VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS
UNIVERSITETAS

Darius Mariūnas

ERDVINIŲ PAVIRŠIŲ GEOMETRINIŲ PARAMETRŲ MATAVIMO TYRIMAS IR TOBULINIMAS

Daktaro disertacija

Technologijos mokslai, matavimų inžinerija (10T)

Vilnius 2005

Darbas atliktas 2001–2005 metais Vilniaus Gedimino technikos universitete.

Darbo mokslinis vadovas:

prof. habil. dr. Vytautas Giniotis (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, technologijos mokslai, matavimų inžinerija, 10T)

ĮVADAS 4

1. MAŠINŲ BEI GAMINIŲ TIKSLUMO PARAMETRŲ MATAVIMO IR TYRIMO MOKSLO DARBŲ ANALIZĖ 11

1.1. Objekto geometrinių tikslumo parametrų matavimo metodai 11
1.1.1. Matuojamieji nuokrypiai, jų grupavimas ir analizė 11
1.1.2. Geometrinių parametrų matavimo metodai 15
1.2. Matavimo priemonių ir mašinų kalibravimo metodai 25
1.3. Matavimo algoritmai 30
1.4. Apibendrinimas ir tyrimų problemos formulavimas 32

2. MATAVIMO ERDVĖS DISKRETIZAVIMO MODIFIKUOTI METODAI 34

2.1. Integraliai modifikuotas matavimo erdvės diskretizavimo metodas 34
2.2. Diferencialiai modifikuotas paviršiaus diskretizavimo metodas 45
2.3. Rezultatų apibendrinimas ir išvados 49

3. MODIFIKUOTŲ METODŲ ANALIZĖ IR DISKRETIZAVIMO ALGORITMAS 51

3.1. Modifikuotų matavimo erdvės diskretizavimo metodų analizė 51
3.2. Matavimo erdvės diskretizavimo algoritmas 57
3.3. Rezultatų apibendrinimas ir išvados 70

4. EKSPERIMENTINIO TYRIMO REZULTATAI IR JŲ STATISTINĖ ANALIZĖ 71

4.1. Matavimo mašinos ir matavimų metodika 71
4.2. Plokštumos diskretizavimo kintamo žingsnio vertės įtakos matavimo taškų skaičiui tyrimas 73
4.3. Matavimo rezultatų koreliacinė ir spektrinė analizė 80
4.3.1. Bendrosios nuostatos ir prielaidos 80
4.3.2. Matuotų plokštumų nuokrypių koreliacinė analizė 81
4.4.3. Matavimo rezultatų spektrinė analizė 88
4.4. Tyrimo rezultatų apibendrinimas ir išvados 96

IŠVADOS IR APIBENDRINIMAS 97

LITERATŪRA 99

PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS 109

ĮVADAS

Pagal ISO 5458 geometriniai gaminių parametrai skirstomi į dydį, atstumą, padėtį ir t.t., tame tarpe gaminio paviršiaus formą nepriklausomą arba priklausomą nuo bazinio paviršiaus. Mašinų gamyboje matmenų ir detalių geometrijos matavimai yra neatsiejami nuo viso gamybinio proceso, bei kokybės užtikrinimo sistemos, reglamentuojamos standartų sistema ISO 9000. Gaminių formos matavimai paprastai yra atliekami tiek jų įverties metu (ruošiniai, žaliavos), tiek gamybos bei galutinės kokybės kontrolės metu. Formos matavimų tikslas yra patikrinti tolerancijos ir techninius reikalavimus, kurie buvo nustatyti projektavimo metu. Matuojamųjų detalių analizė rodo, kad jos yra matuojamos turint tikslą:

- apie 85% patikrinti matmenis ir geometrinius parametrus (šiurkštumą, banguotumą ir t.t.);
- apie 10% patikrinti medžiagą ir jos sudėtį;
- apie 5% matuojama, norint nustatyti gretutines charakteristikas, tokias kaip kietumas, tuštumų buvimas ir pan.

80-90% matuojamų detalių paviršių sudaro paprastų geometrinių formų tokių kaip apskritimas, linija, plokštuma, cilindras, kūgis, deriniai.

Gaminių detalių geometriniai parametrai bei jų tikslumas priklauso nuo įrenginių tikslumo parametrų, kurių bazėje jie yra formuojami. Taigi, staklių su programiniu valdymu ir be jo, kitų technologinių įrenginių, įskaitant ir galutinės kontrolės įrenginius, geometrinių parametrų visumą taip pat sudaro tie patys parametrai, tik jie yra skirti mašinų judamų dalių tiesialinijiškumui, bazių plokštumui, tarpusavio statmenumui, sąašumui ir t.t. užtikrinti.

Šiame darbe nagrinėjami erdviniai ir plokštumų geometriniai parametrai, jų tikslumo matavimo būdai ir priemonės. Matavimo žingsnio optimalus parinkimas pilnai gali būti taikomas daugelio technologinių įrenginių geometrinių tikslumo parametrų tyrimui ir praktiniams matavimams.

Diskretiniai matavimai atliekami detalių paviršiaus lietimu arba optiniu kontaktu tam tikruose paviršiaus taškuose, išlaikant tarp jų tam tikrą normatyviniais dokumentais reglamentuojamą žingsnį ir yra atliekami vienoje, dviejose arba trijose koordinačių kryptyse. Be tiesialinijiškumo, plokštumo bei trijų matmenų detalių geometrinių parametrų matavimo, taškiniu-žingsniniu būdu yra matuojami ir staklių bei mašinų

periodiškai judančių organų koordinatinės padėties tikslumo parametrai visomis trejomis koordinatinėmis kryptimis. Šiame darbe nagrinėjamas diskretinis matavimo žingsnio vertės pasirinkimas daugiau yra akcentuojamas dvejų ir trijų koordinačių matavimo srityse.

Paskutiniu laikotarpiu ypatingas dėmesys skiriamas matavimo technikos sensorizavimui, adaptyvumui, informacijos srautams jose ir matematiniam – programiniam jos aprūpinimui. Šiuolaikinė matavimo technika turi ne tik tiksliai matuoti, bet ir atlikti matuotų rezultatų apdorojimą pagal užduotą algoritmą, o kartais priimti net kai kuriuos sprendimus.

Matuojamų paviršių geometrijos formą galima aprašyti įvairiomis funkcijomis: polinomais, trigonometrine eilute ir kt. Tipinius paviršius aprašančios funkcijos (pavyzdžiui, po tam tikro mechaninio apdirbimo) yra stacionarios ir tolydinės, nėra trūkių. Paviršiaus nuokrypių funkcijos banguotumas turi harmoninę prigimtį. Todėl tikslinga visai paviršių formai aprašyti naudoti trigonometrines eilutes (sin arba cos), kurios nariai rodo tam tikros bangos ilgį ir amplitudės vertę. Matavimo neapibrėžtis yra matavimų rezultato atsitiktinis sandas, nusakantis matavimo rezultatų nuokrypius ir matuojamojo dydžio tikrosios vertės ribas.

Matavimai atliekami ne tik matuojant objekto geometrinių parametrų charakteristikas, tačiau ir kalibruojant (atestuojant) pačias matavimo priemones. Matavimuose yra labai svarbu parinkti tinkamą jų algoritmą, t.y. ne tik tinkamai parinkti matavimo metodą, matavimo priemones arba jų sistemą, bet būtina tinkamai pasirinkti algoritmą, kaip bus diskretizuojama erdvė arba plokštuma. Matavimų trukmei ir išlaidoms sumažinti, būtina sumažinti matuojamų taškų skaičių erdvėje arba plokštumoje, neprarandant kokybės. Todėl šiame darbe yra nagrinėjami matavimo erdvės arba plokštumos diskretizavimo metodai, metodikos, strategijos bei jų algoritmai. Matavimų rezultatai apdorojami matematinės statistikos metodais, skaičiuojant ir tarpusavyje lyginant autokoreliacijų, tarpusavio koreliacijų, auto-spektrų ir tarpusavio spektrų tikslumines charakteristikas. Tokiu būdu yra grindžiami matavimo erdvės diskretizavimo metodai ir jų algoritmų tinkamumas.

Su matavimais susiduriama įvairioje žmogaus veikloje: geodezijoje, aviacijoje, gamyboje, tyrimo darbuose, medicinoje, biologijoje, astronomijoje ir kitur. Nuo jų tikslumo ir operatyvumo priklauso lėktuvų skrydžių sauga, gamybos proceso kokybė, galimų žemės susidūrimų su kosmoso kūnais atvejų nustatymas ir t.t.

Mokslinių tyrimų tikslas

Paviršiaus arba plokštumos nuokrypių matavimo, matavimo mašinų kalibravimo arba technologinių įrenginių darbo įrankių pozicionavimo tikslumas ir laikas yra aktuali problema. Matuojamųjų nuokrypių funkcijos pavidalas, tikslumas bei laikas priklauso nuo atliktų matavimų skaičiaus, t.y. nuo matuojamų paviršių arba plokštumų diskretizavimo žingsnio vertės. Todėl mokslinių tyrimų tikslas yra: išnagrinėti plokštumų ir trimačių paviršių matavimo bandymų ekonomišką parinkimą, parinkti optimalų dažnį bandymų erdvėje, nustatant diskretizavimo žingsnio vertę, siejant jį su matuojamųjų nuokrypių funkcijos pavidalu ir sumažinti matavimo laiką neprarandant nuokrypių vertinimo kokybės, atliekant nuokrypių funkcijos pavidalo įtakos į diskretizavimo žingsnio vertę tyrimus, sudarant naujus metodus ir algoritmus matavimo laikui trumpinti. Pateikti rekomendacijas mažinančias matavimo bandymų skaičių ir užtikrinančias reikiamą trukmę mašinų ir prietaisų gamyboje, statybose, bei geodezijoje.

Tyrimų metodika

Disertaciniame darbe panaudoti analitiniai, statistiniai ir eksperimentinio tyrimo metodai. Naudojant lokalių nuokrypių atsitiktinės funkcijos gradiento savybes ir mažiausių kvadratų metodą sudaryti integraliai ir diferencialiai modifikuoti erdvės arba plokštumos diskretizavimo žingsnio vertės nustatymo metodai ir pateikti jų realizavimo algoritmai, leido nagrinėti nuokrypių matavimo kokybę bei jiems atlikti būtiną laiko trukmę. Objektų nuokrypiams matuoti buvo parinktos plokštumos ir paviršiai, sudaryta jų matavimo schema ir parinkti matavimo įrengimai. Modifikuotų metodų kokybei tirti buvo naudojami koreliacinė ir spektrinė analizė.

Mokslinis naujumas

1. Sudaryti integraliai ir diferencialiai modifikuoti erdvės arba plokštumos diskretizavimo žingsnio nustatymo metodai, kurie leidžia pasirinkti žingsnio vertę priklausomai nuo matuojamų paviršių nuokrypių funkcijos pavidalo ir jų vertės, sumažinant matavimo laiką neprarandant kokybės.
2. Sudaryti nagrinėjamų modifikuotų metodų taikymo algoritmai ir jie realizuoti praktiškai.

3. Eksperimentiniu būdu bei matematinės statistikos metodais ištirtas siūlomų metodų tinkamumas ir pagrįstumas.

Praktinė vertė

Sudarytais integraliai ir diferencialiai modifikuotais diskretizavimo metodais galima sutrumpinti objekto nuokrypių matavimo laiką nemažinant rezultatų kokybės.

Sudaryti modifikuotų metodų realizavimo algoritmai leistų juos panaudoti įvairiuose automatinio matavimo įrenginiuose.

Ginamieji teiginiai

- Modifikuoti erdvės arba plokštumos diskretizavimo žingsnio nustatymo metodai, kurie leidžia pasirinkti jo vertę priklausomai nuo matuojamų paviršių nuokrypių funkcijos pavidalo.
- Sudaryta modifikuotų diskretizavimo metodų realizavimo metodika, apibendrinti tyrimo rezultatai ir išvados.

Darbo aprobacija

Svarbiausi mokslinio darbo rezultatai aptarti ir išdėstyti šiose mokslinėse konferencijose:

1. Mariūnas D. Integrative modified discretization method of dimensional space. Proceeding of XIV International Symposium „Research, Practice and didactics in modern Machine Building“, Stralsund, Germany, May 5 – 8, 2004. 2004. ISBN 3-9807963-8-8. p. 61-68.
2. Mariūnas D., Giniotis V. Differentially modified discretization method of dimensional space. Proceedings of the „The 2nd International Symposium on Measurement, Analysis and Modeling of Human Function“, “The 1st Mediterranean Conference on Measurement“. Sponsored by IMEKO, IEEE, SICE. June 14-16, 2004 Genova, Italy, 2004. ISBN 88-901344-0-2. p. 381-385.
3. Mariūnas D. The statistical analysis of measured deviation discretizing a space with the modified methods. Proceedings of VIII. Seminar „Advances in Mechanical Engineering“, Gdansk, Poland, April 5 – 8, 2005. 2005. ISBN 83-88579-31-2. p. 247-254.

4. Mariūnas D. Technologinių mašinų tikslumo dydžių tyrimas. Penktosios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos "Lietuva be mokslo-Lietuva be ateities", įvykusios Vilniuje 2002 m. balandžio 24 d. Vilnius: Technika, 2002. ISBN 9986-05-585-7. p. 130-140.
5. Mariūnas D. Mašinų geometrinių dydžių tikslumo matavimo metodų analizė. Šeštosios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Lietuva be mokslo – Lietuva be ateities“, įvykusios Vilniuje 2003 m. balandžio 17 d. Vilnius: Technika, 2003. ISBN 9986-05-689-6. p. 64-67.

Publikacijos disertacijos tema:

1. Giniotis V., Mariūnas D. Analysis of discretization strategy for area and space measurement. Geodesy and cartography. Vilnius: Technika, Vol. 31, No. 1, 2005. ISSN 1392-1541. p. 28-31.
2. Mariūnas D. Modifikuotas matavimo erdvės diskretizavimo metodas. Matavimai: KTU. ISSN 1392-1223. 2003, Nr. 2(26), p. 36-40.
3. Mariūnas D., Giniotis V. Analysis of modified methods of discetization for measurement volume. Aviation. Vilnius: Technika, 2004. Vol. 8, No. 2. p. 21-24.
4. Mariūnas D., Giniotis V. Differentially modified discretization method of dimensional space. Proceedings of the „The 2nd International Symposium on Measurement, Analysis and Modeling of Human Function“, “The 1st Mediterranean Conference on Measurement“. Sponsored by IMEKO, IEEE, SICE. June 14-16, 2004 Genova, Italy, 2004. ISBN 88-901344-0-2. p. 381-385.
5. Mariūnas D. Integrative modified discretization method of dimensional space. Proceedings of XIV International Symposium. „Research, Practice and didactics in modern Machine Building“, Stralsund, Germany, May 5 – 8, 2004. 2004. ISBN 3-9807963-8-8. p. 61-68.
6. Mariūnas D. The statistical analysis of measured deviation discretizing a space with the modified methods. Proceedings of VIII. Seminar „Advances in Mechanical Engineering“, Gdansk, Poland, April 5 – 8, 2005. ISBN 83-88579-31-2. p. 247-254.

7. Mariūnas D. Technologinių mašinų tikslumo dydžių tyrimas. Penktosios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos "Lietuva be mokslo- Lietuva be ateities", įvykusios Vilniuje 2002 m. balandžio 24 d. Vilnius: Technika, 2002. ISBN 9986-05-585-7. p. 130-140.
8. Mariūnas D. Mašinų geometrinių dydžių tikslumo matavimo metodų analizė. Šeštosios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Lietuva be mokslo - Lietuva be ateities“, įvykusios Vilniuje 2003 m. balandžio 17 d. Vilnius: Technika, 2003. ISBN 9986-05-689-6. p. 64-67.

Darbo struktūra ir apimtis

Disertacinį darbą sudaro įvadas, 4 skyriai, išvados, naudotos literatūros sąrašas. Darbo apimtis - 109 puslapių, pateikti 63 paveikslai, 6 lentelės.

Pirmoje dalyje, naudojantis mokslinės techninės literatūros šaltiniais, išanalizuoti geometrinių tikslumo parametrų matavimo ir matavimo priemonių bei mašinų kalibravimo metodai, matavimo algoritmai. Remiantis mokslo literatūros medžiaga, geometrinių dydžių tikslumo matavimo metodai buvo sugrupuoti į dvi stambias grupes: metodus koordinatiniam tikslumui nustatyti ir jų matavimo žingsnio periodiškumui nustatyti. Pagrindinis dėmesys buvo skiriamas matuojamos erdvės arba plokštumos diskretizavimo žingsnio vertės nustatymui. Taip pat buvo nagrinėta objekto parametrų matavimo trukmės mažinimo galimybių problema.

Atlikta mokslo darbų analizė parodė:

- gamybinių matavimų arba kalibravimų metu gaunamų rezultatų kokybė priklauso ne tik nuo matavimo priemonių ir būdų tikslumo, bet ir nuo to, kokiu žingsniu yra apeinamas matuojamasis paviršius. Tai, be abejo, tinka diskretinio matavimo atveju, kas ir yra dažniausiai paplitę gamybinėje praktikoje, pavyzdžiui, taikant koordinatines matavimo mašinas, įrankinius mikroskopus bei kitus panašius prietaisus;
- kai kuriuose darbuose aptariama ir pateikiama metodika matavimo žingsniui parinkti. Tačiau pasiūlytose metodikose erdvės arba plokštumos diskretizavimo žingsnio vertės nesiejamos su matuojamojo objekto nuokrypių funkcijos pokyčiu;

- matuojamo arba kalibruojamo objekto paviršiaus diskretizavimo problema šiuo metu nėra pilnai išspręsta;
- atliktos mokslinės literatūros apžvalgos ir analizės pagrindu suformuluoti pagrindiniai mokslinio darbo tikslai bei uždaviniai.

Antroje dalyje pateikti integraliai ir diferencialiai modifikuotų erdvės arba plokštumos diskretizavimo žingsnio vertės parinkimo metodai. Jų sudarymui ir įvertinimui buvo panaudotos lokalinių objekto nuokrypių funkcijos gradiento savybės ir mažiausių kvadratų metodas. Jų dėka erdvės arba plokštumos diskretizavimo žingsnio vertė visomis matavimo kryptimis yra didesnė ten, kur nuokrypiai kinta tolygiai, o kur jų pokytis yra staigus, ten žingsnio vertė parenkama mažesnė arba gali būti taikomas standartais reglamentuotas žingsnis. Išanalizuoti integraliai ir diferencialiai modifikuotų metodų panaudojimo pranašumai ir galimybės.

Trečioje dalyje pateikta modifikuotų metodų analizė ir jų algoritmų sudarymo metodika. Parodyta, kad modifikuotų erdvės diskretizavimo metodų efektyvumas priklauso nuo lokalinio paviršiaus sisteminių nuokrypių kitimo dėsningumo ir nuo jo aprašančio regresinio polinomo charakteristikų. Nustatyta, kad modifikuoti erdvės diskretizavimo metodai nufiltruoja atsitiktines paklaidas, tam įvertinti yra pateiktos analitinės išraiškos. Parodyta, kad abu nagrinėjami modifikuoti metodai pagrysti ir tikslinga juos naudoti matavimo trukmei sumažinti. Išaiškintas ne didelis diferencialiai modifikuoto metodo pranašumas lyginant jį su integraliai modifikuotu.

Ketvirtoje dalyje eksperimentiniais ir koreliacinės bei spektrinės analizės būdais tiriama modifikuotų metodų įtaka matavimo kokybei ir trukmei. Apskaičiuota matavimų neapibrėžtis. Nustatyta, kad standartiniu žingsniu ir modifikuotais žingsniais matuotų nuokrypių sisteminiai sandai ir jų funkcijų pavidalas statistiškai vertinant yra tapatus. Todėl ir jų atsitiktinės funkcijos, aprašančios nuokrypių pasiskirstymą plokštumoje, yra tapačios, o nagrinėti modifikuoti žingsnio vertės nustatymo metodai naudotini neprarandant informacijos apie matuojamą paviršių. Parodyta, kad didinant diskretizavimo žingsnio vertę keičiasi plokštumos nuokrypius aprašančios funkcijos pavidalas ir tuo pačiu mažėja matavimo kokybė.

Išvadose pateikti pagrindiniai darbo rezultatai bei apibendrinimai.

1. MAŠINŲ BEI GAMINIŲ TIKSLUMO PARAMETRŲ MATAVIMO IR TYRIMO MOKSLO DARBŲ ANALIZĖ

1.1. Objekto geometrinių tikslumo parametrų matavimo metodai

1.1.1. Matuojamieji nuokrypiai, jų grupavimas ir analizė

Matavimo uždaviniai labai įvairūs. Matuojami įvairiausi skirtingų savybių fizikiniai ir cheminiai dydžiai, be to, skiriasi jų matuojamos charakteristikos ir t.t. Vieni matavimai turi būti atliekami laboratorijose griežtai apibrėžtomis, kiti – labai sunkiomis netgi atšiauriomis sąlygomis. Todėl yra sukurta daugybė įvairaus sudėtingumo ir galimybių techninių priemonių, matavimo būdų ir metodikų [22, 27, 28, 33, 43, 44, 46 63, 70, 78, 89, 90, 92, 99, 101, 102 ir kt.].

Detalių brėžiniuose formos nukrypimai, plokštumų, bei paviršių tarpusavio nuokrypio tolerancijos nenusako konkrečių matavimo metodų ir matavimo priemonių poreikio. Matavimo priemones ir metodus pasirenka matuotojas, įvertindamas matavimų tikslumą ir jų sudėtingumą.

Valstybiniai standartai ir speciali normatyvinė techninė dokumentacija numato technologinių mašinų normuojamų parametrų dvi pagrindines grupes [4, 15, 25, 47, 50, 61, 62, 53, 86, 65, 66, 71 ir kiti]: elementinę ir komplektinę. Elementinei grupei priklauso:

- technologinių mašinų slankių organų, visomis koordinatinėmis ašimis, tiesumo poslinkių dviejose statmenose plokštumose tiesumas (6 parametrai);
- koordinatinių poslinkių tikslumas (3 parametrai);
- poslinkių tarpusavio statmenumas (3 parametrai);
- kiekviena koordinatine ašimi judančio darbo organo padėties kampų pastovumas visų 3-jų koordinačių ašių atžvilgiu (9 parametrai).

Tada elementinėje grupėje yra (6 + 3 + 3 + 9 = 21) normuojami parametrai. Be anksčiau nurodytų normuojamų parametrų gali būti normuojami posūkių stalo tikslumo parametrai: bazinių paviršių tarpusavio lygiagretumas; bazinės plokštumos lygiagretumas darbo organo sukimosi ašies trajektorijai ir kt.

Normuojamų parametrų komplektinei grupei priklauso parametrai, kurie matuojami veikiant technologinių mašinų visiems arba daugeliui darbo organų.

Pavyzdžiu, gali būti technologinės mašinos pagamintos detalės nuokrypiai arba skrendančio orlaivio korpuso, keleivio sėdynės virpesiai, triukšmas ir t.t.

Komplektinės patikros matavimo priemonių sąvoka suformuluota valstybiniuose standartuose, normuojančiuose viso objekto darbo tikslumą. Patikros metu gaunama labai daug informacijos apie automatizuoto komplekso atskirų darbo organų funkcionavimą ir apie jų bendrą indėlį į sumarinę objekto paklaidą. Vienok atskirų darbo organų indėlis suminei paklaidai yra neiššifruotas ir jis ne pilnai atspindimas ribotu matavimų skaičiumi.

Negalima apsiriboti vienos rūšies patikra, o būtina naudoti elementinę ir komplektinę patikras kartu, kurios viena kitą papildo ir leidžia tiksliau nustatyti kontroliuojamos sistemos tikslumą.

Bet kurio pavienio matavimo nuokrypis gali būti įvertintas kaip dviejų šio matavimo sandų - sistemingojo ir atsitiktinio nuokrypių suma. Bendrą grupės matavimų, atliktų vienodomis sąlygomis, nuokrypį galima nustatyti įvertinus vidutinį šių matavimų sistemingąjį nuokrypį ir nuokrypį dėl matavimo duomenų sklaidos. Matuojant atsirandantys netikslumai kaip tik ir lemia matavimo neapibrėžtį, dėl jų matuojant nepavyksta nustatyti tikrosios matuojamojo dydžio vertės, todėl tenka naudotis tam tikrais įverčiais, nustatytais pagal matavimų rezultatus.

Matavimo rezultatas yra gerai apibūdintas tik tuo atveju, jei jame nurodyta su matuojamuoju dydžiu susijusi vertė ir matavimo neapibrėžtis, susijusi su šia verte. Pagrindiniai neapibrėžties įvertinimo etapai yra tokie: sudaromas matematinis neapibrėžties įvertinimo modelis; paruošiami matavimo rezultatai ir kiti turimi duomenys; apskaičiuojama matavimo neapibrėžtis; pateikiamas visas matavimo rezultatas [17, 24, 32, 42, 47, 52, 68, 88].

Patogu matavimo procesą suskaidyti į tris dalis: matavimo prietaiso kalibravimą, matavimo duomenų gavimą ir duomenų apdorojimą ir nagrinėti šias proceso dalis atitinkančias kalibravimo, duomenų gavimo ir apdorojimo paklaidas.

Matavimo įrenginių, robotų ir daugiakoordinatinių mašinų tikslumo kontrolei naudojami du pagrindiniai metodai [40, 41]. Taikant pirmą metodą kalibruojami mašinos geometrinių elementų tikslumo parametrai: kreipiančiųjų ir stovo tiesumo; statmenumo, plokštumo ir kiti. Antruoju metodu yra matuojamos įprastiniais būdais kalibruotos detalės. Koordinatinių matavimo mašinų matavimo rezultatai yra lyginami su jų kalibravimo metu surinktais duomenimis. Matavimo rezultatų palyginimo

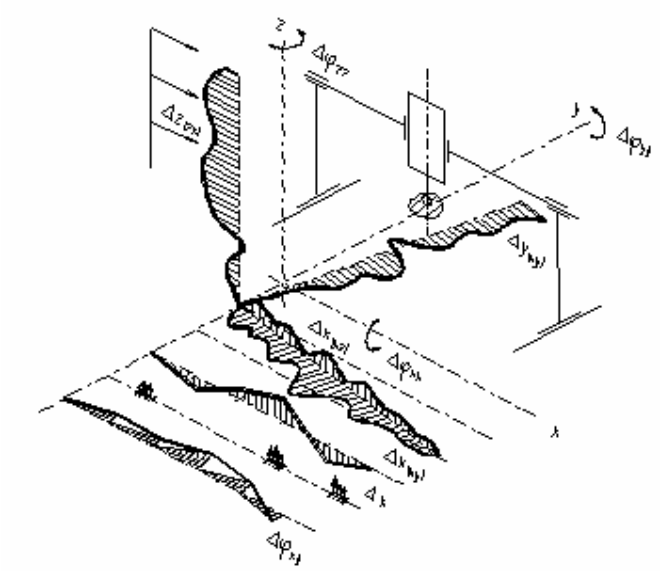
galimybė yra didžiulė koordinatinių sistemų matavimo procedūrų savybė. Geometrinės ypatybės atestuojamos koordinatinių sistemų lyginimo, gamintojo kalibravimo ir vėliau vartotojo arba kokybės kontrolės darbuotojo patikrinimo metu. Matuojant cilindrinių sferinių kūnų nuokrypius ir atliekant jų kalibravimą susiduriame su matavimo sistemų neapibrėžtumu.

1.1 lentelė. Daugiakoordinatinių matavimo mašinų geometrinių paklaidų rūšys

Paklaidos	Parametrų pavadinimas
Δ_x	x ašies kryptimi koordinatinio judesio paklaida
Δ_y	y ašies kryptimi koordinatinio judesio paklaida
Δ_z	z ašies kryptimi koordinatinio judesio paklaida
$\Delta_{x(xy)}$	x ašies kryptimi judesio tiesumo nukrypimai xy plokštumoje
$\Delta_{x(xz)}$	x ašies kryptimi judesio tiesumo nukrypimai xz plokštumoje
$\Delta_{y(xy)}$	y ašies kryptimi judesio tiesumo nukrypimai xy plokštumoje
$\Delta_{y(yz)}$	y ašies kryptimi judesio tiesumo nukrypimai yz plokštumoje
$\Delta_{z(xz)}$	z ašies kryptimi judesio tiesumo nukrypimai xz plokštumoje
$\Delta_{z(yz)}$	z ašies kryptimi judesio tiesumo nukrypimai yz plokštumoje
$\Delta_{x/y}$	x ir y ašių kryptimi tarpusavio judesių nestatmenumo nukrypimai
$\Delta_{y/z}$	y ir z ašių kryptimi tarpusavio judesių nestatmenumo nukrypimai
$\Delta_{x/z}$	x ir z ašių kryptimi tarpusavio judesių nestatmenumo nukrypimai
Δj_{xx}	x ašies kryptimi judesio kampo pastovumo x ašies atžvilgiu nukrypimai
Δj_{xy}	x ašies kryptimi judesio kampo pastovumo y ašies atžvilgiu nukrypimai
Δj_{xz}	x ašies kryptimi judesio kampo pastovumo z ašies atžvilgiu nukrypimai
Δj_{yy}	y ašies kryptimi judesio kampo pastovumo y ašies atžvilgiu nukrypimai
Δj_{yx}	y ašies kryptimi judesio kampo pastovumo x ašies atžvilgiu nukrypimai
Δj_{yz}	y ašies kryptimi judesio kampo pastovumo z ašies atžvilgiu nukrypimai
Δj_{zz}	z ašies kryptimi judesio kampo pastovumo z ašies atžvilgiu nukrypimai
Δj_{zx}	z ašies kryptimi judesio kampo pastovumo x ašies atžvilgiu nukrypimai
Δj_{zy}	z ašies kryptimi judesio kampo pastovumo y ašies atžvilgiu nukrypimai
Δ_{ci}	matavimo galvutės lietimosi paklaida
Δ_{ji}	stalo pasukimo paklaida
Δ_{ki}	komplektinės patikros paklaida

Neapibrėžtumui nustatyti padaryta daug tyrimų. Anksčiau paminėti nuokrypiai kontroliuojami galiojančiuose standartuose arba gamintojo techninėse specifikacijose ir standartuose nurodytais metodais. Koordinatinio matavimo mašinų galvučių tikslumui keliami ypatingi reikalavimai. Daugiakoordinatinėse mašinose kalibruojama daug tikslumo parametrų, naudojant įvairius metodus ir įrankius. Todėl jų kalibravimas yra sudėtingas, komplikuotas ir brangus.

Daugiakoordinatinių mašinų geometrinių nuokrypių visuma susideda iš $\Delta_{x/y}$, $\Delta_{x/z}$ ir $\Delta_{y/z}$- koordinatinių ašių statmenumo, pozicionavimo pagal *x*, *y* ir *z* ašis nuokrypių, $\Delta_{x,y,z}$ - kiekvienai *x*, *y* ir *z* koordinatinei ašiai kampinio posūkio nuokrypių (1.1 lentelė) ir kt.



1.1 pav. Matavimo mašinos nuokrypių pasiskirstymas x, y ir z koordinatinių ašių kryptimis

Daugiakoordinatinėse matavimo mašinose yra 21 rūšys geometrinių paklaidų. Be anksčiau paminėtų nuokrypių yra tirtas temperatūrinis, slėgio, dinaminis ir kitų aplinkos faktorių poveikis koordinatinių matavimo mašinų tikslumui. Matavimo mašinų tikslumas taip pat labai priklauso nuo jų matavimo galvutės tikslumo. Matavimo mašinos matavimo erdvės suminių nuokrypių pasiskirstymo pavyzdys pateikiamas 1.1 paveiksle [40].

1.1.2. Geometrinių parametrų matavimo metodai

Įvairiose žmogaus veiklos srityse yra daug skirtingų matavimo metodų. Šio darbo tikslas yra pabandyti suklasifikuoti apžvelgtus geometrinių parametrų nuokrypių matavimo, bei 2-tės ir 3-tės erdvės suskaidymo metodus. Nagrinėjant matavimo metodus susiduriama su dvejomis pagrindinėmis grupėmis (1.2 pav.):

- metodai koordinatėniam tikslumui nustatyti [1, 9, 11, 13, 16, 18, 20, 22, 51, 57, 59, 60, 63, 75, 76, 85, 93, 98 ir kt.];
- metodai nuokrypių kitimo dėsningumams ir jų matavimo periodiškumui nustatyti [10, 11, 38, 40, 41, 67, 77, 84, 91].

