.5 pav.) galinių pjūvių pasisukimo kampai:

$$\begin{cases} \varphi_{T,i} = \frac{t}{2h} \cdot \alpha \cdot T \cdot l_{i,i+1}, \\ \varphi_{T,i+1} = -\frac{t}{2h} \cdot \alpha \cdot T \cdot l_{i,i+1}. \end{cases} \quad (2.7)$$

Pasisukimo kampas $\varphi_{T,i+1}$ neigiamas, nes nuo šio temperatūros pokyčio skerspjūvis pjūvyje $i+1$ pasisuka prieš laikrodžio rodyklę.

Taigi strypinio elemento deformacijų vektorius nuo temperatūros pokyčio yra:

$$\boldsymbol{\theta}_T = [\varphi_{T,i} \ \varphi_{T,i+1} \ \Delta_T]^T.$$

O pjūvį i apibūdina šis deformacijų vektorius:

$$\boldsymbol{\theta}_{T,i} = [\varphi_{T,i} \ \Delta_{T,i}]^T.$$

2.2. Analizės uždavinio matematinis modelis

Tamprios plastinės sistemos analizės uždavinys formuluojamas taip:

Žinant konstrukcijos konfigūraciją, tamprumo bei plastiškumo charakteristikas, taip pat išorinius poveikius (apkrovas ir temperatūros pokyčius). Reikia rasti įrašas ir poslinkius, atsiradus konstrukcijoje plastinėms deformacijoms, bet jos būviui dar nepasiekus plastinio suirimo būklės.

Matematiniai modeliai sudaromi remiantis statybinės mechanikos ir optimizacijos teorijomis [3; 4; 5].

2.2.1. Tamprios strypinės sistemos matematinis modelis

Tamprios lenkiamos strypinės sistemos matematinis modelis, veikiant išorinei apkrovai.

Matematinį modelį sudaro pusiausviros, geometrinės ir fizikinės lygtys.

Pusiausviros lygtys išreiškia pusiausvirą tarp įrašų ir išorinių jėgų:

$$\mathbf{A}\mathbf{S}_e = \mathbf{F}; \quad (2.8)$$

čia $\mathbf{A}$ – pusiausviros lygčių koeficientų matrica;

$\mathbf{S}_e$ – tamprių įrašų vektorius;

$\mathbf{F}$ – išorinės apkrovos vektorius.

Geometrinės lygtys nusako sistemos deformacijų ir poslinkių darną:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{u}_e = \boldsymbol{\theta}_s; \quad (2.9)$$

čia $\mathbf{u}_e$ – tamprių poslinkių vektorius;

$\boldsymbol{\theta}_s$ – deformacijų, kurias sukelia įrašos, vektorius.

Fizikinės lygtys išreiškia ryšį tarp įrašų ir deformacijų:

$$\boldsymbol{\theta}_s = \mathbf{D}\mathbf{S}_e; \quad (2.10)$$

čia $\mathbf{D}$ – pasiduodamumo matrica.

Šių matricinių lygčių (2.8) – (2.10) kintamieji yra tarpusavyje suderinti ir atitinka vieną ir tą patį lenkiamos strypinės sistemos diskretinį modelį, todėl jas galima sujungti į bendrą lygčių sistemą:

$$\begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{S}_e = \mathbf{F}, \\ \mathbf{A}^T \mathbf{u}_e - \boldsymbol{\theta}_s = \mathbf{0}, \\ \boldsymbol{\theta}_s - \mathbf{D}\mathbf{S}_e = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (2.11)$$

Ši lygčių sistema – tamprios lenkiamos strypinės sistemos matematinis modelis.

Tamprios strypinės sistemos skaičiavimo nuo temperatūros pokyčio matematinis modelis.

Matematinį modelį, kaip ir lenkiamos sistemos, sudaro pusiausviros, geometrinės ir fizikinės lygtys.

Veikiant temperatūros pokyčiui, išorinių jėgų nėra, todėl pusiausviros lygtys atrodys taip:

$$\mathbf{AS}_e = \mathbf{0}. \quad (2.12)$$

Geometrinės lygtys:

$$\mathbf{A}^T \mathbf{u}_e = \boldsymbol{\theta}_s + \boldsymbol{\theta}_T; \quad (2.13)$$

čia $\boldsymbol{\theta}_T$ – deformacijų, kurias sukelia temperatūros pokytis, vektorius.

Fizikinės lygtys sudaromos užrašius ryšį tik tarp deformacijų, kurias sukelia įrašos:

$$\boldsymbol{\theta}_s = \mathbf{DS}_e; \quad (2.14)$$

Tada tamprios strypinės sistemos skaičiavimo nuo temperatūros pokyčio matematinis modelis:

$$\begin{cases} \mathbf{AS}_e = \mathbf{0}, \\ \mathbf{A}^T \mathbf{u}_e - \boldsymbol{\theta}_s = \boldsymbol{\theta}_T, \\ \boldsymbol{\theta}_s - \mathbf{DS}_e = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (2.15)$$

Tamprios strypinės sistemos matematinis modelis.

Sudėjus abu anksčiau aprašytus matematinius modelius (2.11) ir (2.15) gaunamas bendras tamprios sistemos matematinis modelis:

$$\begin{cases} \mathbf{AS}_e = \mathbf{F}, \\ \mathbf{A}^T \mathbf{u}_e - \boldsymbol{\theta}_s = \boldsymbol{\theta}_T, \\ \boldsymbol{\theta}_s - \mathbf{DS}_e = \mathbf{0}. \end{cases} \quad (2.16)$$

2.2.2. Tamprios-plastinės strypinės sistemos analizės uždavinio matematinis modelis

Tamprios plastinės sistemos liekamųjų įrašų tikrąjį būvį aprašo toks energinis principas:

Iš visų statiskai leistinų liekamųjų įrašų vektorių sistemoje nepasiekusiojo pilnojo plastinio suirimo tikrasis yra tas, kuris atitinka minimalią papildomo deformavimo energiją.

$$U_r = \frac{1}{2} \mathbf{S}_r^T \mathbf{DS}_r; \quad (2.17)$$

čia $\mathbf{S}_r$ – liekamųjų įrašų vektorius;

Statiškai leistinas liekamųjų įrašų vektorius – toks, kuris tenkina pusiausvyros lygtis ir takumo sąlygas.

Liekamosios įrašos $\mathbf{S}_r$ lieka konstrukciją nukrovus, t.y., kai išorinė apkrova lygi 0, tada pusiausvyros lygtys:

$$\mathbf{A}\mathbf{S}_r = \mathbf{0}. \quad (2.18)$$

Takumo sąlygos:

$$\Phi(\mathbf{S}_r + \mathbf{S}_e) \leq \mathbf{S}_0; \quad (2.19)$$

čia Φ – takumo sąlygų koeficientų matrica;

$\mathbf{S}_0$ – ribinių įrašų vektorius.

Tada liekamųjų įrašų nustatymo uždavinio matematinis modelis:

Rasti

$$\frac{1}{2}\mathbf{S}_r^T \mathbf{D}\mathbf{S}_r \rightarrow \min, \quad (2.20)$$

kai

$$\Phi\mathbf{S}_r \leq \mathbf{S}_0 - \Phi\mathbf{S}_e, \quad (2.21)$$

$$\mathbf{A}\mathbf{S}_r = \mathbf{0}. \quad (2.22)$$

Liekamųjų poslinkių analizės uždavinį gausime panaudodami matematinio programavimo dualumo teoriją, tam tikslui uždaviniui (2.20) – (2.22), kurį vadiname tiesioginiu, sudarome dualų.

Tiesioginiam uždaviniui užrašoma Lagranžo funkcija. Ji sudaroma taip: imama pradinio uždavinio tikslo funkcija (2.20) ir prie jos pridedamos apribojimų sąlygos (2.21) (2.22), padaugintos iš laisvai pasirinktų naujų kintamųjų (Lagranžo daugiklių), šiuo atveju apribojimais-nelygybės dauginami iš λ , o apribojimais-lygybės iš $\mathbf{u}_r$. Tada Lagranžo funkcija yra tokia:

$$\mathcal{L}(\mathbf{S}_r, \lambda, \mathbf{u}_r) = \frac{1}{2}\mathbf{S}_r^T \mathbf{D}\mathbf{S}_r + \lambda^T(-\mathbf{S}_0 + \Phi\mathbf{S}_e + \Phi\mathbf{S}_r) + \mathbf{u}_r^T(-\mathbf{A}\mathbf{S}_r) \rightarrow \max. \quad (2.23)$$

Dualaus uždavinio apribojimus gauname prilyginę nuliui Lagranžo funkcijos dalines išvestines, rastas pagal pradinio uždavinio kintamuosius:

$$\frac{\partial \mathcal{L}(\mathbf{S}_r, \lambda, \mathbf{u}_r)}{\partial \mathbf{S}_r} = \mathbf{D}\mathbf{S}_r + \Phi^T \lambda - \mathbf{A}^T \mathbf{u}_r = \mathbf{0}.$$

Taip pat Lagranžo daugikliai ties apribojimais-nelygybėmis gali būti tik teigiami.

Taigi dualus uždavinys:

Rasti

$$\frac{1}{2} \mathbf{S}_r^T \mathbf{D} \mathbf{S}_r + \boldsymbol{\lambda}^T \boldsymbol{\Phi} \mathbf{S}_r + \boldsymbol{\lambda}^T \boldsymbol{\Phi} \mathbf{S}_e - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{S}_0 - \mathbf{u}_r^T \mathbf{A} \mathbf{S}_r \rightarrow \max, \quad (2.24)$$

kai

$$\mathbf{D} \mathbf{S}_r + \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{A}^T \mathbf{u}_r = \mathbf{0}, \quad (2.25)$$

$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}; \quad (2.26)$$

čia $\boldsymbol{\lambda}$ – plastinių daugiklių vektorius;

$\mathbf{u}_r$ – liekamųjų poslinkių vektorius;

Iš apribojimų sąlygos (2.25) išsireiškus $\mathbf{A}^T \mathbf{u}_r$ ir įstačius į tikslo funkciją (2.24) bei ją pertvarkius gaunamas toks uždavinys:

Rasti

$$-\frac{1}{2} \mathbf{S}_r^T \mathbf{D} \mathbf{S}_r + \boldsymbol{\lambda}^T \boldsymbol{\Phi} \mathbf{S}_e - \boldsymbol{\lambda}^T \mathbf{S}_0 \rightarrow \max, \quad (2.27)$$

kai

$$\mathbf{D} \mathbf{S}_r + \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{A}^T \mathbf{u}_r = \mathbf{0}, \quad (2.28)$$

$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}. \quad (2.29)$$

Šis dualus uždavinys (2.27) – (2.29) ir yra liekamųjų poslinkių analizės uždavinys, kuris atitinka šį energinį principą:

Iš visų kinematiškai leistinų liekamųjų poslinkių vektorių tikrasis yra tas, kuris atitinka papildomo darbo liekamuosiuose poslinkiuose maksimumą.

Apribojimų sąlyga (2.28) reiškia geometrinės lygtis išreiškiančias ryšį tarp liekamųjų deformacijų ir liekamųjų poslinkių. Plastinių deformacijų vektorius:

$$\boldsymbol{\Theta}_p = \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda} \quad (2.30)$$

Pasinaudojant analizės uždavinio kinematinę formuluotę, t.y. liekamųjų poslinkių nustatymo uždaviniu (2.27) – (2.29) sudaromas konstrukcijos analizės uždavinio modifikuotas matematinis modelis.

Į apribojimo sąlygas-lygybes (2.28) įeinanti pasiduodamumo matrica $\mathbf{D}$ yra kvadratinė, todėl mes galime išreikšti liekamasias įrašas $\mathbf{S}_r$ per daugiklius $\boldsymbol{\lambda}$ ir liekamuosius poslinkius $\mathbf{u}_r$:

$$\mathbf{S}_r = -\mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{u}_r. \quad (2.31)$$

Liekamosios įrašos $\mathbf{S}_r$ yra sau pusiausviros, t.y. tenkina liekamųjų įrašų pusiausviros lygtį:

$$\mathbf{A}\mathbf{S}_r = \mathbf{0}. \quad (2.22)$$

Todėl į lygtį (2.22) įstačius išraišką (2.31) galima nustatyti liekamųjų poslinkių išraišką:

$$-\mathbf{A}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{\Phi}^T\boldsymbol{\lambda} + \mathbf{A}\mathbf{D}^{-1}\mathbf{A}^T\mathbf{u}_r = \mathbf{0};$$

Pasiduodamumo matrica $\mathbf{D}$ lygi atvirkštinei standumo matricai $\mathbf{K}$:

$$\mathbf{D}^{-1} = \mathbf{K}. \quad (2.32)$$

Tada:

$$\mathbf{u}_r = (\mathbf{A}\mathbf{K}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{K}\mathbf{\Phi}^T\boldsymbol{\lambda}. \quad (2.33)$$

Arba galima užrašyti taip:

$$\mathbf{u}_r = \bar{\mathbf{H}}\boldsymbol{\theta}_p; \quad (2.34)$$

čia $\bar{\mathbf{H}}$ – liekamųjų poslinkių infliucentinė matrica;

$$\bar{\mathbf{H}} = (\mathbf{A}\mathbf{K}\mathbf{A}^T)^{-1}\mathbf{A}\mathbf{K}. \quad (2.35)$$

Liekamųjų poslinkių išraišką (2.34) įstačius į lygtį (2.31) gaunama liekamųjų įrašų išraiška:

$$\mathbf{S}_r = \bar{\mathbf{G}}\boldsymbol{\theta}_p; \quad (2.36)$$

čia $\bar{\mathbf{G}}$ – liekamųjų įrašų infliucentinė matrica;

$$\bar{\mathbf{G}} = \mathbf{K}\mathbf{A}^T\bar{\mathbf{H}} - \mathbf{K}. \quad (2.37)$$

Gautą liekamųjų įrašų išraišką (2.36) įstačius į liekamųjų poslinkių analizės uždavinio tikslo funkciją (2.27) ir ją sutvarkius gauname tokį uždavinį:

Rasti

$$\frac{1}{2}\boldsymbol{\lambda}^T\mathbf{G}\boldsymbol{\lambda} - \boldsymbol{\lambda}^T(\mathbf{S}_0 - \mathbf{\Phi}\mathbf{S}_e) \rightarrow \max, \quad (2.38)$$

kai

$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}. \quad (2.39)$$

Čia $\mathbf{G} = \bar{\mathbf{G}}\mathbf{\Phi}^T$;

$$\mathbf{G}^T\mathbf{D}\mathbf{G} = -\mathbf{G}.$$

Gautoje modifikacijoje (2.38) – (2.39) nežinomieji tik plastiniai daugikliai $\boldsymbol{\lambda}$. Tikslo funkcija yra kvadratinė, o apribojimai tik ženklo. Tai – tipinis kvadratinio programavimo uždavinys. Jį

išsprendus gaunami daugikliai λ , po to panaudojus (2.34) ir (2.36) formules liekamųjų poslinkių ir liekamųjų deformacijų reikšmės.

Matematinuose modeliuose (2.20) – (2.22), (2.27) – (2.29) ir (2.38) – (2.39) tamprios įrašos $\mathbf{S}_e$ – žinomi dydžiai. Jie apskaičiuojami iš (2.16) lygčių sistemos, kurią sudaro trys matricinės lygtys ir trys nežinomųjų vektoriai $\mathbf{S}_e$, $\mathbf{u}_e$ ir $\boldsymbol{\theta}_T$, taigi, nežinomuosius galima išsireikšti per žinomus narius.

Pirmiausia fizikinė lygtis įstatoma į geometrinę lygtį, taip gaunama dviejų lygčių sistema:

$$\begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{S}_e = \mathbf{F}, \\ \mathbf{A}^T \mathbf{u}_e - \mathbf{D}\mathbf{S}_e = \boldsymbol{\theta}_T. \end{cases} \quad (2.27)$$

Pertvarkoma antra lygtis:

$$\begin{cases} \mathbf{A}\mathbf{S}_e = \mathbf{F}, \\ \mathbf{S}_e = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{u}_e - \mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\theta}_T. \end{cases} \quad (2.28)$$

Antra lygtis įstatoma į pirmą:

$$\mathbf{A}(\mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{u}_e - \mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\theta}_T) = \mathbf{F}. \quad (2.29)$$

Ir išsireiškiami tamprūs poslinkiai:

$$\mathbf{u}_e = (\mathbf{A}\mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}^T)^{-1} (\mathbf{F} + \mathbf{A}\mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\theta}_T). \quad (2.30)$$

Ši išraiška statoma į (2.28) lygčių sistemos antrą lygtį, kurią pertvarkius, gaunama tamprių įrašų išraiška:

$$\mathbf{S}_e = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}^T (\mathbf{A}\mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}^T)^{-1} (\mathbf{F} + \mathbf{A}\mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\theta}_T) - \mathbf{D}^{-1} \boldsymbol{\theta}_T. \quad (2.31)$$

Tamprios-plastinės sistemos suminiai poslinkiai $\mathbf{u}$ ir suminės įrašos $\mathbf{S}$:

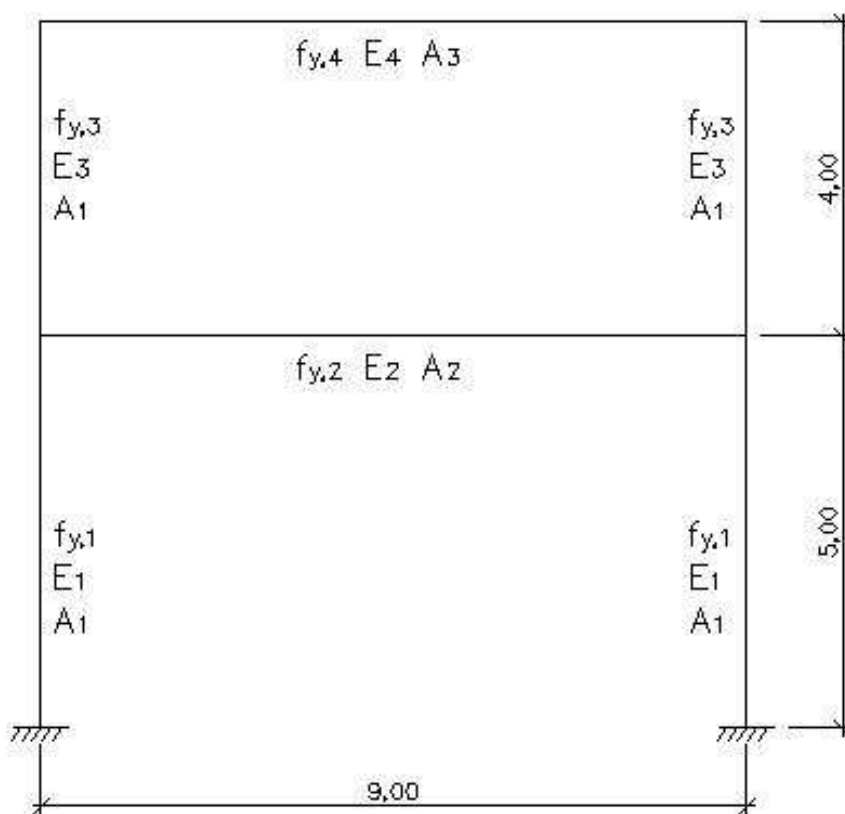
$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_e + \mathbf{u}_p; \quad (2.32)$$

$$\mathbf{S} = \mathbf{S}_e + \mathbf{S}_p. \quad (2.33)$$

3. SKAITINIO EKSPERIMENTO ANALIZĖ

3.1. Konstrukcijos skaičiuojamoji schema

Analizei pasirenkamas vieno tarpatramio dviejų aukštų rėmas (3.1 pav.). Sijos projektuojamos iš valcuotų dvitėjų HEB profilių, kolonos – iš vienodų valcuotų dvitėjų HEA profilių, tiek sijų, tiek kolonų plienas – S275.



3.1 pav. Skaičiuojamas rėmas

Plieno charakteristikos pagal STR 2.05.08:2005:

Tamprumo modulis $E = 210 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2$;

Šiluminio plėtimosi koeficientas $\alpha = 12 \cdot 10^{-6} \text{ }^\circ\text{C}^{-1}$;

Tankis $\rho = 7850 \text{ kg/m}^3$;

Takumo riba $f_y = 275 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2$,

Plieno charakteristikos keičiasi nuo temperatūros poveikio, tai ypač svarbu įvertinti veikiant aukštomis temperatūroms. Žemiau pateikiami tamprumo modulio ir takumo ribos sumažinimo koeficientai, esant skirtingai plieno temperatūrai (3.1 lentelė.), pagal *Eurokodą*. Šiluminio plėtimosi

koeficientas taip pat kinta, didėjant temperatūrai, bet kitimų įtaka yra labai maža, todėl toliau pateiktuose skaičiavimuose priimama, kad šis koeficientas yra konstanta.

3.1 lentelė. Plieno takumo ribos ir tamprumo modulio sumažinimo koeficientai

Plieno temperatūra T_i	Sumažinimo koeficientas prie temperatūros T_i	
	$f_{y,T}/f_y$	E_{T_i}/E
100 °C	1,000	1,000
200 °C	1,000	0,900
300 °C	1,000	0,800
400 °C	1,000	0,700
500 °C	0,780	0,600
600 °C	0,470	0,310
700 °C	0,230	0,130
800 °C	0,110	0,090
900 °C	0,060	0,0675
1000 °C	0,040	0,0450
1100 °C	0,020	0,0225
1200 °C	0,000	0,0000

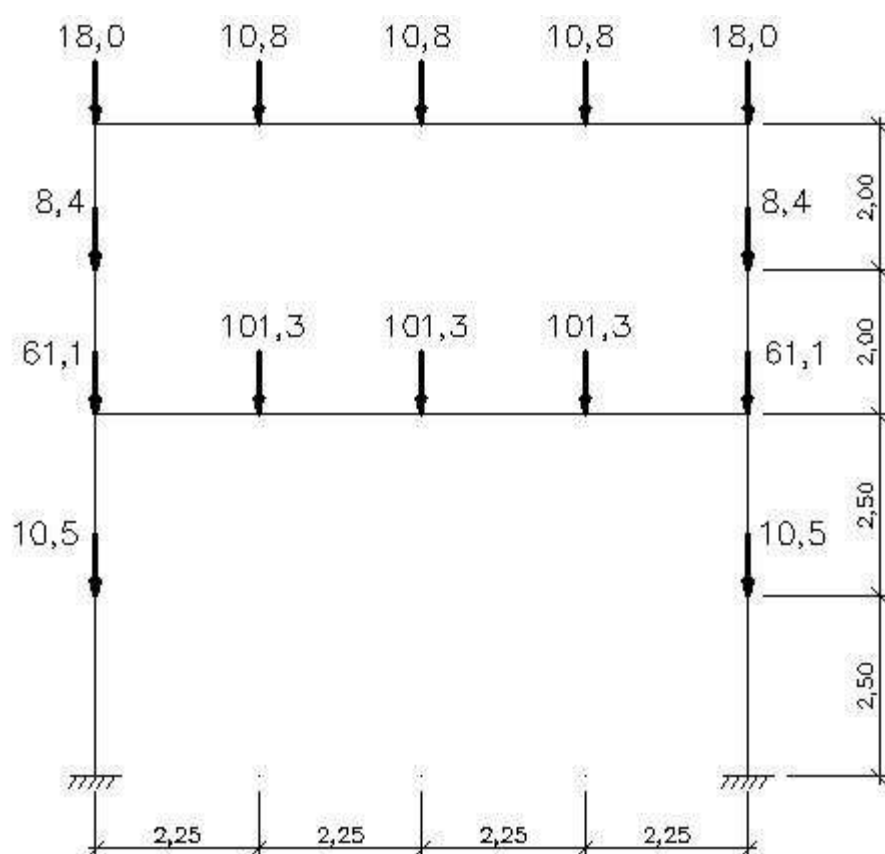
Pastaba: tarpinėms reikšmėms gauti naudojama linijinė interpoliacija.

