



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTINIŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINIO MODELIAVIMO KATEDRA

Kristina Jucikaitė

IŠLIKIMO ANALIZĖS METODŲ TAIKYMAS DRAUDIMO SRITYJE
SURVIVAL ANALYSIS METHODS IN INSURANCE

Baigiamasis magistro darbas

Technomatematikos studijų programa, valstybinis kodas 62401P109

Matematikos mokslo kryptis

Vilnius, 2010

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTINIŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINIO MODELIAVIMO KATEDRA

TVIRTINU

Katedros vedėjas

(Parašas)

prof. habil. dr. R. Čiegis

(Vardas, pavardė)

(Data)

Kristina Jucikaitė

IŠLIKIMO ANALIZĖS METODŲ TAIKYMAS DRAUDIMO SRITYJE

SURVIVAL ANALYSIS METHODS IN INSURANCE

Baigiamasis magistro darbas

Technomatematikos studijų programa, valstybinis kodas 62401P109

Matematikos mokslo kryptis

Vadovas doc. dr. Teresė Leonavičienė

(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Konsultantas doc. dr. Angelė Kaulakienė

(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė)

(Parašas)

(Data)

Vilnius, 2010

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTINIŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINIO MODELIAVIMO KATEDRA

Fizinių mokslų sritis
Matematikos mokslo kryptis
Matematikos studijų kryptis
Technomatematikos studijų programa, valstybinis kodas 62401P109

TVIRTINU
Katedros vedėjas

(Parašas)

prof. habil. dr. R. Čiegis
(Vardas, pavardė)

(Data)

BAIGIAMOJO MAGISTRO DARBO

UŽDUOTIS

.....Nr.

Vilnius

Studentei Kristinai Jucikaitei

Baigiamojo darbo tema: Išlikimo analizės metodų taikymas draudimo srityje patvirtinta 2009 m.
..... d. dekanų potvarkiu Nr.

Baigiamojo darbo užbaigimo terminas 2010 m. birželio 14 d.

BAIGIAMOJO DARBO UŽDUOTIS:

Susipažinti su nauju statistikiniu metodu – išlikimo analize – ir jos metodus pritaikyti draudimo įmonės veikloje, t. y. vertinti klientus ir prognozuoti įvykius atsižvelgiant į įvairius požymius, nustatyti ir įvertinti požymių, įtakančių draudžiamą įvykio atsiradimą, svarbą.

Atsižvelgiant į gautus rezultatus sudaryti draudimo įmonės veiklos modelį (pajamos ir išlaidos, susijusios su nekilnojamojo turto draudimu) ir draudimo įmokas paskirstyti įvykių nuostoliams padengti taip, kad pelnas būtų didžiausias.

Baigiamojo darbo rengimo konsultantai:

doc. dr. Angelė Kaulakienė.....
.....
.....
(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė)

Vadovas
(Parašas)

doc. dr. Teresė Leonavičienė
(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė)

Užduotį gavau

.....
(Parašas)

Kristina Jucikaite

.....
(Data)

ANOTACIJA

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Fundamentinių mokslų fakultetas

Matematinio modeliavimo katedra

ISBN

ISSN

Egz. sk. 1

Data 2010-06-22

Technomatematikos studijų programos baigiamasis magistro darbas

Pavadinimas **Išlikimo analizės metodų taikymas draudimo srityje**

Autorius **Kristina Jucikaitė**

Vadovas doc. dr. **Teresė Leonavičienė**

Kalba

☒

lietuvių

☐

užsienio

Anotacija

Draudimo kompanijų veiklos principas - prisiimti apdraustųjų rizikas. Tuo atveju, kai apdraustųjų rizikos yra skirtingos, tikslinga, atsižvelgiant į rizikos laipsnį, pritaikyti atitinkamas draudimo įmokas, todėl labai svarbu nustatyti ir įvertinti požymių, lemiančių draudžiamąjo įvykio atsiradimą, svarbą. Taikydami išlikimo analizės metodus siekėme nustatyti, kurios požymių grupės (objekto buvimo vieta, objekto tipas, konstrukcija, draudimo suma) lemia draudžiamąjo įvykio atsiradimą ir jo išlikimą. Nustačius pagrindinius riziką lemiančias požymių grupes buvo įvertinti požymių rizikos laipsniai. Gauti rezultatai leidžia vertinti draudimo įmonės klientus, prognozuoti ir modeliuoti draudžiamuosius įvykius. Remiantis tiesinio programavimo uždaviniu sudarytas matematinis modelis, kuriame įmokos nustatomos atsižvelgiant į draudžiamųjų rizikas. Naudojant Monte Karlo metodą modeliuojamos įvairios situacijos.

Darbą sudaro 6 dalys: įvadas, trys pagrindiniai skyriai, rezultatai ir išvados, literatūros sąrašas.

Darbo apimtis – 55 p. teksto be priedų, 21 liustr., 27 lent., 16 bibliografiniai šaltiniai.

Atskirai pridedami darbo priedai.

Prasminiai žodžiai: išlikimo analizė, rizika, požymiai, draudimas, įmoka, draudžiamieji įvykiai.

ABSTRACT

Vilnius Gediminas Technical University
Fundamental sciences faculty
Mathematical modelling department

ISBN ISSN
Copies No. 1
Date 2010-06-22

Technomathematics study programme master thesis.

Title: **Survival analysis methods in insurance**

Author: **Kristina Jucikaitė**

Academic supervisor: **doc. dr. Teresė Leonavičienė**

Thesis language

☒

Lithuanian

☐

Foreign

Abstract

Principle of insurance companies is to take risk of insured. If risks of insured are different it is advisable to adjust insurance premium considering into risk rate so it is very important to estimate and evaluate factors from which depends if insured will fail. Purpose is to estimate which group of factors (object location, object type, structure and insurance premium) have main impact on failing and which factors influence on surviving. Method of survival analysis was applied for solving this issue. After estimating the most risky group it is required to measure risk rate which helps to estimate customers and forecast occurrence. With reference to linear programming a mathematical model which estimate appropriate insurance premiums according to insured risks is suggested. For data modelling Monte Carlo method was used.

Structure: introduction, three main chapters, results and conclusions, references.

Thesis consist of: 55 p. text without appendixes, 21 pictures, 27 tables, 16 bibliographical entries.

Appendixes included.

Keywords: survival analysis, risk, factors, insurance, premium.

LENTELIŲ SĄRAŠAS

1 lentelė. Apdraustųjų skaičius kas ketvirtį.....	15
2 lentelė. Draudžiamieji objektai (įvykiai).....	16
3 lentelė. Užregistruotų įvykių skaičius kas ketvirtį.....	18
4 lentelė. Draudžiamosios konstrukcijos	18
5 lentelė. Draudimo sumos.....	19
6 lentelė. Draudžiamieji objektai (įvykiai) pagal apskritis	20
7 lentelė. Draudžiamieji objektai (įvykiai) ir užregistruoti įvykiai pagal apskritis.....	21
8 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., išlikimo lentelė	28
9 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., išlikimo lentelė	29
10 lentelė. Apdraustųjų išlikimo funkcijų palyginimas (miestai) 2007-2008 m.....	30
11 lentelė. Apdraustųjų išlikimo funkcijų palyginimas (objektai) 2007-2008 m.....	31
12 lentelė. Apdraustųjų išlikimo funkcijų palyginimas (konstrukcijos) 2007-2008 m.	31
13 lentelė. Apdraustųjų išlikimo funkcijų palyginimas (draudimo sumos) 2007-2008 m.....	31
14 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., požymių efekto tyrimas	31
15 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., požymių efekto tyrimas	32
16 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., rizikingiausi faktoriai.....	32
17 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., rizikingiausi faktoriai.....	32
18 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., miestų galimybių santykiai	33
19 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., objektų tipų galimybių santykiai	33
20 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., miestų galimybių santykiai	34
21 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., objektų tipų galimybių santykiai	34
22 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., draudimo sumų galimybių santykiai	34
23 lentelė. Apdraustųjų 2007 m. 1 modelio testas.....	35
24 lentelė. Apdraustųjų 2007 m. 2 modelio testas.....	36
25 lentelė. Apdraustųjų 2008 m. 1 modelio testas.....	37
26 lentelė. Apdraustųjų 2008 m. 2 modelio testas.....	37
27 lentelė. Apdraustųjų 2008 m. 3 modelio testas.....	38

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1 pav. Apdraustųjų skaičius kas ketvirtį	16
2 pav. Draudžiamieji objektai (įvykiai)	17
3 pav. Draudžiamieji įvykiai	17
4 pav. Užregistruotų įvykių skaičius kas ketvirtį	18
5 pav. Draudžiamosios konstrukcijos	19
6 pav. Draudimo sumos	20
7 pav. Draudžiamieji objektai (įvykiai) pagal apskritis	21
8 pav. Draudžiamieji objektai (įvykiai) ir užregistruoti įvykiai pagal apskritis.....	22
9 pav. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., intensyvumo funkcijos	29
10 pav. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., išlikimo funkcijos.....	30
11 pav. Apdraustųjų 2007 m. LML grafikas 1 modelio testui	36
12 pav. Apdraustųjų 2007 m. LML grafikas 2 modelio testui	36
13 pav. Apdraustųjų 2008 m. LML grafikas 1 modelio testui	37
14 pav. Apdraustųjų 2008 m. LML grafikas 2 modelio testui	38
15 pav. Apdraustųjų 2008 m. LML grafikas 3 modelio testui	38
16 pav. Apdraustųjų 2007 m. pelno analizė	49
17 pav. Apdraustųjų 2007 m. procentiliai	50
18 pav. Apdraustųjų 2007 m. Pelnas_1 sklaida.....	50
19 pav. Apdraustųjų 2007 m. Pelnas_2 sklaida.....	51
20 pav. Apdraustųjų 2008 m. pelno analizė	52
21 pav. Apdraustųjų 2008 m. procentiliai	52

TURINYS

IVADAS.....	9
1. TYRIMO OBJEKTAS	11
1.1 Duomenys	11
1.2 Statistinė duomenų analizė	15
2. IŠLIKIMO ANALIZĖ.....	23
2.1 Statistiniai išlikimo analizės metodai.....	24
2.1.1 Statistinis Kaplano Majerio įvertinimas	24
2.1.2 Išlikimo lentelės	25
2.1.3 Logaritminis ranginis testas.....	26
2.1.4 Vilkoksono testas	27
2.1.5 Kokso regresija	27
2.1.6 Valdo testas.....	27
2.1.7 LML grafikas	28
2.2 Išlikimo analizės metodų taikymo rezultatai	28
2.2.1 Išlikimo ir intensyvumo funkcijų apskaičiavimas ir įvertinimas.....	28
2.2.2 Grupių išlikimo funkcijų palyginimas.....	30
2.2.3 Rizikingiausių požymių ir rizikos laipsnių nustatymas.....	31
3. DRAUDIMO ĮMOKŲ MODELIAVIMAS	39
3.1 Klasikinis draudimo matematinis modelis	39
3.2 Monte Karlo metodas	39
3.3 Optimizavimo metodai	42
3.3.1 Tiesinis programavimas	43
3.3.2 Simplekso metodas.....	43
3.4 Optimalus draudimo matematinis modelis.....	46
3.4.1 Matematinio modelio sudarymas.....	46
3.4.2 Modeliavimas Monte Karlo metodu	48
REZULTATAI IR IŠVADOS.....	54
LITERATŪROS SĄRAŠAS	55
PRIEDAI	56

IVADAS

Būtų sunku rasti suaugusį žmogų, kuris bent kartą savo gyvenime nebūtų pasinaudojęs draudimo paslaugomis. Vairuodami automobilį draudžiamės privalomu civilinės atsakomybės draudimu, vykdami į kelionę – sveikatos draudimu, o norėdami apsaugoti savo turtą – būsto ir namų turto draudimu. Bet kurioje verslo srityje susiduriama su rizika – nuostoliais, kurių niekas negali išvengti. Draudėjui rūpi kuo pigiau apsidrausti, o draudikui – įvertinti draudžiamąją riziką laipsniškai ir pritaikyti atitinkamą draudimo įmoką. Vienas iš būdų, leidžiantis vertinti klientus ir prognozuoti įvykius, yra išlikimo analizė (*survival analysis*).

Išlikimo analizė – statistinis metodas, leidžiantis analizuoti įvykius ir įvykių laiką. Ji plačiai naudojama tiek socialiniuose, tiek gamtos moksluose. Kadangi šis metodas taikomas skirtingose mokslo srityse, todėl turi keletą pavadinimų: įvykio raidos analizė (*event history analysis*) – sociologijoje, patikimumo analizė (*reliability analysis*) – inžinerijoje, trukmės analizė (*duration analysis*) – ekonomikoje ir kitus. Tuo tarpu išlikimo analizė yra geriausiai žinomas ir plačiausiai vartojamas pavadinimas (Allison 1995).

Kitaip nei logistinė regresija, kuri tiria tik bendras įvykio tikimybes nepaisant įvykio kitimo laike, diskretaus laiko išlikimo analizė gali būti lengvai pritaikyta laike kintantiems kintamiesiems. Diskretaus laiko išlikimo analizės modelis leidžia lengvai atlikti, tiek nuoseklius, tiek nenuoseklius, intensyvumo funkcijos skaičiavimus kiekviename diskretaus laiko taške (Muthen et al. 2005).

Šiame darbe išlikimo analizės metodai buvo pritaikyti draudimo įmonės veiklos analizei. Tyrimui naudoti ne gyvybės draudimo, bet nekilnojamojo turto draudimo sutarčių duomenys. Remdamiesi išlikimo analizės metodais siekėme nustatyti rizikos funkcijų dėsningumus ir rizikingiausius draudžiamąjį laikotarpio mėnesius bei ištirti kokie požymiai įtakoja draudžiamąjį įvykio atsiradimą ir nustatyti rizikos laipsnį.

Nustačius rizikingiausius požymius siekėme sudaryti matematinį modelį, kuris leistų optimaliai parinkti draudimo įmokas, atsižvelgiant į įvairias rizikas. Šiam tikslui įgyvendinti naudojami tiesinio programavimo bei Monte Karlo metodai. Gauti rezultatai padės draudimo kompanijai vertinti klientus ir prognozuoti įvykius.

Darbo tikslas - susipažinti su statistine išlikimo analize ir jos metodus pritaikyti draudimo įmonės veikloje, t. y. vertinti klientus ir prognozuoti įvykius atsižvelgiant į įvairius požymius, nustatyti ir įvertinti požymių, lemenčių draudžiamąjį įvykio atsiradimą, svarbą.

Siekiant šio tikslo keliami tokie **uždaviniai**:

- Atlikti turimų duomenų statistinę analizę, išskirti svarbiausius faktorius.
- Pritaikyti išlikimo analizės metodus:

- ✓ sudaryti išlikimo lenteles;
 - ✓ išnagrinėti išlikimo ir intensyvumo funkcijas;
 - ✓ sugrupuoti duomenis pagal tam tikrus požymius ir palyginti išlikimo funkcijas tarp grupių;
 - ✓ išskirti svarbiausius požymius, lemiančius draudžiamąjį įvykio atsiradimą;
 - ✓ jei galima, pritaikyti Kokso modelį – nustatyti požymių rizikos laipsnius.
- Nustačius rizikos veiksnius, sudaryti matematinį modelį, leisiantį optimaliai nustatyti draudimo įmokų dydžius, modeliuoti įvairias situacijas.
 - Apibendrinti tyrimo rezultatus ir pateikti išvadas (vertinti klientus ir prognozuoti įvykius atsižvelgiant į įvairius faktorius).

Tyrimo objektas – draudimo įmonės „If draudimas“ 2007-2008 m. pasirašytų sutarčių būsto ir namų turto draudimo duomenys: draudimo objektų, draudžiamųjų įvykių ir draudėjų tipai ir požymiai.

Tyrimo metodai – taikyti išlikimo analizės ir tiesinio programavimo metodai, imitacinis Monte Karlo metodas. Išlikimo analizės ir optimizavimo uždavinys atliktas naudojantis SAS programa. Monte Karlo metodas realizuotas Risk Solver programa.

Mokslinis naujumas ir praktinė reikšmė. Pirmą kartą draudimo įmonės „If draudimas“ duomenys išsamiai ištirti plačiai užsienio šalyse naudojamu išlikimo analizės metodu, kuris priešingai nėra taip plačiai taikomas Lietuvos draudimo įmonėse. Sukurta SAS programa atlieka skaičiavimus labai greitai (nepaisant didelių duomenų masių), o gauti rezultatai leidžia vertinti klientus ir prognozuoti įvykius. Ši tyrimo metodika galės būti taikoma įmonės veikloje.

Darbo rezultatų aprobavimas ir publikavimas. Magistrinio darbo tema parengtas ir pristatytas pranešimas 13 – joje Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijoje „Mokslas – Lietuvos ateitis“. Šios konferencijos darbams skirtame leidinyje išspausdintas straipsnis pateiktas 1 priede. Rezultatai taip pat pristatyti 15 – toje tarptautinėje konferencijoje „Matematinis modeliavimas ir analizė 2010“ (15th International Conference „Mathematical Modelling and Analysis 2010“ (MMA2010)) ir išspausdintos pranešimo tezės. Santrauka pateikta 2 priede.

Darbo struktūra ir apimtis. Darbą sudaro įvadas, trys pagrindiniai skyriai, išvados ir pasiūlymai bei naudotos literatūros sąrašas. Pirmajame skyriuje apibūdinamas tyrimo objektas ir atliekama statistinė duomenų analizė. Antrajame skyriuje aprašomas išlikimo analizės metodas ir jo taikymo rezultatai. Trečiajame skyriuje sudaromas tiesinio programavimo uždavinio matematinis modelis optimalioms draudimo įmokoms skaičiuoti ir atliekamas imitacinis modeliavimas Monte Karlo metodu. Darbo apimtis - 55 puslapiai. Darbo pabaigoje pateikti 6 priedai.

1. TYRIMO OBJEKTAS

1.1 Duomenys

Šio darbo tyrimo objektas - būsto ir namų turto draudimo duomenys:

- draudimo objektų tipai ir požymiai;
- draudžiamųjų įvykių tipai ir požymiai;
- draudėjų tipai ir požymiai.

Draudimo objektai

Pastatas. Pastatais laikomi statiniai (taip pat perstatyti, pristatyti arba naujai pastatyti), įskaitant pamatus, pagrindinius ir rūšių statinius, kurių paskirtis – žmonėms gyventi, gyvuliams ar daiktams laikyti.

Jeigu draudžiamas pastatas, tai jam taip pat priskiriami žemės sklypo, ant kurio stovi draudžiamas pastatas, ribose esantys ir šiam pastatui priklausantys:

- ✓ stacionarūs šildymo, vandentiekio, kanalizacijos, drenažo, drėkinimo įrenginiai;
- ✓ elektros instaliacijos įrenginiai;
- ✓ stacionarūs vėdinimo ir oro kondicionavimo įrenginiai;
- ✓ apsauginė, priešgaisrinė stacionari įranga;
- ✓ pastatui taip pat priskiriami stacionarūs lauko apšvietimo įrenginiai, infrastruktūros/ patogumui skirti stacionarūs elementai ir kitos sudėtinės pastato dalys, kurios yra nurodytos šio pastato inventORIZACINĖJE byloje.

Požymiai:

- ✓ tipas - garažas, gyvenamasis namas, pirtis ir t.t.;
- ✓ miestas – Vilnius, Kauno raj. ir t.t.;
- ✓ gyvenimo trukmė pastate – per metus gyvenama ne trumpiau negu 6 mėnesius, per metus gyvenama trumpiau negu 6 mėnesius;
- ✓ šildymo sistema – centrinis šildymas, dujinis šildymas ir t.t.;
- ✓ turto signalizacija – nėra, yra vietinė ir t.t.;
- ✓ sauna – įrengta, neįrengta;
- ✓ priešgaisrinė signalizacija - nėra, yra vietinė ir t.t.;
- ✓ komercinė veikla – nevykdoma, prekybinė, gamybinė ir t.t.;
- ✓ konstrukcija – mūrinis, medinis ir t.t.

Patalpa – pastato dalis, turinti aiškią funkcinę paskirtį (butas, sandėliukas ir pan.), atitvarų konstrukcijomis atskirta nuo bendrojo naudojimo patalpų, kitų butų ar negyvenamųjų patalpų ir užregistruota nekilnojamojo turto registre kaip atskiras nekilnojamojo turto objektas.

Jeigu draudžiama patalpa, tai jai taip pat priskiriami draudžiamoje patalpoje esantys ir šiai patalpai priklausantys:

- ✓ stacionarūs šildymo, vandentiekio, kanalizacijos, drenažo, drėkinimo įrenginiai;
- ✓ elektros instaliacijos įrenginiai;
- ✓ stacionarūs vėdinimo ir oro kondicionavimo įrenginiai;
- ✓ stacionari apsauginė, priešgaisrinė įranga.

Požymiai:

- ✓ tipas – butas, sandėliukas ir t.t.;
- ✓ miestas – Vilnius, Kauno raj. ir t.t.;
- ✓ gyvenimo trukmė patalpoje – per metus gyvenama ne trumpiau negu 6 mėnesius, per metus gyvenama trumpiau negu 6 mėnesius;
- ✓ šildymo sistema – centrinis šildymas, dujinis šildymas ir t.t.;
- ✓ turto signalizacija – nėra, yra vietinė ir t.t.;
- ✓ sauna – įrengta, neįrengta;
- ✓ priešgaisrinė signalizacija - nėra, yra vietinė ir t.t.;
- ✓ komercinė veikla – nevykdoma, prekybinė, gamybinė ir t.t.;
- ✓ pastato, kuriame yra patalpos, konstrukcija – mūrinis, medinis ir t.t.

Namų turtas – draudėjui priklausantis kilnojamas turtas kurį draudėjas naudoja asmeniniame ūkyje savo ir šeimos buitiniams bei kultūriniais poreikiams tenkinti.

Vertybės – šis draudėjui priklausantis turtas:

- ✓ gryniesi pinigai, kai jų vertė viršija 2 000 Lt;
- ✓ papuošalai ir bet kokie dirbiniai iš tauriųjų metalų, brangakmeniai, perlai, pašto ženklai, monetos ir medaliai, kolekcijos, antikvariniai dirbiniai;
- ✓ meno dirbiniai (paveikslai, skulptūros, kilimai, gobelenai) bei kailio, odos ir tekstilės gaminiai, kurių vieneto vertė yra didesnė kaip 5 000 Lt;
- ✓ dokumentai, kuriuos galima atkurti, remiantis nepriklausomų registru arba kitų oficialių šaltinių duomenimis, įskaitant kreditines korteles.

Požymiai:

- ✓ tipas – ginklai, virtuvės baldų komplektas ir t.t.;
- ✓ miestas – Vilnius, Kauno raj. ir t.t.;

- ✓ gyvenimo trukmė patalpoje – per metus gyvenama ne trumpiau negu 6 mėnesius, per metus gyvenama trumpiau negu 6 mėnesius;
- ✓ šildymo sistema – centrinis šildymas, dujinis šildymas ir t.t.;
- ✓ turto signalizacija – nėra, yra vietinė ir t.t.;
- ✓ sauna – įrengta, neįrengta;
- ✓ priešgaisrinė signalizacija - nėra, yra vietinė ir t.t.;
- ✓ komercinė veikla – nevykdoma, prekybinė, gamybinė ir t.t.;
- ✓ pastato, kuriame yra turtas ir vertybės, konstrukcija – mūrinis, medinis ir t.t.

Civilinė atsakomybė – tai turtinė prievolė, kurios pagrindu nukentėjęs trečiasis asmuo turi teisę reikalauti atlyginti žalą, o draudėjas privalo atlyginti padarytą žalą.

Žala - dėl trečiojo asmens turto sugadinimo, sunaikinimo arba praradimo, asmens sužalojimo, jo gyvybės atėmimo patirtos išlaidos, taip pat negautos pajamos, kurias trečiasis asmuo būtų gavęs, jeigu nebūtų padaryta žala, taip pat neturtinė žala. Piniginė žalos išraiška yra nuostoliai.

Draudžiamieji įvykiai

If Super Namai

Turtas draudžiamas nuo sugadinimo, sunaikinimo arba praradimo dėl bet kokių atsitikimų, staiga ir netikėtai įvykusių draudimo apsaugos galiojimo metu.

Turtas nedraudžiamas nuo:

- ✓ žemės drebėjimo padarytos žalos;
- ✓ karo veiksmų padarytos žalos;
- ✓ neišvengiamų natūralių procesų padarytos žalos ir panašiai.

If Namai Plius

Turtas draudžiamas nuo sugadinimo, sunaikinimo arba praradimo dėl šių draudžiamųjų įvykių, įvykusių staigiai ir netikėtai draudimo liudijimo galiojimo metu:

- ✓ ugnies – gaisras, sprogimas, žaibo trenkimas;
- ✓ vandens;
- ✓ vagystės;
- ✓ gamtinių jėgų – audra, potvynis, liūtis, kruša;
- ✓ stiklo dūžio;
- ✓ transporto priemonių atsitrenkimo;
- ✓ įtampos svyravimo – įžeminimo pažeidimai, netiesioginė žaibo iškrova;
- ✓ medžio užvirtimo.

If Namai

Turtas draudžiamas nuo sugadinimo, sunaikinimo arba praradimo dėl šių draudžiamųjų įvykių, įvykusių staigiai ir netikėtai draudimo liudijimo galiojimo metu:

- ✓ ugnies;
- ✓ vandens;
- ✓ vagystės;
- ✓ gamtinių jėgų.

Apdraudžiamos ir liekanų pašalinimo po draudžiamąjį įvykį išlaidos bei ta dalis patalpų, kurios priklauso draudėjui bendrosios dalinės nuosavybės teise. Taip pat padengiamos laikino apgyvendinimo išlaidos, jei po nelaimės laikinai negalima gyventi savo būste. Taip pat apdraudžiama ir draudėjo civilinė atsakomybė.

If Mini Namai

Turtas draudžiamas nuo sugadinimo, sunaikinimo arba praradimo dėl šių draudžiamųjų įvykių, įvykusių staigiai ir netikėtai draudimo liudijimo galiojimo metu:

- ✓ ugnies;
- ✓ vandens;
- ✓ vagystės;
- ✓ gamtinių jėgų.

Civilinė atsakomybė

Draudžiamasis įvykis – trečiojo asmens reikalavimas, pareikštas draudėjui ar apdraustajam draudimo sutarties galiojimo metu, atlyginti žalą, padarytą dėl turto, kuris yra apdraustas viena iš šių draudimo apsaugos sąlygų: „If Super namai“, „If Namai plus“, „If Namai“, „If Mini namai“, eksploataavimo draudimo vietoje draudimo sutarties galiojimo metu.

Apdraustieji – su draudėju susiję asmenys – tai draudėjo sutuoktinis arba kartu su draudėju gyvenantys ir bendro ūkio siejami: nesusituokę asmenys; vaikai (įvaikiai) ir jų sutuoktiniai, vaikaičiai; tėvai (itėviai), seneliai, broliai, seserys bei asmenys, kuriems draudėjas pavedė ar kitaip teisėtai patikėjo saugoti draudimo objektą, kiti įstatymų nustatyta tvarka įgalioti atstovai.

Jeigu turtas yra apdraustas draudimo apsaugos sąlyga „If Super namai“, tai yra atlyginami ir nuostoliai dėl draudėjo, kaip fizinio asmens, įprastų veiksmų, susijusių su draudimo vieta, įskaitant draudėjui priklausančią aptvertą sklypo teritoriją.

Visų draudžiamųjų įvykių požymiai:

- ✓ draudimo suma;
- ✓ frančizė;
- ✓ variantas – nauja atkuriamoji vertė, likutinė vertė.

Draudėjai

Draudėjas – tai asmuo, sudaręs su draudiku draudimo sutartį.

Požymiai:

- ✓ gimimo data;
- ✓ lytis.

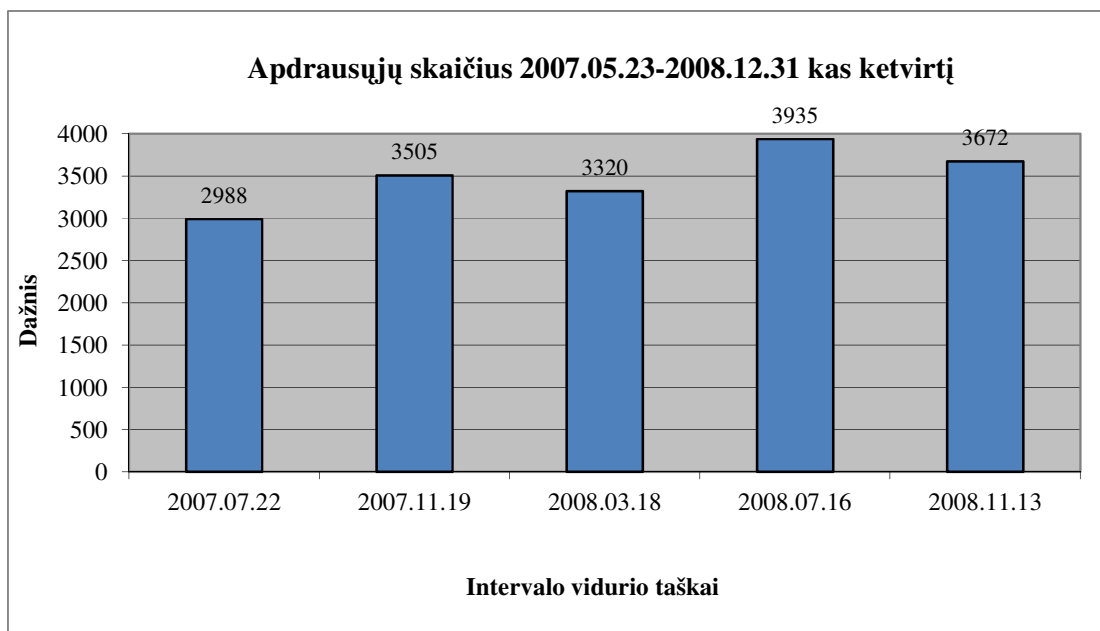
1.2 Statistinė duomenų analizė

Kadangi turimas duomenų masyvas yra labai didelis, t. y. turime daug įvairių tipų ir požymių, atliksime paprasčiausią statistinę analizę ir išskirsime tuos požymius, kurie gali turėti didžiausią įtaką išlikimui.

Šiame darbe nagrinėjami 8608 draudimo polisai (sutartys), kuriuose apdrausti 17420 objektų (įvykių). Pirmoji draudimo sutartis sudaryta 2007 m. gegužės 23 d., o paskutinioji – 2008 m. gruodžio 31 d. Apdraustųjų skaičius kas ketvirtį šiuo laikotarpiu pateiktas 1 lentelėje ir pavaizduotas 1 paveiksle. Kaip matome, apdraustųjų skaičius kiekvieną ketvirtį išlieka pastovus.

1 lentelė. Apdraustųjų skaičius kas ketvirtį

Intervalas	Dažnis
2007.05.23-2007.09.19	2988
2007.09.20-2008.01.17	3505
2008.01.18-2008.05.16	3320
2008.05.17-2008.09.13	3935
2008.09.14-2009.01.12	3672
Iš viso:	17420

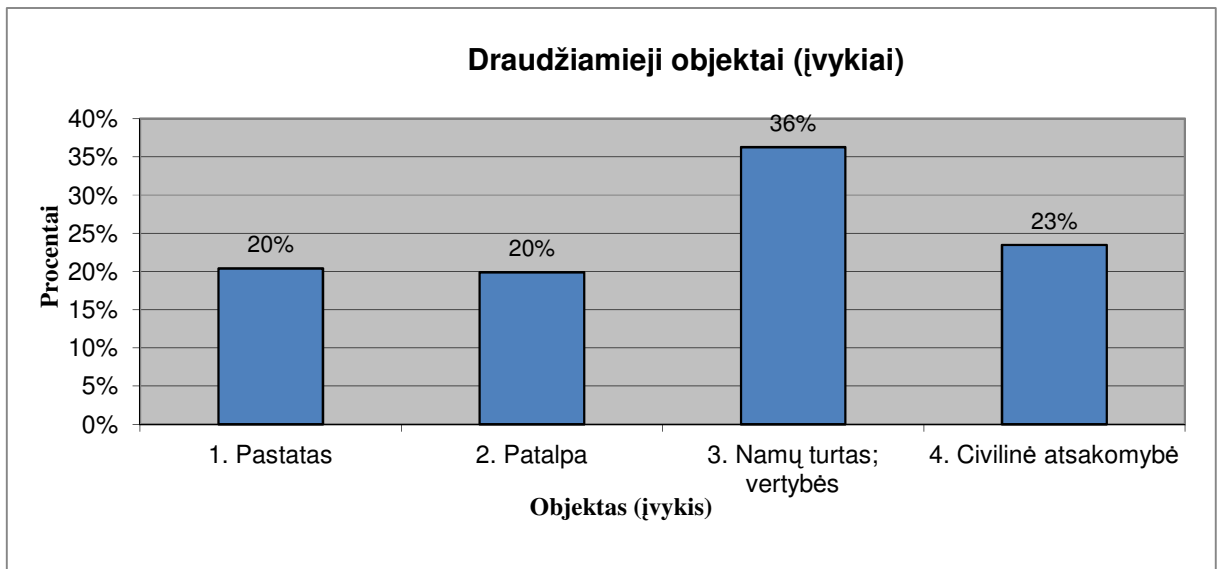


1 pav. Apdraustųjų skaičius kas ketvirtį

Taip pat nustatėme, kokie objektai (įvykiai) yra dažniausiai draudžiamieji. Draudžiamų objektų (įvykių) kiekiai pateikti 2 lentelėje ir pavaizduoti 2 paveiksle. Kaip matome daugiausia žmonės draudžia namų turtą ir jame esančias vertybes. Antras labiausiai draudžiamas įvykis – civilinė atsakomybė, na o pastatai ir patalpos pasidalina trečiąją vietą.

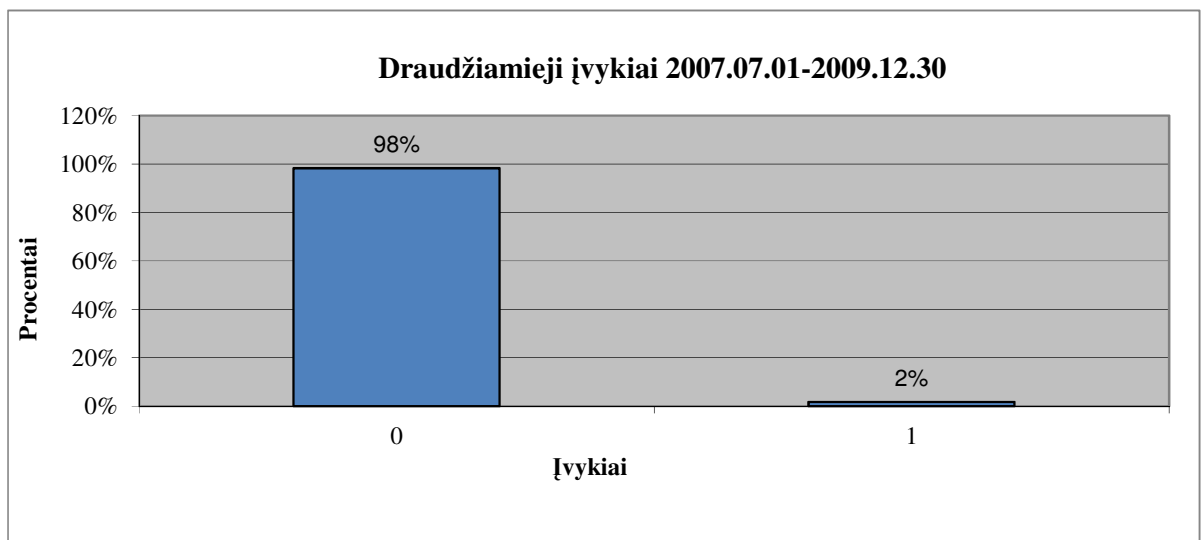
2 lentelė. Draudžiamieji objektai (įvykiai)

Objektas (įvykis)	Dažnis
1. Pastatas	3552
2. Patalpa	3464
3. Namų turtas; vertybės	6318
4. Civilinė atsakomybė	4086
Iš viso:	17420



2 pav. Draudžiamieji objektai (įvykiai)

Iš šių 17420 apdraustų objektų (įvykių) nagrinėjamu laikotarpiu „neišliko“ 299, t. y. buvo užregistruoti 299 įvykiai, už kuriuos draudimo bendrovė išmokėjo (arba neišmokėjo) tam tikro dydžio išmokas. Būtent šie įvykiai ir yra patys svarbiausi išlikimo analizėje. Nagrinėjant juos bus bandoma išsiaiškinti kokie požymiai nulemia draudžiamojo įvykio atsiradimą. Draudžiamieji įvykiai išreikšti procentais pavaizduoti 3 paveiksle. Čia 0 žymi įvykius, kurie „išliko“ iki tam tikro laiko (17121 įvykis), o 1 – įvykiai, kurie „neišliko“ (299 įvykiai). Kaip matome, draudžiamųjų įvykių skaičius nėra didelis, lyginant su bendru įvykių skaičiumi (tik 2%).



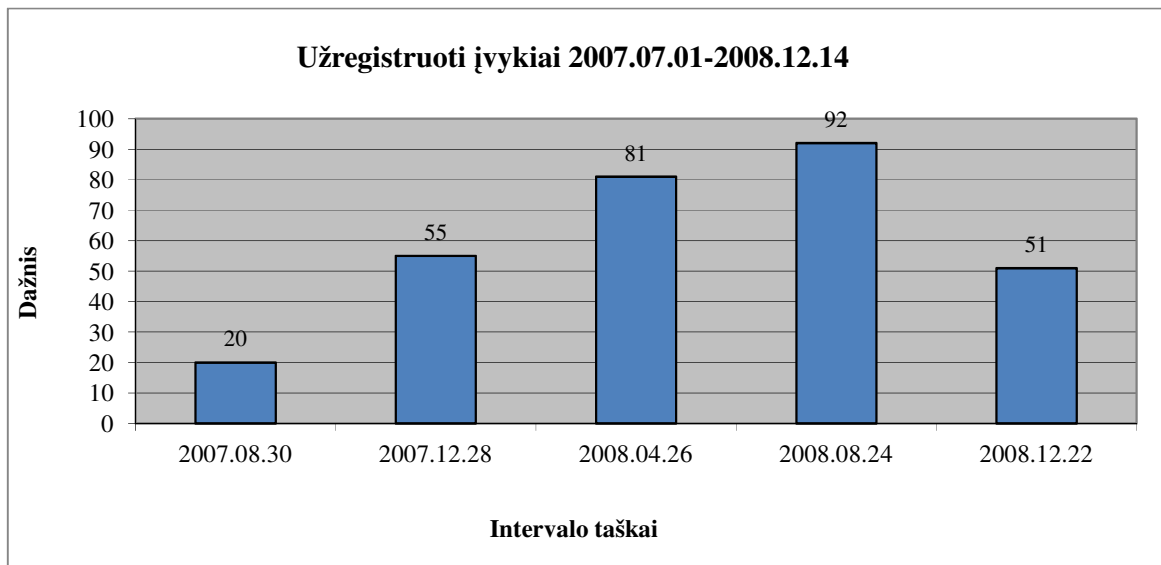
3 pav. Draudžiamieji įvykiai

1 lentelėje matėme apdraustųjų pasiskirtymą kas ketvirtį. Pažiūrėkime kaip atrodo užregistruotų įvykių pasiskirtymas taip pat ketvirčiais. Pirmasis įvykis buvo užregistruotas 2007 m. liepos 1 d., o

paskutinysis – 2008 m. gruodžio 14 d. Užregistruotų įvykių skaičius kas ketvirtį šiuo laikotarpiu pateiktas 3 lentelėje ir pavaizduotas 4 paveiksle. Kaip matome daugiausiai įvykių užregistruota 2008 m. pirmajame ir antrajame ketvirčiuose, o mažiausiai – 2007 m. pirmajame ketvirtyje.