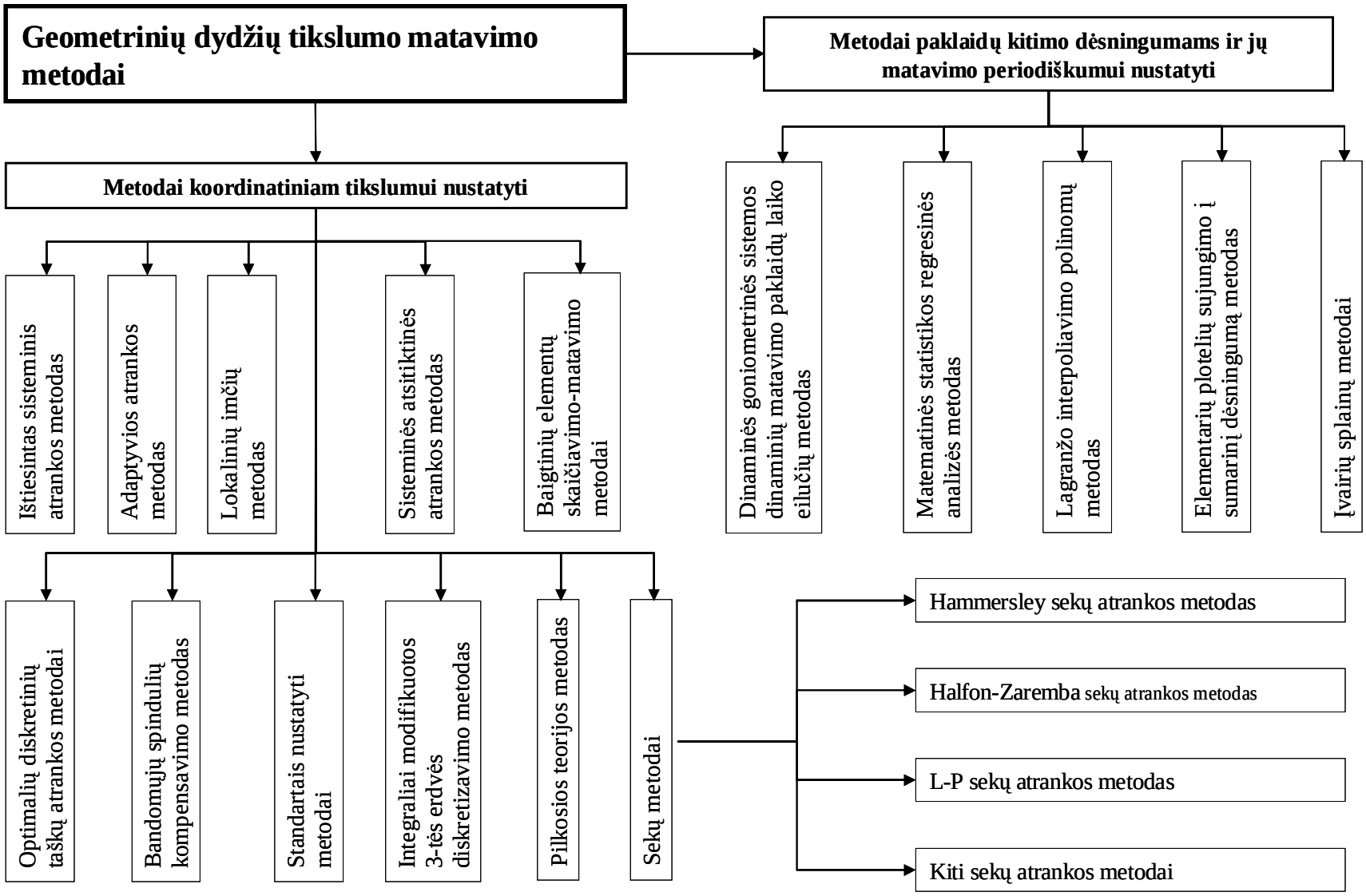
Klasifikacijoje yra parodyti tik pagrindiniai, labiausiai naudojami ir naujausi tikslumo matavimo metodai. Kiekviena ši grupė turi savo pogrupius, o pogrupiai skaidosi dar smulkiau (1.2 pav.). Pateiktas geometrinio tikslumo parametrų matavimo, bei 3-tės ar 2-tės erdvės skaidymo metodų klasifikavimas yra bandymas juos sugrupuoti į tam tikras grupes ir nustatyti ryšį tarp jų.

Analizuojant geometrinių nuokrypių matavimo metodus (1.2 pav.) pastebima, kad prieš parenkant matavimo metodą būtina apsispręsti kas norima gauti rezultate. Jeigu nuokrypių matavimo tikslas yra gauti jų pasiskirstymo dėsningumų matematinį modelį, tai turėtume pasirinkti kurį nors vieną iš nuokrypių dėsningumų ir jų matavimo koordinačių grupės metodą, o jeigu tikslas būtų nustatyti nuokrypių matavimo koordinates, tai turėtume pasirinkti bent vieną iš kitos grupės metodų.

Nuokrypių matavimo koordinatėms nustatyti yra labai daug metodų (1.2 pav.). Pasirenkant nuokrypių matavimo metodą sprendžiami du pagrindiniai uždaviniai:

- sumažinti nuokrypių matavimo taškų arba koordinačių skaičių;
- padidinti nuokrypių matavimo tikslumą arba bent jo nesumažinti.

Trumpai paanalizuokime kai kuriuos charakteringesnius paviršiaus geometrijos matavimo metodus, išskirdami matavimo žingsnio vertės parinkimo strategiją. Šaltiniuose [40, 41] yra pateikiama bendra tolygiai daugiamačiuose kubuose pasiskirsčiusių taškų teorija. Čia tenka spręsti taškų generavimo uždavinį (tinkantį riboto uždavinio sprendimui), turint nedidelį matuojamų taškų skaičių ribotoje staklių dalių eigų koordinačių erdvėje. Taškai išdėstomi tolygiausiai tada (1.3 pav. a ir b), kai taškų skaičius yra nustatomas taip:



1.2 pav. Geometrinių dydžių tikslumo matavimo metodų klasifikavimas

$$N = 2^{m_1} - 1, \quad m_1 = 1,2, \ldots, 21, N \le 2^{21},$$

čia *N*- matuotinų taškų skaičius.

L-P taškų koordinatės erdvėje yra:

$$Q_i = (q_{i1}, \ldots, q_{in}), i = 1,2,3, \ldots, N,$$

čia *i* – taško eilės numeris, *n* –būtinas koordinačių skaičius *i*-jam taškui aprašyti erdvėje, bendruoju atveju $n \le 51$.

L-P sekos taškų koordinatės yra apskaičiuojamos pagal algoritmą. Pirma, kiekvienam numeriui *i* yra skaičiuojama: m=1+[ln*i*/ln2]. Po to skaičiuojama $q_{i,j}$ kiekvienam *j*=1, ... , n:

$$q_{i,j} = \sum_{k=1}^{m} 2^{-k+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=k}^{m} \left[2\left\{ i 2^{-l} \right\} \right] \left[2\left\{ r_j^{(l)} 2^{k-1-l} \right\} \right] \right\},$$

čia $r_j^{(l)}$ – yra *j* - jo erdvės matavimo *l* – tasis koreliacijos koeficientas.

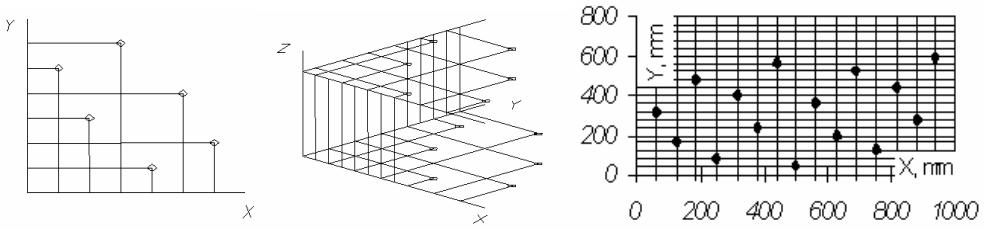
Nagrinėjant plokštumos atvejį, t.y. dvimačiam atvejui darbuose [40,41] tarp išmatuotų taškų skaičiaus *x* ir *y* koordinatėse buvo paskaičiuota $r_j^{(l)}$ koreliacijos koeficiento reikšmė $r_1^{(1)} = 0,80$, o L-P sekos *i* - tojo taško plokštumos *j*=1 koordinatės vertė skaičiuojama taip: *m*=1+[ln1/ln2]=1, nes ln1=0,

$$q_{1,1} = \sum_{k=1}^{1} 2^{-1+1} \left\{ \frac{1}{2} \sum_{l=1}^{1} \left[2\left\{ 1 \cdot 2^{-1} \right\} \right] \left[2\left\{ 0,80 \cdot 2^{1-1-1} \right\} \right] \right\} = 0,4.$$

Kadangi plokštumoje *j* =1,2, tai norint paskaičiuoti antro taško plokštumos koordinatę reikia pakartoti skaičiavimus kai *j* =2. Analogiškai skaičiuojamos ir kitos koordinatės. Koordinatės $q_{1,1}$ vertė yra išreikšta santykiniu dydžiu.

Naudojant L-P sekos taškus staklių koordinatinių poslinkių tikslumo tikrinimui, ypač tai darant gamyboje, žymiai sutrumpėja matavimų laikas, nes sumažėja matuojamų taškų skaičius. Šis metodas įgalina supaprastinti eksploatuojamų staklių tikslumo tikrinimą, operatyviai gaunant didelį kiekį informacijos. Prieš tai atlikti parengiamieji tyrimai rodo, kad koordinatinių tikslumo matavimų koreliacija tarp atskirų matavimo linijų yra didelė (0,7...0,8), todėl supaprastintas matavimas, taikant L-P sekos taškus, yra priimtinas.

Naudojant pateiktą matematinį aparatą, buvo sugeneruotas koordinatinės matavimo mašinos tikslumo kalibravimui 420mm x 500mm matmenų eksperimento šablonas (1.3 c pav.). Pastebėta, kad atlikti matavimų rezultatai skiriasi nuo įprastomis priemonėmis ir būdais gautų ne daugiau kaip 15%. Tai tenkina gamyboje reikalaujamą tikslumą.



a) b) c)

1.3 pav. Taškų pasiskirstymas erdvėje ir plokštumoje. a ir b – vienodai pasiskirstę taškai, c – plokštumoje sugeneruoti L-P sekos taškai

Pilkosios teorijos metodas [67] buvo panaudotas kito gaminio matavimo taškų koordinačių nustatymui ir to gaminio geometrinių parametrų gamybos nuokrypiams prognozuoti. Šio metodo esmė yra sugeneruoti naują eilutę, kurios nariai tenkintų šiuos reikalavimus:

- pirmas generuojamos eilutės narys lai bus turimos eilutės nariu;
- lai turimos eilutės pirmojo ir antrojo nario suma bus naujos eilutės antruoju nariu;
- lai turimos eilutės pirmojo, antrojo ir trečiojo nario suma bus naujos eilutės trečiuoju nariu ir t.t.

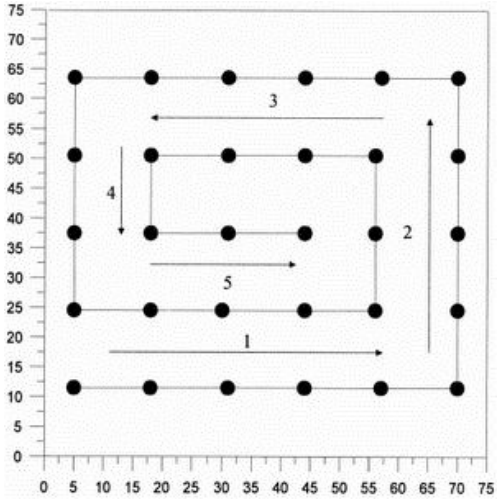
Sugeneruota nauja eilutė vadinama to paties laiko akumuliuota eilute. Pradinė eilutė yra:

$$x^{(0)} = \{x^{(0)}(1),\ x^{(0)}(2),\ldots,x^{(0)}(n)\}.$$

Tuomet pagal aukščiau išdėstytą metodiką pirmojo laiko naujai sugeneruota eilutė būtų:

$$x^{(1)} = \{x^{(1)}(1), x^{(1)}(2),\ \ldots,x^{(1)}(n)\},$$

čia $x^{(1)}(k) = \sum_{i=1}^{k} x^{(0)},\ k = 1,2,\ldots,n.$



1.4 pav. Pilkosios teorijos būdu sugeneruota 30 matavimo taškų seka

Gali būti generuojamos ir inversinės eilutės. Šis metodas galutinai charakterizuojamas diferencialine lygtimi:

$$\frac{dx^{(1)}(t)}{dt} + ax^{(1)}(t) = u\,.$$

Tai yra pirmos eilės vieno kintamojo diferencialinė lygtis. Parametrų a ir u reikšmėms nustatyti naudojamas mažiausių kvadratų metodas. Šio metodo grafinė interpretacija pateikta 1.4 paveiksle.

Hammersley sekų atrankos metodas [92] aprašomas taip:

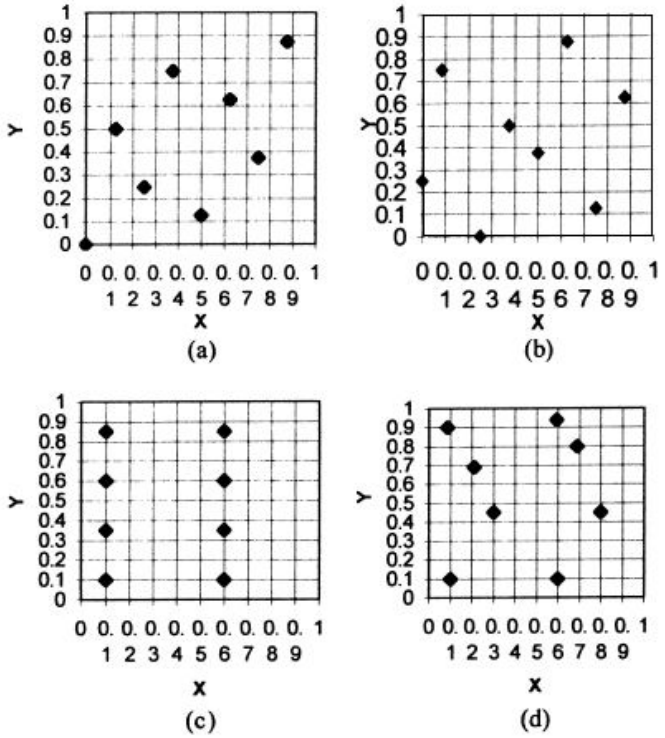
$$P_i = i/N\,,\ Q_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij}\, 2^{-j-1},$$

čia P_i – i-tojo taško koordinatė 0x ašies kryptimi; Q_i – i-tojo taško koordinatė 0y ašies kryptimi; N – atrankos sumarinis taškų skaičius; $i \in [0,\ N\text{-}1]$; b_i – binarinis indekso i atvaizdavimas (pavyzdžiui kai i=1 binarinis atvaizdavimas b_1=(001); b_{ij} – yra b_i - tojo j – tasis bitas; k – reikšmė skaičiuojama taip [$\log_2$N].

Kai N=8, tai P_i bus tokios reikšmės: 0/8; 1,8; 2/8; ... , 7/8, nes $i \in [0,\ N\text{-}1]$; Q_i koordinatės reikšmės skaičiuojamos dauginant b_{ij} iš 2^{-j-1} ir sandaugas sumuojant nuo j=0 iki j=k-1. Nagrinėjamu atveju N=8, tai k=$\log_2$8=3. Jeigu $\lg_2 N$ yra realus skaičius, tai reikia paimti mažesnį sveiką skaičių, pavyzdžiui, $\log_2 N$ =3,6, tai reiktų laikyti, kad $\log_2 N$ lygus 3. Teigiant, kad b_i yra i indekso binarinis užrašas, o b_{ij} yra j – tasis b_i bitas, pavyzdžiui, kai i=1, tuomet P_i=1/8, o b_i binarinis užrašas bus toks (001). Tuomet b_i

užrašo veidrodinis atspindys bus b_{ij}=(100). Skaičiuojant Q_i koordinatės reikšmes reiks susumuoti nuo j=0 iki k-1, $b_{ij}2^{-j-1}$ sandaugas. Tai daroma taip:

- kai i=1 ir j=0, tuomet b_{ij}=(100) ir pirmoji sandauga bus tokia $b_{10}2^{-0-1}=1\cdot2^{-1}=2^{-1}$, nes b_{ij} pirmoje pozicijoje yra vienetas;
- kai i=1 ir j=1, tuomet b_{ij}=(100), o antroji sandauga bus $b_{11}2^{-1-1}=0\cdot2^{-2}=0$, nes b_{ij} antroje pozicijoje yra nulis;
- kai i=1 ir j=k-1=2, tuomet b_{ij}=(100), o trečioji sandauga bus $b_{12}2^{-2-1}=0\cdot2^{-3}=0$, nes b_{ij} trečioje pozicijoje yra nulis.



1.5 pav. Skirtingais metodais sugeneruotos 8 taškų koordinatės $x0y$ plokštumoje: a – Hammersley sekų metodu; b – Halton-Zaremba sekų metodu; c – ištiesintų sisteminių parinkimų metodu; d – tam tikru algoritmu minimizuojant matuojamųjų taškų skaičių

Sumuodami aukščiau paskaičiuotas 3 sandaugas gausime Q_i reikšmę, kai i=1:

$$Q=\sum_{j=0}^{2} b_{ij}2^{-j-1}=b_{10}2^{-0-1}+b_{11}2^{-1-1}+b_{12}2^{-2-1}=1\cdot2^{-1}+0\cdot2^{-2}+0\cdot2^{-3}=1/2.$$

Laikant, kad P_i skaičiuotoji reikšmė parodė matuojamo taško koordinatę $0x$ ašį, o Q_i – atitinkamai pagal $0y$ koordinatinę ašį (1.5 a pav.) tai matuojamoje $x0y$ plokštumoje

i-tojo taško koordinatė būtų užrašyta taip (1/8; 1/2) arba (0,125; 0,5). Nagrinėto *i*=1 taško koordinatė yra parodyta 1.5 a paveiksle. Analogiškai skaičiuojamos ir kitos Hammersley Q_i koordinatės.

Halton-Zaremba pasiūlytas atrankos metodas [92] skiriasi nuo Hammersley sekų metodo ir jo matematinis modelis yra:

$$P_i = i / N = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij} 2^{-(k-j)},$$

$$Q_i = \sum_{j=0}^{k-1} b_{ij}' 2^{-j-i};$$

čia P_i – *i*-tojo taško koordinatė 0*x* ašies kryptimi; Q_i – *i*-tojo taško koordinatė 0*y* ašies kryptimi; *N* – atrankos sumarinis taškų skaičius; $i \in [0, N\text{-}1]$; b_i – binarinis indekso *i* atvaizdavimas (pavyzdžiui kai *i*=1 binarinis atvaizdavimas b_1=(001); b_{ij} - yra b_i.-ojo *j*–tasis informacijos bitas; b_{ij}' yra (1-b_{ij}) kai *j* yra nelyginis ir priešingu atveju $b_{ij}' = b_{ij}$; *k* yra [$\log_2 N$].

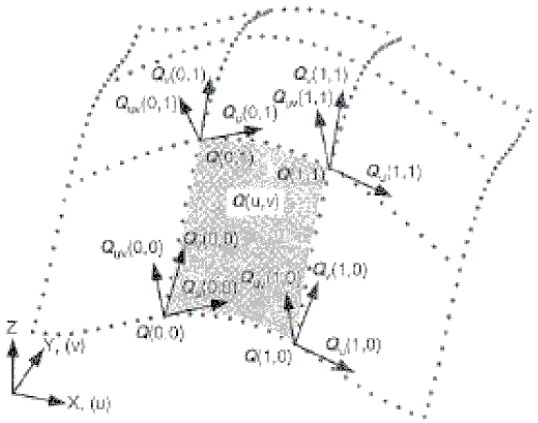
Iš pateiktų pavyzdžių (1.5 pav.) matyti, kad kiekvienas metodas sugeneruoja skirtingas koordinates. Analizuodami ankščiau pateiktus šių metodų matematinius aparatus pastebėsime, kad jie generuoja matuojamų taškų koordinates neatsižvelgiant į matuojamų paviršių arba plokštumų nuokrypių dėsningumus. Todėl skirtingi metodai generuoja labai skirtingas matavimo taškų koordinates.

Pastebėta, kad sėkmingas anksčiau paminėtų uždavinių sprendimas labai priklauso nuo nuokrypių pasiskirstymo dėsningumo. Tyrimais įrodyta [92], kad 2-tėje erdvėje nėra didelio skirtumo tarp Hammersley ir Halton-Zarembos sekų metodų. Nagrinėjant statistinį L-P sekų [41] ir pilkosios teorijos metodus [67] išryškėja L-P sekų metodo pranašumai, ypač taikant jį 3-tės erdvės matavimams. Cilindrinių kūnų nuokrypiams matuoti naudojami optimalių diskretinių taškų atrankos šablonų, bandomųjų spindulių kompensavimo ir jiems panašūs metodai. Visi nuokrypių matavimo koordinačių nustatymo metodai turi pranašumų prieš standartinius metodus trumpinant matavimo laiką, tačiau apie jų panaudojimo tikslingumą reikia spręsti kiekvienu atveju atskirai. Nevisi jie yra taikomi 3-tės erdvės matavimams, pavyzdžiui, pilkosios teorijos, ištiesintos sisteminės ir sisteminės atsitiktinės atrankos ir lokalinių

imčių metodai gerai tinka paklaidoms matuoti plokštumoje, o L-P sekų ir kiti 3-tės erdvės paklaidoms matuoti. Turint apriorinės informacijos apie nuokrypių pasiskirstymo dėsningumus galima tiksliau pasirinkti matavimo metodą ir iš esmės sutrumpinti matavimo laiką. Jeigu gaminiai gaminami dideliais kiekiais ir stabiliu technologiniu procesu jų gamybos nuokrypiai statistiškai turėtų pasikartoti, todėl gamybos nuokrypių matavimai yra supaprastinami naudojant įvairius splainus. Splaininių metodų panaudojimui būtina nustatyti profilio formos ypatybių charakteristikas. Naudojant šiuos metodus sumažėja nuokrypių taškų skaičius.

Trumpai paanalizuokime charakteringesnių metodų nuokrypių kitimo dėsningumus ir jų matavimo periodiškumui nustatyti naudojamas metodikas. Paviršiaus profilio nuokrypiams, tarp dviejų charakteringų taškų, interpoliuoti dažnai naudojama Lagražo polinomo išraiška. Darbe [18] pateikiamas tiesumo ir apskritumo matavimo metodas, kuriame duomenų interpoliacijai taip pat naudojami specialūs Lagražo polinomai.

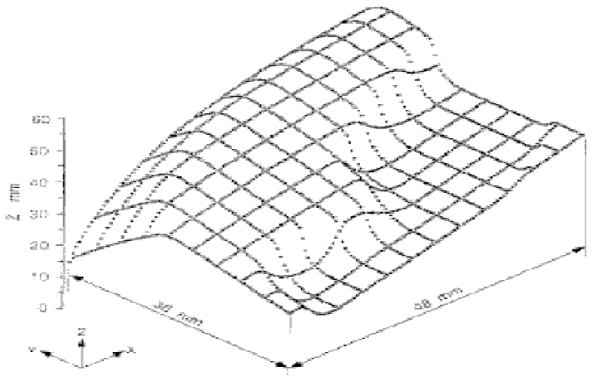
Nagrinėjant 3-mačio paviršiaus matavimus optiniu metodu [45], autoriai pateikia metodiką, kaip pagal matavimo rezultatus sudaryti paviršiaus fizinį modelį (1.6 ir 1.7 pav.).



1.6 pav. Plotelių ribomis suskirstyto paviršiaus didelio tankio matavimo metodas

Šis metodas grindžiamas matuojamojo paviršiaus padalijimu į tam tikras aikšteles – plotelius ir pagal tose aikštelėse arba ploteliuose išmatuotas paviršiaus charakteristikas arba duomenis toliau sudaromi viso paviršiaus fizinis (1.7 pav.) ir

matematinis modelis. Paviršiaus matematinio modelio sudarymui naudojami specialūs splainai.



1.7 pav. Fizinio modelio paviršiaus taškai

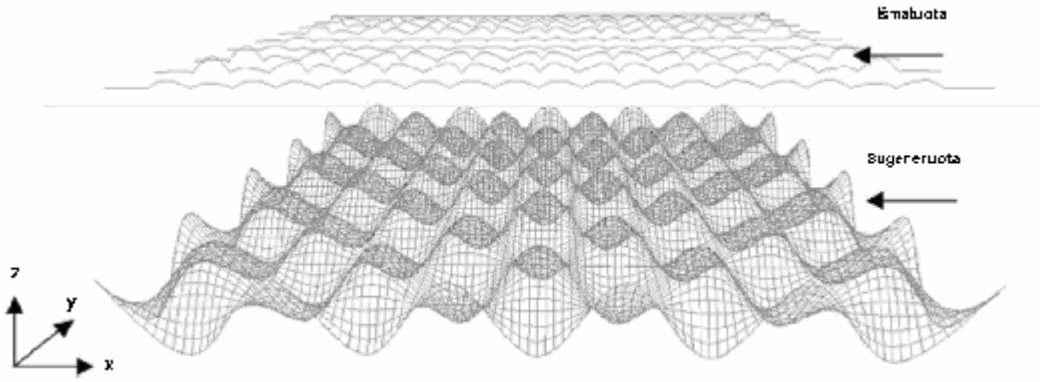
Nagrinėjant matavimų neapibrėžtį darbe [16] rezultatams įvertinti naudojama šio pavidalo išraiška:

$$S = (a_i \pm t_b S_a) + (b_i \pm t_b S_b)c,$$

čia S – paviršiaus profilio nuokrypių funkcijos reikšmė, a_i ir b_i – regresijos polinomo koeficientų reikšmės, $\pm t_b S_a$ ir $\pm t_b S_b$ – regresijos polinomo koeficientų pasikliautinų intervalų ribos; t_b – kvantilis, kurio reikšmė nustatoma Stjudento kriterijumi ir pagal užsiduotą tikimybę $p=1-q$ ir laisvės laipsnių skaičių $v=n-1$, jo reikšmė pasirenkama iš lentelių; S_a ir S_b – vidutiniai kvadratiniai nuokrypiai; n – matavimų skaičius; q – tikimybė, kad stebimas reiškinys neįvyks.

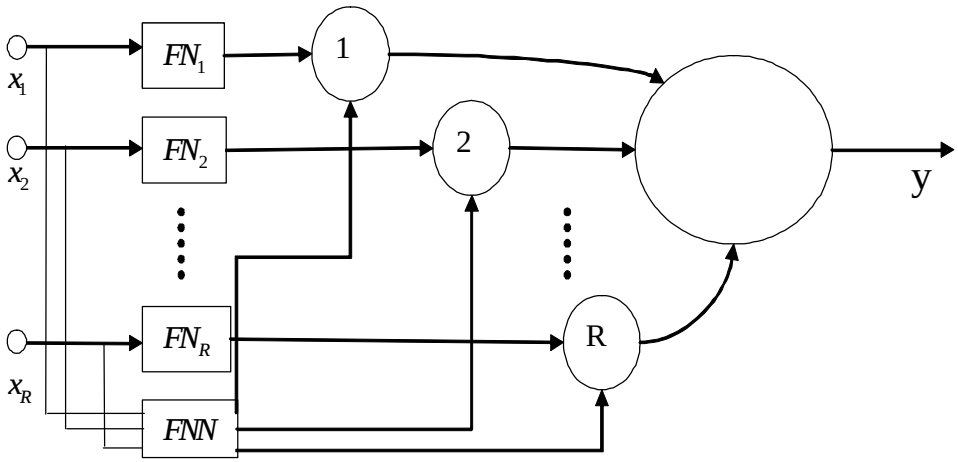
Trikampių arba kitų plotelių pagalba modeliuojamas žemės paviršius, gravimetriniai arba kitų tipų tinklai geodeziniuose matavimuose [79-81, 94-96].

Nagrinėjant metodus nuokrypių kitimo dėsningumams nustatyti [9, 11 ,16 ,18, 23, 27, 35-37, 39, 64, 73, 82] taip pat pastebėta, kad paminėtų metodų panaudojimo efektyvumas priklauso nuo nuokrypių pasiskirstymo dėsningumo. Jeigu nuokrypių pasiskirstymo dėsningumai žinomi iš apriorinės informacijos, tuomet išanksto galima pasirikti jų pasiskirstymo funkcijų splainus ir atlikti būtinus matavimus, kuriais remiantis galima nustatyti prie splainų esančių koeficientų ir kitų nežinomų parametrų reikšmes. Pavyzdžiui, 1.8 paveiksle [9] pateiktoms priklausomybėms aprašyti yra tikslinga panaudoti trigonometrinių funkcijų splainą.



1.8 pav. Skirtumų tarp koordinatinėmis mašinomis matuotų duomenų ir generuoto modelio rezultatų analizė

Nagrinėjamu atveju išryškėja banguotas paviršius, kuris turėtų būti lengvai aprašomas sin ir cos eilutėmis. Tokiu atveju reikia atlikti nedaug kontrolinių matavimų iš kurių yra apskaičiuojamos splainų nežinomų parametrų reikšmės. Šiuo atveju uždavinys supaprastėja, kadangi pasirinktas sin ir cos splainas apibūdina banguoto paviršiaus pavidalą. Todėl būtina apskaičiuoti tik amplitudžių ir kampinio dažnio reikšmes. Neturint apriorinės informacijos apie galimus nuokrypių pasiskirstymo dėsningumus, reikia atlikti išsamius nuokrypių matavimus.



1.9 pav. Neapibrėžto neuroninės sistemos tinklo struktūros schema

Darbe [11] nagrinėjamos dinaminės goniometrinės sistemos modelis, kuris leidžia prognozuoti parametrų paklaidas. Jame autoriai nuokrypių modelį pateikia neuroninio ryšio tinklų pavidalu:

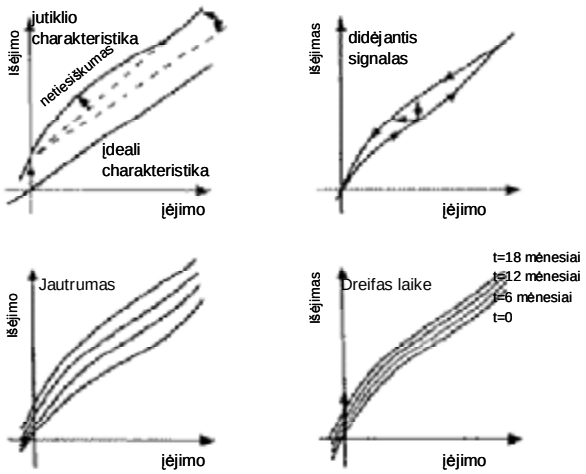
$$y = f(X),$$

čia $X = (x_1, x_2, ..., x_n)^T$, x_i – įėjimo kintamieji, y – išėjimas; $f(X) = \sum_{i=1}^{n} c_i x_i + c_0$; c_i – tojo koeficiento reikšmė; c_o – laisvasis narys.

Paveiksle 1.9 FN_j yra *j*-osios eilės neapibrėžto dėsnio neuronas, atitinkantis įėjimų erdvę; FNN – išdėstytas pagal rangą tiesioginio ryšio neuronas. Dinaminio matavimo nuokrypio modelį autoriai nagrinėja pasitelkdami tikimybės teorijos, matematinės statistikos ir informacijos teorijos matematinį aparatą. Tačiau lieka nepaliestas matavimo plokštumos arba erdvės diskretizavimo klausimas ir matavimo taškų jose mažinimo problema.

1.2. Matavimo priemonių ir mašinų kalibravimo metodai

Nagrinėjant matavimo įrenginių kalibravimą dinamikoje, darbuose [2, 7, 8, 13, 29, 32, 49, 55, 79, 97] parodomi atsirandantys nuokrypiai dėl jutiklių histerezės arba jų netiesiškumų (1.10 pav.).



1.10 pav. Jutiklių galimi nuokrypiai

Jutiklių nuokrypiams įvertinti dinaminiame kalibravime autoriai siūlo vidurkinant panaudoti svorio koeficientus. Svorio koeficientai m_i skaičiuojami taip:

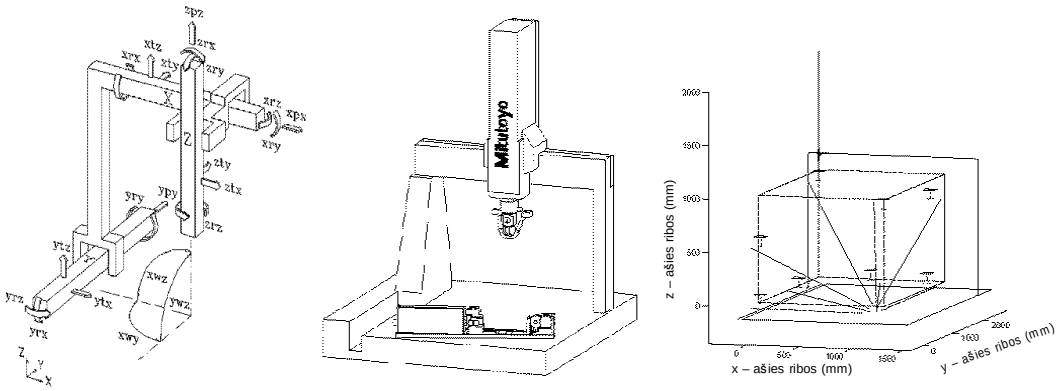
$$m_i = Pe^{(t_n - t_{(n-i+1)})b},$$

čia $b = \frac{\ln(k/P)}{win}$; P – svorio koeficiento maksimali reikšmė; k – svorio koeficiento minimali reikšmė; *win* – lango ilgis dienomis.