3.1.1. Konstrukciją veikiančios apkrovos

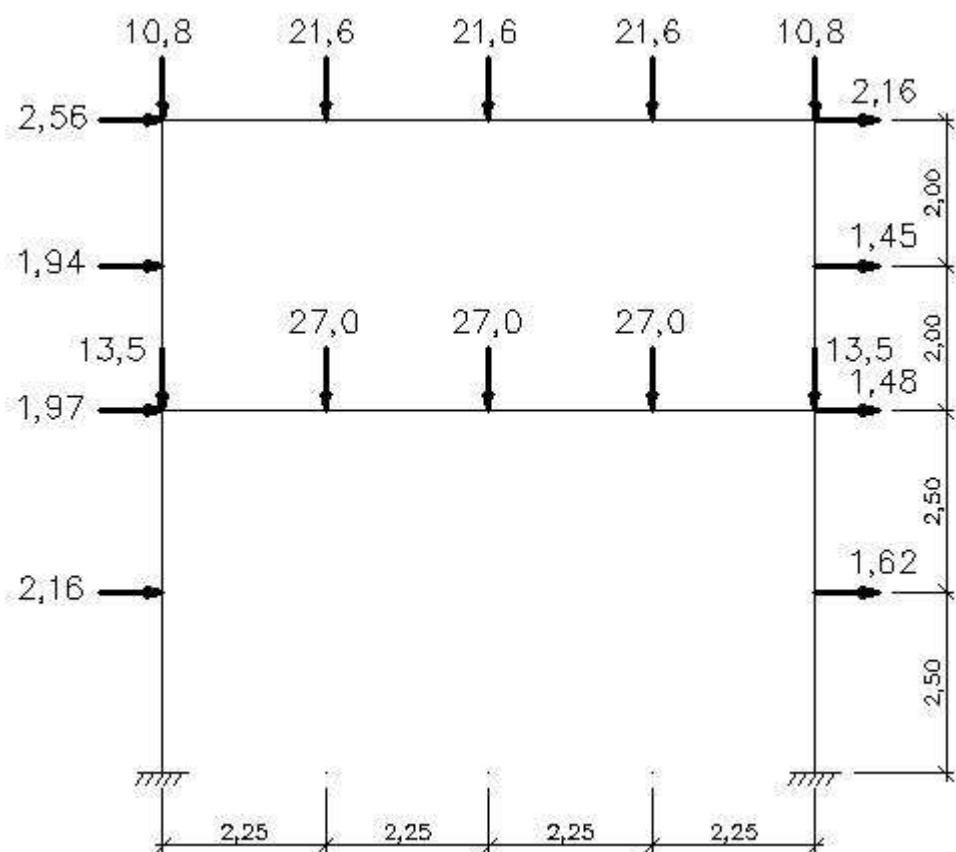
Rėmas apkrautas nuolatinėmis ir laikinomis apkrovomis. Skaičiuojant apkrovas į rėmą, priimama, kad rėmai išdėstyti kas 6 m. Apkrovos perduodamos į konstrukciją per koncentruotas jėgas.

Nuolatinės apkrovos (3.2 pav.) sudaro stogo ($0,80 \text{ kN/m}^2$) ir sienų ($0,70 \text{ kN/m}^2$) konstrukcijų apkrova, bei perdangos ir grindų apkrova ($7,50 \text{ kN/m}^2$).

Laikinas apkrovos (3.3 pav.) sudaro naudojimo ($2,00 \text{ kN/m}^2$), sniego ($1,60 \text{ kN/m}^2$) ir vėjo (vėjo greitis 24 m/s) apkrovos.



3.2 pav. Nuolatinės apkrovos

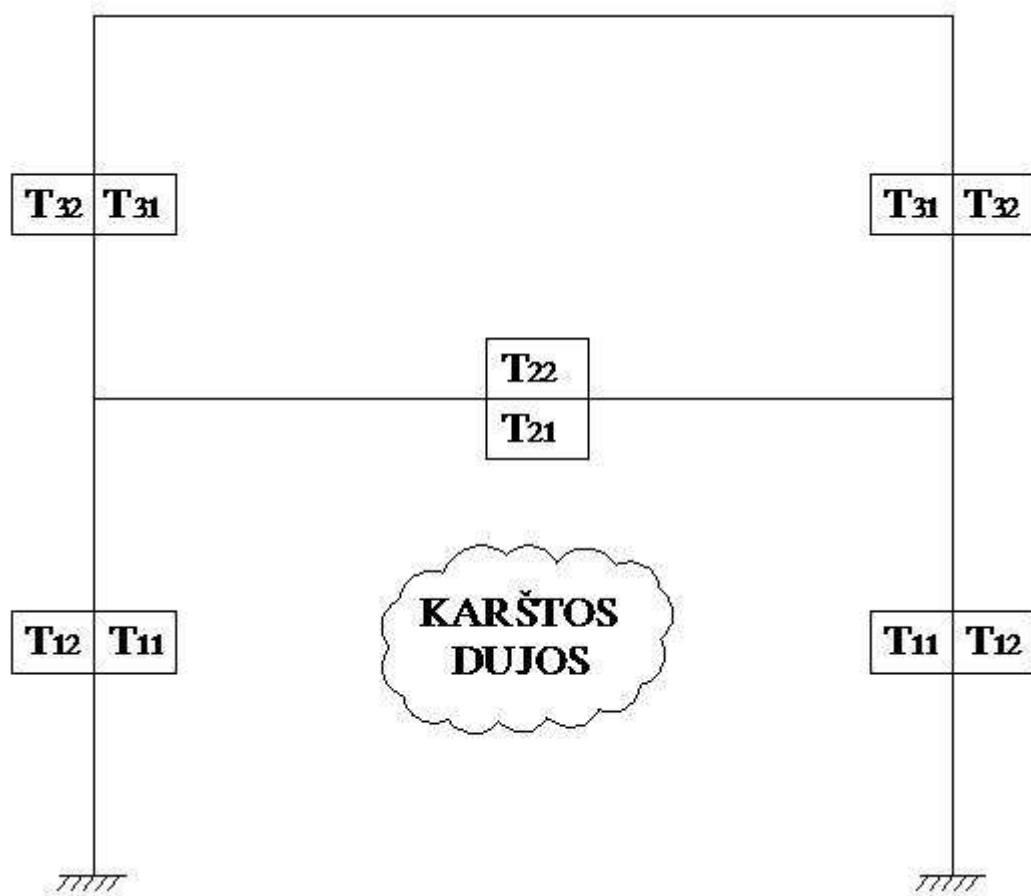


3.3 pav. Laikinos apkrovos

3.1.2. Temperatūros pasiskirstymas rėme

Nagrinėjami du temperatūros pokyčių pasiskirstymo rėme (3.4 pav.) variantai:

- 1) strypuose temperatūra pasiskirsto vienodai per skerspjūvio aukštį. Tada $T_{11} = T_{12} = T_1$, $T_{21} = T_{22} = T_2$ ir $T_{31} = T_{32} = T_3$. Santykis tarp temperatūrų skirtinguose strypuose: $T_2 = T_{\max}$, $T_1 = T_{\max}/1,1$, $T_3 = T_{\max}/3$;
- 2) strypuose temperatūra pasiskirsto nevienodai per skerspjūvio aukštį. Tada $T_{12} = T_{11}/1,2$, $T_{22} = T_{21}/1,2$ ir $T_{32} = T_{31}/1,2$. Santykis tarp temperatūrų skirtinguose strypuose toks pats, kaip ir pirmu atveju: $T_{21} = T_{\max}$, $T_{11} = T_{\max}/1,1$, $T_{31} = T_{\max}/3$.



3.4 pav. Temperatūrų pasiskirstymas rėme

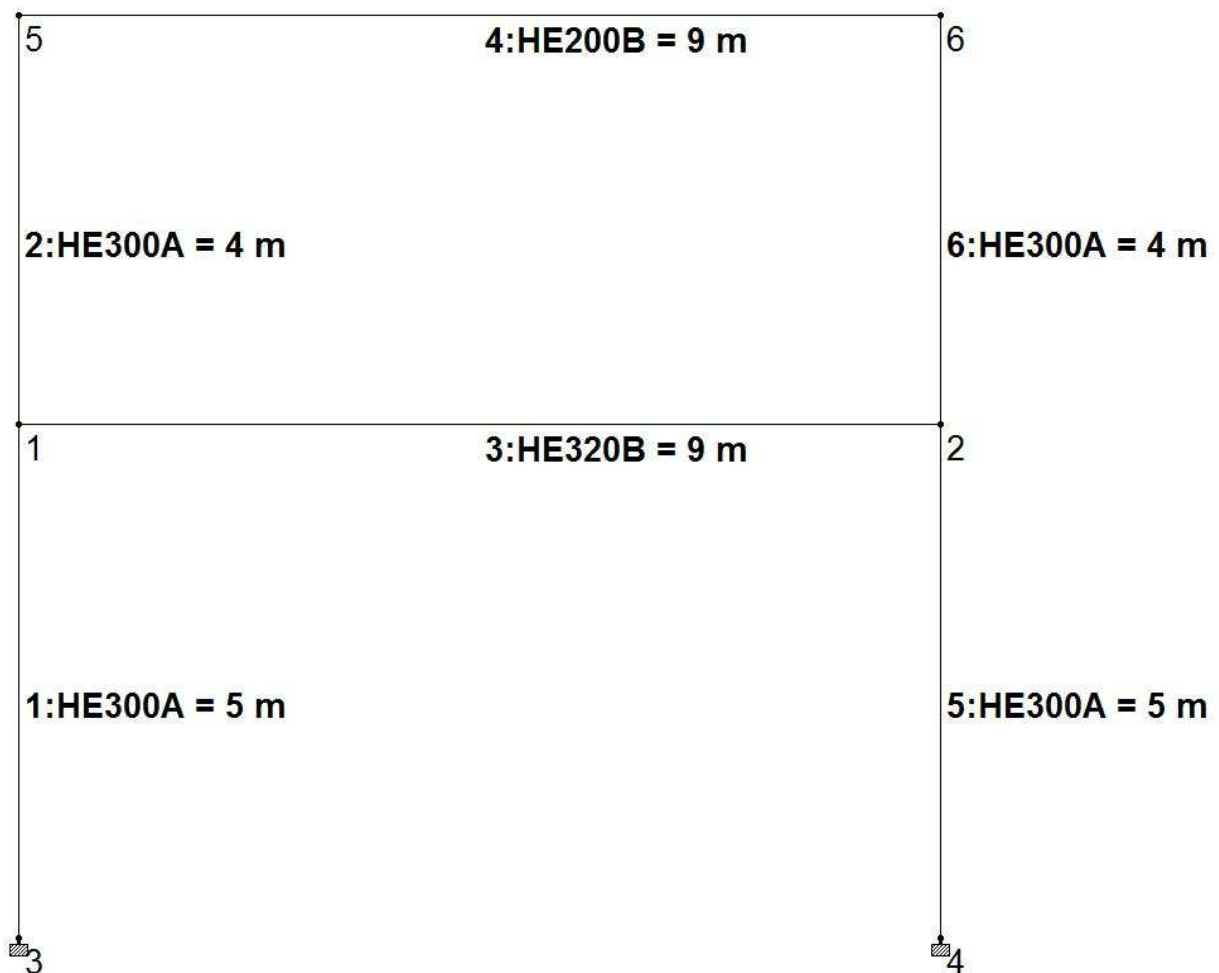
Esant antram temperatūrų pasiskirstymo variantui plieno takumo ribos ir tamprumo modulio sumažinimo koeficientai (3.1 lentelė) imami pagal strypo vidutinę temperatūrą $((T_{11} + T_{12})/2)$.

3.2. Konstrukcijos projektavimas

Rėmas (3.5 pav.) projektuojamas kompiuterinės programos *Staad.Pro* pagalba.

Strypų skerspjūviai tikrinami pagal STR 2.05.08:2005 nurodymus. Apkrovų dalinio patikimumo koeficientai imami iš STR 2.05.04:2003 ir apkrovų deriniai sudaromi taip pat pagal STR 2.05.04:2003.

Be nuolatinių ir laikinų apkrovų aptartų ankstesniame poskyryje, rėmo projektavimo metu įvertinama naudojimo apkrova ant stogo ($0,40 \text{ kN/m}^2$), nuosavas strypų svoris bei klimato temperatūros poveikiai ($+25^\circ\text{C}$ ir -10°C).



3.5 pav. Skaičiuojamas rėmas *Staad.Pro*

Toliau pateikiamas *Staad.Pro* programos išeities tekstas, kuriame matomi įvesti pradiniai duomenys ir gauti skerspjūvių tikrinimo rezultatai:

```
1. STAAD PLANE
INPUT FILE: Rem1.STD
2. START JOB INFORMATION
3. ENGINEER DATE 29-MAR-08
4. END JOB INFORMATION
5. INPUT WIDTH 79
6. UNIT METER KN
7. JOINT COORDINATES
8. 1 0 5 0; 2 9 5 0; 3 0 0 0; 4 9 0 0; 5 0 9 0; 6 9 9 0
9. MEMBER INCIDENCES
10. 1 3 1; 2 1 5; 3 1 2; 4 5 6; 5 4 2; 6 2 6
11. DEFINE MATERIAL START
12. ISOTROPIC STEEL
13. E 2.1E+008
14. POISSON 0.3
15. DENSITY 77
16. ALPHA 1.2E-005
17. DAMP 0.03
18. END DEFINE MATERIAL
19. MEMBER PROPERTY EUROPEAN
20. 3 TABLE ST HE320B
21. 1 2 5 6 TABLE ST HE300A
22. 4 TABLE ST HE200B
23. CONSTANTS
24. MATERIAL STEEL ALL
25. SUPPORTS
26. 3 4 FIXED
27. MEMBER RELEASE
28. LOAD 1 LOADTYPE DEAD TITLE NUOLATINES
29. SELFWEIGHT Y -1
30. MEMBER LOAD
31. 4 CON GY -10.8 2.25
32. 4 CON GY -10.8 4.5
33. 4 CON GY -10.8 6.75
34. 3 CON GY -101.3 6.75
35. 3 CON GY -101.3 4.5
36. 3 CON GY -101.3 2.25
37. 1 5 CON GY -10.5 2.5
38. 2 6 CON GY -8.4 2
39. JOINT LOAD
40. 1 2 FY -61.6
41. 5 6 FY -18
42. LOAD 2 LOADTYPE LIVE TITLE NAUDOJIMO
43. MEMBER LOAD
44. 3 CON GY -27 6.75
45. 3 CON GY -27 4.5
46. 3 CON GY -27 2.25
47. JOINT LOAD
48. 1 2 FY -13.5
49. LOAD 3 LOADTYPE ROOF LIVE TITLE NAUDOJIMO ANT STOGO
50. MEMBER LOAD
51. 4 CON GY -5.4 2.25
52. 4 CON GY -5.4 4.5
53. 4 CON GY -5.4 6.75
54. JOINT LOAD
55. 5 6 FY -2.7
56. LOAD 4 LOADTYPE WIND TITLE VEJAS
57. MEMBER LOAD
58. 1 CON GX 2.16 2.5
59. 5 CON GX 1.62 2.5
60. 2 CON GX 1.94 2
61. 6 CON GX 1.45 2
62. JOINT LOAD
63. 1 FX 1.97
64. 2 FX 1.48
65. 5 FX 2.56
66. 6 FX 2.16
67. LOAD 5 LOADTYPE SNOW TITLE SNIEGAS
68. MEMBER LOAD
69. 4 CON GY -21.6 2.25
70. 4 CON GY -21.6 4.5
71. 4 CON GY -21.6 6.75
72. JOINT LOAD
73. 5 6 FY -10.8
74. LOAD 6 LOADTYPE TEMPERATURE TITLE TEMPERATURE 25
```


75. TEMPERATURE LOAD
 76. 1 TO 6 TEMP 25
 77. LOAD 7 LOADTYPE NONE TITLE TEMPERATURE -10
 78. TEMPERATURE LOAD
 79. 1 TO 6 TEMP -10
 80. LOAD COMB 8 GENERATED STR 1
 81. 1 1.35 2 1.3 4 0.26 5 0.91
 82. LOAD COMB 9 GENERATED STR 2
 83. 1 1.35 2 1.3 5 0.91 6 0.65
 84. LOAD COMB 10 GENERATED STR 3
 85. 1 1.35 2 1.3 5 0.91 7 0.65
 86. LOAD COMB 11 GENERATED STR 4
 87. 1 1.35 2 1.3 4 0.78 5 0.65
 88. LOAD COMB 12 GENERATED STR 5
 89. 1 1.35 2 1.3 4 0.78 5 0.26 6 0.65
 90. LOAD COMB 13 GENERATED STR 6
 91. 1 1.35 2 1.3 4 0.78 5 0.26 7 0.65
 92. LOAD COMB 14 GENERATED STR 7
 93. 1 1.35 2 1.3 5 0.65 6 0.78
 94. LOAD COMB 15 GENERATED STR 8
 95. 1 1.35 2 1.3 4 0.26 5 0.26 6 0.78
 96. LOAD COMB 16 GENERATED STR 9
 97. 1 1.35 2 1.3 5 0.65 7 0.78
 98. LOAD COMB 17 GENERATED STR 10
 99. 1 1.35 2 1.3 4 0.26 5 0.26 7 0.78
 100. LOAD COMB 18 GENERATED STR 11
 101. 1 1.35 2 0.91 3 1.3 5 0.65
 102. LOAD COMB 19 GENERATED STR 12
 103. 1 1.35 2 0.91 3 1.3 4 0.26 5 0.26
 104. LOAD COMB 20 GENERATED STR 13
 105. 1 1.35 2 0.91 3 1.3 5 0.26 6 0.65
 106. LOAD COMB 21 GENERATED STR 14
 107. 1 1.35 2 0.91 3 1.3 5 0.26 7 0.65
 108. LOAD COMB 22 GENERATED STR 15
 109. 1 1.35 2 0.65 3 1.3 5 0.91
 110. LOAD COMB 23 GENERATED STR 16
 111. 1 1.35 2 0.39 3 1.3 4 0.26 5 0.91
 112. LOAD COMB 24 GENERATED STR 17
 113. 1 1.35 2 0.39 3 1.3 5 0.91 6 0.65
 114. LOAD COMB 25 GENERATED STR 18
 115. 1 1.35 2 0.39 3 1.3 5 0.91 7 0.65
 116. LOAD COMB 26 GENERATED STR 19
 117. 1 1.35 2 0.65 3 1.3 4 0.78 5 0.26
 118. LOAD COMB 27 GENERATED STR 20
 119. 1 1.35 2 0.39 3 1.3 4 0.78 5 0.65
 120. LOAD COMB 28 GENERATED STR 21
 121. 1 1.35 2 0.39 3 1.3 4 0.78 6 0.65
 122. LOAD COMB 29 GENERATED STR 22
 123. 1 1.35 3 1.3 4 0.78 5 0.26 6 0.65
 124. LOAD COMB 30 GENERATED STR 23
 125. 1 1.35 2 0.39 3 1.3 4 0.78 7 0.65
 126. LOAD COMB 31 GENERATED STR 24
 127. 1 1.35 3 1.3 4 0.78 5 0.26 7 0.65
 128. LOAD COMB 32 GENERATED STR 25
 129. 1 1.35 2 0.65 3 1.3 6 0.78
 130. LOAD COMB 33 GENERATED STR 26
 131. 1 1.35 2 0.39 3 1.3 4 0.26 6 0.78
 132. LOAD COMB 34 GENERATED STR 27
 133. 1 1.35 2 0.65 3 1.3 5 0.26 7 0.78
 134. LOAD COMB 35 GENERATED STR 28
 135. 1 1.35 2 0.39 3 1.3 5 0.65 7 0.78
 136. LOAD COMB 36 GENERATED STR 29
 137. 1 1.35 2 0.39 3 1.3 4 0.26 7 0.78
 138. LOAD COMB 37 GENERATED STR 30
 139. 1 1.35 3 1.3 4 0.26 5 0.26 7 0.78
 140. LOAD COMB 38 GENERATED STR 31
 141. 1 1.35 2 0.91 4 1.3 5 0.65
 142. LOAD COMB 39 GENERATED STR 32
 143. 1 1.35 2 0.91 4 1.3 6 0.65
 144. LOAD COMB 40 GENERATED STR 33
 145. 1 1.35 2 0.91 4 1.3 5 0.26 7 0.65
 146. LOAD COMB 41 GENERATED STR 34
 147. 1 1.35 2 0.65 4 1.3 5 0.91
 148. LOAD COMB 42 GENERATED STR 35
 149. 1 1.35 2 0.39 4 1.3 5 0.91 7 0.65
 150. LOAD COMB 43 GENERATED STR 36
 151. 1 1.35 2 0.65 4 1.3 6 0.78
 152. LOAD COMB 44 GENERATED STR 37
 153. 1 1.35 2 0.65 4 1.3 5 0.26 7 0.78
 154. LOAD COMB 45 GENERATED STR 38

155. 1 1.35 2 0.39 4 1.3 5 0.65 7 0.78
 156. LOAD COMB 46 GENERATED STR 39
 157. 1 1.35 2 0.91 4 0.26 5 1.3
 158. LOAD COMB 47 GENERATED STR 40
 159. 1 1.35 2 0.91 5 1.3 7 0.65
 160. LOAD COMB 48 GENERATED STR 41
 161. 1 1.35 2 0.65 4 0.78 5 1.3
 162. LOAD COMB 49 GENERATED STR 42
 163. 1 1.35 2 0.39 4 0.78 5 1.3 7 0.65
 164. LOAD COMB 50 GENERATED STR 43
 165. 1 1.35 2 0.65 5 1.3 7 0.78
 166. LOAD COMB 51 GENERATED STR 44
 167. 1 1.35 2 0.39 4 0.26 5 1.3 7 0.78
 168. LOAD COMB 52 GENERATED STR 45
 169. 1 1.35 2 0.91 4 0.26 6 1.3
 170. LOAD COMB 53 GENERATED STR 46
 171. 1 1.35 2 0.65 4 0.78 6 1.3
 172. LOAD COMB 54 GENERATED STR 47
 173. 1 1.35 2 0.91 5 0.65 7 1.3
 174. LOAD COMB 55 GENERATED STR 48
 175. 1 1.35 2 0.91 4 0.26 7 1.3
 176. LOAD COMB 56 GENERATED STR 49
 177. 1 1.35 2 0.65 5 0.91 7 1.3
 178. LOAD COMB 57 GENERATED STR 50
 179. 1 1.35 2 0.39 4 0.26 5 0.91 7 1.3
 180. LOAD COMB 58 GENERATED STR 51
 181. 1 1.35 2 0.65 4 0.78 5 0.26 7 1.3
 182. LOAD COMB 59 GENERATED STR 52
 183. 1 1.35 2 0.39 4 0.78 5 0.65 7 0.78
 184. PERFORM ANALYSIS

PROBLEM STATISTICS

 NUMBER OF JOINTS/MEMBER+ELEMENTS/SUPPORTS = 6/ 6/ 2
 TOTAL PRIMARY LOAD CASES = 7, TOTAL DEGREES OF FREEDOM = 12
 SIZE OF STIFFNESS MATRIX = 0 DOUBLE KILO-WORDS
 REQD/AVAIL. DISK SPACE = 12.0/ 746.8 MB

185. PARAMETER 1
 186. CODE RUSSIAN
 187. BEAM 3 ALL
 188. CMM 6 MEMB 1 2 5 6
 189. CMN 6 MEMB 1 2 5 6
 190. DFF 0.04 MEMB 3 4
 191. DFF 0.018 MEMB 1 2 5 6
 192. SGR 3 ALL
 193. KZ 1.27 MEMB 1 5
 194. KZ 2.17 MEMB 2 6
 195. CHECK CODE ALL

STEEL

DESIGN

ALL UNITS ARE - KN METE

MEMBER	CROSS SECTION NO.	RESULT/ FX	CRITICAL COND/ MZ	RATIO/ MY	LOADING/ LOCATION
1	HE300A	PASS	SNiP- 5.30	0.82	15
		4.417E+02 C	1.916E+02	0.000E+00	5.000E+00
2	HE300A	PASS	SNiP- 5.25	0.77	10
		1.052E+02 C	-2.213E+02	0.000E+00	0.000E+00
3	HE320B	PASS	SNiP- 5.25	0.95	11
		2.090E+01 T	4.176E+02	0.000E+00	9.000E+00
4	HE200B	PASS	SNiP- 5.15	0.98	48
		8.243E+01 C	1.260E+02	0.000E+00	9.000E+00
5	HE300A	PASS	SNiP- 5.30	0.87	12
		4.474E+02 C	-2.032E+02	0.000E+00	5.000E+00
6	HE300A	PASS	SNiP- 5.25	0.77	8
		1.054E+02 C	2.222E+02	0.000E+00	0.000E+00

199. FINISH

3.3. Pradinių duomenų paruošimas analizės uždavinio sprendimui

Analizės uždavinys sprendžiamas pagal anksčiau sudarytą matematinį modelį. Kitaip nei projektuojant konstrukciją, visos reikšmės imamos charakteristinės. Jei nenurodyta kitaip skaičiavimuose naudojami skaičiavimo vienetai – kN, m, °C. Reikšmės priklausančios nuo temperatūros (E , f_y , T) neįrašomos į formules ir paliekama jų raidinė išraiška.