3 lentelė. Užregistruotų įvykių skaičius kas ketvirtį

Intervalas	Dažnis
2007.07.01-2007.10.28	20
2007.10.29-2008.02.25	55
2008.02.26-2008.06.24	81
2008.06.25-2008.10.22	92
2008.10.23-2009.02.20	51
Iš viso:	299

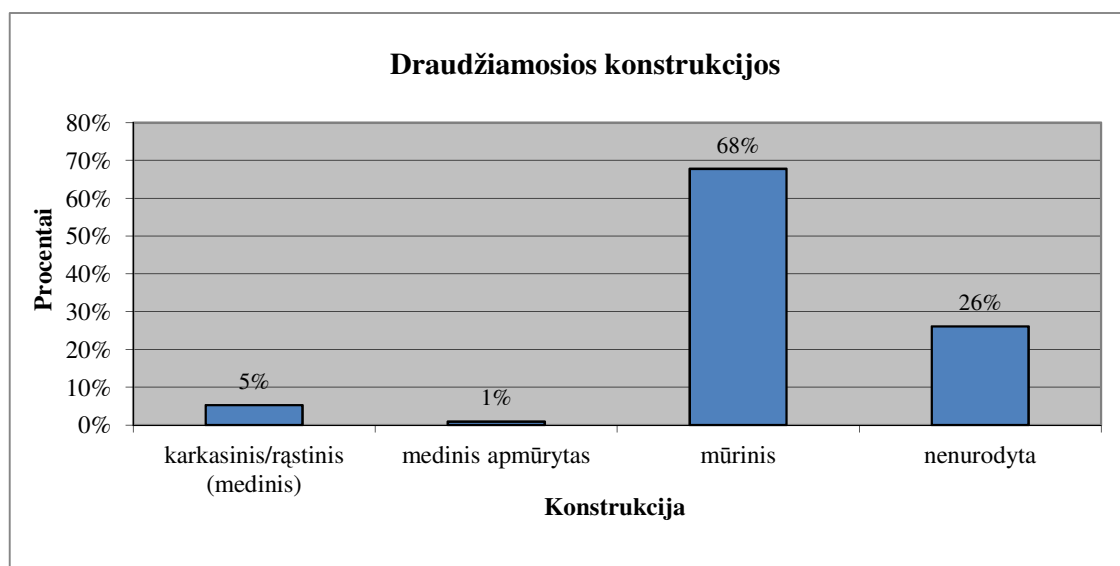


4 pav. Užregistruotų įvykių skaičius kas ketvirtį

Dar vienas požymis, kuriuo domėjomės – objekto konstrukcija. Draudžiamosios konstrukcijos pateiktos 4 lentelėje ir pavaizduotos 5 paveiksle. Daugiausia žmonės draudžia mūrines konstrukcijas, taigi tikėtina, kad būtent mūrinės konstrukcijos turės įtakos išlikimui.

4 lentelė. Draudžiamosios konstrukcijos

Konstrukcija	Dažnis
karkasinis/rąstinis (medinis)	910
medinis apmūrytas	153
mūrinis	11810
nenurodyta	4547
Iš viso:	17420

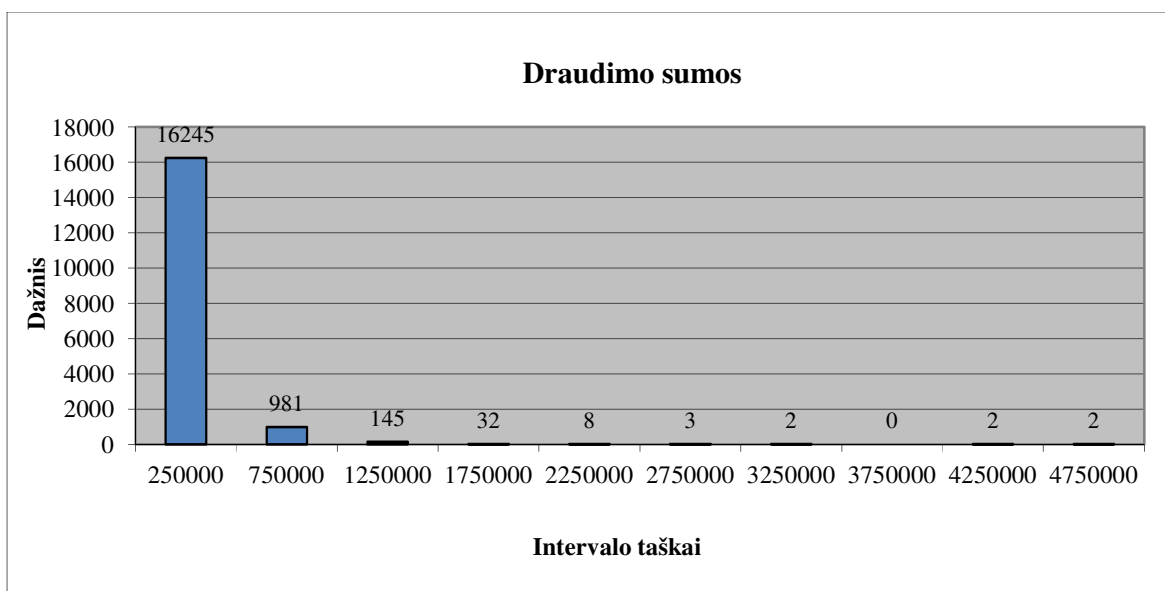


5 pav. Draudžiamosios konstrukcijos

Tyrimui atlikti ir draudimo įmonės nuostoliams įvertinti svarbus požymis – draudimo suma. Draudimo sumos pateiktos 5 lentelėje ir pavaizduotos 6 paveiksle. Kaip matome dažniausiai draudimo sumos neviršija 1.500.000 litų. Vėliau nustatysime šio požymio įtaką išlikimui.

5 lentelė. Draudimo sumos

Suma	Dažnis
iki 500.000	16245
iki 1.000.000	981
iki 1.500.000	145
iki 2.000.000	32
iki 2.500.000	8
iki 3.000.000	3
iki 3.500.000	2
iki 4.000.000	0
iki 4.500.000	2
iki 5.000.000	2
Iš viso:	17420

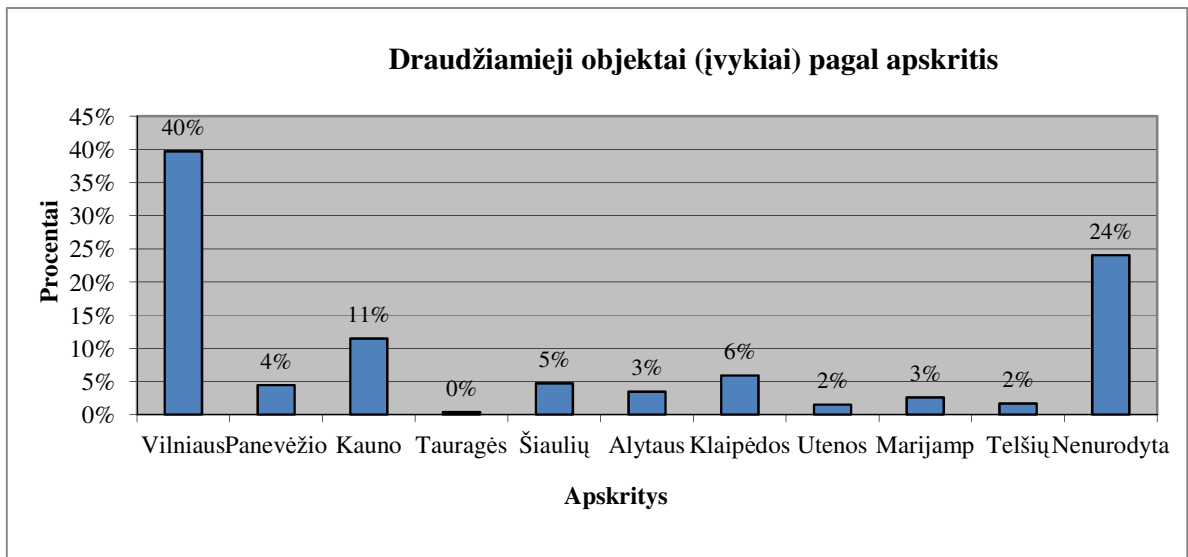


6 pav. Draudimo sumos

Bene vienas iš svarbiausių požymių – draudžiamo objekto (įvykio) buvimo vieta, t. y. miestas. Tyrimo duomenys – visi Lietuvoje apdrausti objektai (įvykiai). Turime daugiau nei 150 skirtingų miestų, rajonų ir miestelių, todėl juos suskirstysime į 10 Lietuvos apskričių: Vilniaus, Panevėžio, Kauno, Tauragės, Šiaulių, Alytaus, Klaipėdos, Utenos, Marijampolės ir Telšių. Draudžiamieji objektai (įvykiai) pagal apskritis pateikti 6 lentelėje ir pavaizduotas 7 paveiksle. Kaip matome daugiausia būstų ir namų tartą draudžia Vilniuje – 40%. Taip pat didelę dalį – 24% sudaro ta dalis, apie kurią neturime informacijos, t. y. tiesiog trūkstanti informacija, kas pasitaiko dažnai turint didelius duomenų masyvus. Trečia apskritis, kurioje dažniausiai draudžiamieji objektai (įvykiai) – Kaunas – 11%. Visose kitose apskrityse draudžiama apie 5% objektų (įvykių).

6 lentelė. Draudžiamieji objektai (įvykiai) pagal apskritis

Apskritis	Dažnis
Vilniaus	6913
Panevėžio	778
Kauno	2001
Tauragės	64
Šiaulių	826
Alytaus	606
Klaipėdos	1033
Utenos	262
Marijampolės	452
Telšių	293
Nenurodyta	4192
Iš viso:	17420

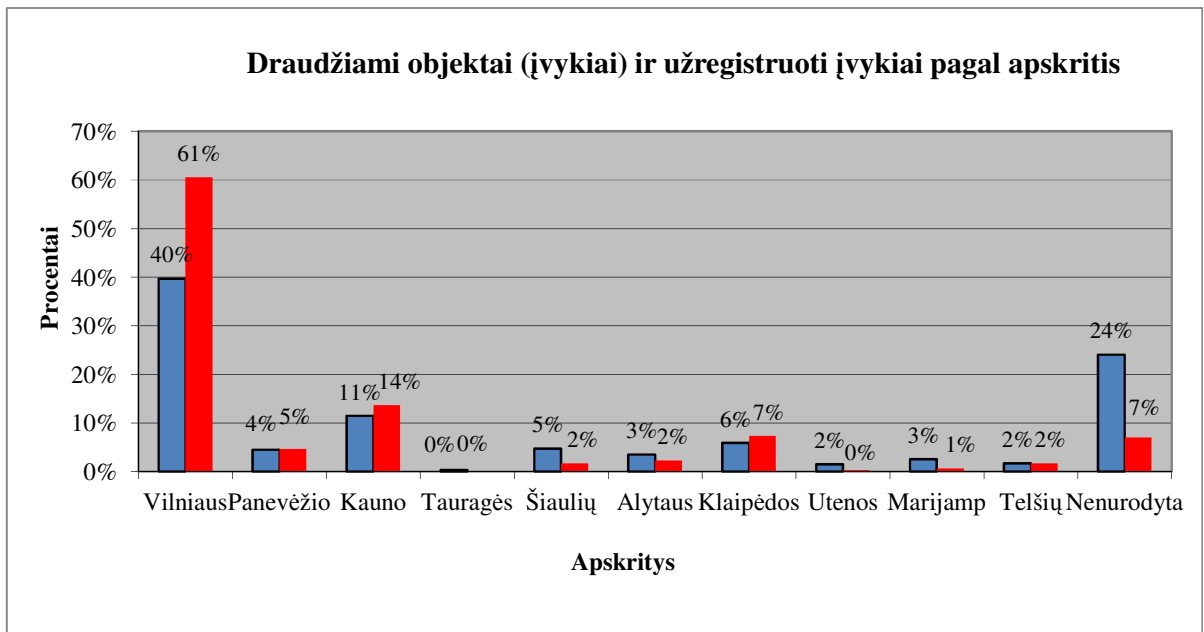


7 pav. Draudžiamieji objektai (įvykiai) pagal apskritis

Tačiau išlikimo analizės požiūriu labiau svarbu, kiek draudžiamųjų įvykių užregistruojama tam tikroje apskrityje. Svarbu išskirti apskritis, kuriose užregistruojama daugiausia įvykių. Draudžiamieji objektai (įvykiai) ir užregistruoti įvykiai pagal apskritis pateikti 7 lentelėje ir pavaizduoti 8 paveiksle. Kaip matome daugiausia įvykių užregistruota Vilniuje, Kaune, Klaipėdoje. Reikia atkreipti dėmesį, kad Vilniuje užregistruojama net 61 % visų įvykių.

7 lentelė. Draudžiamieji objektai (įvykiai) ir užregistruoti įvykiai pagal apskritis

Apskritis	Dažnis	Dažnis %	Užregistruoti įvykiai	Užregistruoti įvykiai %
Vilniaus	6913	40%	181	61%
Panevėžio	778	4%	14	5%
Kauno	2001	11%	41	14%
Tauragės	64	0%	0	0%
Šiaulių	826	5%	5	2%
Alytaus	606	3%	7	2%
Klaipėdos	1033	6%	22	7%
Utenos	262	2%	1	0%
Marijampolės	452	3%	2	1%
Telšių	293	2%	5	2%
Nenurodyta	4192	24%	21	7%
Iš viso:	17420	100%	299	100%



8 pav. Draudžiamieji objektai (įvykiai) ir užregistruoti įvykiai pagal apskritis

Atlikus surinktų duomenų statistinę analizę, apibrėžiama ir tolimesnė tyrimo kryptis – taikant išlikimo analizės metodus ištirti, ar objekto buvimo vieta, objekto tipas, objekto konstrukcija ir objekto draudimo suma turi įtakos išlikimui.

Objekto buvimo vietą nusako Lietuvos miestai ir rajonai. Kadangi nagrinėjami daugiau negu 150 skirtingi miestai ir rajonai, nuspręsta juos suskirstyti į dešimt Lietuvos apskričių: Vilniaus, Panevėžio, Kauno, Tauragės, Šiaulių, Alytaus, Klaipėdos, Utenos, Marijampolės ir Telšių. Objekto tipą apibūdina keturi faktoriai: pastatas, patalpa, namų turtas ir vertybės, civilinė atsakomybė. Konstrukciją nusako trys faktoriai: karkasinis/rąstinis (medinis), medinis apmūrytas, mūrinis. Draudžiamieji objektai pagal draudimo sumą suskirstyti į tris grupes: maža draudimo suma 0 – 250.000 LTL, vidutinė draudimo suma 250.000 – 500.000 LTL, didelė draudimo suma 500.000 – 5.000.000 LTL.

Nagrinėjami 8608 draudimo polisai (sutartys), kuriuose apdrausta 17420 objektų (įvykių). Kadangi draudimo polisai (sutartys) sudaryti tiek 2007, tiek 2008 m., išlikimo analizės metodas bus taikomas atskirai šioms dviem grupėms – 2007 m. apdraustiems 5918 objektų (įvykių) ir 2008 m. apdraustiems 11502 objektams (įvykiams).

2. IŠLIKIMO ANALIZĖ

Taikant išlikimo analizę stebimieji apibūdinami dviem dydžiais: būkle ir išlikimo trukme. Būklė gali įgyti dvi reikšmes: 1 – laiko momentu T stebimasis neišliko ir 0 – laiko momentu T apie stebimąjį turime nepilną informaciją. Atsitiktinis dydis T žymi išgyventą laiką (Leonavičienė 2009). Šiame darbe laikas bus matuojamas mėnesiais (laikoma, kad vienas mėnuo lygus 30 dienų). Visi stebėjimai išlikimo analizėje skirstomi į dvi grupes: pilnus (*completed*) ir nepilnus (*censored*).

Draudimo sutartis su draudiku paprastai sudaroma vieneriems metams. Jei stebėjimai pasibaigė (užregistruoti draudžiamieji įvykiai), t. y. stebimieji „neišgyveno“ viso draudimo laikotarpio – tai stebėjimai vadinami pilnais. Jei stebėjimai teikia tik dalinę informaciją (išgyventas visas draudžiamasis laikotarpis be įvykių, nutraukta draudimo sutartis anksčiau laiko), t. y. stebimu laiko momentu stebimieji „išliko“, tačiau apie tolimesnę jų būklę mes informacijos neturime – tai tokie stebėjimai vadinami nepilnais.

Nepilni stebėjimai savo ruožtu skirstomi į kairinius stebėjimus (*left censoring*) ir dešiniuosius stebėjimus (*right censoring*). Stebėjimas vadinamas dešiniu jei jo išlikimo trukmė netrumpesnė nei nustatytas laikas, t. y. jei jis išgyveno iki tam tikro laiko, o stebėjimas vadinamas kairiniu, jei jo išlikimo trukmė trumpesnė nei nustatytas laikas, t. y. jei jis neišgyveno iki tam tikro laiko (Allison 1995).

Išlikimo analizėje naudojamos trys svarbiausios funkcijos:

- išlikimo (*survival*) funkcija;
- intensyvumo (*hazard*) funkcija;
- rizikos (*cumulative hazard*) funkcija.

Išlikimo funkcija parodo tikimybę, kad stebimasis išgyvens ilgesnį laiko tarpą negu t ir yra priešinga pasiskirstymo funkcijai:

$$S(t) = 1 - F(t) = P(T \geq t), \quad (1)$$

čia: $F(t)$ – pasiskirstymo funkcija; T – išgyventas laikas; t – tam tikras laikas (Allison 1995).

Intensyvumo funkcija parodo tikimybę neišlikti laiko momentu t , kai žinome, kad iki to laiko momento stebimasis išgyveno ir apibrėžiama lygybe:

$$h(t) = \frac{p(t)}{S(t)} = P(T = t | T \geq t), \quad (2)$$

čia $p(t)$ – tikimybių tankio funkcija (Allison 1995).

Diskrečiuoju atveju (Cox et al. 1984, Leonavičienė 2009):

$$h(t) = 1 - \frac{S(t+1)}{S(t)}, \quad (3)$$

Ryšys tarp intensyvumo ir išlikimo funkcijų diskrečiuoju atveju (Cox et al. 1984):

$$S(t) = \sum_{i=0}^{t-1} (1 - h(i)), \quad (4)$$

Rizikos funkcija parodo stebimojo rizikos laipsnį tam tikru laiko momentu t ir apibūdinama lygybe (Fox 2006):

$$H(t) = -\int_0^t h(x) dx = -\ln S(t), \quad (5)$$

Ryšys tarp išlikimo ir rizikos funkcijų diskrečiuoju atveju (Cox et al. 1984):

$$H(t) = -\ln S(t) = -\sum_{i=0}^{t-1} \ln(1 - h(i)), \quad (6)$$

Siekiant ištirti tam tikrų požymių įtaką taikomi įvairūs išlikimo analizės metodai: išlikimo lentelės (*Life tables*), Kaplano Majerio statistinis įvertinimas (*Kaplan – Maier*), Vilkokso (Gehano) testas (*Wilcoxon (Gehan)*), logaritminis ranginis testas (*Log – rank*), Kokso regresija (*Cox regression*), Valdo testas (*Wald*), LML grafikas (*Log-minus log*).

2.1 Statistiniai išlikimo analizės metodai

Išlikimo analizės metodą galima suskirstyti į tris pagrindinius etapus:

- išlikimo ir intensyvumo funkcijos apskaičiavimas ir įvertinimas;
- išlikimo funkcijų grupėse palyginimas;
- rizikingiausių požymių ir rizikos laipsnių nustatymas.

Pirmajame etape naudojami du metodai: Kaplano Majerio arba/ir išlikimo lentelės. Greta šių metodų taip pat naudojame grafinius rezultatų atvaizdavimus.

Antrajame etape naudojami du testai: Vilkokso (Gehano) ir logaritminis ranginis.

Trečiajame etape rizikos faktorius nustatome analizuodami Kokso regresijos modelius. Kokso modelio sudarymo eigoje naudojame šiuos testus: Valdo testą – naudojamas modelio koeficientų reikšmių nustatymui, ir LML grafikas – naudojamas modelio tinkamumo nustatymui.

2.1.1 Statistinis Kaplano Majerio įvertinimas

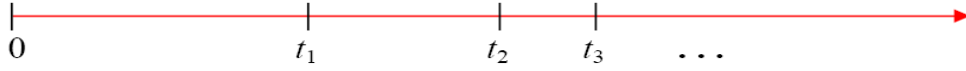
Kaplano Majerio metodas – tai statistinis metodas, kuris tinkamiausias nagrinėjant nedideles duomenų aibes (Allison 1995).

Tegul:

t_1, t_2, t_3 - mirties laikas;

d_1, d_2, d_3 - mirčių skaičius (kiekvieną laiko momentu t_1, t_2, t_3);

n_1, n_2, n_3 - likusių gyvųjų skaičius (kiekvieną laiko momentu t_1, t_2, t_3).



Kadangi $n_2 = n_1 - d_1$, $n_3 = n_2 - d_2$ ir t.t., tai tikimybė išgyventi ilgiau negu t_2 , t.y. $S(t_2) = P(T > t_2)$, priklauso nuo tikimybės išgyventi ilgiau negu t_1 , t.y. $S(t_1) = P(T > t_1)$ ir t.t.

Bet kokiam laikui $t \in [0, t_1)$ tikimybė išgyventi ilgiau negu t yra lygi vienetui, t.y. $S(t) = P(T > t)$. Taigi šiam intervalui $\hat{S}(t) = 1$.

Iš sąlyginės tikimybės apibrėžimo turime, kad $P(A \cap B) = P(A)P(B|A)$. (7)

Tada bet kokiam laikui $t \in [t_1, t_2)$ $S(t) = P(T > t) = P(\text{išlikti } [0, t_1])P(\text{išlikti } [t_1, t] | \text{išlikti } [0, t_1])$.

Taigi šiam intervalui $\hat{S}(t) = 1 \times \frac{n_1 - d_1}{n_1} = 1 - \frac{d_1}{n_1}$. (8)

Bet kokiam laikui $t \in [t_2, t_3)$ $S(t) = P(T > t) = P(\text{išlikti } [t_1, t_2])P(\text{išlikti } [t_2, t] | \text{išlikti } [t_1, t_2])$. Taigi šiam intervalui $\hat{S}(t) = \left(1 - \frac{d_1}{n_1}\right) \times \frac{n_2 - d_2}{n_2} = \left(1 - \frac{d_1}{n_1}\right) \left(1 - \frac{d_2}{n_2}\right)$. (9)

Taigi esant laikui $t \in [t_j, t_{j+1})$, kur $j=1,2,3,\dots$, turime Kaplano – Majerio formulę išlikimo funkcijai įvertinti (Fischer 2008):

$$\hat{S}(t) = \prod_{i=1}^j \left(1 - \frac{d_i}{n_i}\right), \quad (10)$$

2.1.2 Išlikimo lentelės

Išlikimo lentelės – tai statistinis metodas, kuris tinkamiausias nagrinėjant dideles duomenų aibes. Kai nagrinėjamos didelės duomenų aibės ir įvykio laikas tiksliai žinomas, vietoje Kaplano Mejerio metodo patariama naudoti išlikimo lenteles. Šiais atvejais Kaplano Mejerio metodu gaunamos ilgos, sunkiai pristatomos ir interpretuojamos lentelės. Šios problemos galima išvengti naudojant išlikimo lenteles, nes įvykio laikas sudalinamas į intervalus, kurie yra laisvai pasirenkami (Allison 1995).

Naudojant Kaplano Mejerio metodą, nėra galimybės pasirinkti laiko intervalo, kuriame norime skaičiuoti t. y. rezultatai gaunami kiekviename laiko t žingsnyje. Kadangi šiame darbe pasirinkome laiką matuoti mėnesiais (nes kitaip gaunami neinformatyvūs rezultatai), išlikimo funkcijoms apskaičiuoti ir įvertinti naudosime išlikimo lenteles.

Šio metodo principas – tyrimo laiką suskirstyti į uždarus intervalus (šiuo atveju tai 30 dienų) ir juose apskaičiuoti pagrindines išlikimo analizės funkcijas, kurios padėtų nustatyti tolimesnę tyrimo eigą.

Išlikimo funkcijai įvertinti skaičiuojamos sąlyginės neišlikimo tikimybės: intervalui i , tegul t_i apibrėžia pradžios laiką, o q_i – sąlyginė neišlikimo tikimybė. Tuomet tikimybė išlikti iki t_i ar ir dar ilgiau apibrėžiama lygybe:

$$\hat{S}(t_j) = \prod_{i=1}^{j-1} (1 - q_i). \quad (11)$$

Kai $i = 1$ ir $t_i = 0$, išlikimo tikimybė lygi vienetui (Allison 1995).

2.1.3 Logaritminis ranginis testas

Tiek logaritminis ranginis, tiek Vilkoksono testai skirti patikrinti nulinę hipotezę, kad išlikimo funkcijos dvejose grupėse yra vienodos, t.y. $S_1(t) = S_2(t)$ visiems t . Skaičiuojamas mažiausias reikšmingumo lygmuo su kuriuo turimiems duomenims gali būti atmesta teisinga hipotezė. Šis reikšmingumo lygmuo vadinamas p reikšme. Jei $p < \alpha$, tai hipotezė atmetama, priešingu atveju hipotezė priimama. α - pasirinktas reikšmingumo lygmuo (Fischer 2008).

Pirmajai grupei (grupė 1) logaritminė – ranginė statistika užrašoma taip:

$$\sum_{i=1}^r (d_{1i} - e_{1i}). \quad (12)$$

Sumavimas vyksta visą įvykio laiką (abejose grupėse), o iš viso yra r tokių grupių. d_{1i} – mirčių skaičius laiko momentu i , o e_{1i} – laiko momentu i laukiamas įvykių skaičius pirmojoje grupėje.

$e_{1i} = \frac{n_{1i} d_i}{n_i}$, čia n_{1i} - rizikos skaičius prieš laiko momentą i , d_i - bendras mirčių skaičius abejose grupėse laiko momentu i , n_i - bendras rizikos skaičius prieš laiko momentą i (Allison 1995).

2.1.4 Vilksono testas

Grupei 1 Vilksono statistika užrašoma:

$$\sum_{i=1}^r n_i (d_{li} - e_{li}). \quad (13)$$

Matome, kad nuo Logaritminio ranginio skiriasi tik n_i buvimu. Kadangi Vilksono teste didesni svoriai suteikiami ilgesnį laiką išlikusiems stebėjimams (n_i visada auga), tai jis yra mažiau jautrus, negu logaritminis ranginis testas, kai skirtumas tarp grupių įvyksta vėlyvesniu laiku. Tuo tarpu logaritminiame ranginiame teste didesni svoriai suteikiami trumpiausiai išgyvenusiems stebėjimams (Allison 1995).

2.1.5 Kokso regresija

Kokso regresija – tai statistinis metodas, kuriuo siekiama nagrinėti ir atskleisti ne išlikimo funkcijas ir jų ryšius, bet intensyvumo funkcijos priklausomybę nuo tam tikrų požymių. Kokso regresijos dėka galima vertinti rizikingiausius požymius ir nustatyti rizikos laipsnį (Leonavičienė 2009).

Kokso regresija nereikalauja, kad būtų pasirinktas tam tikras tikimybinis skirstinys, norint pavaizduoti išlikimo laiką. Dėl šios savybės Kokso regresija vadinama pusiau parametrine (*semiparametric*). Šio tipo regresija leidžia nagrinėti ir nuo laiko priklausančius požymius, taigi požymiai gali kisti viso stebėjimo metu (Allison 1995).

Intensyvumo funkcija modelyje priklauso nuo dviejų narių: pradinės intensyvumo funkcijos $h_0(t)$ ir nuo rizikos veiksnių $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_m)$:

$$h(t) = h_0(t) e^{\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_m X_m}, \quad (14)$$

čia $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_m)$ - nežinomi regresijos modelio koeficientai. Šie koeficientai nustatomi remiantis dalinio tikėtumo metodu (*partial likelihood*), nes dažniau skaičiuojamos tikimybės tik neišlikusiųjų, o ne visų stebimųjų. Kadangi intensyvumo funkcija yra netiesinė, tai modelio koeficientų reikšmės randamos iteraciniais metodais. Pradinė intensyvumo funkcija – tai intensyvumo funkcija, kai visų kintamųjų reikšmės yra lygios nuliui, t.y. $X = (0, 0, 0, \dots, 0)$ (Allison 1995).

2.1.6 Valdo testas

Valdo testas – tai statistinis metodas, kuris skirtas patikrinti ar visi intensyvumo funkcijos koeficientai, Kokso proporcingųjų intensyvumų modelyje, yra lygūs nuliui, t.y. ar nagrinėjamas

požymis neturi įtakos rizikos funkcijai. Kuo didesnė Valdo statistikos reikšmė, tuo reikšmingesnis nagrinėjamas požymis (Allison 1995).

2.1.7 LML grafikas

LML grafikas – tai išlikimo funkcijų grafikas, kuris padeda nustatyti ar Kokso proporcingosios rizikos modelis yra tinkamas. Šiame grafike pateikiamos $\ln(-\ln S(t))$ reikšmės. Jeigu išlikimo kreivės nesusikerta, o geriausia kai jos yra lygiagrečios, ir atstumai tarp kreivių bet kuriuo laiko momentu yra pastovūs, tai proporcingosios rizikos modelis yra tinkamas (Allison 1995).

2.2 Išlikimo analizės metodų taikymo rezultatai

2.2.1 Išlikimo ir intensyvumo funkcijų apskaičiavimas ir įvertinimas

Aprašytąjį išlikimo analizės metodą taikėme draudimo įmonės „If draudimas“ duomenų aibei, aprašytai pirmajame šio darbo skyriuje.

Sudarius išlikimo lenteles pagal draudimo polisų (sutarčių) sudarymo metus pastebime, kad 2007 m. sudariusiems sutartis didžiausia rizika yra antrame, aštuntame ir dvyliktame draudžiamąjo laikotarpio mėnesyje, kai tuo tarpu 2008 m. sudariusiems sutartis didžiausia rizika yra pirmame, antrame ir trečiame mėnesyje (raudonai pažymėtos intensyvumo funkcijų reikšmės 8 ir 9 lentelėse).

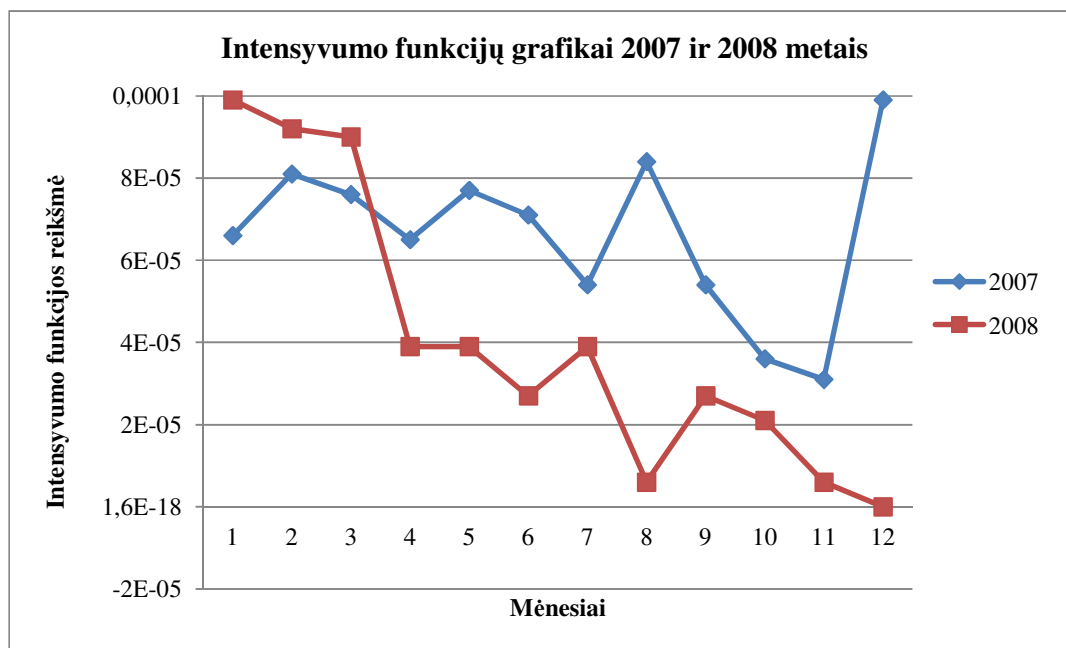
8 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., išlikimo lentelė

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Išlikimo funkcija $S(t)$	Išlikimo funkcijos paklaida	Intensyvumo funkcija $h(t)$	Intensyvumo funkcijos paklaida
0	31	12	99	1,0000	0,000000	0,000066	0,000019
31	61	14	47	0,9980	0,000590	0,000081	0,000022
61	91	13	35	0,9955	0,000873	0,000076	0,000021
91	121	11	25	0,9933	0,001070	0,000065	0,000019
121	151	13	17	0,9914	0,001220	0,000077	0,000021
151	181	12	19	0,9891	0,001370	0,000071	0,000021
181	211	9	28	0,9870	0,001500	0,000054	0,000018
211	241	14	25	0,9854	0,001580	0,000084	0,000022
241	271	9	21	0,9829	0,001710	0,000054	0,000018
271	301	6	21	0,9813	0,001790	0,000036	0,000015
301	331	5	44	0,9802	0,001840	0,000031	0,000014
331	361	16	24	0,9793	0,001880	0,000099	0,000025
361	.	1	5378	0,9764	0,002010	.	.

9 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., išlikimo lentelė

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Išlikimo funkcija $S(t)$	Išlikimo funkcijos paklaida	Intensyvumo funkcija $h(t)$	Intensyvumo funkcijos paklaida
0	31	35	160	1,0000	0,000000	0,000099	0,000017
31	61	31	60	0,9969	0,000517	0,000092	0,000016
61	91	30	58	0,9942	0,000712	0,000090	0,000016
91	121	13	31	0,9915	0,000861	0,000039	0,000011
121	151	13	16	0,9904	0,000918	0,000039	0,000011
151	181	9	14	0,9892	0,000972	0,000027	0,000009
181	211	13	25	0,9884	0,001010	0,000039	0,000011
211	241	2	20	0,9872	0,001060	0,000006	0,000004
241	271	9	20	0,9871	0,001060	0,000027	0,000009
271	301	7	10	0,9862	0,001100	0,000021	0,000008
301	331	2	8	0,9856	0,001120	0,000006	0,000004
331	361	0	14	0,9854	0,001130	0,000000	.
361	.	0	10902	0,9854	0,001130	.	.

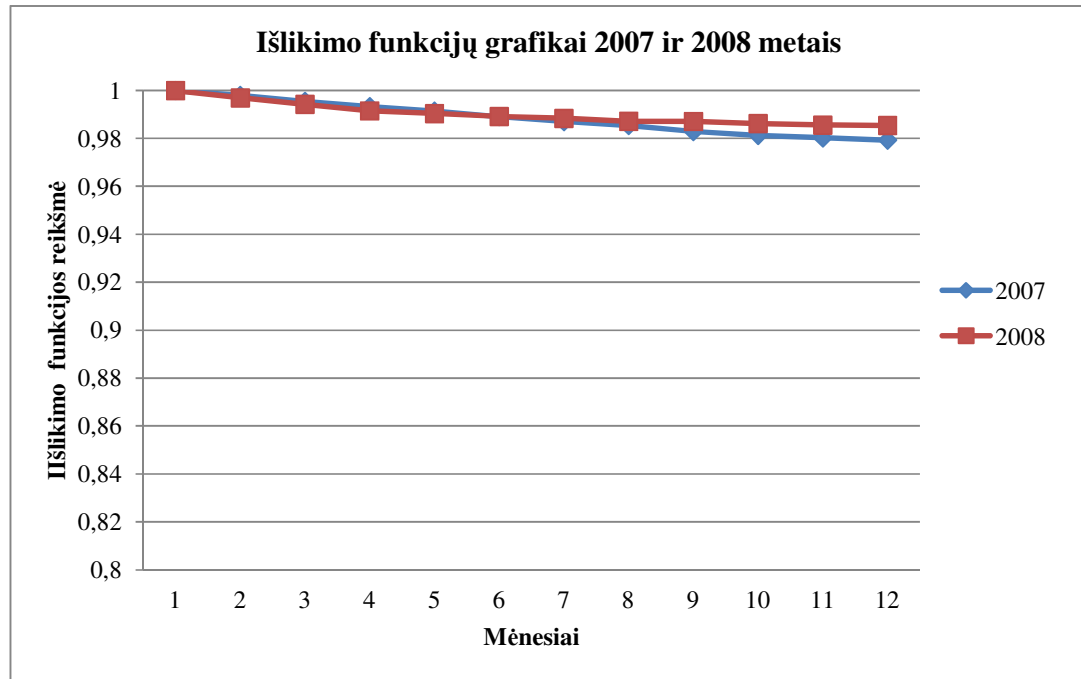
Taigi, intensyvumo funkcijų dėsningumo, tarp sudariusių sutartis 2007 ir 2008 m., nepastebime (9 paveikslas).



9 pav. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., intensyvumo funkcijos

Išlikimo funkcijos, tiek sudariusiems sutartis 2007 tiek 2008 m., visais draudžiamąjo laikotarpio mėnesiais artimos vienetui, o tai rodo didelę išlikimo tikimybę (10 paveikslas). 2007 m. buvo sudaryta 5918 sutarčių, iš kurių neišliko 135, o išliko 5783. Taigi, išlikimo procentas –

97,72%. 2008 m. buvo sudaryta 11502 sutarčių, iš kurių neišliko 164, o išliko 11338. Taigi, išlikimo procentas – 98,57%.



10 pav. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., išlikimo funkcijos

Analogiškos išlikimo lentelės ir išlikimo bei intensyvumo funkcijų grafikai buvo sudaryti atskirai kiekvienai nagrinėtų požymių grupei: miestui, objektui, konstrukcijai ir draudimo sumai. Sudariusiems sutartis 2007 m. jie pateikti 3 priede, sudariusiems sutartis 2008 m. – 4 priede.