Apibendrintas aritmetinis vidurkis arba svorinis vidurkis skaičiuojamas taip:

$$\bar{x}_n = \frac{\sum_{i=1}^{N_n} m_i x_{(n-i+1)}}{\sum_{i=1}^{N_n} m_i},$$

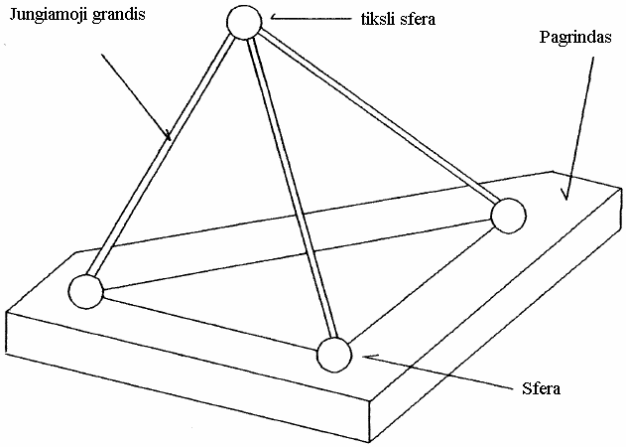
čia x_n – matavimų vertės t_n laiko momentu; N_n – win lange matavimų skaičius laiko t_n momentu.



a) b) c)

1.11 pav. KMM trijų matmenų parametriniai nuokrypiai (a), matavimo įrenginys (b) ir įsivaizduojami lazerio spindulio keliai (c)

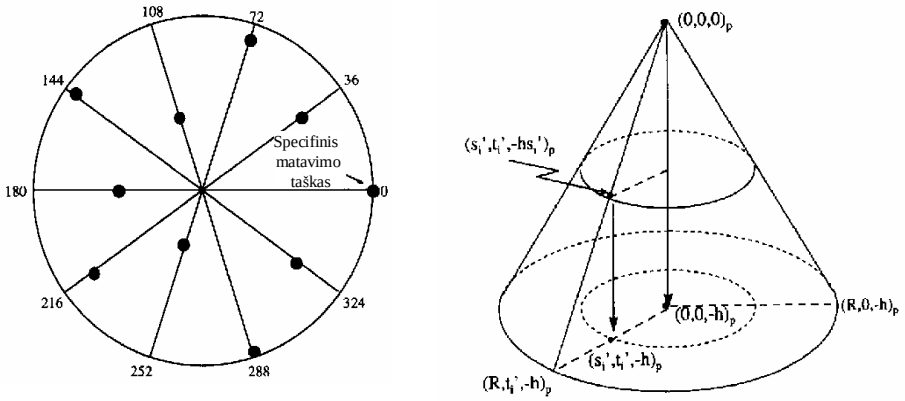
Matavimo rezultatų neapibrežties problemos taip pat buvo nagrinėtos [17] darbe. Darbe [29] nagrinėjamas koordinatinių matavimo mašinų kalibravimas, įvertinant trijų matavimų parametrinius nuokrypius. Autoriai siūlo naują kalibravimo metodiką, kuri grindžiama lazerio matavimais (1.11 pav.) ir lazeriniu interferometru. Kiekvienas matuojamas taškas yra 3-jų matavimų tūryje, todėl jo rezultatas yra sąlygotas daugiaparametrinių nuokrypių. Tokiu būdu, norint sumažinti parametrinį nuokrypį, būtina surinkti arba žinoti informaciją apie jį.



1.12 pav. Erdvinė kalibravimo prizmė

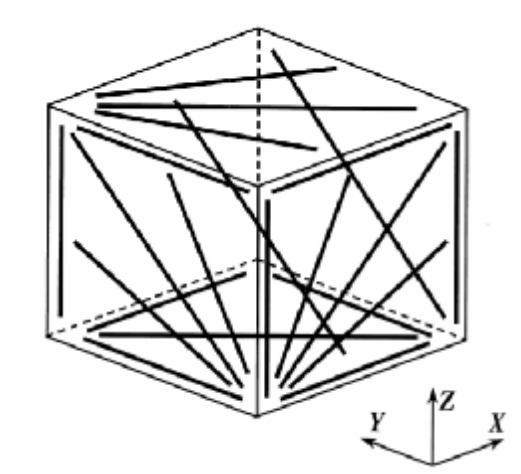
Darbe [54] KMM kalibravimui siūloma naudoti specialų pamatinį etaloną. Jis yra sudarytas iš pagrindo, kuriame yra 3 labai tikslios sferos į kurias remiasi pagamintas iš anglies pluošto labai tikslaus ilgio jungiančios grandys (1.12 pav.). Jų susilietimo viršutiniame taške patalpinta taip pat tiksli sfera. Keičiant jungiančių grandžių ilgius, gaunamas skirtingų konfigūracijų kalibravimo tetraedras, kuris leidžia greitai kalibruoti KMM.

Naudojant anksčiau aprašytą Hammersley‘s metodų algoritmą [60] darbe nagrinėjami paviršių diskretizavimo pavyzdžiai (1.13 pav.).



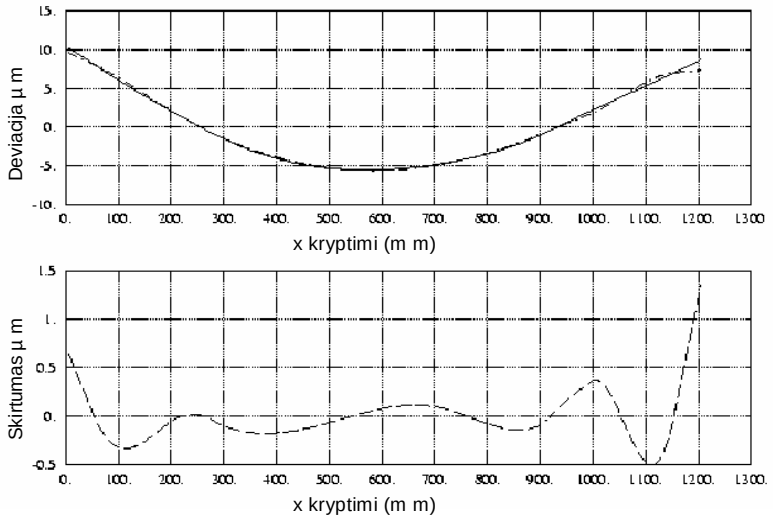
a) b)

1.13 pav. Sukinio požymių turinčių paviršių diskretizavimo pavyzdžiai: a - sukinio paviršiaus 10 Hammersley taškų pasiskirstymas; b - kūginio paviršiaus taškų projekcijos į bazinį apskritimą



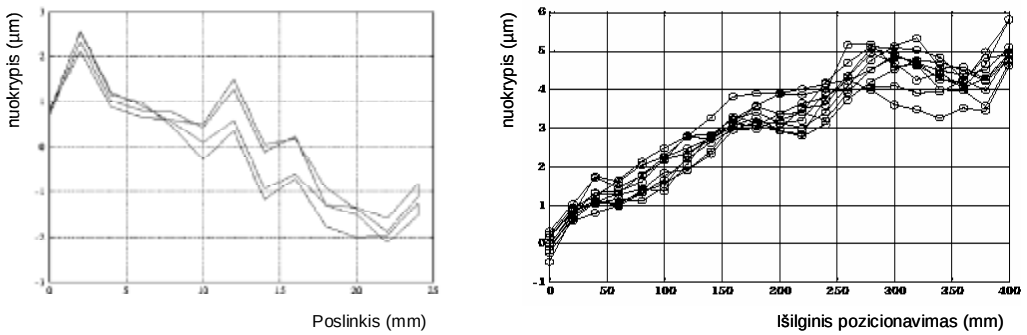
1.14 pav. Trijų matmenų erdvės matavimo metodo schema

Nagrinėjant KMM kalibravimo problemas [72] darbe autoriai pateikia jų parametrinių nuokrypių modelio patikimumo įvertinimo metodą. Geometriniams nuokrypiams modeliuoti naudojamas tiesinis modelis, o matavimo metodas grindžiamas tiktai tiesiniais poslinkiais (1.14 pav.). Matuojant šiuo metodu, matuojamoji erdvė negali būti padalinta vienodu intensyvumu. Arti veidrodėlio yra didesnis tankis, o ties matavimo erdvės briaunomis yra mažas tankis.



1.15 pav. Parametrinių nuokrypių palyginimas

Matavimo rezultatai ir jų palyginimai pateikti 1.15 ir 1.16 a paveiksluose. Automatizuotas matavimas grindžiamas mažiausiai 3-jų kampų matavimu erdvėje. Nežiūrint to, autoriai teigia, kad šiuo metodu galima pasiekti aukštą kalibravimo tikslumą.



a) b)

1.16 pav. a – koordinatinės matavimų mašinos kalibravimo erdvės įstrižainėmis nuokrypių kreivė (43=4,9+5l/1000[μm]); b – Y ašies kryptimi pozicionavimo nuokrypių stebėjimo ir skaičiuotų duomenų pavyzdys

Tačiau ir šiuo atveju nekalbama apie optimalaus matuojamos erdvės diskretizavimo metodo parinkimą, o priešingai, kalbama apie šio metodo trūkumą, kuris pasireiškia tuo, kad matavimo erdvėje – ties veidrodėliu mažinamas diskretizavimo žingsnis, o ties objekto briaunomis jis išretinamas, neatsižvelgiant į koordinatinės matavimo mašinos tiksluminių charakteristikų kitimo staigumą.

Darbe [1], nagrinėjant koordinatinių matavimo mašinų parametrų nuokrypių patikimumą, autoriai pateikia integruotą modelį ir nagrinėja matavimo metodo efektyvumą. Jie teigia, kad lazerio interferometru matuotų duomenų paklaidą galima skaičiuoti taip:

$$d_M = a + b\,l_{st},$$

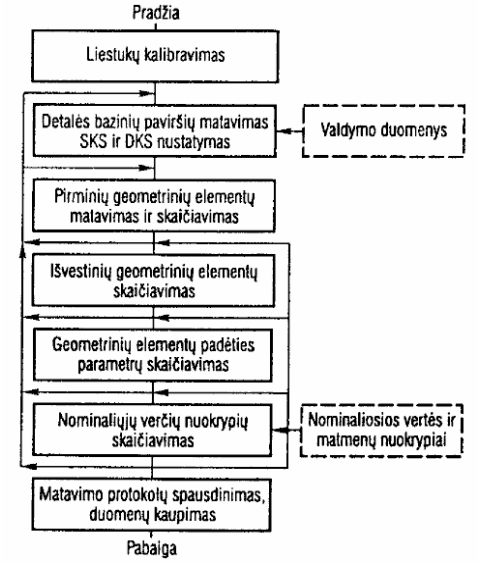
čia l_{st} – atstumas iki matuojamo objekto; a – koeficientas, išreiškiantis atsitiktinių dydžių poveikį, nepriklausantis nuo atstumo iki matuojamojo objekto; b – koeficientas, rodantis atsitiktinę priklausomybę nuo atstumo l_{st} iki matuojamojo objekto.

Autoriai, apdorodami eksperimentinio matavimo duomenis, nustatė matavimo paklaidų priklausomybę $2S[\mu m]=0.2+0.7l[m]$. Kalibruojant koordinatines matavimo mašinas ne lazeriniu interferometru, gali būti kito tipo paklaidų.

1.3. Matavimo algoritmai

Matavimo algoritmo sudėtingumas priklauso nuo matavimo priemonės automatizavimo ir matavimų kompleksiškumo. Paskutiniu laikotarpiu pramonėje vis daugiau naudojama automatiškai arba pagal išanksto užduotą algoritmą veikiančių matavimo prietaisų ir įrenginių. Tokie matavimo prietaisai ir įrenginiai naudojami automatinėse mechaninio apdirbimo linijose tikrinant pagamintas detales arba produkciją bei kalibruojant pačias matavimo priemones bei įrengimus.

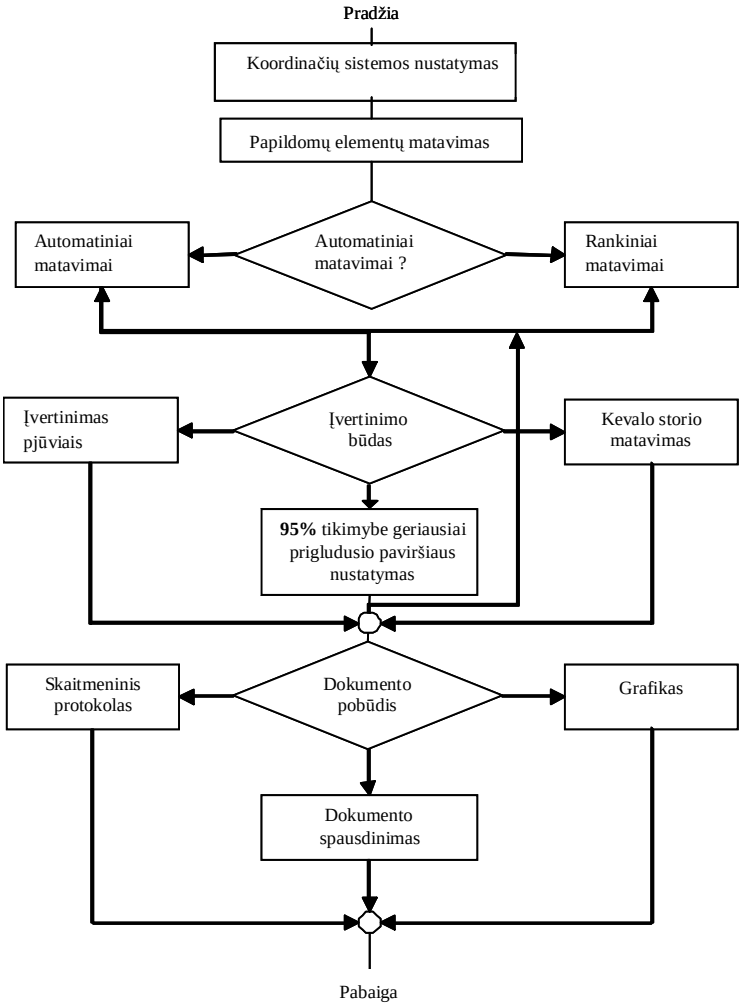
Prieš pradedant matuoti, būtina išnagrinėti matavimo metodą ir schemą, parinkti matavimo aparatūrą arba įrenginius. Matavimo eigoje operatorius arba įrenginys vykdo visus algoritme numatytus žingsnius.



1.17 pav. Korpusinių detalių matavimo algoritmas

Nagrinėjant KMM valdymo ir matavimo rezultatų apdorojimo sistemą (1.17 pav.), šaltiniuose [10, 88] detaliai aptariamas koordinatinio matavimo metodai ir

nagrinėjami jo valdymo algoritmai. Pateikiami korpusinių detalių (1.17 pav.) ir sudėtingų paviršių matavimo (1.18 pav.) supaprastinti algoritmai.



1.18 pav. Sudėtingų paviršių matavimų schema

Juose yra pateikiami pagrindiniai automatizuoto matavimo etapai ir jų loginė schema. Matuojant gali būti keičiamos arba sudaromos naujos detalės koordinačių sistemos. Kalibruojant matavimo liestukus yra nustatomi jų tikrieji matmenys ir jų padėtis kalibratoriaus atžvilgiu.

Detalės koordinačių sistema ir paprastai sutampanti su ja KMM valdymo koordinačių sistema užtikrina tai, kad matavimo rezultatai bus gauti pageidaujamų bazių atžvilgiu, ir tai, kad matavimo programos nepriklauso nuo detalės padėties KMM

atžvilgiu. Bendras šių tipinių paviršių požymis yra fiksuota matuojamųjų paviršių forma. Tipinių detalių matavimo programos gali būti visiškai autonominės arba jos gali tik papildyti bazinę programą.

Dažniausiai programinės matavimo sistemos turi šių tipinių paviršių matavimo programas. Pavyzdžiui, yra sudarytos matavimo programos skirstymo velenų kumšteliams matuoti, protokoluoti ir grafiškai atvaizduoti kumštelio formos ir jo kampinės padėties nuokrypius bei atramų mušimą ir t.t. Tačiau kokius parametrus reikia matuoti visumoje nusako [4, 15, 25, 58 61, 62, 65, 66, 71, 72, 83, 87, 86 ir kt.] normatyvinė literatūra bei standartai. Tokiu būdu, algoritmo sudėtingumas priklauso nuo matavimo proceso sudėtingumo ir matavimo įrenginio automatizavimo lygio.

Atlikta matavimų metodų, matavimo įrenginių kalibravimo būdų ir jų vykdymo proceso algoritmų mokslo darbų analizė leido išsiaiškinti progresyvius metodus ir įrenginius, naudojamus pasaulinėje praktikoje. Tačiau dar ne pilnai išnagrinėtos šios problemos: erdvės ir paviršiaus diskretizavimo, matavimo laiko trumpinimas nemažinant matavimo kokybės.

1.4. Apibendrinimas ir tyrimų problemos formulavimas

Analizuojant geometrinių dydžių matavimo metodus ir tyrimo mokslo darbus, pastebėta, kad daug dėmesio šiuo metu skiriama:

- naujų matavimo principų sukūrimui;
- naujiems matavimo metodams, grindžiamiems lazerio spindulio ir lazerinių interferometrų panaudojimu;
- platesnio ir išsamesnio matematinio aparato panaudojimui, aprašant sisteminius nuokrypius.

Nagrinėtuose šaltiniuose akcentuojama, kad matavimo bei kalibravimo kokybė priklauso nuo matavimo priemonių tikslumo ir nuo plokštumoje arba erdvėje pasirinktų taškų skaičiaus, t.y., nuo plokštumos arba 3-tės erdvės diskretizavimo žingsnio vertės. Savaime aišku, kad nuo paviršiaus diskretizavimo žingsnio vertės priklauso matavimo trukmė bei su tuo susijusios išlaidos.

Kai kuriuose darbuose aptariami matavimo koordinačių parinkimo klausimai. Tačiau juose pasirinkta matuojamos erdvės diskretizavimo žingsnio vertė nesiejama su objekto nuokrypių funkcija, pavyzdžiui, nagrinėjant koordinatinės matavimo mašinos

kalibravimą lazeriniu interferometru teigiama, kad matuojamoji erdvė padalinta ne vienodu intensyvumu – arti veidrodėlio intensyvumas didelis, o ties matavimo erdvės briaunomis yra mažesnis tankis. Vienmačiuose matavimuose [18] koordinatės žingsnio vertė susieta su pasirinkto splaino (polinomo) išraiška ir nesistengiama jos susieti su paviršiaus nuokrypių funkcijos pavidalu. Be to, čia yra nagrinėjamas tik vienmačio matavimo uždavinys. Tokiu būdu, geometrinių parametrų matavimo metodu ir tyrimo mokslo darbų analizės metu nustatyta, kad:

- matavimo arba kalibravimo rezultatų kokybė priklauso ne tik nuo matavimo priemonių ir būdų tikslumo, bet taip pat ir nuo matavimo erdvės arba plokštumos diskretizavimo žingsnio vertės bei jos kitimo dėsningumo. Neteisingai pasirinkta diskretizavimo žingsnio vertė mažina matuojamų objektų kokybės įvertinimą ir žymiai pailgina matavimo laiką;
- matuojamos arba kalibruojamos erdvės arba plokštumos diskretizavimo problema šiuo metu dar nepilnai išspręsta.

Šio darbo tikslas būtų:

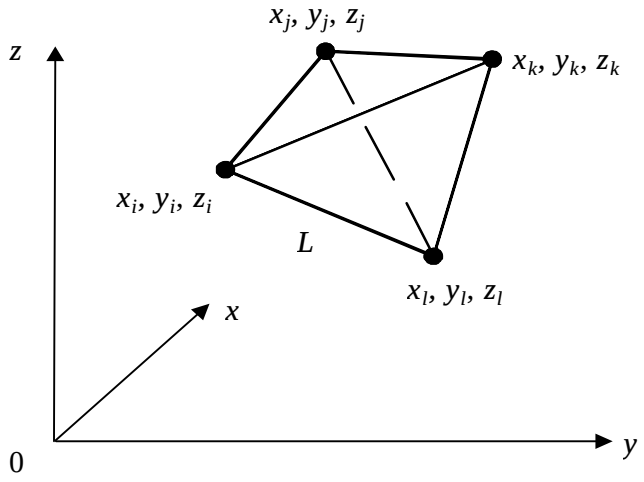
- sukurti modifikuotus matavimo erdvės ir plokštumos diskretizavimo metodus, kurie parenkant žingsnio vertę, įvertintų objekto nuokrypių funkcijos pavidalo kitimo dėsningumus;
- sudaryti integralinio ir diferencialinio matavimo erdvės diskretizavimo algoritmus ir juos panaudoti matavimuose;
- panaudojant matematinės statistikos metodus, apdoroti gautus modifikuotais būdais gautus matavimo rezultatus ir juos palyginti su standartiniu būdu išmatuotais rezultatais, bei pagrįsti siūlomų erdvės diskretizavimo metodų tinkamumą;
- užtikrinti metodo universalumą ir galimybę jį taikyti mašinų ir prietaisų pramonėje, geodezijos matavimuose ir kitur.

2. MATAVIMO ERDVĖS DISKRETIZAVIMO MODIFIKUOTI METODAI

2.1. Integraliai modifikuotas matavimo erdvės diskretizavimo metodas

Gaminant yra tikrinami kiekvienos pagamintos detalės, mechanizmo ar viso objekto tikslumas bei funkciniai parametrai. Jų matavimui naudojami įvairūs metodai ir priemonės. Sudėtingų objektų nuokrypių matavimui n-matėje erdvėje be tikslios ir sudėtingos matavimo aparatūros ir jutiklių būtina parinkti optimalius jos matavimo taškų padėties diskretizavimo metodus. Diskretizuojant n–matę matavimų erdvę keliami du pagrindiniai uždaviniai: sumažinti matavimo taškų skaičių iki minimumo, neprarandant kokybės.

Pirmame skyriuje nagrinėjant 3–mačio matuojamojo paviršiaus dėsningumus pastebėta, kad skirtingomis koordinačių kryptimis nuokrypių kitimo dėsningumai yra nevienodi. Pastebėsim intervalų, kuriuose charakteristikos kinta tolygiai arba staigiai. Naudojant matavimuose diskretinį metodą, tose erdvės vietose, kur tikslumo charakteristikos kinta tolygiai, jos diskretizavimo žingsnis galėtų būti didesnis, o vietose, kuriose kinta staigiai – mažesnis. Taigi, taikant ne vienodo žingsnio vertę matavimo erdvei diskretizuoti, būtų sumažintas tikrinamų taškų skaičius erdvėje ir matavimo laikas.



2.1 pav. Vienodu L atstumu trimatėje erdvėje išsidėsčiusių 4 taškų schema

Iš pradžių laikysime, kad visi diskretizavimo taškai 3–jų matavimų erdvėje yra vienas nuo kito nutolę vienodu atstumu *L*. Vienodų atstumų sąlygą tarp taškų nagrinėjamoje erdvėje tenkina elementari geometrinė figūra – tetraedras (2.1 pav.), kuris yra taip pat baigtinis elementas. Plokštumoje tai būtų lygiakraštis trikampis. Šios elementarios figūros plačiai naudojamos kūnų įtempto būvio problemoms spręsti [95], vertikaliųjų ir horizontaliųjų žemės plutos judesių sąsajoms nustatyti bei kitiems uždaviniams spręsti. Todėl tolimesniuose tyrimuose trimatės erdvės diskretizavimui panaudosime tetraedrą. Tarkime u-joje erdvės padėtyje yra tetraedras kurio pirmo taško koordinatės yra x_i, y_i, z_i, antro – x_j, y_j, z_j, trečio – x_k, y_k, z_k ir ketvirto – x_l, y_l, z_l.

Tuomet, bendruoju atveju, vienodo atstumo sąlygai erdvėje aprašyti būtina panaudoti 6 lygčių sistemą:

$$\begin{cases} (x_l - x_i)^2 + (y_l - y_i)^2 + (z_l - z_i)^2 = L^2, \\ (x_k - x_l)^2 + (y_k - y_l)^2 + (z_k - z_l)^2 = L^2, \\ (x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2 + (z_k - z_i)^2 = L^2, \\ (x_j - x_i)^2 + (y_j - y_i)^2 + (z_j - z_i)^2 = L^2, \\ (x_j - x_l)^2 + (y_j - y_l)^2 + (z_j - z_l)^2 = L^2, \\ (x_j - x_k)^2 + (y_j - y_k)^2 + (z_j - z_k)^2 = L^2. \end{cases} \tag{2.1}$$

Sistema (2.1) nusako teraedro viršūnių taškų koordinačių tarpusavio ryšį. Vienodo atstumo sąlygai erdvėje aprašyti galima panaudoti šias lygtis: Kad vienareikšmiškai nustatyti koordinates (nes tarp 4 tetraedro viršunių taškų 3-matėje erdvėje yra 12 nežinomų koordinačių) reikia sudaryti dar 6 lygtis:

$$\begin{cases} \sqrt{(x_l - x_i)^2 + (y_l - y_i)^2 + (z_l - z_i)^2} \cdot \cos 60^0 + \\ \quad + \sqrt{(x_k - x_l)^2 + (y_k - y_l)^2 + (z_k - z_l)^2} \cdot \cos 60^0 = L, \\ \sqrt{(x_k - x_l)^2 + (y_k - y_l)^2 + (z_k - z_l)^2} \cdot \cos 60^0 + \\ \quad + \sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2 + (z_k - z_i)^2} \cdot \cos 60^0 = L, \\ \sqrt{(x_k - x_i)^2 + (y_k - y_i)^2 + (z_k - z_i)^2} \cdot \cos 60^0 + \\ \quad + \sqrt{(x_l - x_i)^2 + (y_l - y_i)^2 + (z_l - z_i)^2} \cdot \cos 60^0 = L. \end{cases} \tag{2.2}$$

Tokiu būdu kiekvienai tetraedro kraštinei būtų galima parašyti panašias priklausomybes. Tačiau prieš pradėdami matuoti objekto nuokrypius turime nurodyti

pradines koordinates. Jeigu nėra išankstinių reikalavimų, tai jas galima laisvai pasirinkti, pavyzdžiui, kuria nors tetraedro plokštumą galima sutapdinti su kuria nors $x0y$, $x0z$, arba $y0z$ plokštuma arba vieną iš tetraedro plokštumų išdėstyti lygiagrečiai anksčiau paminėtai plokštumai. Tetraedro x_i, y_i, z_i, x_j, y_j, z_j, x_k, y_k, z_k, taškais užduota plokštuma sutapatinama su $x0z$ plokštuma, ir kraštinė nusakoma x_i, y_i, z_i, x_j, y_j, z_j taškais yra lygiagreti $0x$ ašiai. Laisvai pasirinkę x_i ir z_i koordinačių reikšmes žinosime, kad $x_j=x_i+L$; $z_i=z_j$, o $y_i=y_j=0$. Tuomet k-jo taško koordinatės paskaičiuojamos iš lygiakraščio trikampio sąlygų: $x_k=x_i+L/2$, $y_k=0$ ir $z_k=L\cos 60^0+z_i$. Jeigu nagrinėjamo tetraedro plokštuma būtų lygiagreti $x0z$ plokštumai, jos kraštinė nusakoma x_i, y_i, z_i, x_j, y_j, z_j, taškais būtų lygiagreti $0x$ ašiai ir ji būtų nutolusi nuo plokštumos E atstumu, tai aukščiau išnagrinėtame pavyzdyje y_i, y_j, y_k koordinačių reikšmės būtų $y_i=y_j=y_k=E$, o likusios x_i, x_j, x_k, z_i, z_j, z_k būtų tokios pat. Tokiu būdu, užduodant pirmus 3 taškus erdvėje, vienareikšmei nusakysime tetraedro padėtį erdvėje. Ketvirtos tetraedro viršūnės taško x_l, y_l, z_l koordinatėms nustatyti bus sudaromos trys lygtys:

$$\begin{aligned} &(x_l - x_i)^2 + (y_l - y_i)^2 + (z_l - z_i)^2 = L^2, \\ &(x_l - x_j)^2 + (y_l - y_j)^2 + (z_l - z_j)^2 = L^2, \\ &(x_l - x_k)^2 + (y_l - y_k)^2 + (z_l - z_k)^2 = L^2. \end{aligned} \tag{2.3}$$

Pasinaudojant bet kurios teraedro (2.1 pav.) plokštumos 3 taškų koordinatėmis galima paskaičiuoti naujo, vienodu atstumu nutolusio taško koordinates. Tokiu būdu visa matavimų erdvė būtų suskaidyta į N įvairiai išsidėsčiusius tetraedrus.

Matavimo erdvės diskretizavimas kiekvienos koordinatės ašies kryptimi būtų baigtas, jei būtų tenkinamos šios sąlygos:

$$x_n \cong l_x; \quad y_m \approx l_y; \quad z_k \approx l_z;$$

$$i = 1, 2, \ldots, n; \; j = 1, 2, \ldots, m; \; k = 1, 2, \ldots, p, \tag{2.4}$$

čia l_x, l_y *ir* l_z – matuojamo objekto kraštinių ilgiai, kurių vertės nurodomos techninėje dokumentacijoje.

Anksčiau išnagrinėtas metodas leidžia diskretizuoti matavimo erdvę vienodu atstumu tarp visų taškų. Tačiau būtų geriau, kad parenkant atstumą tarp diskretizavimo taškų, būtų įvertintas matuojamojo objekto nuokrypių kitimo dėsningumas. Tai leistų sutrumpinti matavimo laiką neprarandant kokybės.

Tarkim, kad objekto nuokrypiai matavimo erdvėje aprašomi funkcija:

$$\Phi = f(x, y, z). \tag{2.5}$$

Tuomet funkcijos gradiento išraiška būtų:

$$\vec{\Delta} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \vec{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot \vec{j} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \cdot \vec{k} \right); \tag{2.6}$$

čia $\vec{i}$, $\vec{j}$ ir $\vec{k}$ – vienetiniai vektoriai.

Vektorius (2.6) leidžia įvertinti matavimo tūrio nuokrypių pokyčius *x*, *y* ir *z* ašių kryptimis vienu apibendrintu $\vec{\Delta}$ integraliniu rodikliu.

Ten kur objekto nuokrypiai staigiai auga, labai didės apibendrinto $\left|\vec{\Delta}\right|$ integralinio rodiklio skaliarinė reikšmė, o vietose, kur reikšmės kinta ne staigiai – ne žymiai kis $\left|\vec{\Delta}\right|$ reikšmės. Todėl $\left|\vec{\Delta}\right|$ rodiklio skaliarinės reikšmės kitimo dėsningumo požymį galima panaudoti nustatant matuojamos erdvės diskretizavimo žingsnio vertės. Pasirinkus erdvės diskretizavimo žingsnio vertę L_{int} atvirkščiai proporcingą apibendrinto integralinio rodiklio skaliarinei reikšmei, būtų įvertinti objekto nuokrypių kitimo dėsningumai. Tačiau nereikia pamiršti, kad $\left|\vec{\Delta}\right|$ skaliarinė reikšmė gali kisti intervale $0 \le \left|\vec{\Delta}\right| \le \infty$.

Todėl parenkant erdvės diskretizavimo žingsnio vertę L_{int} būtina įvesti tam tikrus apribojimus, t.y. užsiduoti maksimaliai ir minimaliai leistinas reikšmes, kurioms esant būtų priimtinos L_{int} reikšmės. Tada, L_{int} žingsnio vertę būtų galima skaičiuoti taip:

$$L_{\text{int}} = q \frac{L}{\left|\vec{\Delta}\right|}, \tag{2.7}$$

$$\left|\vec{\Delta}\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial y} \right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial z} \right)^2}; \tag{2.8}$$

įvertinant šiuos apribojimus:

- kai patenkinta nelygybė $b_1 \le \left|\vec{\Delta}\right| \le b_2$, tai $\left|\vec{\Delta}\right|$ reikšmė yra tokia, kokia gaunama skaičiuojant pagal (2.8) išraišką;
- kai $\left|\vec{\Delta}\right| < b_1$, tai $\left|\vec{\Delta}\right| = b_1$;

- kai $\left|\vec{\Delta}\right| > b_2$, tai $\left|\vec{\Delta}\right| = b_2$; (2.9)

čia q – proporcingumo koeficientas, b_1 ir b_2 – parenkamos reikšmės.

Proporcingumo koeficiento q, b_1 *ir* b_2 reikšmes pasirenkame samprotaudami taip. Aukščiau išdėstytas integraliai modifikuotas metodas leidžia pasirinkti $L_{min} \le L_{int} \le L_{max}$ intervale, kuriam atitinka apibendrinto rodiklio kitimo intervalas $b_1 \le \left|\vec{\Delta}\right| \le b_2$. Taip pat, būtina nustatyti b_1 ir b_2 reikšmes, kurios apibrėžtų $\left|\vec{\Delta}\right|$ priimtinas kitimo ribas. Iš matematikos kurso žinoma, kad dalinės išvestinės geometrinė prasmė yra $tg\alpha$. Tuomet $\left|\vec{\Delta}\right|$ išraiška (2.8) gali būti išreikšta šiuo pavidalu $\left|\vec{\Delta}\right| = \sqrt{tg^2 a_x + tg^2 a_y + tg^2 a_z} = \overline{tga}$, t.y. ji yra trijų $tg\alpha_x$, $tg\alpha_y$ ir $tg\alpha_z$ skirtingų kampų tangento vidutinė kvadratinė reikšmė, o $\overline{tga}$ kampo $\bar{a}$ reikšmę galima nustatyti iš priklausomybės $\bar{a} = arcctg\left|\vec{\Delta}\right|$. Žinodami, kad $\left|\vec{\Delta}\right| = \overline{tga}$, išraišką (2.7) pertvarkome taip:

$$L_{\text{int}} = q \cdot \frac{L}{\overline{tga}},$$

kai $b_1 \le \overline{tga} \le b_2$. (2.10).

Iš (2.10) išraiškos ne sunku pastebėti, kad kai $\overline{tga} = b_1$, tai bus maksimali, o kai $\overline{tga} = b_2$, tai bus minimali erdvės diskretizavimo žingsnio reikšmė.