Rėmo strypų skerspjūvių charakteristikos:

Kolonos HEA 300:

$$A_1 = 112,5 \text{ cm}^2, I_1 = 18260 \text{ cm}^4, W_{1,pl} = 1383 \text{ cm}^3, h_1 = 0,290 \text{ m}; g_1 = 88,3 \text{ kg/m};$$

Perdangos sija HEB 320:

$$A_2 = 161,3 \text{ cm}^2, I_2 = 30820 \text{ cm}^4, W_{2,pl} = 2149 \text{ cm}^3, h_2 = 0,320 \text{ m}; g_2 = 127 \text{ kg/m};$$

Denginio sija HEB 200:

$$A_3 = 78,08 \text{ cm}^2, I_3 = 5696 \text{ cm}^4, W_{3,pl} = 642,5 \text{ cm}^3, h_3 = 0,200 \text{ m}; g_3 = 61,3 \text{ kg/m};$$

čia A – skerspjūvio plotas;

I – skerspjūvio inercijos spindulys;

W_{pl} – skerspjūvio plastinis atsparumo momentas;

h – skerspjūvio aukštis;

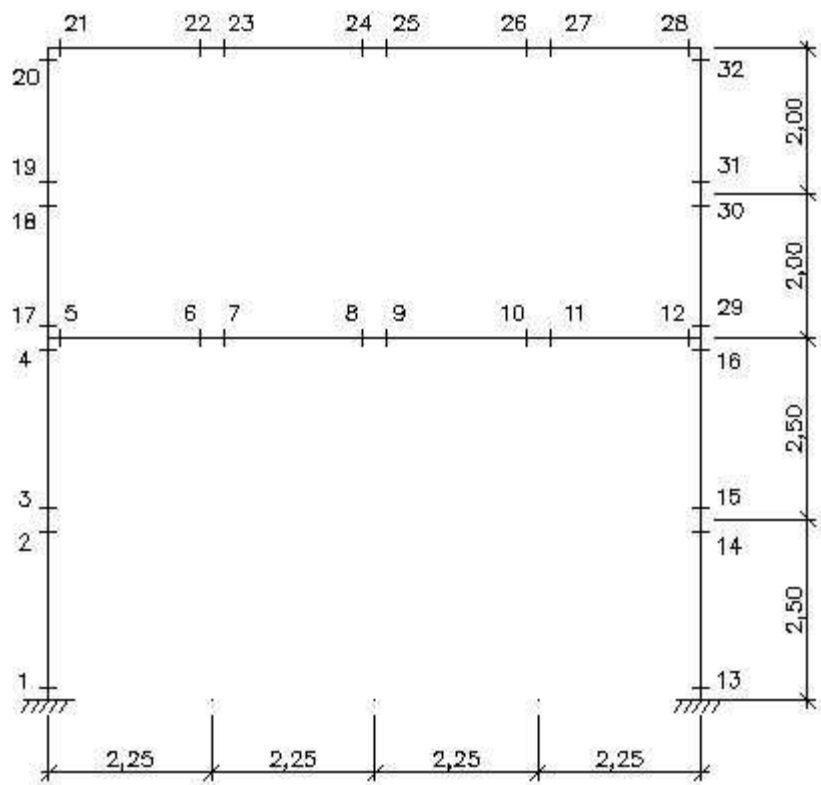
g – skerspjūvio 1 m' svoris.

3.3.1. Diskretinio modelio sudarymas

Skaičiuojant rėmus, pagrindiniai ieškomi dydžiai – skaičiuojamųjų pjūvių įrašos ir rėmo mazgų poslinkiai. Kadangi ieškomieji dydžiai yra diskretiniai, jiems nustatyti sudaromas rėmo skaičiuojamosios schemos diskretinis modelis (3.6 pav.). Rėmas skaičiuojamaisiais pjūviais suskirstomas į mazgus ir strypus – baigtinius elementus. Skaičiuojamaisiais pjūviais pažymimos strypų sujungimo vietos, jų standumo pokyčio bei koncentruotų jėgų veikimo vietos.

Ieškomos įrašos – momentai ir ašinės jėgos. Kiekviename skaičiuojamajame pjūvyje veikia nežinomas momentas M_i ir kiekviename baigtiniame elemente nežinoma ašinė jėga N_{i-i+1} . Bet per visą sijos ilgį ašinės jėgos reikšmė vienoda, todėl sijos aprašomos vienu ašinės jėgos nežinomuju N_{5-12} ir N_{21-28} . Tada ieškomų nežinomųjų įrašų vektorius yra:

$$\mathbf{S} = [M_1 \ M_2 \ N_{1-2} \ M_3 \ M_4 \ N_{3-4} \ M_5 \ M_6 \ M_7 \ M_8 \ M_9 \ M_{10} \ M_{11} \ M_{12} \ N_{5-12} \ M_{13} \ M_{14} \ N_{13-14} \ M_{15} \ M_{16} \ N_{15-16} \ M_{17} \ M_{18} \ N_{17-18} \ M_{19} \ M_{20} \ N_{19-20} \ M_{21} \ M_{22} \ M_{23} \ M_{24} \ M_{25} \ M_{26} \ M_{27} \ M_{28} \ N_{21-28} \ M_{29} \ M_{30} \ N_{29-30} \ M_{31} \ M_{32} \ N_{31-32}]^T.$$



3.6 pav. Rėmo skaičiuojamosios schemos diskretinis modelis

3.3.2. Pusiausviros lygčių sudarymas

Pusiausviros lygtys išreiškia pusiausvirą tarp sistemos mazguose veikiančios išorinės apkrovos ir įrašų bei aprašo sistemos diskretinio modelio elementuose veikiančių vidinių jėgų tarpusavio ryšį. Jos užrašomos diskretinio modelio mazgams nepriklausomų poslinkių kryptimis (3.7 pav.).

Tarp diskretinio modelio laisvumo laipsnio (laisvųjų poslinkių skaičius) $L.L.$, vidinių įrašų skaičiaus $Įr.sk.$ ir skaičiuojamosios schemos statiško neišsprendžiamumo laipsnio k egzistuoja ryšys:

$$L.L. = Įr.sk. - k; \quad (3.1)$$

$$k = 3K - ln; \quad (3.2)$$

čia K – skaičiuojamosios schemos uždarų kontūrų skaičius;

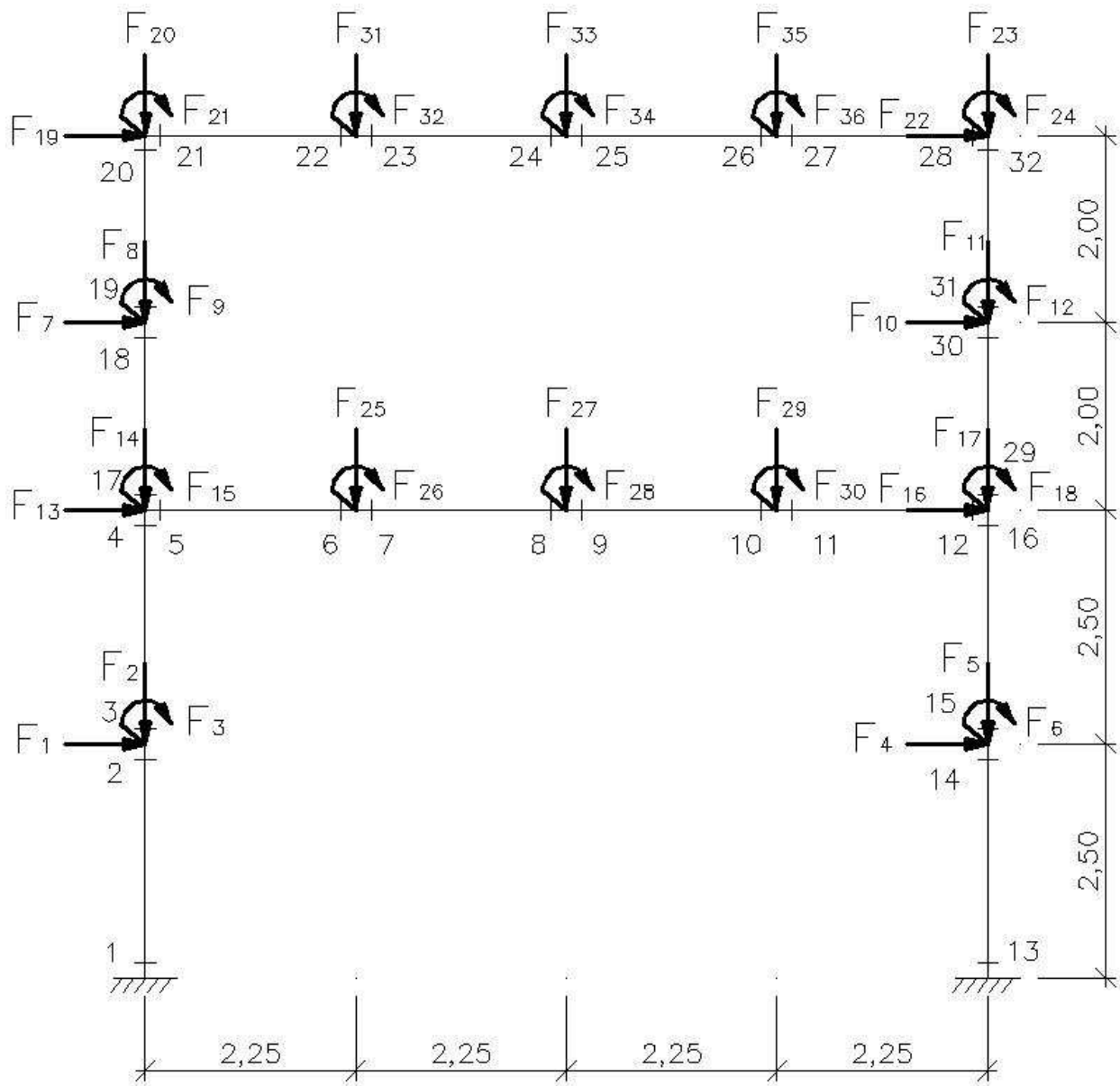
ln – skaičiuojamosios schemos lankstų skaičius.

Naudojantis formulėmis (3.1) ir (3.2) atliekamas patikrinimas, ar gerai nustatytas diskretinio modelio laisvumo, statiško neišsprendžiamumo laipsnių ir skaičiuojamųjų įrašų skaičiaus sąryšis:

$$k = 3 \cdot 2 - 0 = 6;$$

$$L.L. = 42 - 6 = 36.$$

Gautas diskretinio modelio laisvumo laipsnis 36 sutampa su laisvųjų poslinkių skaičiumi (3.7 pav.).



3.7 pav. Laisvųjų poslinkių kryptys

Kampinių poslinkių kryptimi sudaromos mazgų momentų pusiausviros lygtys:

$$\sum M_i = F_j; \quad (3.3)$$

čia M_i – mazgo skaičiuojamajame pjūvyje pridėtas lenkimo momentas;

F_j – veikiančių išorinių jėgų momentų atstojamoji.

Linijinių poslinkių kryptimi sudaromos mazgų skersinių ir ašinių jėgų pusiausviros lygtys:

$$\sum V_i + \sum N_{i+1} = F_j; \quad (3.4)$$

čia V_i – mazgo skaičiuojamajame pjūvyje pridėta skersinė jėga, j-tojo poslinkio kryptimi;

N_{i+1} – mazgo skaičiuojamajame pjūvyje pridėta ašinė jėga, j-tojo poslinkio kryptimi.

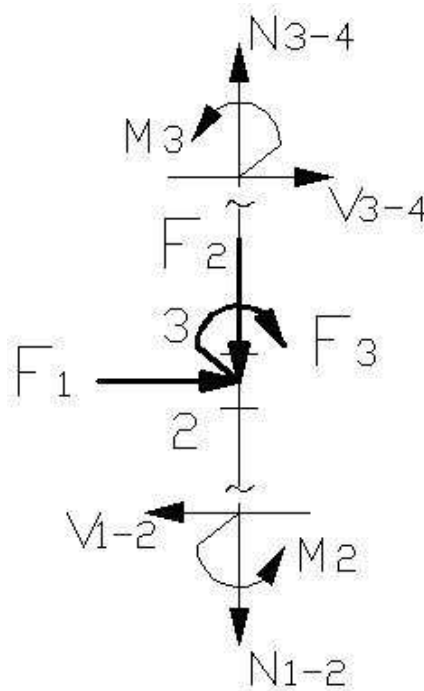
Skersinės jėgos (3.4) formulėje išsireiškiamos per momentus. Elemento i-i+1 skersinė jėga i-tajame skaičiuojamajame pjūvyje:

$$V_i = -(M_i + M_{i+1}) \frac{1}{l_{i-i+1}}; \quad (3.5)$$

čia l_{i-i+1} – baigtinio elemento ilgis.

Kiekvienam mazgui, išskyrus atraminius, sudaromos pusiausviros lygtys (3.7 pav.):

- 1) visų jėgų, veikiančių mazge, projekcijų suma į horizontalią ašį $\sum F_H = 0$;
- 2) visų jėgų, veikiančių mazge, projekcijų suma į vertikalią ašį $\sum F_V = 0$;
- 3) momentų pusiausviros lygtis $\sum M = 0$.



3.8 pav. Mazgas 2-3

Pirmos trys pusiausviros lygtys užrašomos išpjovus mazgą 2-3 (3.8 pav.):

$$\sum F_H = 0;$$

$$-V_{1-2} + V_{3-4} + F_1 = 0,$$

$$V_{1-2} - V_{3-4} = F_1,$$

$$-M_1/2,50 - M_2/2,50 + M_3/2,50 + M_4/2,50 = F_1,$$

$$-0,400 \cdot M_1 - 0,400 \cdot M_2 + 0,400 \cdot M_3 + 0,400 \cdot M_4 = F_1.$$

$$\sum F_V = 0;$$

$$N_{1-2} - N_{3-4} + F_2 = 0,$$

$$-N_{1-2} + N_{3-4} = F_2.$$

$$\sum M = 0;$$

$$-M_2 - M_3 + F_3 = 0,$$

$$M_2 + M_3 = F_3.$$

Atitinkamai, išpjovus 14-15, 18-19 ir 30-31 mazgus, gaunamos kitos devynios lygtys:

$$\sum F_H = 0;$$

$$-0,400 \cdot M_{13} - 0,400 \cdot M_{14} + 0,400 \cdot M_{15} + 0,400 \cdot M_{16} = F_4.$$

$$\sum F_V = 0;$$

$$-N_{13-14} + N_{15-16} = F_5.$$

$$\sum M = 0;$$

$$M_{14} + M_{15} = F_6.$$

$$\sum F_H = 0;$$

$$-0,500 \cdot M_{17} - 0,500 \cdot M_{18} + 0,500 \cdot M_{19} + 0,500 \cdot M_{20} = F_7.$$

$$\sum F_V = 0;$$

$$-N_{17-18} + N_{19-20} = F_8.$$

$$\sum M = 0;$$

$$M_{18} + M_{19} = F_9.$$

$$\sum F_H = 0;$$

$$-0,500 \cdot M_{29} - 0,500 \cdot M_{30} + 0,500 \cdot M_{31} + 0,500 \cdot M_{32} = F_{10}.$$

$$\sum F_V = 0;$$

$$-N_{29-30} + N_{31-32} = F_{11}.$$

$$\sum M = 0;$$

$$M_{30} + M_{31} = F_{12}.$$

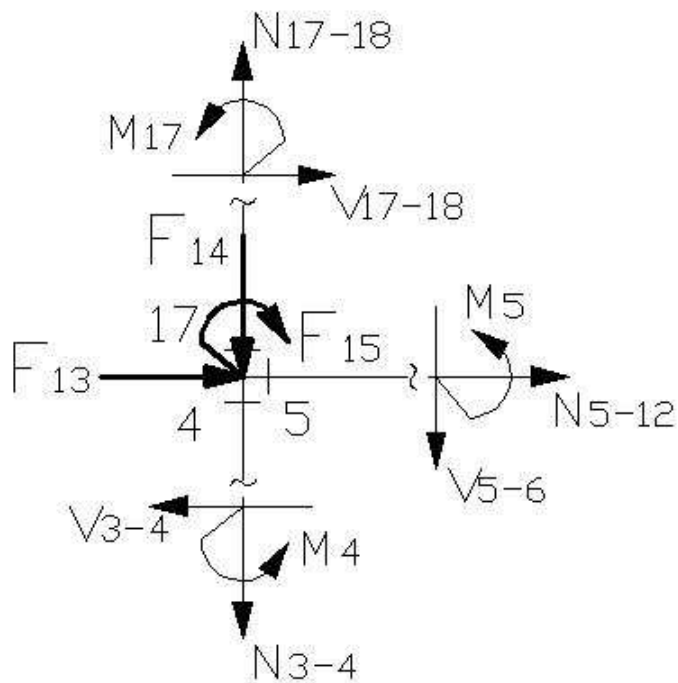
13, 14 ir 15-ta lygtys užrašomos išpjovus 4-5-17 mazgą (3.9 pav.):

$$\sum F_H = 0;$$

$$-V_{3-4} + V_{17-18} + N_{5-12} + F_{13} = 0,$$

$$V_{3-4} - V_{17-18} - N_{5-12} = F_{13},$$

$$\begin{aligned}
& -M_3/2,50 - M_4/2,50 + M_{17}/2,00 + M_{18}/2,00 - N_{5-12} = F_{13}, \\
& -0,400 \cdot M_3 - 0,400 \cdot M_4 + 0,500 \cdot M_{17} + 0,500 \cdot M_{18} - N_{5-12} = F_{13}. \\
& \sum F_V = 0; \\
& N_{3-4} - N_{17-18} + V_{5-6} + F_{14} = 0, \\
& -N_{3-4} + N_{17-18} - V_{5-6} = F_{14}, \\
& -N_{3-4} + N_{17-18} + M_5/2,25 + M_6/2,25 = F_{14}, \\
& -N_{3-4} + N_{17-18} + 0,444 \cdot M_5 + 0,444 \cdot M_6 = F_{14}. \\
& \sum M = 0; \\
& -M_4 - M_5 - M_{17} + F_{15} = 0, \\
& M_4 + M_5 + M_{17} = F_{15}.
\end{aligned}$$



3.9 pav. Mazgas 4-5-17

16, 17 ir 18-ta lygtys užrašomos išpjovus 12-16-29 mazgą (3.10 pav.):

$$\begin{aligned}
& \sum F_H = 0; \\
& -V_{15-16} + V_{29-30} - N_{5-12} + F_{16} = 0, \\
& V_{15-16} - V_{29-30} + N_{5-12} = F_{16}, \\
& -M_{15}/2,50 - M_{16}/2,50 + M_{29}/2,00 + M_{30}/2,00 + N_{5-12} = F_{16}, \\
& -0,400 \cdot M_{15} - 0,400 \cdot M_{16} + 0,500 \cdot M_{29} + 0,500 \cdot M_{30} + N_{5-12} = F_{16}. \\
& \sum F_V = 0; \\
& N_{15-16} - N_{29-30} - V_{11-12} + F_{17} = 0, \\
& -N_{15-16} + N_{29-30} + V_{11-12} = F_{17},
\end{aligned}$$

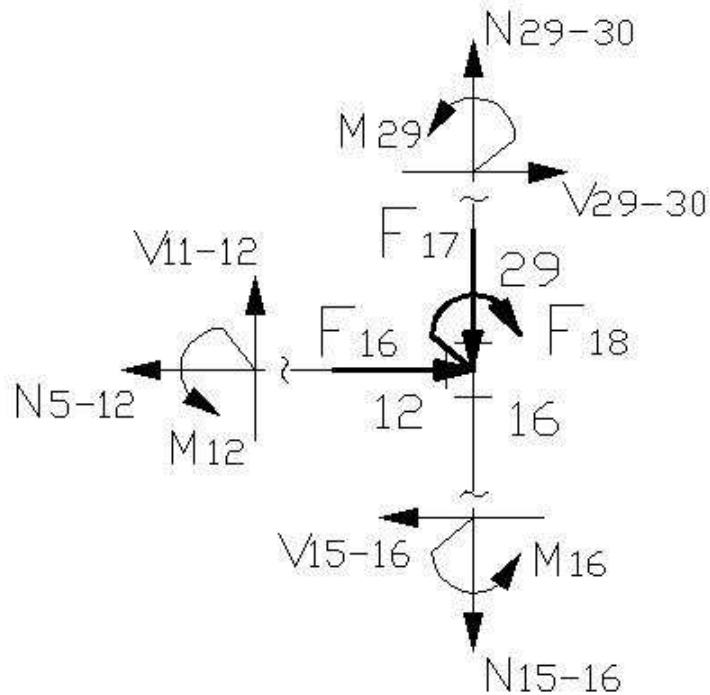
$$-N_{15-16} + N_{29-30} - M_{11}/2,25 - M_{12}/2,25 = F_{17},$$

$$-N_{15-16} + N_{29-30} - 0,444 \cdot M_{11} - 0,444 \cdot M_{12} = F_{17}.$$

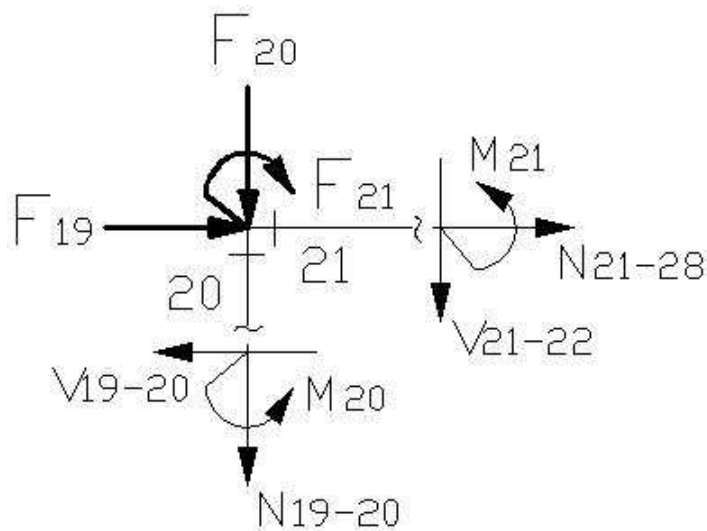
$$\sum M = 0;$$

$$-M_{12} - M_{16} - M_{29} + F_{18} = 0,$$

$$M_{12} + M_{16} + M_{29} = F_{18}.$$



3.10 pav. Mazgas 12-16-29

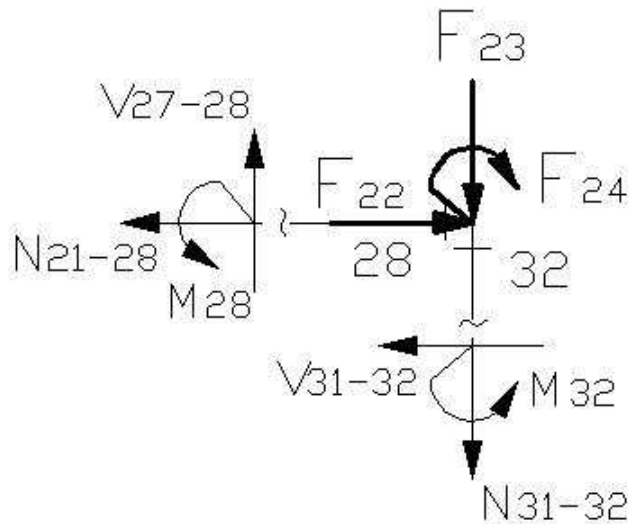


3.11 pav. Mazgas 20-21

19, 20 ir 21-ma lygtys užrašomos išpjovus 20-21 mazgą (3.11 pav.):

$$\sum F_H = 0;$$

$$\begin{aligned}
& -V_{19-20} + N_{21-28} + F_{19} = 0, \\
& V_{19-20} - N_{21-28} = F_{19}, \\
& -M_{19}/2,00 - M_{20}/2,00 - N_{21-28} = F_{19}, \\
& -0,500 \cdot M_{19} - 0,500 \cdot M_{20} - N_{21-28} = F_{19}. \\
& \sum F_V = 0; \\
& N_{19-20} + V_{21-22} + F_{20} = 0, \\
& -N_{19-20} - V_{21-22} = F_{20}, \\
& -N_{19-20} + M_{21}/2,25 + M_{22}/2,25 = F_{20}, \\
& -N_{19-20} + 0,444 \cdot M_{21} + 0,444 \cdot M_{22} = F_{20}. \\
& \sum M = 0; \\
& -M_{20} - M_{21} + F_{21} = 0, \\
& M_{20} + M_{21} = F_{21}.
\end{aligned}$$