2.2.2 Grupių išlikimo funkcijų palyginimas

Atlikus Vilkokso (Gehano) ir logaritminį ranginį testus keturiose grupėse, sudarytose pagal draudžiamo objekto buvimo vietą, objekto tipą, objekto konstrukciją ir objekto draudimo sumą, pastebime, kad bėgant laikui išlikimo funkcijos statistiškai reikšmingai skiriasi visose grupėse tiek 2007 tiek 2008 m. (10 – 13 lentelės). Skirtumai matyti ir nubraižius LML grafikus (jie nepateikti, kadangi šiuo atveju yra nenaudingi) – grafikai kertasi ir nėra lygiagretūs.

10 lentelė. Apdraustųjų išlikimo funkcijų palyginimas (miestai) 2007-2008 m.

Testas 2007	Statistikos reikšmė	Laisvės laipsnių sk.	p reikšmė	Testas 2008	Statistikos reikšmė	Laisvės laipsnių sk.	p reikšmė
Log-Rank	44,395	10	<0,001	Log-Rank	51,3781	10	<0,001
Wilcoxon	44,080	10	<0,001	Wilcoxon	51,3105	10	<0,001

11 lentelė. Apdraustųjų išlikimo funkcijų palyginimas (objektai) 2007-2008 m.

Testas 2007	Statistikos reikšmė	Laisvės laipsnių sk.	p reikšmė	Testas 2008	Statistikos reikšmė	Laisvės laipsnių sk.	p reikšmė
Log-Rank	65,1151	3	<0,001	Log-Rank	50,717	3	<0,001
Wilcoxon	65,0999	3	<0,001	Wilcoxon	50,894	3	<0,001

12 lentelė. Apdraustųjų išlikimo funkcijų palyginimas (konstrukcijos) 2007-2008 m.

Testas 2007	Statistikos reikšmė	Laisvės laipsnių sk.	p reikšmė	Testas 2008	Statistikos reikšmė	Laisvės laipsnių sk.	p reikšmė
Log-Rank	33,9016	3	<0,001	Log-Rank	29,5480	3	<0,001
Wilcoxon	33,7203	3	<0,001	Wilcoxon	29,5764	3	<0,001

13 lentelė. Apdraustųjų išlikimo funkcijų palyginimas (draudimo sumos) 2007-2008 m.

Testas 2007	Statistikos reikšmė	Laisvės laipsnių sk.	p reikšmė	Testas 2008	Statistikos reikšmė	Laisvės laipsnių sk.	p reikšmė
Log-Rank	8,3801	2	0,0151	Log-Rank	13,7768	2	0,001
Wilcoxon	8,2171	2	0,0164	Wilcoxon	13,8338	2	0,001

Kadangi visais atvejais $p < \alpha = 0,05$, tai išlikimo funkcijos tarp nagrinėjamų požymių grupių statistiškai reikšmingai skiriasi.

2.2.3 Rizikingiausių požymių ir rizikos laipsnių nustatymas

Be testų, skirtų išlikimo funkcijų grupėse palyginimui, galima patikrinti ar nagrinėjama požymių grupė yra susijusi su išlikimo laiku, t. y. įvertinti, ar ji turi įtakos išlikimo laikui. Tam tikslui skaičiuojama statistikos reikšmė kiekvienai grupei, ignoruojant kitas likusias. Naudojami Vilkokso (Gehano) ir logaritminis – ranginis testai. Tikrinama nulinė hipotezė, kad nagrinėjama grupė yra nesusijusi su išlikimo laiku. Jei $p < \alpha$, tai hipotezė atmetama, priešingu atveju hipotezė priimama. Šis testas yra naudingas, nes juo naudojantis galima „atmesti“ netinkamas grupes, t. y. tokias, kurios neturi įtakos išlikimo laikui.

Atlikus šiuos testus, 2007 m. sudarytoms sutartims pastebime, kad požymių grupės konstrukcija ir draudimo suma, neturi įtakos išlikimo laikui ($p = 0,2008 > 0,05$ ir $p = 0,4405 > 0,05$) kai tuo tarpu didžiausią įtaką turi draudžiamo objekto buvimo vieta ($p < 0,001 < 0,05$) ir objekto tipas ($p = 0,0223 < 0,05$) (14 lentelė).

14 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., požymių efekto tyrimas

Požymių grupės	Laisvės laipsnių sk.	Statistikos reikšmė	p reikšmė
MIESTAS	1	34,2391	<0,0001
OBJEKTAS	2	5,2254	0,0223
KONSTRUKCIJA	3	1,6367	0,2008
DRAUDIMO SUMA	4	0,595	0,4405

Atlikus šiuos testus 2008 m. sudariusiems sutartis, pastebime, kad požymių grupė konstrukcija, neturi įtakos išlikimo laikui ($p = 0,1787 > 0,05$) kai tuo tarpu didžiausią įtaką turi draudžiamo objekto buvimo vieta ($p < 0,001 < 0,05$), draudimo suma ($p = 0,0045 < 0,05$) ir objekto tipas ($p = 0,0071 < 0,05$) (15 lentelė).

15 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., požymių efekto tyrimas

Požymių grupės	Laisvės laipsnių sk.	Statistikos reikšmė	p reikšmė
MIESTAS	1	38,1185	<0,0001
DRAUDIMO SUMA	2	8,0822	0,0045
OBJEKTAS	3	7,2562	0,0071
KONSTRUKCIJA	4	1,8087	0,1787

Kai nustatėme rizikingiausias požymių grupes galime toliau nagrinėti ir išsiaiškinti kurie požymiai (iš nustatytų rizikingiausių požymių grupių) turi įtakos išlikimui.

Sudariusiems sutartys 2007 m., sukūrėme modelį, į kurį įtraukėme du požymius: objekto buvimo vietą ir objekto tipą. Atlikę skaičiavimus nustatėme, kad išlikimui įtakos turi objekto tipas patalpa ir miestai: Vilnius, Klaipėda, Panevėžys ir Kaunas (16 lentelė).

16 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., rizikingiausi faktoriai

Požymis	Laisvės laipsnių sk.	Statistikos reikšmė	p reikšmė
PATALPA	1	23,7521	<0,0001
VILNIUS	1	21,1877	<0,0001
KLAIPĖDA	1	13,2035	0,0003
PANEVĖŽYS	1	11,7328	0,0006
KAUNAS	1	9,2381	0,0024

Sudariusiems sutartys 2008 m., sukūrėme modelį, į kurį įtraukėme tris požymius: objekto buvimo vietą, objekto tipą ir draudimo sumą. Atlikę skaičiavimus nustatėme, kad išlikimui įtakos turi miestai: Vilnius ir Kaunas, objekto tipas patalpa ir maža draudimo suma (17 lentelė).

17 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., rizikingiausi faktoriai

Požymis	Laisvės laipsnių sk.	Statistikos reikšmė	p reikšmė
VILNIUS	1	28,9199	<0,0001
PATALPA	1	13,3326	0,0003
KAUNAS	1	11,6652	0,0006
MAŽA SUMA	1	5,4488	0,0196

Taip pat rizikingiausios požymių grupės apskaičiuojami galimybių santykiai (*Odds ratio*), kurie įvertina tam tikrų pasekmių rizikas, kai visada dalyvauja tam tikras būtinas požymis (18, 19, 20, 21, 22 lentelės). Galimybių santykiai yra santykiniai rizikų matavimo vienetai, kurie pasako kiek kartų labiau tikėtinas būtinas požymis negu nebūtinas. Galimybių santykis apibūdinamas kaip būtino požymio tikimybė, kad įvyks ir tikimybė, kad neįvyks, santykis, padalintas iš nebūtino požymio tikimybės, kad įvyks ir tikimybė, kad neįvyks, santykio.

18 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., miestų galimybių santykiai

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	-	1	1	-	0	0	1	0	0	0	-
2	1	-	1	-	0	0	1	0	0	0	-
3	1	1	-	-	0	0	2	0	0	0	-
4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	3	3	2	-	-	0	4	1	1	1	-
6	2	2	1	-	1	-	2	1	1	0	-
7	1	1	1	-	0	0	-	0	0	0	-
8	3	4	3	-	1	0	4	1	1	1	-
9	3	3	2	-	1	0	4	1	1	1	-
10	5	5	4	-	1	0	6	1	1	1	-
11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Taigi, apskaičiavome galimybių santykius tarp visų miestų, didžiausias – 6 yra tarp Klaipėdos ir Marijampolės.

19 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., objektų tipų galimybių santykiai

	1	2	3	4
1	-	2	1	0
2	0	-	0	0
3	1	3	-	0
4	5	12	5	-

Apskaičiavus galimybių santykius tarp visų objektų, didžiausias – 12 yra tarp patalpos ir civilinės atsakomybės.

20 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., miestų galimybių santykiai

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
1	-	0	1	-	0	0	1	-	1	0	-
2	2	-	2	-	0	0	1	-	2	0	-
3	1	1	-	-	0	0	1	-	1	0	-
4	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
5	6	3	5	-	-	0	3	-	5	1	-
6	3	1	2	-	0	-	1	-	2	0	-
7	2	1	1	-	0	0	-	-	2	0	-
8	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-
9	1	0	1	-	0	0	1	-	1	0	-
10	7	3	6	-	1	0	4	-	6	1	-
11	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-

Apskaičiavus galimybių santykius tarp visų miestų, didžiausias – 7 yra tarp Vilniaus ir Marijampolės.

21 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., objektų tipų galimybių santykiai

	1	2	3	4
1	-	3	2	1
2	0	-	1	0
3	1	2	-	0
4	2	6	3	-

Apskaičiavus galimybių santykius tarp visų objektų, didžiausias – 6 yra tarp patalpos ir civilinės atsakomybės.

22 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., draudimo sumų galimybių santykiai

	1	2	3
1	-	2	1
2	0	-	1
3	0	1	-

Apskaičiavus galimybių santykius tarp visų draudimo sumų negavome didelių reikšmių – didžiausia reikšmė 2 yra tarp vidutinės draudimo sumos 250.000 – 500.000 LTL ir mažos draudimo sumos 0 – 250.000 LTL.

Kai jau esame nustatę rizikingiausius požymius, galime įvertinti ir rizikos laipsnį, t. y., kaip ir kuriais laiko tarpais labiausiai rizikos funkciją įtakoja nustatyti rizikingiausi požymiai. Tai galima nustatyti sudarius Kokso proporcingosios rizikos modelius.

Kadangi prieš tai atlikę Vilkokso (Gehano) ir logaritminį ranginį testus bei nubraižę LML grafikus nustatėme, kad išlikimo funkcijos apibrėžtose grupėse statistiškai reikšmingai skiriasi, atsižvelgę į didžiausią įtaką darančius požymius sudarome naujas požymių grupes.

Sutartims, pasirašytoms 2007 m., buvo sudarytos dvi naujos grupės: draudžiamo objekto buvimo vieta apibūdinama dviem požymiais – Viniaus miestas ir kiti miestai (Panevėžys, Kaunas ir t.t.), o objekto tipą apibūdina tokie du požymiai: patalpa ir kiti tipai (pastatas, namų turtas ir vertybės, civilinė atsakomybė).

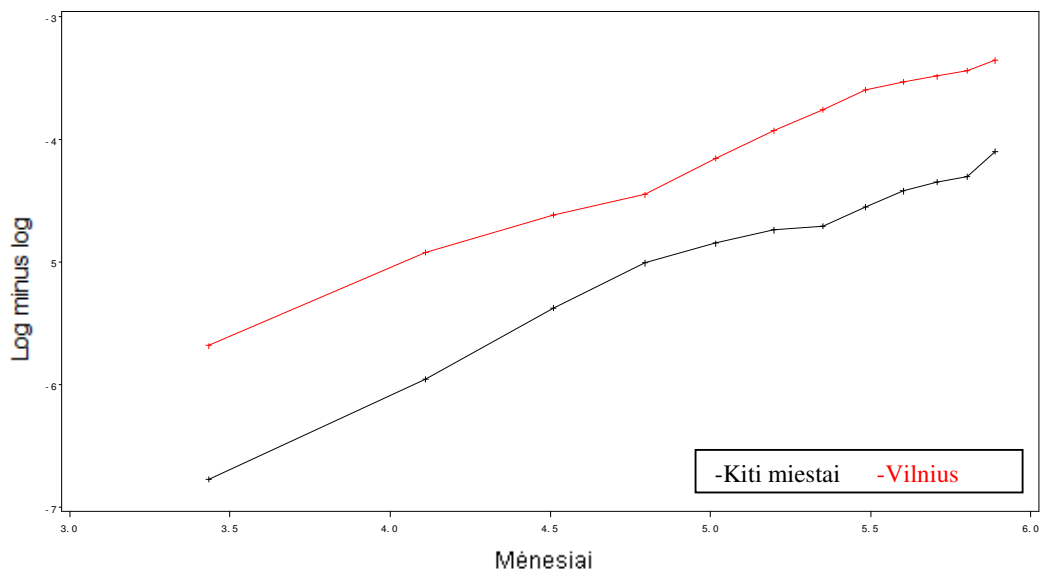
2008 m. pasirašytoms draudimo sutartims buvo sudarytos trys naujos grupės: draudžiamo objekto buvimo vieta apibūdinama dviem požymiais – Viniaus miestas ir kiti miestai (Panevėžys, Kaunas ir t.t.), objekto tipą apibūdina du požymiai: patalpa ir kiti tipai (pastatas, namų turtas ir vertybės, civilinė atsakomybė), o objekto draudimo sumą apibūdina tokie požymiai: maža draudimo suma 0 – 250.000 Lt ir kitos draudimo sumos (vidutinė draudimo suma – 250.000 – 500.000 Lt ir didelė draudimo suma – daugiau nei 500.000 Lt).

Pirmiausia ištirsime kaip išlikimą įtakoja draudžiamo objekto buvimo vieta, sudariusiems sutartis 2007 m.. 23 lentelėje nustatomi modelio koeficientai ir pateikiama Valdo statistikos reikšmė. Valdo testas – tai statistinis metodas, kuris skirtas patikrinti, ar visi intensyvumo funkcijos koeficientai Kokso proporcingųjų intensyvumų modelyje yra lygūs nuliui ar ne, t.y., ar nagrinėjamas požymis turi ar neturi įtakos rizikos funkcijai. Kuo didesnė Valdo statistikos reikšmė, tuo reikšmingesnis nagrinėjamas požymis. Lentelėje esanti reikšmė e^β rodo, kad Vilniaus miesto rizika yra 2 kartus didesnė negu visų kitų miestų.

23 lentelė. Apdraustųjų 2007 m. 1 modelio testas

Požymis	β	Valdo statistika	p reikšmė	e^β
MIESTAS Vilnius - 1 Kiti - 0	0,759	18,8783	<0,001	2,136

Nubraižius LML grafiką (11 paveikslas) įsitikiname proporcingosios rizikos modelio tinkamumu: jeigu išlikimo kreivės nesusikerta, o geriausia kai jos yra lygiagrečios, ir atstumai tarp kreivių bet kuriuo laiko momentu yra pastovūs, tai proporcingosios rizikos modelis yra tinkamas.

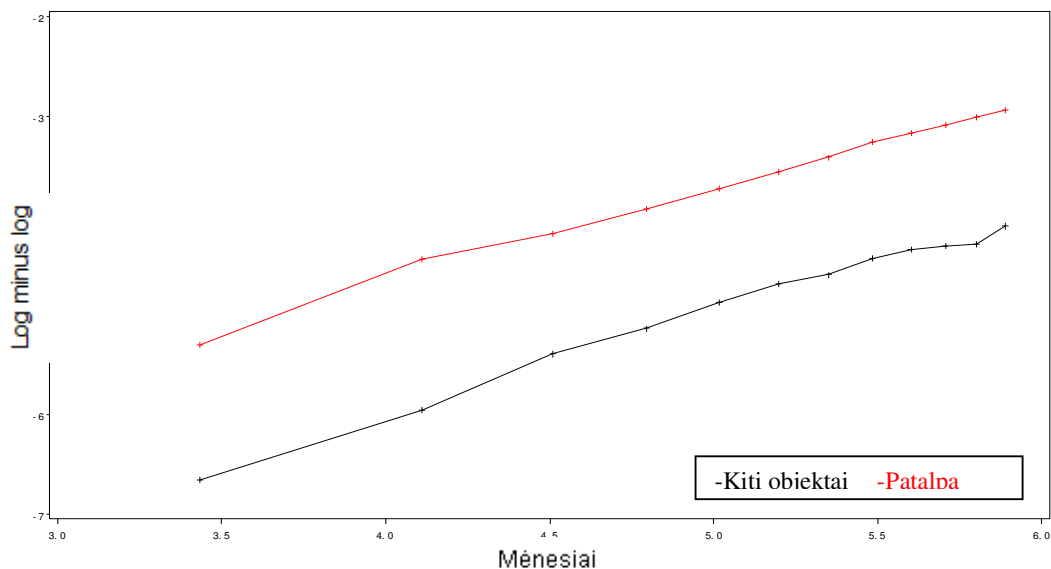


11 pav. Apdraustųjų 2007 m. LML grafikas 1 modelio testui

Kitas tiriamas požymis, sudariusiems sutartis 2007 m. - objekto tipas (24 lentelė). Matome, kad objekto patalpa rizikos laipsnis yra 3,3 karto didesnis negu kitų objektų ir sukurtas modelis yra tinkamas (12 paveikslas).

24 lentelė. Apdraustųjų 2007 m. 2 modelio testas

Požymis	β	Valdo statistika	p reikšmė	e^{β}
OBJEKTAS Patalpa - 1 Kiti - 0	1,18671	47,0784	<0,001	3,276

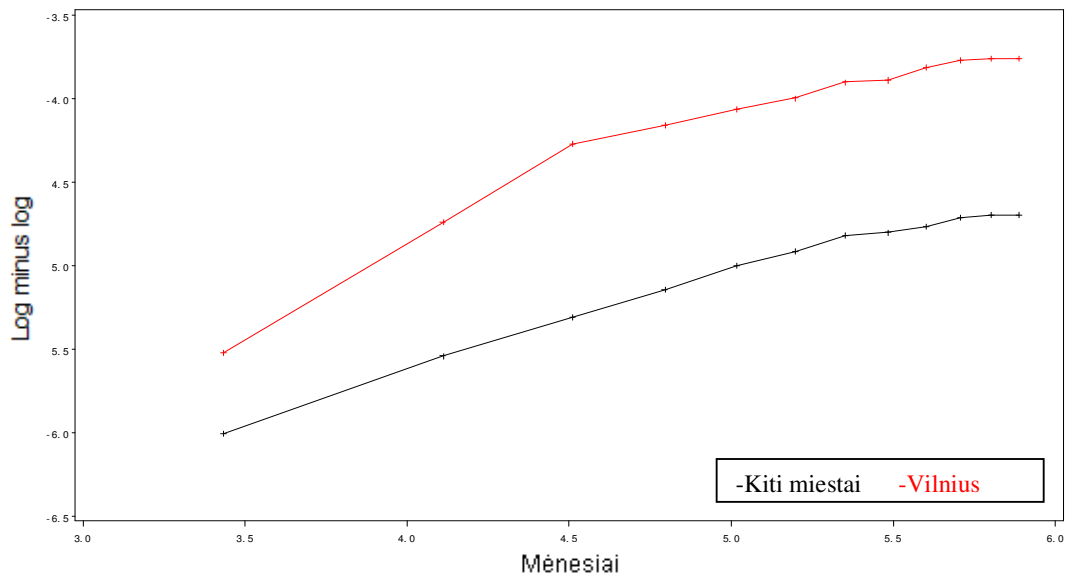


12 pav. Apdraustųjų 2007 m. LML grafikas 2 modelio testui

Dabar proporcingosios rizikos Kokso modelį pritaikysime sutartims, sudarytoms 2008 m.. 25 lentelėje matome, kad Vilniaus miesto rizikos laipsnis yra 2,5 karto didesnis negu kitų miestų, o 13 paveikslas įrodo modelio tinkamumą.

25 lentelė. Apdraustųjų 2008 m. 1 modelio testas

Požymis	β	Valdo statistika	p reikšmė	e^{β}
MIESTAS Vilnius - 1 Kiti – 0	0,93308	33,5735	<0,001	2,542

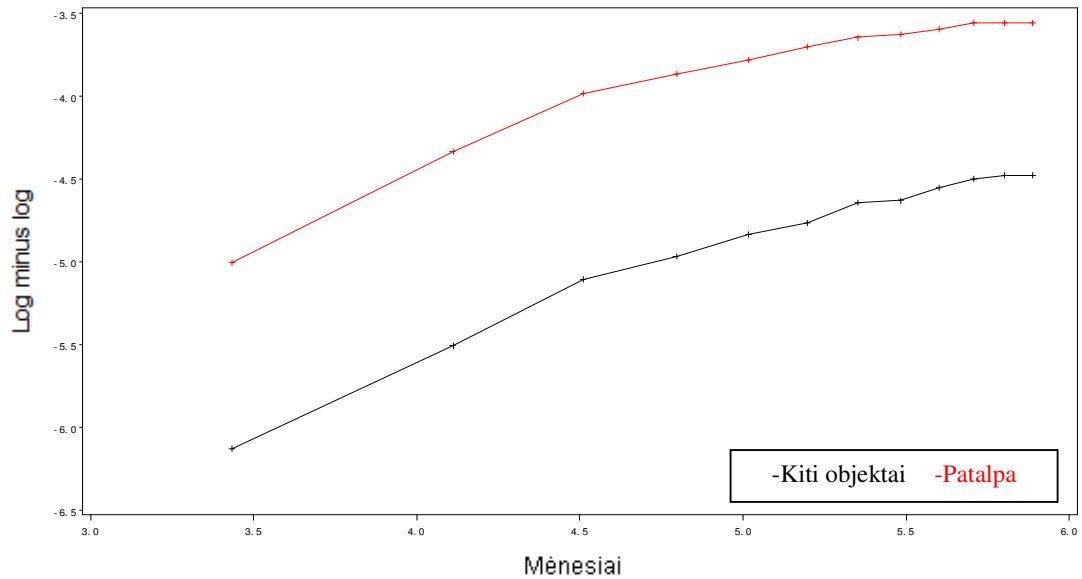


13 pav. Apdraustųjų 2008 m. LML grafikas 1 modelio testui

26 lentelėje matome, kad objekto patalpa rizikos laipsnis yra 2,5 karto didesnis negu kitų objektų. 14 paveiksle matome modelio tinkamumą.

26 lentelė. Apdraustųjų 2008 m. 2 modelio testas

Požymis	β	Valdo statistika	p reikšmė	e^{β}
OBJEKTAS Patalpa - 1 Kiti – 0	0,92436	32,9481	<0,001	2,5

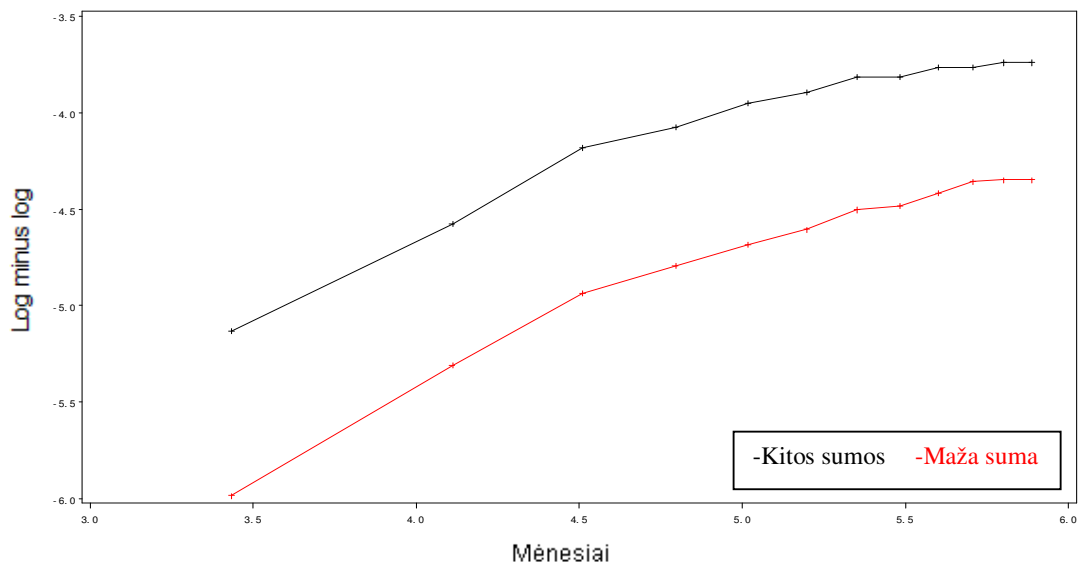


14 pav. Apdraustųjų 2008 m. LML grafikas 2 modelio testui

27 lentelėje matome, kad mažų draudimo sumų rizika yra 2 kartus mažesnė negu visų kitų ir proporcingosios rizikos Kokso modelis yra tinkamas (15 paveikslas).

27 lentelė. Apdraustųjų 2008 m. 3 modelio testas

Požymis	β	Valdo statistika	p reikšmė	e^β
SUMA Maža - 1 Kitos - 0	-0,61169	11,8705	0,0006	0,542



15 pav. Apdraustųjų 2008 m. LML grafikas 3 modelio testui

3. DRAUDIMO ĮMOKŲ MODELIAVIMAS

Šiame skyriuje, atsižvelgdami į išlikimo analizės rezultatus, atliksime skaičiavimus leidžiančius optimizuoti draudimo įmokos dydį ir įvertinti draudimo įmonės veiklą. Pirmiausia pateiksime klasikinį draudimo matematinį modelį, aprašysime tiesinio programavimo uždavinio matematinį modelį optimalioms draudimo įmokoms skaičiuoti, o vėliau minėtus modelius pritaikysime turimiems duomenims ir Monte Karlo metodu atliksime imitacinį modeliavimą.

Rizikos faktorių įtaka draudimo įmonės veiklai ir sprendimo priėmimo modeliai nagrinėjami K. Šutienės daktaro disertacijoje, kuria remdamiesi atliekame modeliavimą.

3.1 Klasikinis draudimo matematinis modelis

Klasikinis draudimo matematinis modelis:

$$U(t) = u + P(t) - S(t), \quad (15)$$

čia $U(t)$ – draudimo kompanijos kapitalas momentu t ; u – pradinis kapitalas; $P(t)$ – įmokos; $S(t)$ – išmokos. Įmokos išreiškiamos $P(t) = ct$, išmokos – $S(t) = \sum_{i=1}^{N_t} Y_i$, tada kapitalas momentu t :

$$U(t) = u + ct - \sum_{i=1}^{N_t} Y_i, \quad (16)$$

čia c – įmokos koeficientas; Y_i – išmokėta suma tarp $(i-1)$ -tosios ir i -tosios pretenzijos; N_t – pretenzijų skaičius iki laiko t . Įmokos koeficientas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$c = (1 + \theta)E(S), \quad (17)$$

čia θ – griežtai teigiamas saugumo priemokos dydis; $E(S)$ – vidutinė išmoka (Spivak et al. 2005).

3.2 Monte Karlo metodas

Monte Karlo metodas – tai skaičiavimo algoritmas, pagrįstas statistiniu modeliavimu ir gautų rezultatų apdorojimu statistiniais metodais. Šis metodas leidžia brangiai kainuojančius bandymus pakeisti modeliavimu kompiuteriais ir labai sumažina tyrimų trukmę. Norint atlikti išėjimo parametro reikšmių išsibarstymo tyrimą, reikia turėti ryšio funkciją: $y = f(x_1, x_2, \dots, x_n)$. Tikslumo tyrimas susideda iš tokių etapų:

- modeliuojami elementų parametrų skirstiniai $W(x_i)$;
- skaičiuojamos išėjimo parametro reikšmės, esant atsitiktinėms x_i reikšmių kombinacijoms atitinkančioms $w(x_i)$ dėsnius, t. y. modeliuojamas kūrybinis procesas;
- modeliavimo rezultatai apdorojami statistiniais metodais.

Šio apdorojimo tikslas yra įvertinti skaitinės išėjimo parametro charakteristikas (vidutinę reikšmę ir dispersiją $D(y)$), nustatyti išėjimo parametro skirstinį $w(y)$ arba surasti tikimybę, kad išėjimo parametro reikšmės bus duotosiose ribose, kintant elementų parametru reikšmėms pagal skirstinius. Tiriant išėjimo parametru tikslumą statistinių bandymų metodu, reikalingos elementų parametru atsitiktinės reikšmės. Šių reikšmių modeliavimui naudojami atsitiktinių skaičių generatoriai. Didžiausią praktinę reikšmę turi vienodos tikimybės skaičiai intervale $[0, 1]$. Skaičiai su kitokiais norimais skirstiniais $w(x)$ gaunami naudojant vienodos tikimybės skaičius ir sprendžiant lygtį parametro x atžvilgiu, esant įvairioms tikimybės P reikšmėms: $(0 \leq P \leq 1)$. Tokiu būdu gaunami pseudoatsitiktiniai skaičiai x_i , pasiskirstę pagal skirstinį $w(x_i)$. Naudojami ir kitokie atsitiktinių skaičių gavimo būdai. Visos šiuolaikinės elektroninės skaičiavimo mašinos turi programas, leidžiančias generuoti pseudoatsitiktinius skaičius, pasiskirsčiusius pagal norimą skirstinį. Nepriklausomai nuo atsitiktinių skaičių gavimo būdo apie jų kokybę galima spręsti iš gauto statistinio skirstinio sutapimo su norimu teoriniu skirstiniu. Apie skirstinių sutapimo laipsnį sprendžiama iš sutapimo kriterijų. (Vikipedija).

Šiame darbe naudosime šiuos testus:

- Chi – kvadrato testas (χ^2);
- Kolmogorovo – Smirnov testas (K-S);
- Andersono – Darlingo testas (A-D).

χ^2 testas yra vienas populiariausių ir plačiausiai taikomų pasiskirstymo dėsnio nustatymo testų. Jis tinka tiek diskretiesiems atsitiktiniams dydžiams, tiek ir tolydiesiems. χ^2 kriterijus parodo, ar empirinio ir teorinio skirstinių skirtumas yra reikšmingas, t. y. tikrinama, ar turimas empirinis skirstinys suderinamas su teoriniu modeliu. Diskrečiojo skirstinio atveju χ^2 statistika apskaičiuojama pagal formulę:

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^k \frac{O_i - E_i}{E_i}, \quad (18)$$

čia O_i — kategorijų (intervalinių) dažniai, E_i — tikėtini dažniai, k —kategorijų (intervalų) skaičius (Čekanavičius et al. 2000).

Sprendimo priėmimo taisyklė. Tarkime, reikšmingumo lygmuo lygus α . Jei $\chi^2 > \chi_{\alpha}^2(k-1)$, tai hipotezę H_0 atmetame (duomenys prielaidos apie kintamojo skirstinį populiacijoje nepatvirtino). Jei $\chi^2 \leq \chi_{\alpha}^2(k-1)$, tai hipotezės H_0 neatmetame (duomenys prielaidos apie kintamojo skirstinį populiacijoje nepaneigė). Čia $\chi_{\alpha}^2(k-1)$ yra χ^2 skirstinio su $k-1$ laisvės laipsnių α lygmens kritine reikšme (Čekanavičius et al. 2000).

Hipotezė, apie tai, kad nagrinėjamų duomenų skirstinys yra tolydusis, taikant K-S testą tikrinama pagal tokį algoritmą:

1. Duomenys išrūšiuojami variacine eilute.
2. Apskaičiuojama skirstinio pasiskirstymo funkcija F_i .
3. Apskaičiuojama $\frac{i}{n}$ ir $\frac{i-1}{n}$, kur i – i-tasis bandinių skaičius, o n – imties narių skaičius.

$$4. \text{ Apskaičiuojama reikšmė } D^+ = \max_{1 \leq i \leq n} \left(\frac{i}{n} - F_i \right). \quad (19)$$

$$5. \text{ Apskaičiuojama reikšmė } D^- = \max_{1 \leq i \leq n} \left(F_i - \frac{i-1}{n} \right). \quad (20)$$

$$6. \text{ Apskaičiuojama } D = \max(D^+, D^-). \quad (21)$$

$$7. \text{ Apskaičiuojama } D_{krit.} = \sqrt{\frac{-\ln\left(\frac{\alpha}{2}\right)}{2n}} - \frac{1}{6n}. \quad (22)$$

8. Jei $D \geq D_{krit.}$, tai hipotezė atmetama – duomenys nėra pasiskirstę pagal tolydųjį dėsnį, priešingu atveju hipotezė priimama.
9. Kompiuterinėse duomenų analizės sistemose skaičiuojamas mažiausias reikšmingumo lygmuo su kuriuo turimiems duomenims gali būti atmesta teisinga hipotezė. Šis reikšmingumo lygmuo vadinamas p reikšme. Jei $p < \alpha$, tai hipotezė atmetama, priešingu atveju hipotezė priimama.

A-D kriterijus yra K-S kriterijaus modifikacija, tačiau yra jautresnis nei K-S ir taikomas tuo atveju, kai duotas skirstinys priklauso normaliojo, log-normaliojo, eksponentinio, Veibulo, tolygiojo, Pareto ar logistinio skirstinio tipui. A-D kriterijaus statistika apibrėžiama:

$$A^2 = -N - S, \quad (23)$$

$$S = \sum_{i=1}^N \frac{(2i-1)}{N} (\log F(Y_i) + \log(1 - F(Y_{N+1-i}))). \quad (24)$$

Kritinė reikšmė priklauso nuo konkretaus tiriamo skirstinio. Hipotezė apie kintamojo skirstinį atmetama, jeigu statistikos A reikšmė didesnė negu kritinė reikšmė. Kompiuterinėse sistemose išvados apie nulinę hipotezę ar alternatyvą priimamos pagal kriterijau p reikšmę (Nist).

Statistinių bandymų metodo pagrindiniai privalumai yra šie:

- galima tirti išėjimo parametrų tikslumą, esant bet kokiems elementų parametrų skirstiniams;

- daugeliui modeliavimo Monte Karlo metodu procedūrų bet kokio apskaičiuoto parametro tikslumas bus proporcingas $\frac{1}{\sqrt{N}}$, čia N yra iteracijų skaičius.
- galima paskaičiuoti kiekybines išėjimo parametrų charakteristikas (vidutinę reikšmę, dispersiją), rasti skirstinį $w(y)$ arba tikimybę, kad išėjimo parametras bus duotose ribose;
- palyginus su natūrinių bandymų metodu, atsitiktinių bandymų metodas reikalauja mažai lėšų ir laiko išėjimo parametrų y tikslumo tyrimui atlikti.

Statistinių bandymų metodo trūkumas – sunku generuoti tarpusavyje priklausomų atsitiktinių dydžių reikšmes, t. y. sunku tyrinėti tikslumą, kai elementų parametrai yra priklausomi atsitiktiniai dydžiai (Vikipedija).

3.3 Optimizavimo metodai

Optimizavimo uždaviniai aktualūs įvairiose žmonių veiklos srityse. Kasdieninėje veikloje dažnai optimizuojama intuityviai, nesinaudojant jokia teorija. Tačiau svarbiais ir sudėtingais atvejais stengiamasi uždavinį suformuluoti tiksliai ir jį spręsti tam skirtais metodais. Tradiciškai optimizavimo uždavinių esant ribojimams sprendimo teorija ir metodai vadinami matematiniu programavimu. (Žilinskas A., 2005)

Optimizavimu vadinama paieška uždavinio formulavimu apibrėžtoje aibėje tokio elemento, kuriam kriterijaus reikšmė būtų minimali (arba maksimali). Dažnai nagrinėjamoji aibė yra n - matės Euklido erdvės poaibis. Tada galima kalbėti apie (parametrų) vektoriaus su minimalia kriterijaus reikšme paiešką. Parametrų vektoriaus $X \in R^n$ komponentės $x_i, i=1...n$ vadinamos uždavinio kintamaisiais, o kriterijų apibrėžianti funkcija $f(X)$ vadinama tikslo funkcija. Kintamieji turi patenkinti uždavinio formulavimą atitinkančias sąlygas. Kintamieji gali būti susieti lygybėmis ir nelygybėmis, išreikšančiomis gamtos dėsnius, turimus resursus, standartų reikalavimus ir pan. Erdvės R^n poaibis A , kuriame patenkinamos uždavinyje apibrėžtos sąlygos kintamiesiems, vadinamas leistinąja sritimi. Leistinoji sritis paprastai apibrėžiama lygybėmis ir nelygybėmis ribojimų funkcijų reikšmėms (Žilinskas A., 2005).

Optimizavimo uždavinius patogiau klasifikuoti pagal tikslo funkciją ir pagal ribojimų funkcijas. Pagal kintamųjų skaičių tikslo funkcija gali būti vieno, dviejų ar daugiau kintamųjų; pagal funkcijos kitimo pobūdį – tiesinė ir netiesinė (kvadratinė, iškilioji, neiškilioji); pagal diferencijuojamumą – diferencijuojama ir nediferencijuojama. Pagal ribojimo funkcijos pobūdį uždavinys gali būti be ribojimų, su paprastais ribojimais, su tiesiniais ribojimais, su iškilaisiais ribojimais, su

diferencijuojamais netiesiniais ribojimais, su nediferencijuojamais netiesiniais ribojimais (Šaltenis et al. 1986).

3.3.1 Tiesinis programavimas

Tiesiniu programavimu (TP) vadinamas optimizavimo uždavinių su tiesine tikslo funkcija ir tiesinėmis lygybėmis bei nelygybėmis apibrėžta leistinąja sritimi sprendimas. (Žilinskas A., 2005).

Bendru atveju matematinio programavimo uždavinys gali būti formuluojamas tokiu būdu:

$$\begin{aligned} \min f_0(x), \\ f_i(x) \leq 0, \quad i = \overline{1, m}, \\ x \in X \subset \mathbb{R}^n \end{aligned} \quad (25)$$

čia $f_0 : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$ yra tikslo funkcija; $f_i : \mathbb{R}^n \rightarrow \mathbb{R}$, $i = \overline{1, n}$ yra ribojimų funkcijos.

Jei matematinio programavimo uždavinys yra tiesinis, tikslo funkciją nusako vektorius c , o ribojimus – matrica A . Turime tiesinio programavimo uždavinį (Žilinskas K., 2007):

$$\begin{aligned} \min f(x) &= \sum_{j=1}^n c_j x_j, \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j - b_i &\leq 0, \quad i = \overline{1, m}. \\ x_j &\geq 0, \quad j = \overline{1, n} \end{aligned} \quad (26)$$

3.3.2 Simplekso metodas

Nagrinėkime tiesinio programavimo kanoninį uždavinį:

$$\min \{ \langle c, x \rangle : x \in X \}, \quad X = \{ x \in \mathbb{R}^n : Ax = b, x \geq 0 \} \quad (27)$$

Simplekso metodo esmę sudaro nuoseklus aibės X kraštutinių taškų optimalumo tikrinimas. Kai tiriamasis taškas neoptimalus, kuria nors briauninio X (leistinosios aibės) briauna pereina į gretimą kraštutinį tašką, kuriame tikslo funkcijos reikšmė yra mažesnė. Aibę X apibrėžiančių tiesinių lygčių ir nelygybių skaičius yra baigtinis, todėl leistinoji aibė turi baigtinį kraštutinį taškų skaičių. Taigi simplekso algoritmas yra baigtinis (Apynis, 2005).