Analizuojant pirmojo skyriaus darbuose pateiktus matavimo rezultatus buvo nustatyta, kad $\bar{a}$ reikšmė gali kisti $0 \le \bar{a} < \frac{p}{2}$ ribose. Todėl pagal standarto arba kitų normatyvinių dokumentų reikalavimus pasirinktas diskretizavimo žingsnis L bus vienodos vertės skirtingoms $\bar{a}$ reikšmėms, t.y. žingsnio vertė neįvertins nuokrypių kitimo dėsningumų. Užsiduodant, kad L_{min} minimali reikšmė bus lygi standartinei diskretizavimo žingsnio reikšmei L ir $\bar{a} = 20^0$, nepažeisime reikalavimų, nes $0 \le \bar{a} < \frac{p}{2}$. Tada $tg20^0$=0,364≈ b_2 nustatoma rodiklio $\left|\vec{\Delta}\right|$ maksimali arba žingsnio L_{min} minimali reikšmė, t.y. L_{min}=L. Tokiu būdu visoms $\left|\vec{\Delta}\right|$ reikšmėms, didesnėms už b_1 bus patenkinta sąlyga L_{int}=L=*const*, o visoms $\left|\vec{\Delta}\right| < b_2$ reikšmėms diskretizavimo žingsnio reikšmė L_{int} bus skaičiuojama pagal (2.7) arba (2.10) formulę. Minimalioms leistinoms riboms b_1 reikšmei nustatyti būtina pasirinkti maksimalaus diskretizavimo žingsnio vertę. Tarkime

L_{max}=3L, tuomet b_1 reikšmę galima skaičiuoti taip: $b_1 = \frac{b_2}{3} = \frac{0{,}3639}{3} = 0{,}1213$ arba $\overline{tga} = 0{,}1213$ ir $\bar{a} \approx 7^0$. Tokiu būdu, visoms $\overline{tga} < 0{,}1213$ reikšmėms L_{max}=L_{int}=3L=*const*. Kituose skaičiavimuose gali būti tikslinga L_{min} reikšmę, atitinkančią $\bar{a}$ reikšmę, pasirinkti mažesnę. Tačiau aukščiau išdėstyta b_1, b_2 ir q reikšmių skaičiavimo metodika nesikeičia. Proporcingumo koeficiento q reikšmę galima nustatyti iš (2.10) išraiškos teigiant, kad $tg\bar{a}_{\max} = b_2$ ir L_{min}=L. Atlikdami atitinkamus pertvarkymus (2.10) išraiškoje turėsime q=b_2 ir $L_{\text{int}} = b_2 \frac{L}{tg\bar{a}}$. Nustačius erdvės diskretizavimo žingsnio vertę L_{int}, būtina žinoti, kiek matavimų visomis trimis kryptimis galima atlikti apskaičiuotu žingsniu. Matavimų skaičių, vienodu žingsniu visomis trimis kryptimis, apytiksliai galima nustatyti iš šio santykio:

$$v \approx \frac{b_2}{|\Delta|} \le 3\,. \qquad (2.11)$$

Skaičiuota v reikšmė yra realus skaičius ir ją būtina apvalinti iki sveiko skaičiaus pagal matematikoje galiojančias taisykles.

Dalinių išvestinių reikšmėms skaičiuoti būtina sudaryti apytikslę objekto ne dideliam taškų skaičiui matuotų nuokrypių funkciją, kurią toliau galima pavadinti lokalinių nuokrypių funkcija. Atlikta darbų analizė parodė, kad nuokrypių funkcija yra netiesinė. Todėl jos priklausomybei ne dideliame paviršiuje aprašyti bus panaudota trijų kintamųjų trečios eilės tokio pavidalo polinomo išraiška:

$$\bar{\Phi} = a_1 + a_2 \cdot x + a_3 \cdot y + a_4 \cdot z + a_5 \cdot x^2 + a_6 \cdot y^2 + a_7 \cdot z^2 + a_8 \cdot x^3 + a_9 \cdot y^3 + a_{10} \cdot z^3. \qquad (2.12)$$

Pasirinktam polinomui yra keliamos dvi pagrindinės sąlygos:

- nufiltruoti atsitiktinius nuokrypių ir paviršiaus formos trumpo ilgio bangas;
- minimaliu polinomo narių skaičiumi pakankamu tikslumu aprašyti lokalinių nuokrypių kitimo dėsningumus.

Trečiame skyriuje bus pateikta modifikuotų metodų, o kartu ir pasirinkto polinomo pagrįstumo analizė. Polinome (10) yra 10 nežinomų a_1, a_2, ... , a_{10} koeficientų, todėl jų reikšmėms nustatyti būtina atlikti ne mažiau kaip 10 matavimų, ir sudaryti ne mažiau kaip 10-ties algebrinių lygčių sistemą:

$$a_{j1} + a_{j2}x + a_{j3}y + a_{j4}z + a_{j5}x^2 + a_{j6}y^2 + a_{j7}z^2 + a_{j8}x^3 + a_{j9}y^3 + a_{j10}z^3 = \bar{\Phi}_j \quad (2.13)$$

čia $\bar{\Phi}_j$ – matavimo būdu gauta j - toji objekto nuokrypių vertė ($j \geq 1,2, ..., 10$).

Kiekvienai objekto nuokrypių $\bar{\Phi}_j$ vertei matuoti turėtų būti pasirinktos x_j, y_j ir z_j koordinačių reikšmės. Tuomet (2.13) išraiškoje nežinomos yra tik a_1, a_2, …, a_{10} koeficientų reikšmės.

Išspręsdami (2.13) lygčių sistemą ir gautas a_1, a_2, …,a_{10} koeficientų reikšmes įstatydami į (2.12) išraišką turėsime matavimo įrenginio lokalinių nuokrypių priklausomybę.

Dalinių išvestinių reikšmės tuomet skaičiuojamos taip:

$$\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x} \approx \frac{\partial f(x,y,z)}{\partial x};\ \frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y} \approx \frac{\partial f(x,y,z)}{\partial y};\ \frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial z} \approx \frac{\partial f(x,y,z)}{\partial z}. \quad (2.14)$$

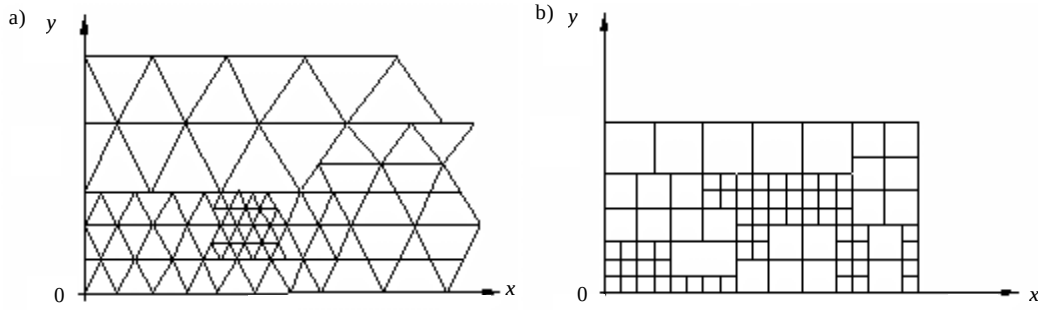
Gradiento modulio reikšmė bus lygi:

$$\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial z}\right)^2}. \quad (2.15)$$

Naudojant (2.7) ir (2.8) išraiškas nustatoma matavimo erdvės kita diskretizavimo žingsnio vertė L_{int}.

Diskretizuojant objekto matavimo erdvę šiuo būdu, bus atsižvelgta į nuokrypių funkcijos pokyčius. Supaprastintą matavimo plokštumos diskretizavimo grafinį vaizdą galima pateikti 2.2 a ir b paveiksluose. Plokštumos atveju gradiento skaliarinės reikšmės išraiška bus $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y}\right)^2}$, tačiau (2.9) išraiškose aprašytos sąlygos lieka tos pačios.

Supaprastintame matavimo plokštumos diskretizavimo tinklelyje (2.2 pav.) norima parodyti patį principą, t.y. parodoma, kad tam tikrose vietose jis bus sutankintas, o kitose vietose – išretintas.



2.2 pav. Supaprastintas matavimo plokštumos diskretizavimo tinklelis: a – kai tarp visų diskretizavimo taškų atstumas yra L_{int}; b – tarp diskretizavimo taškų projekcijų į koordinatines ašis yra L_{int} atstumas

Pateiktas matavimo erdvės diskretizavimo metodas leidžia įvertinti jos nuokrypių pobūdį, tolygiai keičiant diskretizavimo žingsnio vertę užduotame intervale. Kai kuriais atvejais gali būti panaudotas supaprastintas erdvės diskretizavimo būdas. Jis gali būti panaudotas atliekant preliminarius matavimus. Todėl yra tikslinga panagrinėti supaprastintą objekto arba matavimo įrenginio matavimo erdvės diskretizavimo žingsnio nustatymo metodiką.

Pasirenkame matavimo erdvės diskretizavimo žingsnio vertę L, kuri būtų naudojama kituose būduose diskretizuojant erdvę. Teigsime, kad jos vertė leidžia įvertinti matavimo nuokrypių funkcijos kitimo savybes. Tuomet tose vietose, kuriose jų vertės kinta tolydžiai, diskretizavimo žingsnio reikšmė gali būti padidinta. Todėl (2.9) išraiška aprašomos sąlygos būtų supaprastintos taip:

$$\text{kai: } \left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| \approx \sqrt{\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial z}\right)^2} \le b_1, \text{ tai } L_{int}=L=const,$$

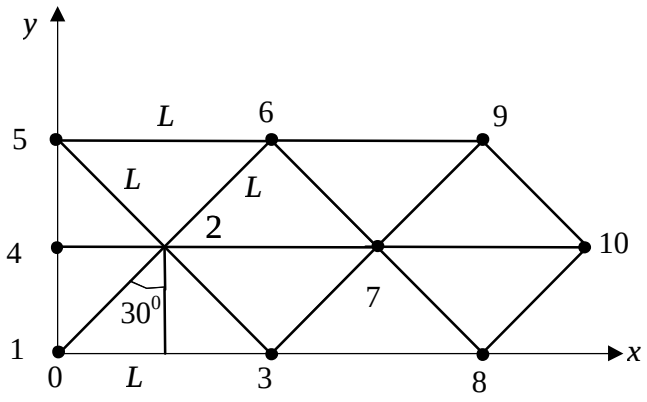
$$\text{o kai } \left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| \approx \sqrt{\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial x}\right)^2+\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial y}\right)^2+\left(\frac{\partial\bar{\Phi}}{\partial z}\right)^2} > b_1, \text{ tai } L_{int}=2L. \qquad (2.16)$$

Tada, taikant supaprastintą erdvės diskretizavimo metodą minimali diskretizavimo žingsnio vertė $L_{min}=L$, t.y. standartais nustatyta žingsnio vertė, o maksimali – $L_{max}=2L_{min}$. Norint supaprastinti matavimo tinklelio sudarymo iliustravimą, žemiau yra pateikti keli plokštumos diskretizavimo integraliai modifikuotų metodų pavyzdžiai.

2.1 lentelė. Pirmųjų 10 taškų koordinatės plokštumoje, taikant integraliai modifikuotą metodą

Taško eilės Nr.	*x* koordinatės reikšmė	*y* koordinatės reikšmė
1	0	0
2	$x = L \cdot \sin 30^0 = \frac{L}{2}$	$y = L \cdot \sin 60^0$
3	L	0
4	0	$y = L \cdot \sin 60^0$
5	0	$y = 2L \cdot \sin 60^0$
6	L	$y = 2L \cdot \sin 60^0$
7	$x = \frac{L}{2} + L$	$y = L \cdot \sin 60^0$
8	$2L$	$y = L \cdot \sin 60^0$
9	$2L$	$y = 2L \cdot \sin 60^0$
10	$2L + \frac{L}{2}$	$y = L \cdot \sin 60^0$

Matavimo objekto arba įrenginio taškų koordinates galima skaičiuoti taikant šią metodiką. Pirmą tašką galima pasirinkti koordinatinių ašių pradžioje (2.3 pav.), kurio koordinatės plokštumoje būtų (0,0) (žr. 2.1 lentelę). Kitų likusių 10 taškų koordinatės pateikiamos 2.1 lentelėje.

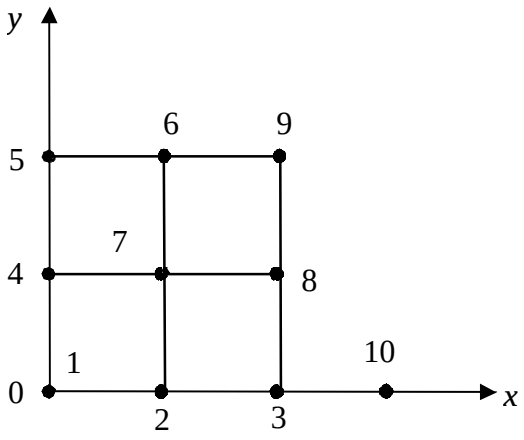


2.3 pav. Plokštumos diskretizavimo integraliai modifikuotu metodu schema

Taikant vienodų dydžių projekcijų į koordinatines ašis atvejį (2.4 pav.), pirmųjų 10 taškų koordinates būtų galima nustatyti pagal metodiką, nurodytą 2.2 lentelėje.

2.2 lentelė. Pirmųjų taškų koordinatės plokštumoje, taikant integraliai modifikuotą vienodų projekcijų dydžių į koordinatines ašis metodą

Taško eilės Nr.	*x* koordinatės reikšmė	*y* koordinatės reikšmė
1	0	0
2	*L*	0
3	2*L*	0
4	0	*L*
5	0	2*L*
6	*L*	2*L*
7	*L*	*L*
8	2*L*	*L*
9	2*L*	2*L*
10	3*L*	0



2.4 pav. Pirmųjų 10 taškų koordinatės plokštumoje, taikant integraliai modifikuotą projekcijų į koordinatines ašis metodą

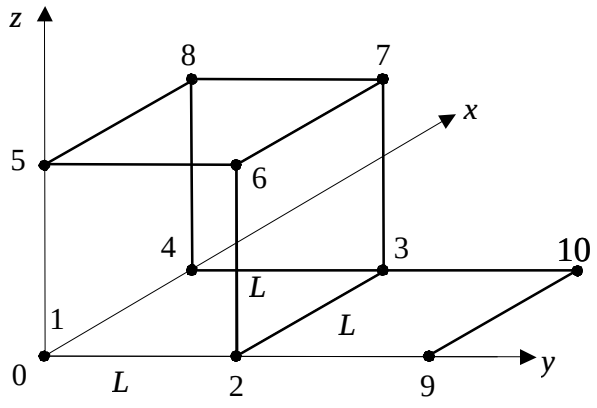
Daugiausiai naudojamas vienodo dydžio projekcijų į koordinatines ašis metodas

skiriasi nuo integraliai modifikuoto metodo tuo, kad šiuo atveju yra išlaikomas vienodas atstumas tarp matuojamo taško koordinačių projekcijų į *x, y* ir *z* ašis.

2.3 lentelė. Trimatės erdvės pirmų 10 taškų koordinatės, taikant modifikuotą projekcijų į koordinatines ašis metodą

Taško eilės Nr.	*x* koordinatės reikšmė	*y* koordinatės reikšmė	*z* koordinatės reikšmė
1	0	0	0
2	0	*L*	0
3	*L*	*L*	0
4	*L*	0	0
5	0	0	*L*
6	0	*L*	*L*
7	*L*	*L*	*L*
8	*L*	0	*L*
9	0	*L*	0
10	*L*	*L*	0

Supaprastintas trimatės matavimo erdvės diskretizavimas, taikant vienodų dydžių projekcijas į koordinatines ašis parodytas 2.5 pav., o taškų koordinačių reikšmės – 2.3 lentelėje.



2.5 pav. Trimatės erdvės pirmų taškų koordinačių schema

Atlikus matavimo įrenginio nuokrypių matavimus 2.1, 2.2, arba 2.3 lentelėje nurodytuose taškuose, galima nustatyti (2.12) polinomo nežinomų koeficientų reikšmes. Jeigu yra galimybė, tai įrenginio nuokrypiams matuoti geriau pasirinkti daugiau negu 10 taškų ir polinomo koeficientų skaičiavimams taikyti mažiausių kvadratų metodą, nes papildomi taškai leidžia tiksliau nustatyti lokalinių nuokrypių funkcijos pavidalą. Toliau pagal anksčiau išdėstytą metodiką būtina skaičiuoti įrenginio matavimo erdvės kito diskretizavimo žingsnio vertę L_{int}, įvertinant nuokrypių funkcijos pavidalą. Atlikus ne mažiau kaip po ν matavimų kiekvienos koordinatinės ašies kryptimi, būtų galima vėl sudaryti objekto lokalinio nuokrypių funkcijos polinomą ir paskaičiuoti naują diskretizavimo žingsnio reikšmę. Periodiškai kartojant anksčiau išdėstytą metodiką galima matuoti įrenginio arba sudėtingo paviršiaus nuokrypius.

2.2. Diferencialiai modifikuotas paviršiaus diskretizavimo metodas

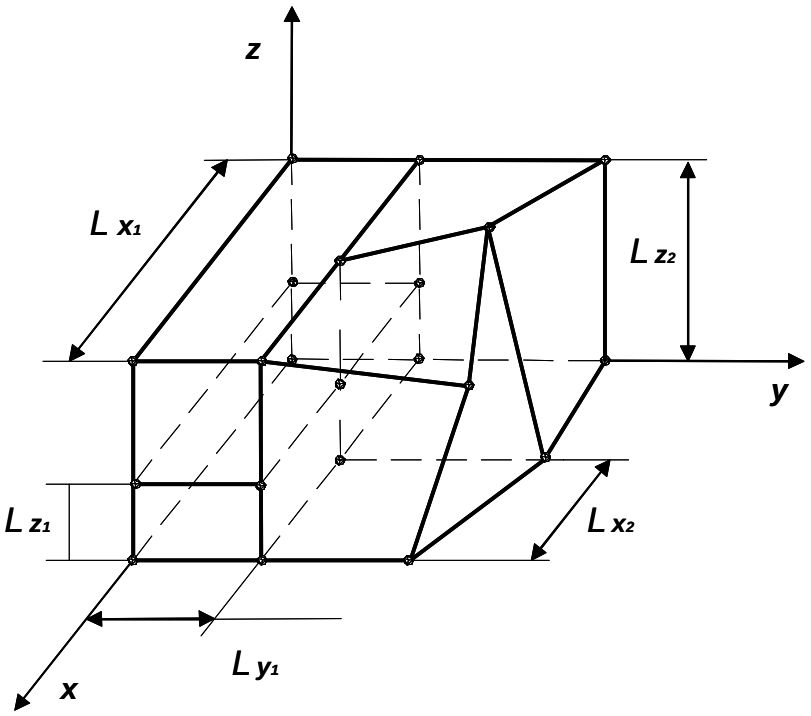
Išnagrinėtas integraliai modifikuotas erdvės diskretizavimo metodas parenka žingsnio vertę vienu metu įvertinant nuokrypių funkcijos kitimo pavidalą visomis 0*x*, 0*y* ir 0*z* ašių kryptimis. Tokiu būdu nagrinėtame metode parenkant žingsnio vertę visomis kryptimis naudojama apibendrinto integralinio rodiklio funkcijos gradiento skaliarinė reikšmė. Kartais yra tikslinga turėti matavimo erdvės diskretizavimo žingsnio vertę skirtingoms 0*x*, 0*y* ir 0*z* ašių kryptimis. Norint parinkti matavimo erdvės diskretizavimo skirtingų verčių žingsnius 0*x*, 0*y* ir 0*z* ašių kryptimis būtų tikslinga pasinaudoti nuokrypių funkcijos gradiento narių $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right|$; $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right|$ ir $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right|$ modulių reikšmėmis. Todėl diskretizuojant matavimo erdvę šiuo būdu diskretizavimo žingsnio vertė 0*x*, 0*y* ir 0*z* ašių kryptimis priklausys nuo gradiento narių reikšmių.

Tada matuojamo objekto ne didelio paviršiaus lokaliniai nuokrypiai aprašomi (2.5) funkcija:

$$\Phi = f(x, y, z),$$

o funkcijos (2.6) gradiento reikšmė:

$$\overset{\mathbf{r}}{\Delta} = \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \overset{\mathbf{r}}{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot \overset{\mathbf{r}}{j} + \frac{\partial \Phi}{\partial z} \cdot \overset{\mathbf{r}}{k} \right).$$



2.6 pav. Diferencialiai modifikuotos matavimo erdvės diskretizavimo metodo grafinė interpretacija

Skirtingas matavimo erdvės diskretizavimo žingsnio vertes 0*x*, 0*y* ir 0*z* ašių kryptimis 2.6 paveiksle galima būtų pasirinkti taip:

$$L_x = q \cdot \frac{L}{\left|\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right|},\ L_y = q \cdot \frac{L}{\left|\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right|},\ L_z = q \cdot \frac{L}{\left|\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right|}, \tag{2.17}$$

įvertinant apribojimus (kai patenkintos nelygybės):

- kai $b_1 \le \left|\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right| \le b_2,\ b_1 \le \left|\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right| \le b_2,\ b_1 \le \left|\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right| \le b_2$, tai $\frac{\partial \Phi}{\partial x}; \frac{\partial \Phi}{\partial y}$ ir $\frac{\partial \Phi}{\partial z}$ reikšmės yra tokios, kokios gaunamos skaičiuojant pagal (2.17) išraišką;
- kai $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right| \le b_1;\ \left|\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right| \le b_1;\ \left|\frac{\partial \Phi}{\partial z}\right| \le b_1$, tai visų $\frac{\partial \Phi}{\partial x};\ \frac{\partial \Phi}{\partial y}$ ir $\frac{\partial \Phi}{\partial z}$ narių reikšmės lygios b_1;

- kai $\left|\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right| \le b_2$; $\left|\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right| \le b_2$; $\left|\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right| \le b_2$, tai visų $\frac{\partial\Phi}{\partial x}$; $\frac{\partial\Phi}{\partial y}$ ir $\frac{\partial\Phi}{\partial z}$ narių reikšmės lygios b_2.

čia q – proporcingumo koeficientas, b_1 ir b_2 – parenkamos vertės; L – pagal standartų arba kitų normatyvinių dokumentų reikalavimus parinktos erdvės diskretizavimo žingsnio reikšmes.

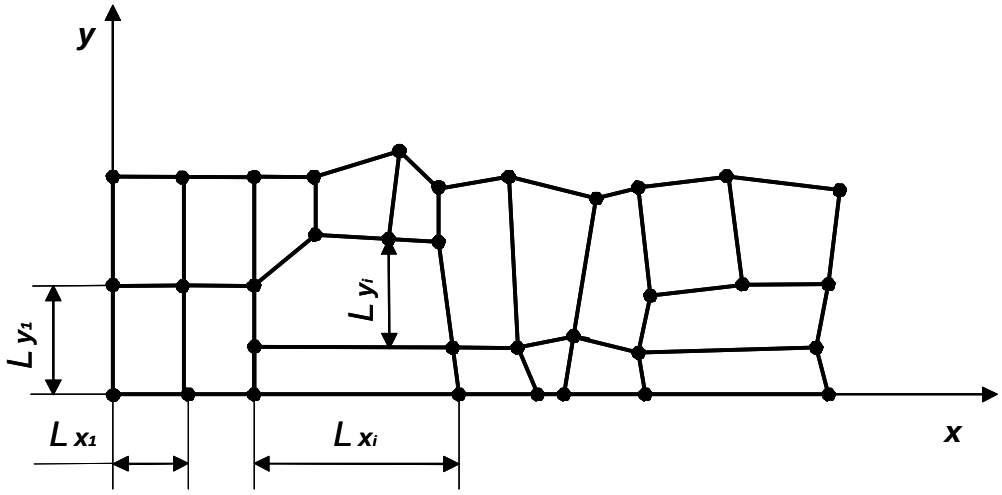
Proporcingumo koeficiento q, b_1 ir b_2 reikšmes pasirenkame samprotaudami taip. Aukščiau išdėstytas diferencialiai modifikuotas metodas leidžia pasirinkti $L_{min} \le L_x \le L_{max}$, $L_{min} \le L_y \le L_{max}$ ir $L_{min} \le L_z \le L_{max}$ reikšmes, kurioms atitinka diferencialinio rodiklio kitimo intervalas [b_1, b_2]. Tada būtina nustatyti b_1 ir b_2 reikšmes, kurios apibrėžtų diferencialinio rodiklio $\frac{\partial\Phi}{\partial x}$; $\frac{\partial\Phi}{\partial y}$ ir $\frac{\partial\Phi}{\partial z}$ priimtinas kitimo ribas, o L_x, L_y ir L_z reikšmės nagrinėjamose ribose būtų skaičiuojamos pagal (2.17). Žinant, kad dalinės išvestinės reikšmė geometrine prasme yra tgα, tuomet (2.17) išraiškos pertvarkomos taip:

$$L_x = q \cdot \frac{L}{tga_x},\ L_y = q \cdot \frac{L}{tga_y},\ L_z = q \cdot \frac{L}{tga_z}; \qquad (2.18)$$

čia $tga_x = \left|\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right|$, $tga_y = \left|\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right|$, $tga_z = \left|\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|$, kai $b_1 \le tg\alpha \le b_2$, $b_1 \le tg\alpha_y \le b_2$ ir $b_1 \le tg\alpha_z \le b_2$.

Iš (2.18) išraiškų ne sunku pastebėti, kad kai $tg\alpha_x = tg\alpha_y = tg\alpha_z = b_1$, tai bus maksimali, o kai $tg\alpha_x = tg\alpha_y = tg\alpha_z = b_2$, tai bus minimali erdvės diskretizavimo žingsnio reikšmė. Analizuojant [2, 18, 67, 100] darbuose pateiktus nuokrypių matavimo rezultatus buvo nustatyta, kad α_x, α_y ir α_z reikšmės gali kisti [0, π/2] ribose. Todėl pagal standarto arba kitų normatyvinių dokumentų reikalavimus pasirinktas diskretizavimo žingsnis L bus vienodas skirtingoms α_x, α_y ir α_z reikšmėms, t.y. taip parinktas žingsnio vertė neįvertins nuokrypių kitimo dėsningumų. Užsiduodant, kad L_{min} minimali vertė bus lygi standartinei diskretizavimo žingsnio L ir $\alpha = \alpha_x = \alpha_y = \alpha_z = 20^0$ reikšmei, nepažeisime standarto reikalavimų, nes [0, π/2]. Laikant, kad kai $\alpha = 20^0$, tai $tg20^0 = 0{,}3639 \approx b_1$ nustatoma diferencialinio žingsnio L minimali reikšmė, t.y. $L_{min} = L$.

Tokiu būdu visoms $\left|\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right|$, $\left|\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right|$ ir $\left|\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|$ reikšmėms didesnėms už b_1 bus patenkinta $L=L_x=L_y=L_z=const$, o visoms mažesnėms už b_1 diskretizavimo žingsnio reikšmės L_x, L_y ir L_z bus skaičiuojamos pagal (2.17) arba (2.18) formulę. Minimalios leistinos ribos b_2 reikšmei nustatyti būtina pasirinkti maksimalaus diskretizavimo žingsnio vertę. Leiskim $L_{max}=3L$, tuomet b reikšmę galima skaičiuoti taip $b_2=\frac{b_1}{3}=\frac{0,3639}{3}=0,123$ arba $tg\alpha=0,123$ ir $\alpha\approx 7$. Tokiu būdu visoms $tg\alpha_x = tg\alpha_y = tg\alpha_z < 0,123$ reikšmėms $L_{max} = L_x = L_y = L_z = 3L = const$. Kituose skaičiavimuose gali būti tikslinga L_{max} vertę atitinkančią α reikšmę pasirinkti mažesnę. Tačiau anksčiau išdėstyta b_1, b_2 ir q reikšmių skaičiavimo metodika nesikeičia. Proporcingumo koeficiento q reikšmę galima nustatyti iš (2.18) išraiškos teigiant, kad kai $tg\alpha = b_2$, tai $L_{min} = 4$. Atlikdami atitinkamus pertvarkymus (2.18) išraiškoje turėsime, kad $q = b_2$.



2.7 pav. Diferencialiai modifikuotos matavimo plokštumos diskretizavimo metodo grafinė interpretacija

Plokštumos atveju (2.7 pav.) diskretizavimo žingsnio vertė bus nustatoma pagal šias formules:

$$L_x = q\cdot\left|\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right|,\ L_y = q\cdot\left|\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right|, \qquad (2.19)$$

įvertinant apribojimus:

– kai patenkintos nelygybės $b_1 \le \left|\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right| \le b_2$, $b_1 \le \left|\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right| \le b_2$ tai, $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ ir $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ reikšmės skaičiuojamos pagal gradiento $\overset{\mathbf{r}}{\Delta}_p = \frac{\partial \Phi}{\partial x} \cdot \overset{\mathbf{r}}{i} + \frac{\partial \Phi}{\partial y} \cdot \overset{\mathbf{r}}{j}$ narių modulių reikšmes;

– kai $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right| \le b_1$; $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right| \le b_1$, tai visų $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ ir $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ narių reikšmės lygios b_1;

– kai $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right| \ge b_2$; $\left|\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right| \ge b_2$, tai visų $\frac{\partial \Phi}{\partial x}$ ir $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ narių reikšmės lygios b_2. (2.20)

Dalinių išvestinių reikšmėms skaičiuoti būtina sudaryti apytikslę objekto vietinių paklaidų funkciją. Jos priklausomybei ne dideliame paviršiuje aprašyti bus panaudotas trijų kintamųjų trečios eilės polinomas (2.12, 2.13).

Kiekvienam objekto nuokrypiui $\bar{\Phi}_j$ vertei matuoti turėtu būti pasirinktos x_j, y_j ir z_j koordinačių reikšmės. Tuomet (2.12) išraiškoje nežinomieji yra tik a_1, a_2,…,a_{10} koeficientų reikšmės. Norint tiksliau nustatyti (2.12) polinomo koeficientų reikšmes būtina sudaryti daugiau negu 10 lygčių.

Sprendžiant (2.13) lygčių sistemą mažiausių kvadratų metodu bus nustatytos koeficientų a_1, a_2,…,a_{10} reikšmės ir naudojant (2.17) išraiškas galima paskaičiuoti diferencialinio rodiklio parametrus. Tuomet naudojant (2.18) išraišką galima skaičiuoti matavimo erdvės kitus diskretizavimo žingsnių L_x, L_y ir L_z vertes. Kadangi nagrinėjamų metodų paskaičiuotos diskretizavimo žingsnio reikšmės L_x, L_y, L_z tenkinančios (2.7) išraiškoje nurodytas sąlygas gali būti $L_x \ge L$, $L_y \ge L$, $L_z \ge L$ tai sumažės matavimo taškų skaičius ir objekto matavimo laikas.

2.3. Rezultatų apibendrinimas ir išvados

Apibendrinant šiame poskyryje pateiktą integraliai ir diferencialiai modifikuotų metodų analizę galima teigti, kad:

- panaudojant vietinių nuokrypių funkcijos gradiento savybes, pateikiami integraliai ir diferencialiai modifikuoti erdvės diskretizavimo metodai, kurie leidžia pasirinkti įrenginio ar geometrinio paviršiaus matavimo erdvės diskretizavimo žingsnio vertę, įvertinant jų nuokrypių funkcijos pavidalo savybes, neprarandant matavimo kokybės;
- pateiktas diferencialiai modifikuotas metodas skiriasi nuo integraliai modifikuoto metodo tuo, kad leidžia pasirinkti įrenginio ar geometrinio paviršiaus matavimo erdvės diskretizavimo žingsnio skirtingą vertę įvairiomis matavimo kryptimis, įvertinant jų nuokrypių funkcijų pavidalų savybes;
- pateikti matavimo erdvės diskretizavimo metodai leidžia sumažinti objekto nuokrypių įvertinimo laiką, jie yra paprasti ir lengvai realizuojami automatinio matavimo sistemose.
- modifikuotus metodus galima taikyti įvairiuose automatinio matavimo įrenginiuose ir sudėtingų technologinių įrenginių įrankio pozicionavimo trimatėje erdvėje nuokrypiams tikrinti

3. MODIFIKUOTŲ METODŲ ANALIZĖ IR DISKRETIZAVIMO ALGORITMAS

3.1. Modifikuotų matavimo erdvės diskretizavimo metodų analizė

Antrame skyriuje pateikti modifikuotos erdvės diskretizavimo metodai, kuriuose diskretizavimo žingsnio vertės skaičiuojamos atvirkščiai proporcingai gradiento modulio arba jo narių reikšmėms. Tačiau juose nėra padarytas tų metodų panaudojimo galimybių tyrimas. Pastaruose darbuose paminėta, kad jų efektyvumas mažėja kai gamybos nuokrypių funkcijos bangų ilgis yra mažas. Todėl šio skyriaus tikslas yra ištirti pasiūlytų metodų panaudojimo pagrįstumą ir nustatyti gamybos nuokrypių funkcijos bangų ilgius, kuriems nagrinėjami metodai yra nepakankamai efektyvus.

Taikant nuokrypių matavimams (2.7 ir 2.17) modifikuotus metodus, matavimo erdvės diskretizavimui žingsnio vertė skaičiuojama, kaip atvirkščiai proporcinga:

- gradiento modulio reikšmei:

$$L_{\text{int}} = q\frac{L}{\left|\overline{\Delta}\right|};$$

$$\left|\overline{\Delta}\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2};$$

- gradiento narių reikšmėms:

$$L_{\text{int}\,x} = q\cdot\frac{L}{\left|\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right|},\quad L_{\text{int}\,y} = q\cdot\frac{L}{\left|\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right|},\quad L_{\text{int}\,z} = q\cdot\frac{L}{\left|\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|};$$

čia Φ – lokalinio paviršiaus nuokrypių analitinė išraiška; 0x, 0y, 0z – koordinatinės ašys; L – standartiniu būdu pasirinktos matavimo erdvės diskretizavimo žingsnio vertė; q – proporcingumo koeficientas.

Turint omenyje, kad dalinės išvestinės trigonometrinė reikšmė yra $tg\alpha$, tai galima parašyti, kad $\frac{\partial\Phi}{\partial x} = tg\alpha_x;\ \frac{\partial\Phi}{\partial y} = tg\alpha_y;\ \frac{\partial\Phi}{\partial z} = tg\alpha_z$, o $\left|\overline{\Delta}\right|$ reikšmė atitiks tam tikrai

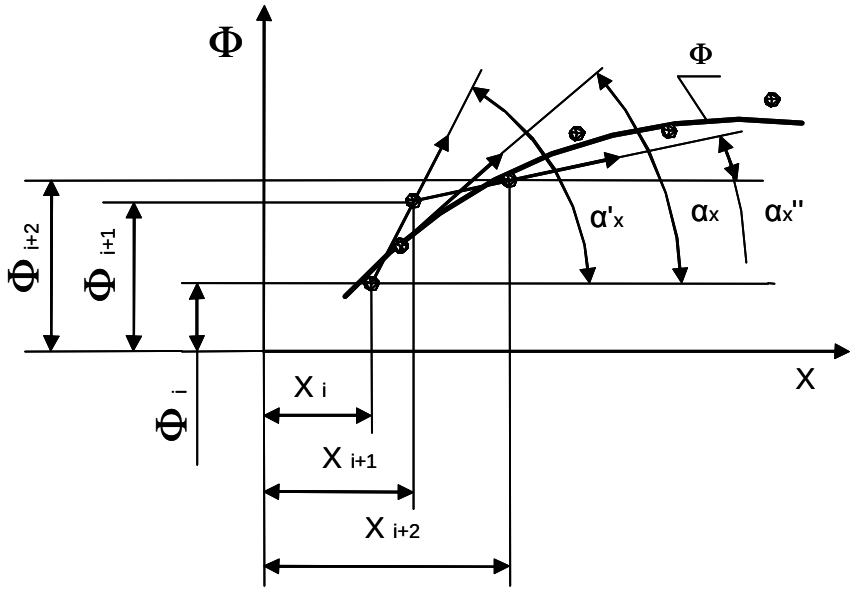
skaičiuotai $tg\bar{a}$ reikšmei, t.y. $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2} = tg\bar{a}$.