3.12 pav. Mazgas 28-32

22, 23 ir 24-ta lygtys užrašomos išpjovus 28-32 mazgą (3.12 pav.):

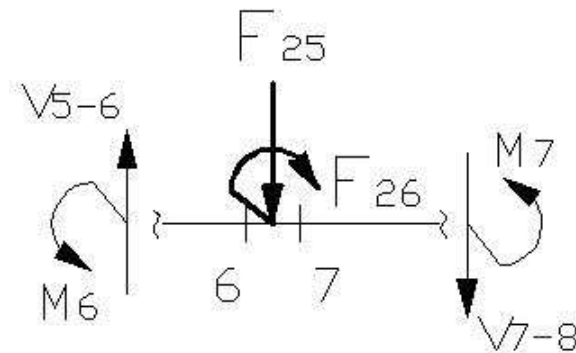
$$\begin{aligned}
& \sum F_H = 0; \\
& -V_{31-32} - N_{21-28} + F_{22} = 0, \\
& V_{31-32} + N_{21-28} = F_{22}, \\
& -M_{31}/2,00 - M_{32}/2,00 + N_{21-28} = F_{22}, \\
& -0,500 \cdot M_{31} - 0,500 \cdot M_{32} + N_{21-28} = F_{22}. \\
& \sum F_V = 0; \\
& N_{31-32} - V_{27-28} + F_{23} = 0, \\
& -N_{31-32} + V_{27-28} = F_{23}, \\
& -N_{31-32} - M_{27}/2,25 - M_{28}/2,25 = F_{23},
\end{aligned}$$

$$-N_{31-32} - 0,444 \cdot M_{27} - 0,444 \cdot M_{28} = F_{23}.$$

$$\sum M = 0;$$

$$-M_{28} - M_{32} + F_{24} = 0,$$

$$M_{28} + M_{32} = F_{24}.$$



3.13 pav. Mazgas 6-7

25 ir 26-ta lygtys užrašomos išpjovus 6-7 mazgą (3.13 pav.):

$$\sum F_V = 0;$$

$$-V_{5-6} + V_{7-8} + F_{25} = 0,$$

$$V_{5-6} - V_{7-8} = F_{25},$$

$$-M_{5/2,25} - M_{6/2,25} + M_{7/2,25} + M_{8/2,25} = F_{25},$$

$$-0,444 \cdot M_5 - 0,444 \cdot M_6 + 0,444 \cdot M_7 + 0,444 \cdot M_8 = F_{25}.$$

$$\sum M = 0;$$

$$-M_6 - M_7 + F_{26} = 0,$$

$$M_6 + M_7 = F_{26}.$$

Taip pat, išpjovus 8-9, 10-11, 22-23, 24-25 ir 26-27 mazgus, gaunamos 27 – 36 lygtys:

$$\sum F_V = 0;$$

$$-0,444 \cdot M_7 - 0,444 \cdot M_8 + 0,444 \cdot M_9 + 0,444 \cdot M_{10} = F_{27}.$$

$$\sum M = 0;$$

$$M_8 + M_9 = F_{28}.$$

$$\sum F_V = 0;$$

$$-0,444 \cdot M_9 - 0,444 \cdot M_{10} + 0,444 \cdot M_{11} + 0,444 \cdot M_{12} = F_{29}.$$

$$\sum M = 0;$$

$$M_{10} + M_{11} = F_{30}.$$

$$\sum F_V = 0;$$

$$-0,444 \cdot M_{21} - 0,444 \cdot M_{22} + 0,444 \cdot M_{23} + 0,444 \cdot M_{24} = F_{31}.$$

$$\sum M = 0;$$

$$M_{22} + M_{23} = F_{32}.$$

$$\sum F_v = 0;$$

$$-0,444 \cdot M_{23} - 0,444 \cdot M_{24} + 0,444 \cdot M_{25} + 0,444 \cdot M_{26} = F_{33}.$$

$$\sum M = 0;$$

$$M_{24} + M_{25} = F_{34}.$$

$$\sum F_v = 0;$$

$$-0,444 \cdot M_{25} - 0,444 \cdot M_{26} + 0,444 \cdot M_{27} + 0,444 \cdot M_{28} = F_{35}.$$

$$\sum M = 0;$$

$$M_{26} + M_{27} = F_{36}.$$

Išorinių jėgų vektorius gaunamas sudėjus apkrovas aptartas 3.1.1 skirsnyje ir strypų nuosavą svari: $F = [2,16 \ 12,71 \ 0 \ 1,620 \ 12,71 \ 0 \ 1,940 \ 10,170 \ 0 \ 1,450 \ 10,17 \ 0 \ 1,970 \ 78,7 \ 0 \ 1,480 \ 78,7 \ 0 \ 2,56 \ 31,3 \ 0 \ 2,16 \ 31,3 \ 0 \ 131,2 \ 0 \ 131,2 \ 0 \ 131,2 \ 0 \ 33,8 \ 0 \ 33,8 \ 0 \ 33,8 \ 0]^T$.

3.3.3. Konstrukcijos pasiduodamumo matricos sudarymas

Konstrukcijos pasiduodamumo matrica (3.2 lentelė) – kvazidiagonalinė, t.y. sudaryta iš visų strypų (baigtinių elementų) pasiduodamumo matricų išdėstytų bendros matricos pagrindinėje diagonalėje.

Tempiamio ar gniuždomo ir lenkiamo k-tojo elemento pasiduodamumo matrica:

$$D_k = \begin{bmatrix} \frac{l_k}{3 \cdot E_k I_k} & -\frac{l_k}{6 \cdot E_k I_k} & 0 \\ -\frac{l_k}{6 \cdot E_k I_k} & \frac{l_k}{3 \cdot E_k I_k} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l_k}{E_k A_k} \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

čia l_k – elemento ilgis;

E_k – elemento tamprumo modulis;

I_k – elemento skerspjūvio inercijos momentas;

A_k – elemento skerspjūvio plotas.

3.2 lentelė. Konstrukcijos pasiduodamumo matrica D

D_{1-2}											
	D_{3-4}										
		D_{5-6}									
			D_{7-8}								
				D_{9-10}							
					D_{11-12}						
						D_{5-12}					
							...				
								D_{21-22}			
									...		
										D_{29-30}	
											D_{31-32}

Elementų 1-2, 3-4, 13-14 ir 15-16 pasiduodamumo matricos:

$$D_{1-2} = D_{3-4} = D_{13-14} = D_{15-16} =$$

$4564/E_1$	$-2282/E_1$	0
$-2282/E_1$	$4564/E_1$	0
0	0	$222/E_1$

Elementų 5-6, 7-8, 9-10 ir 11-12 pasiduodamumo matricos užrašomos tik kaip lenkiamų elementų, o gniuždomu ar tempiamu elementu laikomas visas strypas 5-12:

$$D_{5-6} = D_{7-8} = D_{9-10} = D_{11-12} =$$

$2433/E_2$	$-1217/E_2$
$-1217/E_2$	$2433/E_2$

$$D_{5-12} =$$

$558/E_2$

Elementų 17-18, 19-20, 29-30 ir 31-32 pasiduoamumo matricos:

$$D_{17-18} = D_{19-20} = D_{29-30} = D_{31-32} =$$

$3651/E_3$	$-1825/E_3$	0
$-1825/E_3$	$3651/E_3$	0
0	0	$177,8/E_3$

Elementų 21-22, 23-24, 25-26, 27-28 pasiduoamumo matricos užrašomos tik kaip lenkiamų elementų, o gniuždomu ar tempiamu elementu laikomas visas strypas 21-28:

$$D_{21-22} = D_{23-24} = D_{25-26} = D_{27-28} =$$

$13167/E_4$	$-6584/E_4$
$-6584/E_4$	$13167/E_4$

$$D_{21-28} =$$

$1153/E_4$

3.2.4. Konstrukcijos deformacijų, kurias sukelia temperatūros pokytis, vektoriaus sudarymas

Temperatūros pokyčio įtaka strypinio elemento geometrijai jau aptarta anksčiau. Todėl čia iškart pateikiami deformacijų skaičiavimai.

Linijinės deformacijos nuo temperatūros pokyčio skaičiuojamos pagal (2.3) formulę:

$$\Delta_T = \alpha \cdot T \cdot l_{i,i+1}. \quad (2.3)$$

$$\Delta_{T,1-2} = \Delta_{T,3-4} = \Delta_{T,13-14} = \Delta_{T,15-16} = 12 \cdot 10^{-6} \cdot T_1 \cdot 2,50 = 3,00 \cdot 10^{-5} T_1;$$

$$\Delta_{T,5-12} = 12 \cdot 10^{-6} \cdot T_2 \cdot 9,00 = 1,08 \cdot 10^{-4} T_2;$$

$$\Delta_{T,17-18} = \Delta_{T,19-20} = \Delta_{T,29-30} = \Delta_{T,31-32} = 12 \cdot 10^{-6} \cdot T_3 \cdot 2,00 = 2,40 \cdot 10^{-5} T_3;$$

$$\Delta_{T,21-28} = 12 \cdot 10^{-6} \cdot 0 \cdot 9,00 = 0.$$

Kampinės deformacijos nuo temperatūros pokyčio skaičiuojamos pagal (2.7) formules:

$$\begin{cases} \varphi_{T,i} = \frac{\varepsilon}{2h} \cdot \alpha \cdot T \cdot l_{i,i+1} \\ \varphi_{T,i+1} = -\frac{\varepsilon}{2h} \cdot \alpha \cdot T \cdot l_{i,i+1} \end{cases}. \quad (2.7)$$

$$\varphi_{T,1} = \varphi_{T,3} = \varphi_{T,13} = \varphi_{T,15} = \frac{t_1}{2 \cdot 0,290} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,50 = 5,17 \cdot 10^{-5} t_1;$$

$$\varphi_{T,2} = \varphi_{T,4} = \varphi_{T,14} = \varphi_{T,16} = -\frac{t_1}{2 \cdot 0,290} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,50 = -5,17 \cdot 10^{-5} t_1;$$

$$\varphi_{T,5} = \varphi_{T,7} = \varphi_{T,9} = \varphi_{T,11} = \frac{t_2}{2 \cdot 0,320} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,25 = 4,22 \cdot 10^{-5} t_2;$$

$$\varphi_{T,6} = \varphi_{T,8} = \varphi_{T,10} = \varphi_{T,12} = -\frac{t_2}{2 \cdot 0,320} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,25 = -4,22 \cdot 10^{-5} t_2;$$

$$\varphi_{T,17} = \varphi_{T,19} = \varphi_{T,29} = \varphi_{T,31} = \frac{t_3}{2 \cdot 0,290} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,00 = 4,14 \cdot 10^{-5} t_3;$$

$$\varphi_{T,18} = \varphi_{T,20} = \varphi_{T,30} = \varphi_{T,32} = -\frac{t_3}{2 \cdot 0,290} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,00 = -4,14 \cdot 10^{-5} t_3;$$

$$\varphi_{T,21} = \varphi_{T,23} = \varphi_{T,25} = \varphi_{T,27} = \frac{0}{2 \cdot 0,200} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,25 = 0;$$

$$\varphi_{T,22} = \varphi_{T,24} = \varphi_{T,26} = \varphi_{T,28} = -\frac{0}{2 \cdot 0,200} \cdot 12 \cdot 10^{-6} \cdot 2,25 = 0.$$

Tada visos konstrukcijos deformacijų vektorius nuo temperatūros pokyčio yra:

$$\begin{aligned} \boldsymbol{\theta}_T = & [5,17 \cdot 10^{-5} t_1 \quad -5,17 \cdot 10^{-5} t_1 \quad 3,00 \cdot 10^{-5} T_1 \quad 5,17 \cdot 10^{-5} t_1 \quad -5,17 \cdot 10^{-5} t_1 \\ & 3,00 \cdot 10^{-5} T_1 \quad 4,22 \cdot 10^{-5} t_2 \quad -4,22 \cdot 10^{-5} t_2 \quad 4,22 \cdot 10^{-5} t_2 \quad -4,22 \cdot 10^{-5} t_2 \quad 4,22 \cdot 10^{-5} t_2 \\ & -4,22 \cdot 10^{-5} t_2 \quad 4,22 \cdot 10^{-5} t_2 \quad -4,22 \cdot 10^{-5} t_2 \quad 1,08 \cdot 10^{-4} T_2 \quad 5,17 \cdot 10^{-5} t_1 \quad -5,17 \cdot 10^{-5} t_1 \\ & 3,00 \cdot 10^{-5} T_1 \quad 5,17 \cdot 10^{-5} t_1 \quad -5,17 \cdot 10^{-5} t_1 \quad 3,00 \cdot 10^{-5} T_1 \quad 4,14 \cdot 10^{-5} t_3 \quad -4,14 \cdot 10^{-5} t_3 \\ & 2,40 \cdot 10^{-5} T_3 \quad 4,14 \cdot 10^{-5} t_3 \quad -4,14 \cdot 10^{-5} t_3 \quad 2,40 \cdot 10^{-5} T_3 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 0 \quad 4,14 \cdot 10^{-5} t_3 \\ & -4,14 \cdot 10^{-5} t_3 \quad 2,40 \cdot 10^{-5} T_3 \quad 4,14 \cdot 10^{-5} t_3 \quad -4,14 \cdot 10^{-5} t_3 \quad 2,40 \cdot 10^{-5} T_3]^T. \end{aligned}$$

3.2.5. Konstrukcijos takumo sąlygų sudarymas

Plastinės medžiagos įtempimų būvis nusakomas takumo sąlygomis. Šios sąlygos – tai matematinės išraiškos, nusakančios įvairius įtempimų derinius, kai medžiaga teka. Jos pagrįstos galimo medžiagos plastinio suirimo hipotezėmis. Konstrukcijos takumo sąlygos gaunamos, sudarius visų jos diskretinio modelio skaičiuojamųjų pjūvių takumo sąlygas.

Kiekvienam pjūviui sudaromos šešios sąlygos, i-tojo pjūvio takumo sąlygos:

$$\begin{cases} M_i \leq M_{0,i}, \\ -M_i \leq M_{0,i}, \\ \frac{1}{1,18} \cdot M_i + c_i \cdot N_i \leq M_{0,i}, \\ -\frac{1}{1,18} \cdot M_i + c_i \cdot N_i \leq M_{0,i}, \\ \frac{1}{1,18} \cdot M_i - c_i \cdot N_i \leq M_{0,i}, \\ -\frac{1}{1,18} \cdot M_i - c_i \cdot N_i \leq M_{0,i}; \end{cases} \quad (3.7)$$

čia M_i – pjūvyje veikiantis momentas;

N_i – pjūvyje veikianti ašinė jėga;

$M_{0,i}$ – pjūvio ribinis lenkimo momentas;

c_i – koeficientas, nusakantis ribinio lenkimo momento $M_{0,i}$ ir ribinės ašinės įrašos

$N_{0,i}$ santykį.

Ribinis lenkimo momentas $M_{0,i}$ ir ribinė ašinė įraša $N_{0,i}$ apskaičiuojami taip:

$$M_{0,i} = f_{y,i} \cdot W_i; \quad (3.8)$$

$$N_{0,i} = f_{y,i} \cdot A_i; \quad (3.9)$$

Tada koeficientą c_i galima išsireikšti taip:

$$c_i = \frac{M_{0,i}}{N_{0,i}} = \frac{f_{y,i} \cdot W_i}{f_{y,i} \cdot A_i} = \frac{W_i}{A_i}. \quad (3.10)$$

Koeficiento c skaičiavimas:

$$c_{1-4,13-20,29-32} = \frac{1,383 \cdot 10^{-3}}{1,125 \cdot 10^{-2}} = 0,1229 \text{ m};$$

$$c_{5-12} = \frac{2,15 \cdot 10^{-3}}{1,613 \cdot 10^{-2}} = 0,1332 \text{ m};$$

$$c_{21-28} = \frac{6,43 \cdot 10^{-4}}{7,81 \cdot 10^{-3}} = 0,0823 \text{ m}.$$

Ribinio lenkimo momento skaičiavimas:

$$M_{0,1-4} = M_{0,13-16} = 1,383 \cdot 10^{-3} f_{y,1};$$

$$M_{0,5-12} = 2,15 \cdot 10^{-3} f_{y,2};$$

$$M_{0,17-20} = M_{0,29-32} = 275 \cdot 10^3 \cdot 1,383 \cdot 10^{-3} = 380 \text{ kNm};$$

$$M_{0,21-28} = 275 \cdot 10^3 \cdot 6,43 \cdot 10^{-4} = 176,7 \text{ kNm}.$$

Skaičiuojamųjų pjūvių skaičius – 32. Reiškia, viso takumo sąlygų bus: $32 \cdot 6 = 192$, taip pat ribinių įrašų vektorius turės 192 narius.

3.4. Analizės uždavinio sprendimas

Analizės uždavinys sprendžiamas panaudojant simbolinės matematikos paketo *Matlab* paprogramę *quadprog*.

Paprogramė *quadprog* realizuoja tokio pavidalo kvadratinio matematinio programavimo uždavinį:

Rasti

$$\frac{1}{2} \mathbf{x}^T \mathbf{H} \mathbf{x} \rightarrow \min, \quad (3.11)$$

kai

$$\mathbf{A}_{nq} \mathbf{x} \leq \mathbf{b}_{nq}, \quad (3.12)$$

$$\mathbf{A}_{eq} \mathbf{x} = \mathbf{b}_{eq}. \quad (3.13)$$

čia $\mathbf{x}$ – uždavinio nežinomųjų vektorius;

$\mathbf{H}$ – tikslo funkcijos koeficientų prie nežinomųjų matrica;

$\mathbf{A}_{nq}$, $\mathbf{A}_{eq}$ – atitinkamai apribojimų-nelygybių ir apribojimų-lygybių koeficientų matricos;

$\mathbf{b}_{nq}$, $\mathbf{b}_{eq}$ – atitinkamai apribojimų-nelygybių ir apribojimų-lygybių laisvųjų narių vektoriai.

Kreipinio į paprogramę sintaksė:

$$[x, fval, exitflag, output, lambda] = quadprog(H, [], A, b, Aeq, beq)$$

Paprogramės *quadprog* darbo rezultatai:

x = nežinomųjų reikšmės;

$fval$ = tikslo funkcijos reikšmė;

$exitflag > 0$, optimalus uždavinio sprendinys;

= 0, leistinas taškas;

< 0, nėra sprendinio.

$lambda$ – Lagranžo daugikliai, t.y. kinematinės formuluotės uždavinio nežinomieji.
 $lambda.eqlin$ – apribojimų-lygybių daugikliai, $lambda.ineqlin$ – apribojimų-nelygybių daugikliai.

Nagrinėjamo uždavinio atveju $lambda.eqlin$ – liekamieji poslinkiai u_r , o $lambda.ineqlin$ – daugikliai λ su kuriais skaičiuojamos plastinės deformacijos $\boldsymbol{\theta}_p = \boldsymbol{\Phi}^T \lambda$.

Uždavinys sprendžiamas iteraciniu būdu, ieškant maksimalios temperatūros prie kurios konstrukcija dar nesuyra.