Simplekso metodo algoritmas:

1. Uždavinio perrašymas kanonine forma.

Kanoninis uždavinio užrašymas:

- Jeigu apribojimas $\leq$ - pridėdame papildomą kintamąjį, jeigu $\geq$ - atimame papildomą kintamąjį.

- Nelygybės keičiamos lygybėmis.
- Jeigu kintamasis x_j gali būti bet koks, tai jį galima pakeisti kintamųjų $x'_j \geq 0$, $x''_j \geq 0$ skirtumu $x_j = x'_j - x''_j$.
- 2. Duomenų surašymas į lentelę.
- 3. Vedančiojo stulpelio parinkimas: pasirenkamas kintamasis su didžiausiu neigiamu koeficientu.
- 4. Simpleksinių atvejų skaičiavimas: $\frac{Sprendinys}{vedantis\ skaič.}$.
- 5. Vedančios eilutės parinkimas: $Vedanti\ eilutė = \min \left\{ \frac{Sprendinys}{vedantis\ skaič.} \right\}$.
- 6. Naujo bazinio kintamojo įtraukimas į bazę ir senojo pašalinimas.
- 7. Naujos lentelės sudarymas:
 - perskaičiuojama vedanti eilutė;
 - perskaičiuojamos visos kitos eilutės;
 - vėl pasirenkamas vedantis stulpelis;
 - vėl skaičiuojami simpleksiniai atvejai;
 - vėl parenkama vedanti eilutė ir t. t.
- 8. Skaičiavimai atliekami tol, kol visi koeficientai prie tikslo funkcijos bus teigiami.

Simplekso metodo algoritmo realizaciją iliustruosime pavyzdžiu.

Uždavinys:

Kanoninė forma:

$$\begin{cases} 8x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 3x_4 \rightarrow \min \\ 3x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 0x_4 \leq 27 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 \leq 82 \\ 0x_1 + 1x_2 + 4x_3 + 7x_4 \leq 68 \\ 2x_1 + 1x_2 - 1x_3 + 1x_4 \leq 6 \\ x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0, \ x_3 \geq 0, \ x_4 \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} 8x_1 + 7x_2 + 9x_3 + 3x_4 + 0x_5 + 0x_6 + 0x_7 + 0x_8 \rightarrow \min \\ 3x_1 + 1x_2 + 2x_3 + 0x_4 + x_5 = 27 \\ 2x_1 + 3x_2 + 5x_3 + 4x_4 + x_6 = 82 \\ 0x_1 + 1x_2 + 4x_3 + 7x_4 + x_7 = 68 \\ 2x_1 + 1x_2 - 1x_3 + 1x_4 + x_8 = 6 \\ x_1 \geq 0, \ x_2 \geq 0, \ x_3 \geq 0, \ x_4 \geq 0, \ x_5 \geq 0, \ x_6 \geq 0, \ x_7 \geq 0, \ x_8 \geq 0. \end{cases}$$

1. Iteracija:

1	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Sprend.	Simp.a.
z	-8	-7	-9	-3	0	0	0	0	0	
x_5	3	1	2	0	1	0	0	0	27	27/2
x_6	2	3	5	4	0	1	0	0	82	82/5
x_7	0	1	4	7	0	0	1	0	68	68/4
x_8	2	1	-1	1	0	0	0	1	6	-6

2. Iteracija:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Sprend.	Simp.a.
z	11/2	-5/2	0	-3	9/2	0	0	0	243/2	
x_3	3/2	1/2	1	0	1/2	0	0	0	27/2	0
x_6	-11/2	1/2	0	4	-5/2	1	0	0	29/2	29/8
x_7	-6	-1	0	7	-2	0	1	0	14	2
x_8	7/2	3/2	0	1	1/2	0	0	1	39/2	39/2

3. Iteracija:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Sprend.	Simp.a.
z	41/14	-41/14	0	0	51/14	0	3/7	0	255/2	
x_3	3/2	1/2	1	0	1/2	0	0	0	27/2	27
x_6	-29/14	15/14	0	0	-19/14	1	-4/7	0	13/2	91/15
x_4	-6/7	-1/7	0	1	-2/7	0	1/7	0	2	-14
x_8	61/14	23/14	0	0	11/14	0	-1/7	1	35/2	245/23

4. Iteracija:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Sprend.	Simp.a.
z	-41/15	0	0	0	-1/15	41/15	-17/15	0	2179/15	
x_3	37/15	0	1	0	17/15	-7/15	4/15	0	157/15	157/37
x_2	-29/15	1	0	0	-19/15	14/15	-8/15	0	91/15	-91/29
x_4	-17/15	0	0	1	-17/15	2/15	1/15	0	43/15	-43/17
x_8	113/15	0	0	0	43/15	-23/15	11/15	1	113/15	1

5. Iteracija:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Sprend.	Simp.a.
z	0	0	0	0	110/113	246/113	-98/113	41/113	148	
x_3	0	0	1	0	22/113	4/113	3/113	-37/113	8	904/3
x_2	0	1	0	0	-60/113	61/113	-39/113	20/113	8	-904/39
x_4	0	0	0	1	-4/113	-11/113	20/113	17/113	4	113/5
x_1	1	0	0	0	43/113	-23/113	11/113	15/113	1	113/11

6. Iteracija:

	x_1	x_2	x_3	x_4	x_5	x_6	x_7	x_8	Sprend.
z	98/11	0	0	0	48/11	4/11	0	17/11	1726/11
x_3	-3/11	0	1	0	1/11	1/11	0	-4/11	85/11
x_2	39/11	1	0	0	9/11	-2/11	0	8/11	27/11
x_4	-20/11	0	0	1	-8/11	3/11	0	-1/11	24/11
x_7	113/11	0	0	0	43/11	-23/11	1	15/11	113/11

Optimalūs sprendiniai yra: $x_1 = 0$, $x_2 = \frac{27}{11}$, $x_3 = \frac{85}{11}$, $x_4 = \frac{24}{11}$.

Tikslo funkcijos reikšmė: $z = \frac{1726}{11}$.

3.4 Optimalus draudimo matematinis modelis

Antrajame skyriuje nagrinėjome visas sudarytas draudimo sutartis ir tyrėme jų išlikimą. Šiame skyriuje duomenys modeliuojami ir optimalios draudimo įmokos skaičiuojamos tik neišlikusioms sutartims, kadangi tik šios sutartys gali būti nuostolingos. Iš visų 2007 m. sudariusių sutartis užregistruoti 142 įvykiai, o 2008 m. – 173 įvykiai.

3.4.1 Matematinio modelio sudarymas

Matematinio modelio sudarymo etapai:

1. Įvedami kintamieji.
2. Užrašomi apribojimai kintamiesiems.
3. Užrašoma tikslo funkcija ir nurodoma minimali ar maksimali jos reikšmė yra ieškoma.
4. Užrašomas uždavinio matematinis modelis.

Pirmas žingsnis modelio sudaryme yra kintamųjų apibrėžimas. Kadangi mūsų tikslas yra nustatyti optimalias draudimo įmokas tai natūralu į modelį įtraukti piniginius srautus, t. y. draudimo sumas, išmokas ir įmokas (nežinomuosius). Matematiniam modelyje taip pat atsispindi išlikimo analizės metodais gauti rezultatai – rizikingiausi požymiai – draudžiamo objekto buvimo vieta ir objekto tipas. Kiekvienas apdraustasis pasirenka rizikos variantus, t.y. įvykius, kuriems įvykus bus išmokamos kompensacijos už patirtus nuostolius (jie aprašyti pirmajame skyriuje), kuriuos taip pat įtraukiame į modelį.

Antrajame etape nustatomi apribojimai. Draudimo įmokos susietos tam tikrais ryšiais su draudimo sumomis, t.y. nustatomos minimalios ir maksimalios įmokų reikšmės atsižvelgiant į

draudimo sumą. Kiekvienas požymis apribojamas tam tikra maksimalia įmokų suma, kuri negali būti viršijama.

Trečiajame etape sudarome tikslo funkciją. Mūsų tikslas yra atsižvelgiant į tam tikrus požymius nustatyti maksimalią įmoką, kuri gaunama bazinę įmoką padauginus iš tam tikro koeficiento. Nustačius maksimalias įmokas pelnas (įmokos minus išmokos) bus didžiausias.

Kai visi kintamieji, apribojimai ir tikslo funkcija apsibrėžti galime užrašyti matematinį modelį. Remiantis tiesinio programavimo uždaviniu užrašomas matematinis draudimo modelis:

$$\begin{aligned} \max F(x) &= \sum_{j=1}^n c_j x_j, \\ \sum_{j=1}^n a_{ij} x_j &\leq b_i, \quad i = \overline{1, m} \\ x_{j, \min} &\leq x_j \leq x_{j, \max}, \quad j = \overline{1, n} \end{aligned} \quad (28)$$

čia:

x_j – bazinė (mėnesinė) įmoka j-tajai sutarčiai;

c_j – koeficientai bazinėms įmokoms x_j . $c_j = (1 + \theta_j)$, kur θ_j yra j-tosios sutarties miestų ir objektų neišlikimo tikimybė, apskaičiuota išlikimo analizės metodais, t.y. saugumo priemokos dydis;

b_i – i-tajai rizikai skirta įmokų suma;

a_{ij} – matricos A elementai, kurie nurodo j-tosios sutarties išlikimo tikimybę i-tajai rizikai:

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} & \dots & a_{1n} \\ a_{21} & a_{22} & \dots & a_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ a_{m1} & a_{m2} & \dots & a_{mn} \end{bmatrix};$$

$x_{j, \min}$ – mažiausia įmoka j-tajai sutarčiai:

$$x_{j, \min} = \begin{cases} z_{j, \text{maža}} \times 0,05\% \\ z_{j, \text{vidutinė}} \times 0,04\%; \\ z_{j, \text{didelė}} \times 0,04\% \end{cases}$$

$x_{j, \max}$ – didžiausia įmoka j-tajai sutarčiai:

$$x_{j, \max} = \begin{cases} z_{j, \text{maža}} \times 0,5\% \\ z_{j, \text{vidutinė}} \times 0,2\%; \\ z_{j, \text{didelė}} \times 0,1\% \end{cases}$$

z_j – j-tosios sutarties draudimo suma, kuri gali būti priskirta vienai iš trijų grupių: maža, vidutinė arba didelė (šių grupių režiai aprašyti antrame skyriuje).

Pažymėkime $G(y) = \sum_{j=1}^n y_j$ visas išmokas, išmokėtas įvykus draudžiamajam įvykiui per metus.

Tada draudimo įmonės pelnas metų pabaigoje:

$$\text{PELNAS} = \text{ĮMOKOS} - \text{IŠMOKOS} = 12F - G, \quad (29)$$

čia mėnesines įmokas dauginame iš 12 mėn., kad gautume per metus sumokėtas įmokas.

Išsprendę šį tiesinio programavimo uždavinį gauname maksimalias įmokas: 2007 m. sudarytoms sutartims įmokų suma (tuo pačiu ir pelnas) pakilo nuo 42573 LTL iki 45514 LTL, o 2008 m. sudariusiems sutartis nuo 46465 LTL iki 48458 LTL. Skaičiavimo rezultatai pateikti 5 priede.

3.4.2 Modeliavimas Monte Karlo metodu

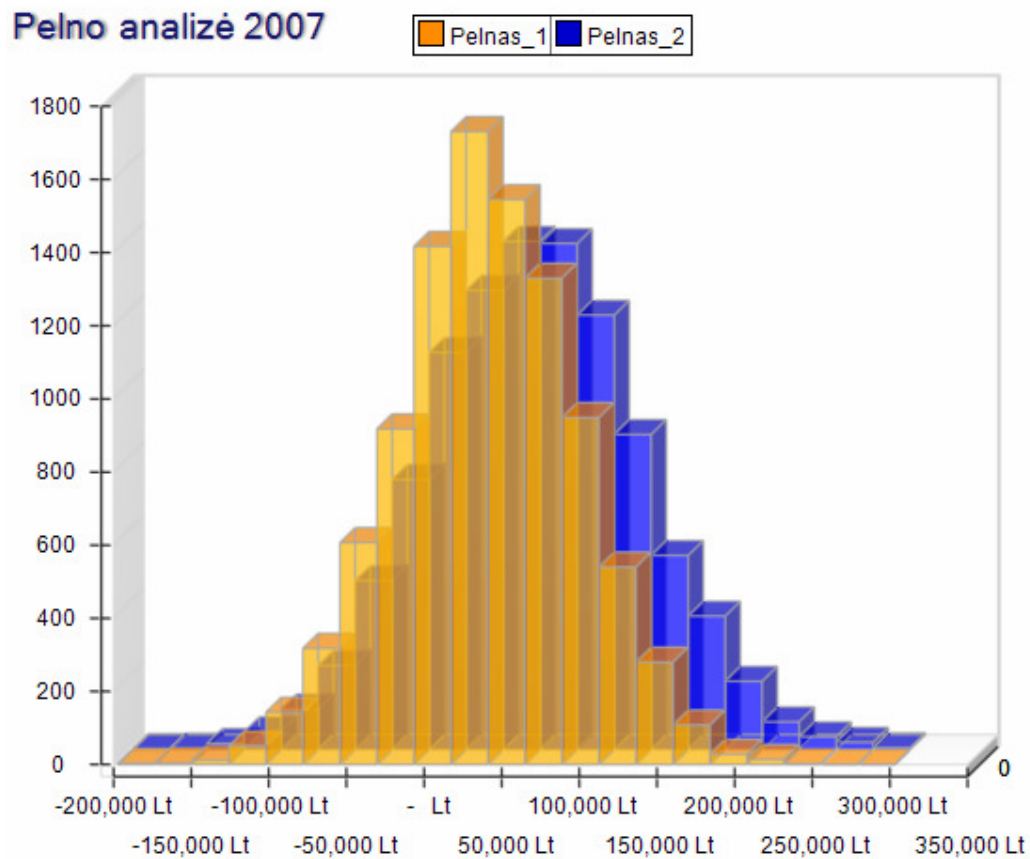
Atliekant duomenų modeliavimą Monte Karlo metodu modelio kintamieji traktuojami kaip atsitiktiniai dydžiai, pasiskirstę pagal tam tikrus pasiskirstymo dėsnius. Remiantis turimais duomenimis nustatysime draudimo sumos, įmokos, išmokos, rizikų variantų, objekto buvimo vietos ir objekto tipo paskirstymo dėsnius ir pamodeliuosime įvairias situacijas.

Objekto buvimo vieta, objekto tipas ir rizikos variantas traktuojami kaip atsitiktiniai dydžiai pasiskirstę pagal diskretųjį dėsnį su parametrais v (atsitiktiniai dydžiai) ir p (svoriai). Draudimo sumos, išmokos ir įmokos skirstiniai nustatomi atlikus χ^2 , K-S, ir A-D testus. Laikysime, kad draudimo suma ir išmoka pasiskirsčiusios pagal eksponentinį dėsnį su parametru β (vidurkis). Nagrinėsime dvejopas draudimo įmokas: draudimo nustatytas ir optimaliai apskaičiuotas. Draudimo įmokų skirstiniai: 2007 m. sudariusiems sutartis tiek draudimo nustatyta įmoka, tiek optimaliai apskaičiuota, laikoma pasiskirsčiusi pagal Veibulo (*Weibull*) dėsnį, su parametrais α (f-jos statistinis parametras, nusakantis skirstinio didžiausios tikimybės taško padėtį) ir β (f-jos statistinis parametras, nusakantis imties sklaidą apie vidurkį: kuo didesnė jo vertė, tuo mažesnė sklaida); 2008 m. sudariusiems sutartis draudimo nustatyta įmoka laikoma pasiskirsčiusia pagal Gumbelio (*Gumbel*) skirstinį su parametrais m (moda) ir s (f-jos statistinis parametras, nusakantis imties sklaidą apie vidurkį: kuo didesnė jo vertė, tuo mažesnė sklaida), o optimaliai apskaičiuota įmoka laikoma pasiskirsčiusia pagal Gama (*Gamma*) dėsnį su parametrais α ir β . Pasiskirstymo funkcijų grafikai, sutartims sudarytoms 2007 - 2008 m., pateikti 6 priede.

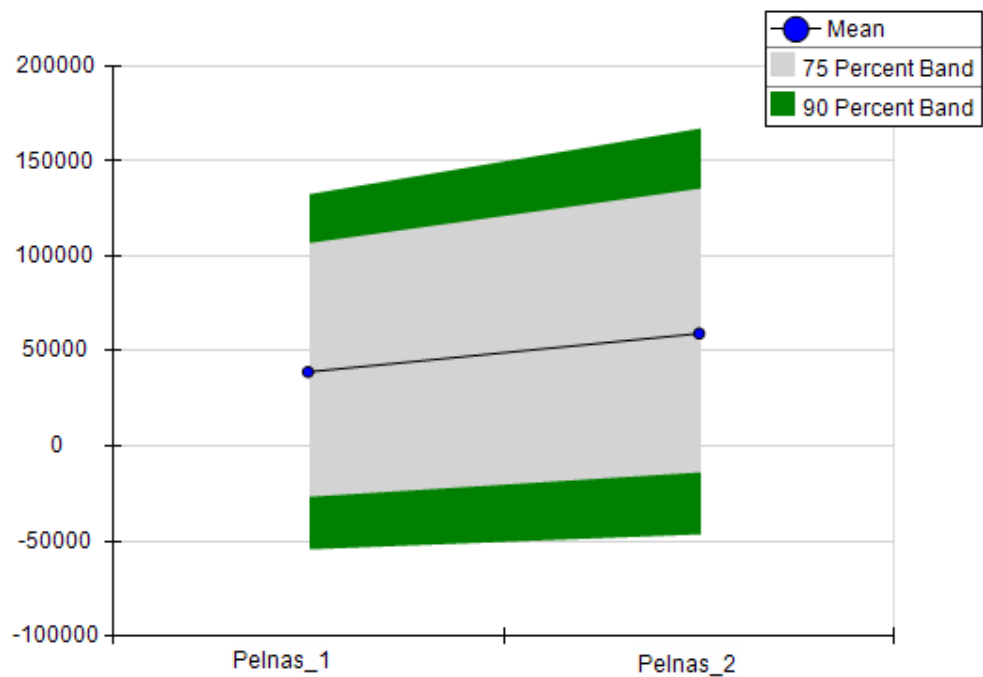
Kai skirstiniai apibrėžti, galima modeliuoti įvairias situacijas. Modeliavimą atliksime naudodami 10 000 iteracijų. Tuomet gautų rezultatų tikslumas bus artimas 0,01.

Pirmiausia modeliuosime 2007 m. duomenis. Patyrinėkime, kokią įtaką pelnui turi nustatytos optimalios įmokos. Sugeneruokime 142 kintamuosius. 16 paveiksle *Pelnas_1* apibūdina pelną,

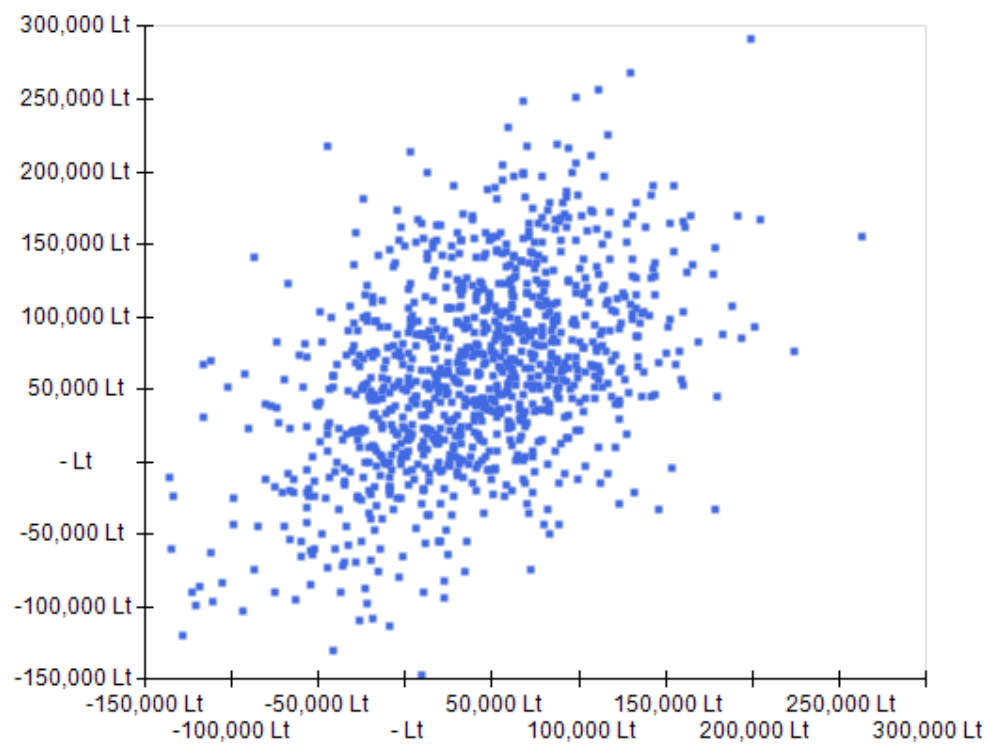
gautą iš draudimo nustatytų įmokų, o *Pelnas_2* – optimaliai apskaičiuotų įmokų. Kaip matome optimalios įmokos sumažina nuostolių tikimybę ir padidina didesnio pelno tikimybę. Maksimalų pelną, nuostolius bei labiausiai tikėtiną pelną iliustruoja 17 paveiksle pavaizduoti procentiliai. 18-19 paveiksluose atitinkamai pavaizduota *Pelnas_1* ir *Pelnas_2* bandymų sklaida.



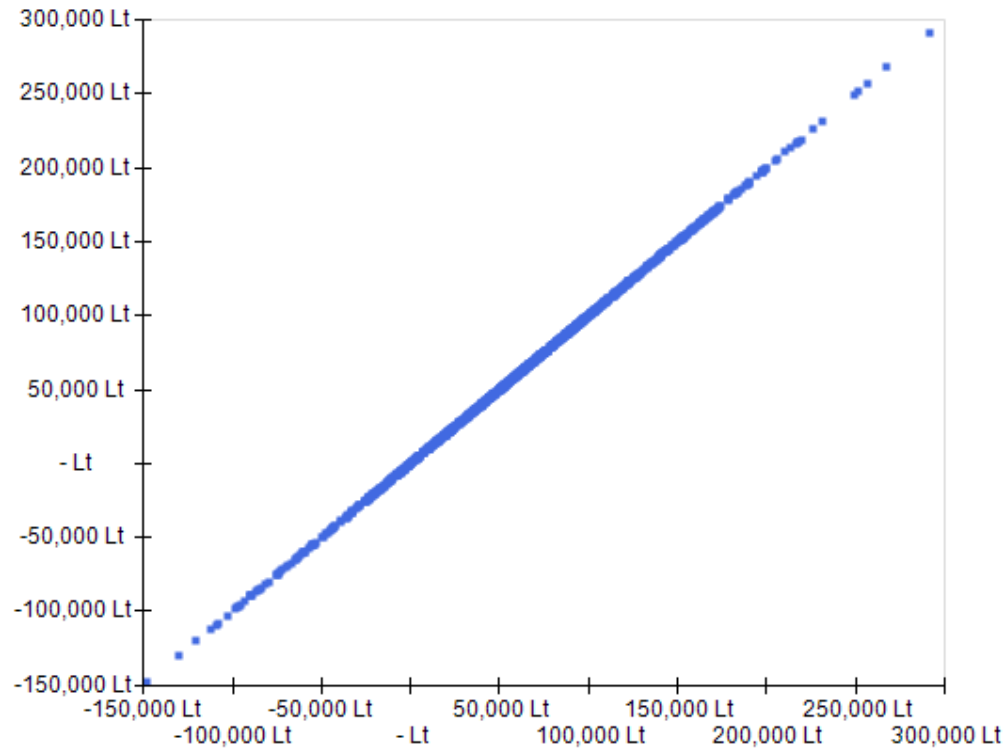
16 pav. Apdraustųjų 2007 m. pelno analizė



17 pav. Apdraustųjų 2007 m. procentiliai



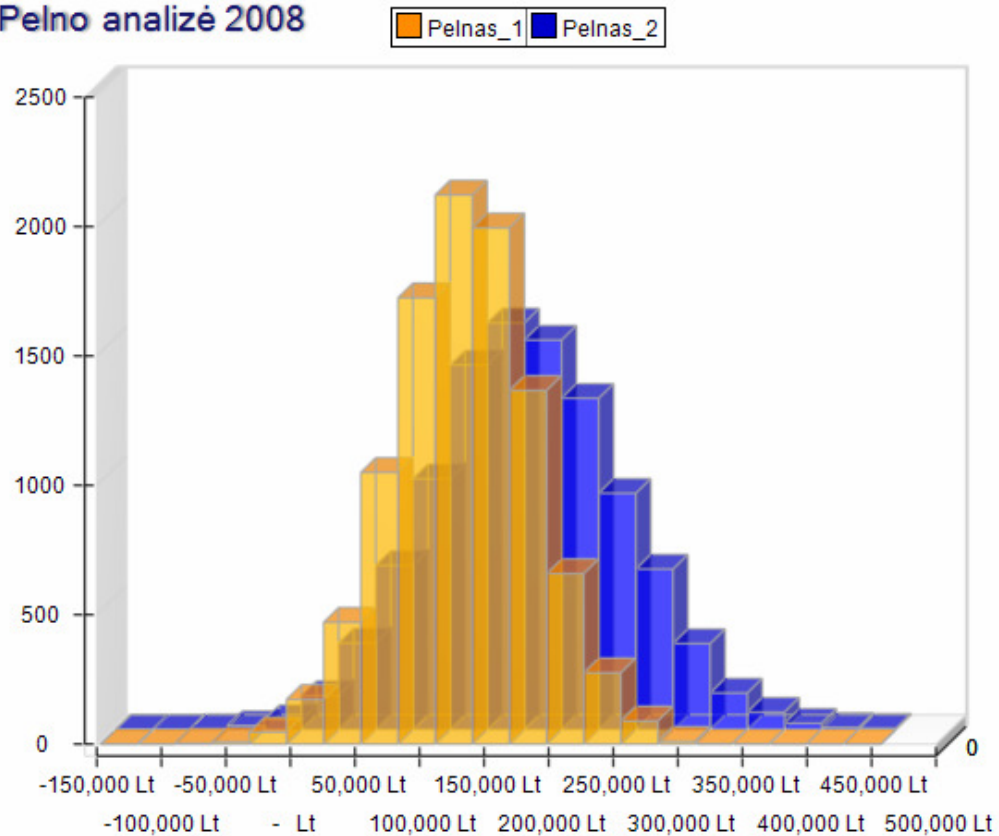
18 pav. Apdraustųjų 2007 m. Pelnas_1 sklaida



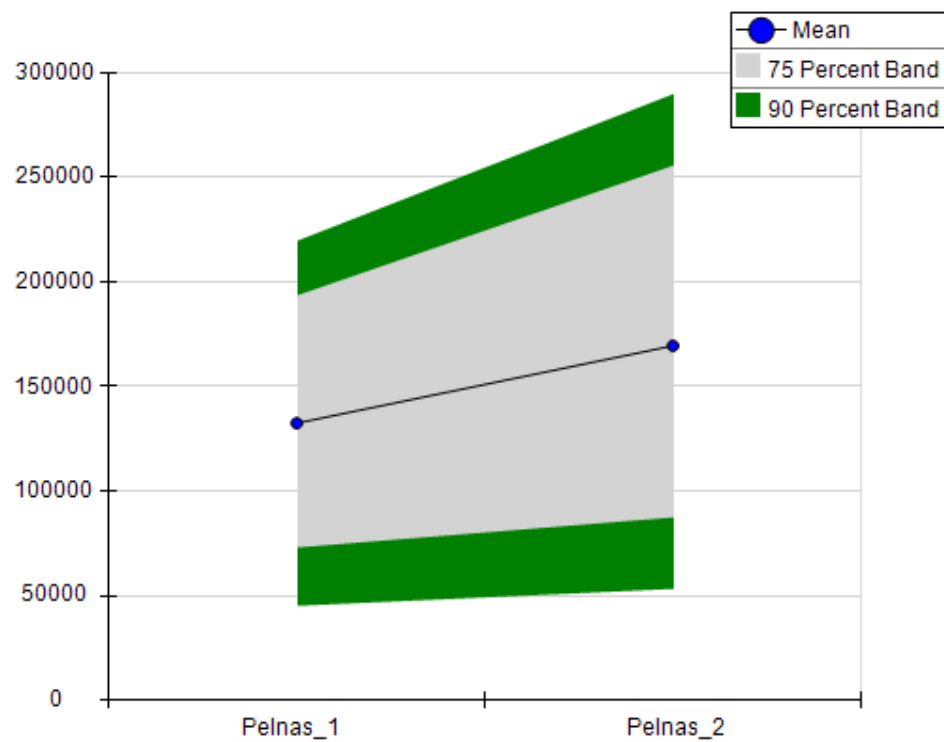
19 pav. Apdraustųjų 2007 m. Pelnas_2 sklaida

Dabar analogišką modeliavimą atliksime su 2008 m. duomenimis. Susigeneruojame 173 kintamuosius. 20 paveiksle *Pelnas_1* apibūdina pelną, gautą iš draudimo nustatytų įmokų, o *Pelnas_2* – optimaliai apskaičiuotų įmokų. Čia pastebime, kad nuostolių neturėsime. Tai iliustruoja 21 paveiksle pavaizduoti procentiliai. 22-23 paveiksluose atitinkamai pavaizduota *Pelnas_1* ir *Pelnas_2* bandymų sklaida.

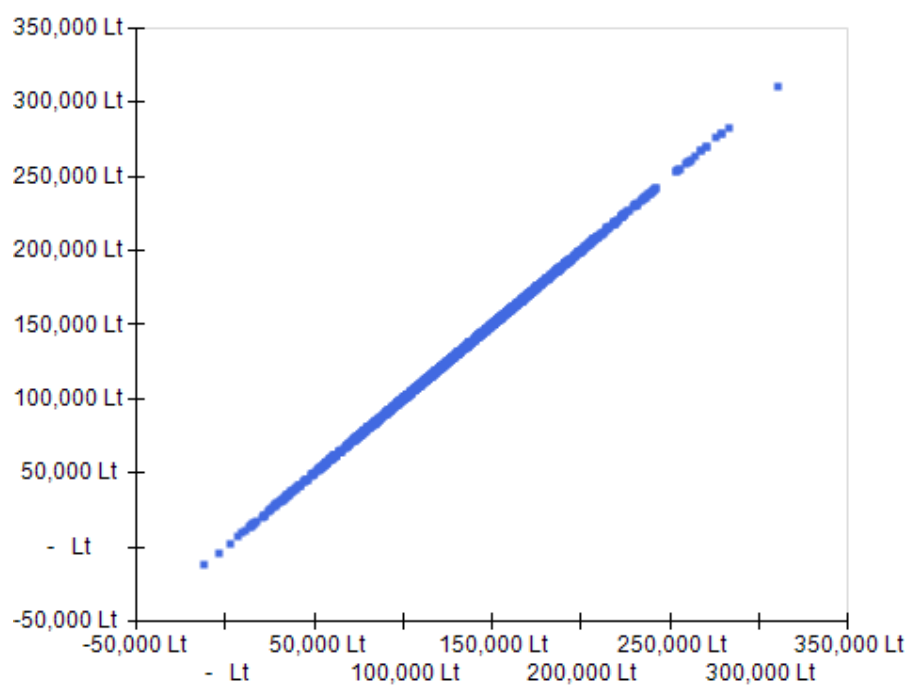
Pelno analizė 2008



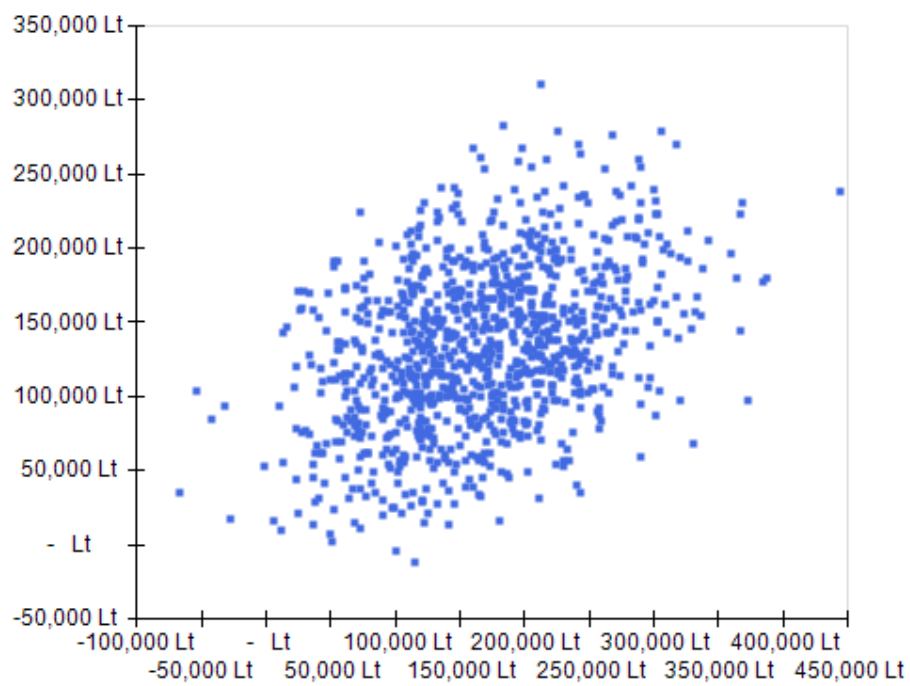
20 pav. Apdraustųjų 2008 m. pelno analizė



21 pav. Apdraustųjų 2008 m. procentiliai



22 pav. Apdraustųjų 2008 m. Pelnas_1 sklaida



23 pav. Apdraustųjų 2008 m. Pelnas_2 sklaida

REZULTATAI IR IŠVADOS

1. Rizikos funkcijų dėsningumas, nagrinėjant draudimo sutartis, sudarytas 2007 ir 2008 m., nepastebėtas.
2. Išlikimo funkcijos grupėse, sudarytose pagal objekto buvimo vietą, objekto tipą, konstrukciją ir draudimo sumą, skiriasi.
3. Nustatyti rizikingiausi požymiai, lemiantys draudžiamąjo įvykio atsiradimą, ir įvertinti jų rizikos laipsniai:
 - objekto buvimo vieta.

Vilniaus miesto rizikos laipsnis vidutiniškai 2 kartus didesnis negu visų kitų miestų.

- objekto tipas.

Objekto patalpos rizikos laipsnis vidutiniškai 3 kartus didesnis negu visų kitų objektų.

- objekto draudimo suma.

2008 m. sudarytoms sutartims mažų draudimo sumų rizika yra 2 kartus mažesnė negu visų kitų.

2007 m. sudarytoms sutartims draudimo suma įtakos išlikimui neturi.

4. Sudarytas matematinis modelis, kuris leidžia atsižvelgiant į draudimo sumą, objekto buvimo vietą, objekto tipą ir rizikos variantą, nustatyti optimalias draudimo įmokas.
5. Atliktas imitacinis modeliavimas: kintamiesiems priskirti geriausiai juos apibūdinantys skirstiniai, modeliuojant situacijas nustatytas maksimalus pelnas, o sutartims, sudarytoms 2007 m., numatyti galimi nuostoliai.

LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. Apynis, A. 2005. *Optimizavimo metodai*. Vilniaus universiteto leidykla, Vilnius.
2. Čekanavičius, V.; Murauskas, G. 2000. *Statistika ir jos taikymai I*. Leidykla TEV, Vilnius.
3. Gyventojų turto draudimo taisyklės Nr. 0017, 2008 [žiūrėta 2009 m. sausio 10 d.]. Prieiga per internetą: www.if.lt
4. Leonavičienė, T. 2009. *Studijų proceso analizė išlikimo analizės metodais*. Pedagogika, 93, 98-110.
5. Šaltenis V.; Žilinskas A. 1986. *Techninių optimizavimo uždavinių sprendimas*. Vilnius.
6. Šutienė, K. 2008. *Modelling of Insurance Underwriting and Investment Activities for Decision Making*. Daktaro disertacija, Kaunas.
7. Vikipedija. *Monte Karlo metodas*. [žiūrėta 2010 m. gegužės 10 d.]. Prieiga per internetą: http://lt.wikipedia.org/wiki/Monte_Karlo_metodas
8. Žilinskas, A. 2005. *Matematinis programavimas*. VDU leidykla, Kaunas.
9. Žilinskas, K. 2007. *Stochastinio tiesinio programavimo Monte Karlo metodu tyrimas*. Daktaro disertacija.
10. Allison, Paul D. 1995. *Survival Analysis Using SAS: A Practical Guide*. Cary, NC: SAS Institute Inc.
11. Cox, D. R.; Oakes, D. 1984. *Analysis of Survival Data*. Chapman and Hall, London (in Russian).
12. Fischer, I. 2008. *Survival Analysis* [interaktyvus]. Lecture Notes [žiūrėta 2010 m. kovo 28 d.]. Prieiga per internetą: http://www.stat.wisc.edu/~ifischer/bmi511/Lecture_Notes/8_-_Survival_Analysis/
13. Fox, J. 2006. *Introduction to Survival Analysis* [interaktyvus]. Lecture Notes [žiūrėta 2010 m. kovo 28 d.]. Prieiga per internetą: <http://socserv.mcmaster.ca/jfox/Courses/soc761/survival-analysis.pdf>
14. Muthen, B.; Masyn, K. 2005. *Discrete-Time Survival Mixture Analysis*. Journal of Educational and Behavioral Statistics. 30(1), 27-58.
15. Nist: National Institute of Standards and Technology. *Anderson darling test*. Data plot Reference Manual Vol 1 [žiūrėta 2010 m. gegužės 10 d.]. Prieiga per internetą: <http://www.itl.nist.gov/div898/software/dataplot/refman1/auxillar/andedarl.htm>
16. Spivak, S.; Klimin, A.; Minullina, G. 2002. *Simulation of Risk processes with variable premium rate (Russia)*. 27 th International Congress of Actuaries.

PRIEDAI

1 Priedas.

MATEMATIKA

13-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“, įvykusios Vilniuje 2010 m. balandžio mėn. 9 d., medžiaga

IŠLIKIMO ANALIZĖS METODŲ TAIKYMAS DRAUDIMO SRITYJE

Kristina Jucikaitė

*Vilniaus Gedimino technikos universitetas
el. p. KJucikaite@gmail.com*

Anotacija. Draudimo kompanijų veiklos principas - prisiimti apdraustųjų rizikas. Tuo atveju, kai apdraustųjų rizikos yra skirtingos, tikslinga, atsižvelgiant į rizikos laipsnį, pritaikyti atitinkamas draudimo įmokas, todėl labai svarbu nustatyti ir įvertinti požymių, įtakančių draudiminio įvykio atsiradimą, svarbą. Taikydami išlikimo analizės metodus siekėme nustatyti, kokie požymiai (objekto buvimo vieta, objekto tipas, konstrukcija, draudimo suma) lemia draudiminio įvykio atsiradimą ir kas įtakoja išlikimą. Nustačius pagrindinius riziką lemiančius požymius buvo įvertinti objektų grupių rizikos laipsniai. Gauti rezultatai leidžia vertinti draudimo įmonės klientus, prognozuoti ir modeliuoti draudiminiuosius įvykius.