Iš 3.1 paveikslo matyti, kad tga'_x reikšmę apytiksliai galima paskaičiuoti imant dvi gretimas Φ_i ir Φ_{i+1} arba x_i, x_{i+1}, x_i reikšmes

$$tga'_x = \frac{\Phi_{i+1} - \Phi_i}{x_{i+1} - x_i}. \tag{3.1}$$

Tačiau skaičiuojant tga''_x reikšmę pagal kitas dvi gretimas x_{i+1} *ir* x_{i+2} reikšmes

$$tga''_x = \frac{\Phi_{i+2} - \Phi_{i+1}}{x_{i+2} - x_{i+1}}, \tag{3.2}$$



3.1. pav. Matavimo rezultatų grafinė interpretacija

gausime, kad $tga''_x < tga'_x$. Iš 3.1 paveikslo galima pastebėti, kad tokiu būdu skaičiuojant tga_x reikšmes, skaičiavimo rezultatui labai didelę įtaką turi atsitiktinės paklaidos. Pakartotinai matuojant detalės paviršiaus nuokrypius, jie gali pasikartoti kitaip. Norint tiksliau įvertinti sisteminių nuokrypių funkcijos sandų kitimo dėsningumus būtina naudoti metodus, kurie leidžia įvertinti gradiento charakteristikas pagal daugelį matavimų rezultatų. Panaudojant matematinės regresijos analizės metodą,

nuokrypių funkcijos sisteminių sandų kitimo dėsningumus lokaliniuose x_i, x_{i+1}, …, x_{i+n}, y_i, y_{i+1}, …, y_{i+n}, ir z_i, $z_{i+1,}$ …, z_{i+n} intervaluose galima išreikšti polinomu:

- erdvei

$$\Phi=a_1+a_2x+a_3y+a_4z+a_5x^2+a_6y^2+a_7z^2+a_8x^3+a_9y^3+a_{10}z^3; \quad (3.3)$$

- plokštumai

$$\Phi=a_1+a_2x+a_3y+a_4x^2+a_5y^2+a_6x^3+a_7y^3; \quad (3.4)$$

- koordinatiniams matavimams

$$\Phi=a_1+a_2x+a_3x^2+a_4x^3, \quad (3.5)$$

čia a_1, a_2, …, a_{10} nežinomųjų koeficientų reikšmės.

Nežinomųjų a_1, a_2, ..., a_n koeficientų reikšmėms nustatyti turi būti naudojamas mažiausių kvadratų metodas:

$$A=\left(Y^TY\right)^{-1}Y^T\bar{F}, \quad (3.6)$$

čia A – nežinomųjų a_1, a_2, …, a_n koeficientų vektorius; Y – stačiakampė matrica, sudaroma pagal antrame skyriuje nurodytą metodiką; Φ – eksperimentiniu būdu matuotų nuokrypių reikšmių vektorius.

Analizuojant (3.3), (3.4) ir (3.5) išraiškas pastebėsime, kad kiekviena koordinatė skirtingais laipsnio rodikliais turi po 3 dėmenis ir yra vienas laisvas narys a_1. Tokiu būdu (3.3), (3.4) ir (3.5) polinomuose bus atitinkamai 10; 7 ir 4 nežinomieji. Todėl jų reikšmėms nustatyti kiekvienam atvejui atitinkamai reikia sudaryti ne mažiau 10; 7 ir 4 lygtis.

Polinomų nežinomųjų koeficientų a_1, a_2, ..., a_n reikšmės bus tuo tiksliau nustatytos, kuo daugiau bus sudaryta lygčių. Kiekviena lygtis bus sudaroma konkrečiai Φ_i (i=1,2…) reikšmei. Todėl būtiną lygčių skaičių kiekvienam polinomui galima paskaičiuoti taip:

$$u=n+b¢, \quad (3.7)$$

čia u – būtinas lygčių skaičius skaičiuojant polinomų nežinomųjų koeficientų reikšmes; n – polinomo nežinomųjų koeficientų skaičius; $b¢ \geq 1$ – laisvai parenkamas skaičius, kuris parodo kiek lygčių sudarysime daugiau negu nežinomųjų.

Tuomet kiekvienai koordinatei tenkantį r_x, r_y ir r_z matavimo taškų skaičių paskaičiuosime naudodami šią išraišką:

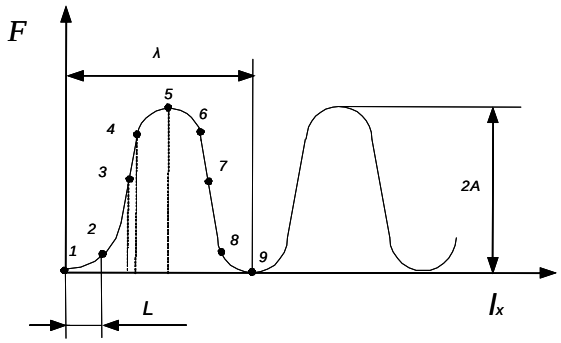
$$r_x = r_y = r_z = r = u / p, \tag{3.8}$$

čia p – polinome esančių skirtingų koordinačių skaičius.

Tada, lokalinio erdvinio paviršiaus polinome nežinomųjų koeficientų yra n=10 ir p= 3. Nežinomojo koeficiento b' reikšmę geriau būtų parinkti taip, kad r_x, r_y, r_z būtų sveiki skaičiai. Parenkant $b¢ = 2$ pastebėsime, kad $r_x = r_y = r_z \approx 4$. Taip pat galima atlikti analoginius skaičiavimus (3.4) ir (3.5) atvejais.

Pasirenkant $b¢$ reikšmę būtina žinoti kokį taškų skaičių, tenkantį kiekvienai x, y ir z koordinatei norėtume turėti. Kuo didesnės r_x, r_y ir r_z reikšmės, tuo daugiau bus naudojama Φ_i taškų nuokrypių pokyčiams įvertinti. Anksčiau nagrinėtam erdvės atvejui buvo $r_x = r_y = r_z \approx 4$. Koordinatiniams matavimams (3.5), kai $b¢ = 1$, n būtų lygus $u = n + b = 4 + 1 = 5$ ir tuomet $r_x = u / p = 5 / 1 = 5$. Nagrinėjamam atvejui (3.1 pav.), nuokrypių funkcijos sisteminiams sandams mažiausių kvadratų metodu įvertinti, būtina panaudoti 5 lygčių sistemą. Tokių būdu skaičiuojant (3.3 - 3.5) polinomų nežinomųjų koeficientų reikšmes, bus labiausiai priartėta prie nuokrypių sisteminio sandų kitimo dėsningumo ir pagal Φ kreivę paskaičiuotos dalinių išvestinių reikšmės žymiai tiksliau nusakys lokalinio paviršiau gradiento arba jo narių reikšmes. Todėl, naudojamas antrame skyriuje pasiūlytas matematinės regresijos analizės būdas gradiento arba jo narių vertėms nustatyti yra žymiai tikslesnis negu jų reikšmių skaičiavimo metodika pagal gretimų taškų Φ_i ir Φ_{i+1} reikšmes. Būtina paminėti, kad naudojant pastarąjį būdą yra nufiltruojama gamybos paklaidų atsitiktinė dalis ir tuo galima paaiškinti modifikuotų erdvės skaidymo metodų pakankamą tikslumą bei jų pagrįstumą. Tai būtų pirmasis efektyvumo požymis.

Antras modifikuotų matavimo erdvės skaidymo metodų efektyvumo požymis parodytų, kokie trumpiausių gamybos paklaidų bangų ilgiai yra efektyviai įvertinami diskretizuojant erdvę.



3.2 pav. Nuokrypių supaprastinta schema

Supaprastintoje nuokrypių schemoje (3.2 pav.) L pažymėta koordinatinio matavimo diskretizavimo žingsnio vertė, o λ nuokrypių funkcijos bangos ilgis. Tuomet galima paskaičiuoti kiek diskretizavimo žingsnių tilps bangos ilgyje:

$$s = \lambda / L. \tag{3.9}$$

Iš 3.2 paveikslo pastebėsime, kad tuo atveju, kai $(n+b)\ p < \lambda / (2L)$, (pavyzdžiui 3.2 paveikslo taškai 1 iki 7), tai trečios eilės polinomas negalės tiksliai išreikšti nuokrypių bangos kreivės ir dalis informacijos bus nufiltruota. Ne sunku įsitikinti, kai $(n+b)\ p < \lambda / (2L)$, tai pasirinkti (3.3), (3.4) ir (3.5) regresijos polinomai pakankamai adekvačiai aprašys nuokrypių funkcijos bangos kitimo dėsningumą. Todėl požymis $(n+b)\ p < \lambda / (2L)$ arba $(n+b)pL < \lambda /2$ ir nusakys nagrinėjamų metodų efektyvumo antrą požymį.

Panagrinėkime santykį:

$$w = s / r_x = \frac{l / L}{u / p} = \frac{l\ p}{uL} = \frac{l\ p}{L(n+b)} = \frac{sp}{n+b}, w = s / r_y,\ w = s / r_z, \tag{3.10}$$

kuris parodo bangos ilgio, išreikšto diskretizavimo žingsnių skaičiumi, santykį su kiekvienai koordinatei tenkančių taškų skaičiumi. Parametrai r_x ir r_y ir r_z aptarti nagrinėjant (3.8) išraišką.

Jeigu regresijos polinomo nežinomų koeficientų reikšmėms nustatyti būtų naudojama mažiau negu pusė bangos ilgio r', tai (3.10) išraiškų pagrindų galima parašyti šias nelygybes:

$$r' = (s/2) - m\,,\ w \le \frac{s}{r'} \le \frac{2l}{l - 2mL} \text{ arba } \frac{p}{L(n+b)} \le \frac{2}{l - 2mL}\,, \tag{3.11}$$

čia m – sveikas skaičius ir parodo kokiu diskretizavimo žingsnių skaičiumi yra sutrumpintas pusė bangos ilgis, išreikštas diskretizavimo žingsnių skaičiumi.

Iš (3.11) išraiškų gaunama nelygybė sisteminių nuokrypių trumpiausiam bangos ilgiui nustatyti, (kuriam nagrinėjamas metodas bus efektyvus):

$$l \ge 2\left(\frac{n+b'}{p} + \frac{m}{L}\right)L\,. \tag{3.12}$$

Pavyzdžiui, atliekant matavimus plokštumoje, kai L = 3 mm, n = 7 (3.4 išraiška), $b¢$ pasirenkant $b¢$ = 1 ir plokštumos matavimams p = 2 ir m = 0, tai iš (3.12) išraiškos gaunama $\lambda \ge 24$ mm. Tokiu būdu, nagrinėtame pavyzdyje visiems lokalinio paviršiaus sisteminiams nuokrypiams, kurių bangų ilgiai yra mažesni negu 24 mm, modifikuotos matavimo erdvės skaidymo metodas veiks nepakankamai efektyviai. Norint padidinti jų efektyvumą, kai λ ilgis netenkina (3.12) nelygybės skaičiuotos vertės, reikia mažinti žingsnio reikšmę. Iš (3.12) išraiškos matyti, kad λ vertė yra tiesinėje priklausomybėje nuo L. Todėl sumažinus žingsnio vertę d kartų, tiek pat kartų sumažėtų matuojamos bangos ilgis, kurios nuokrypiai būtų įvertinti.

Atlikta analizė parodė, kad modifikuotų matavimo erdvės diskretizavimo metodų (2.7) ir (2.17) efektyvumas priklauso nuo lokalinio paviršiaus sisteminių nuokrypių įvertinimo tikslumo ir nuo jas aprašančio regresinio polinomo narių skaičiaus. Iš vienos pusės, kuo daugiau būtų narių (3.3), (3.4) arba (3.5) polinomuose atrodytų, kad galima būtų tiksliau įvertinti nuokrypius. Tačiau didinant polinomo narių skaičių didinsime parametro n reikšmę ir tuo pačiu didinsime gamybos nuokrypių bangos ilgį λ, kurio nuokrypis bus neįvertinama. Nepagrįstai mažinant regresijos polinomo narių skaičių n, t.y., pažeminant polinomo eilę, prarastume lokalinio paviršiaus nuokrypių aprašymo tikslumą. Todėl parenkant regresijos polinomo eilę reikia turėti tam tikros apriorinės informacijos apie matuojamą paviršių arbą plokštumą.

3.2. Matavimo erdvės diskretizavimo algoritmas

Poskyriuose (2.1) ir (2.2) yra išanalizuoti integraliai ir diferencialiai modifikuoti metodai. Abu metodai yra susieti su gradiento arba jo narių modulių reikšmėmis, kurios įvertina matuojamųjų nuokrypių kitimą erdvėje trimis 0*x*, 0*y* ir 0*z* ašių kryptimis.

Iš pradžių nagrinėsime integraliai modifikuoto erdvės diskretizavimo metodo algoritmą. Šio metodo esmė yra ta, kad erdvės diskretizavimo žingsnio vertė parenkama atvirkščiai proporcingai nuokrypių funkcijos gradiento reikšmei (2.7):

$L_{\text{int}} = q\frac{L}{\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right|}$, $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right)^2}$ erdvėje ir $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| = \sqrt{\left(\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right)^2}$ plokštumoje

įvertinant šiuos apribojimus:

– kai patenkinta nelygybė $b_1 \le \left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| \le b_2$, tai $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right|$ reikšmė yra tokia, kokia gaunama skaičiuojant pagal (2.8) išraišką;

– kai $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| \le b_1$, tai $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| = b_1$;

– kai $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| \le b_2$, tai $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| = b_2$.

Gradiento reikšmėms skaičiuoti būtina sudaryti apytikslę objekto lokalinių nuokrypių matematinę išraišką. Taikant matematinės statistikos metodus naudosime regresinius polinomus (3.3) ir (3.5): regresijos polinomų (3.3, 3.4 ir 3.5) koeficientų vektoriaus stulpelio *A* skaičiavimui taikysime mažiausiu kvadratų metodą:

$$A = (Y^T Y)^{-1} Y^T \Phi, \tag{3.12}$$

čia *Y* – stačiakampė matricą ir Φ vektoriaus stulpelis kurio *k* atveju, sudarymo metodika yra ši:

- vienmatės regresijos *k*-jom matricos poslinkiui 0*y* ašies kryptimi:

$$y = \begin{bmatrix} 1 & (y_{k+0} - y_k) & (y_{k+0} - y_k)^2 & (y_{k+0} - y_k)^3 \\ 1 & (y_{k+1} - y_k) & (y_{k+1} - y_k)^2 & (y_{k+1} - y_k)^3 \\ 1 & (y_{k+2} - y_k) & (y_{k+2} - y_k)^2 & (y_{k+2} - y_k)^3 \\ 1 & (y_{k+3} - y_k) & (y_{k+3} - y_k)^2 & (y_{k+3} - y_k)^3 \\ 1 & (y_{k+4} - y_k) & (y_{k+4} - y_k)^2 & (y_{k+4} - y_k)^3 \end{bmatrix}; \tag{3.13}$$

čia y_{k+i} – 0y koordinatinės ašies koordinačių reikšmės, kuriose buvo matuotos Φ_{k+I} – nuokrypių reikšmės. $\Phi_{k+i} - y_{ki}$ išmatuota nuokrypių reikšmė. Indekso k reikšmė parodo kelintą kartą buvo tikslinama diskretizavimo žingsnio vertė 0y ašies kryptimi:

$$\Phi^T = \{\Phi_k, \Phi_{k+1}, \Phi_{k+2}, \Phi_{k+3}, \Phi_{k+4}\}, \tag{3.14}$$

- dvimatės regresijos k ir j matricos poslinkių atveju:

$$Y = \begin{bmatrix} 1 & (y_{k+0}-y_k) & (y_{k+0}-y_k)^2 & (y_{k+0}-y_k)^3 & (x_{j+0}-x_j) & (x_{j+0}-x_j)^2 & (x_{j+0}-x_j)^3 \\ 1 & (y_{k+1}-y_k) & (y_{k+1}-y_k)^2 & (y_{k+1}-y_k)^3 & (x_{j+1}-x_j) & (x_{j+1}-x_j)^2 & (x_{j+1}-x_j)^3 \\ 1 & (y_{k+2}-y_k) & (y_{k+2}-y_k)^2 & (y_{k+2}-y_k)^3 & (x_{j+2}-x_j) & (x_{j+2}-x_j)^2 & (x_{j+2}-x_j)^3 \\ 1 & (y_{k+3}-y_k) & (y_{k+3}-y_k)^2 & (y_{k+3}-y_k)^3 & (x_{j+3}-x_j) & (x_{j+3}-x_j)^2 & (x_{j+3}-x_j)^3 \\ 1 & (y_{k+0}-y_k) & (y_{k+0}-y_k)^2 & (y_{k+0}-y_k)^3 & (x_{j+2}-x_j) & (x_{j+2}-x_j)^2 & (x_{j+2}-x_j)^3 \\ 1 & (y_{k+2}-y_k) & (y_{k+2}-y_k)^2 & (y_{k+2}-y_k)^3 & (x_{j+3}-x_j) & (x_{j+3}-x_j)^2 & (x_{j+3}-x_j)^3 \\ 1 & (y_{k+3}-y_k) & (y_{k+3}-y_k)^2 & (y_{k+3}-y_k)^3 & (x_{j+1}-x_j) & (x_{j+1}-x_j)^2 & (x_{j+1}-x_j)^3 \\ 1 & (y_{k+1}-y_k) & (y_{k+1}-y_k)^2 & (y_{k+1}-y_k)^3 & (x_{j+3}-x_j) & (x_{j+3}-x_j)^2 & (x_{j+3}-x_j)^3 \end{bmatrix}, \tag{3.15}$$

$$\Phi^T = \left\{\Phi_{k,j}; \Phi_{k,j+1}; \Phi_{k,j+2}; \Phi_{k,j+3}; \Phi_{k+1,j}; \Phi_{k+2;j+1}; \Phi_{k+3;j+2}; \Phi_{k+3,j}\right\}, \tag{3.16}$$

čia $x_{j+i} - \Phi_{k+i,j+i}$ nuokrypių koordinačių reikšmės (i = 0, ..., 3); Indekso j reikšmė parodo kelintą kartą buvo tikslinama diskretizavimo žingsnio vertė judant 0x ašies kryptimi.

Parametrų b_1 ir b_2 reikšmės yra nustatomos šiomis išraiškomis:

$b_1 = tg\alpha_1$, ir $b_2 = tg\alpha_2$.

Kai $tg_2\alpha = \left|\vec{\Delta}\right|$ reikšmė maža, pavyzdžiui, $\left|\vec{\Delta}\right|$ = |0,2479| arba $b_1 = tg\alpha_2 = 0{,}2479$, tuomet $\alpha_1 \approx 14^0$, todėl diskretizavimo žingsnio vertė gali būti padidinta, nes nuokrypių pokytis nagrinėjamame intervale vyksta nežymiai. Todėl kai $\left|\vec{\Delta}\right|$ < |0,2479| arba $\alpha_1 < 14^0$, pavyzdžiui, $\alpha_1 < 7^0$ arba $b_1 = \left|\vec{\Delta}\right| = tg\alpha_1 \le 0{,}123$ diskretizavimo žingsnį galima padidinti iki $L_{int} > 2L$, o kai $0{,}123 < tg\alpha_1 \le 0{,}3639$ arba $7^0 < \alpha \le 20^0$, tai tuomet koeficiento b_2 reikšmę galima priimti $b_2 = 0{,}3639$. Tuomet intervale $b_1 \le \left|\vec{\Delta}\right| < b_2$ diskretizavimo žingsnio reikšmė gali būti $L_{int} = 2L$. Visoms $b_2 > 0{,}3639$ reikšmėms diskretizavimo žingsnio vertę tikslinga naudoti $L_{int} = L$.

- Trimatės regresijos *k, j* ir *p* matricų poslinkių atveju:

$$Y=\begin{bmatrix} 1 & (y_{k+0}-y_k) & (y_{k+0}-y_k)^2 & .. & (x_{j+D}-x_j) & (x_{j+D}-x_j)^2 & .. & (z_{p+0}-z_p) & .. & (z_{p+0}-z_p)^3 \\ 1 & (y_{k+1}-y_k) & (y_{k+1}-y_k)^2 & .. & (x_{j+1}-x_j) & (x_{j+1}-x_j)^2 & .. & (z_{p+0}-z_p) & .. & (z_{p+0}-z_p)^3 \\ 1 & & ... & & & ... & & ... & & ... \\ 1 & (y_{k+2}-y_k) & (y_{k+2}-y_k)^2 & & (x_{j+3}-x_j) & (x_{j+3}-x_j)^2 & & (z_{p+2}-z_p) & & (z_{p+2}-z_p)^3 \end{bmatrix}; \quad (3.17)$$

$$\Phi^T=\left\{\Phi_{k,j,p};\ \Phi_{k+1,j,p};\ ....\ \Phi_{k+2,j+3,p+2}\right\}, \quad (3,18)$$

čia y_{k+i}, x_{j+i} ir z_{p+i} –matricos elementai, *k, j, p* indeksai parodo kiek kartų buvo *Y* matrica paslinkta atitinkamai 0*y*, 0*x* ir 0*z* ašimis arba jų suma parodo kelintą kartą bus skaičiuojamos erdvės diskretizavimo nauja žingsnio vertė.

Trimatės regresijos atveju, kai kiekvienas *x*, *y* ir *z* koordinatės laipsnio rodiklis polinome yra 3, tai indeksas *i* kinta *i* = 0, 1, 2, 3. Pirmai diskretizavimo žingsnio vertei skaičiuoti būtina atlikti mažiausiai *m*+1 matavimų (*m* – yra regresijos polinomo nežinomų a_0, a_1, a_2, .. a_6 koeficientų skaičius), pavyzdžiui, vienmatės regresijos polinome (3.3) yra 4 nežinomieji, o dvimatės regresijos polinome (3.4) – 7 nežinomieji.

Tokiu būdu, vienmatės regresijos polinomo nežinomiesiems skaičiuoti, būtina atlikti mažiausiai 5 matavimus ir sudaryti 5 lygtis, dvimatei regresijai – mažiausiai 7 matavimus ir sudaryti tiek pat lygčių, o trimatei regresijai mažiausiai 10 matavimų ir sudaryti tiek pat lygčių.

Automatinės matavimo mašinos plokštumos nuokrypių matavimo algoritmo sustambinta blokinė schema parodyta 3.3 paveiksle. Iš algoritmo matyti, kad užsidavus y_l, x_L, *q*, u_0, b_1, b_2, *N* ir *n* - 1 reikšmes, būtina suformuoti (3.15) matricą ir atlikti numatytose plokštumos taškuose nuokrypių matavimus. Matavimo taško koordinatės plokštumoje yra apibrėžiamos matricos eilučių antraisiais nariais, pavyzdžiui, pirmoji plokštumos koordinatė yra apibrėžiama (y_{k+0} - y_k) *ir* (x_{j+0} - x_j), o antroji – (y_{k+1}-y_k) *ir* (x_{j+1} - x_j). Trimatėje erdvėje atitinkamai 3 – mis pirmos eilutės nariais, pavyzdžiui, (y_{k+0} - y_k) *ir* (x_{j+0} –x_j) *ir* (z_{p+0}-z_p). Kai yra suformuotos *Y* ir Φ matricos, tuomet mažiausiu kvadratų metodu (3.12) yra skaičiuojamos regresijos polinomo a_0, a_1,…,a_n nežinomųjų koeficientų reikšmės.

Pateikiame keletą *Y* ir Φ suformuotų ir paskaičiuotų *A* matricų, bei regresijos polinomų išraiškų pavyzdžių:

- vienmatės regresijos, k=1 atvejui

$$Y_1 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 6 & 36 & 216 \\ 1 & 8 & 64 & 512 \end{bmatrix}, \quad \Phi_1 = \begin{Bmatrix} 5,0 \\ 3,1 \\ 2,3 \\ 2,0 \\ -0,2 \end{Bmatrix}, \quad A_1^T = \{5,0257; -1,6357; 0,3732; -0,0313\}, \tag{3.19}$$

$$\Phi_1 = 5,0257 - 1,6357y + 0,3732y^2 - 0,0313y^3. \tag{3.20}$$

Patikrinam šio (3.20) polinomo adekvatiškumą t.y., kaip advekačiai jis aprašo lokalaus paviršiaus nuokrypų pasiskirstymą. Šiam tikslui bus panaudotas Fišerio kriterijus:

$$F_T > S_{ad}^2 / S_p^2,$$

čia S_{ad}^2 – adekvatiškumo dispersijos įvertis; S_p^2 – lokalaus paviršiaus matuotų nuokrypų dispersijos įvertis; F_T – lentelinė Fišerio kriterijaus reikšmė, atitinkanti 0,95 reikšmingumo lygmenį.

Skaičiuojame adekvatiškumo dispersijos įvertį:

$$S_{ad}^2 = \sum_{j=1}^{N} [(5,03 - 1,64y + 0,37y^2 - 0,03y^3) - \Phi_j]^2 / f,$$

čia j = 1, 2, … , N; Φ_j – j- taško nuokrypos vertė; f – laisvės laipsnių skaičius, $f = N - (k_1 + 1)$; k_1 – kintamųjų skaičius.

Atlikus skaičiavimus buvo gauta S_p^2 = 3,54; S_{ad}^2 = 0,04; f_2 = 5 – 2 = 3, f_1 = 5 -1 = 4. Lentelinė Fišerio kriterijaus reikšmė yra F_T = 3,13. Taikant Fišerio kriterijaus reikalavimą gauname 3,13 > 0,04 / 3,54, taigi polinomas adekvačiai atspindi lokalaus paviršiaus nuokrypų pasiskirstymą.

- vienmatės regresijos, k=2 atvejui

$$Y_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 6 & 36 & 216 \\ 1 & 8 & 64 & 512 \end{bmatrix},\ \Phi_2 = \begin{Bmatrix} 2,3 \\ 2,0 \\ -0,2 \\ -3,1 \\ -4,0 \end{Bmatrix};$$

$$A_2^T = \{2,2786; 0,7839; 0,5214; 0,0406\}, \tag{3.21}$$

$$\Phi_2 = 2,2786 + 0,7839y - 0,5214y^2 - 0,0406y^3. \tag{3.22}$$

Toliau skaičiuojamos vienmatės regresijos polinomo $\frac{\partial \Phi}{\partial y}$ dalinės išvestinės reikšmė ir gradiento modulio $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right|$ vertė. Priklausomai nuo gradiento modulio vertės $b_1 \leq \left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right| \leq b_2$ yra priimamas sprendimas, kokia bus paskaičiuota naujo diskretizavimo žingsnio L_{int} reikšmė.

Paskaičiuotos $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}\right|$ reikšmės nagrinėtiems pavyzdžiams būtu šios:

$$\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}_1\right| = \left|\frac{\partial \Phi_1}{\partial y_{(y=8)}}\right| = \left|-1,636 + 0,746y - 0,0939y^2\right| = \left|-1,678\right|, \text{ tuomet } \bar{a} \approx 59^0; \tag{3.23}$$

$$\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}_2\right| = \left|\frac{\partial \Phi_2}{\partial y_{(y=12)}}\right| = \left|0,7839 - 1,043y - 0,122y^2\right| = \left|-0,2479\right|, \text{ tuomet } \bar{a} \approx 14^0; \tag{3.24}$$

- dvimatės regresijos, k=1 atvejui

$$Y_3 = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 6 & 36 & 216 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 2 & 4 & 8 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & 4 & 16 & 64 \\ 1 & 4 & 16 & 64 & 6 & 36 & 216 \end{bmatrix};\ \Phi_3 = \begin{bmatrix} 5,0 \\ 3,1 \\ 2,3 \\ 2,0 \\ 3,2 \\ 1,1 \\ 3,9 \\ 1,6 \end{bmatrix};$$

$$A_1^T = \{4,5733; -4,5839; 1,9842; -0,2153; 0; -0,3350; 0,0492\}; \tag{3.25}$$

$$\Phi_3 = 4,5733 - 4,5839y + 1,9842y^2 - 0,2153y^3 - 0,3350x^2 + 0,0492x^3 \,. \quad (3.26)$$

Analogiškas (3.26) polinomo adekvatiškumo patikrinimas buvo atliktas ir plokštumos atvejui. Skaičiuotųjų dispersijų įverčiai S_{ad}^2 / f =2,260 ir S_p^2=1,640. Lentelinė Fišerio kriterijaus reikšmė yra 3,64, tuomet 3,64 > 2,26 / 1,640 arba 3,64 > 1,37.

Plokštumos atveju pasirinktas polinomas taip pat advekačiaia aprašo lokalių nuokrypių pasiskirstymą. Toliau yra skaičiuojamos gradiento ir dalinių išvestinių reikšmės:

$$\left|\frac{\partial \Phi_3}{\partial y_{(y=6)}}\right| = \left|-4,584 + 3,968y - 0,645y^2\right| = \left|-3,996\right|;$$

$$\left|\frac{\partial \Phi_3}{\partial x_{(x=4)}}\right| = \left|-0,670x + 0,1476x^2\right| = \left|2,6336\right|; \quad (3.27)$$

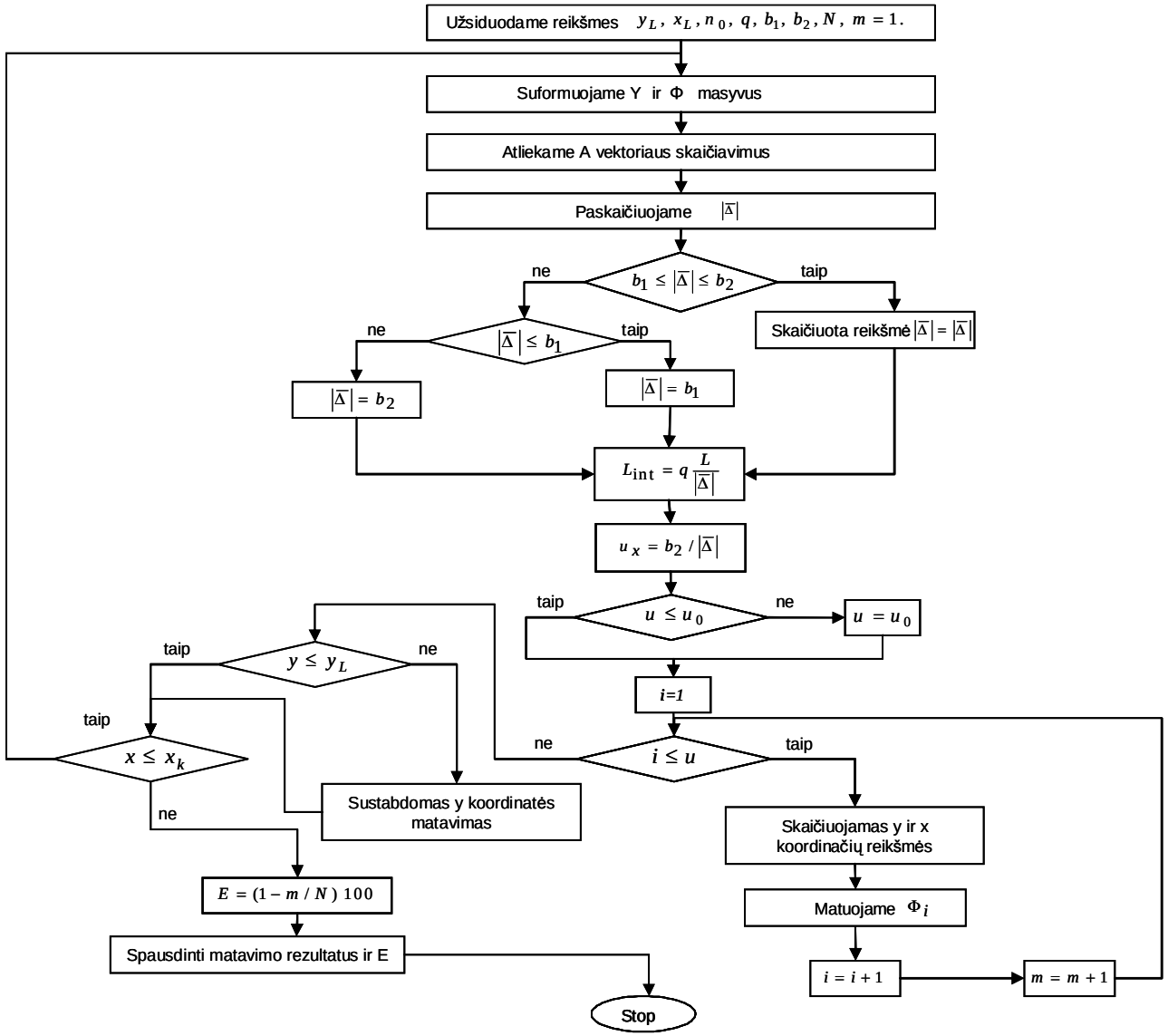
$$\left|\bar{\Delta}_D\right| = \left|\sqrt{-3,996^2 + 2,6336^2}\right| = \left|4,786\right|, \text{ tuomet } \bar{a} \approx 78^0. \quad (3.28)$$

Šiuo atveju, panašiai kaip ir integraliai modifikuoto metodo algoritmas, vykdomas ankščiau nurodytu nuoseklumu. Skirtumas tarp 3.3 ir 3.4 paveiksluose parodytų algoritmų yra tas, kad šiuo atveju plokštumos 0*x* ir 0*y* ašių kryptimis yra skaičiuojami skirtingos vertės L_{intx} ir L_{inty} diskretizavimo žingsniai.