Pateikiamas paskutinės iteracijos analizės uždavinio, esant pirmam temperatūrų pasiskirstymo variantui, sprendimo pagal matematinį modelį (2.43)-(2.45) valdymo programos *Matlab* terpėje tekstas:

```
% Vieno tarpatramio dviejų aukštų rėmo skaičiavimas
L=9; H1=5; H2=4;
l1=H1/2; l2=H2/2; l3=L/4;
% Plieno savybės prie 20
E=210e6;
sigmay=275e3;
a=12e-6;
% Kolonos 1
% HE300A
A1=112.5*10^(-4); I1=18260*10^(-8); W1=1383*10^(-6); h1=0.290; g1=0.883;
% Sijos 1
% HE320B
A2=161.3*10^(-4); I2=30820*10^(-8); W2=2149*10^(-6); h2=0.320; g2=1.27;
% HE200B
A3=78.08*10^(-4); I3=5696*10^(-8); W3=642.5*10^(-6); h3=0.200; g3=0.613;
% Temperatūra 1 1
Tmax=590;
T11=Tmax/1.1; T12=Tmax/1.1; T21=Tmax; T22=Tmax; T31=Tmax/1.1; T32=Tmax/1.1;
T41=Tmax/3; T42=Tmax/3; T51=0; T52=0; T61=Tmax/3; T62=Tmax/3;
T1=(T11+T12)/2; T2=(T21+T22)/2; T3=(T31+T32)/2;
T4=(T41+T42)/2; T5=(T51+T52)/2; T6=(T61+T62)/2;
t1=(T11-T12); t2=(T21-T22); t3=(T31-T32);
t4=(T41-T42); t5=(T51-T52); t6=(T61-T62);
% Priklauso nuo temperatūros
E1=0.495*E; E2=0.339*E; E3=0.903*E; E4=1*E;
sigmay1=0.667*sigmay; sigmay2=0.501*sigmay; sigmay3=1*sigmay; sigmay4=1*sigmay;
EI1=E1*I1; EA1=E1*A1; M1=sigmay1*W1; c1=W1/A1;
EI2=E2*I2; EA2=E2*A2; M2=sigmay2*W2; c2=W2/A2;
EI3=E3*I3; EA3=E3*A3; M3=sigmay3*W3; c3=W3/A3;
EI4=E4*I4; EA4=E4*A4; M4=sigmay4*W4; c4=W4/A4;
% Apkrovos
% Nuosavas svoris
G1=zeros(36,1);
G1(2,1)=l1*g1; G1(5,1)=l1*g1;
G1(8,1)=l2*g1; G1(11,1)=l2*g1;
G1(14,1)=l1*g1+l3/2*g2; G1(17,1)=l1*g1+l3/2*g2;
G1(20,1)=l2*g1+l3/2*g3; G1(23,1)=l2*g1+l3/2*g3;
G1(25,1)=l3*g2; G1(27,1)=l3*g2; G1(29,1)=l3*g2;
G1(31,1)=l3*g3; G1(33,1)=l3*g3; G1(35,1)=l3*g3;
% Nuolatinė apkrova
G2=zeros(36,1);
G2(2,1)=10.5; G2(5,1)=10.5;
G2(8,1)=8.4; G2(11,1)=8.4;
G2(14,1)=61.6; G2(17,1)=61.6;
G2(20,1)=18; G2(23,1)=18;
G2(25,1)=101.3; G2(27,1)=101.3; G2(29,1)=101.3;
G2(31,1)=10.8; G2(33,1)=10.8; G2(35,1)=10.8;
% Naudojimo apkrova
Gn=zeros(36,1);
Gn(14,1)=13.5; Gn(17,1)=13.5;
Gn(25,1)=27; Gn(27,1)=27; Gn(29,1)=27;
% Sniego apkrova
Gs=zeros(36,1);
Gs(20,1)=10.8; Gs(23,1)=10.8;
Gs(31,1)=21.6; Gs(33,1)=21.6; Gs(35,1)=21.6;
% Vėjo apkrova
Gv=zeros(36,1);
Gv(1,1)=2.16; Gv(4,1)=1.62; Gv(7,1)=1.94; Gv(10,1)=1.45;
Gv(13,1)=1.97; Gv(16,1)=1.48; Gv(19,1)=2.56; Gv(22,1)=2.16;
% Apkrovų derinys 3
F=G1+G2+1*(Gn+Gs+Gv);
% Deformacijos nuo temperatūros
Qt=1*[t1/(2*h1)*a*l1; -t1/(2*h1)*a*l1; a*T1*l1;
t1/(2*h1)*a*l1; -t1/(2*h1)*a*l1; a*T1*l1;
t2/(2*h2)*a*l3; -t2/(2*h2)*a*l3; t2/(2*h2)*a*l3; -t2/(2*h2)*a*l3;
t2/(2*h2)*a*l3; -t2/(2*h2)*a*l3; t2/(2*h2)*a*l3; -t2/(2*h2)*a*l3; a*T2*L;
t3/(2*h1)*a*l1; -t3/(2*h1)*a*l1; a*T3*l1;
t3/(2*h1)*a*l1; -t3/(2*h1)*a*l1; a*T3*l1;
```

```

t4/(2*h1)*a*l2; -t4/(2*h1)*a*l2; a*T4*l2;
t4/(2*h1)*a*l2; -t4/(2*h1)*a*l2; a*T4*l2;
t5/(2*h3)*a*l3; -t5/(2*h3)*a*l3; t5/(2*h3)*a*l3; -t5/(2*h3)*a*l3;
t5/(2*h3)*a*l3; -t5/(2*h3)*a*l3; t5/(2*h3)*a*l3; -t5/(2*h3)*a*l3; a*T5*L;
t6/(2*h1)*a*l2; -t6/(2*h1)*a*l2; a*T6*l2;
t6/(2*h1)*a*l2; -t6/(2*h1)*a*l2; a*T6*l2;
% Pusiausviros salygu matrica [A]
A=zeros(36,42);
A(1,1)=-1/l1; A(1,2)=-1/l1; A(1,4)=1/l1; A(1,5)=1/l1;
A(2,3)=-1; A(2,6)=1;
A(3,2)=1; A(3,4)=1;
A(4,16)=-1/l1; A(4,17)=-1/l1; A(4,19)=1/l1; A(4,20)=1/l1;
A(5,18)=-1; A(5,21)=1;
A(6,17)=1; A(6,19)=1;
A(7,22)=-1/l2; A(7,23)=-1/l2; A(7,25)=1/2; A(7,26)=1/l2;
A(8,24)=-1; A(8,27)=1;
A(9,23)=1; A(9,25)=1;
A(10,37)=-1/l2; A(10,38)=-1/l2; A(10,40)=1/l2; A(10,41)=1/l2;
A(11,39)=-1; A(11,42)=1;
A(12,38)=1; A(12,40)=1;
A(13,4)=-1/l1; A(13,5)=-1/l1; A(13,22)=1/l2; A(13,23)=1/l2; A(13,15)=-1;
A(14,6)=-1; A(14,7)=1/l3; A(14,8)=1/l3; A(14,24)=1;
A(15,5)=1; A(15,7)=1; A(15,22)=1;
A(16,15)=1; A(16,19)=-1/l1; A(16,20)=-1/l1; A(16,37)=1/l2; A(16,38)=1/l2;
A(17,13)=-1/l3; A(17,14)=-1/l3; A(17,21)=-1; A(17,39)=1;
A(18,14)=1; A(18,20)=1; A(18,37)=1;
A(19,25)=-1/l2; A(19,26)=-1/l2; A(19,36)=-1;
A(20,27)=-1; A(20,28)=1/l3; A(20,29)=1/l3;
A(21,26)=1; A(21,28)=1;
A(22,36)=1; A(22,40)=-1/l2; A(22,41)=-1/l2;
A(23,34)=-1/l3; A(23,35)=-1/l3; A(23,42)=-1;
A(24,35)=1; A(24,41)=1;
A(25,7)=-1/l3; A(25,8)=-1/l3; A(25,9)=1/l3; A(25,10)=1/l3;
A(26,8)=1; A(26,9)=1;
A(27,9)=-1/l3; A(27,10)=-1/l3; A(27,11)=1/l3; A(27,12)=1/l3;
A(28,10)=1; A(28,11)=1;
A(29,11)=-1/l3; A(29,12)=-1/l3; A(29,13)=1/l3; A(29,14)=1/l3;
A(30,12)=1; A(30,13)=1;
A(31,28)=-1/l3; A(31,29)=-1/l3; A(31,30)=1/l3; A(31,31)=1/l3;
A(32,29)=1; A(32,30)=1;
A(33,30)=-1/l3; A(33,31)=-1/l3; A(33,32)=1/l3; A(33,33)=1/l3;
A(34,31)=1; A(34,32)=1;
A(35,32)=-1/l3; A(35,33)=-1/l3; A(35,34)=1/l3; A(35,35)=1/l3;
A(36,33)=1; A(36,34)=1;
% Pasiduodamumo matrica [D]
D=zeros(42,42);
D(1,1)=l1/(3*EI1); D(1,2)=-l1/(6*EI1);
D(2,1)=-l1/(6*EI1); D(2,2)=l1/(3*EI1);
D(3,3)=l1/EA1;
D(4,4)=l1/(3*EI1); D(4,5)=-l1/(6*EI1);
D(5,4)=-l1/(6*EI1); D(5,5)=l1/(3*EI1);
D(6,6)=l1/EA1;
D(7,7)=l3/(3*EI2); D(7,8)=-l3/(6*EI2);
D(8,7)=-l3/(6*EI2); D(8,8)=l3/(3*EI2);
D(9,9)=l3/(3*EI2); D(9,10)=-l3/(6*EI2);
D(10,9)=-l3/(6*EI2); D(10,10)=l3/(3*EI2);
D(11,11)=l3/(3*EI2); D(11,12)=-l3/(6*EI2);
D(12,11)=-l3/(6*EI2); D(12,12)=l3/(3*EI2);
D(13,13)=l3/(3*EI2); D(13,14)=-l3/(6*EI2);
D(14,13)=-l3/(6*EI2); D(14,14)=l3/(3*EI2);
D(15,15)=L/EA2;
D(16,16)=l1/(3*EI1); D(16,17)=-l1/(6*EI1);
D(17,16)=-l1/(6*EI1); D(17,17)=l1/(3*EI1);
D(18,18)=l1/EA1;
D(19,19)=l1/(3*EI1); D(19,20)=-l1/(6*EI1);
D(20,19)=-l1/(6*EI1); D(20,20)=l1/(3*EI1);
D(21,21)=l1/EA1;
D(22,22)=l2/(3*EI3); D(22,23)=-l2/(6*EI3);
D(23,22)=-l2/(6*EI3); D(23,23)=l2/(3*EI3);
D(24,24)=l2/EA3;
D(25,25)=l2/(3*EI3); D(25,26)=-l2/(6*EI3);
D(26,25)=-l2/(6*EI3); D(26,26)=l2/(3*EI3);
D(27,27)=l2/EA3;
D(28,28)=l3/(3*EI4); D(28,29)=-l3/(6*EI4);
D(29,28)=-l3/(6*EI4); D(29,29)=l3/(3*EI4);
D(30,30)=l3/(3*EI4); D(30,31)=-l3/(6*EI4);
D(31,30)=-l3/(6*EI4); D(31,31)=l3/(3*EI4);
D(32,32)=l3/(3*EI4); D(32,33)=-l3/(6*EI4);
D(33,32)=-l3/(6*EI4); D(33,33)=l3/(3*EI4);
D(34,34)=l3/(3*EI4); D(34,35)=-l3/(6*EI4);

```

```

D(35,34)=-l3/(6*EI4);D(35,35)=l3/(3*EI4);
D(36,36)=L/EA4;
D(37,37)=l2/(3*EI3);D(37,38)=-l2/(6*EI3);
D(38,37)=-l2/(6*EI3);D(38,38)=l2/(3*EI3);
D(39,39)=l2/EA3;
D(40,40)=l2/(3*EI3);D(40,41)=-l2/(6*EI3);
D(41,40)=-l2/(6*EI3);D(41,41)=l2/(3*EI3);
D(42,42)=l2/EA3;
% Tamprus skaičiavimas
ue=(A*inv(D)*A')\ (A*inv(D)*Qt+F); Se=inv(D)*A'*ue-inv(D)*Qt;
% Takumo sąlygų matrica [Fi]
k=1/1.18;

```

Dėl didelės takumo sąlygų koeficientų matricos apimties [192x42], rodomas tik jos fragmentas

```

Fi=[1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
-1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
k 0 c1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
-k 0 c1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
k 0 -c1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
-k 0 -c1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
0 k c1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
0 -k c1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
0 k -c1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
0 -k -c1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
0 0 0 1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
0 0 0 -1 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 ...
...
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -k -c3 0 0 0
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0 0
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0 0
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 k 0 c3
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -k 0 c3
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 k 0 -c3
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -k 0 -c3
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 0
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -1 0
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 k c3
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -k c3
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 k -c3
... 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 -k -c3];
% Ribiniai momentai
Mo(192,1)=zeros;
Mo(1:24,1)=M1; Mo(25:72,1)=M2; Mo(73:96,1)=M1; Mo(97:120,1)=M3; Mo(121:168,1)=M4;
Mo(169:192,1)=M3;
%quadprog
Anq=Fi; bnq=Mo-Fi*Se;
Aeq=A; beq=zeros(36,1);
[x,fval,exitflag,output,lambda]=quadprog(D,[],Anq,bnq,Aeq,beq);
XX=lambda.ineqlin; ur=lambda.eqlin; Sr=x;
S=Se+x;
u=ur+ue;
Irazos=[Se Sr S]
Poslinkiai=[ue ur u]
def=Fi'*XX

```

3.5. Skaičiavimų rezultatai ir jų analizė

3.3-3.7 lentelėse pateikiamų rezultatų paaiškinimai:

Žymėjimai:

S_F, u_F – atitinkamai įrašos ir poslinkiai nuo išorinės apkrovos F ;

S_T, u_T – atitinkamai įrašos ir poslinkiai nuo temperatūros pokyčių;

S_e, u_e – atitinkamai tamprios įrašos ir tamprūs poslinkiai;

S_r, u_r – atitinkamai liekamosios įrašos ir liekamieji poslinkiai;

S, u – atitinkamai suminės (tikrosios) įrašos ir suminiai (tikrieji) poslinkiai.

Ašinių įrašų N ženklų taisyklė:

Teigiama reikšmė – tempiamas strypas;

Neigiama reikšmė – gniuždomas strypas.

Lenkimo momentų M ženklų taisyklė:

Teigiama reikšmė – momento kryptis apie mazgą prieš laikrodžio rodyklę.

Poslinkių ženklų taisyklė:

Teigiama reikšmė – linijinių poslinkių – į dešinę ir žemyn, kampinių poslinkių – pagal laikrodžio rodyklę.

Skaičiuojamųjų pjūvių (3.7 pav.), poslinkių (atitinka F 3.7 pav.), temperatūrų pasiskirstymo rėme (3.4 pav.) bei elementams priskirtų plieno charakteristikų (3.1 pav.) žymėjimai pavaizduoti ankstesniuose poskyriuose.

Pirmiausia pateikiami rezultatai konstrukcijos veikiamos tik išorinės apkrova F (3.3 lentelė), sistema dirba tampriai.

3.3 lentelė. Konstrukcijos įrašos ir poslinkiai, kai $T = 0$

	S (kN, kNm)		S (kN, kNm)		u (m)		u (m)
M_1	45.6602	M_{17}	162.9225	u_1	-0.0015	u_{22}	0.0054
M_2	35.8395	M_{18}	-38.6412	u_2	0.0004	u_{23}	0.0010
N_{1-2}	-374.7507	N_{17-18}	-91.0746	u_3	-0.0003	u_{24}	0.0002
M_3	-35.8395	M_{19}	38.6412	u_4	0.0040	u_{25}	0.0172
M_4	122.7392	M_{20}	89.5201	u_5	0.0004	u_{26}	0.0073
N_{3-4}	-362.0432	N_{19-20}	-80.9086	u_6	0.0019	u_{27}	0.0260
M_5	-285.6617	M_{21}	-89.5201	u_7	0.0063	u_{28}	-0.0002
M_6	-146.8611	M_{22}	-22.1992	u_8	0.0009	u_{29}	0.0164
M_7	146.8611	M_{23}	22.1992	u_9	-0.0004	u_{30}	-0.0074
M_8	-284.2795	M_{24}	-57.9152	u_{10}	0.0021	u_{31}	0.0141
M_9	284.2795	M_{25}	57.9152	u_{11}	0.0009	u_{32}	0.0073
M_{10}	-126.5935	M_{26}	-17.6278	u_{12}	0.0018	u_{33}	0.0232

3.3 lentelės tęsinys

	S (kN, kNm)		S (kN, kNm)		u (m)		u (m)
M_{11}	126.5935	M_{27}	17.6278	u_{13}	0.0030	u_{34}	-0.0003
M_{12}	326.1969	M_{28}	98.6628	u_{14}	0.0008	u_{35}	0.0131
N_{5-12}	25.4108	N_{21-28}	-66.6407	u_{15}	0.0048	u_{36}	-0.0074
M_{13}	-88.8923	M_{29}	-179.4398	u_{16}	0.0030		
M_{14}	-30.9574	M_{30}	38.9385	u_{17}	0.0008		
N_{13-14}	-385.7903	N_{29-30}	-93.1064	u_{18}	-0.0039		
M_{15}	30.9574	M_{31}	-38.9385	u_{19}	0.0057		
M_{16}	-146.7570	M_{32}	-98.6628	u_{20}	0.0009		
N_{15-16}	-373.0828	N_{31-32}	-82.9404	u_{21}	0.0009		

3.5.1. Konstrukcijos skaičiavimo rezultatai, kai temperatūros pokyčiai viršutiniuose ir apatiniuose elementų sluoksniuose vienodi

Esant pirmam temperatūrų pasiskirstymo variantui, maksimalios temperatūros prie kurių konstrukcija dirba tamptariai:

$$T_{11} = T_{12} = 485 \text{ }^{\circ}\text{C}, T_{21} = T_{22} = 535 \text{ }^{\circ}\text{C} \text{ ir } T_{31} = T_{32} = 180 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Tada plieno charakteristikos:

$$E_1 = 128,9 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_2 = 104,8 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_3 = 193,6 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_4 = 210 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, f_{y,1} = 223 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2, f_{y,2} = 184,5 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2, f_{y,3} = f_{y,4} = 275 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2.$$

Skaičiavimo rezultatai pateikti 3.4 lentelėje.

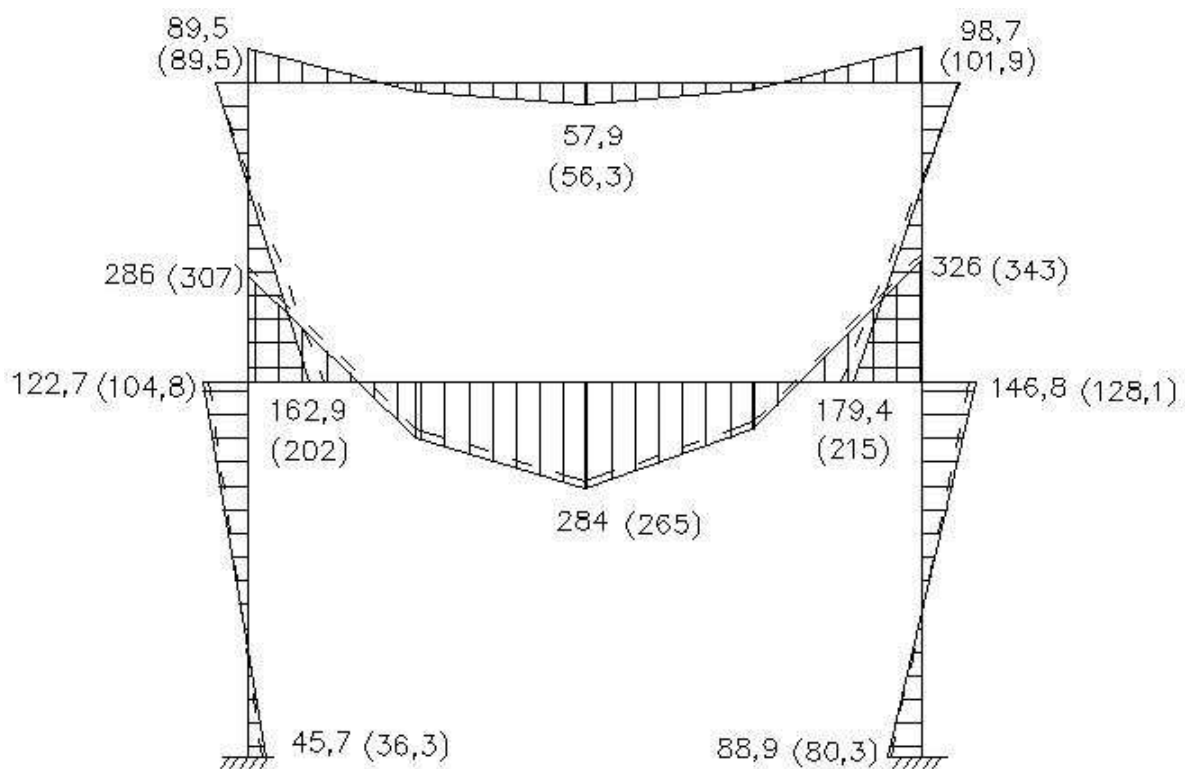
3.4 lentelė. Tamptariai dirbančios konstrukcijos įrašos ir poslinkiai (1 var.)

	S_F (kN, kNm)	S_T (kN, kNm)	S (kN, kNm)		u_F (m)	u_T (m)	u (m)
M_1	36.2661	168.5571	204.8232	u_1	-0.0018	-0.0148	-0.0166
M_2	31.5776	3.5609	35.1385	u_2	0.0006	-0.0146	-0.0139
N_{1-2}	-374.8374	0.0000	-374.8374	u_3	-0.0002	-0.0088	-0.0090
M_3	-31.5776	-3.5609	-35.1385	u_4	0.0060	0.0148	0.0207
M_4	104.8212	175.6790	280.5002	u_5	0.0007	-0.0146	-0.0139
N_{3-4}	-362.1299	0.0000	-362.1299	u_6	0.0029	0.0088	0.0116
M_5	-306.5537	5.4273	-301.1264	u_7	0.0103	-0.0188	-0.0085
M_6	-126.9748	-5.4273	-132.4021	u_8	0.0014	-0.0335	-0.0321
M_7	126.9748	5.4273	132.4021	u_9	-0.0004	0.0081	0.0077
M_8	-265.3989	-5.4273	-270.8262	u_{10}	0.0038	0.0188	0.0225
M_9	265.3989	5.4273	270.8262	u_{11}	0.0014	-0.0335	-0.0321
M_{10}	-108.7187	-5.4273	-114.1460	u_{12}	0.0024	-0.0081	-0.0057
M_{11}	108.7187	5.4273	114.1460	u_{13}	0.0050	-0.0286	-0.0236
M_{12}	343.0659	-5.4273	337.6386	u_{14}	0.0013	-0.0292	-0.0279
N_{5-12}	40.5639	-120.4789	-79.9150	u_{15}	0.0070	0.0008	0.0077
M_{13}	-80.2781	-168.5571	-248.8353	u_{16}	0.0052	0.0286	0.0338

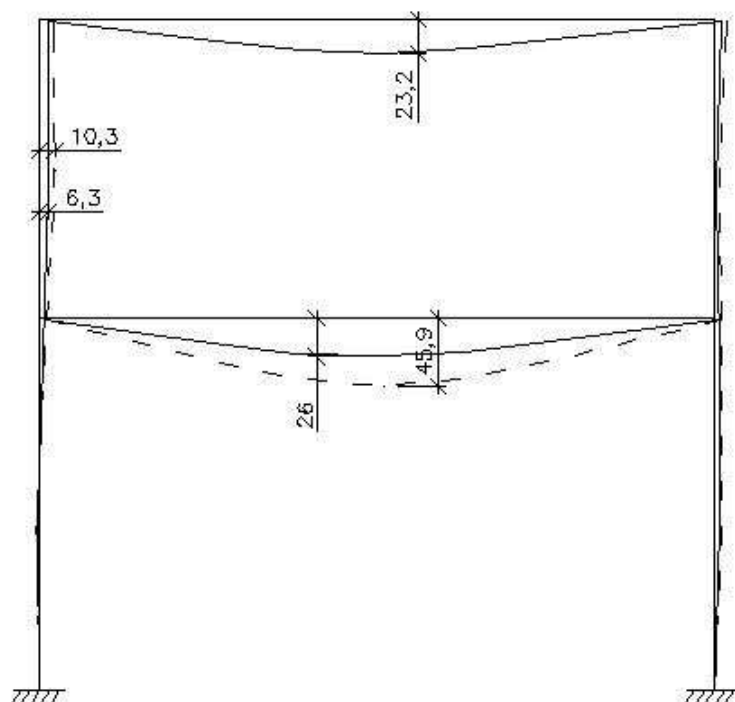
3.4 lentelės tęsinys

	S_F (kN, kNm)	S_T (kN, kNm)	S (kN, kNm)		u_F (m)	u_T (m)	u (m)
M_{14}	-25.9155	-3.5609	-29.4764	u_{17}	0.0013	-0.0292	-0.0279
N_{13-14}	-385.7036	-0.0000	-385.7036	u_{18}	-0.0053	-0.0008	-0.0060
M_{15}	25.9155	3.5609	29.4764	u_{19}	0.0091	-0.0001	0.0089
M_{16}	-128.0592	-175.6790	-303.7381	u_{20}	0.0014	-0.0377	-0.0363
N_{15-16}	-372.9961	-0.0000	-372.9961	u_{21}	0.0005	0.0096	0.0101
M_{17}	201.7325	-181.1063	20.6262	u_{22}	0.0086	0.0001	0.0088
M_{18}	-58.0699	77.8430	19.7731	u_{23}	0.0015	-0.0377	-0.0363
N_{17-18}	-90.7143	0.0000	-90.7143	u_{24}	0.0010	-0.0096	-0.0085
M_{19}	58.0699	-77.8430	-19.7731	u_{25}	0.0297	-0.0279	0.0018
M_{20}	89.4727	-25.4203	64.0524	u_{26}	0.0132	0.0004	0.0136
N_{19-20}	-80.5483	0.0000	-80.5483	u_{27}	0.0459	-0.0275	0.0185
M_{21}	-89.4727	25.4203	-64.0524	u_{28}	-0.0004	-0.0000	-0.0004
M_{22}	-21.4358	-25.4203	-46.8561	u_{29}	0.0283	-0.0279	0.0004
M_{23}	21.4358	25.4203	46.8561	u_{30}	-0.0135	-0.0004	-0.0138
M_{24}	-56.3410	-25.4203	-81.7613	u_{31}	0.0137	-0.0216	-0.0079
M_{25}	56.3410	25.4203	81.7613	u_{32}	0.0069	0.0048	0.0117
M_{26}	-15.2429	-25.4203	-40.6633	u_{33}	0.0223	-0.0162	0.0061
M_{27}	15.2429	25.4203	40.6633	u_{34}	-0.0004	0.0000	-0.0004
M_{28}	101.8585	-25.4203	76.4381	u_{35}	0.0124	-0.0216	-0.0092
N_{21-28}	-76.3313	51.6317	-24.6997	u_{36}	-0.0071	-0.0048	-0.0119
M_{29}	-215.0068	181.1063	-33.9005				
M_{30}	55.1242	-77.8430	-22.7188				
N_{29-30}	-93.4667	-0.0000	-93.4667				
M_{31}	-55.1242	77.8430	22.7188				
M_{32}	-101.8585	25.4203	-76.4381				
N_{31-32}	-83.3007	-0.0000	-83.3007				

Sistemai dirbant tampriai, galima įvertinti atskirą išorinių apkrovų F ir temperatūros pokyčių T įtaką konstrukcijai. Norint aiškiau suprasti, dėl temperatūros poveikio, sumažėjusio tamprumo modulio E įtaką konstrukcijos darbui, pavaizduojamos konstrukcijoje veikiančių lenkimo momentų diagramos (3.14 pav.) ir konstrukcijos deformuotos schemas (3.15 pav.) tik nuo išorinių jėgų poveikių F , kai konstrukcija neveikiama temperatūros (ištisinė linija) ir prieš atsirandant plastinėms deformacijoms (pertraukiama linija). Kaip ir galima buvo tikėtis tamprumo modulio sumažėjimas, o apatinei sijai jis sumažėjo net perpus, padarė kur kas didesnę įtaką sistemos poslinkiams, nei įrašoms, apatinės sijos įlinkis padidėjo net 1,8 karto, o antrame aukšte kairės kolonos horizontalus poslinkis 1,6 karto, kai tuo tarpu įrašos kito maksimaliai iki 1,3 karto.