Reikšminiai žodžiai: Išlikimo analizė, rizika, požymiai, draudimas, draudiminiai įvykiai.

Įvadas

Būtų sunku rasti suaugusį žmogų, kuris bent kartą savo gyvenime nebūtų pasinaudojęs draudimo paslaugomis. Vairuodami automobilį draudžiamės privalomu civilinės atsakomybės draudimu, vykdami į kelionę – sveikatos draudimu, o norėdami apsaugoti savo turtą – būsto ir namų turto draudimu. Draudėjui rūpi kuo pigiau apsidrausti, o draudikui – įvertinti draudžiamąją rizikos laipsnį ir pritaikyti atitinkamą draudimo įmoką. Vienas iš būdų, leidžiantis vertinti klientus ir prognozuoti įvykius, yra išlikimo analizė (*survival analysis*).

Išlikimo analizė – statistinis metodas, leidžiantis analizuoti įvykius ir įvykių laiką. Ji plačiai naudojama tiek socialiniuose, tiek gamtos moksluose. Kadangi šis metodas taikomas skirtingose mokslo srityse, todėl turi keletą pavadinimų: įvykio istorijos analizė (*event history analysis*) – sociologijoje, patikimumo analizė (*reliability analysis*) – inžinerijoje, trukmės analizė (*duration analysis*) – ekonomikoje ir kitus. Tuo tarpu išlikimo analizė yra geriausiai žinomas ir plačiausiai naudojamas pavadinimas (Allison 1995).

Kitaip nei logistinė regresija, kuri tiria tik bendras įvykio tikimybes nepaisant įvykio kitimo laike, diskretaus laiko išlikimo analizė gali būti lengvai pritaikyta laike kintantiems kintamiesiems. Diskretaus laiko išlikimo analizės modelis leidžia lengvai atlikti, tiek nuoseklius, tiek nenuoseklius, intensyvumo funkcijos skaičiavimus kiekviename diskretaus laiko taške (Muthen et al. 2005).

Šiame darbe išlikimo analizės metodai buvo pritaikyti draudimo įmonės veiklos analizei. Tyrimui naudoti ne gyvybės draudimo, bet nekilnojamojo turto draudimo sutarčių duomenys. Remiantis išlikimo analizės metodais siekėme nustatyti rizikos funkcijų dėsningumus ir rizikingiausius draudiminio laikotarpio mėnesius bei iširti kokie požymiai įtakoja draudiminio įvykio atsiradimą ir nustatyti rizikos laipsnį. Gauti rezultatai padės draudimo kompanijai vertinti klientus ir prognozuoti įvykius.

Šio darbo tikslas - nustatyti ir įvertinti požymių, įtakančių draudiminio įvykio atsiradimą, svarbą.

Tyrimo objektas – vienos Lietuvos draudimo įmonės 2007-2008 m. pasirašytų sutarčių būsto ir namų turto draudimo duomenys: draudimo objektų, draudiminių įvykių ir draudėjų tipai ir požymiai.

Tyrimo metodai – taikytas išlikimo analizės modelis, skaičiavimai atlikti naudojantis SAS programa.

Išlikimo analizės metodai

Taikant išlikimo analizę stebimieji apibūdinami dviem dydžiais: būkle ir išlikimo trukme. Būklė gali įgyti dvi reikšmes: 1 – laiko momentu T stebimasis neišliko ir 0 – laiko momentu T apie stebimąjį turime nepilną informaciją. Atsitiktinis dydis T žymi išgyventą laiką (Leonavičienė 2009). Šiame darbe laikas bus matuojamas mėnesiais (laikoma, kad vienas mėnuo lygus 30 dienų). Visi stebėjimai išlikimo analizėje skirstomi į dvi grupes: pilnus (*completed*) ir nepilnus (*censored*).

Draudimo sutartis su draudiku paprastai sudaroma vieneriems metams. Jei stebėjimai pasibaigė (užregistruoti draudiminiai įvykiai), t. y. stebimieji „neišgyveno“ viso draudimo laikotarpio – tai stebėjimai vadinami pilnais. Jei stebėjimai teikia tik dalinę informaciją (išgyventas visas draudiminis laikotarpis be įvykių, nutraukta draudimo sutartis anksčiau laiko), t. y. stebimu laiko momentu stebimieji „išliko“, tačiau apie tolimesnę jų būklę mes informacijos neturime – tai tokie stebėjimai vadinami nepilnais.

Nepilni stebėjimai savo ruožtu skirstomi į kairinius stebėjimus (*left censoring*) ir dešininis stebėjimus (*right censoring*). Stebėjimas vadinamas dešiniu jei jo išlikimo trukmė netrumpesnė nei nustatytas laikas, t. y. jei jis išgyveno iki tam tikro laiko, o stebėjimas vadinamas kairiniu, jei jo išlikimo trukmė trumpesnė nei nustatytas laikas, t. y. jei jis neišgyveno iki tam tikro laiko (Allison 1995).

Išlikimo analizėje naudojamos trys svarbiausios funkcijos: išlikimo (*survival*) funkcija, intensyvumo (*hazard*) funkcija ir rizikos (*cumulative hazard*) funkcija.

Išlikimo funkcija parodo tikimybę, kad stebimasis išgyvens ilgesnį laiko tarpą negu t ir yra priešinga pasiskirstymo funkcijai:

$$S(t) = 1 - F(t) = P(T \geq t), \quad (1)$$

čia: $F(t)$ – pasiskirstymo funkcija; T – išgyventas laikas; t – tam tikras laikas (Allison 1995).

Intensyvumo funkcija parodo tikimybę neišlikti laiko momentu t , kai žinome, kad iki to laiko momento stebimasis išgyveno ir apibrėžiama lygybe:

$$h(t) = \frac{p(t)}{S(t)} = P(T = t | T \geq t), \quad (2)$$

čia $p(t)$ - tikimybių tankio funkcija (Allison 1995).

Diskrečiuoju atveju (Cox et al. 1984, Leonavičienė 2009):

$$h(t) = 1 - \frac{S(t+1)}{S(t)}, \quad (3)$$

Ryšys tarp intensyvumo ir išlikimo funkcijų diskrečiuoju atveju (Cox et al. 1984, Leonavičienė 2009):

$$S(t) = \sum_{i=0}^{t-1} (1 - h(i)), \quad (4)$$

Rizikos funkcija parodo stebimojo rizikos laipsnį tam tikru laiko momentu t ir apibrėžiama lygybe (Fox 2006):

$$H(t) = -\int_0^t h(x) dx = -\ln S(t), \quad (5)$$

Ryšys tarp išlikimo ir rizikos funkcijų diskrečiuoju atveju (Cox et al. 1984, Leonavičienė 2009):

$$H(t) = -\ln S(t) = -\sum_{i=0}^{t-1} \ln(1 - h(i)), \quad (6)$$

Išlikimo analizės metodą galima suskirstyti į tris pagrindinius etapus: išlikimo funkcijos apskaičiavimas ir įvertinimas, išlikimo funkcijų grupėse palyginimas, rizikos faktorių nustatymas.

Pirmajame etape naudojami du metodai: Kaplano Majerio (*Kaplan – Maier*) arba/ir išlikimo lentelės (*Life tables*). Greta šių metodų taip pat naudojame grafinius rezultatų atvaizdavimus. Naudojant pirmą metodą, nėra galimybės pasirinkti laiko intervalo, kuriame norime skaičiuoti t. y. rezultatai gaunami

kiekviename laiko t žingsnyje. Kadangi šiame darbe pasirinkome laiką matuoti mėnesiais (nes kitaip gaunami neinformatyvūs rezultatai), išlikimo funkcijoms apskaičiuoti ir įvertinti naudojamas metodus - išlikimo lentelės. Šio metodo principas – tyrimo laiką suskirstyti į uždarus intervalus (šiuo atveju tai 30 dienų) ir juose apskaičiuoti pagrindines išlikimo analizės funkcijas, kurios padėtų nustatyti tolimesnę tyrimo eigą.

Antrajame etape naudojami du testai: Vilkokso (Gehano) (*Wilcoxon (Gehan)*) ir logaritminis – ranginis (*Log – rank*). Abu testai skirti patikrinti nulinę hipotezę – kad išlikimo funkcijos dvejose grupėse yra vienodos, t.y. $S_1(t) = S_2(t)$ visiems t . Skaičiuojamas mažiausias reikšmingumo lygmuo su kuriuo turimiems duomenims gali būti atmesta teisinga hipotezė. Šis reikšmingumo lygmuo vadinamas p reikšme. Jei $p < \alpha$, tai hipotezė atmetama, priešingu atveju hipotezė priimama. α - pasirinktas reikšmingumo lygmuo (Fischer 2008).

Trečiajame etape rizikos faktorius nustatome analizuodami Kokso regresijos (*Cox regression*) modelius. Kokso modelio sudarymo eigoje naudojame šiuos testus: Valdo (*Wald*) testą – naudojamas modelio koeficientų reikšmių nustatymui, ir LML (*Log-minus log*) grafikas – naudojamas modelio tinkamumo nustatymui.

Kokso regresija - tai statistinis metodas, kuriuo siekiama atskleisti ne išlikimo funkcijas, o intensyvumo funkcijos priklausomybę nuo tam tikrų požymių. Kokso regresijos dėka galima vertinti rizikingiausius požymius ir nustatyti rizikos laipsnį (Leonavičienė 2009).

Kokso regresija nereikalauja, kad būtų pasirinktas tam tikras tikimybinis skirstinys, norint pavaizduoti išlikimo laiką. Dėl šios savybės Kokso regresija vadinama pusiau parametrine (*semiparametric*). Šio tipo regresija leidžia nagrinėti ir nuo laiko priklausančius požymius, taigi požymiai gali kisti viso stebėjimo metu (Allison 1995).

Intensyvumo funkcija modelyje priklauso nuo dviejų narių: pradinės intensyvumo funkcijos $h_0(t)$ ir nuo rizikos veiksnių $X = (X_1, X_2, X_3, \dots, X_m)$:

$$h(t) = h_0(t) e^{\beta_1 X_1 + \beta_2 X_2 + \beta_3 X_3 + \dots + \beta_m X_m}, \quad (7)$$

čia $\beta = (\beta_1, \beta_2, \beta_3, \dots, \beta_m)$ - nežinomi regresijos modelio koeficientai. Šie koeficientai nustatomi remiantis dalinio tikėtumo metodu (*partial likelihood*), nes dažniau skaičiuojamos tikimybės tik neišlikusiųjų, o ne visų stebimųjų. Kadangi intensyvumo funkcija yra netiesinė, tai modelio koeficientų reikšmės randamos iteraciniais metodais. Pradinė intensyvumo funkcija – tai intensyvumo funkcija, kai visų kintamųjų reikšmės yra lygios nuliui, t.y. $X = (0, 0, 0, \dots, 0)$ (Allison 1995).

Valdo testas - tai statistinis metodas, kuris skirtas patikrinti ar visi intensyvumo funkcijos koeficientai, Kokso proporcingųjų intensyvumų modelyje, yra lygūs nuliui, t.y. ar nagrinėjamas požymis neturi įtakos rizikos funkcijai. Kuo didesnė Valdo statistikos reikšmė, tuo reikšmingesnis nagrinėjamas požymis (Allison 1995).

LML grafikas – tai išlikimo funkcijų grafikas, kuris padeda nustatyti ar Kokso proporcingosios rizikos modelis yra tinkamas. Šiame grafike pateikiamos $\ln(-\ln S(t))$ reikšmės. Jeigu išlikimo kreivės nesusikerta, o geriausia kai jos yra lygiagrečios, ir atstumai tarp kreivių bet kuriuo laiko momentu yra pastovūs, tai proporcingosios rizikos modelis yra tinkamas (Allison 1995).

Išlikimo analizės metodų taikymo rezultatai

Nagrinėjami 8608 draudimo polisai (sutartys), kuriuose apdrausta 17420 objektų (įvykių). Pirmoji draudimo sutartis sudaryta 2007 m. gegužės 23 d., o paskutiniai – 2008 m. gruodžio 31 d. Kadangi draudimo polisai (sutartys) sudaryti tiek 2007, tiek 2008 m., išlikimo analizės metodas taikomas atskirai šioms dviem grupėms - 2007 m. apdraustiems 5918 objektų (įvykių) ir 2008 m. apdraustiems 11502 objektams (įvykiams).

Mus domina tikimybė, kad apdraustasis išgyvens visą draudimo laikotarpį be draudiminių įvykių, atsižvelgiant į tam tikrus požymius (objekto buvimo vieta, objekto tipas, konstrukcija, draudimo suma).

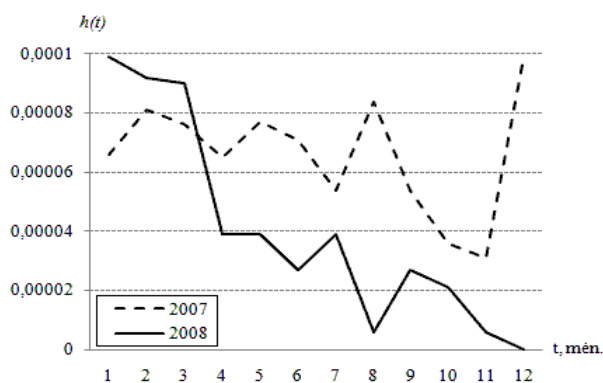
Objekto buvimo vietą nusako Lietuvos miestai ir rajonai. Kadangi nagrinėjami daugiau negu 150 skirtingi miestai ir rajonai, nuspręsta juos suskirstyti į dešimt Lietuvos apskričių: Vilniaus, Panevėžio, Kauno, Tauragės, Šiaulių, Alytaus, Klaipėdos, Utenos, Marijampolės ir Telšių. Objekto tipą apibūdina keturi faktoriai: pastatas, patalpa, namų turtas ir vertybės, civilinė atsakomybė. Konstrukciją nusako tokie trys faktoriai: karkasinis/rąstinis (medinis), medinis apmūrytas, mūrinis. Draudžiami objektai pagal draudimo sumą suskirstyti į tris grupes: maža draudimo suma 0-250.000 Lt, vidutinė draudimo suma – 250.000-500.000 Lt, didelė draudimo suma – daugiau nei 500.000 Lt.

Pirmojo etapo rezultatai. Sudarius išlikimo lenteles pagal draudimo polisų (sutarčių) sudarymo metus pastebime, kad 2007 m. sudariusiems sutartis didžiausia rizika yra antrame, aštuntame ir dvyliktame draudiminio laikotarpio mėnesyje, kai tuo tarpu 2008 m. sudariusiems sutartis didžiausia rizika yra pirmame, antrame ir trečiame mėnesyje (paryškintos intensyvumo funkcijų reikšmės 1 lentelėje).

1 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., išlikimo lentelė

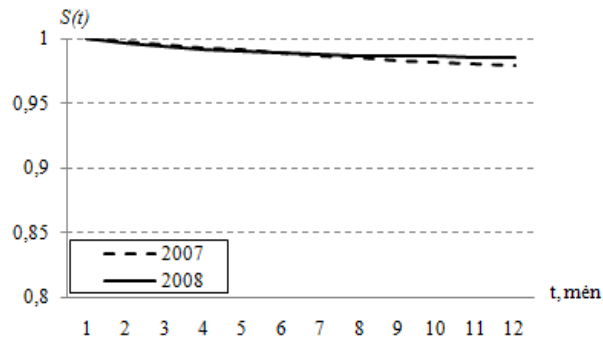
<i>Intervalai</i> <i>[pradžią, pabaiga)</i>		<i>Išlikimo</i> <i>funkcija 2007</i>	<i>Intensyvumo</i> <i>funkcija 2007</i>	<i>Išlikimo</i> <i>funkcija 2008</i>	<i>Intensyvumo</i> <i>funkcija 2008</i>
0	31	1,0000	0,000066	1,0000	0,000099
31	61	0,9980	0,000081	0,9969	0,000092
61	91	0,9955	0,000076	0,9942	0,000090
91	121	0,9933	0,000065	0,9915	0,000039
121	151	0,9914	0,000077	0,9904	0,000039
151	181	0,9891	0,000071	0,9892	0,000027
181	211	0,9870	0,000054	0,9884	0,000039
211	241	0,9854	0,000084	0,9872	0,000006
241	271	0,9829	0,000054	0,9871	0,000027
271	301	0,9813	0,000036	0,9862	0,000021
301	331	0,9802	0,000031	0,9856	0,000006
331	361	0,9793	0,000099	0,9854	0,000000
361	.	0,9764	.	0,9854	.

Taigi, intensyvumo funkcijų dėsninumo, tarp sudariusių sutartis 2007 ir 2008 m., nepastebime (1 pav.).



1 pav. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., intensyvumo funkcijos

Išlikimo funkcijos, tiek sudariusiems sutartis 2007 tiek 2008 m., visais draudiminio laikotarpio mėnesiais artimos vienetui, o tai rodo didelę išlikimo tikimybę (2 pav.). 2007 m. buvo sudaryta 5918 sutarčių; jų tarpe neišlikusių – 135. Taigi, išlikimo procentas – 97,72 %. 2008 m. buvo sudaryta 11502 sutartys, o neišlikusių objektų – 164. Šiuo atveju išlikimo procentas – 98,57 %.



2 pav. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., išlikimo funkcijos

Analogiškos išlikimo lentelės ir išlikimo bei intensyvumo funkcijų grafikai buvo sudaryti atskirai kiekvienam požymiui: miestui, objektui, konstrukcijai ir draudimo sumai.

Antrojo etapo rezultatai. Atlikus Vilkokso (Gehano) ir logaritminį – ranginį testus keturiose grupėse, sudarytose pagal draudžiamo objekto buvimo vietą, objekto tipą, objekto konstrukciją ir objekto draudimo sumą, pastebime, kad bėgant laikui išlikimo funkcijos statistškai reikšmingai skiriasi visose grupėse tiek 2007 tiek 2008 m. (2 – 5 lentelės). Skirtumai matyti ir nubraižius LML grafikus (jie nepateikti, kadangi šiuo atveju yra nenaudingi) – grafikai kertasi ir nėra lygiagretūs.

2 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., išlikimo funkcijų palyginimas (miestai)

Testas	Statistikos	Laisvės	p	Testas	Statistikos	Laisvės	p
2007	reikšmė	laipsnių sk.	reikšmė	2008	reikšmė	laipsnių sk.	reikšmė
Log-Rank	44,395	10	<0,001	Log-Rank	51,3781	10	<0,001
Wilcoxon	44,080	10	<0,001	Wilcoxon	51,3105	10	<0,001

3 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., išlikimo funkcijų palyginimas (objektai)

Testas	Statistikos	Laisvės	p	Testas	Statistikos	Laisvės	p
2007	reikšmė	laipsnių sk.	reikšmė	2008	reikšmė	laipsnių sk.	reikšmė
Log-Rank	65,1151	3	<0,001	Log-Rank	50,717	3	<0,001
Wilcoxon	65,0999	3	<0,001	Wilcoxon	50,894	3	<0,001

4 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., išlikimo funkcijų palyginimas (konstrukcijos)

Testas	Statistikos	Laisvės	p	Testas	Statistikos	Laisvės	p
2007	reikšmė	laipsnių sk.	reikšmė	2008	reikšmė	laipsnių sk.	reikšmė
Log-Rank	33,9016	3	<0,001	Log-Rank	29,5480	3	<0,001
Wilcoxon	33,7203	3	<0,001	Wilcoxon	29,5764	3	<0,001

5 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007-2008 m., išlikimo funkcijų palyginimas (draudimo sumos)

Testas	Statistikos	Laisvės	p	Testas	Statistikos	Laisvės	p
2007	reikšmė	laipsnių sk.	reikšmė	2008	reikšmė	laipsnių sk.	reikšmė
Log-Rank	8,3801	2	0,0151	Log-Rank	13,7768	2	0,001
Wilcoxon	8,2171	2	0,0164	Wilcoxon	13,8338	2	0,001

Kadangi visais atvejais $p < \alpha = 0,05$, tai išlikimo funkcijos tarp nagrinėjamų požymių grupių statistiškai reikšmingai skiriasi.

Trečiojo etapo rezultatai. Be testų, skirtų išlikimo funkcijų grupėse palyginimui, galima patikrinti ar nagrinėjama grupė yra susijusi su išlikimo laiku, t. y. įvertinti ar ji turi įtakos išlikimo laikui. Tam tikslui skaičiuojama statistikos reikšmė kiekvienai grupei, ignoruojant kitas likusias. Šis testas yra naudingas, nes jį atlikus galima „atmesti“ netinkamas grupes, t. y. tokias, kurios neturi įtakos išlikimo laikui. Atlikus šiuos testus (pateikti tik Vilkoksono, nes kaip matėme jie skiriasi nežymiai), 2007 m. sudariusiems sutartis, pastebime, kad požymių grupės konstrukcija ir draudimo suma, neturi įtakos išlikimo laikui ($p = 0,2008 > 0,05$ ir $p = 0,4405 > 0,05$) kai tuo tarpu didžiausią įtaką turi draudžiamojo objekto buvimo vieta ($p < 0,001 < 0,05$) ir objekto tipas ($p = 0,0223 < 0,05$) (6 lentelė).

6 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007m., požymių efekto tyrimas

Požymis	Laisvės laipsnių sk.	Statistikos reikšmė	p reikšmė
MIESTAS	1	34,2391	<0,0001
OBJEKTAS	2	5,2254	0,0223
KONSTRUKCIJA	3	1,6367	0,2008
DRAUD_SUMA	4	0,595	0,4405

2008 m. sudarytoms sutartims pastebime, kad požymių grupė konstrukcija, neturi įtakos išlikimo laikui ($p = 0,1787 > 0,05$), o didžiausią įtaką turi draudžiamojo objekto buvimo vieta ($p < 0,001 < 0,05$), draudimo suma ($p = 0,0045 < 0,05$) ir objekto tipas ($p = 0,0071 < 0,05$) (7 lentelė).

7 lentelė. Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008m., požymių efekto tyrimas

Požymis	Laisvės laipsnių sk.	Statistikos reikšmė	p reikšmė
MIESTAS	1	38,1185	<0,0001
DRAUD_SUMA	2	8,0822	0,0045
OBJEKTAS	3	7,2562	0,0071
KONSTRUKCIJA	4	1,8087	0,1787

Kai jau esame nustatę rizikingiausius požymius, galime įvertinti ir rizikos laipsnį, t. y., kaip ir kuriais laiko tarpais labiausiai rizikos funkciją įtakoja nustatyti rizikingiausi požymiai. Tai galima nustatyti sudarius Kokso proporcingosios rizikos modelius.

Kadangi prieš tai atlikę Vilkoksono (Gehano) ir logaritminį – ranginį testus bei nubraižę LML grafikus nustatėme, kad išlikimo funkcijos apsibrėžtose grupėse statistiškai reikšmingai skiriasi, atsižvelgę į stebimų ir neišlikusiųjų skaičių sudarome naujas grupes.

Sutartims, pasirašytoms 2007 m., buvo sudarytos dvi naujos grupės: draudžiamo objekto buvimo vieta apibūdinama dviem faktoriais – Viniaus miestu ir kitais miestais (Panevėžys, Kaunas ir t.t.), o objekto tipą apibūdina tokie du faktoriai: patalpa ir kiti tipai (pastatas, namų turtas ir vertybės, civilinė atsakomybė).

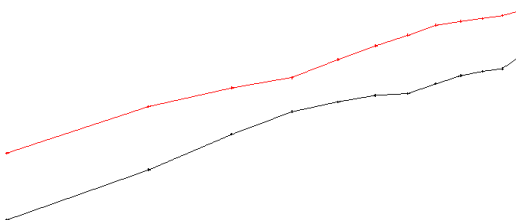
2008 m. pasirašytoms draudimo sutartims buvo sudarytos trys naujos grupės: draudžiamo objekto buvimo vieta apibūdinama dviem faktoriais – Viniaus miestu ir kitais miestais (Panevėžys, Kaunas ir t.t.), objekto tipą apibūdina du faktoriai: patalpa ir kiti tipai (pastatas, namų turtas ir vertybės, civilinė atsakomybė), o objekto draudimo sumą apibūdina tokie faktoriai: maža draudimo suma 0-250.000 Lt ir kitos draudimo sumos (vidutinė draudimo suma – 250.000-500.000 Lt ir didelė draudimo suma – daugiau nei 500.000 Lt).

Pirmiausia pagal 2007 m. sudarytų sutarčių duomenis ištirsime kaip išlikimą įtakoja draudžiamo objekto buvimo vieta (8 lentelė). 8 lentelėje nustatomi modelio koeficientai ir pateikiama Valdo statistikos reikšmė. Lentelėje esanti reikšmė e^b rodo, kad kitų miestų rizika yra 2 kartus mažesnė negu Vilniaus.

8 lentelė. Apdraustųjų 2007 m. modelio testas 1

Požymis	β	Valdo statistika	p reikšmė	e^β
MIESTAS2				
Vilnius – 1	0,759	18,8783	<0,001	2,136
Kiti – 0				

Nubraižius LML grafiką (3 pav.) išitikiname proporcingosios rizikos modelio tinkamumu: išlikimo kreivės nesusikerta ir atstumai tarp kreivių bet kuriuo laiko momentu yra pastovūs. Tai proporcingosios rizikos modelis yra tinkamas.

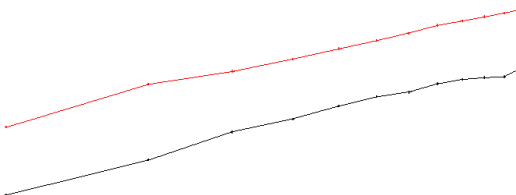


3 pav. Apdraustųjų 2007 m. LML grafikas modelio testui 1

Analogiškai gauname, kad 2007 m. sudarytoms sutartims patalpų rizikos laipsnis yra 3,3 karto didesnis negu kitų objektų (9 lentelė).

9 lentelė. Apdraustųjų 2007 m. modelio testas 2

Požymis	β	Valdo statistika	p reikšmė	e^β
OBJEKTAS2				
Patalpa – 1	1,18671	47,0784	<0,001	3,276
Kiti – 0				

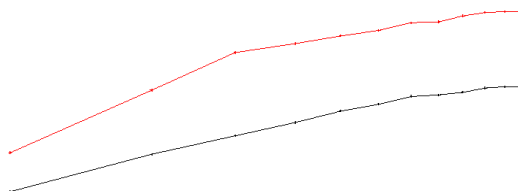


4 pav. Apdraustųjų 2007 m. LML grafikas modelio testui 2

Dabar proporcingosios rizikos Kokso modelį pritaikysime sutartims, sudarytoms 2008 m.. Šiuo atveju Vilniaus miesto rizikos laipsnis yra 2,5 karto didesnis negu kitų miestų (10 lentelė), o patalpų - 2,5 karto didesnis negu kitų objektų (11 lentelė).

10 lentelė. Apdraustųjų 2008 m. modelio testas 1

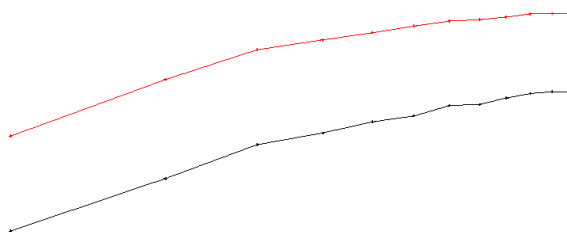
<i>Požymis</i>	β	<i>Valdo statistika</i>	<i>p reikšmė</i>	e^β
MIESTAS2				
Vilnius – 1	0,93308	33,5735	<0,001	2,542
Kiti – 0				



5 pav. Apdraustųjų 2008 m. LML grafikas modelio testui 1

11 lentelė. Apdraustųjų 2008 m. modelio testas 2

<i>Požymis</i>	β	<i>Valdo statistika</i>	<i>p reikšmė</i>	e^β
OBJEKTAS2				
Patalpa – 1	0,92436	32,9481	<0,001	2,5
Kiti – 0				

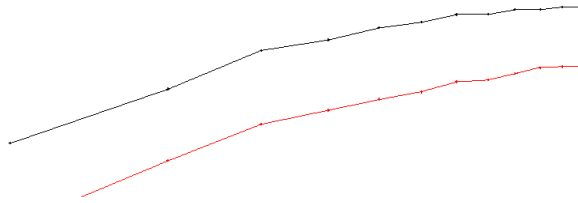


6 pav. Apdraustųjų 2008 m. LML grafikas modelio testui 2

12 lentelėje matome, kad mažų draudimo sumų rizika yra 2 kartus mažesnė negu visų kitų.

12 lentelė. Apdraustųjų 2008 m. modelio testas 3

<i>Požymis</i>	β	<i>Valdo statistika</i>	<i>p reikšmė</i>	e^β
DRAUD_SUMA2				
Maža – 1	-0,61169	11,8705	0,0006	0,542
Kitos – 0				



7 pav. Apdraustųjų 2008 m. LML grafikas modelio testui 3

Išvados

1. Išlikimo funkcijos grupėse, sudarytose pagal *objekto buvimo vietą, objekto tipą, konstrukciją ir draudimo sumą*, skiriasi.

2. Nustatyti rizikingiausi požymiai, įtakoję draudiminio įvykio atsiradimą, ir įvertinti jų rizikos laipsniai:

- ✓ *objekto buvimo vieta;*
Vilniaus miesto rizikos laipsnis vidutiniškai 2 kartus didesnis negu visų kitų miestų.
- ✓ *objekto tipas;*
Objekto *patalpa* rizikos laipsnis vidutiniškai 3 kartus didesnis negu visų kitų objektų.
- ✓ *objekto draudimo suma ;*

2008 m. sudarytoms sutartims *mažų draudimo sumų* rizika yra 2 kartus mažesnė negu visų kitų. 2007 m. sudarytoms sutartims draudimo suma įtakos išlikimui neturi.

Literatūra

- Allison, Paul D. 1995. *Survival Analysis Using SAS: A Practical Guide*. Cary, NC: SAS Institute Inc.
- Cox, D. R.; Oakes, D. 1984. *Analysis of Survival Data*. Chapman and Hall, London (in Russian).
- Fischer, I. 2008. *Survival Analysis* [interaktyvus]. Lecture Notes [žiūrėta 2010 m. kovo 28 d.]. Prieiga per internetą: <http://www.stat.wisc.edu/~ifischer/bmi511/Lecture_Notes/8_-_Survival_Analysis/>.
- Fox, J. 2006. *Introduction to Survival Analysis* [interaktyvus]. Lecture Notes [žiūrėta 2010 m. kovo 28 d.]. Prieiga per internetą: <<http://socserv.mcmaster.ca/jfox/Courses/soc761/survival-analysis.pdf>>
- Leonavičienė, T. 2009. *Studijų proceso analizė išlikimo analizės metodais*. Pedagogika, 93, 98-110.
- Muthen, B.; Masyn, K. 2005. Discrete-Time Survival Mixture Analysis. *Journal of Educational and Behavioral Statistics*. 30(1), 27-58.

SURVIVAL ANALYSIS IN INSURANCE

K. Jucikaitė

Summary

Principle of insurance companies is to take risk of insured. If risks of insured are different it is advisable to adjust insurance premium considering into risk rate so it is very important to estimate and evaluate factors from which depends if insured will fail. Purpose is to estimate which factors (object location, object type, structure and insurance premium) have main impact on failing and what factors influence on surviving using survival analysis. After estimating the most risky factors it is required to measure risk rate which helps to estimate customers and forecast occurrence.

Keywords: survival analysis, risk, factors, insurance, occur.

Abstracts of MMA2010, May 26 - 29, 2010, Druskininkai, Lithuania

© VGTU, 2010

SURVIVAL ANALYSIS METHODS IN INSURANCE: ANALYSIS AND MODELLING

TERESE LEONAVICIENE, KRISTINA JUCIKAITE

Vilnius Gediminas Technical University

Sauletekio av. 11, Vilnius, Lithuania

E-mail: terese.brazauskaite@gmail.com, KJucikaite@gmail.com

In this paper, non-life insurance invoked rarely encountered in the field of survival analysis model. Survival analysis model described in [2], [3], [4], [5] was adapted to the insurance company analysis. Analysis was created using SAS program [1].

The housing and household property insurance contract details: the object of insurance, the events of policyholders types and characteristics signed an insurance company in Lithuania for 2007 - 2008 were investigated using the Survival analysis methods. 8608 insurance policies (contracts), which covered 17420 objects (events) were selected for the research. Survival analysis methods were applied to this data. It allows us to assess the moments of the greatest risk and distinguish its decisive factors. The main factors are: the location of the object (10 Lithuanian counties), object type (building, room, house and property values, civil liability), the object structure (frame / log (wood), wooden/stone, stone), and of course the insurance amount (small amount of insurance is less than 250000 Lt, the average amount of insurance - 250000 - 500000 Lt and big - over 500000 Lt).

During the process of the research life tables were created, the hazard and the risk functions calculated, the survival function evaluations were calculated using Kaplan - Meier method. Then the statistical hypotheses were formulated and checked and risk decisive factors were determined.

The object location and object type has the greatest influence the survival of objects. Objects in the city of Vilnius have 2 – 2.5 times higher level of risk in relation to objects in other areas of Lithuania. Rooms have 2.5 - 3 times more risk than the other objects. Survival functions in the groups distinguished according to the Lithuanian counties are significantly different. Survival functions also depends on the object type and amount of insurance.

We presume that survival analysis results would allow the insurance company to organize the work in more efficient way, to foresee the motion of capital. These results also were used for modelling the events.

REFERENCES

- [1] Paul D. Allison. *Survival Analysis Using SAS: A Practical Guide*. Sas Publishing, 2004.
- [2] E. Bradley. Logistic Regression, Survival Analysis, and the Kaplan - Meier Curve. *Journal of the American Statistical Association*, 83 (402):414-425, 1988.
- [3] D. R. Cox, D. Oakes. *Analysis of Survival Data*. Chapman and Hall, London, 1984. (in Russian)
- [4] T. Leonaviciene. Analysis of the Study Process Using Survival Analysis Methods. *Pedagogika*, 93 :98-110, 2009. (in Lithuanian)
- [5] J. D. Singer, J. B. Willett. It's about time: Using Discrete Time Survival Analysis to Study the Duration and the Timing of Events. *The Journal of Educational Statistics*, 18 :115-195, 1993.

3 Priedas.

Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., išlikimo lentelė pagal miestus

Vilniaus apskritis: MIESTAS = 1

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	8	40	2359,0	1,0000	0,000110
31	61	9	21	2320,5	0,9966	0,000130
61	91	6	20	2291,0	0,9927	0,000087
91	121	4	14	2268,0	0,9901	0,000059
121	151	9	9	2252,5	0,9884	0,000133
151	181	9	9	2234,5	0,9844	0,000135
181	211	8	12	2215,0	0,9805	0,000121
211	241	9	9	2196,5	0,9769	0,000137
241	271	4	6	2180,0	0,9729	0,000061
271	301	3	10	2168,0	0,9712	0,000046
301	331	3	16	2152,0	0,9698	0,000047
331	361	6	7	2137,5	0,9685	0,000094
361	.	1	2127	1064,5	0,9657	.

Panevėžio apskritis: MIESTAS = 2

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	0	251,0	1,0000	0,000000
31	61	1	2	250,0	1,0000	0,000134
61	91	2	1	247,5	0,9960	0,000270
91	121	0	0	245,0	0,9880	0,000000
121	151	2	2	244,0	0,9880	0,000274
151	181	0	0	241,0	0,9799	0,000000
181	211	0	0	241,0	0,9799	0,000000
211	241	0	0	241,0	0,9799	0,000000
241	271	1	1	240,5	0,9799	0,000139
271	301	0	2	238,0	0,9758	0,000000
301	331	0	4	235,0	0,9758	0,000000
331	361	3	3	231,5	0,9758	0,000435
361	.	0	227	113,5	0,9631	.

Kauno apskritis: MIESTAS = 3

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	2	17	695,5	1,0000	0,000093
31	61	2	5	682,5	0,9971	0,000098
61	91	1	2	677,0	0,9942	0,000049
91	121	4	0	675,0	0,9927	0,000198
121	151	0	4	669,0	0,9869	0,000000

151	181	3	0	667,0	0,9869	0,000150
181	211	1	3	662,5	0,9824	0,000050
211	241	2	4	658,0	0,9809	0,000101
241	271	1	0	654,0	0,9779	0,000051
271	301	1	0	653,0	0,9765	0,000051
301	331	0	7	648,5	0,9750	0,000000
331	361	1	2	644,0	0,9750	0,000052
361	.	0	0	321,0	0,9734	.

Tauragės apskritis: MIESTAS = 4

Intervalai [pradžią, pabaigą)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	0	22	1	0
31	61	0	0	22	1	0
61	91	0	0	22	1	0
91	121	0	0	22	1	0
121	151	0	0	22	1	0
151	181	0	0	22	1	0
181	211	0	0	22	1	0
211	241	0	0	22	1	0
241	271	0	0	22	1	0
271	301	0	0	22	1	0
301	331	0	0	22	1	0
331	361	0	0	22	1	0
361	.	0	22	11	1	.

Šiaulių apskritis: MIESTAS = 5

Intervalai [pradžią, pabaigą)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	5	280,5	1,0000	0,000115
31	61	0	0	277,0	0,9964	0,000000
61	91	1	2	276,0	0,9964	0,000121
91	121	0	0	274,0	0,9928	0,000000
121	151	0	0	274,0	0,9928	0,000000
151	181	0	3	272,5	0,9928	0,000000
181	211	0	2	270,0	0,9928	0,000000
211	241	0	4	267,0	0,9928	0,000000
241	271	0	1	264,5	0,9928	0,000000
271	301	1	0	264,0	0,9928	0,000127
301	331	0	0	263,0	0,9891	0,000000
331	361	0	0	263,0	0,9891	0,000000
361	.	0	263	131,5	0,9891	.

Alytaus apskritis: MIESTAS = 6

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	0	161,0	1,0000	0,000000
31	61	0	3	159,5	1,0000	0,000000
61	91	1	0	158,0	1,0000	0,000212
91	121	0	2	156,0	0,9937	0,000000
121	151	0	0	155,0	0,9937	0,000000
151	181	0	0	155,0	0,9937	0,000000
181	211	0	2	154,0	0,9937	0,000000
211	241	1	0	153,0	0,9937	0,000219
241	271	0	2	151,0	0,9872	0,000000
271	301	0	1	149,5	0,9872	0,000000
301	331	0	0	149,0	0,9872	0,000000
331	361	1	4	147,0	0,9872	0,000228
361	.	0	144	72,0	0,9805	.

Klaipėdos apskritis: MIESTAS = 7

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	3	324,5	1,0000	0,000000
31	61	1	4	321,0	1,0000	0,000104
61	91	0	0	318,0	0,9969	0,000000
91	121	2	3	316,5	0,9969	0,000211
121	151	1	0	313,0	0,9906	0,000107
151	181	0	1	311,5	0,9874	0,000000
181	211	0	0	311,0	0,9874	0,000000
211	241	1	0	311,0	0,9874	0,000107
241	271	1	0	310,0	0,9842	0,000108
271	301	1	0	309,0	0,9811	0,000108
301	331	2	2	307,0	0,9779	0,000218
331	361	4	0	304,0	0,9715	0,000442
361	.	0	300	150,0	0,9587	.