Vadinasi, pasirinkus b_2 = 0,3639 ir b_1 = 0,123 reikšmes galime paskaičiuoti q reikšmę. Laikoma, kad kai $tg\alpha = b_2$ = 0,3639, tai tuomet daugiau nereikia mažinti erdvės diskretizavimo žingsnio ir jį pasirinkti tokį, koks nustatomas standartų reikalavimuose, t. y. $L_{int} = L$. Įstatant $tg\alpha = b_2$ = 0,3639 ir $L_{int} = L$ reikšmes į (2.10) gausime $L = q\frac{L}{b_1}$ arba $q = b_2$ = 0,3639.Tuomet (2.10) išraiška pertvarkoma taip:

- integraliai modifikuotam metodui

$$\mathrm{L_{intx}}=0,3639\frac{L}{\sqrt{\left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2 + \left(\frac{\partial \Phi}{\partial x}\right)^2}}; \quad (3.29)$$



3.3 pav. Integraliai modifikuoto metodo automatinio matavimo mašinos matavimo žingsnio ir ciklo nustatymo sustambinto algoritmo blokinė schema.

- diferencialiai modifikuotam metodui

$$L_{intx} = 0{,}3639\frac{L}{tga_x} = 0{,}3639\ \frac{L}{\left|\frac{\partial\Phi}{\partial x}\right|};$$

$$L_{inty} = 0{,}3639\frac{L}{tga_y} = 0{,}3639\ \frac{L}{\left|\frac{\partial\Phi}{\partial y}\right|};$$

$$L_{intz} = 0{,}3639\frac{L}{tga_z} = 0{,}3639\ \frac{L}{\left|\frac{\partial\Phi}{\partial z}\right|}. \qquad (3.30)$$

Supaprastinta diferencialiai modifikuoto metodo automatinės matavimo mašinos matavimo algoritmo blokinė schema pateikta 3.4 paveiksle.

Vienmatės regresijos atveju (3.13) matrica pirmą kartą formuojama iš y koordinačių reikšmių tarp kurių atstumų skirtumas yra vienodos vertės ir lygus standartinio žingsnio vertei L, t.y. jei priimsime, kad $y_1 = 0$, tai $y_2 = y_1 + L = 0 + L = L$; $y_3 = y_2 + L = L + L = 2L, \ldots, y_i = y_{i-1} + L = (i - 2)\,L + L = (i - 1)\,L$.

Iš (3.13) matyti, kad vienmatės regresijos atveju gradiento $|\dot{\Delta}_1|$ (2.23) arba $|\dot{\Delta}_2|$ (2.24) ir regresijos polinomo (3.20) arba (3.22) nežinomųjų $a_1, a_2, \ldots a_n$ reikšmėms paskaičiuoti pakanka išmatuoti 5 nuokrypių vertes ir suformuoti iš jų reikšmių Φ_1 (3.19) arba Φ_2 (3.21) matricos stulpelius. Pirmoji Φ_1 matricos stulpelio reikšmė gaunama matuojant nuokrypį $y_1 = 0$ koordinatinėje, antroji – $y_2 = L$ ir i – ji reikšmė atitinkamai $y_i = (i\text{-}1)\,L$ koordinatėje. Skaičiuojant pirma kartą diskretizacijos žingsnio vertę koordinatiniams nuokrypiams (3.29):

$$L_{int1} = 0{,}3639\frac{L}{\left|\dot{\Delta}_1\right|} = 0{,}3639\ \frac{L}{|-1{,}678|},$$

Tačiau $|\dot{\Delta}_1|$ šiuo atveju tenkina (2.9) nelygybę, t.y. $|\dot{\Delta}_1| > b_2$ arba $|-1{,}678| > 0{,}3639$, tai diskretizavimo žingsnio reikšmė tada turi būti $L_{int} = L$.

Taikant koordinatinėms paklaidoms išdėstytą metodiką antram skaičiuotam atvejui gausime:

$$L_{int2} = 0{,}3639\frac{L}{\left|\vec{\Delta}_2\right|} = 0{,}3639\ \frac{L}{\left|-0,2479\right|}.$$

Pastebėsime, kad šiuo atveju gradiento $|\vec{\Delta}_2|$ reikšmė tenkina šias sąlygas:

$$b_1 \le |\vec{\Delta}_2| \le b_2 \ arba\ 0{,}123 \le |-0{,}2479| \le 0{,}3639.$$

Tokiu atveju pagal (2.9) nelygybės gradiento $\left|\vec{\Delta}\right|$ reikšmę paskaičiuojame pagal (2.8). Todėl antruoju nagrinėjamu atveju koordinatinėms paklaidoms L_{int_2} diskretizavimo žingsnio reikšmė bus lygi $L_{\text{int}_2} \approx 1{,}5L$. Apytiksliams matavimams šiuo atveju L_{int_2} reikšmę galima priimti $L_{\text{int}_2} \approx 2L$.

Toliau kai $k = 2$ yra skaičiuojama υ_2 reikšmė (2.10), kuri apytiksliai parodo kiek kartų pakartoti nuokrypių matavimus su naujai paskaičiuotu diskretizavimo žingsniu $L_{\text{int}_2} \approx 2L$:

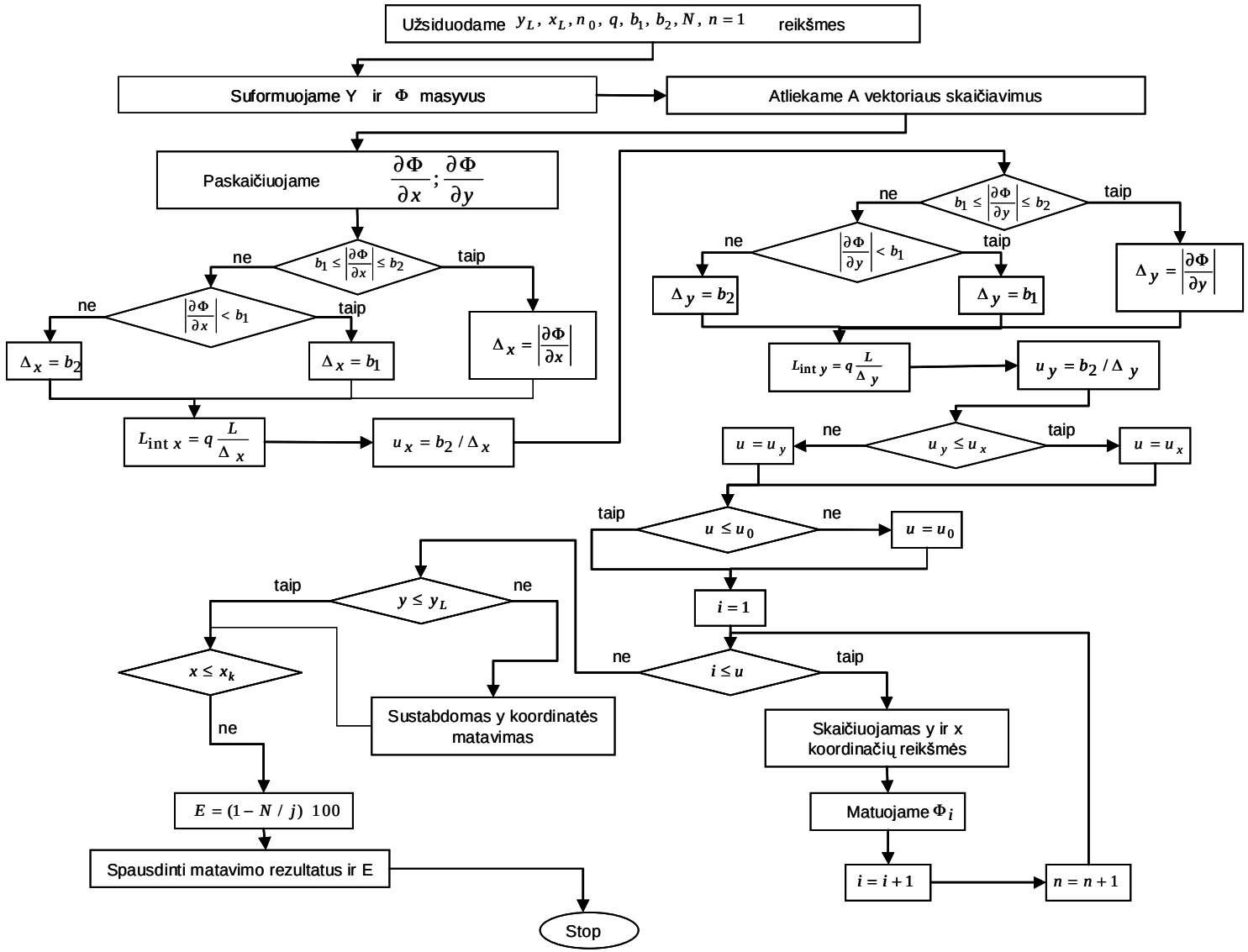
$$u_2 = \frac{b_2}{\left|\vec{\Delta}\right|} = \frac{0{,}3639}{\left|\vec{\Delta}_2\right|} = \frac{0{,}3639}{\left|-0{,}2479\right|} \approx 1{,}4879.$$

Apvalinant υ_2 reikšmę gauname $\upsilon_2 = 1$. Todėl su šia žingsnio verte galime matuoti paklaidas tik vieną kartą, o po to vėl skaičiuoti naują gradiento $\left|\vec{\Delta}\right|$ reikšmę ir tęsti ciklą toliau.

Erdvės matuotus ilgius $0x$, $0y$ ir $0z$ koordinatinių ašių kryptimis skaičiuojame taip:

$$L_x = n_x L + \sum_{k_x=1}^{m_x} L_{\text{int}\,x};$$

$$l_y = n_y L + \sum_{ky=1}^{m_y} L_{\text{int}\,y};$$



3.4 pav. Diferencialiai modifikuoto metodo automatinės matavimo mašinos matavimo žingsnio ir ciklo nustatymo sustambinta algoritmo blokinė schema.

$$l_z = n_z L + \sum_{k_z=1}^{m_z} L_{\text{int}\,z}\ ; \tag{3.31}$$

čia n_x, n_y ir n_z- matavimo skaičius atliktas standartiniu žingsniu atitinkamai 0*x*, 0*y* ir 0*z* koordinacinių ašių kryptimis.

Plokštumos atveju (3.31) išraiškos pertvarkomos taip:

$$lx = n_x L + \sum_{k_x=1}^{m_x} L_{\text{int}\,x}\ ;$$

$$l_y = n_y L + \sum_{ky=1}^{m_y} L_{\text{int}\,y}\ . \tag{3.32}$$

Nagrinėjant diskretizavimo žingsnio vertės nustatymo algoritmą plokštumos atveju, bus taikoma anksčiau išdėstyta metodika. Koeficientų b_1, b_2 ir *y* reikšmių nustatymo metodika yra ta pati kaip ir anksčiau išdėstyta.

Dvimatės regresijos atveju pirmuoju etapu (*k* = 1 *ir j* = 1) (3.15) matrica formuojama iš *x* ir *y* koordinačių reikšmių tarp kurių atstumų skirtumas yra vienodos vertės ir taip pat lygus standartinio žingsnio vertei *L*, tačiau šiuo atveju sudaromi tarp *x* ir *y* kitimo koordinačių tam tikri deriniai. Pavyzdžiui, suformuotoje (3.25) matricoje pirmose 4 eilutėse y koordinatė kito $y_1 = 0$, $y_2 = y_1 + L = L$, $y_3 = y_2 + L = 2L$ ir $y_4 = y_3 + L = 3L$, tuo tarpu $x_1 = x_2 = x_3 = x_4 = 0$. Kitose nuo 5 iki 8 eilutės koordinačių deriniai buvo parenkami pagal kitą metodiką, tačiau yra būtina sąlyga, kad visų eilučių koordinačių deriniai nesutaptų bent viena koordinate. Priešingu atveju turėsime tapačių lygčių sistemą.

Nagrinėjant (3.26), (3.27) ir (3.28) išraiškas pastebėsime, kad šiuo atveju gradiento $\left|\bar{\Delta}_D\right|$ ir jo narių $\left|\frac{\partial \Phi_3}{\partial y_{(y=6)}}\right|$ ir $\left|\frac{\partial \Phi_3}{\partial x_{(x=4)}}\right|$ reikšmės yra didelės, t.y. $\left|\vec{\Delta}_D\right| > b_2$;

$\left|\frac{\partial \Phi_3}{\partial y_{(y=6)}}\right| > b_2$ ir $\left|\frac{\partial \Phi_3}{\partial x_{(x=4)}}\right| > b_2$ tai pagal (2.9) sąlygą diskretizavimo žingsnio vertė nebus keičiamas nei integraliai (3.29), nei diferencialiai (3.30) modifikuotais metodais.

Pakartojus gradiento ir jo narių reikšmių skaičiavimą kai k=2 ir j=1 buvo gauta:

$$\left|\frac{\partial \Phi}{\partial y_{(y=6)}}\right| = |1{,}1643|; \left|\frac{\partial \Phi}{\partial x_{(x=4)}}\right| = |2{,}845|; \left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}_D\right| = \left|\sqrt{0{,}1643^2 + 2{,}845^2}\right| \approx |2{,}8497|.$$

Paskaičiuotoji gradiento reikšmė $\left|\overset{\mathbf{r}}{\Delta}_D\right| > b_2$; 2,8497 > 0,3639 ir pagal (2.9) sąlygas diskretizavimo žingsnio vertės nereikia keisti. Tuo tarpu taikant diferencialiai modifikuotą metodą gaunama:

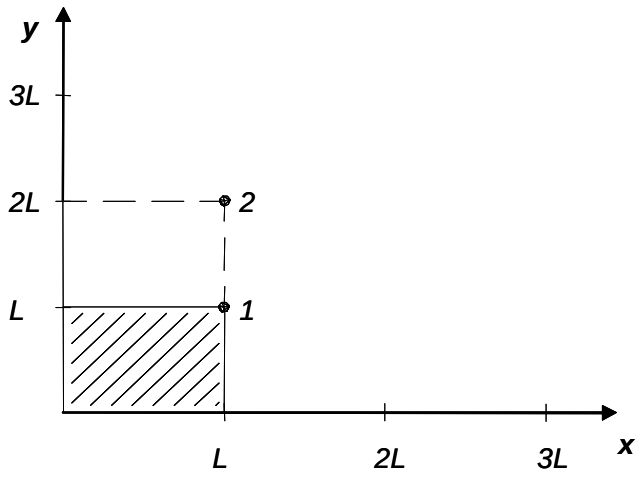
$$\left|\frac{\partial \Phi}{\partial x_{(x=4)}}\right| > b_2, \text{ o } b_1 < \left|\frac{\partial \Phi}{\partial y_{(y=6)}}\right| < b_2.$$

Todėl taikant diferencialiai modifikuotą metodą 0x koordinatės diskretizavimo žingsnio vertės nekeisime, t.y. paliksime standartiniu būdu nustatytą, o pagal y koordinatę paskaičiuosime L_{inty}:

$$\mathrm{L}_{inty} = 0{,}3639 \frac{L}{\left|\frac{\partial \Phi}{\partial y}\right|} = 0{,}3639 \frac{L}{|0{,}1643|} \approx 2{,}22\mathrm{L} \approx 2\mathrm{L}.$$

Paveiksle 3.5 ištisinėmis linijomis pažymėtas nuokrypių matavimo 1 taškas yra nustatytas integraliai modifikuotu metodu. Punktyrinėmis linijomis pažymėtas 2 taškas yra nustatytas diferencialiai modifikuotu metodu. Ne sunku pastebėti, kad diferencialiai modifikuotas erdvės diskretizavimo metodas gali turėti pranašumu, lyginant jį su integraliai modifikuotu metodu. Anksčiau pateiktame pavyzdyje buvo aiškiai parodyta, kad taikant integraliai modifikuotą diskretizavimo metodą atsiranda galimybė 0x ir 0y ašių kryptimis pasirinkti skirtingos vertės žingsnius. Turint omenyje, kad diferencialiai modifikuoto metodo atveju, diskretizavimo žingsnio 0x arba 0y ašies kryptimi gali būti 2 arba daugiau kartų didesnis, o kita kryptimi tokios pačios vertės, kaip integraliai

modifikuoto diskretizavimo metodo atveju. Matuojant plokštumų arba paviršių nuokrypius diferencialiai modifikuotu erdvės diskretizavimo metodu, galima ženkliai sutrumpinti matavimo trukmę.



3.5 pav. Integraliai ir diferencialiai modifikuotais metodais paskaičiuotų plokštumos diskretizavimo žingsnio verčių grafinė interpretacija

Analizuojant vienmatės regresijos *Y*1 ir *Y*2 matricas pastebėsime, kad jose eilučių yra daugiau negu stulpelių. Kintant diskretizavimo žingsnio vertei L_{int} matrica *Y* gali keistis. Analizuojant skaičiavimo rezultatų $\left|\vec{\Delta}_1\right|$, $\left|\vec{\Delta}_2\right|$ ir $\left|\vec{\Delta}_D\right|$ reikšmių fragmentą pastebėsime, kad vienmatės regresijos pirmuoju atveju $\left|\vec{\Delta}_1\right|$ = |-1,678| arba $\bar{a} \approx 59^0$, todėl diskretizavimo žingsnio reikšmė buvo nekeista ir palikta įprastinė. Tačiau antruoju atveju vienmatės regresijos reikšmė $\left|\vec{\Delta}_2\right|$ = |0,2479| ir $\bar{a} \approx 14^0$, todėl diskretizavimo žingsnio reikšmė buvo padidinta 2 kartus, t.y. $L_{int} = 2L$. Dvimatės regresijos pirmuoju žingsniu $\left|\vec{\Delta}_D\right|$= 4,786 arba $\bar{a} \approx 78^0$, todėl diskretizavimo žingsnio vertė turi būti nekeičiama.

Kartu yra nustatoma, kiek kartų reikia pakartoti apskaičiuotą L_{int} reikšmę, t.y. atliekamas vidinis ciklas pagal parametrą υ. Kai bus baigtas vidinis ciklas pagal

parametrą υ, vėl bus grįžtama prie naujos Y ir Φ matricos formavimo ir naujos plokštumos diskretizavimo žingsnio vertes skaičiavimo. Taip ciklas bus kartojamas tol kol bus baigti plokštumos nuokrypių matavimai.

3.3. Rezultatų apibendrinimas ir išvados

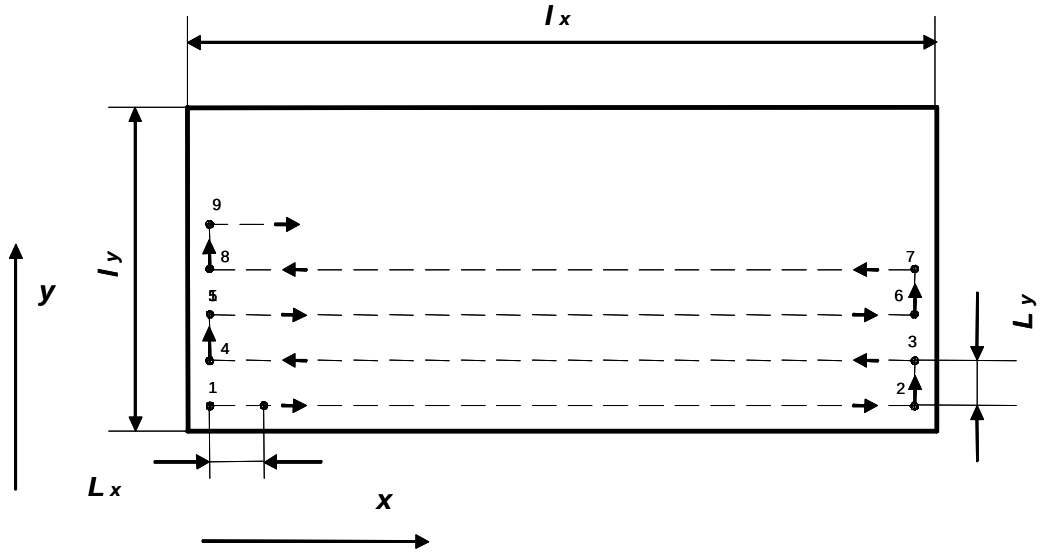
Atlikus diskretizavimo žingsnio vertės nustatymo modifikuotais metodais efektyvumo ir diskretizvimo algoritmų analizę galima padaryti šiuos apibendrinimus ir išvadas:

- taikant regresinės analizės metodus tiksliau aprašomi lokalinio paviršiaus nuokrypiai ir jo gradiento charakteristikos. Todėl nagrinėjami modifikuoti erdvės diskretizavimo metodai yra pagrysti;
- parodyta, kad modifikuoti erdvės diskretizavimo metodai neįvertina paviršiaus formos trumpų bangų nuokrypių. Nustatyta matuojamų gamybos nuokrypių funkcijos trumpiausios bangos ilgio priklausomybė nuo erdvės diskretizavimo žingsnio vertės ir gamybos nuokrypių funkciją aprašančio regresinio polinomo charakteristikų, bei pateiktos analitinės išraiškos. Nurodytos galimybės efektyvumui padidinti;
- išaiškinta, kad kai tenkinamos (2.9) sąlygos tai integraliai ir diferencialiai modifikuoti metodai yra vienodai tikslūs;
- kartais diferencialiai modifikuotas metodas lyginant jį su integraliai modifikuotu leidžia daugiau sumažinti matavimų trukmę nemažinant plokštumos nuokrypių įvertinimo kokybės. Šį diferencialiai modifikuoto metodo pranašumą galima pastebėti tuo atveju, kai plokštumos nuokrypių funkcijos pasiskirstymo pavidalas labai skiriasi skirtingomis kryptimis. Kai kuriais atvejais būtų tikslingiau naudoti diferencialiai modifikuotą metodą diskretizavimo žingsnio vertei nustatyti.

4. EKSPERIMENTINIO TYRIMO REZULTATAI IR JŲ STATISTINĖ ANALIZĖ

4.1. Matavimo mašinos ir matavimų metodika

Matavimai daugiausiai buvo atliekami UAB“BROWN-SHARP-Precizikoje“. Detalių plokštumų nuokrypiams matuoti dažniausiai buvo naudojama “Micro Xcel 776 PC DMIS CAD++” koordinatinė matavimo mašina. Jos skiriamoji geba 0,08µm. Sferinė matavimo galvutė TTP-TP-2 Renishaw – ∅2mm. Maksimali matavimo erdvė 700x700x650mm. Matavimo mašinos tikslumo formulė $d=\pm 2{,}5+L/300(\mu m)$. Ši formulė rodo kokia galima didžiausiai leistina paklaida pozicionuojant sferinę matavimo galvutę atitinkamai 0*x*, 0*y* ir 0*z* koordinačių ašių kryptimis.

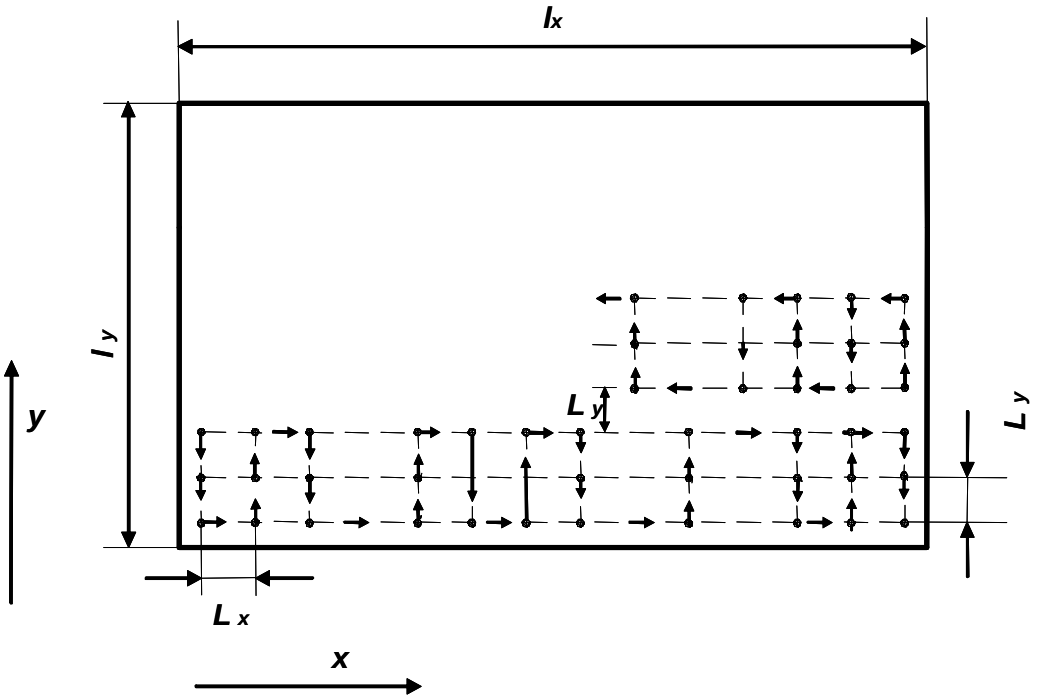


4.1 pav. Integraliai modifikuoto metodo matavimo schema. l_x ir l_y detalės gabaritiniai matmenys

Matavimams buvo naudotos eilė skirtingų gabaritų ilgių ir tikslumo plokštumų. Detalių plokštumos buvo šlifuotos arba kitais būdais apdorotas ir daugelis iš jų pabuvojusios eksploatacijoje. Išankstinės apriorinės informacijos apie nukrypimų dėsningumus bei jų vertes nebuvo. Matavimai buvo atliekami automatiniu rėžimu, t.y. koordinatinė matavimo mašina buvo valdoma kompiuteriu pagal užduotą algoritmą

[14]. Detalių plokštumų nuokrypiai buvo matuojami pagal 4.1 arba 4.2 paveiksluose parodytas schemas.

Paviršių matavimai, pagal integraliai modifikuotą metodą (4.1 pav.) buvo pradėti kairiame apatinio kampo 1-ame taške ir užduotu L_x vertės žingsniu buvo matuota 0*x* koordinatės kryptimi iki 2-o taško. Tada buvo atliktas poslinkis 0*y* koordinatės ašies kryptimi L_y žingsniu iki 3-io taško ir iš jo L_x žingsniu 0*x* koordinatės priešinga kryptimi buvo matuojama iki 4-o taško ir t.t. Kartojant ankščiau aprašytą metodiką buvo atlikti plokštumų nuokrypių matavimai.



4.2 pav. Diferencialiai modifikuoto metodo matavimo schema. l_x ir l_y detalės gabaritiniai matmenys

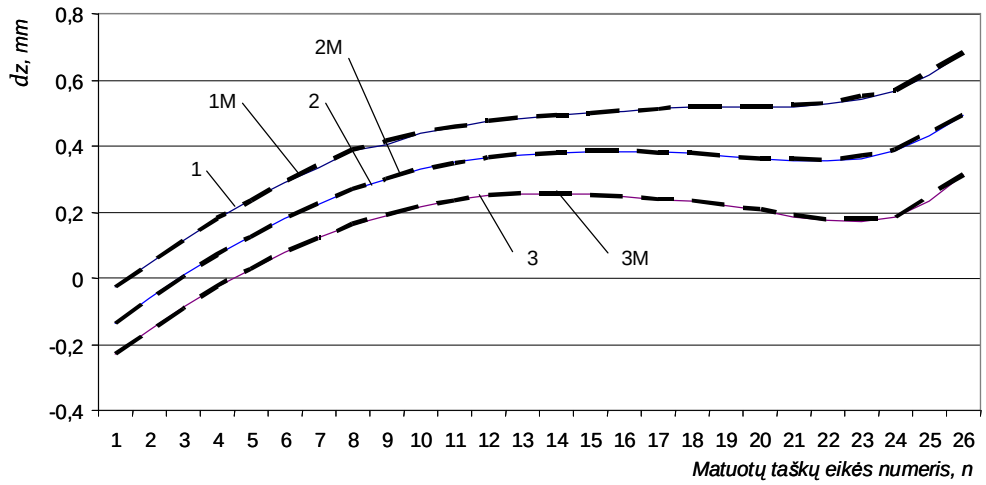
Detalių matavimai pagal diferencialiai modifikuotą metodą buvo atliekami 4.2 paveiksle parodytoje schemoje. Rodyklėmis parodytas sąlyginis liestuko judėjimas L_x ir L_y ašių kryptimis.

Skirtingų paviršių diskretizavimo žingsnis kito nuo 2 iki 48mm. Plokštumoms matuoti buvo taikomas standartinis ir modifikuotas kintantis žingsnis. Neapibrėžčiai

nustatyti matavimai buvo kartojami nuo 10 iki 15 kartų. Duomenų apdorojimui ir palyginimui buvo naudojama statistinė analizė.

4.2. Plokštumos diskretizavimo kintamo žingsnio vertės įtakos matavimo taškų skaičiui tyrimas

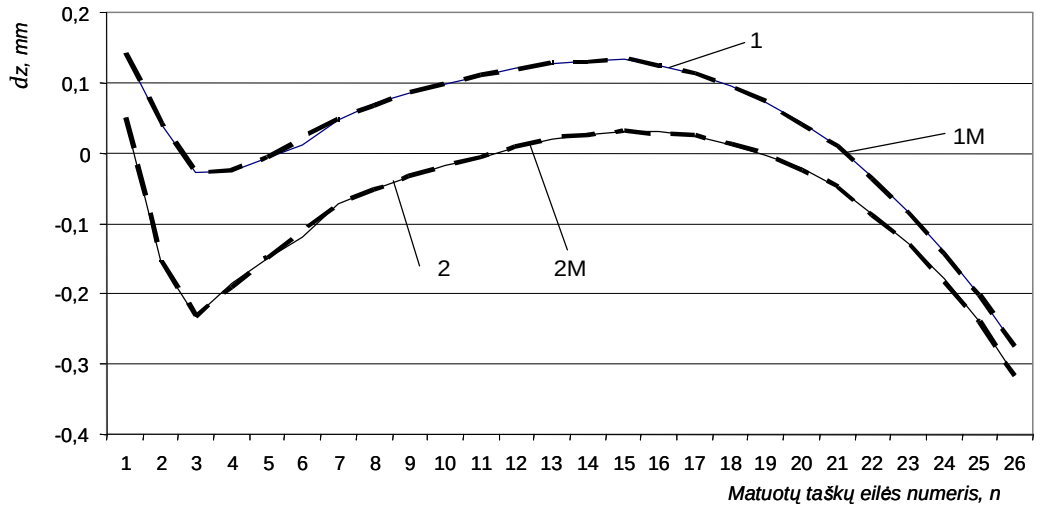
Visi plokštumų paviršiai buvo matuoti standartiniu ir kintamos vertės žingsniais. Duomenų palyginimo galimumui buvo matuota tuose pačiuose taškuose, kaip ir standartiniame metode (žingsnis visada pastovus ir lygus L), o modifikuotame metode žingsnis L arba $2L$ (standartinis arba du kartus didesnis). Kai kurie plokštumų nuokrypiai, visame paviršiuje buvo matuotos $2L$ arba $3L$ didesniu žingsniu negu standartinis L, o po to rezultatai buvo palyginami. Tai buvo daroma, kad išsiaiškinti nagrinėjamų modifikuotų metodų efektyvumą.



4.3 pav. Plokštumos 650x100 mm matavimo pjūviai: 1, 2 ir 3 – standartiniu ir 1M, 2M, 3M – modifikuotu metodu išmatuotų nuokrypių vertės

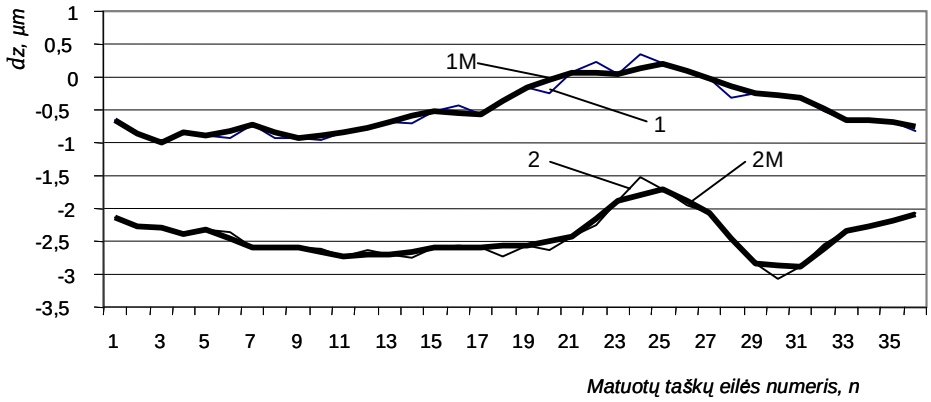
Plokštumos 650x100mm nuokrypių matavimams standartiniu metodu buvo parinktas L = 24mm standartinio žingsnio vertė, plokštumai 550x100mm buvo pasirinktas L = 20mm, o modifikuotų metodų diskretizavimo žingsnių vertės buvo parenkamos atitinkamai: plokštumoms 650x100 mm - $L_{int\ max} = 2L = 48$ ir 550x100 mm,

L_{intmax} = 40 mm. Šių plokštumų nuokrypių fragmentai yra parodyti 4.3 ir 4.4 paveiksluose.