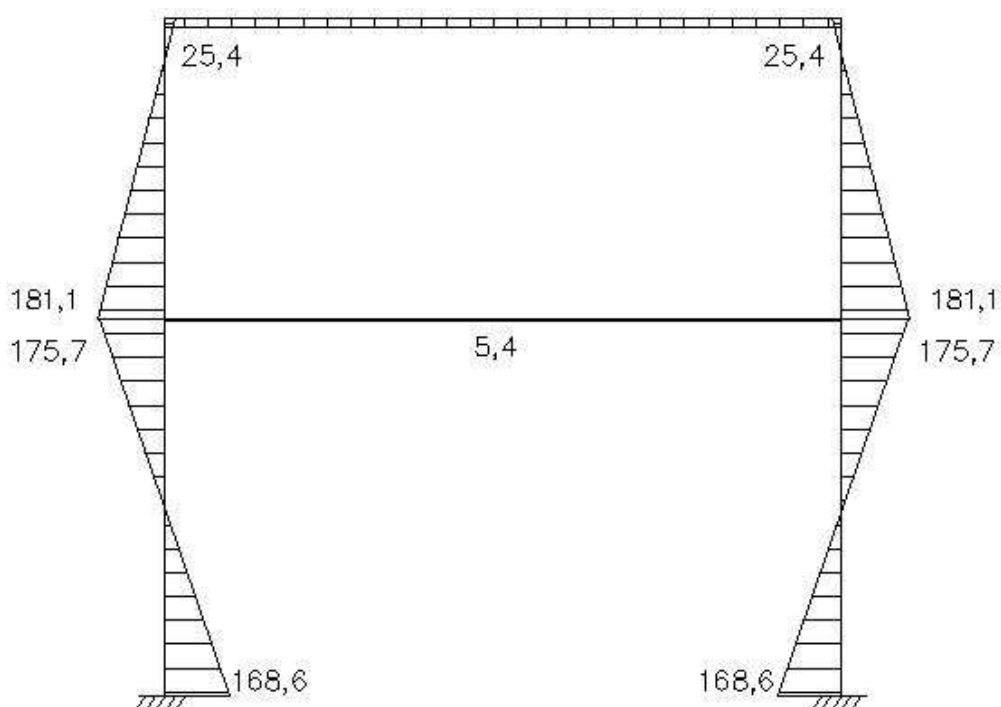
3.14 pav. Konstrukcijos momentų diagramų pasiskirstymas nuo išorinių apkrovų F (1 var.) (kNm)



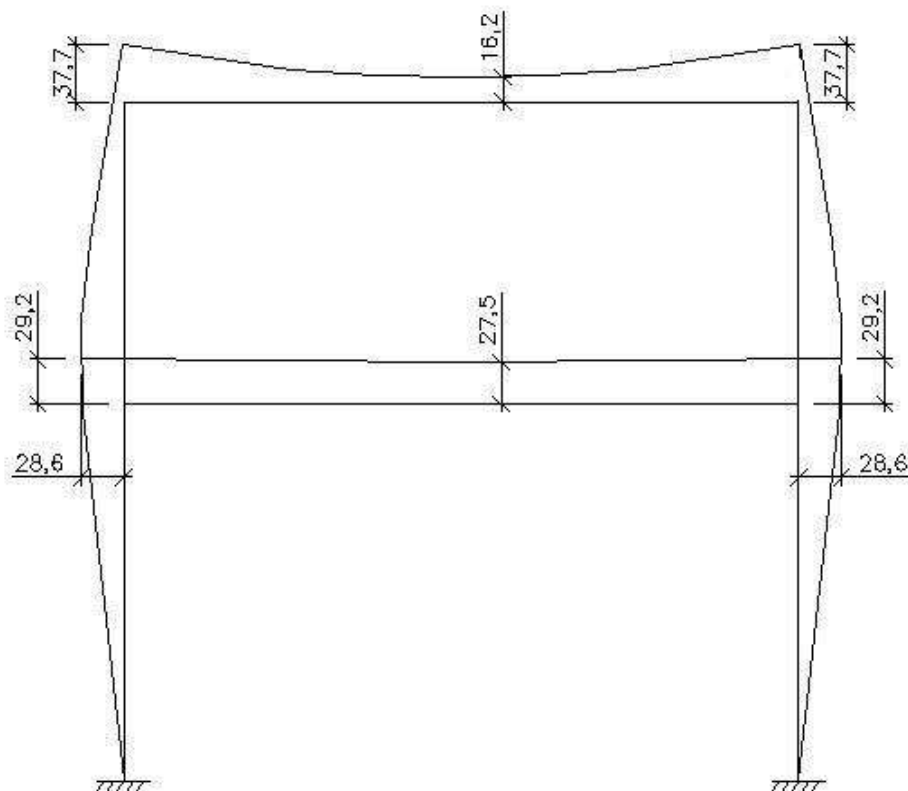
3.15 pav. Konstrukcijos deformuota schema nuo išorinių apkrovų F (1 var.) (mm)

Temperatūros pokyčių įtaka skirtingiems konstrukcijos elementams pasireiškia nevienodai. Kolonose atsiranda dideli lenkimo momentai (3.16 pav.) ir jokių ašinių įrašų, gi apatinėje sijoje atsirandantis momentas minimalus, o gniuždymo įraža siekia 120,5 kN. Tai lengva paaiškinti, analizuojant deformuotą konstrukcijos schemą (3.17 pav.). Kolonų linijinio pailgėjimo niekas

nevaržo, todėl ašinės įrašos neatsiranda, kita vertus apatinė sija negali laisvai pailgėti, ji ribojama kolonų dėl kurių ir atsiranda sijoje ašinė įraša, o kolonose lenkimo momentai. Nors tiesiogiai neveikiama temperatūros, viršutinė sija turi atlaikyti, dėl apatinės sijos pailgėjimo atsirandančias, tempimo įrašas (51,6 kN). Bei, dėl galinių pjūvių pasisukimo, ji yra lenkiama.

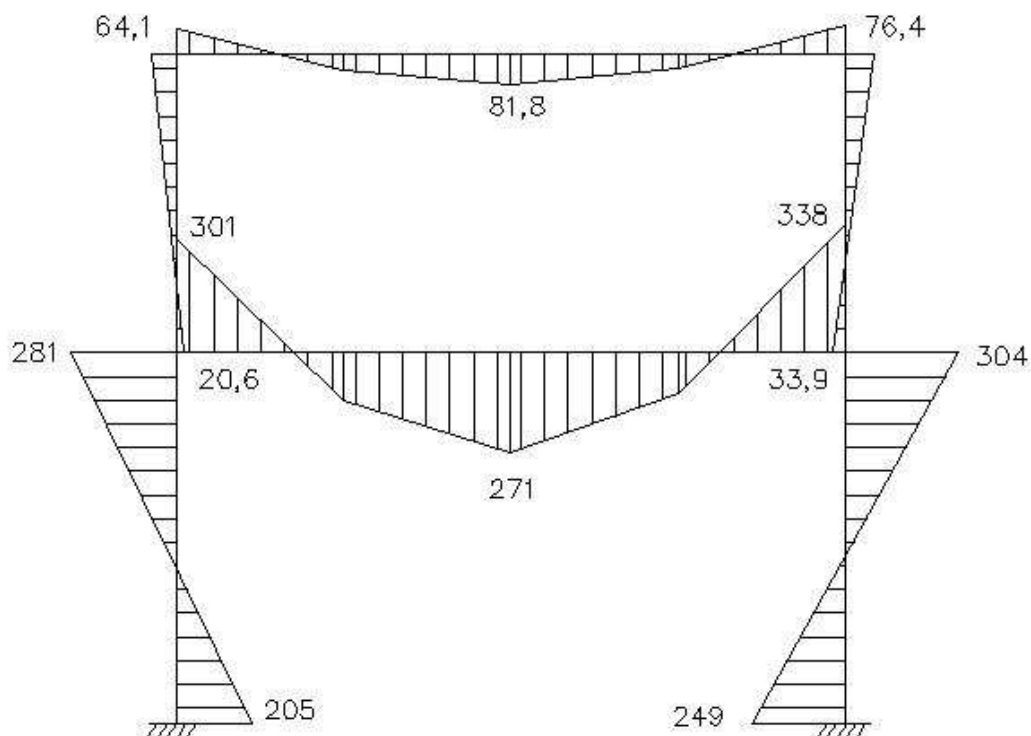


3.16 pav. Konstrukcijos momentų diagramos pasiskirstymas nuo temp. pokyčių T (1 var.) (kNm)

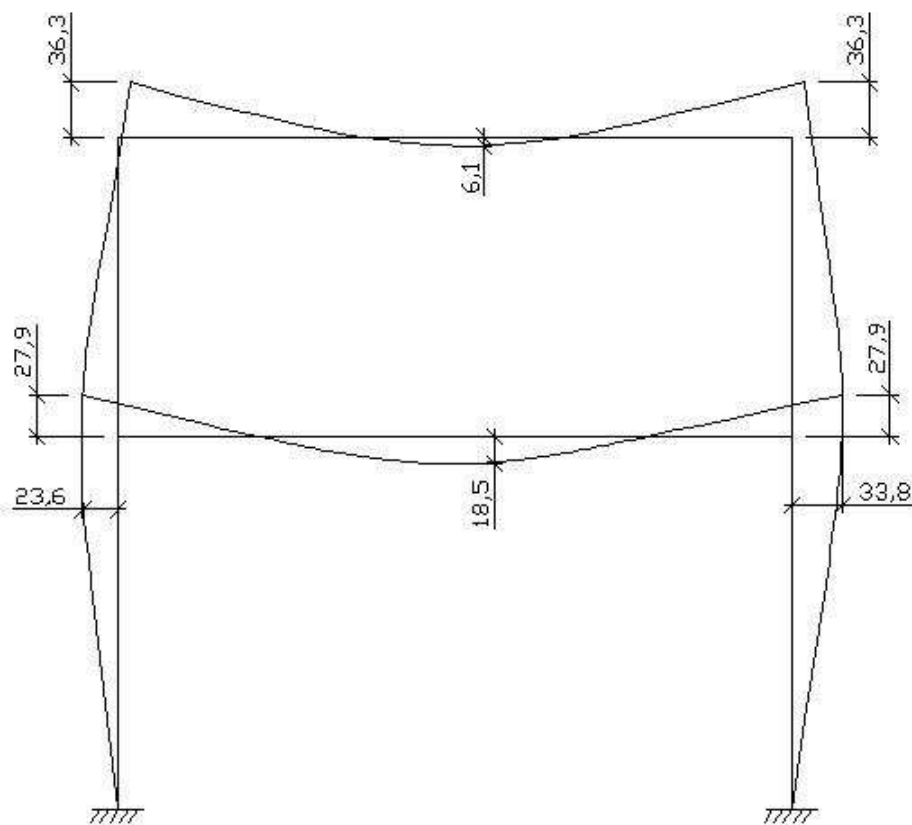


3.17 pav. Konstrukcijos deformuota schema nuo temp. pokyčių T (1 var.) (mm)

Toliau pateikiama konstrukcijos lenkimo momentų diagrama (3.18 pav.) ir deformuota schema (3.19 pav.) prieš atsirandant plastinėms deformacijoms nuo bendro F ir T poveikio.



3.18 pav. Tampriai dirbančios konstrukcijos momentų diagrama (1 var.) (kNm)



3.19 pav. Tampriai dirbančios konstrukcijos deformuota schema (1 var.) (mm)

Prie aukštesnių temperatūrų jau vystosi plastinės deformacijos. Plastiškai dirbančios konstrukcijos maksimalios temperatūros:

$$T_{11} = T_{12} = 535 \text{ }^{\circ}\text{C}, T_{21} = T_{22} = 590 \text{ }^{\circ}\text{C} \text{ ir } T_{31} = T_{32} = 195 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Tada plieno charakteristikos:

$$E_1 = 104,0 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_2 = 71,2 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_3 = 189,6 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_4 = 210 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, f_{y,1} = 183,4 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2, f_{y,2} = 137,8 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2, f_{y,3} = f_{y,4} = 275 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2.$$

Skaičiavimo rezultatai pateikti 3.5 lentelėje.

3.5 lentelė. Plastiškai dirbančios konstrukcijos įrašos ir poslinkiai (1 var.)

	S_e (kN, kNm)	S_r (kN, kNm)	S (kN, kNm)		u_e (m)	u_r (m)	u (m)
M_1	186.7283	-25.9530	160.7752	u_1	-0.0185	-0.0031	-0.0216
M_2	35.6535	4.4689	40.1224	u_2	-0.0153	-0.0000	-0.0153
N_{1-2}	-374.9133	-2.5951	-377.5084	u_3	-0.0099	-0.0020	-0.0120
M_3	-35.6535	-4.4689	-40.1224	u_4	0.0238	-0.0008	0.0230
M_4	263.4352	-17.0152	246.4201	u_5	-0.0153	0.0000	-0.0153
N_{3-4}	-362.2058	-2.5951	-364.8009	u_6	0.0133	-0.0011	0.0122
M_5	-310.2456	14.1671	-296.0785	u_7	-0.0072	-0.0099	-0.0171
M_6	-124.0603	-22.5178	-146.5781	u_8	-0.0352	-0.0000	-0.0353
M_7	124.0603	22.5178	146.5781	u_9	0.0086	-0.0010	0.0076
M_8	-263.2618	-30.8684	-294.1303	u_{10}	0.0253	-0.0100	0.0152
M_9	263.2618	30.8684	294.1303	u_{11}	-0.0352	-0.0005	-0.0357
M_{10}	-107.3590	-39.2191	-146.5781	u_{12}	-0.0061	-0.0010	-0.0071
M_{11}	107.3590	39.2191	146.5781	u_{13}	-0.0250	-0.0077	-0.0327
M_{12}	343.6482	-47.5698	296.0785	u_{14}	-0.0306	-0.0000	-0.0306
N_{5-12}	-66.8202	8.0201	-58.8001	u_{15}	0.0097	-0.0012	0.0086
M_{13}	-231.4236	2.5970	-228.8266	u_{16}	0.0382	-0.0077	0.0304
M_{14}	-29.3082	18.8871	-10.4211	u_{17}	-0.0306	-0.0005	-0.0311
N_{13-14}	-385.6277	2.5951	-383.0326	u_{18}	-0.0075	-0.0013	-0.0088
M_{15}	29.3082	-18.8871	10.4211	u_{19}	0.0113	-0.0116	-0.0003
M_{16}	-285.9900	40.3712	-245.6187	u_{20}	-0.0399	-0.0000	-0.0399
N_{15-16}	-372.9202	2.5951	-370.3251	u_{21}	0.0105	-0.0007	0.0098
M_{17}	46.8104	2.8480	49.6584	u_{22}	0.0111	-0.0116	-0.0005
M_{18}	5.7147	-3.9951	1.7195	u_{23}	-0.0398	-0.0005	-0.0404
N_{17-18}	-90.4447	1.1163	-89.3284	u_{24}	-0.0087	-0.0006	-0.0093
M_{19}	-5.7147	3.9951	-1.7195	u_{25}	0.0104	-0.0099	0.0006
M_{20}	62.1197	-5.1423	56.9774	u_{26}	0.0193	-0.0034	0.0159
N_{19-20}	-80.2787	1.1163	-79.1624	u_{27}	0.0342	-0.0145	0.0197
M_{21}	-62.1197	5.1423	-56.9774	u_{28}	-0.0006	-0.0006	-0.0012
M_{22}	-48.1822	-2.6306	-50.8129	u_{29}	0.0085	-0.0120	-0.0035
M_{23}	48.1822	2.6306	50.8129	u_{30}	-0.0196	0.0030	-0.0166
M_{24}	-82.4809	-0.1190	-82.5999	u_{31}	-0.0109	-0.0007	-0.0116
M_{25}	82.4809	0.1190	82.5999	u_{32}	0.0118	0.0000	0.0118
M_{26}	-40.7762	2.3927	-38.3835	u_{33}	0.0032	-0.0004	0.0028
M_{27}	40.7762	-2.3927	38.3835	u_{34}	-0.0005	0.0003	-0.0002

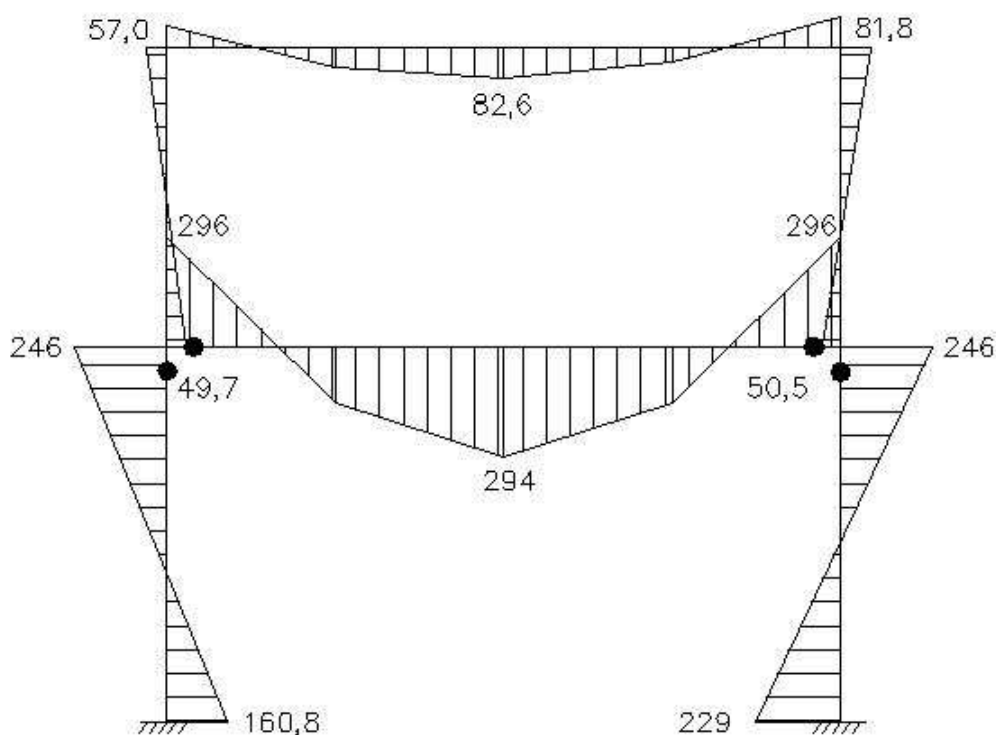
3.5 lentelės tęsinys

	S_e (kN, kNm)	S_r (kN, kNm)	S (kN, kNm)		u_e (m)	u_r (m)	u (m)
M_{28}	76.9318	4.9043	81.8361	u_{35}	-0.0124	0.0001	-0.0123
N_{21-28}	-30.7625	0.5736	-30.1890	u_{36}	-0.0121	0.0000	-0.0120
M_{29}	-57.6583	7.1985	-50.4597				
M_{30}	-11.0868	-6.0514	-17.1382				
N_{29-30}	-93.7363	-1.1163	-94.8526				
M_{31}	11.0868	6.0514	17.1382				
M_{32}	-76.9318	-4.9043	-81.8361				
N_{31-32}	-83.5703	-1.1163	-84.6866				

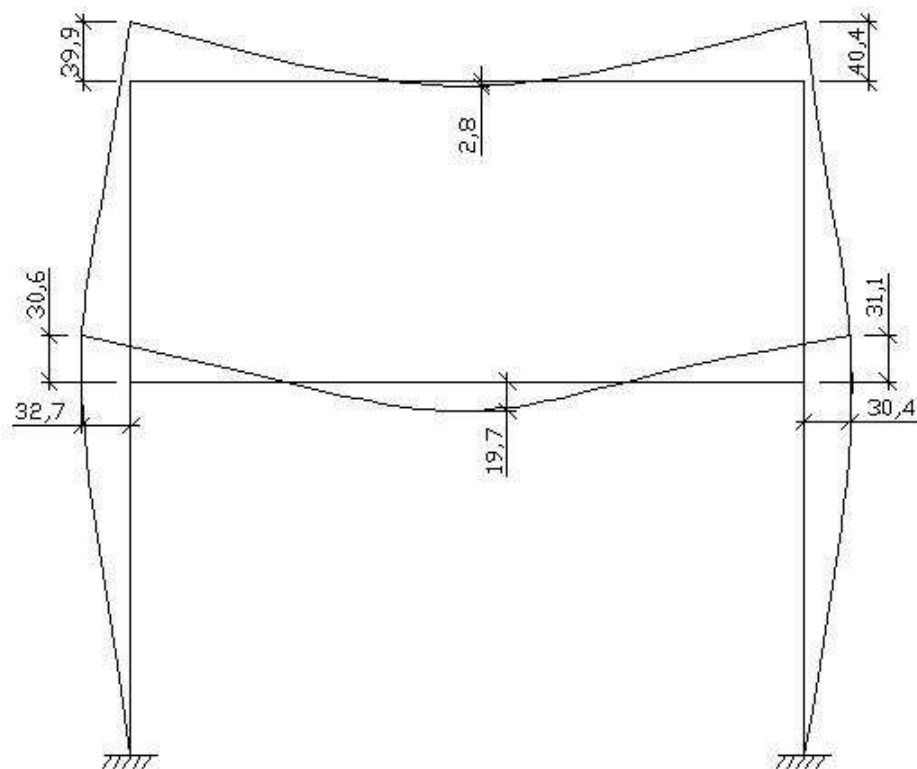
Pažymėtina, kad tamprios-plastinės konstrukcijos ribinės temperatūros yra 10 % aukštesnės, lyginant tik su tampriai dirbančia sistema.

Konstrukcijai dirbant plastinėje stadijoje tikrieji įrašos ir poslinkiai gaunami sudėjus tamprius ir liekamuosius, atsirandančius dėl plastinių deformacijų. Dėl liekamųjų įrašų ir poslinkių, pasikeičia momentų pasiskirstymas konstrukcijoje (3.20 pav.) ir jos deformuota schema (3.21 pav.). Kaip matome, lyginant su tampriai dirbančia sistema (3.18 pav.), įrašos konstrukcijos elementuose pasiskirsto tolygiau, labiau išnaudojama visa konstrukcija. Vertikalūs poslinkiai, savo ruožtu, pasiskirsto beveik simetriškai, konstrukcijos vertikalios ašies atžvilgiu.

Taškais pažymėti susidarę plastiniai lankstai



3.20 pav. Plastiškai dirbančios konstrukcijos momentų diagrama (1 var.) (kNm)



3.21 pav. Plastiškai dirbančios konstrukcijos deformuota schema (1 var.) (mm)

3.5.2. Konstrukcijos skaičiavimo rezultatai, kai temperatūros pokyčiai viršutiniuose ir apatiniuose elementų sluoksniuose skirtingi

Esant antram temperatūrų pasiskirstymo variantui, maksimalios temperatūros prie kurių konstrukcija dirba tampriai:

$$T_{11} = 350 \text{ }^{\circ}\text{C}, T_{12} = 290 \text{ }^{\circ}\text{C}, T_{21} = 385 \text{ }^{\circ}\text{C}, T_{22} = 320 \text{ }^{\circ}\text{C} \text{ ir } T_{31} = 130 \text{ }^{\circ}\text{C}, T_{32} = 105 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Tada plieno charakteristikos:

$$E_1 = 163,6 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_2 = 156,9 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_3 = 206,2 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_4 = 210 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, f_{y,1} = f_{y,2} = f_{y,3} = f_{y,4} = 275 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2.$$

Skaičiavimo rezultatai pateikti 3.6 lentelėje.

3.6 lentelė. Tampriai dirbančios konstrukcijos įrašos ir poslinkiai (2 var.)