Utenos apskritis: MIESTAS = 8

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	5	96,5	1,0000	0,000000
31	61	0	0	94,0	1,0000	0,000000
61	91	1	0	94,0	1,0000	0,000357
91	121	0	0	93,0	0,9894	0,000000
121	151	0	0	93,0	0,9894	0,000000
151	181	0	0	93,0	0,9894	0,000000
181	211	0	0	93,0	0,9894	0,000000
211	241	0	2	92,0	0,9894	0,000000
241	271	0	1	90,5	0,9894	0,000000

271	301	0	1	89,5	0,9894	0,000000
301	331	0	0	89,0	0,9894	0,000000
331	361	0	2	88,0	0,9894	0,000000
361	.	0	87	43,5	0,9894	.

Telšių apskritis: MIESTAS = 9

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	4	90,0	1,000	0,000000
31	61	0	0	88,0	1,000	0,000000
61	91	0	0	88,0	1,000	0,000000
91	121	0	0	88,0	1,000	0,000000
121	151	0	0	88,0	1,000	0,000000
151	181	0	0	88,0	1,000	0,000000
181	211	0	0	88,0	1,000	0,000000
211	241	0	1	87,5	1,000	0,000000
241	271	0	2	86,0	1,000	0,000000
271	301	0	0	85,0	1,000	0,000000
301	331	0	2	84,0	1,000	0,000000
331	361	1	0	83,0	1,000	0,000404
361	.	0	82	41,0	0,988	.

Marijampolės apskritis: MIESTAS = 10

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	7	131,5	1,0000	0,000000
31	61	1	1	127,5	1,0000	0,000262
61	91	0	2	125,0	0,9922	0,000000
91	121	0	0	124,0	0,9922	0,000000
121	151	0	0	124,0	0,9922	0,000000
151	181	0	0	124,0	0,9922	0,000000
181	211	0	0	124,0	0,9922	0,000000
211	241	0	0	124,0	0,9922	0,000000
241	271	0	0	124,0	0,9922	0,000000
271	301	0	0	124,0	0,9922	0,000000
301	331	0	3	122,5	0,9922	0,000000
331	361	0	0	121,0	0,9922	0,000000
361	.	0	121	60,5	0,9922	.

Nenurodyta apskritis: MIESTAS = 11

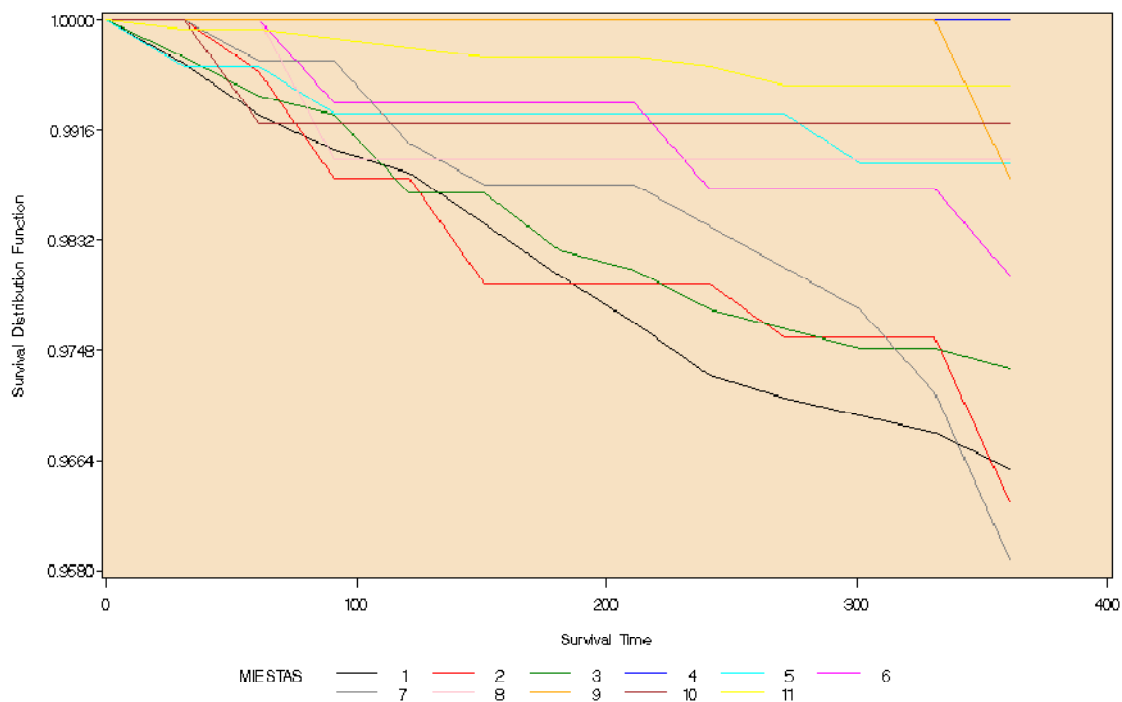
Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	18	1457,0	1,0000	0,00022
31	61	0	11	1441,5	0,9993	0,00000
61	91	1	8	1432,0	0,9993	0,00023

91	121	1	6	1424,0	0,9986	0,00023
121	151	1	2	1419,0	0,9979	0,00023
151	181	0	6	1414,0	0,9972	0,00000
181	211	0	9	1406,5	0,9972	0,00000
211	241	1	5	1399,5	0,9972	0,00024
241	271	2	8	1392,0	0,9965	0,00048
271	301	0	7	1382,5	0,9951	0,00000
301	331	0	10	1374,0	0,9951	0,00000
331	361	0	6	1366,0	0,9951	0,00000
361	.	0	1363	681,5	0,9951	.

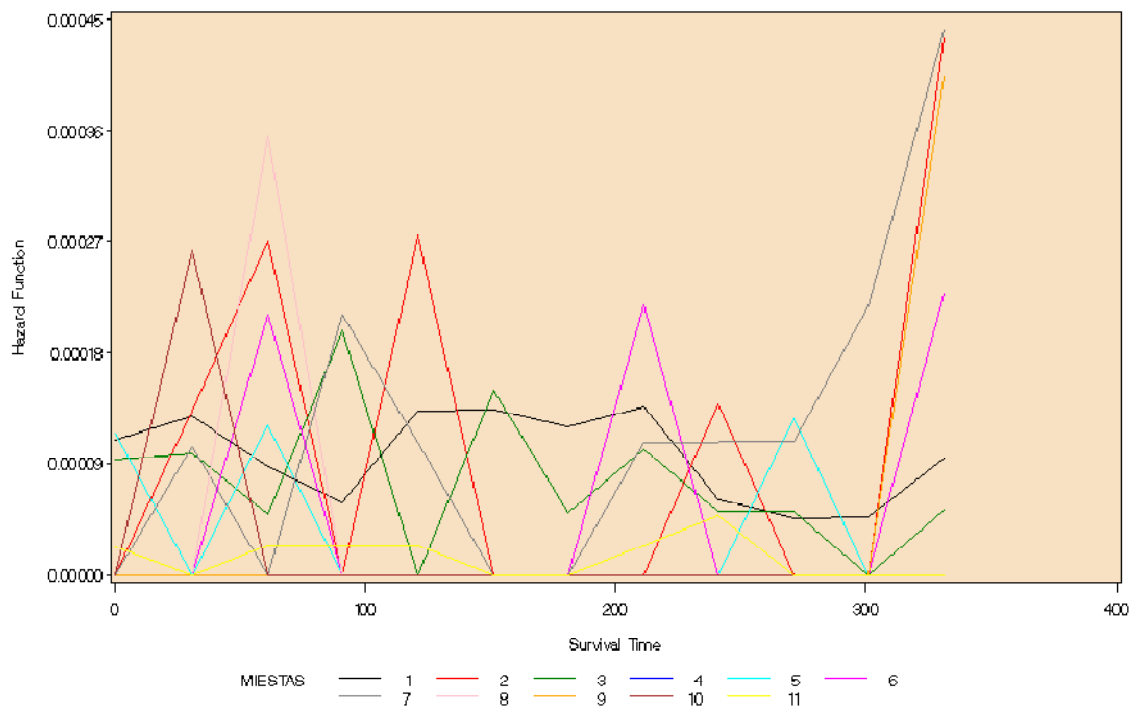
Suvestinė:

Miestas	Viso stebimųjų	Neišlikusių sk.	Išlikusių sk.	Išlikusiųjų %
1	2379	79	2300	96,68
2	251	9	242	96,41
3	704	18	686	97,44
4	22	0	22	100
5	283	3	280	98,94
6	161	3	158	98,14
7	326	13	313	96,01
8	99	1	98	98,99
9	92	1	91	98,91
10	135	1	134	99,26
11	1466	7	1459	99,52
Viso	5918	135	5783	97,72

Išlikimo funkcijų grafikai:



Intensyvumo funkcijų grafikai:



Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., išlikimo lentelė pagal objektus

Pastatas: OBJEKTAS = 1

Intervalai [pradžią, pabaigą)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	45	1188,5	1,0000	0,000027
31	61	2	10	1160,0	0,9992	0,000058
61	91	4	7	1149,5	0,9974	0,000116
91	121	3	7	1138,5	0,9940	0,000088
121	151	2	4	1130,0	0,9913	0,000059
151	181	3	1	1125,5	0,9896	0,000089
181	211	3	6	1119,0	0,9870	0,000089
211	241	3	11	1107,5	0,9843	0,000090
241	271	1	3	1097,5	0,9816	0,000030
271	301	2	4	1093,0	0,9807	0,000061
301	331	0	5	1086,5	0,9790	0,000000
331	361	3	9	1079,5	0,9790	0,000093
361	.	0	1072	536,0	0,9762	.

Patalpa: OBJEKTAS = 2

Intervalai [pradžią, pabaigą)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	6	14	1199,0	1,0000	0,000162
31	61	8	13	1179,5	0,9950	0,000227
61	91	4	8	1161,0	0,9882	0,000115

91	121	5	6	1150,0	0,9848	0,000145
121	151	5	7	1138,5	0,9806	0,000147
151	181	5	4	1128,0	0,9763	0,000148
181	211	5	4	1119,0	0,9719	0,000149
211	241	6	4	1110,0	0,9676	0,000181
241	271	4	2	1101,0	0,9624	0,000121
271	301	4	4	1094,0	0,9589	0,000122
301	331	4	8	1084,0	0,9554	0,000123
331	361	4	2	1075,0	0,9518	0,000124
361	.	1	1069	535,5	0,9483	.

Namų turtas, vertybės: OBJEKTAS = 3

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	4	23	2077,5	1,0000	0,000062
31	61	4	13	2055,5	0,9981	0,000065
61	91	5	13	2038,5	0,9961	0,000082
91	121	2	6	2024,0	0,9937	0,000033
121	151	5	4	2017,0	0,9927	0,000083
151	181	4	8	2006,0	0,9902	0,000067
181	211	1	9	1993,5	0,9883	0,000017
211	241	4	5	1985,5	0,9878	0,000067
241	271	2	11	1973,5	0,9858	0,000034
271	301	0	6	1963,0	0,9848	0,000000
301	331	1	21	1949,5	0,9848	0,000017
331	361	9	7	1934,5	0,9843	0,000155
361	.	0	1922	961,0	0,9797	.

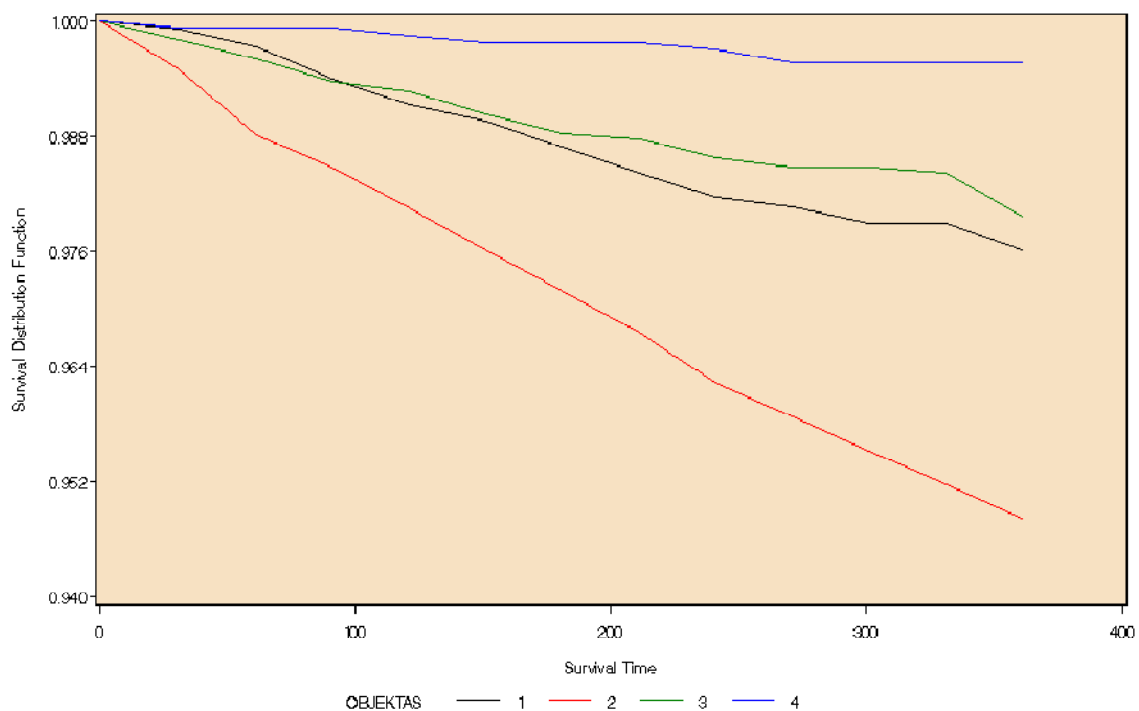
Civilinė atsakomybė: OBJEKTAS = 4

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	17	1403,5	1,0000	0,000023
31	61	0	11	1388,5	0,9993	0,000000
61	91	0	7	1379,5	0,9993	0,000000
91	121	1	6	1373,0	0,9993	0,000024
121	151	1	2	1368,0	0,9986	0,000024
151	181	0	6	1363,0	0,9978	0,000000
181	211	0	9	1355,5	0,9978	0,000000
211	241	1	5	1348,5	0,9978	0,000025
241	271	2	5	1342,5	0,9971	0,000050
271	301	0	7	1334,5	0,9956	0,000000
301	331	0	10	1326,0	0,9956	0,000000
331	361	0	6	1318,0	0,9956	0,000000
361	.	0	1315	657,5	0,9956	.

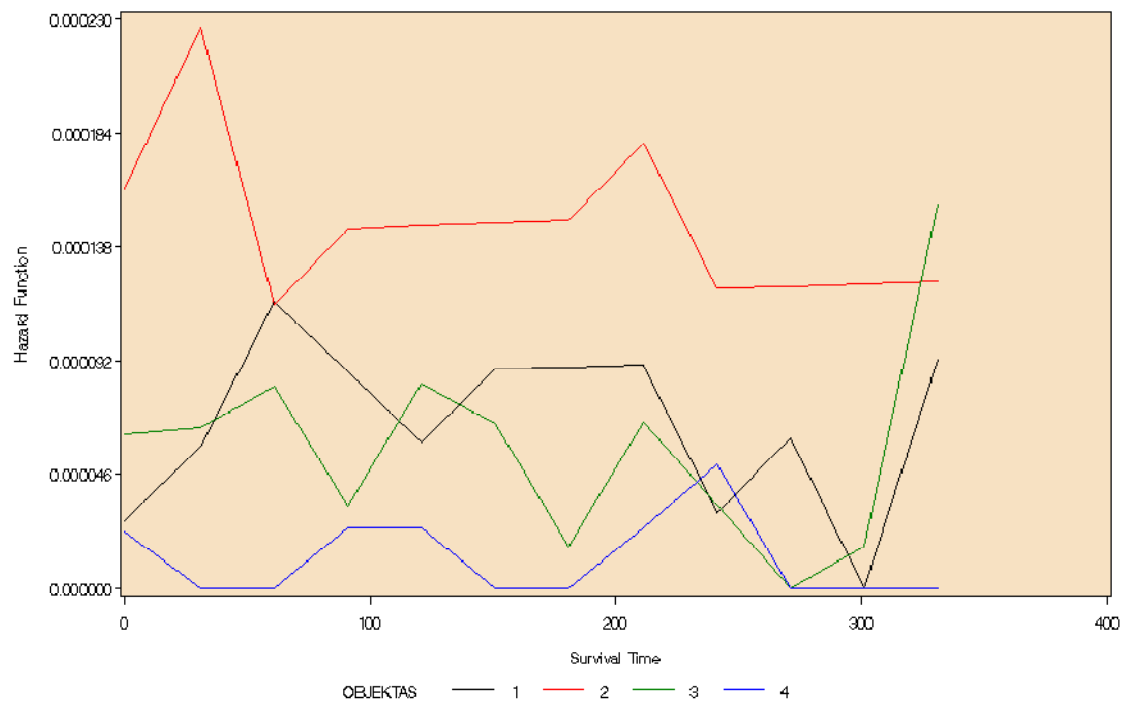
Suvestinė:

Objektas	Viso stebimųjų	Neišlikusių sk.	Išlikusių sk.	Išlikusiųjų %
1	1211	27	1184	97,77
2	1206	61	1145	94,94
3	2089	41	2084	98,04
4	1412	6	1406	99,58
Viso	5918	135	5783	97,72

Išlikimo funkcijų grafikai:



Intensyvumo funkcijų grafikai:



Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., išlikimo lentelė pagal konstrukciją

Karkasinis/rąstinis (medinis): KONSTRUKCIJA = 1

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	11	295,5	1,0000	0,000000
31	61	0	0	290,0	1,0000	0,000000
61	91	3	2	289,0	1,0000	0,000348
91	121	1	2	284,0	0,9896	0,000118
121	151	0	2	281,0	0,9861	0,000000
151	181	0	0	280,0	0,9861	0,000000
181	211	0	2	279,0	0,9861	0,000000
211	241	0	0	278,0	0,9861	0,000000
241	271	0	1	277,5	0,9861	0,000000
271	301	0	1	276,5	0,9861	0,000000
301	331	0	4	274,0	0,9861	0,000000
331	361	0	3	270,5	0,9861	0,000000
361	.	0	269	134,5	0,9861	.

Medinis apmūrytas: KONSTRUKCIJA = 2

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	1	62,5	1,0000	0,000000
31	61	0	1	61,5	1,0000	0,000000
61	91	0	1	60,5	1,0000	0,000000
91	121	0	2	59,0	1,0000	0,000000

121	151	0	1	57,5	1,0000	0,000000
151	181	0	0	57,0	1,0000	0,000000
181	211	0	0	57,0	1,0000	0,000000
211	241	0	0	57,0	1,0000	0,000000
241	271	0	0	57,0	1,0000	0,000000
271	301	0	0	57,0	1,0000	0,000000
301	331	0	0	57,0	1,0000	0,000000
331	361	1	1	56,5	1,0000	0,000595
361	.	0	55	27,5	0,9823	.

Mūrinis: KONSTRUKCIJA = 3

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	11	65	3847,5	1,0000	0,000092
31	61	14	31	3788,5	0,9971	0,000123
61	91	9	23	3747,5	0,9935	0,000080
91	121	8	13	3720,5	0,9911	0,000072
121	151	11	12	3700,0	0,9889	0,000099
151	181	11	11	3677,5	0,9860	0,000100
181	211	9	17	3652,5	0,9830	0,000082
211	241	13	18	3626,0	0,9806	0,000120
241	271	7	15	3596,5	0,9771	0,000065
271	301	6	12	3576,0	0,9752	0,000056
301	331	5	29	3549,5	0,9736	0,000047
331	361	15	13	3523,5	0,9722	0,000142
361	.	1	3501	1751,5	0,9681	.

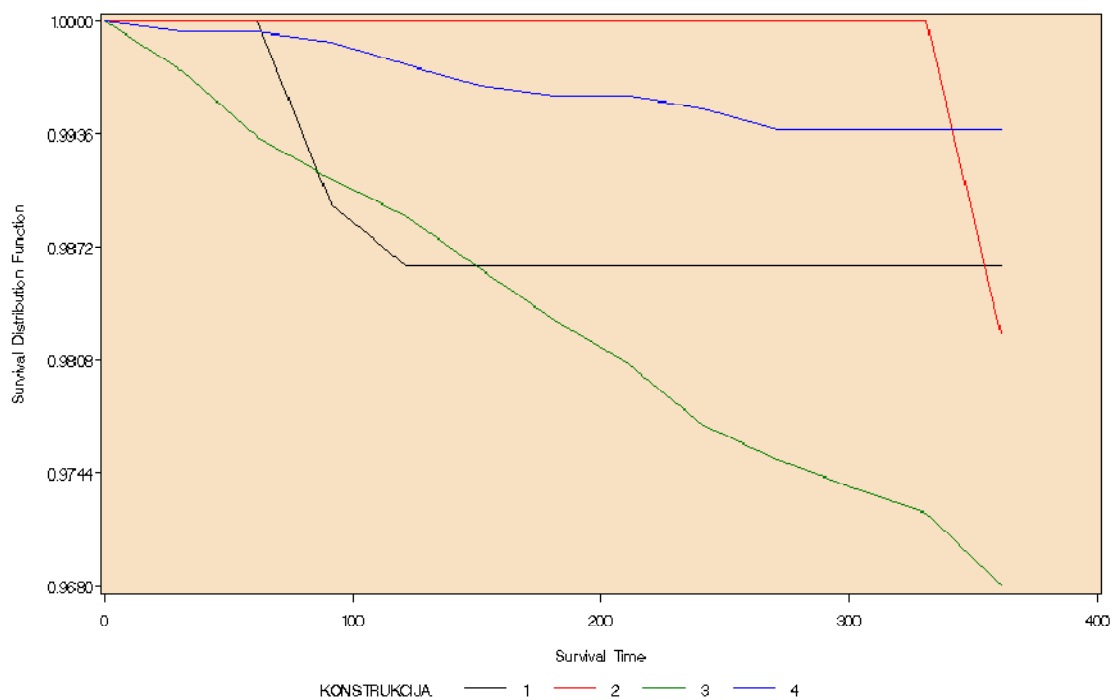
Nenurodyta: KONSTRUKCIJA = 4

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	22	1663,0	1,0000	0,000019
31	61	0	15	1634,5	0,9994	0,000000
61	91	1	9	1631,5	0,9994	0,000020
91	121	2	8	1622,0	0,9988	0,000041
121	151	2	2	1615,0	0,9976	0,000041
151	181	1	8	1608,0	0,9963	0,000021
181	211	0	9	1598,5	0,9957	0,000000
211	241	1	7	1590,5	0,9957	0,000021
241	271	2	5	1583,5	0,9951	0,000042
271	301	0	8	1575,0	0,9938	0,000000
301	331	0	11	1565,5	0,9938	0,000000
331	361	0	7	1556,5	0,9938	0,000000
361	.	0	1553	776,5	0,9938	.

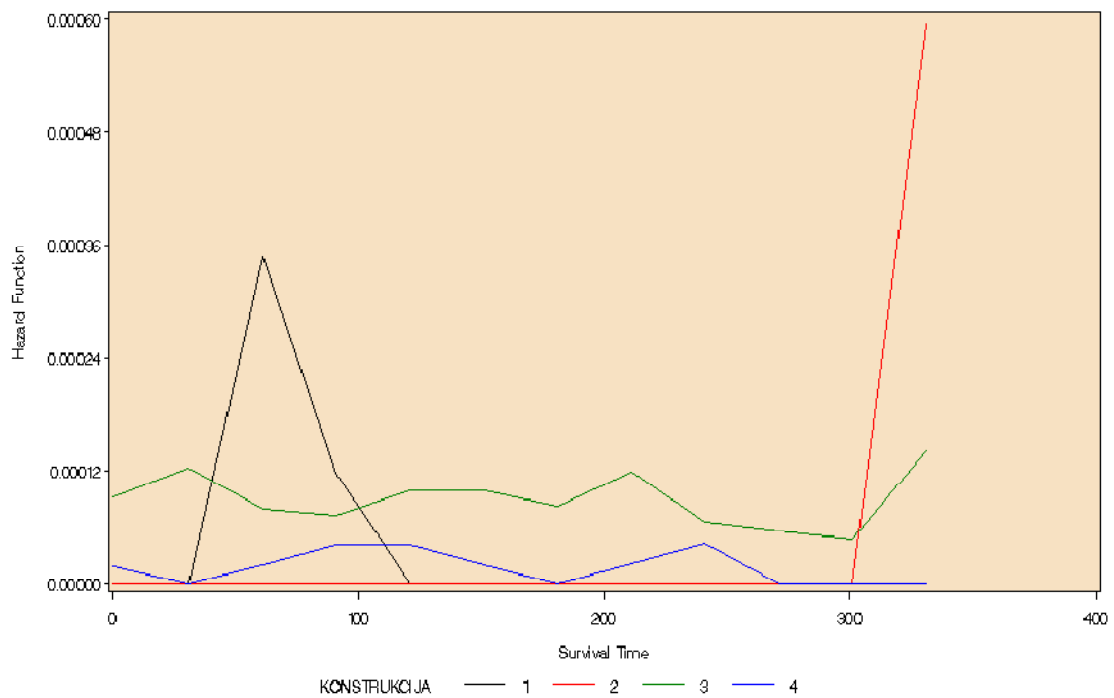
Suvestinė:

Konstrukcija	Viso stebimųjų	Neišlikusių sk.	Išlikusių sk.	Išlikusiųjų %
1	301	4	297	98,67
2	63	1	62	98,41
3	3880	120	3760	96,91
4	1674	10	1664	99,4
Viso	5918	135	5783	97,72

Išlikimo funkcijų grafikai:



Intensyvumo funkcijų grafikai:



Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2007 m., išlikimo lentelė pagal draudimo sumą

Draudimo suma 0-250 000 LTL: DRAUDIMO SUMA = 1

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	10	75	5014,5	1,0000	0,000064
31	61	11	41	4946,5	0,9980	0,000074
61	91	11	29	4900,5	0,9958	0,000075
91	121	9	20	4865,0	0,9936	0,000062
121	151	11	10	4841,0	0,9917	0,000076
151	181	10	16	4817,0	0,9895	0,000069
181	211	4	21	4788,5	0,9874	0,000028
211	241	11	21	4763,5	0,9866	0,000077
241	271	7	18	4733,0	0,9843	0,000049
271	301	4	18	4708,0	0,9828	0,000028
301	331	4	41	4674,5	0,9820	0,000029
331	361	11	19	4640,5	0,9812	0,000079
361	.	1	4619	2310,5	0,9788	.

Draudimo suma 250 000-500 000 LTL: DRAUDIMO SUMA = 2

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	13	513,5	1,0000	0,000063
31	61	1	1	505,5	0,9981	0,000066
61	91	1	4	502,0	0,9961	0,000066
91	121	1	1	498,5	0,9941	0,000067
121	151	1	6	494,0	0,9921	0,000068
151	181	2	2	489,0	0,9901	0,000137
181	211	3	3	484,5	0,9860	0,000207
211	241	0	2	479,0	0,9799	0,000000
241	271	2	0	478,0	0,9799	0,000140
271	301	2	1	475,5	0,9758	0,000140
301	331	1	2	472,0	0,9717	0,000071
331	361	3	3	468,5	0,9697	0,000214
361	.	0	464	232,0	0,9635	.

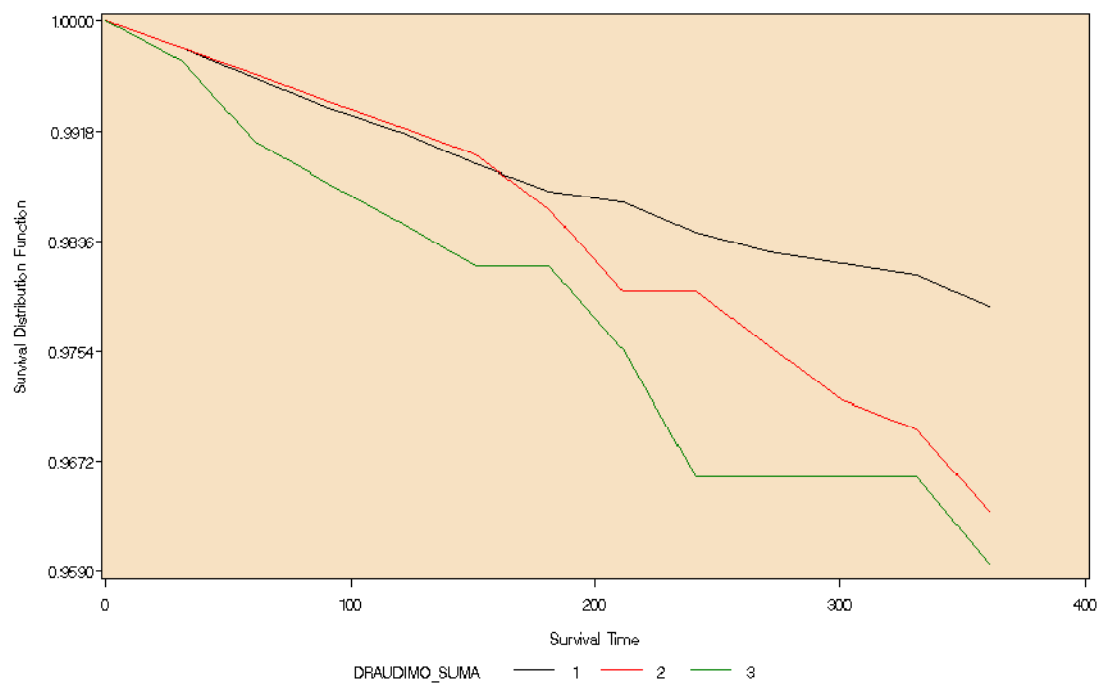
Draudimo suma 500 000-5 000 000 LTL: DRAUDIMO SUMA = 3

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	11	340,5	1,0000	0,000095
31	61	2	5	331,5	0,9971	0,000202
61	91	1	2	326,0	0,9910	0,000102
91	121	1	4	322,0	0,9880	0,000104
121	151	1	1	318,0	0,9849	0,000105
151	181	0	1	316,5	0,9818	0,000000
181	211	2	4	314,0	0,9818	0,000213
211	241	3	2	309,0	0,9756	0,000325
241	271	0	3	303,5	0,9661	0,000000
271	301	0	2	301,0	0,9661	0,000000
301	331	0	1	299,5	0,9661	0,000000
331	361	2	2	298,0	0,9661	0,000224
361	.	0	295	147,5	0,9596	.

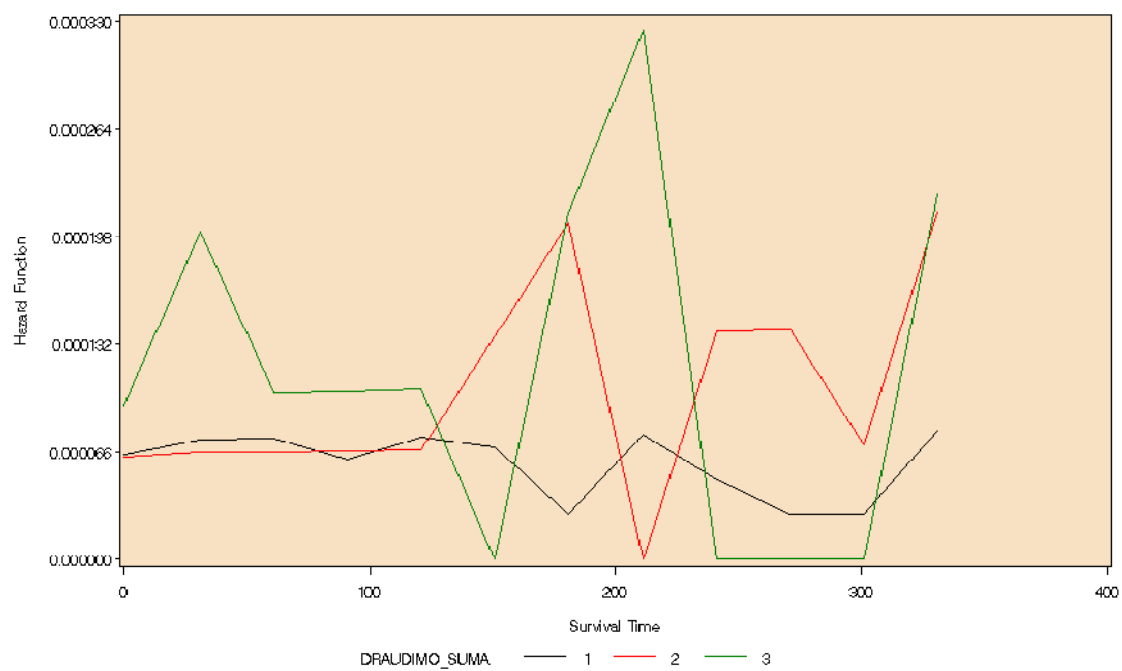
Suvestinė:

Draudimo suma	Viso stebimųjų	Neišlikusių sk.	Išlikusių sk.	Išlikusiųjų %
1	5052	104	4948	97,94
2	520	18	502	96,54
3	346	13	333	96,24
Viso	5918	135	5783	97,72

Išlikimo funkcijų grafikai:



Intensyvumo funkcijų grafikai:



4 Priedas.

Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., išlikimo lentelė pagal miestus

Vilniaus apskritis: MIESTAS = 1

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	18	61	4503,5	1,0000	0,000129
31	61	21	31	4439,5	0,9960	0,000158
61	91	23	17	4394,5	0,9913	0,000175
91	121	7	8	4359,0	0,9861	0,000054
121	151	7	2	4347,0	0,9845	0,000054
151	181	5	6	4336,0	0,9829	0,000038
181	211	8	13	4321,5	0,9818	0,000062
211	241	1	8	4303,0	0,9800	0,000008
241	271	7	6	4295,0	0,9798	0,000054
271	301	4	6	4282,0	0,9782	0,000031
301	331	1	4	4273,0	0,9772	0,000008
331	361	0	3	4268,6	0,9770	.
361	.	0	4267	2133,5	0,9770	.

Panevėžio apskritis: MIESTAS = 2

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	2	10	522,0	1,0000	0,000124
31	61	2	2	514,0	0,9962	0,000130
61	91	0	3	509,5	0,9923	0,000000
91	121	1	1	507,5	0,9923	0,000066
121	151	0	0	506,0	0,9903	0,000000
151	181	0	2	505,0	0,9903	0,000000
181	211	0	6	501,0	0,9903	0,000000
211	241	0	3	496,5	0,9903	0,000000
241	271	0	0	495,0	0,9903	0,000000
271	301	0	0	495,0	0,9903	0,000000
301	331	0	0	495,0	0,9903	0,000000
331	361	0	0	495,0	0,9903	0,000000
361	.	0	495	247,5	0,9903	.

Kauno apskritis: MIESTAS = 3

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	8	26	1284,0	1,0000	0,000202
31	61	5	5	1260,5	0,9938	0,000132
61	91	2	6	1250,0	0,9898	0,000053
91	121	1	7	1241,5	0,9882	0,000027
121	151	4	3	1235,5	0,9874	0,000108

151	181	3	0	1230,0	0,9843	0,000081
181	211	0	0	1227,0	0,9819	0,000000
211	241	0	1	1226,5	0,9819	0,000000
241	271	0	0	1226,0	0,9819	0,000000
271	301	0	1	1225,5	0,9819	0,000000
301	331	0	0	1225,0	0,9819	0,000000
331	361	0	3	1223,5	0,9819	0,000000
361	.	0	1222	611,0	0,9819	.

Tauragės apskritis: MIESTAS = 4

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	0	42	1	0
31	61	0	0	42	1	0
61	91	0	0	42	1	0
91	121	0	0	42	1	0
121	151	0	0	42	1	0
151	181	0	0	42	1	0
181	211	0	0	42	1	0
211	241	0	0	42	1	0
241	271	0	0	42	1	0
271	301	0	0	42	1	0
301	331	0	0	42	1	0
331	361	0	0	42	1	0
361	.	0	42	21	1	.

Šiaulių apskritis: MIESTAS = 5

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	4	541,0	1,0000	0,000060
31	61	0	1	537,5	0,9982	0,000000
61	91	0	4	535,0	0,9982	0,000000
91	121	0	0	533,0	0,9982	0,000000
121	151	0	2	532,0	0,9982	0,000000
151	181	0	0	531,0	0,9982	0,000000
181	211	0	0	531,0	0,9982	0,000000
211	241	1	0	531,0	0,9982	0,000063
241	271	0	3	528,5	0,9963	0,000000
271	301	0	1	526,5	0,9963	0,000000
301	331	0	0	526,0	0,9963	0,000000
331	361	0	0	526,0	0,9963	0,000000
361	.	0	526	263,0	0,9963	.

Alytaus apskritis: MIESTAS = 6

Intervalai [pradžią, pabaigą)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	2	444,0	1,0000	0,000000
31	61	0	3	441,5	1,0000	0,000000
61	91	2	5	437,5	1,0000	0,000153
91	121	0	1	432,5	0,9954	0,000000
121	151	1	0	432,0	0,9954	0,000077
151	181	0	0	431,0	0,9931	0,000000
181	211	1	0	431,0	0,9931	0,000077
211	241	0	0	430,0	0,9908	0,000000
241	271	0	0	430,0	0,9908	0,000000
271	301	0	0	430,0	0,9908	0,000000
301	331	0	0	430,0	0,9908	0,000000
331	361	0	0	430,0	0,9908	0,000000
361	.	0	430	215,0	0,9908	.

Klaipėdos apskritis: MIESTAS = 7

Intervalai [pradžią, pabaigą)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	7	703,5	1,0000	0,000046
31	61	0	0	699,0	0,9986	0,000000
61	91	2	2	699,0	0,9986	0,000096
91	121	4	4	696,0	0,9957	0,000192
121	151	0	0	689,5	0,9900	0,000000
151	181	0	0	686,5	0,9900	0,000000
181	211	1	1	684,5	0,9900	0,000049
211	241	0	0	683,0	0,9886	0,000000
241	271	1	1	682,5	0,9886	0,000049
271	301	0	0	681,0	0,9871	0,000000
301	331	0	0	680,0	0,9871	0,000000
331	361	0	0	678,5	0,9871	0,000000
361	.	0	0	339,0	0,9871	.

Utenos apskritis: MIESTAS = 8

Intervalai [pradžią, pabaigą)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	2	162,0	1	0
31	61	0	0	161,0	1	0
61	91	0	2	160,0	1	0
91	121	0	6	156,0	1	0
121	151	0	0	153,0	1	0
151	181	0	0	153,0	1	0
181	211	0	2	152,0	1	0
211	241	0	0	151,0	1	0
241	271	0	4	149,0	1	0

271	301	0	0	147,0	1	0
301	331	0	1	146,5	1	0
331	361	0	0	146,0	1	0
361	.	0	146	73,0	1	.