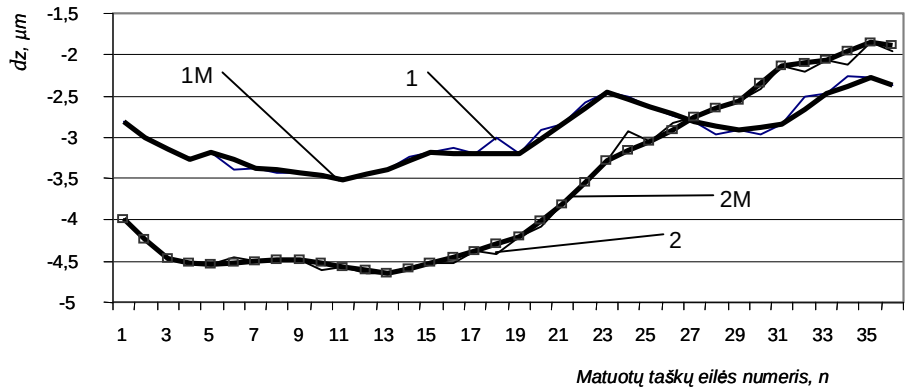


4.4 pav. Plokštumos 550x100 mm matavimo pjūviai: 1, 2 – standartiniu ir 1M, 2M – modifikuotu metodu išmatuotų nuokrypių vertės

Plokštumos 450x50mm ir 420x30mm buvo matuotos dviejuose pjūviuose, nuokrypiams matuoti buvo naudojamas standartiniu būdu parinkta žingsnio vertė L = 12 mm, o modifikuoto žingsnio vertė $L_{int\ max}$ = 24 mm. Nuokrypių matavimo rezultatų fragmentai parodyti 4.5 ir 4.6 paveiksluose.

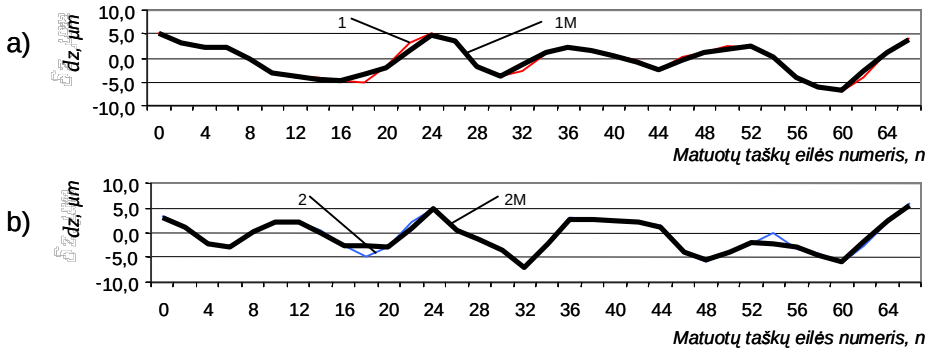


4.5 pav. Plokštumos 450x50 mm matavimo pjūviai: 1, 2 – standartiniu ir 1M, 2M – modifikuotu metodu išmatuotų nuokrypių vertės

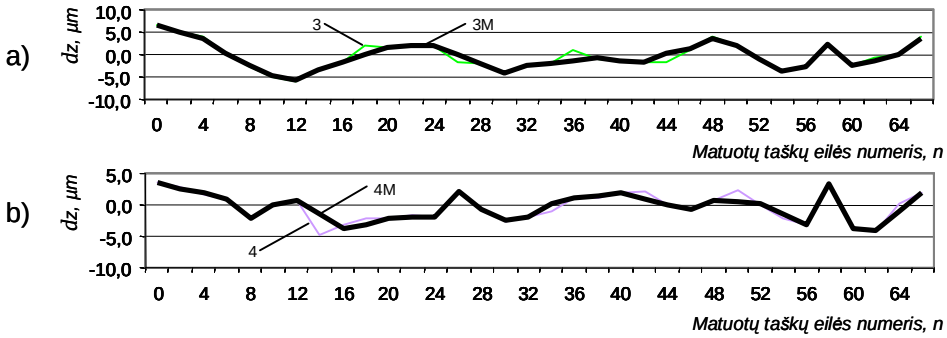


4.6 pav. Plokštumos 420x30 mm matavimo pjūviai: 1,2 – standartiniu ir 1M, 2M – modifikuotu metodu išmatuotų nuokrypių vertės

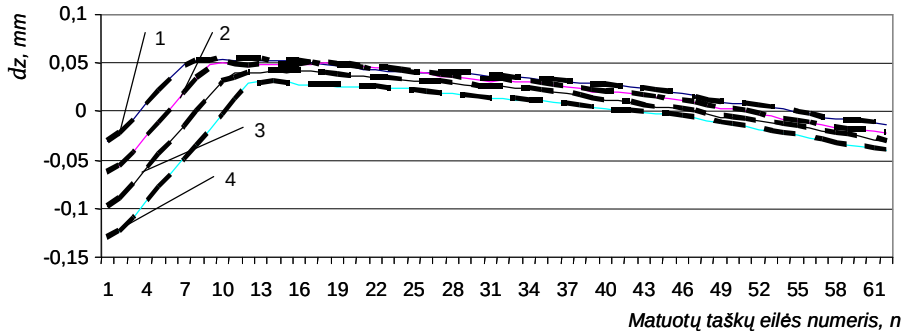
Plokštumos 150x80 mm matavimui buvo naudojami L = 2mm, o $L_{int\ max}$ = 2L =4 mm. Plokštumos nuokrypiai pavaizduoti 4.7. ir 4.8 paveiksluose.



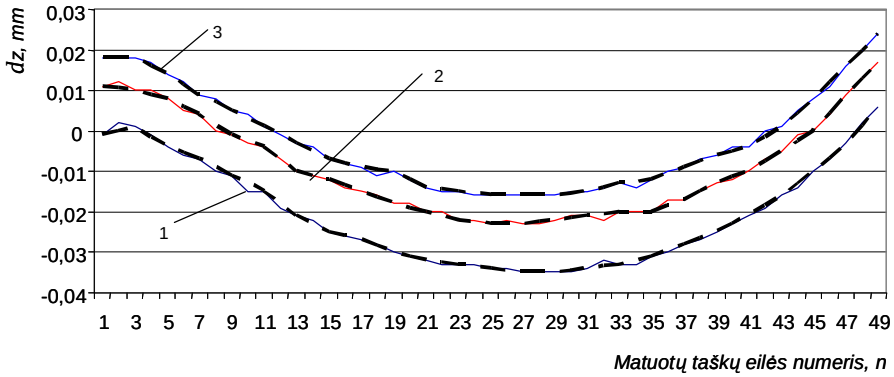
4.7 pav. Plokštumos 150x80 mm matavimo pjūviai: 1,2 – standartiniu ir 1M, 2M – modifikuotu metodu išmatuotų nuokrypių vertės, a ir b matavimo pjūviai



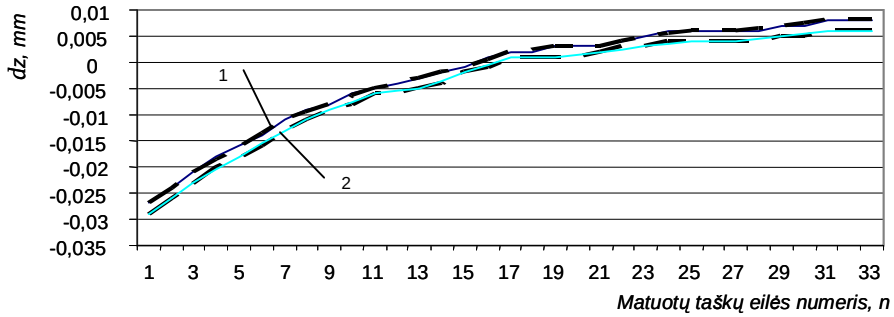
4.8 pav. Plokštumos 150x80 mm matavimo pjūviai: 1,2 – standartiniu ir 1M, 2M – modifikuotu metodu išmatuotų nuokrypių vertės, a ir b matavimo pjūviai



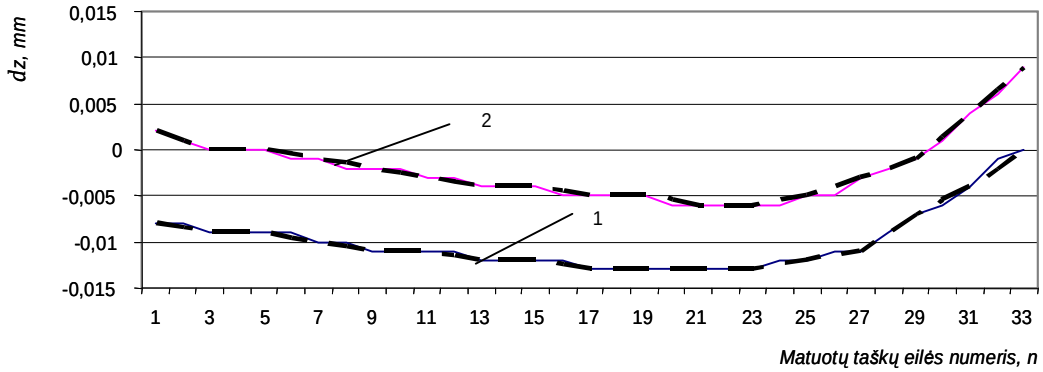
4.9 pav. Plokštumos 490x40 mm (1) nuokrypių fragmentai (L = 4 mm.). 1, 2, 3 ir 4 – matavimo pjūviai, kuriuose parodytos standartinių metodu, o punktyrinė linija – modifikuotu metodu matuotų nuokrypių vertės



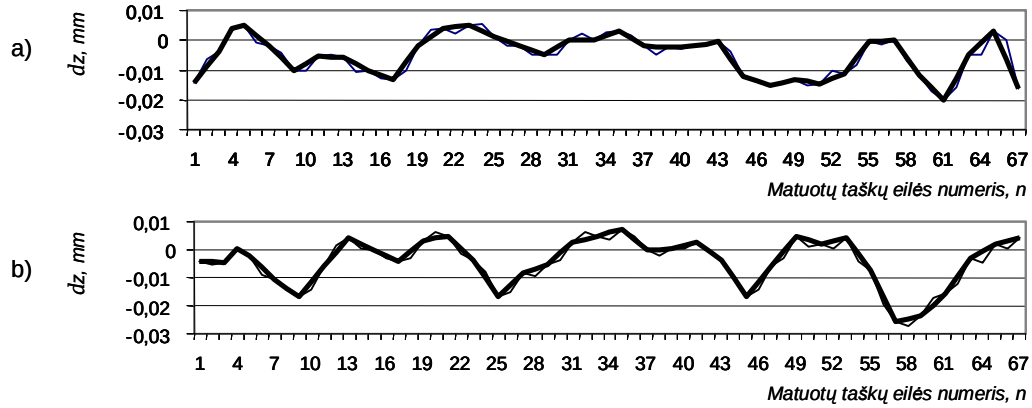
4.10 pav. Plokštumos 490x40 mm (2) nuokrypių fragmentai (L = 10 mm.). 1, 2 ir 3 – matavimo pjūviai, kuriuose parodytos standartiniu metodu, o punktyrine linija – modifikuotu metodu matuotų nuokrypių vertės



4.11 pav. Plokštumos 490x75 mm (1) nuokrypių fragmentai (L=14 mm.). 1 ir 2 – kuriuose parodytos standartiniu metodu, o punktyrine linija – modifikuotu metodu matuotų nuokrypių vertės



4.12 pav. Plokštumos 490x75 mm (2) nuokrypių fragmentai (L = 14 mm). 1 ir 2 – matavimo pjūviai, kuriuose parodytos standartiniu metodu, o punktyrine linija – modifikuotu metodu matuotų nuokrypių vertės



4.13 pav. Plokštumos 630x50 mm nuokrypių fragmentai. a ir b matavimo pjūviai (L = 9 mm), kuriose yra parodytos standartiniu metodu, o pastorinta linija – modifikuotu metodu matuotų nuokrypių vertės

Kai kurie bandiniai turėjo kelis darbinius paviršius (4.9, 4.10, 4.11 ir 4.12 pav.) jie sąlyginai buvo pažymėti (1) ir (2). Plokštumų 150x80 mm ir 630x50 mm (4.8 ir 4.13 pav.) nuokrypių funkciją turi specifinį pavidalą, rodantį, kad tos plokštumos yra ilgai buvusios eksploatacijoje ir ne visada pilnai aišku, kokiais būdais jos buvo apdorotos gaminant. Vizualiai lyginant 4.3 – 4.13 paveikslų rezultatus sunku padaryti konkrečias ir išsamias išvadas, dėl integraliai ir diferencialiai modifikuotų matavimo rezultatų, lyginant juos su matavimais atliktais įprastiniu būdu. Todėl, vėlesniuose poskyriuose paminėtų rezultatų apdorojimui, panaudoti įvairūs matematinės statistikos metodai.

Analizuojant plokštumų nuokrypius 4.3 iki 4.13 paveiksluose pastebėsime, kad standartiniu ir modifikuotu metodu matuotos vertės mažai kuo skiriasi, ypatingai mažas skirtumas yra kai nuokrypiai kinta tolygiai (4.9, 4.10, 4.11 ir 4.12 pav.). Matuotų verčių atsitiktinis sandas - neapibrėžtis buvo skaičiuojama pagal formulę:

$$u^* = \frac{tS}{\sqrt{N}},$$

čia t – Stjudento kriterijaus kvantilio reikšmė; S – standartinio nuokrypio įvertis, N – matuotų taškų skaičius.

Matuotų verčių, kurių fragmentai pateikti 4.3 – 4.13 paveiksluose, neapibrežties ir standartinio nuokrypio įverčio skaičiavimo rezultatai pateikti 4.1. lentelėje.

4.1. lentelė. Matuotų verčių neapibrėžtis (tikimybė ρ = 0,95)

Eil. Nr.:	Plokštuma (mm)	Išmatuotų taškų skaičius N	Standartinio nuokrypio įvertis S μm	Neapibrežtis μm
1	650x100 (4.3 pav.)	2620	163,69	6.3
2	550x100 (4.4 pav.)	2620	36,38	1,4
3	450x50 (4.5 pav.)	1573	1,61	0,08
4	420x30 (4.6 pav.)	1573	1,01	0,05
5	150x80 (4.7 ir 4.8 pav.)	1860	2,85	0.13
6	490x40 (1) (4,9 pav.)	2850	8,10	0,30
7	490x40 (2) (4,9 pav.)	2850	10,11	0,38
8	490x75 (1)(4.11 pav.)	1520	28,10	1,42
9	490x75 (2) (4.12 pav.)	1520	2,57	0,13
10	630x50 (4.13 pav.)	2850	6,82	0,28

Iš lentelės rezultatų matyti, kad netikslioms plokštumoms (pavyzdžiui 4.3 pav. ir 4.4 pav.) matuotų verčių Neapibrėžtis yra pakankamai didelė 6.30 µm, o tikslesnėms plokštumoms (pavyzdžiui 4.11 pav. ir 4.12 pav.) jos vertė yra 0,13...1,42 µm intervale.

4.2. lentelė Standartiniais ir modifikuotais metodais matuotų plokštumų taškų skaičius

Eil.Nr.:	Plokštuma (mm)	Standartiniu metodu N	Integraliai modifikuotu metodu N_1	Diferencialiai modifikuotu metodu N_2	Matavimų skaičiaus sumažėjimas $E_i=(1-(N_i/N))100$ (%)	
					E_1	E_2
1	650x100 (4.3 pav.)	130	91	89	30	32
2	550x100 (4.4 pav.)	130	98	91	23	27
3	450x50 (4.5 pav.)	140	106	100	24,8	24,9
4	420x30 (4.6 pav.)	140	104	103	26	26
5	150x80 (4.7 ir 4.8 pav.)	256	210	205	18	20
6	490x40 (1) (4,9 pav.)	244	180	169	26	31
7	490x40 (2) (4,9 pav.)	196	140	136	28	30
8	490x75 (1) (4.11 pav.)	132	86	84	35	36
9	490x75 (2) (4.12 pav.)	132	88	87	33	34
10	630x50 (4.13 pav.)	268	227	220	15	16

Analizuojant 4.2 lentelėje pateiktus eksperimentinio tyrimo ir skaičiuotus duomenis galime pastebėti, kad plokštumų diskretizavimo žingsnio vertės nustatymui naudojant modifikuotus metodus, matavimo taškų skaičius sumažėjo apytiksliai nuo 15 iki 36%. Ten kur plokštumų nuokrypiai kinta tolygiai pastebimas žymiai didesnis modifikuotų metodų efektyvumas, o plokštumose kuriose jų pavidalas kinta dažnai ir staigiai -nagrinėjamų metodų efektyvumas sumažėja. Tačiau visais nagrinėtais atvejais pastebėtas jų pranašumas lyginant juos su standartiniu būdu pasirinktu plokštumos diskretizavimo žingsniu. Iš 4.2 lentelės duomenų matyti, kad kai kuriais atvejais diferencialiai modifikuotas metodas yra iki 5% efektyvesnis už integraliai modifikuotą.

4.3. Matavimo rezultatų koreliacinė ir spektrinė analizė

4.3.1. Bendrosios nuostatos ir prielaidos

Nagrinėjant matavimo rezultatus 4.3-4.13 paveiksluose nesunku pastebėti, kad tarp matuotų verčių $d\,z\,(x)$ ir matavimo koordinatės x egzistuoja tam tikras tikimybinis ryšys. Kitaip tariant, nuokrypių verčių priklausomybę nuo matavimo koordinatės x koordinatiniuose matavimuose galima išreikšti funkcija:

$$d\,z\,(x) = f_1\,(x). \tag{4.1}$$

Analogiškai galima būtų išreikšti $d\,z\,(y)$ nuokrypių priklausomybę nuo matavimo koordinatės y koordinatiniuose matavimuose:

$$d\,z\,(y) = f_2\,(y). \tag{4.2}$$

Plokštumos nuokrypių priklausomybė nuo matavimo x ir y koordinačių verčių aprašyti būtų naudojama šį priklausomybė:

$$d\,z\,(x,y) = f_3\,(x,y). \tag{4.3}$$

Būtina atkreipti dėmesį į tai, kad $d\,z\,(x,y)$ nepriklauso nuo laiko t, o yra tik x, y funkcija, t.y. daugeliu atvejų tam tikro mechaninio apdirbimo metu suformuota plokštuma arba paviršius.

Nagrinėjamu atveju, keičiantis matuojamiems pjūviams, atsitiktinės funkcijos $d\,z\,(x,y)$ vertės kiekvienai x, arba y reikšmei gali būti nevienodos arba panašios. Tą patį galima pasakyti apie rezultatus gautus matuojant nuokrypių vertes standartiniu ir modifikuotu metodu. Todėl skirtinguose matavimo pjūviuose arba skirtingais metodais išmatuotų $d\,z\,(x,y)$ nuokrypių verčių skirtumus galima įvertinti taikant matematinės statistikos metodus. Matuotų nuokrypių įvertinimui ir jų rezultatų tarpusavio palyginimui bus skaičiuojami pirmos ir aukštesnės eilės $d\,z\,(x,y)$ nuokrypių statistiniai momentai bei charakteristikos.

Tam tikrais atvejais, kai 0y ašies atžvilgiu $d\,z\,(x,y)$ kinta labai nedaug ir mus domina paviršiaus arba plokštumos nuokrypių priklausomybė tik 0x ašies atžvilgiu, tai kiekvienai x matuoto taško reikšmei galima paskaičiuoti 0y ašies kryptimi nuokrypių vidutinę vertę. Tuomet (4.3) išraišką pertvarkome taip:

$$\bar{d}\,z\,(x)=\frac{1}{n_y}\sum_{j_1=1}^{n_y} f\,(x,y_{j_1})\,. \qquad (4.4)$$

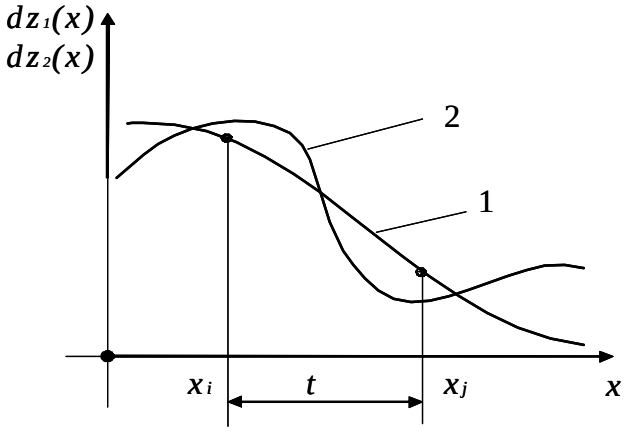
Tačiau reikia turėti omenyje, kad supaprastindami nuokrypių analizės vertinimą negalime tiksliai įvertinti jų tarpusavio ryšių. Tokiu būdu padaryta analizė leidžia padaryti prielaidą, kad plokštumų nuokrypiams aprašyti gali būti panaudotos dviejų arba vieno argumento atsitiktinė funkcija, o vieno matuoto pjūvio nuokrypių priklausomybę nuo matavimo koordinatės laikyti kaip atsitiktinio proceso realizaciją.

4.3.2. Matuotų plokštumų nuokrypių koreliacinė analizė

Iš matematinės statistikos žinoma, kad jeigu $d\,z_1\,(x)$ ir $d\,z_2\,(x)$ atsitiktinių procesų matematinės viltys ir dispersijos yra apytiksliai vienodos, tai nereiškia, jog šių funkcijų pavidalai yra panašūs (4.14 pav.). Atsitiktinių funkcijų arba proceso realizacijų pavidalo panašumus leidžia įvertinti koreliacinė funkcija. Ji apibudina statistinio ryšio laipsnį skirtingais laiko intervalais, o nagrinėjamu atveju skirtingais atstumo intervalais tarp matuotų taškų koordinačių, pavyzdžiui, x_i ir x_j, kai $j \geq i$, i=1,2, … ,N - 1; j = 1,2, … ,N. Atstumą tarp koordinačių x_i ir x_j nagrinėjamu atveju galima išreikšti skirtumu:

$$t = x_j - x_i = jL - iL = kL = k\frac{l_x}{N-1},\ \mathrm{L} = l_x / N - 1,$$

čia x_i – i - jo matuoto taško koordinatė, kuri gali būti paskaičiuota taip $x_i = iL$, x_j – j-jo matuoto taško koordinatė, kuri gali būti paskaičiuota analogiškai $x_j = jL$; lx – matuotos plokštumos (detalės) ilgis; N – pagal vieną koordinatę matuotų taškų skaičius; k – žingsnių skaičius arba atstumas tarp i ir j indeksų, $k = j - i$, išreikštas žingsnių skaičiumi.



4.14 pav. Atsitiktinių funkcijų kreivės. 1 ir 2- skirtingo pavidalo funkcijos

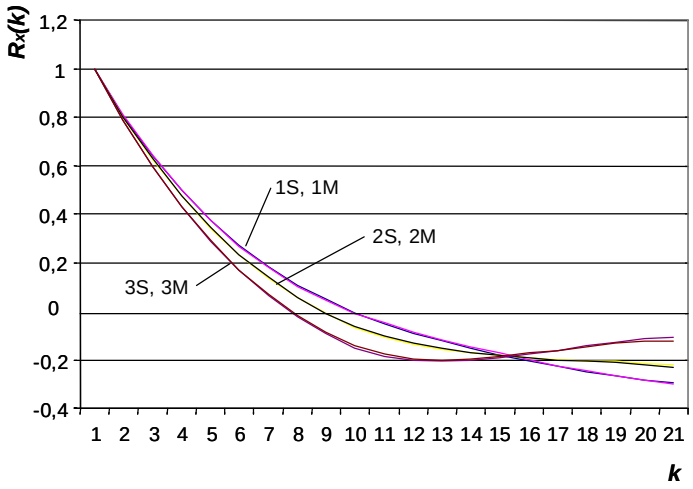
Nesunku pastebėti, kad atstumas tarp matuotų koordinačių gali kisti $0 \le t \le l_x$ intervale. Atstumas tarp matuotų koordinačių taškų bus išreiškiamas mm, pavyzdžiui, τ = 48 mm, tačiau kartais matuotojui yra patogiau žinoti kiek yra matavimo žingsnių tarp tų koordinačių, o ne absoliutinį dydį išreikštą mm. Jeigu nagrinėtame pavyzdyje matavimo žingsnis buvo L = 12 mm, tai t atstumas padalintas iš žingsnio dydžio L bus santykinis dydis:

$$t' = \frac{t}{L} = \frac{kL}{L} = k,$$

kuris atstumą tarp x_j ir x_i koordinačių išreikš žingsnių skaičiumi, pavyzdžiui, kai $t' = k$= 4, t.y. atstumas tarp x_i ir x_j taškų bus išreikštas 4 matavimo žingsniais. Atliekant koreliacinę analizę ir nustatant statistinio ryšio reikšmingumą tarp skirtingų funkcijos reikšmių geriau žinoti atstumą išreikštą žingsnių skaičiumi, pavyzdžiui, koreliacinis ryšys reikšmingas iki 5 žingsnių.

Nagrinėjamu atveju paskaičiuotos autokoreliacinės funkcijos leis nustatyti tuo pačiu būdu matuotų nuokrypių funkcijos skirtingais atstumais nutolusiu verčių

koreliacijos ryšį ir patikrinti funkcijos ergodiškumo sąlygą. Pagal paskaičiuotą tarpusavio koreliacijos funkciją galėsime nustatyti skirtingais būdais matuotų nuokrypų funkcijos koreliacinį ryšį. Taip pat koreliacinės funkcijos reikšmės bus naudojamos spektrinei analizei atlikti.



4.15 pav. Skirtingais būdais matuotų plokštumos 550x110mm nuokrypių autokoreliacinės funkcijos kreivės. Raidė M – matuota modifikuotu būdu, S – matuota standartiniu būdu ir skaičius prie raidės reiškia matavimo pjūvį

Iš statistinės analizės žinoma, kad kuo didesnė koreliacinės funkcijos reikšmė santykiniam atstumui *k*, tuo reikšmingesnis statistinis ryšys tarp nagrinėjamų nuokrypių.

Plokštumų nuokrypių normuotos autokoreliacijos reikšmės buvo skaičiuojamos pagal formulę:

$$R_x(kL) = \frac{\frac{1}{N-k}\sum_{i=1}^{N-k}[d\,z(x_i) - \bar{d}\,z(x_i)][d\,z(x_{i+k}) - \bar{d}\,z(x_{i+k})]}{S^2}, \qquad (4.5)$$

$$S^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[d\,z(x_i) - \bar{d}\,z(x_i)]^2\,;\ \bar{d}\,z(x_i) = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} d\,z(x_i)\,. \qquad (4.6)$$

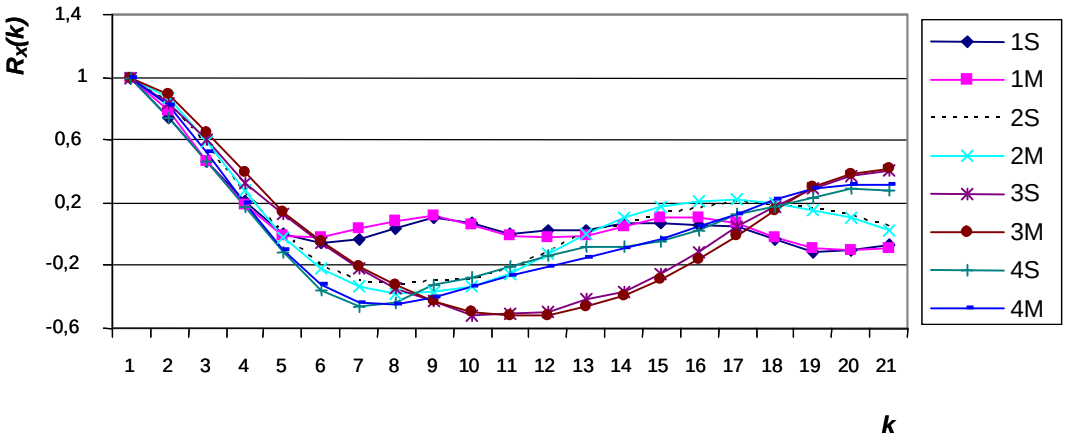
Tarpusavio koreliacijos, t.y. skirtingais metodais matuotų nuokrypių normuotos koreliacijos funkcijos reikšmės buvo skaičiuojamos taip:

$$R_{xy}(kL) = \frac{\frac{1}{N-k}\sum_{i=1}^{N-k}[d\,z(x_i)_1 - \bar{d}\,z(x_i)_1][d\,z(x_{i+k})_2 - \bar{d}\,z(x_{i+k})_2]}{\sqrt{S_1^{\,2}S_2^{\,2}}}, \qquad (4.7)$$

$$S^2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[d\,z(x_i)_1 - \bar{d}\,z(x_i)_1]^2;\ S_2^{\,2} = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N}[d\,z(x_i)_2 - \bar{d}\,z(x_i)_2]^2,$$

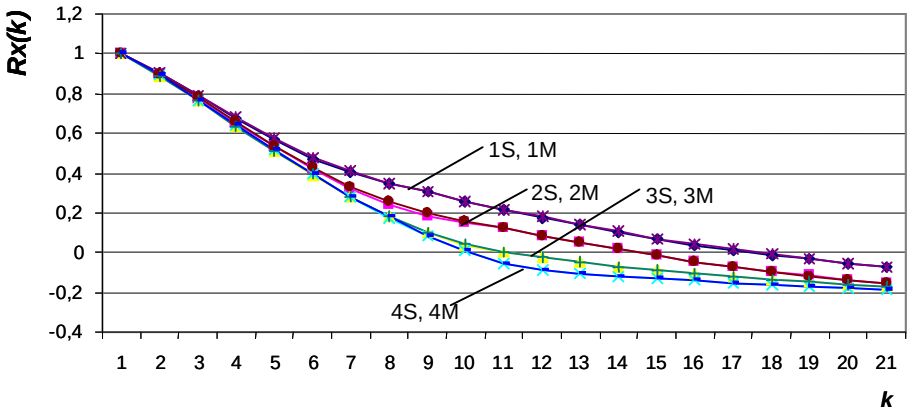
$$\bar{d}\,z(x_i)_1 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} d\,z(x_i)_1;\ \bar{d}\,z(x_i)_2 = \frac{1}{N}\sum_{i=1}^{N} d\,z(x_i)_2, \qquad (4.8)$$

čia $\bar{d}\,z(x_i)_1$ *ir* $\bar{d}\,z(x_i)_2$ yra skirtingais metodais matuotos plokštumos nuokrypių aritmetiniai vidurkiai; k – santykinis atstumas nagrinėjamu atveju išreikštas žingsnių skaičiumi. Žemiau pateikiami keli charakteringi autokoreliacinės funkcijos grafikai.



4.16 pav. Skirtingais būdais matuotų plokštumos 630x50mm nuokrypių autokoreliacinės funkcijos kreivės. Raidė M – matuota modifikuotu būdu, S – matuota standartiniu būdu ir skaičius prie raidės reiškia matavimo pjūvį

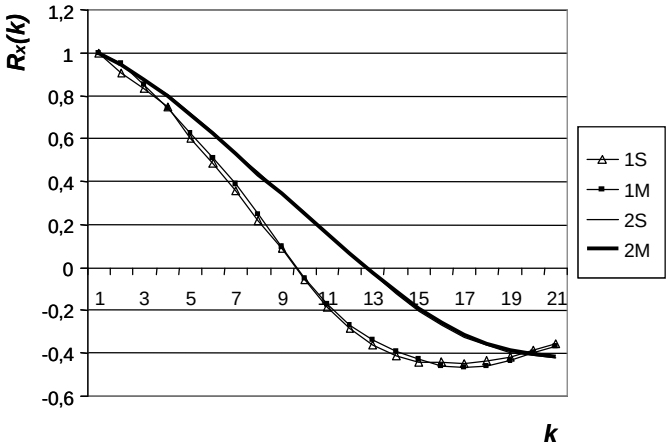
Nagrinėjant koreliacinės analizės rezultatus buvo pastebėta, kad integraliai ir diferencialiai modifikuotais metodais matuotų nuokrypų koreliacinių funkcijų kreivės statistiškai nesiskiria. Jų funkcijų pavidalai praktiškai yra tie patys. Todėl pateiktuose grafikuose raidė M sąlyginai yra pažymėta modifikuotais metodais matuotų nuokrypių koreliacinės funkcijos kreivės.



4.17 pav. Skirtingais būdais matuotų plokštumos 490x75mm nuokrypių autokoreliacinės funkcijos kreivės. Raidė M – matuota modifikuotu būdu, S – matuota standartiniu būdu ir skaičius prie raidės reiškia matavimo pjūvį

Analizuojant (4.15 iki 4.18 pav.) koreliacijos funkcijos grafikus galima pastebėti, kad didėjant atstumui tarp matuotų koordinačių, koreliacinis ryšys mažėja. Normuotoms koreliacijos funkcijos reikšmėms jų reikšmingumas nusakomas pasikliautino intervalo verte $\pm tS/\sqrt{n}$. Esant tikimybei ρ = 1 - q=0,95 ir laisvės laipsnių skaičiui n_1 = n_x - 1=1519, kvantilio t vertės bus 1,97, o reikšmingos koreliacinės funkcijos reikšmės bus tos, kurios paklius į intervalą:

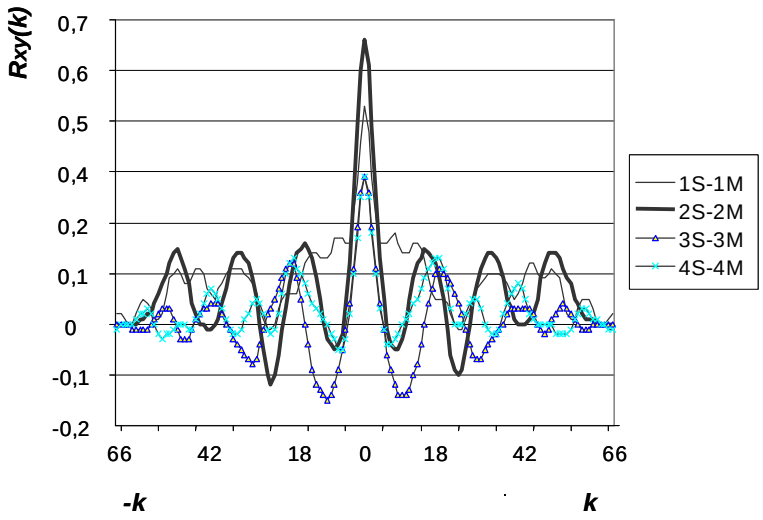
$$R_x(k) - tS/\sqrt{n} \le R_x(k) \le R_x(k) + tS/\sqrt{n},\ S=1.$$



4.18 pav. Skirtingais būdais matuotų plokštumos 430x35 mm nuokrypių autokoreliacinės funkcijos kreivės. Raidė M – matuota modifikuotu būdu, S – matuota standartiniu būdu ir skaičius prie raidės reiškia matavimo pjūvį

Analizuojant autokoreliacijos funkcijos grafikus nustatyta, kad jų vertės bus statistiškai reikšmingos prie ne didelių *k* reikšmių, t.y. $k < 9$, o kartais net ir $k < 5$.