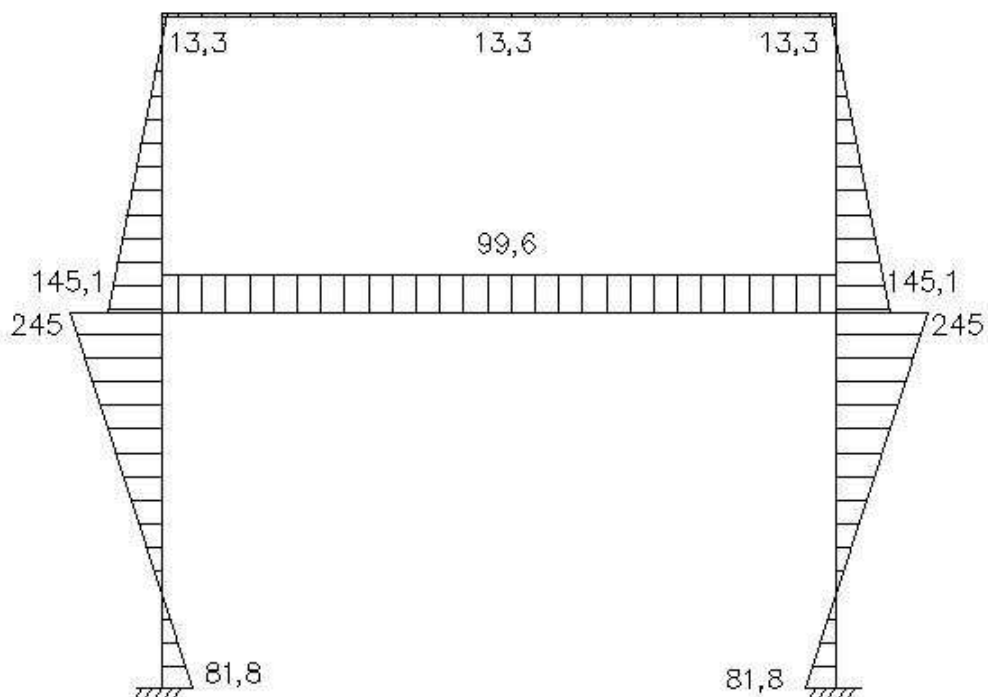
	S_F (kN, kNm)	S_T (kN, kNm)	S (kN, kNm)		u_F (m)	u_T (m)	u (m)
M_1	39.9551	81.8203	121.7753	u_1	-0.0016	-0.0104	-0.0120
M_2	32.9789	81.4212	114.4002	u_2	0.0005	-0.0096	-0.0091
N_{1-2}	-374.7585	0.0000	-374.7585	u_3	-0.0003	-0.0061	-0.0063
M_3	-32.9789	-81.4212	-114.4002	u_4	0.0048	0.0104	0.0152
M_4	111.3130	244.6628	355.9757	u_5	0.0005	-0.0096	-0.0091
N_{3-4}	-362.0510	0.0000	-362.0510	u_6	0.0023	0.0061	0.0084

3.6 lentelės tęsinys

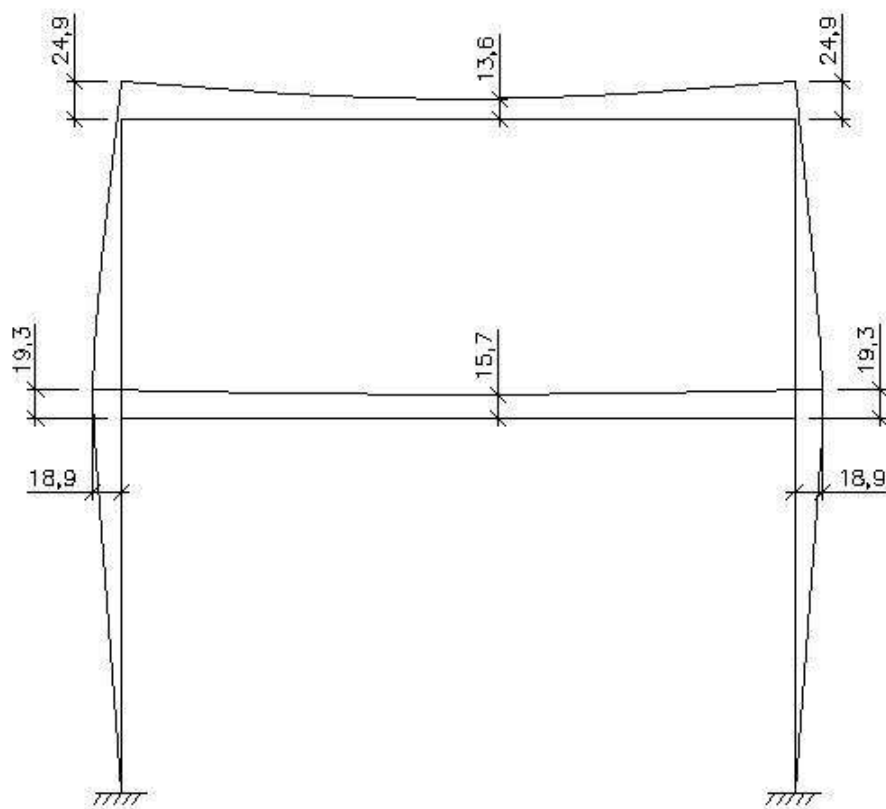
	S_F (kN, kNm)	S_T (kN, kNm)	S (kN, kNm)		u_F (m)	u_T (m)	u (m)
M_5	-294.0983	-99.5797	-393.6780	u_7	0.0080	-0.0112	-0.0032
M_6	-138.7462	99.5797	-39.1666	u_8	0.0011	-0.0221	-0.0210
M_7	138.7462	-99.5797	39.1666	u_9	-0.0004	0.0054	0.0050
M_8	-276.4864	99.5797	-176.9068	u_{10}	0.0027	0.0112	0.0140
M_9	276.4864	-99.5797	176.9068	u_{11}	0.0011	-0.0221	-0.0210
M_{10}	-119.1222	99.5797	-19.5426	u_{12}	0.0020	-0.0054	-0.0034
M_{11}	119.1222	-99.5797	19.5426	u_{13}	0.0038	-0.0189	-0.0151
M_{12}	333.3463	99.5797	432.9260	u_{14}	0.0010	-0.0193	-0.0182
N_{5-12}	33.8483	-104.9012	-71.0529	u_{15}	0.0057	0.0016	0.0073
M_{13}	-83.2572	-81.8203	-165.0775	u_{16}	0.0039	0.0189	0.0228
M_{14}	-28.0268	-81.4212	-109.4481	u_{17}	0.0010	-0.0192	-0.0182
N_{13-14}	-385.7825	-0.0000	-385.7825	u_{18}	-0.0045	-0.0016	-0.0061
M_{15}	28.0268	81.4212	109.4481	u_{19}	0.0071	-0.0001	0.0069
M_{16}	-135.2608	-244.6628	-379.9236	u_{20}	0.0011	-0.0249	-0.0237
N_{15-16}	-373.0750	-0.0000	-373.0750	u_{21}	0.0007	0.0050	0.0057
M_{17}	182.7854	-145.0831	37.7023	u_{22}	0.0067	0.0001	0.0068
M_{18}	-48.4815	65.8738	17.3923	u_{23}	0.0012	-0.0249	-0.0237
N_{17-18}	-90.9394	0.0000	-90.9394	u_{24}	0.0006	-0.0050	-0.0044
M_{19}	48.4815	-65.8738	-17.3923	u_{25}	0.0218	-0.0166	0.0052
M_{20}	89.7024	-13.3354	76.3669	u_{26}	0.0094	0.0008	0.0101
N_{19-20}	-80.7734	0.0000	-80.7734	u_{27}	0.0332	-0.0157	0.0174
M_{21}	-89.7024	13.3354	-76.3669	u_{28}	-0.0003	0.0000	-0.0003
M_{22}	-21.7126	-13.3354	-35.0481	u_{29}	0.0208	-0.0166	0.0041
M_{23}	21.7126	13.3354	35.0481	u_{30}	-0.0095	-0.0008	-0.0103
M_{24}	-57.1243	-13.3354	-70.4597	u_{31}	0.0138	-0.0164	-0.0026
M_{25}	57.1243	13.3354	70.4597	u_{32}	0.0071	0.0025	0.0096
M_{26}	-16.5327	-13.3354	-29.8681	u_{33}	0.0227	-0.0136	0.0091
M_{27}	16.5327	13.3354	29.8681	u_{34}	-0.0003	0.0000	-0.0003
M_{28}	100.0623	-13.3354	86.7268	u_{35}	0.0128	-0.0164	-0.0037
N_{21-28}	-71.6519	39.6046	-32.0473	u_{36}	-0.0072	-0.0025	-0.0098
M_{29}	-198.0855	145.0831	-53.0024				
M_{30}	47.5616	-65.8738	-18.3122				
N_{29-30}	-93.2416	0.0000	-93.2416				
M_{31}	-47.5616	65.8738	18.3122				
M_{32}	-100.0623	13.3354	-86.7268				
N_{31-32}	-83.0756	-0.0000	-83.0756				

Kaip matome, konstrukcijoje prasideda plastinės deformacijos dar net nepasiekus temperatūrų, dėl kurių pradeda mažėti plieno takumo riba. Taigi, ribinės įrašos pasiekiamos, dėl šiuo atveju pavojingesnių, temperatūros pokyčių įtakos, kai elementai ne tik pailgėja, bet ir išlinksta. Nagrinėjant konstrukcijos lenkimo momentų diagramą (3.22 pav.) ir deformuotą schemą (3.23 pav.), matome, kad, lyginant su pirmu temperatūrų pasiskirstymo variantu (3.16 pav. ir 3.17 pav.), momentų pasiskirstymas pakito, taip pat padidėjo maksimalios įrašų reikšmės. Poslinkių

pasiskirstymas išliko panašus, bet reikšmės dėl standesnės sistemos ir mažesnių temperatūros pokyčių elemento ašyje – mažesnės, išskyrus apatinės sijos įlinkį, kuris padidėjo.

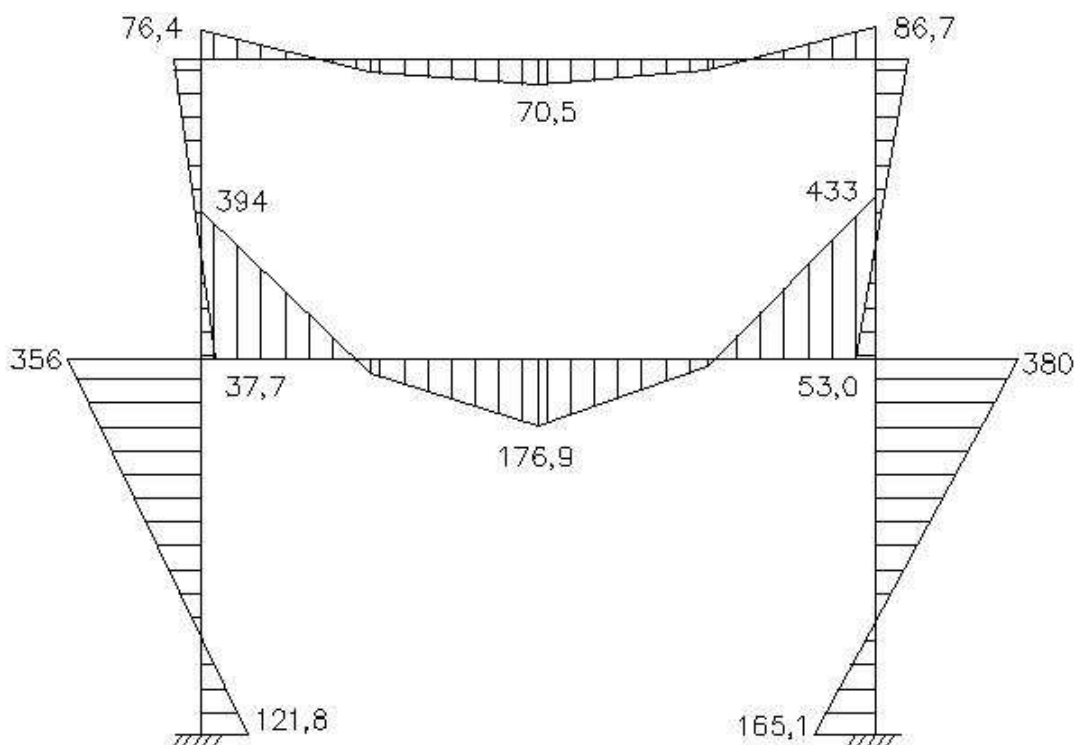


3.22 pav. Konstrukcijos momentų diagramos pasiskirstymas nuo temp. pokyčių T (2 var.) (kNm)

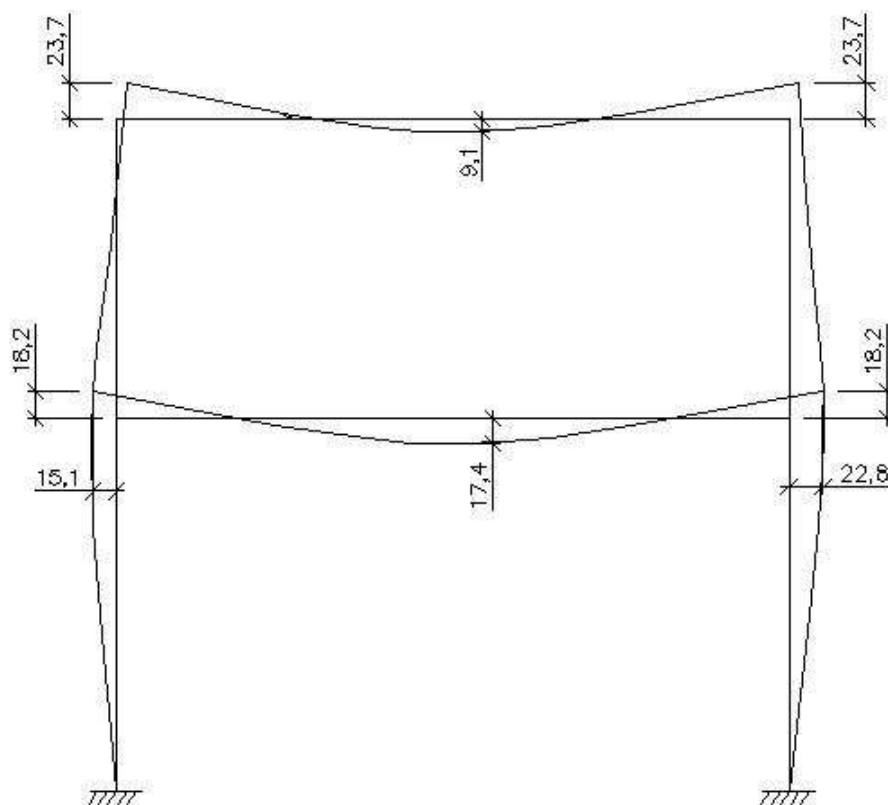


3.23 pav. Konstrukcijos deformuota schema nuo temp. pokyčių T (2 var.) (mm)

Žemiau pateikiama konstrukcijos lenkimo momentų diagrama (3.24 pav.) ir deformuota schema (3.25 pav.) prieš atsirandant plastinėms deformacijoms nuo bendro F ir T poveikio.



3.24 pav. Tampriai dirbančios konstrukcijos momentų diagrama (2 var.) (kNm)



3.25 pav. Tampriai dirbančios konstrukcijos deformuota schema (2 var.) (mm)

Prie aukštesnių temperatūrų vystosi plastinės deformacijos. Plastiškai dirbančios konstrukcijos maksimalios temperatūros:

$$T_{11} = 585 \text{ }^{\circ}\text{C}, T_{12} = 490 \text{ }^{\circ}\text{C}, T_{21} = 645 \text{ }^{\circ}\text{C}, T_{22} = 540 \text{ }^{\circ}\text{C} \text{ ir } T_{31} = 215 \text{ }^{\circ}\text{C}, T_{32} = 180 \text{ }^{\circ}\text{C}.$$

Tada plieno charakteristikos:

$$E_1 = 104,0 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_2 = 71,2 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_3 = 189,6 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, E_4 = 210 \cdot 10^6 \text{ kN/m}^2, f_{y,1} = 183,4 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2, f_{y,2} = 137,8 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2, f_{y,3} = f_{y,4} = 275 \cdot 10^3 \text{ kN/m}^2.$$

Skaičiavimo rezultatai pateikti 3.7 lentelėje.

3.7 lentelė. Plastiškai dirbančios konstrukcijos įrašos ir poslinkiai (2 var.)

	S_e (kN, kNm)	S_r (kN, kNm)	S (kN, kNm)		u_e (m)	u_r (m)	u (m)
M_1	124.1680	-78.1556	46.0124	u_1	-0.0197	-0.0074	-0.0271
M_2	119.4768	-21.9729	97.5038	u_2	-0.0153	-0.0000	-0.0153
N_{1-2}	-374.9133	-2.5951	-377.5084	u_3	-0.0104	-0.0037	-0.0141
M_3	-119.4768	21.9729	-97.5038	u_4	0.0250	0.0035	0.0285
M_4	368.5215	-122.1014	246.4201	u_5	-0.0153	0.0000	-0.0153
N_{3-4}	-362.2058	-2.5951	-364.8009	u_6	0.0138	0.0006	0.0144
M_5	-389.6201	93.5416	-296.0785	u_7	-0.0052	-0.0105	-0.0157
M_6	-44.6858	-101.8923	-146.5781	u_8	-0.0353	-0.0012	-0.0365
M_7	44.6858	101.8923	146.5781	u_9	0.0087	-0.0009	0.0077
M_8	-183.8873	-110.2430	-294.1303	u_{10}	0.0232	-0.0094	0.0139
M_9	183.8873	110.2430	294.1303	u_{11}	-0.0353	-0.0017	-0.0369
M_{10}	-27.9845	-118.5936	-146.5781	u_{12}	-0.0062	-0.0010	-0.0072
M_{11}	27.9845	118.5936	146.5781	u_{13}	-0.0251	-0.0075	-0.0326
M_{12}	423.0228	-126.9443	296.0785	u_{14}	-0.0307	-0.0012	-0.0318
N_{5-12}	-80.2642	46.1789	-34.0853	u_{15}	0.0116	-0.0022	0.0094
M_{13}	-168.8633	54.7995	-114.0638	u_{16}	0.0382	-0.0079	0.0303
M_{14}	-113.1315	45.3290	-67.8025	u_{17}	-0.0306	-0.0017	-0.0323
N_{13-14}	-385.6277	2.5951	-383.0326	u_{18}	-0.0093	-0.0003	-0.0096
M_{15}	113.1315	-45.3290	67.8025	u_{19}	0.0113	-0.0116	-0.0003
M_{16}	-391.0763	145.4575	-245.6187	u_{20}	-0.0400	-0.0012	-0.0411
N_{15-16}	-372.9202	2.5951	-370.3251	u_{21}	0.0083	-0.0003	0.0080
M_{17}	21.0986	28.5598	49.6584	u_{22}	0.0111	-0.0116	-0.0004
M_{18}	21.5487	-16.3048	5.2439	u_{23}	-0.0399	-0.0017	-0.0416
N_{17-18}	-90.4447	1.1163	-89.3284	u_{24}	-0.0064	-0.0011	-0.0075
M_{19}	-21.5487	16.3048	-5.2439	u_{25}	0.0135	-0.0385	-0.0250
M_{20}	68.0761	-4.0498	64.0263	u_{26}	0.0202	-0.0115	0.0087
N_{19-20}	-80.2787	1.1163	-79.1624	u_{27}	0.0383	-0.0523	-0.0140
M_{21}	-68.0761	4.0498	-64.0263	u_{28}	-0.0006	-0.0006	-0.0012
M_{22}	-42.2259	-1.5382	-43.7640	u_{29}	0.0116	-0.0407	-0.0291
M_{23}	42.2259	1.5382	43.7640	u_{30}	-0.0205	0.0111	-0.0094
M_{24}	-76.5245	0.9735	-75.5510	u_{31}	-0.0147	-0.0012	-0.0159
M_{25}	76.5245	-0.9735	75.5510	u_{32}	0.0107	0.0002	0.0109
M_{26}	-34.8198	3.4851	-31.3347	u_{33}	-0.0020	-0.0006	-0.0026
M_{27}	34.8198	-3.4851	31.3347	u_{34}	-0.0005	0.0003	-0.0002

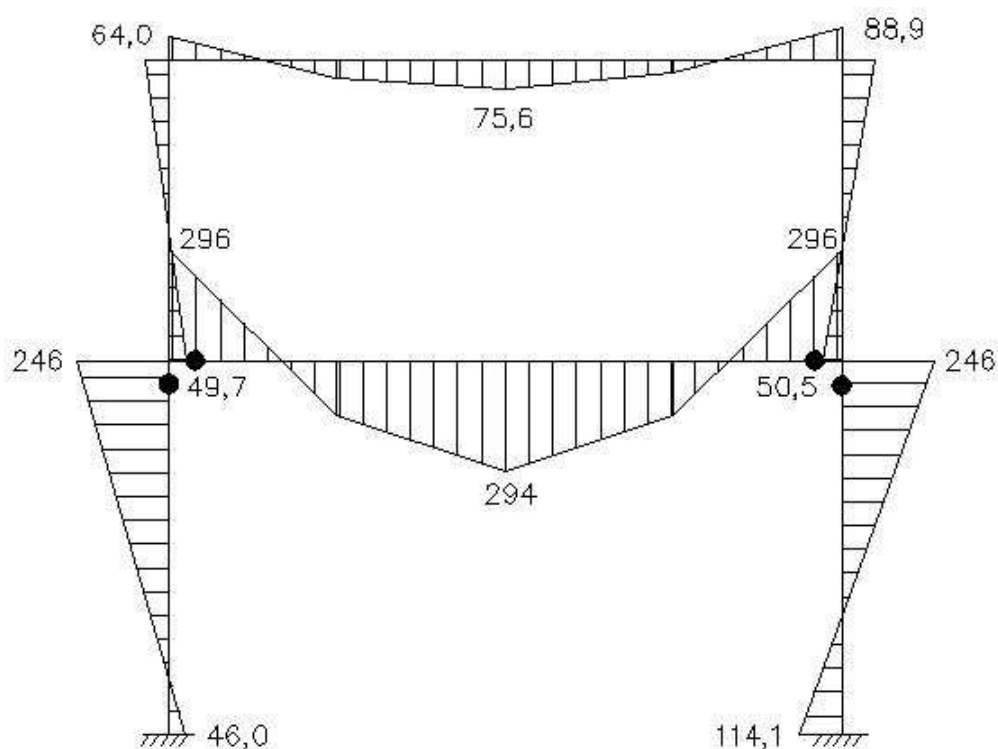
3.7 lentelės tęsinys

	S_e (kN, kNm)	S_r (kN, kNm)	S (kN, kNm)		u_e (m)	u_r (m)	u (m)
M_{28}	82.8882	5.9967	88.8849	u_{35}	-0.0163	-0.0004	-0.0167
N_{21-28}	-25.8237	-6.1275	-31.9512	u_{36}	-0.0109	-0.0002	-0.0111
M_{29}	-31.9465	-18.5132	-50.4597				
M_{30}	-26.9208	6.2582	-20.6626				
N_{29-30}	-93.7363	-1.1163	-94.8526				
M_{31}	26.9208	-6.2582	20.6626				
M_{32}	-82.8882	-5.9967	-88.8849				
N_{31-32}	-83.5703	-1.1163	-84.6866				

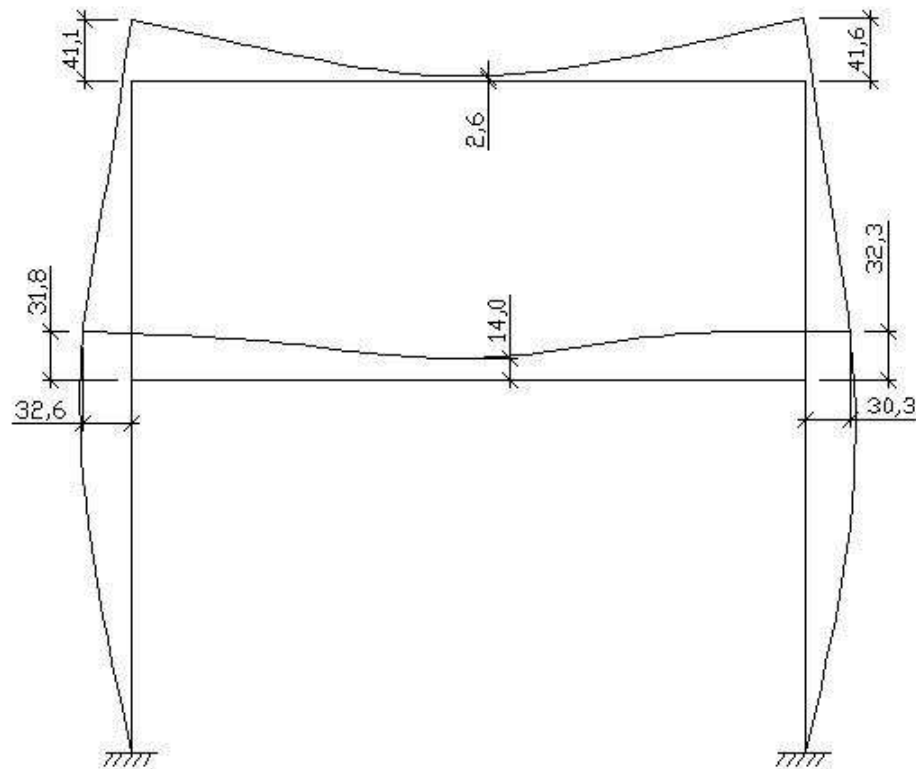
Svarbu pažymėti, kad tamprios-plastinės konstrukcijos ribinės temperatūros yra net 68 % aukštesnės, lyginant tik su tampriai dirbančia sistema.

Plastiškai dirbančio rėmo momentų ir poslinkių diagramos pateikiamos atitinkamai paveiksluose 3.26 ir 3.27. Lyginant su pirmo varianto rezultatais, matome, kad teka tie patys pjūviai, esant toms pačioms įrašoms. Taip yra todėl, kad abiejų variantų elementų ašyse temperatūros sutampa, reiškia, plieno tamprumo moduliai ir takumo ribos taip pat. Poslinkiai irgi pasiskirstę panašiai, išskyrus apatinės sijos įlinkį (17,8 mm), kuris dėl liekamųjų poslinkių tapo mažesnis, nei sistemos išvis neveikiamos temperatūros (26,0 mm).

Taškais pažymėti susidarę plastiniai lankstai.