Telšių apskritis: MIESTAS = 9

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	2	200,0	1,0000	0,000000
31	61	0	0	199,0	1,0000	0,000000
61	91	0	0	199,0	1,0000	0,000000
91	121	0	0	199,0	1,0000	0,000000
121	151	0	0	199,0	1,0000	0,000000
151	181	1	0	199,0	1,0000	0,000168
181	211	0	1	197,5	0,9950	0,000000
211	241	0	0	197,0	0,9950	0,000000
241	271	1	0	197,0	0,9950	0,000170
271	301	1	0	196,0	0,9899	0,000171
301	331	1	0	195,0	0,9849	0,000171
331	361	0	0	194,0	0,9798	0,000000
361	.	0	194	97,0	0,9798	.

Marijampolės apskritis: MIESTAS = 10

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	11	311,5	1,0000	0,000104
31	61	0	1	304,5	0,9968	0,000000
61	91	0	0	304,0	0,9968	0,000000
91	121	0	0	304,0	0,9968	0,000000
121	151	0	0	304,0	0,9968	0,000000
151	181	0	0	304,0	0,9968	0,000000
181	211	0	0	304,0	0,9968	0,000000
211	241	0	2	303,0	0,9968	0,000000
241	271	0	0	302,0	0,9968	0,000000
271	301	0	0	302,0	0,9968	0,000000
301	331	0	0	302,0	0,9968	0,000000
331	361	0	4	300,0	0,9968	0,000000
361	.	0	298	149,0	0,9968	.

Nenurodyta apskritis: MIESTAS = 11

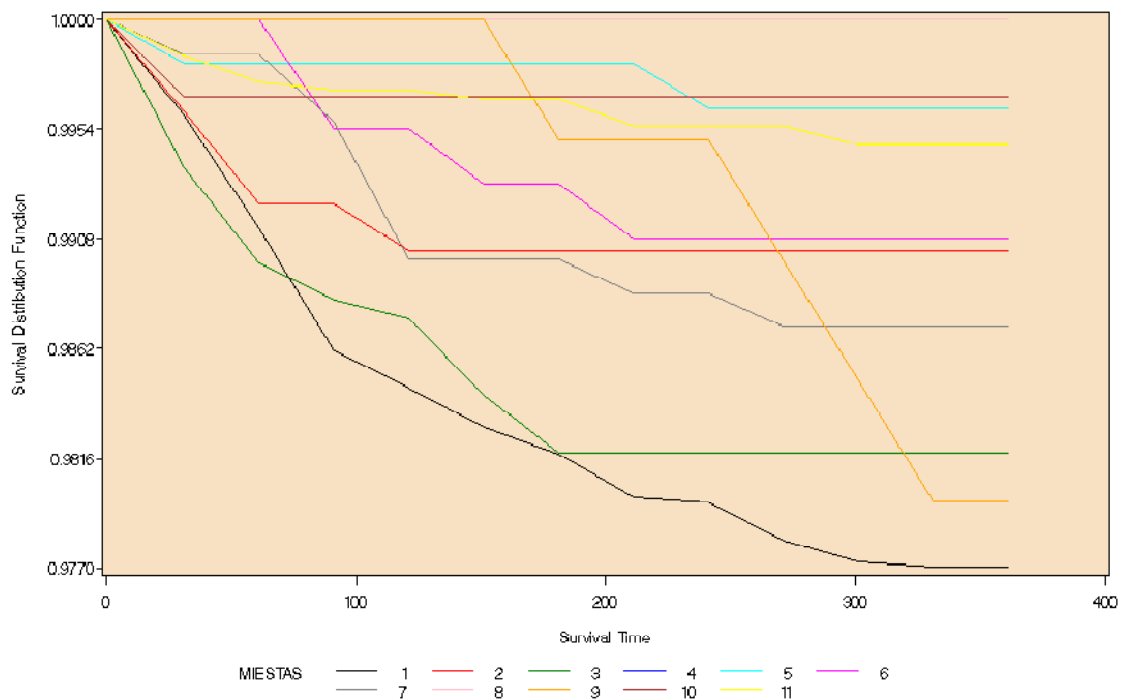
Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	4	35	2708,5	1,0000	0,000048
31	61	3	17	267,5	0,9985	0,000037
61	91	1	21	2656,5	0,9974	0,000013

91	121	0	6	2642,0	0,9970	0,000000
121	151	1	6	2636,0	0,9970	0,000013
151	181	0	3	2630,5	0,9967	0,000000
181	211	3	2	2628,0	0,9967	0,000038
211	241	0	6	2621,0	0,9955	0,000000
241	271	0	6	2615,0	0,9955	0,000000
271	301	2	2	2611,0	0,9955	0,000026
301	331	0	1	2607,5	0,9848	0,000000
331	361	0	3	2605,5	0,9848	0,000000
361	.	0	2604	1302,0	0,9848	.

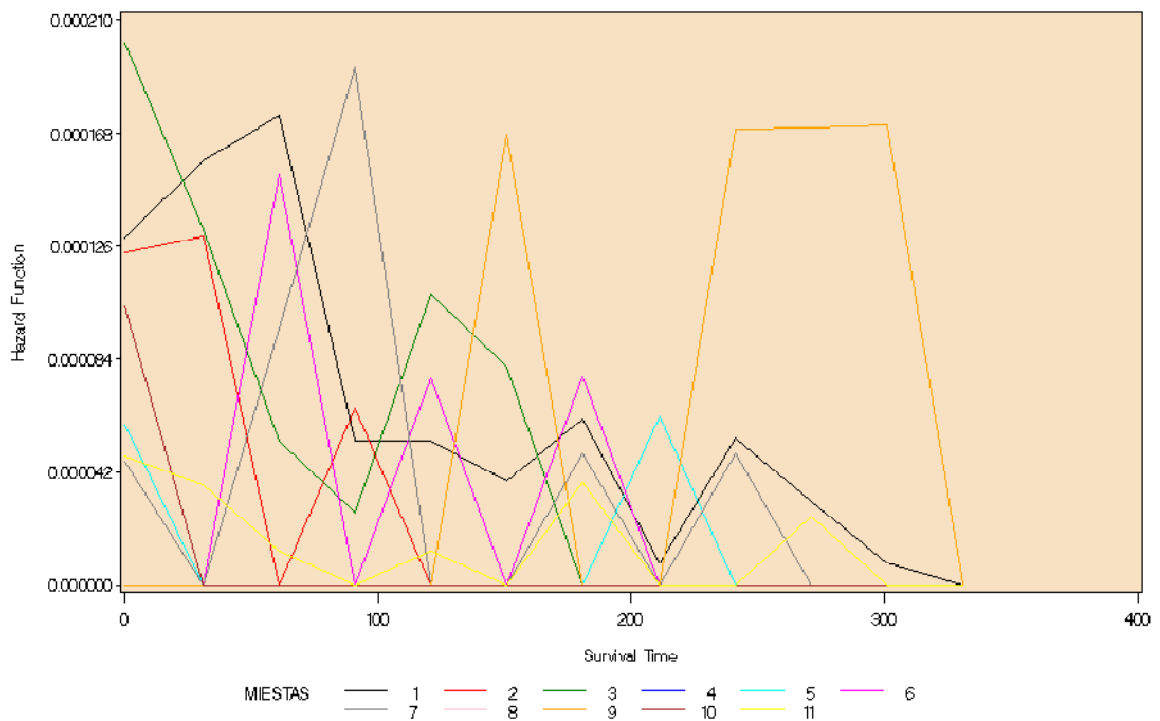
Suvestinė:

Miestas	Viso stebimųjų	Neišlikusių sk.	Išlikusių sk.	Išlikusiųjų %
1	4534	102	4432	97,75
2	527	5	522	99,05
3	1297	23	1274	98,23
4	42	0	42	100
5	543	2	541	99,63
6	445	4	441	99,10
7	707	9	698	98,73
8	163	0	163	100
9	201	4	197	98,01
10	317	1	316	99,68
11	2726	14	2712	99,49
Viso	11502	164	11338	98,57

Išlikimo funkcijų grafikai:



Intensyvumo funkcijų grafikai:



Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., išlikimo lentelė pagal objektus

Pastatas: OBJEKTAS = 1

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	5	43	2319,5	1,0000	0,000070
31	61	3	7	2289,5	0,9978	0,000044
61	91	3	10	2278,0	0,9965	0,000044
91	121	3	12	2264,0	□□□952	0,000044
121	151	2	3	2253,5	0,9939	0,000030
151	181	1	2	2249,0	0,9930	0,000015
181	211	3	14	2240,0	0,9926	0,000045
211	241	0	6	2227,0	0,9913	0,000000
241	271	0	12	2218,0	0,9913	0,000000
271	301	0	1	2211,5	0,9913	0,000000
301	331	1	1	2210,5	0,9913	0,000015
331	361	0	3	2207,5	0,9908	0,000000
361	.	0	2206	2206,0	0,9908	.

Patalpa: OBJEKTAS = 2

Intervalai [pradžią, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imtįs dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	15	32	2242,0	1,0000	0,000217
31	61	14	16	2203,0	0,9933	0,000213
61	91	12	13	2174,5	0,9870	0,000184
91	121	5	5	2153,5	0,9816	0,000077
121	151	4	4	2144,0	0,9793	0,000062
151	181	4	5	2135,5	0,9774	0,000062
181	211	3	3	2127,5	0,9756	0,000047
211	241	1	4	2121,0	0,9742	0,000016
241	271	2	1	21117,5	0,9738	0,000031
271	301	2	2	2114,0	0,9729	0,000032
301	331	0	2	2110,0	0,9719	0,000000
331	361	0	2	2108,0	0,9719	0,000000
361	.	0	2107	1053,5	0,9719	.

Namų turtas, vertybės: OBJEKTAS = 3

Intervalai [pradžią, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imtįs dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	11	52	4203,0	1,0000	0,000085
31	61	11	20	4156,0	0,9974	0,000088
61	91	14	15	4127,5	0,9947	0,000013
91	121	5	9	4101,5	0,9914	0,000041
121	151	6	3	4090,5	0,9902	0,000490
151	181	4	4	4081,0	0,9877	0,000033
181	211	5	6	4072,0	0,9877	0,000041
211	241	1	4	4062,0	0,9865	0,000008
241	271	7	5	4056,5	0,9863	0,000058
271	301	3	5	4044,5	0,9846	0,000025
301	331	1	4	4037,0	0,9839	0,000008
331	361	0	6	4031,0	0,9836	0,000000
361	.	0	4028	2014,0	0,9836	.

Civilinė atsakomybė: OBJEKTAS = 4

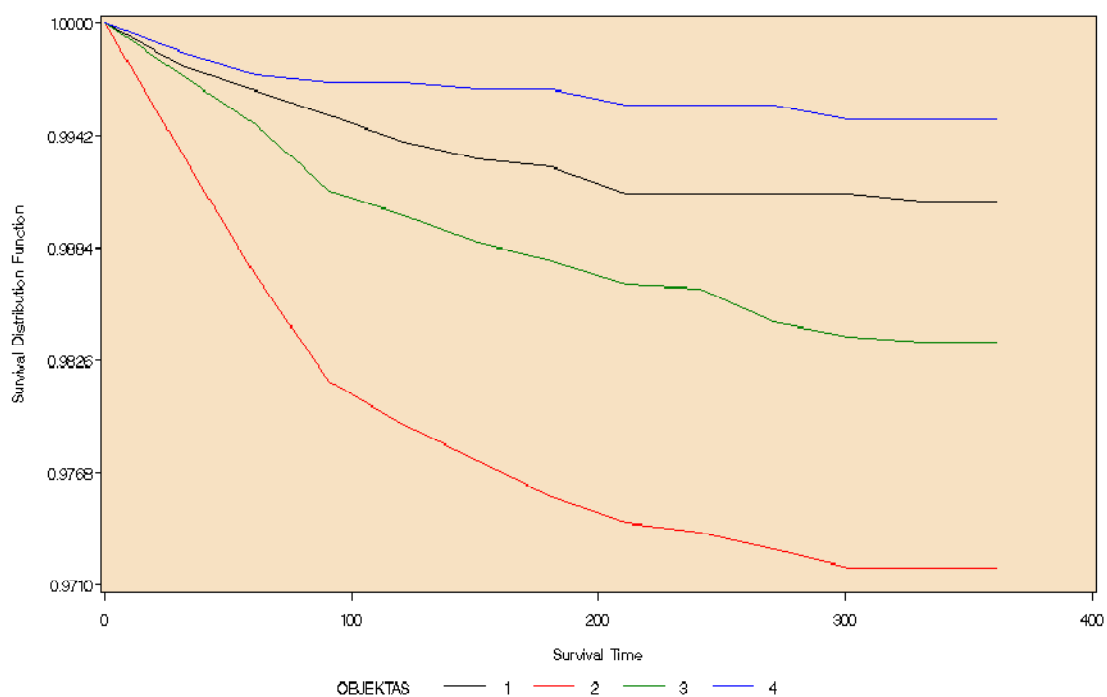
Intervalai [pradžią, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imtįs dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	4	33	2657,5	1,0000	0,000049
31	61	3	17	2628,5	0,9985	0,000038
61	91	1	20	2607,0	0,9974	0,000013
91	121	0	5	2593,5	0,9970	0,000000
121	151	1	6	2588,0	0,9970	0,000013
151	181	0	3	2582,5	0,9966	0,000000
181	211	2	2	2580,0	0,9966	0,000026
211	241	0	6	2574,0	0,9958	0,000000
241	271	0	2	2570,0	0,9958	0,000000

271	301	2	2	2568,0	0,9958	0,000026
301	331	0	1	2564,5	0,9950	0,000000
331	361	0	3	2562,5	0,9950	0,000000
361	.	0	2561	1280,5	0,9950	.

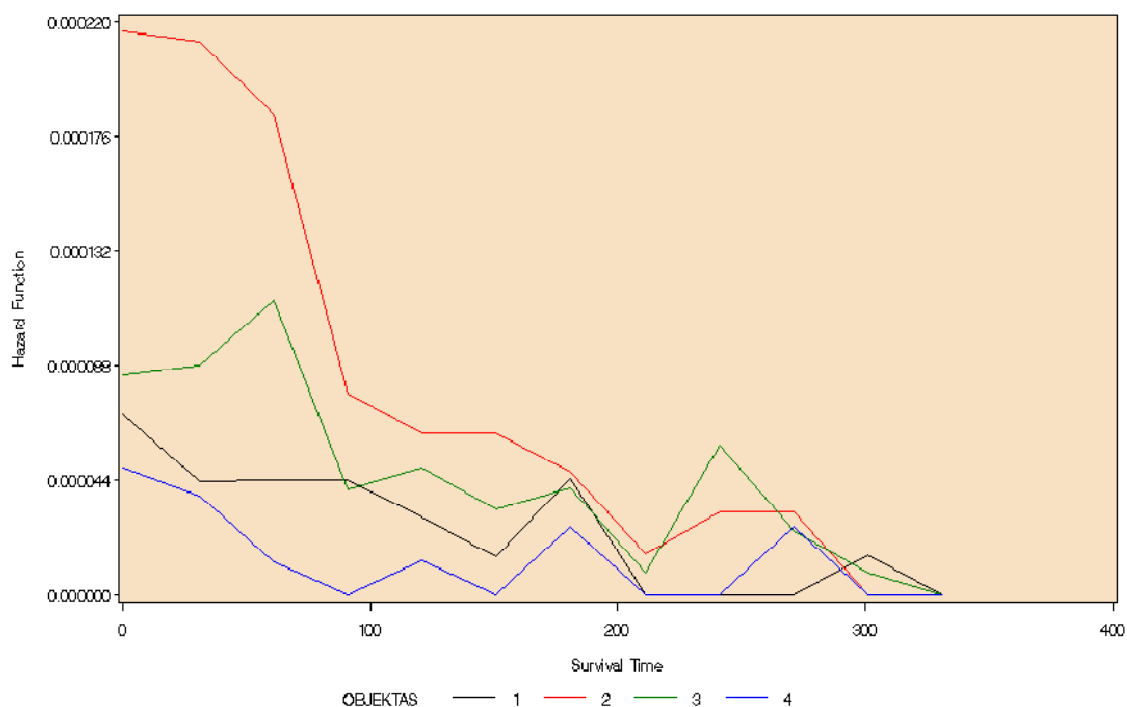
Suvestinė:

Objektas	Viso stebimųjų	Neišlikusių sk.	Išlikusių sk.	Išlikusiųjų %
1	2341	21	2320	99,10
2	2258	62	2196	97,25
3	4229	68	4161	98,39
4	2674	13	2661	99,51
Viso	11502	164	11338	98,57

Išlikimo funkcijų grafikai:



Intensyvumo funkcijų grafikai:



Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., išlikimo lentelė pagal konstrukciją

Karkasinis/rąstinis (medinis): KONSTRUKCIJA = 1

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	1	20	599,0	1,0000	0,000054
31	61	0	4	586,0	0,9983	0,000000
61	91	0	1	583,5	0,9983	0,000000
91	121	0	10	578,0	0,9983	0,000000
121	151	0	0	573,0	0,9983	0,000000
151	181	0	0	573,0	0,9983	0,000000
181	211	1	1	572,5	0,9983	0,000058
211	241	0	3	569,5	0,9966	0,000000
241	271	0	4	566,0	0,9966	0,000000
271	301	0	0	564,0	0,9966	0,000000
301	331	0	1	563,5	0,9966	0,000000
331	361	0	1	562,5	0,9966	0,000000
361	.	0	562	281,0	0,9966	.

Medinis apmūrytas: KONSTRUKCIJA = 2

Intervalai [pradžią, pabaigą)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	0	0	90,0	1	0
31	61	0	0	90,0	1	0
61	91	0	1	89,5	1	0
91	121	0	0	89,0	1	0
121	151	0	0	89,0	1	0
151	181	0	0	89,0	1	0
181	211	0	0	89,0	1	0
211	241	0	0	89,0	1	0
241	271	0	1	88,5	1	0
271	301	0	0	88,0	1	0
301	331	0	0	88,0	1	0
331	361	0	0	88,0	1	0
361	.	0	88	44,0	1	.

Mūrinis: KONSTRUKCIJA = 3

Intervalai [pradžią, pabaigą)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	30	105	7877,5	1,0000	0,000123
31	61	27	38	7776,0	0,9962	0,000116
61	91	29	35	7712,5	0,9927	0,000126
91	121	13	13	7659,5	0,9890	0,000057
121	151	12	9	7635,5	0,9873	0,000052
151	181	9	11	7613,5	0,9858	0,000039
181	211	8	22	7588,0	0,9846	0,000035
211	241	2	10	7564,0	0,9836	0,000009
241	271	8	12	7551,0	0,9833	0,000035
271	301	5	8	7533,0	0,9823	0,000022
301	331	2	6	7521,0	0,9816	0,000089
331	361	0	10	7511,0	0,9814	0,000000
361	.	0	7506	3753,0	0,9814	.

Nenurodyta: KONSTRUKCIJA = 4

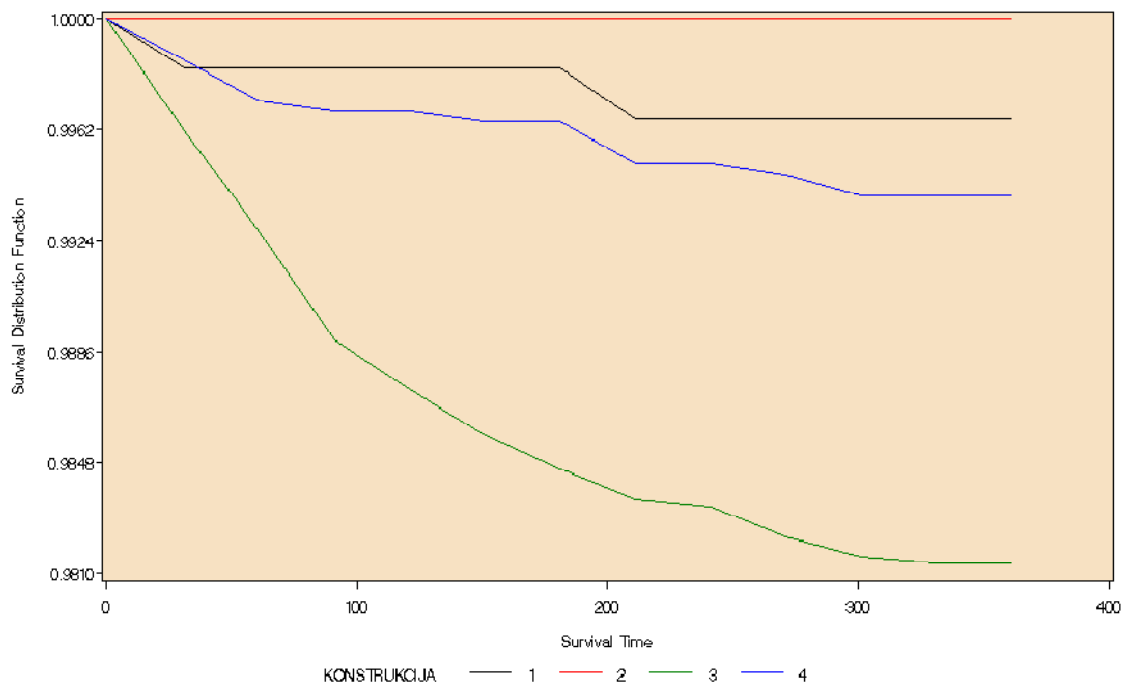
Intervalai [pradžią, pabaigą)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	4	35	2855,5	1,0000	0,000045
31	61	4	18	2825	0,9986	0,000047
61	91	1	21	2801,5	0,9972	0,000012
91	121	0	8	2786	0,9968	0,000000
121	151	1	7	2778,5	0,9968	0,000012
151	181	0	3	2772,5	0,9965	0,000000
181	211	4	2	2770	0,9965	0,000048
211	241	0	7	2761,5	0,9950	0,000000

241	271	1	3	2756,5	0,9950	0,000012
271	301	2	2	2753	0,9947	0,000024
301	331	0	1	2749,5	0,9939	0,000000
331	361	0	3	2747,5	0,9939	0,000000
361	.	0	2746	1373	0,9939	.

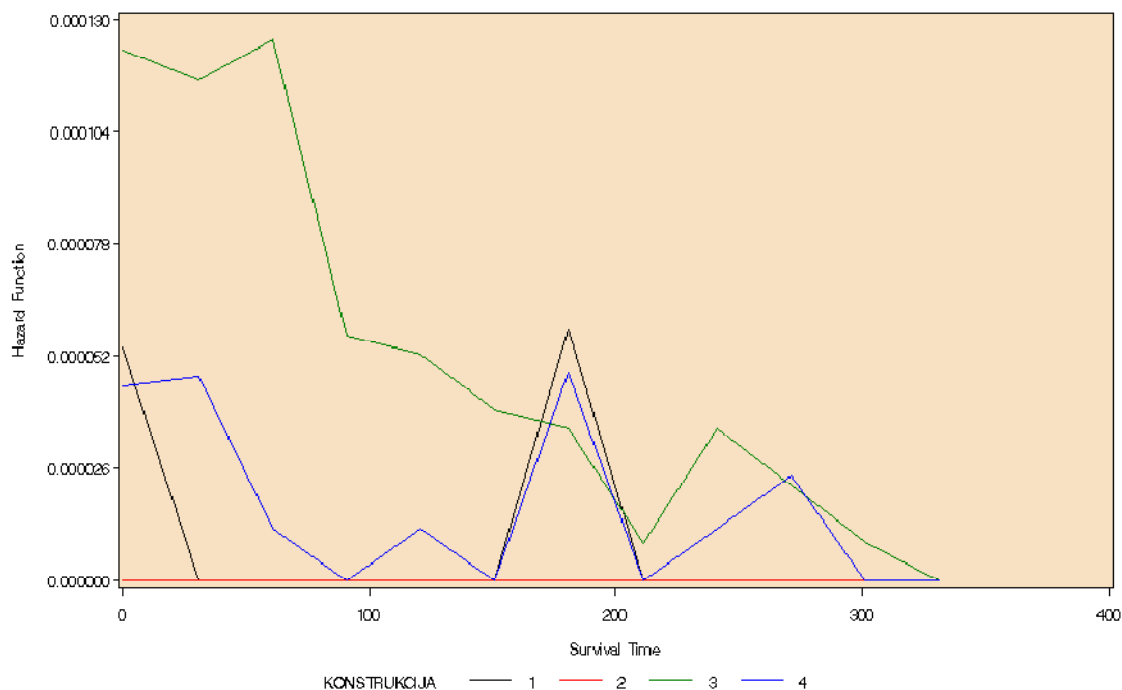
Suvestinė:

Konstrukcija	Viso stebimųjų	Neišlikusių sk.	Išlikusių sk.	Išlikusiųjų %
1	609	2	607	99,67
2	90	0	90	100
3	7930	145	7785	98,17
4	2873	17	2856	99,41
Viso	11502	164	11338	98,57

Išlikimo funkcijų grafikai:



Intensyvumo funkcijų grafikai:



Apdraustųjų, sudariusių sutartis 2008 m., išlikimo lentelė pagal draudimo sumą

Draudimo suma 0-250 000 LTL: DRAUDIMO SUMA = 1

Intervalai [pradžią, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	24	121	9556,5	1,0000	0,000081
31	61	23	47	9448,5	0,9975	0,000081
61	91	21	48	9378,0	0,9951	0,000075
91	121	10	22	9322,0	0,9928	0,000036
121	151	9	12	9295,0	0,9918	0,000032
151	181	7	11	9274,5	0,9908	0,000025
181	211	10	21	9251,5	0,9901	0,000036
211	241	2	16	9223,0	0,9890	0,000007
241	271	7	15	9205,5	0,9888	0,000025
271	301	7	8	9187,0	0,9880	0,000025
301	331	1	5	9173,5	0,9873	0,000004
331	361	0	10	9165,0	0,9872	0,000000
361	.	0	9160	4580,0	0,9872	.

Draudimo suma 250 000-500 000 LTL: DRAUDIMO SUMA = 2

Intervalai [pradžią, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	5	21	1045.5	1.0000	0.000155

31	61	5	7	1026,5	0,9952	0,000163
61	91	5	5	1015,5	0,9904	0,000165
91	121	1	5	10005,5	0,9855	0,000033
121	151	2	1	1001,5	0,9845	0,000067
151	181	2	2	998,0	0,9825	0,000067
181	211	1	1	994,5	0,9806	0,000034
211	241	0	2	992,0	0,9796	0,000000
241	271	0	2	990,0	0,9796	0,000000
271	301	0	2	988,0	0,9796	0,000000
301	331	0	3	985,5	0,9796	0,000000
331	361	0	3	982,5	0,9796	0,000000
361	.	0	981	490,5	0,9796	.

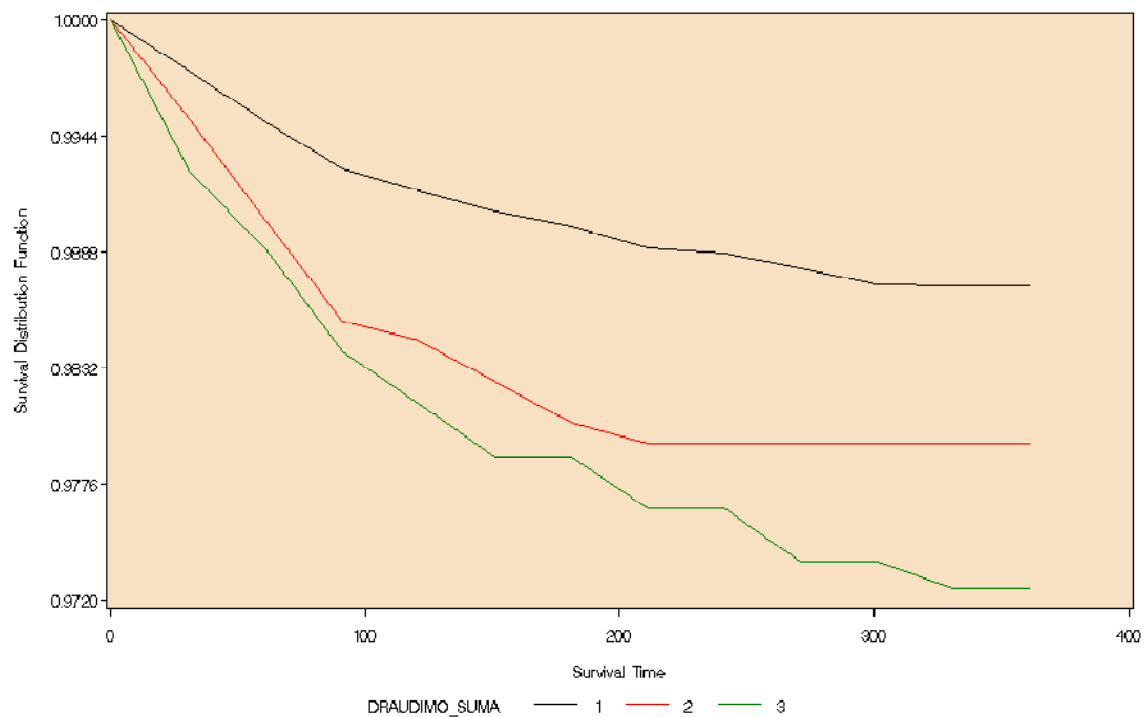
Draudimo suma 500 000-5 000 000 LTL: DRAUDIMO_SUMA = 3

Intervalai [pradžia, pabaiga)		Neišlikusių skaičius	Išlikusių skaičius	Efektyvus imties dydis	Išlikimo funkcija $S(t)$	Intensyvumo funkcija $h(t)$
0	31	6	18	820,0	1,0000	0,000237
31	61	3	6	802,0	0,9927	0,000125
61	91	4	5	793,5	0,9890	0,000168
91	121	2	4	785,0	0,9840	0,000085
121	151	2	3	779,5	0,9815	0,000086
151	181	0	1	775,5	0,9790	0,000000
181	211	2	3	773,5	0,9790	0,000086
211	241	0	2	769,0	0,9764	0,000000
241	271	2	3	766,5	0,9764	0,000087
271	301	0	0	763,0	0,9739	0,000000
301	331	1	0	763,0	0,9739	0,000044
331	361	0	1	761,5	0,9726	0,000000
361	.	0	761	380,5	0,9726	.

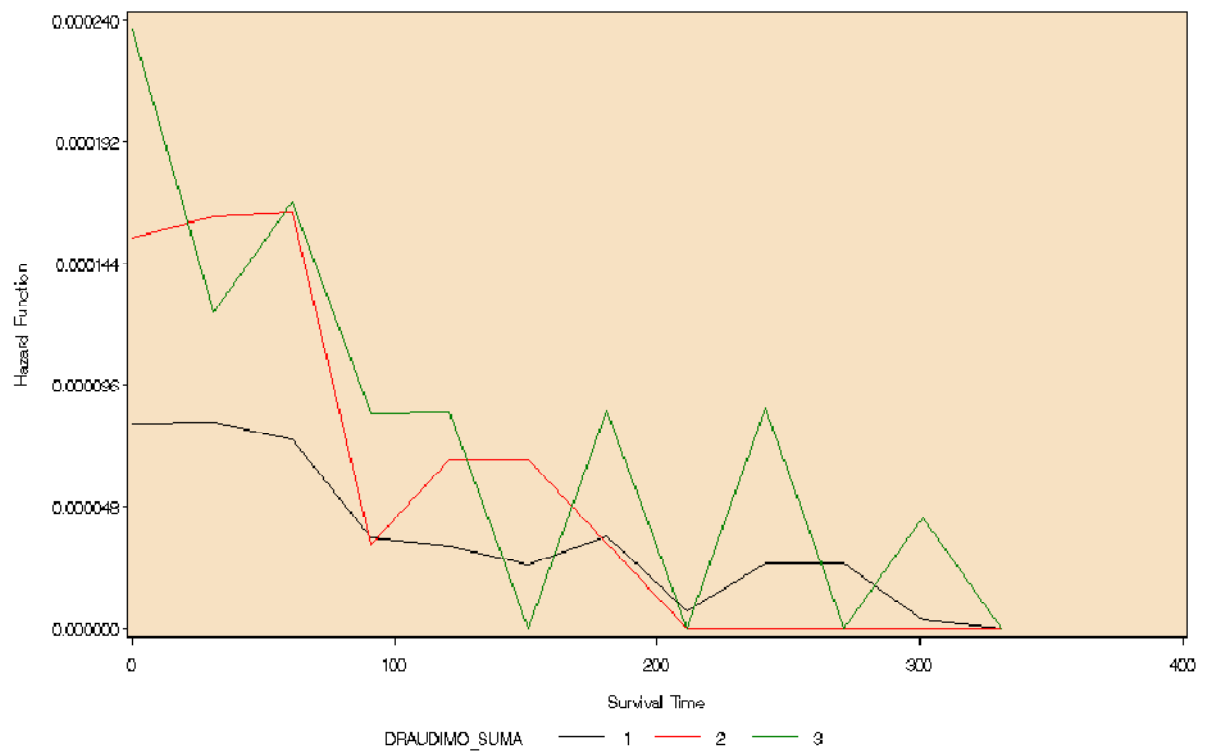
Suvestinė:

Draudimo suma	Viso stebimųjų	Neišlikusių sk.	Išlikusių sk.	Išlikusiųjų %
1	9617	121	9496	98,74
2	1056	21	1035	98,01
3	829	22	807	97,35
Viso	11502	164	11338	98,57

Išlikimo funkcijų grafikai:



Intensyvumo funkcijų grafikai:



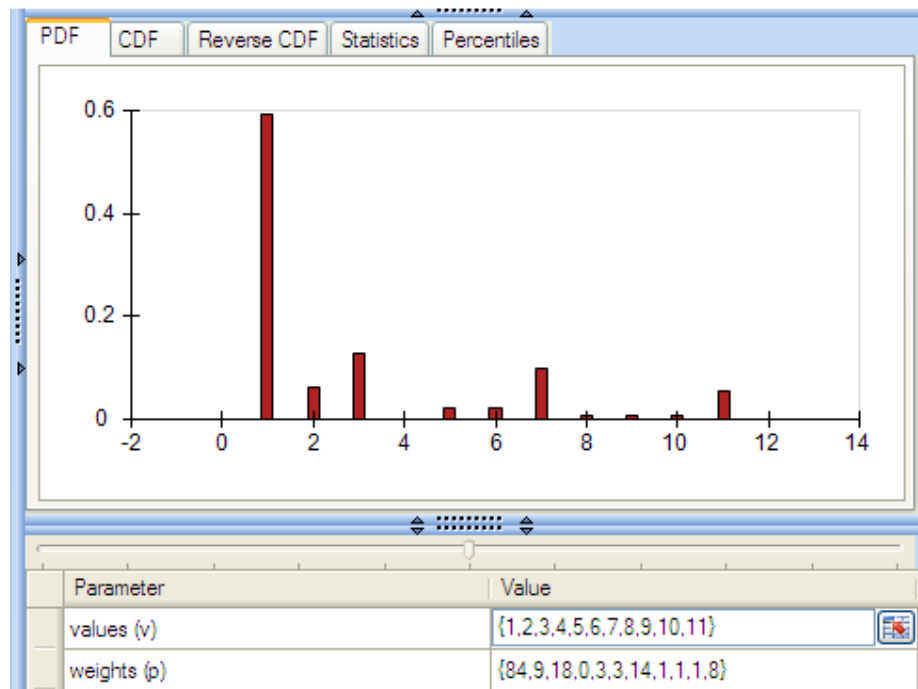
Apdraustųjų 2007 m. optimizavimo rezultatai

<i>Name 2007</i>	<i>Type</i>	<i>Rhs</i>	<i>Activity</i>	<i>Dual Activity</i>
Imokos	objective	0	45514	.
Vilnius	LE	26.347	12.999	0
Panevėžys	LE	2.411	2.411	0
Kaunas	LE	4.413	1.592	0
Tauragė	LE	0	0	0
Šiauliai	LE	561	247	0
Alytus	LE	1.019	149	0
Klaipėda	LE	4.772	4.772	0,01
Utena	LE	610	72	0
Telšiai	LE	841	198	0
Marijampolė	LE	1.300	403	0
Nenurodyta	LE	300	0	0
Pastatas	LE	15.726	7.092	0
Patalpa	LE	14.146	14.146	0,05
Namų turtas; vertybės	LE	12.601	5.564	0
Civilinė atsakomybė	LE	100	30	0
IF SUPER NAMAI	LE	4.360	3.168	0
IF NAMAI PLIUS	LE	24.096	12.383	0
IF NAMAI	LE	8.573	8.573	0
IF MINI NAMAI	LE	5.444	5.444	0
CA	LE	100	30	0

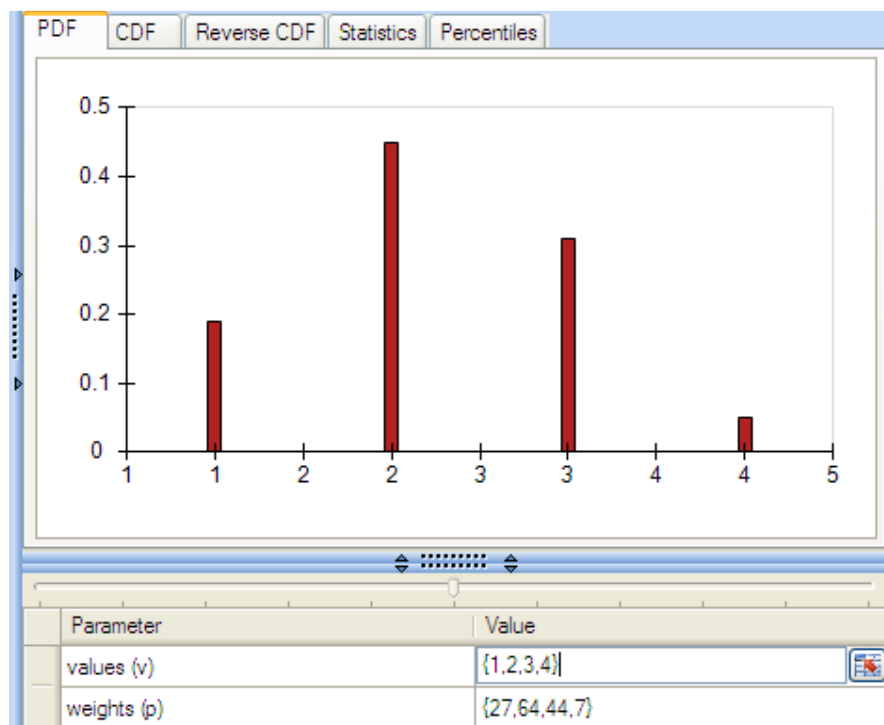
Apdraustųjų 2008 m. optimizavimo rezultatai

<i>Name 2008</i>	<i>Type</i>	<i>Rhs</i>	<i>Activity</i>	<i>Dual Activity</i>
Įmoka	objective	0	48458	.
Vilnius	LE	28.420	13.997	0
Panevėžys	LE	1.329	818	0
Kaunas	LE	7.578	2.690	0
Tauragė	LE	0	0	0
Šiauliai	LE	652	208	0
Alytus	LE	1.824	1.824	0
Klaipėda	LE	4.882	1.964	0
Utena	LE	0	0	0
Telšiai	LE	1.344	1.344	0
Marijampolė	LE	197	35	0
Nenurodyta	LE	239	0	0
Pastatas	LE	13.689	5.401	0
Patalpa	LE	15.432	15.432	0,02
Namų turtas; vertybės	LE	17.212	8.931	0
Civilinė atsakomybė	LE	133	65	0
IF SUPER NAMAI	LE	10.738	7.695	0
IF NAMAI PLIUS	LE	18.704	8.925	0
IF NAMAI	LE	12.876	12.876	0
IF MINI NAMAI	LE	4.014	4.014	0
CA	LE	133	65	0