3.26 pav. Plastiškai dirbančios konstrukcijos momentų diagrama (2 var.) (kNm)



3.27 pav. Plastiškai dirbančios konstrukcijos deformuota schema (2 var.) (mm)

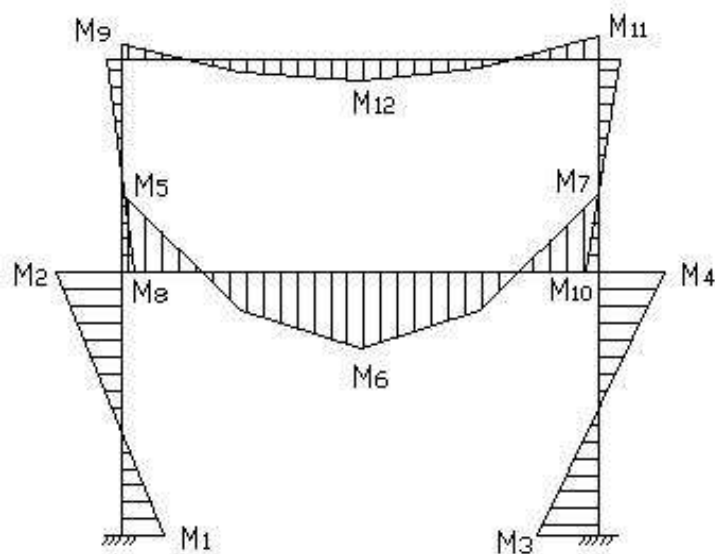
Taigi, nors plastinės deformacijos, nagrinėjant antrą temperatūrų pasiskirstymo variantą, prasideda prie žemesnių temperatūrų, sistema suyra prie aukštesnių arba, jei kalbėti apie elementų skerspjūvio vidutinę temperatūrą – prie vienodų. Taip atsitinka todėl, kad, abejais nagrinėtais atvejais, konstrukcija suyra apatinėje sijoje susidarius trims plastiniams lankstams. O, kaip matėme iš pateiktų rezultatų, temperatūros pokyčių įtaka sijai yra sąlyginai nedidelė, ir jos suirimas išprovokuojamas visų pirma du kartus sumažėjusios plieno takumo ribos.

3.6. Matematinio modelio patikrinimas

Sudarytas matematinis modelis tikrinamas, skaičiavimo rezultatus, pateiktus ankstesniame poskyryje, lyginant su gautais kompiuterinėmis baigtinių elementų programomis *Staad.Pro* ir *CosmosM*.

Skaičiavimo rezultatai lyginami esant pirmam temperatūrų pasiskirstymo variantui, konstrukcijai dirbant plastinėje stadijoje. Tamprių įrašų S_e reikšmės lyginamos su gautomis abejomis programomis, o tikrųjų įrašų S – tik su *CosmosM*, nes *Staad.Pro* skirta konstrukcijų dirbančių tamprioje stadijoje skaičiavimams.

Kaip matome iš skaičiavimų palyginimo (3.8 lentelė, 3.28 pav.), didžiausias skirtumas siekia net 66,6 % (M_8) kas yra neleistinas tikslumas. Bet atidžiau įvertinus rezultatus, galima pastebėti, jog maksimalių konstrukcijos įrašų reikšmių (didesnių nei 70 kN ar kNm) skirtumas nė vienu atveju nesiekia 10 %. Tad galima teigti, kad pasiūlytas matematinis modelis yra pakankamai tikslus ir tinkamas konstrukcijoms, veikiamoms temperatūros pokyčių, analizuoti.



3.28 pav. Lenkimo momentų pasiskirstymas

3.8 lentelė. Skaičiavimo rezultatų palyginimas

	Pasiūlytas modelis	<i>Staad.Pro</i>	Reikšmių nesutapimas (%)	<i>CosmosM</i>	Reikšmių nesutapimas (%)
Tamprios įrašos S_e (kN, kNm)					
M_1	186,7	170,1	8,9	174,0	6,8
N_1	-375	-375	0,0	-375	0,0
M_2	263	251	4,6	249	5,3
M_3	231	214	7,4	219	5,2
N_3	-386	-386	0,0	-386	0,0
M_4	286	273	4,5	272	4,9
M_5	310	308	0,6	311	-0,3
M_6	263	265	0,8	263	0,0
N_6	-66,8	-58,5	12,4	-57,3	14,2
M_7	344	341	0,9	344	0,0
M_8	46,8	56,8	-21,4	61,5	-31,4
N_8	-90,4	-90,4	0,0	-90,5	-0,1
M_9	62,1	62,3	-0,3	64,3	-3,5
M_{10}	57,7	67,5	-17,0	71,7	-24,3
N_{10}	93,7	93,8	-0,1	93,8	-0,1
M_{11}	76,9	77,2	-0,3	79,1	2,9
M_{12}	82,5	82,3	0,2	83,6	-1,3
N_{12}	-30,8	-33,3	-8,1	-35,0	-13,6
Tikrosios įrašos S (kN, kNm)					
M_1	160,8			150,2	6,6
N_1	-378			-377	0,3
M_2	246			224	8,9
M_3	229			212	7,4
N_3	-383			-384	-0,3
M_4	246			230	6,5
M_5	296			307	-3,7
M_6	294			281	4,4
N_6	-58,8			-42,8	27,2
M_7	296			310	-4,7
M_8	49,7			82,8	-66,6
N_8	-89,3			-89,0	0,3
M_9	57,0			58,2	-2,1
M_{10}	50,6			80,0	-58,1
N_{10}	-94,9			-95,3	-0,4
M_{11}	81,8			86,6	-5,9
M_{12}	82,6			79,7	3,5
N_{12}	-30,2			-38,8	-28,5

3.7. Temperatūrų pasiskirstymas konstrukcijos suirimo metu

Darbe aprašytą skaičiavimo metodą galima panaudoti konstrukcijos ribinėms temperatūroms rasti. Tam pasitelkiamas iteracinis skaičiavimas, didinant temperatūros pokyčius ir mažinant elementų tamprumo modulio bei takumo ribos reikšmes. Skaičiavimai baigiami iteracija, kurioje analizės uždavinys neturi leistino sprendinio. Paskutinėje iteracijoje priimtose temperatūros yra laikomos konstrukcijos suirimo temperatūromis.

Čia pateikiamos temperatūrų pasiskirstymo suirimo metu schemas nuo keturių apkrovų derinių (3.29 pav. ir 3.30 pav.).

Temperatūros pokyčių pasiskirstymo variantai jau aptarti 3.1.2. skirsnyje.

Išorinės apkrovos aprašytos 3.1.1. skirsnyje, jų deriniai:

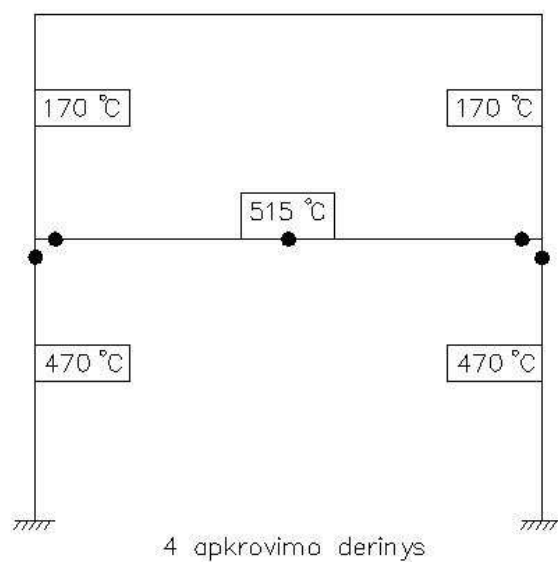
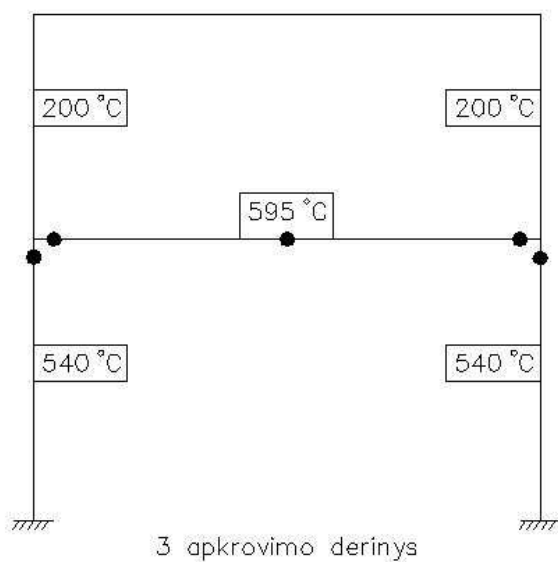
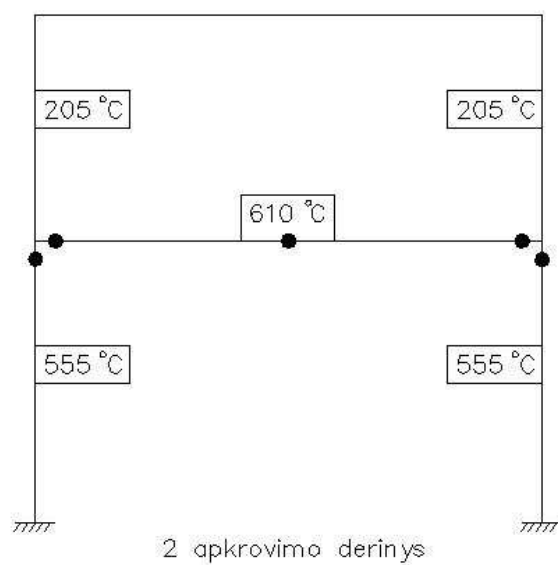
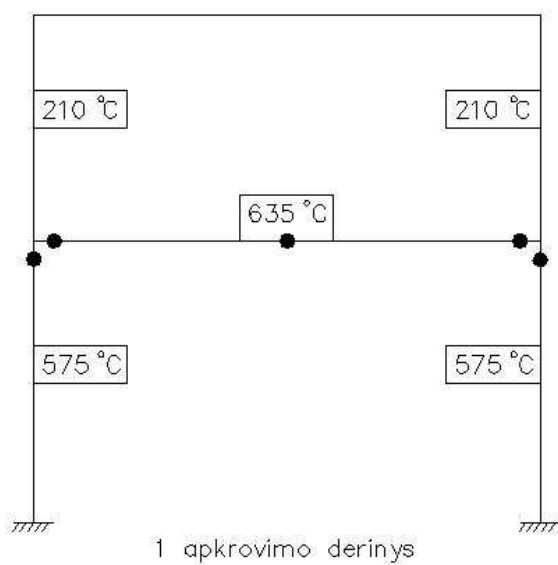
- 1) $F = G_1 + G_2$;
- 2) $F = G_1 + G_2 + 0,5 \cdot Q$;
- 3) $F = G_1 + G_2 + Q$ (3.5. poskyryje skaičiavimų rezultatai pateikti esant šiam deriniui);
- 4) $F = G_1 + 1,5 \cdot (G_2 + Q)$;

čia G_1 – elementų nuosavas svoris;

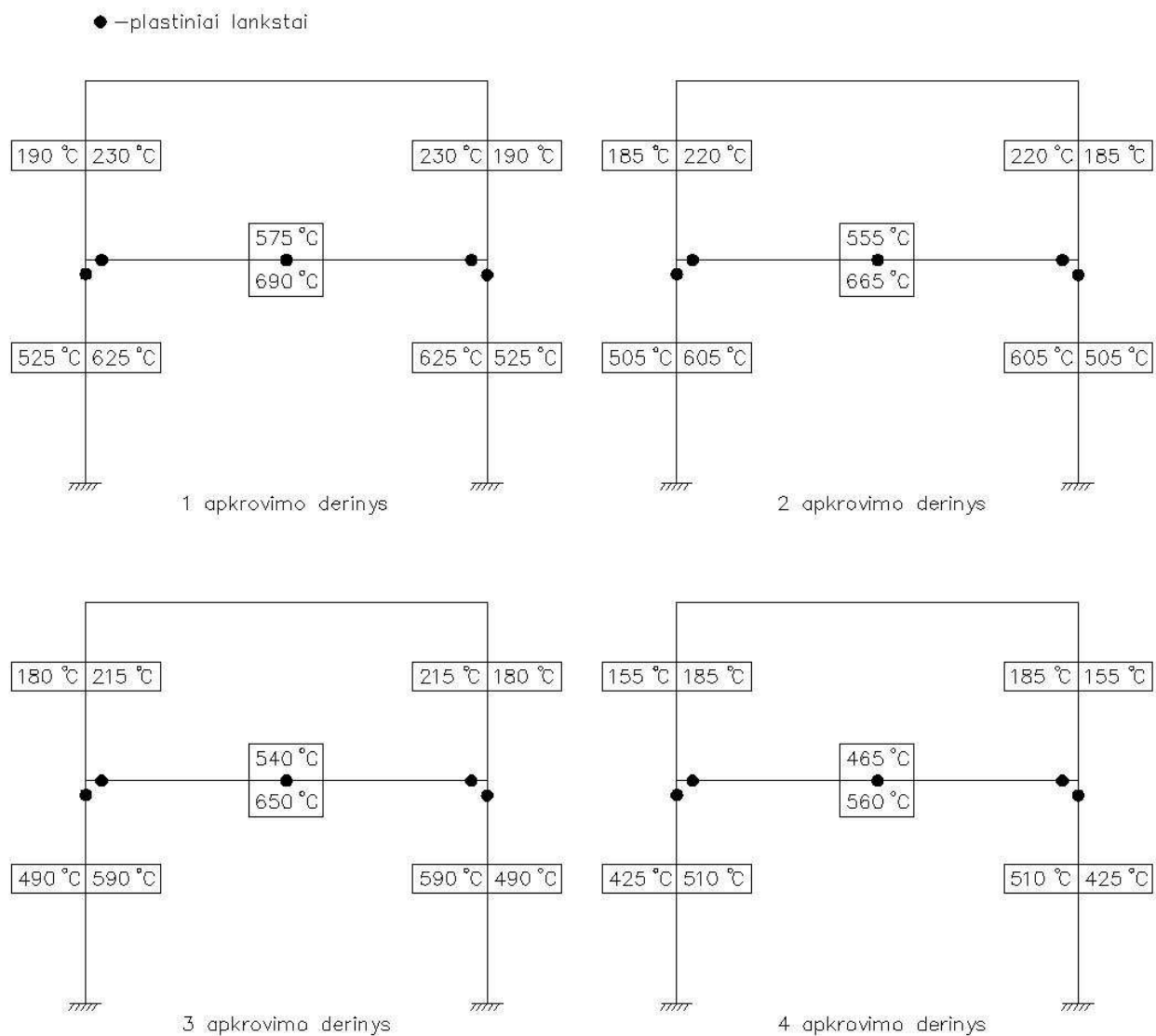
G_2 – nuolatinės apkrovos (be elementų svorio);

Q – laikinos apkrovos.

● –plastiniai lankstai



3.29 pav. Konstrukcijos ribinės temperatūros (1 var.)



3.30 pav. Konstrukcijos ribinės temperatūros (2 var.)

Visais apkrovimų atvejais konstrukcija suyra susidarius trims plastiniams lankstams apatinėje sijoje. Įvertinus nevienodą temperatūrų pasiskirstymą skerspjūvio aukštyje, kai elementai veikiami karštų dujų tik iš trijų pusių (2 variantas) (1.9 pav.), konstrukcija suyra prie 8,7 % aukštesnių maksimalių temperatūrų. Mažai apkrautos konstrukcijos (1 apkrovimo derinys), lyginant su stipriai apkrauta (4 apkrovimo derinys), suirimas prasideda prie 18,9 % aukštesnių temperatūrų.

IŠVADOS IR PASIŪLYMAI

1. Eksperimentiniais skaičiavimais įrodyta, kad tampriai dirbančiam rėmui žymiai pavojingesnis buvo nevienodas temperatūros pasiskirstymas elementų skerspjuvio aukštyje. Tuo tarpu tampriai-plastiškai dirbančiam rėmui temperatūrų pasiskirstymo variantas didelės įtakos neturėjo.
2. Matematinis modelis patikrintas lyginant pagal jį apskaičiuotas konstrukcijos įrašas su gautomis baigtinių elementų programomis *Staad.Pro* ir *CosmosM*. Maksimalių konstrukcijos įrašų skirtumas nesiekė 10 %.
3. Gauta, kad nagrinėtas rėmas, suprojektuotas pagal Lietuvoje galiojančius reglamentus esant numatytoms išorinėms apkrovoms ir priimtiems temperatūrų pasiskirstymams, plastiškai suirs apatinę siją veikiant tokia temperatūra, prie kurios plieno takumo riba sumažės apie 2 kartus (595 °C).
4. Pasiūlytą skaičiavimo modelį galima naudoti ne tik analizės uždaviniui spręsti, bet ir apytiksliai konstrukcijos ribinių temperatūrų nustatymui.
5. Kai plieno temperatūra aukštesnė nei 400 °C, skaičiuojant būtina atsižvelgti į mažėjančią takumo ribą.
6. Dėl aukštos temperatūros mažėjantis tamprumo modulis konstrukcijos įrašų pasiskirstymui didelės įtakos neturi, norint skaičiavimus, ieškant ribinių temperatūrų, supaprastinti ir pagreitinti nebūtina kiekvienoje iteracijoje jo keisti.
7. Pateiktas matematinis modelis neįvertina kolonų klupumo galimybės, dėl kurių gali sumažėti konstrukcijos ribinės temperatūros. Klupumo įvertinimas – kitas žingsnis tobulinant modelį.

Literatūra

1. STR 2.05.08:2005. Plieninių konstrukcijų projektavimas. Pagrindinės nuostatos. Vilnius, 2005. Galioja nuo 2005.02.27.
2. STR 2.05.04:2003. Poveikiai ir apkrovos. Vilnius, 2003. Galioja nuo 2003.07.01.
3. Čyras A. Statybinė Mechanika. Vilnius: Mokslas, 1990. 448 p.
4. Čyras A., Karkauskas R., Krutinis A. Statybinė mechanika. Tamprių lenkiamų strypinių sistemų statika. Paskaitų konspektas PCS specialybės studentams. Vilnius: VISI, 1982. 143 p.
5. Kalanta S. Taikomosios optimizacijos pagrindai. Vilnius: Technika, 2003. 336 p.
6. Eurocode 3. Design of steel structures, Part 1.2: General rules structural fire design, ENV 1993-1-2:1995. European Committee for Standardisation (CEN). 64 p.
7. Takagi J., Deierlein G. G. Strength design criteria for steel members at elevated temperatures. Journal of Constructional Steel Research, 2007, nr. 8, p. 1036-1050.
8. American Institute of Steel Construction, Inc. (AISC). Specification for structural steel buildings. Chicago (IL), 2005.
9. Gomes F. C. T., Costa P. M. P., Rodrigues J. P. C., Neves I. C. Buckling length of a steel column for fire design. Engineering Structures, 2007, nr. 10, p. 2497-2502.
10. Viridi K. S. Finite difference method for nonlinear analysis of structures. Journal of Constructional Steel Research, 2006, nr. 11, p. 1210-1218.
11. Junior V. S., Creus G. J. Simplified elastoplastic analysis of general frames on fire. Engineering Structures, 2007, nr. 4, p. 511-518.
12. Huang Z. F., Tan K. H. Fire resistance of compartments within a high-rise steel frame: New sub-frame and isolated member models. Journal of Constructional Steel Research, 2006, nr. 10, p. 974-986.
13. Hozjan T., Turk G., Srpčič S. Fire analysis of steel frames with the use of artificial neural networks. Journal of Constructional Steel Research, 2007, nr. 10, p. 1396-1403.
14. Iu C. K., Chan S. L., Zha X. X. Material yielding by both axial and bending spring stiffness at elevated temperature. Journal of Constructional Steel Research, 2007, nr. 5, p. 677-685.
15. Kirby B. R., Preston R. R. High temperature properties of hot-rolled, structural steels for use in fire engineering design studies. Fire Safety Journal, 1988, nr. 1, p. 27-37.
16. Iu C. K., Chan S. L., Zha X. X. Nonlinear pre-fire and post-fire analysis of steel frames. Engineering Structures, 2005, nr. 11, p. 1689-1702.

17. *Lamont S., Gillie M., Usmani A. S.* Composite steel-framed structures in fire with protected and unprotected edge beams. *Journal of Constructional Steel Research*, 2007, nr. 8, p. 1138-1150.
18. *Benedetti A., Mangoni E.* Analytical prediction of composite beams response in fire situations. *Journal of Constructional Steel Research*, 2007, nr. 2, p. 221-228.
19. *Santiago A., Silva L. S., Real P. V., Veljkovic M.* Numerical study of a steel sub-frame in fire. *Computers & Structures*, 2008, nr. 15-16, p. 1619-1632.
20. *Yang K. C., Lee H. H., Chan O.* Performance of steel H columns loaded under uniform temperature. *Journal of Constructional Steel Research*, 2006, nr. 3, p. 262-270.
21. *Tan K. H., Toh W. S., Huang Z. F., Phng, G. H.* Structural responses of restrained steel columns at elevated temperatures. Part 1: Experiments. *Engineering Structures*, 2007, nr. 8, p. 1641-1652.
22. *Huang Z. F., Tan K. H.* Structural response of restrained steel columns at elevated temperatures. Part 2: FE simulation with focus on experimental secondary effects. *Engineering Structures*, 2007, nr. 9, p. 2036-2047.
23. *Tan K. H., Yuan W. F.* Buckling of elastically restrained steel columns under longitudinal non-uniform temperature distribution. *Journal of Constructional Steel Research*, 2008, nr. 1, p. 51-61.
24. *Knobloch M., Fontana M.* Strain-based approach to local buckling of steel sections subjected to fire. *Journal of Constructional Steel Research*, 2006, nr. 1-2, p. 44-67.
25. *Mesquita L. M. R., Piloto P. A. G., Vaz M. A. P., Real P. V.* Experimental and numerical research on the critical temperature of laterally unrestrained steel I beams. *Journal of Constructional Steel Research*, 2005, nr. 10, p. 1435-1446.
26. *Real P. V., Lopes N., Silva L. S., Franssen J. M.* Lateral torsional buckling of unrestrained steel beams under fire conditions: improvement of EC3 proposal. *Computers & Structures*, 2004, nr. 20-21, p. 1737-1744.
27. *Li G., Wang P., Shouchao J.* Non-linear finite element analysis of axially restrained steel beams at elevated temperatures in a fire. *Journal of Constructional Steel Research*, 2007, nr. 9, p. 1175-1183.
28. *Dharma R. B., Tan K. H.* Rotational capacity of steel I-beams under fire conditions Part I: Experimental study. *Engineering Structures*, 2007, nr. 9, p. 2391-2402.
29. *Dharma R. B., Tan K. H.* Rotational capacity of steel I-beams under fire conditions Part II: Numerical simulations. *Engineering Structures*, 2007, nr. 9, p. 2403-2418.
30. NIST. Final Report on the Collapse of the World Trade Center Towers. USA: National Institute of Standards and Technology. 2005. 248 p.

31. *Newman G. M., Robinson J. T., Bailey C. G.* Fire safety design: A new approach to multi-storey steel-framed buildings. The Steel Construction Institute. 2004.
32. *Yu H., Burgess I. W., Davison J. B., Plank R. J.* Numerical simulation of bolted steel connections in fire using explicit dynamic analysis. *Journal of Constructional Steel Research*, 2008, nr. 5, p. 515-525.
33. *Wang W. Y., Li G. Q., Dong Y.* A practical approach for fire resistance design of extended end-plate joints. *Journal of Constructional Steel Research*, 2008, 7p. [Žiūrėta 2008-04-20]. Prieiga per internetą <doi:10.1016/j.jcsr.2008.01.008>.
34. *Yu H., Burgess I. W., Davison J. B., Plank R. J.* Experimental investigation of the behaviour of fin plate connections in fire. *Journal of Constructional Steel Research*, 2008, 14 p. [Žiūrėta 2008-04-20]. Prieiga per internetą <doi:10.1016/j.jcsr.2008.02.015 >.
35. *Wang W. Y., Li G. Q., Dong Y.* Experimental study and spring-component modelling of extended end-plate joints in fire. *Journal of Constructional Steel Research*, 2007, nr. 8, p. 1127–1137.
36. *Yu H., Davison J. B., Burgess I. W., Plank, R. J.* Comparative study of the behaviour of BS 4190 and BS EN ISO 4014 bolts in fire. In: *Proceedings of third international conference on steel and composite structures*, 2007.
37. *Kirby B. R.* The behaviour of high-strength grade 8.8 bolts in fire. *Journal of Constructional Steel Research*, 1995, nr. 1-2 p. 3-38.