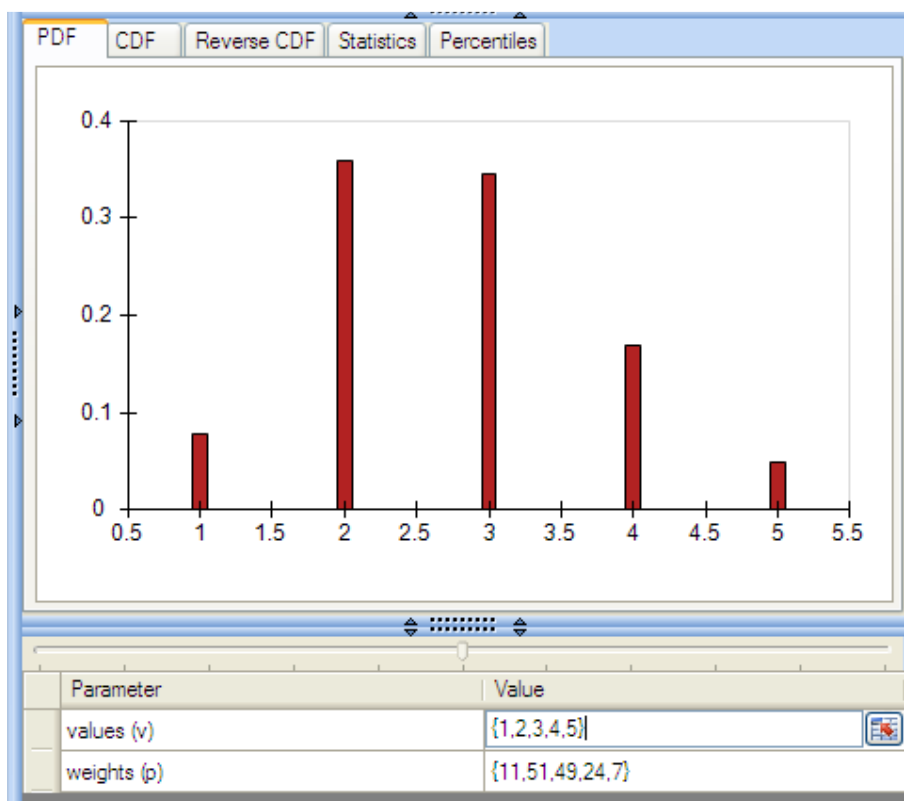
Apdraustųjų 2007 m. diskretusis pasiskirstymas (objekto buvimo vieta)



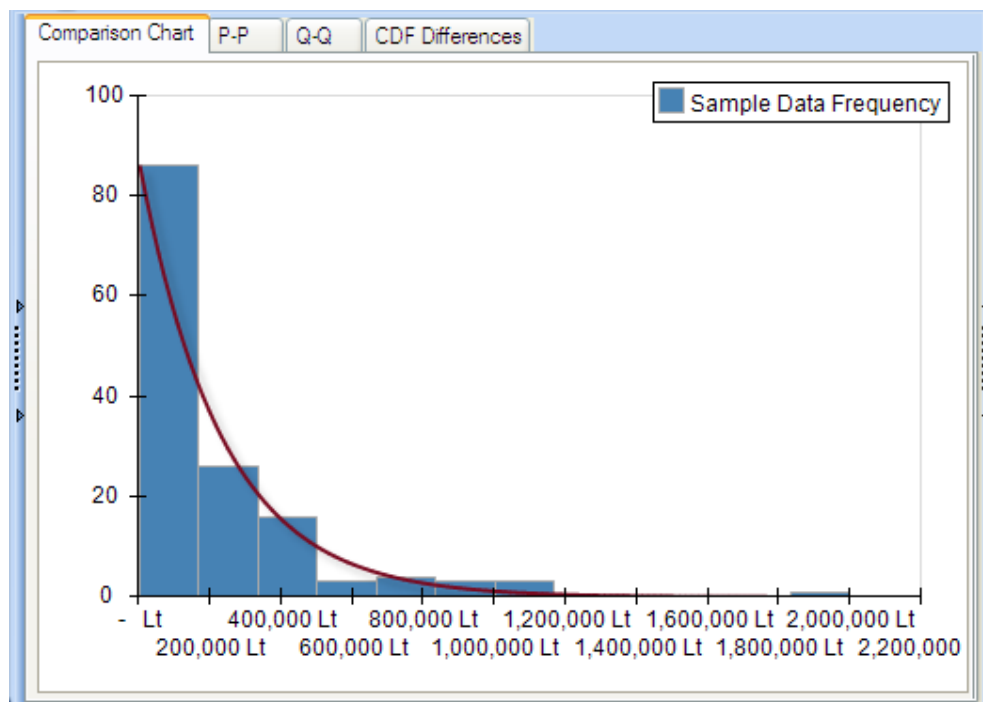
Apdraustųjų 2007 m. diskretusis pasiskirstymas (objekto tipas)

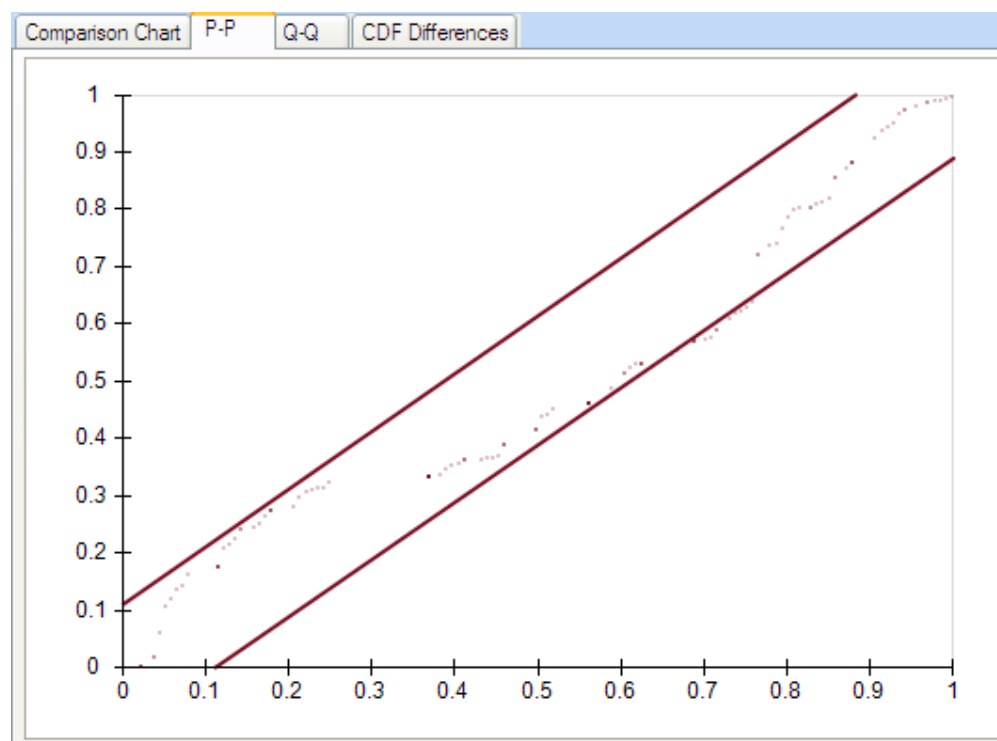


Apdraustųjų 2007 m. diskretusis pasiskirstymas (rizikos variantas)

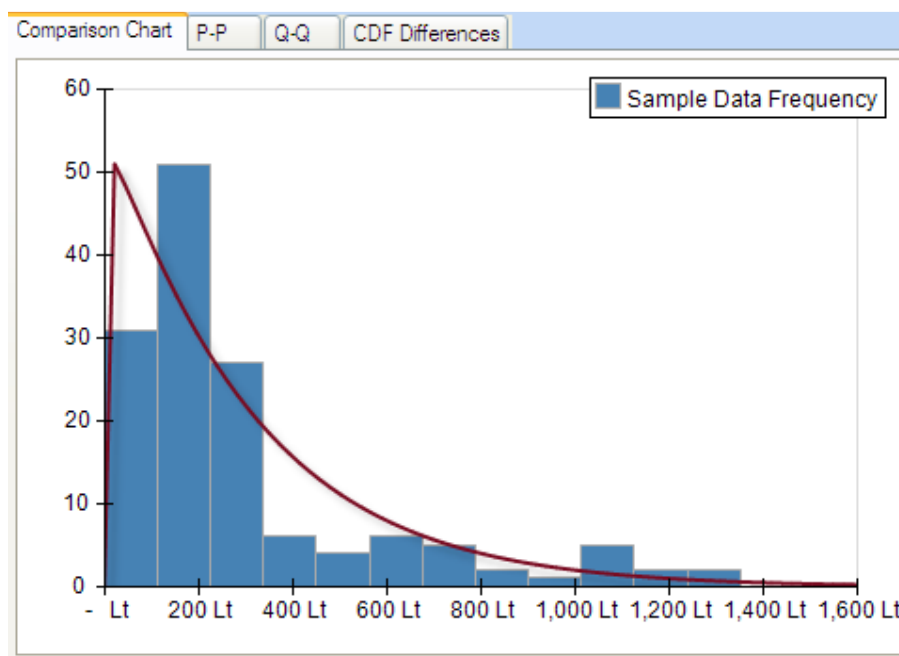


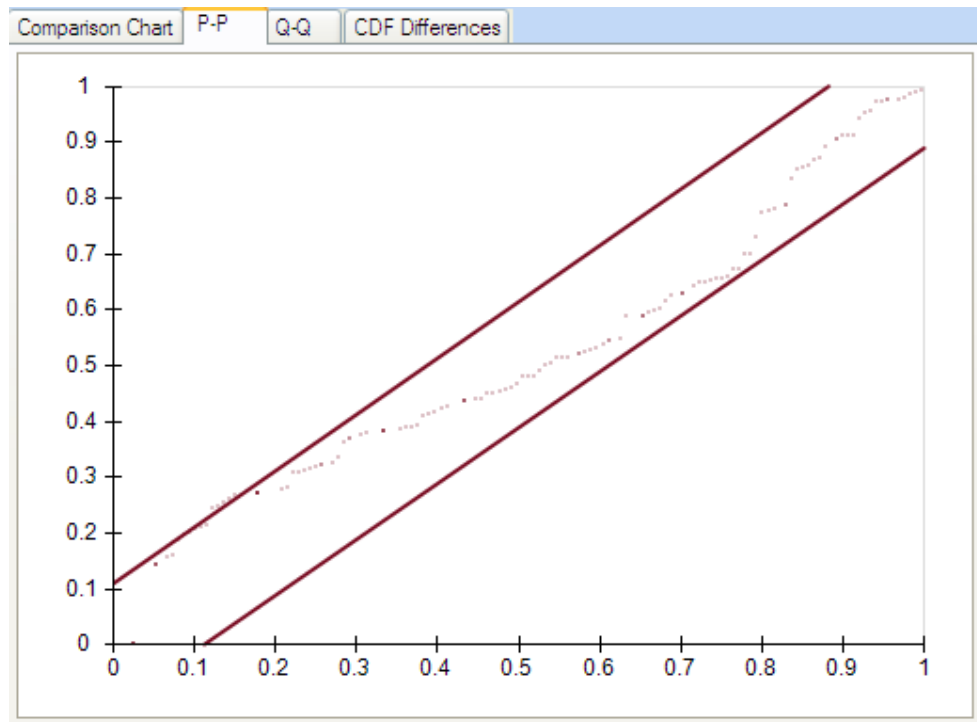
Apdraustųjų 2007 m. eksponentinis pasiskirstymas (draudimo suma)



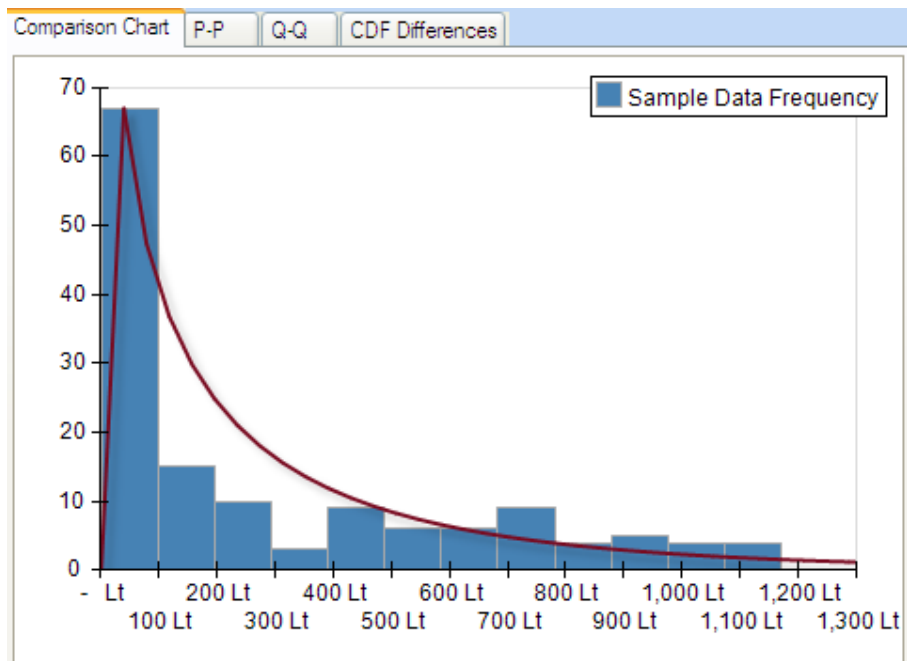


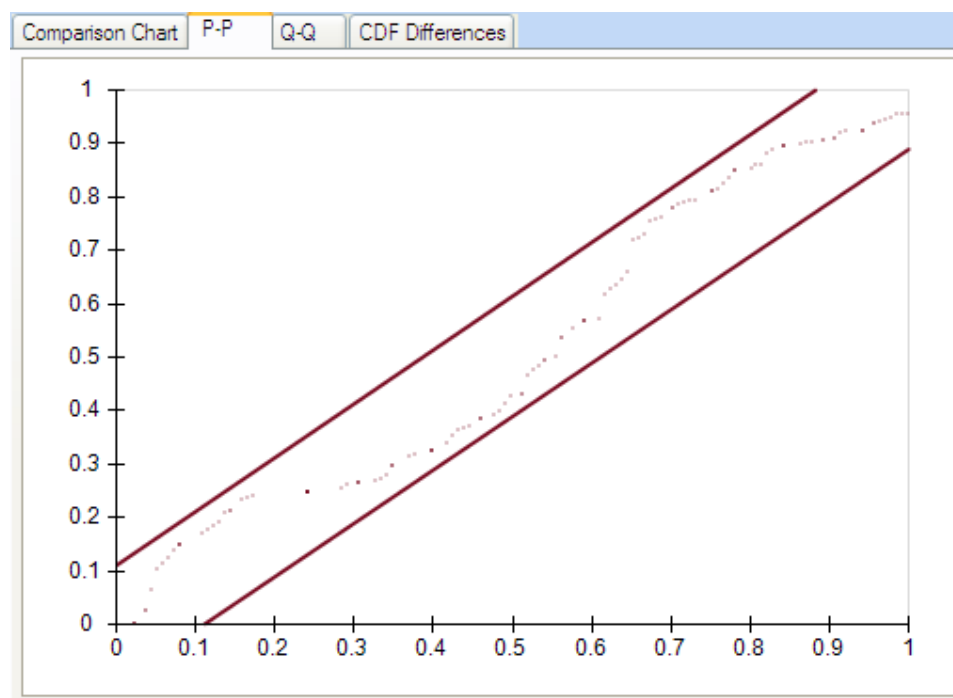
Apdraustųjų 2007 m. Veibulo pasiskirstymas (draudimo įmokos)



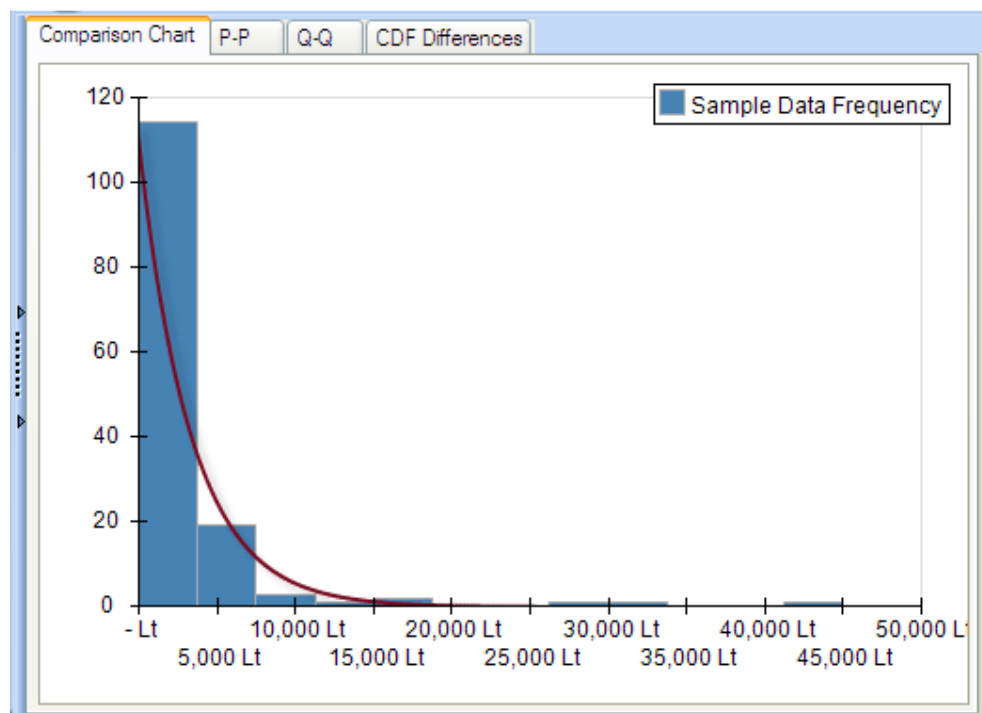


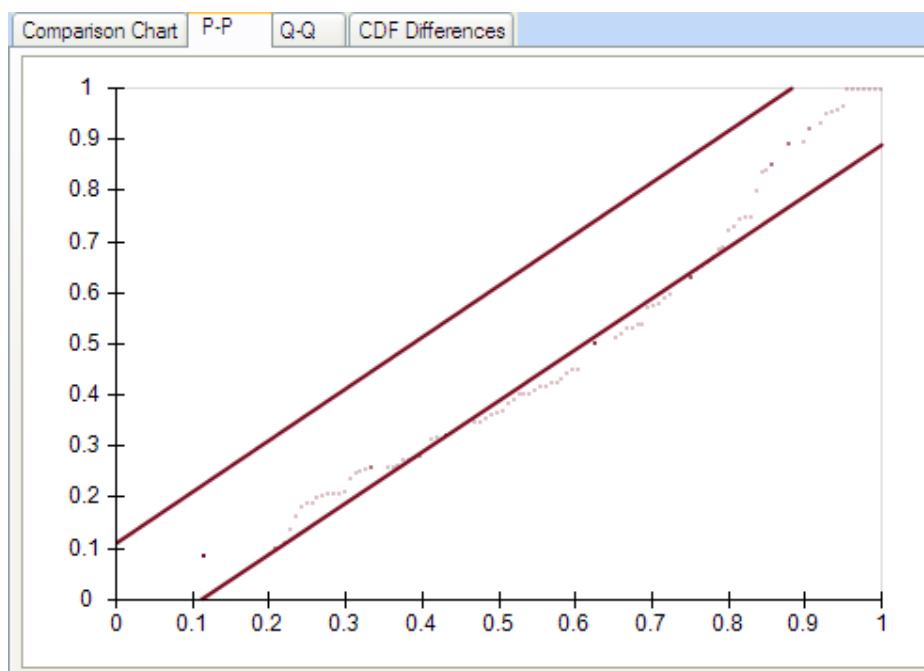
Apdraustųjų 2007 m. Veibulo pasiskirstymas (optimalios įmokos)



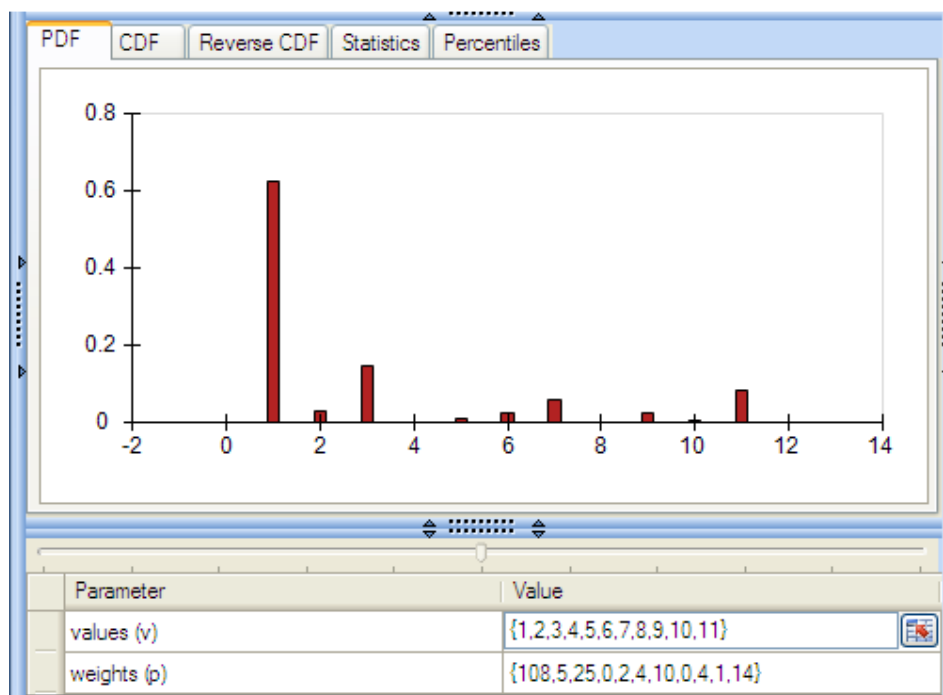


Apdraustųjų 2007 m. eksponentinis pasiskirstymas (išmokos)

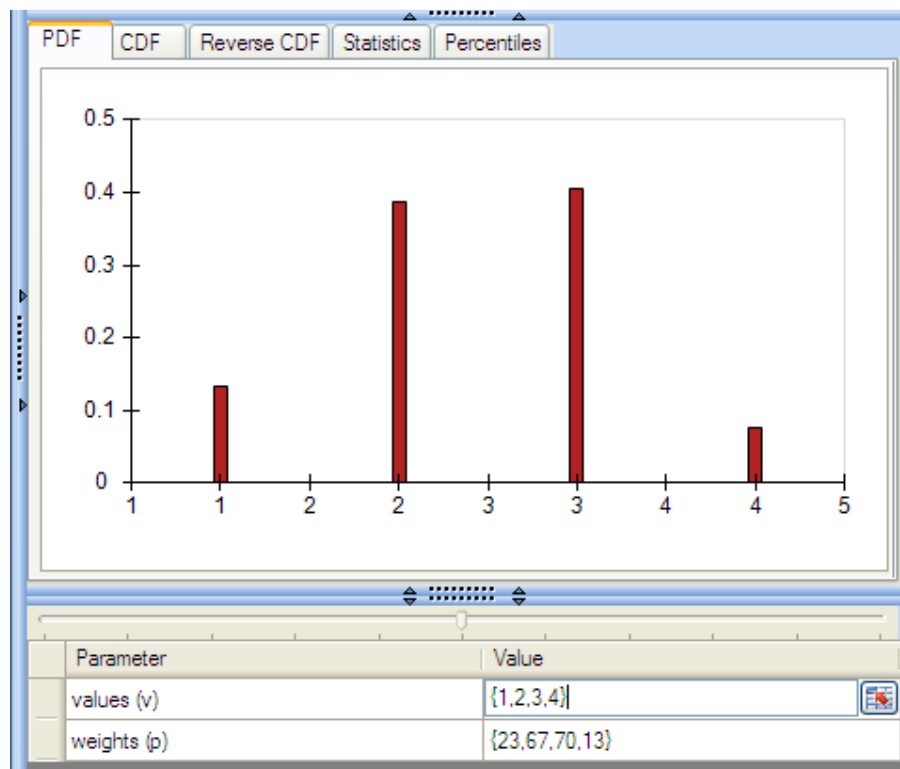




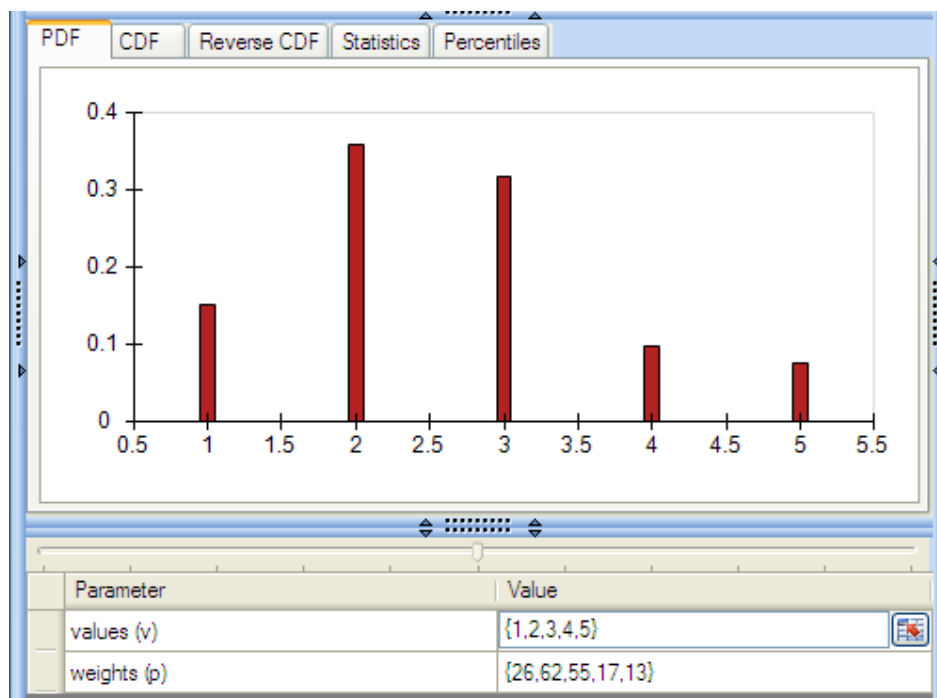
Apdraustųjų 2008 m. diskretusis pasiskirstymas (objekto buvimo vieta)



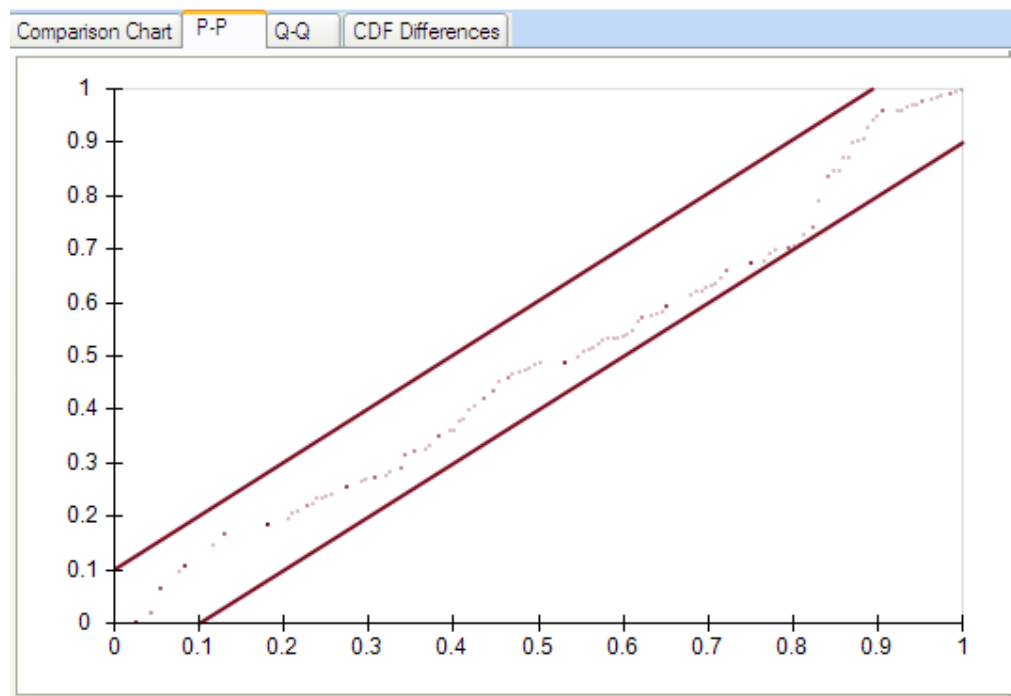
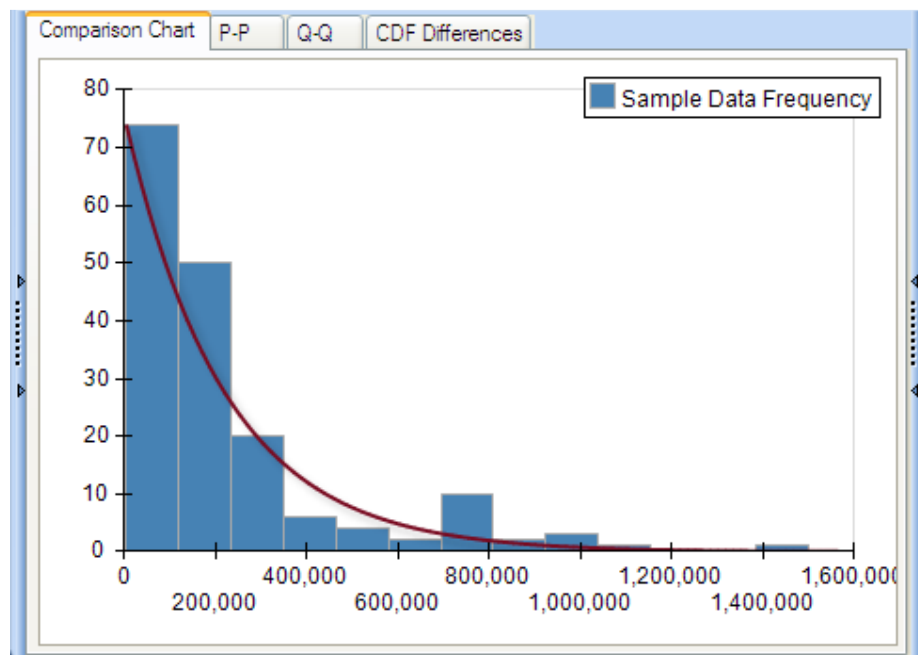
Apdraustųjų 2008 m. diskretusis pasiskirstymas (objekto tipas)



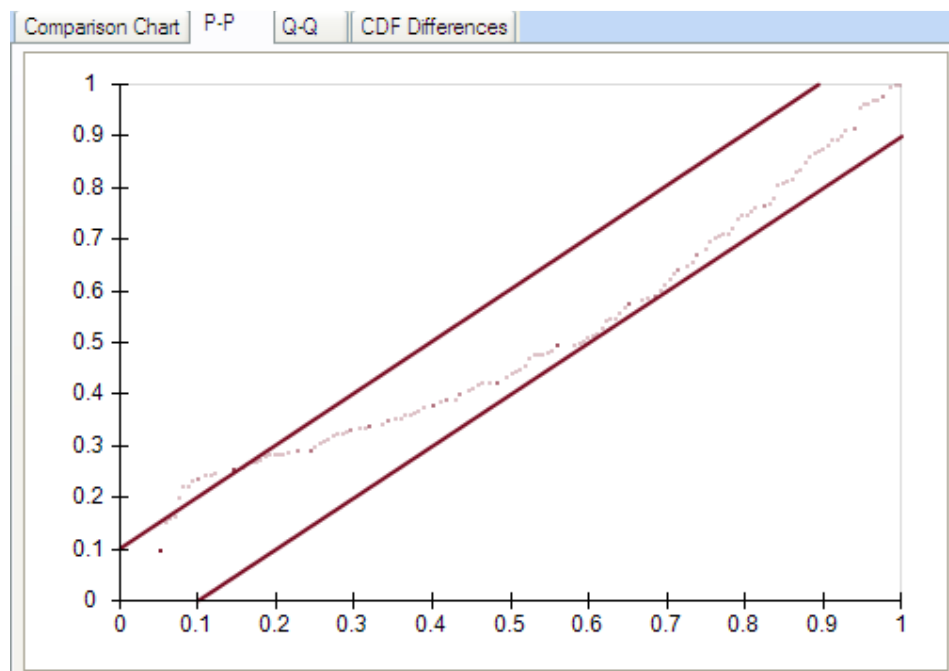
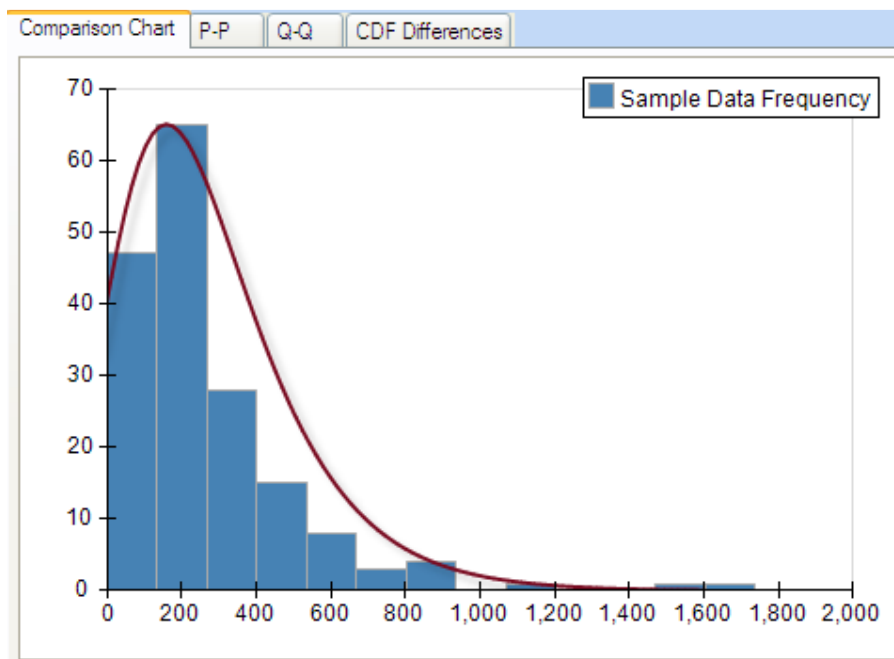
Apdraustųjų 2008 m. diskretusis pasiskirstymas (rizikos variantas)



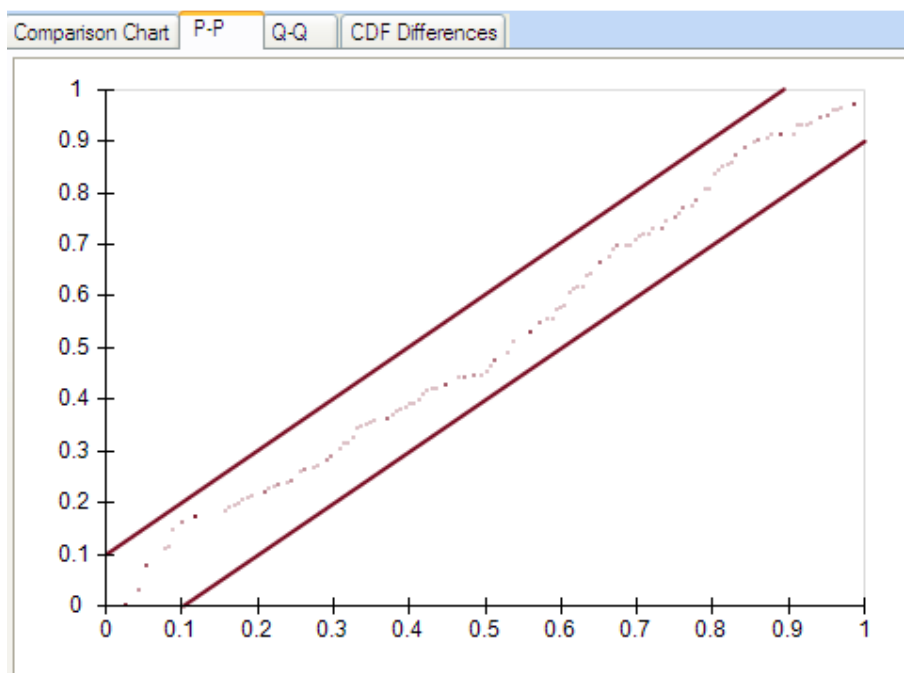
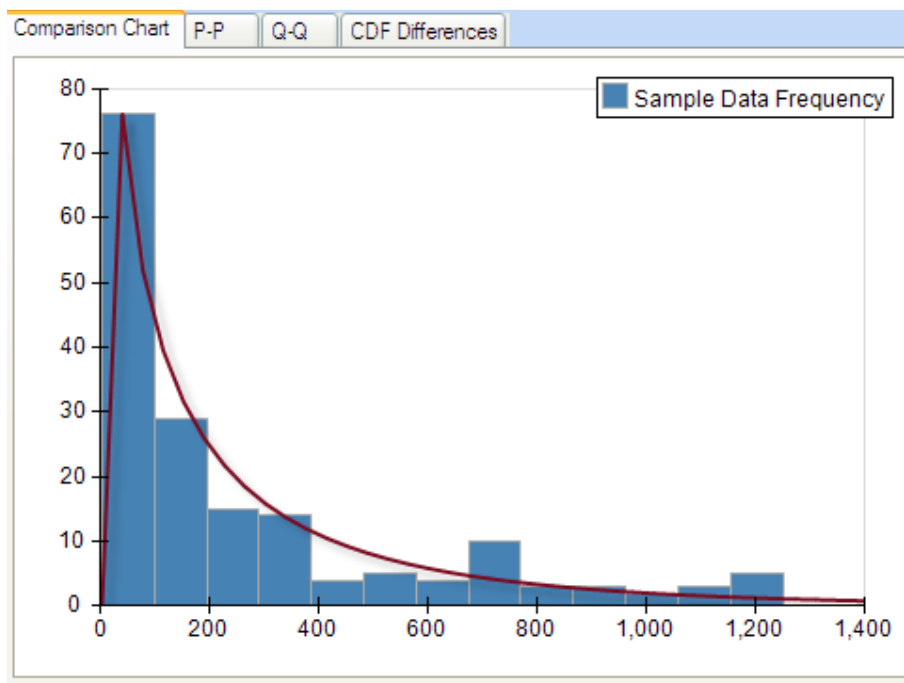
Apdraustųjų 2008 m. eksponentinis pasiskirstymas (draudimo suma)



Apdraustųjų 2008 m. Gumbel pasiskirstymas (draudimo įmokos)



Apdraustųjų 2008 m. Gama pasiskirstymas (optimalios įmokos)



Apdraustųjų 2008 m. eksponentinis pasiskirstymas (išmokos)