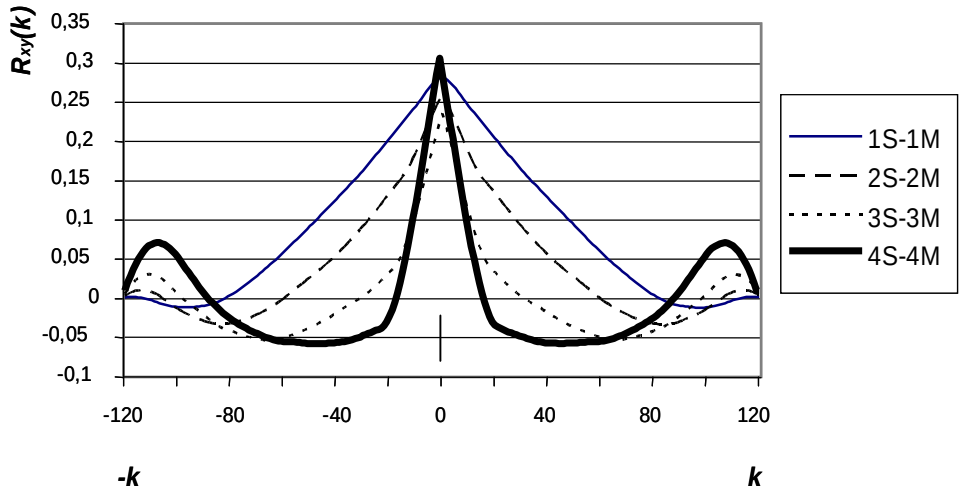
Iš 4.15 – 4.18 paveiksluose parodytų standartiniais ir modifikuotais metodais matuotų nuokrypių autokoreliacijos funkcijos grafikų nepastebėta esminių skirtumų. Panašūs autokoreliacijos funkcijų grafikai buvo gauti ir kitų plokštumų nagrinėtiems nuokrypiams. Taip pat nepastebėta esminių skirtumų tarp integraliai ir diferencialiai modifikuotais metodais matuotų nuokrypių koreliacinių funkcijų. Tai leidžia teigti, kad nagrinėjami modifikuoti metodai nesumažina statistinio ryšio tarp skirtingais pjūviais nagrinėjamų tiksluminių charakteristikų ir nepakeičia koreliacinių funkcijų pavidalo. Panašūs autokoreliacijos funkcijos grafikai buvo gauti ir kitoms nagrinėjamoms plokštumų nuokrypoms.



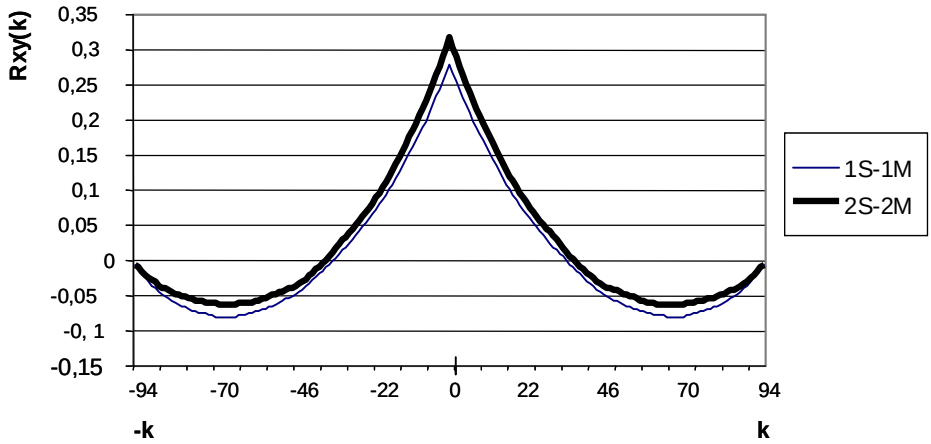
4.19 pav. Plokštumos 630x50mm tarp standartiniu ir modifikuotu būdu matuotu nuokrypių tarpusavio koreliacijos funkcijos kreivės. Raidė M – matuota modifikuotu būdu, S – matuota standartiniu būdu ir skaičius prie raidės reiškia matavimo pjūvį

Tarpusavio statistiniam ryšiui nustatyti tarp standartiniais ir modifikuotais metodais, bei skirtinguose pjūviuose matuotų plokštumų nuokrypių buvo skaičiuotos tarpusavio koreliacijos funkcijos reikšmės. Žemiau pateikiame charakteringus tarpusavio koreliacijos funkcijos grafikus. Panašios tarpusavio koreliacijos kreivės buvo gautos ir kitų plokštumų nagrinėjamiems nuokrypiams.

Analizuojant 4.19, 4.20 ir 4.21 paveiksluose parodytas tarpusavio koreliacijos kreives galima pastebėti, kad egzistuoja reikšmingas statistinis ryšys tik prie mažų $k < 8$. Esant $\rho = 1 - q = 0{,}95$ ir $n_1 = n_x - 1$ laisvės laipsnių skaičiaus statistiškai reikšmingo tarpusavio koreliacijos verčių skirtumo, tarp standartiniais ir modifikuotais metodais matuotų nuokrypių, nepastebėta.



4.20 pav. Plokštumos 490x 40mm tarp standartiniu ir modifikuotu būdu matuotu nuokrypių tarpusavio koreliacijos funkcijos kreivės. Raidė M – matuota modifikuotu būdu, S – matuota standartiniu būdu ir skaičius prie raidės reiškia matavimo pjūvį



4.21 pav. Plokštumos 490x40mm tarp standartiniu ir modifikuotu būdu matuotu nuokrypių tarpusavio koreliacijos funkcijos kreivės. Raidė M – matuota modifikuotu būdu, S – matuota standartiniu būdu ir skaičius prie raidės reiškia matavimo pjūvį

Atlikta plokštumų skirtingais metodais matuotų nuokrypių autokoreliacijos ir tarpusavio koreliacijos analizė parodė, kad nagrinėjami modifikuoti metodai nekeičia koreliacinio ryšio tarp skirtingų k reikšmių ir jų tiksluminių charakteristikų, tarpusavio ryšys yra reikšmingas kai, vertė $k < 8$. Tačiau ši analizė neleidžia patikrinti tarp kokių bangų ilgio yra statistinis ryšys, o taip pat iš jos rezultatų negalime matyti, ar pasikeitė bangos ilgiai ir jų intensyvumas (amplitudės). Tik atliekant skirtingais metodais matuotų nuokrypių funkcijos spektrinę analizę galima gauti žymiai daugiau informacijos apie modifikuotų metodų patikimumą.

4.4.3. Matavimo rezultatų spektrinė analizė

Nagrinėjant skirtingais metodais matuotų rezultatų pokyčius galima nagrinėti jų absoliučias reikšmes, jų vidurkius bei dispersijas. Tačiau nagrinėjant atsitiktinius procesus, kurių sudėtyje gali būti sisteminiai ir atsitiktiniai nuokrypių sandai, būtina taip pat įvertinti galimus atsitiktinį procesą aprašančios funkcijos pavidalo pokyčius. Paminėtos funkcijos pokyčius galima pastebėti tik atliekant matuotų verčių realizacijos spektrinę analizę. Būtent spektrinės analizės rezultatai gali parodyti kaip pakito matuojamų nuokrypių funkcijos bangų ilgiai bei jų intensyvumas. Jeigu skirtingais metodais matuotų rezultatų spektras yra statistiškai toks pat, tai būtų galima teigti, kad pasirinkti nuokrypių matavimo metodai yra lygiaverčiai. Auto ir tarpusavio koreliacijos spektrinės funkcijos reikšmės buvo skaičiuojamos naudojant MATLAB programinį paketą.

Spektrinio tankio skaičiavimo rezultatai pateikiami kaip dažnio f arba kampinio dažnio w funkcija. Ryšis tarp pastarųjų dydžių yra išreiškiamas taip:

$$f_1 = \frac{w_1}{2p};\ w_1 = 2p\ f_1 = \frac{2p}{T};\ f_1 = \frac{1}{T_1};$$

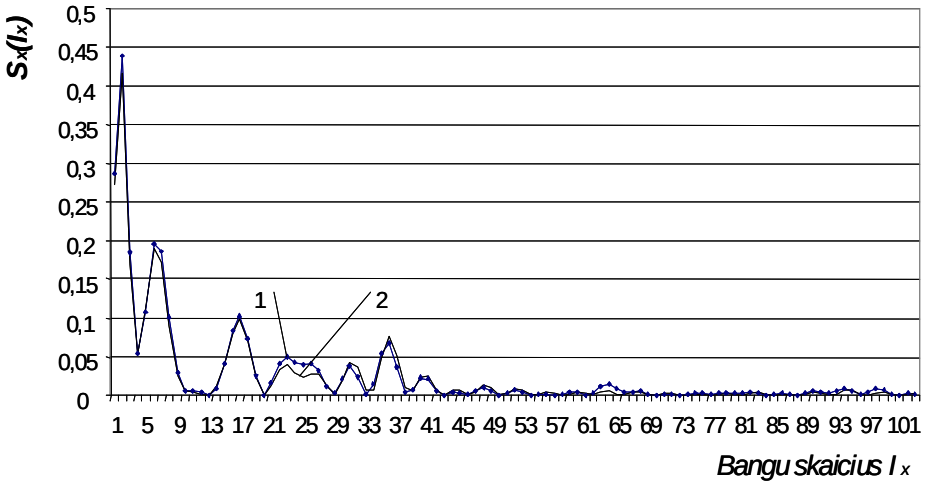
čia T_1 – pirmos harmonikos periodas, arba bangos ilgis išreikštas laiko arba kitais vienetais. w_1 – kampinis dažnis radianais, f_1 – dažnis Hz.

Atliekant spektrinę analizę priimta, kad aukštesnių harmonikų dažnis

$$w_i = Iw_i, \qquad w_i = 2p\ f_i,\ f_i = \frac{1}{l_i} \text{ ir } T_1 = l_x,$$

čia w_i – *I*-sios harmonikos kampinis dažnis; f_i – *I*-sios harmonikos dažnis Hz; λ_i – aukštesnės harmonikos periodas arba trumpesnės bangos ilgis; l_x – plokštumos arba detalės ilgis. Visuomet galioja ši nelygybė $0 < \lambda_i < l_x$.

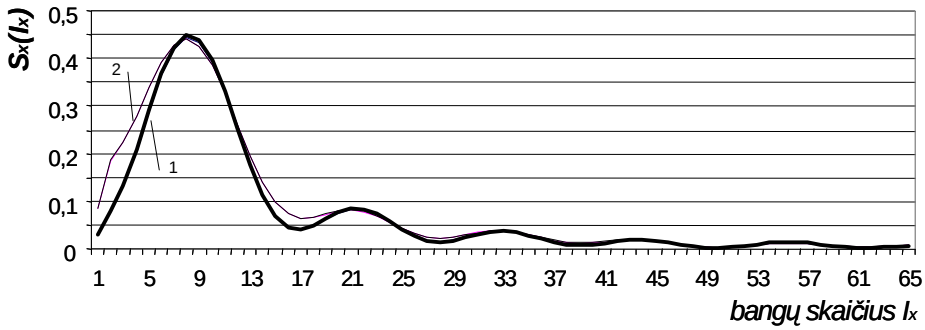
Analizuojant f_i / f_1 santykį gaunama, kad $f_i / f_1 = I$. Tuomet pagal aukščiau parašytas išraiškas galima paskaičiuoti, kad $fi = I\ f_1$. Įstatę į pastarąją išraišką f_i ir f_1 reikšmes gaunama, kad $\frac{1}{l_i} = I \frac{1}{l_x}$ arba $l_x = I\ \lambda_i$, arba $\lambda_i = l_x / I$. Analizuojant pastarąsias išraiškas pastebėta, kad *I* parodo, kiek kartų λ_i banga telpa l_x ilgyje, t.y., *I* bangų skaičių nagrinėjamos plokštumos arba detalės ilgyje. Nagrinėjamos detalės ilgis l_x (realizacijos ilgis) yra pastovus dydis ($l_x = const$), tačiau l_i yra kintamas dydis, ir kiekvienai *I* reikšmei jis bus skirtingas. Todėl spektrinės analizės rezultatai toliau bus pateikiami kaip matuoto paviršiaus l_x ilgyje telpančių trumpesnių bangų skaičiaus funkcija.



4.22 pav. Plokštumos 630x50mm nuokrypių autospektras. 1 – Matuota standartais reglamentuotu būdu, 2 – naudojant modifikuotą metodą

Spektrinėje analizėje pagal autokoreliacinės ir tarpusavio koreliacinės funkcijų reikšmes yra skaičiuojamas spektrinis tankis. Jeigu diferencialiai ir integraliai modifikuotais metodais matuotų nuokrypių koreliacinės funkcijos buvo statistiškai vienodas, tai jų spektriniai tankiai bus taip pat statistiškai vienodi. Todėl pateikiant spektrinės analizės rezultatus grafikuose raidė M yra sąlyginai žymimi modifikuotų metodų rezultatai.

Spektrinė analizė buvo atlikta visų 4.1 poskyryje nurodytų plokštumų skirtingais metodais matuotiems rezultatams. Žemiau pateikiami matuotiems rezultatams charakteringi autospektrai. Paveiksluose 4.22- 4.27, 4,32, 4,33 indeksu I_x pažymėtas bangų skaičius matuotame paviršiaus ilgyje. Panašūs autospektrai buvo gauti ir kitų plokštumų nuokrypių realizacijoms. Iš grafikuose pateiktų rezultatų (4.22, 4.23 ir 4.24 pav.) matyti, kad plokštumų nuokrypių funkcijose vyrauja ilgos bangos.

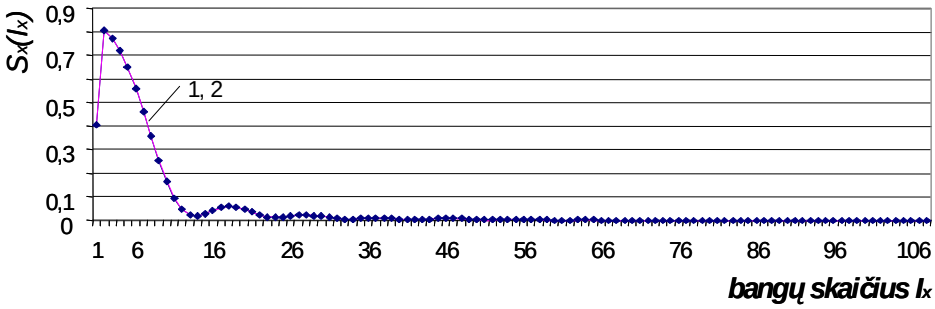


4.23 pav. Plokštumos 490x75mm nuokrypių autospektras. 1 – Matuota standartais reglamentuotu būdu, 2 – naudojant modifikuotą metodą

Bangų ilgius galima išreikšti per matuojamos plokštumos ilgį tokiu būdu:

$$l_i = \frac{l_x}{I_x}, \tag{4.12}$$

čia l_x – matuojamos plokštumos ilgis mm, I_x – bangų skaičius matuojamoje plokštumoje ($I_x \neq const$), kurių reikšmės parodytos autospektrų grafikuose.

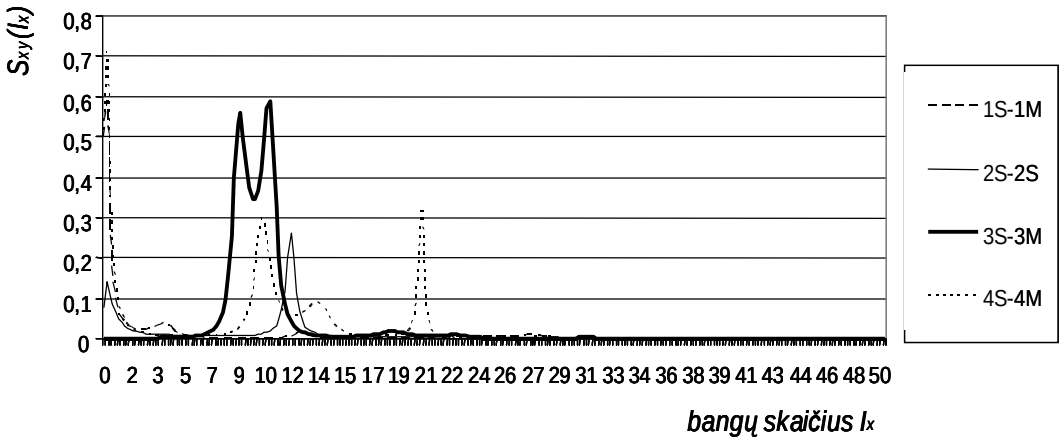


4.24 pav. Plokštumos 490x40mm nuokrypių autospektras. 1 – Matuota standartais reglamentuotu būdu, 2 – naudojant modifikuotą metodą

Analizuojant autospektrų (4.22, 4.23 ir 4.24 pav.) grafikus pastebėsime, kad plokštumos 630x50 mm nuokrypiuose vyrauja $l_1 \approx 630 / 2 \approx 315$ mm, $l_2 \approx 630 / 7 \approx$ 90mm, $l_3 \approx 630 / 17 \approx 37$ mm, bet gali būti net $l_4 \approx 630 / 36 \approx 17$ mm bangų ilgiai. Bangų ilgiai kurie yra tarp $l_1 < l_4$ yra praktiškai nereikšmingi.

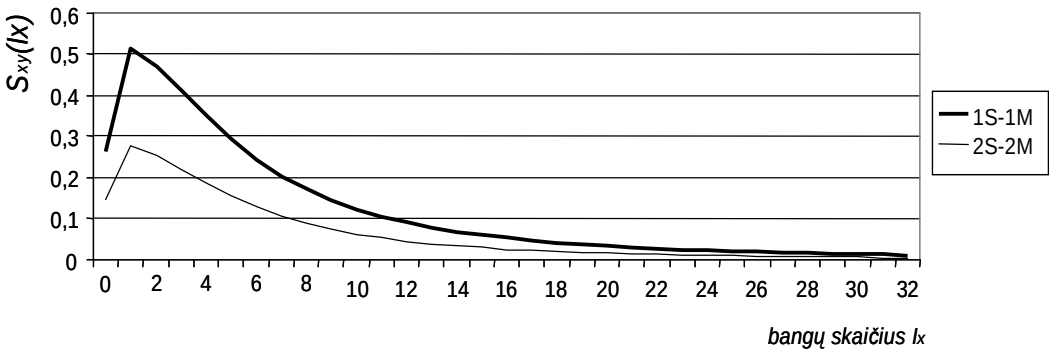
Atliekant analogiškus aukščiau pateiktai analizei skaičiavimus pastebėta, kad plokštumos 490x75 mm (4.23 pav.) nuokrypiuose vyrauja bangos, kurių ilgiai $490 / 3 \approx 163 \le \lambda_i \le 490 / 14 \approx 35$ mm. Kitų bangų ilgiai yra praktiškai nereikšmingi, kadangi jų intensyvumas yra labai mažas.

Nagrinėjant plokštumą 490x40 mm (4.24 pav.) yra nustatyta, kad vyrauja bangų ilgiai $l_i \le 490 / 10 \approx 49$ mm, o kitų ilgių bangų intensyvumas yra labai mažas. Iš grafikų (4.22, 4.23 ir 4.24) matyti, kad standartiniais ir modifikuotais metodais matuotuose nuokrypių funkcijose faktiškai vyrauja to paties ilgio ir to paties intensyvumo bangos. Analogiški tyrimo rezultatai buvo gauti ir kitų plokštumų nuokrypiams.



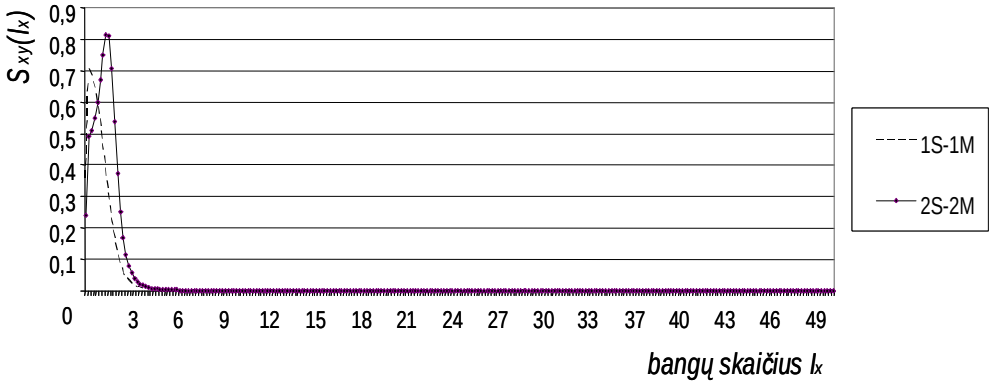
4.25 pav. Plokštumos 630x50mm standartiniu ir modifikuotu metodu matuotų tarpusavio koreliacijos spektrai. Raidė M – matuota modifikuotu būdu, S – matuota standartiniu būdu ir skaičius prie raidės reiškia matavimo pjūvį

Analizuojant tarpusavio koreliacijos spektrų grafikus (4.25, 4.26 ir 4.27 pav.) galima pastebėti, kad juose vyrauja reikšmingas ryšys tarp ilgų bangų, pavyzdžiui, 630x50 mm plokštumos skirtingais metodais ir skirtinguose pjūviuose matuotiems nuokrypiams būtų $l_1 £ 630/2 »$ 315 mm, $l_2 £ 630 / 8 \approx 79$ mm ir t.t.



4.26 pav. Plokštumos 490x75mm standartiniu ir modifikuotu metodu matuotų nuokrypių funkcijos tarpusavio koreliacijos spektrai. Raidė M – matuota modifikuotu būdu, S – matuota standartiniu būdu ir skaičius prie raidės reiškia matavimo pjūvį

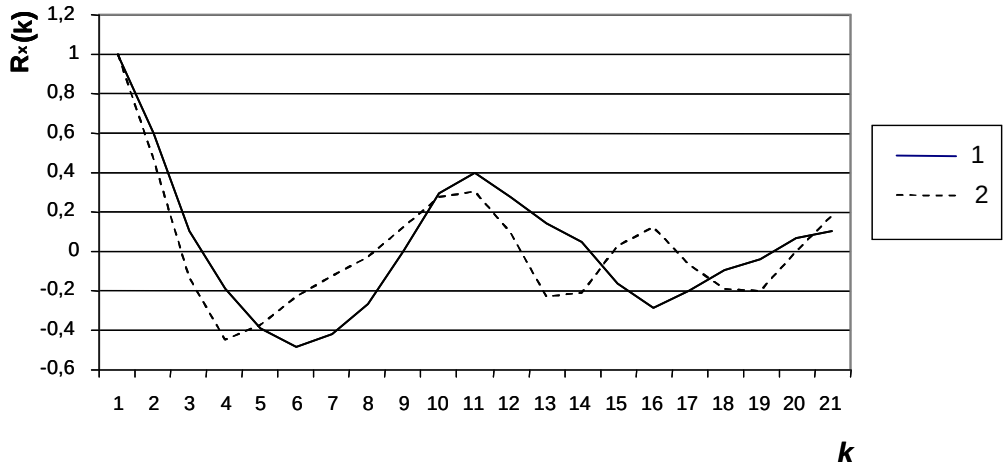
Lyginant aukščiau paskaičiuotus apytikslius rezultatus su tos pačios plokštumos nuokrypių autospektrais pastebėta, kad vyraujančių bangų ilgiai pakankamai gerai statistiškai sutampa.



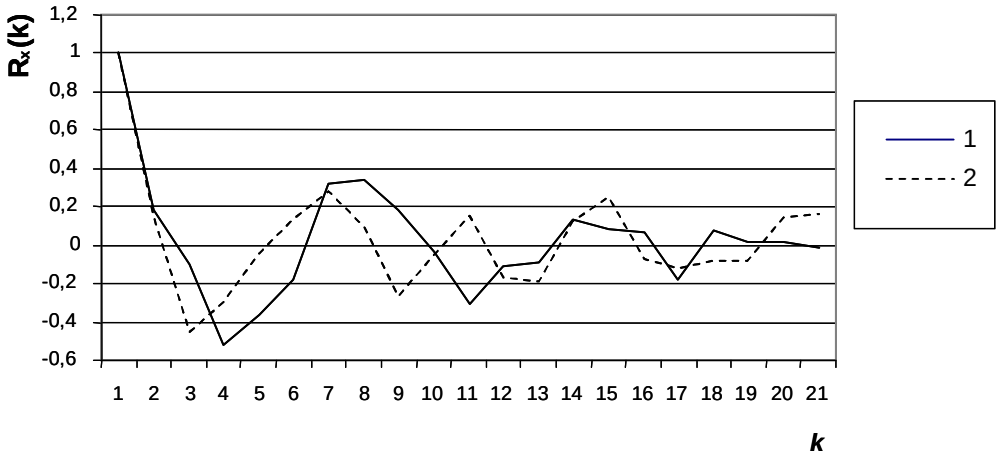
4.27 pav. Plokštumos 490x40 mm standartiniu ir modifikuotu metodu matuotų tarpusavio koreliacijos spektrai. Raidė M – matuota modifikuotu būdu, S – matuota standartiniu būdu ir skaičius prie raidės reiškia matavimo pjūvį

Analizuojant 4.26 pav. grafiko rezultatus buvo nustatyta, kad tarpusavio koreliacijos spektre yra reikšmingas ryšys tarp bangų kurių ilgiai $\lambda_i \le 490 / 9 \approx 54$mm, o tarp kitų tas ryšys yra nereikšmingas. Plokštumos 490x40mm nuokrypių tarpusavio koreliacijos spektre vyraujančių bangų ilgiai yra $\lambda_i \le 490 / 3 \approx 163$mm, o kitų ryšys yra nereikšmingas. Lyginant tarpusavio koreliacijos spektrų ir autospektrų analizės

rezultatus pastebėsime, kad jie skiriasi labai mažai ir tai pilnai priimtina atsitiktinių procesų rezultatams.



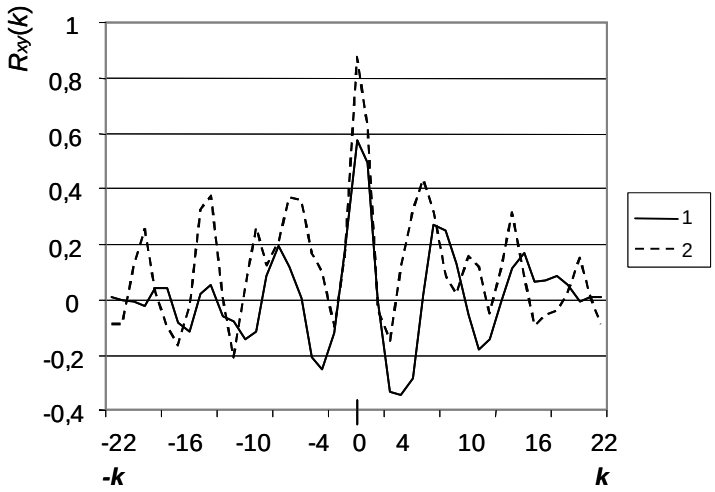
4.28 pav. Du kartus didesniu negu standartinis žingsnis matuotų plokštumos 630x50mm nuokrypių autokoreliacinės funkcijos kreivės. Skaičius reiškia matavimo pjūvį



4.29 pav. Tris kartus didesniu negu standartinis žingsnis matuotų plokštumos 630x50mm nuokrypių autokoreliacinės funkcijos kreivės. Skaičius reiškia matavimo pjūvį

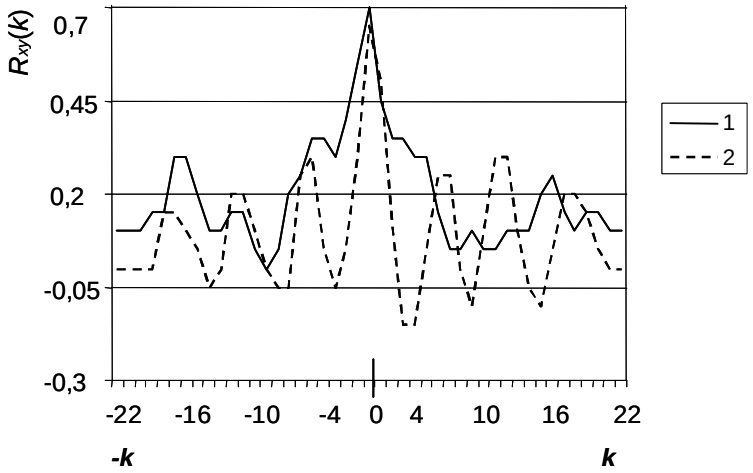
Aukščiau paminėtų plokštumų standartiniu ir modifikuotu metodu matuotų nuokrypių autospektrų ir tarpusavio koreliacijos spektrų atlikta analizė parodė, kad modifikuoti matavimo žingsnio vertės nustatymo metodai nemažina nuokrypių matavimo kokybės, nes atsitiktinės funkcijos sisteminių sandų bangų ilgiai ir jų

intensyvumas faktiškai išlieka toks pat. Kad įsitikinti matavimo erdvės diskretizavimo žingsnio vertės įtaka matavimo rezultatų kokybei ir nuokrypių funkcijos pavidalui jos buvo matuotos padidintu žingsniu.

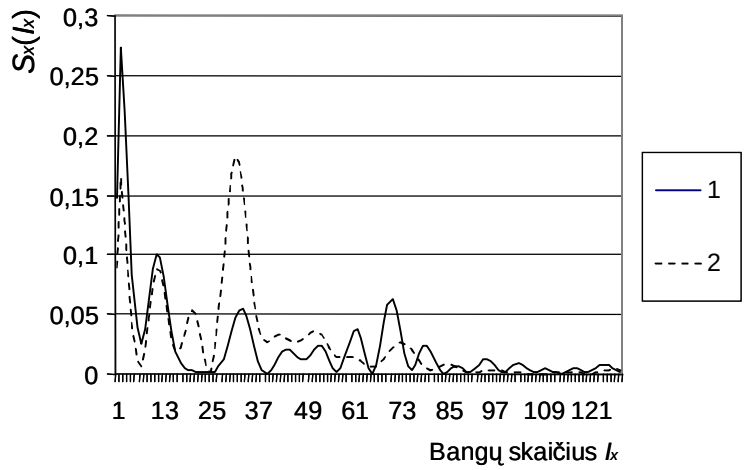


4.30 pav. Plokštumos 630x50mm tarp standartinio *L* ir 3*L* žingsnio vertėmis matuotų nuokrypių tarpusavio koreliacijos funkcijos reikšmės. Skaičius reiškia matavimo pjūvį

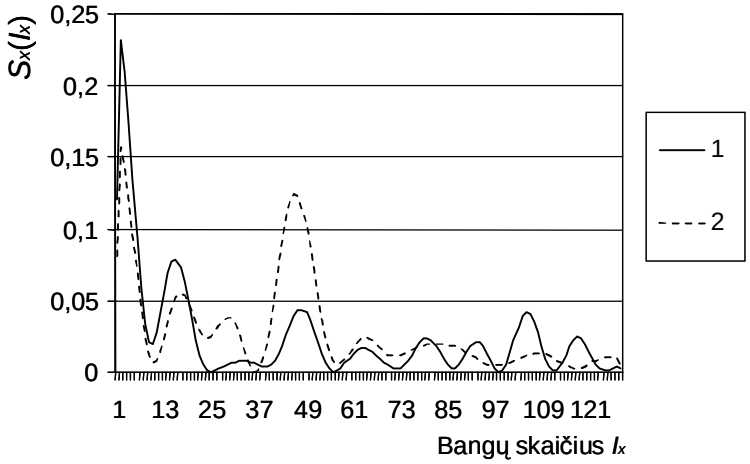
Plokštumos 630x50mm matuotų nuokrypių du ir tris kartus padidintu žingsniu autokoreliacijos funkcijos ir autospektrų grafikai pateikiami 4.28 - 4.33 paveiksluose.



4.31 pav. Plokštumos 630x50mm tarp standartinio L ir 3L žingsnio vertėm matuotų nuokrypių tarpusavio koreliacijos funkcijos reikšmės. Skaičius reiškia matavimo pjūvį



4.32 pav. Plokštumos 630x50mm matuotų nuokrypių 2 kartus didesniu žingsniu autospektras. Skaičius reiškia matavimo pjūvį



4.33 pav. Plokštumos 630x50mm matuotų nuokrypių 3 kartus didesniu žingsniu autospektras. Skaičius reiškia matavimo pjūvį

Lygindami 4.28 – 4.33 paveikslų rezultatus su (4.16, 4.19 ir 4.22 pav.) rezultatais pastebėsime, kad iš esmės kinta koreliacinių funkcijų ir autospektrų grafikai. Ypatingai ryškų skirtumą pastebėsime jų spektruose (4.22, 4.32 ir 4.33 pav.), kad didėjant plokštumos nuokrypių matavimo žingsnio vertei kinta bangų ilgiai ir jų intensyvumas, o tai reiškia, kad kinta ir nuokrypius aprašančios atsitiktinės funkcijos

pavidalas. Vadinasi, didinant žingsnio vertę visoje matavimo erdvėje arba plokštumoje bus sumažinta matavimų trukmė, tačiau bus prarasta matavimo kokybė.

4.4. Tyrimo rezultatų apibendrinimas ir išvados

Koreliacinės ir spektrinės analizės rezultatai parodė, kad:

- standartinio ir modifikuotomis žingsnio vertėmis matuotų paviršiaus formų bangų ilgiai ir jų intensyvumas statistiškai yra tokie patys. Todėl jų atsitiktinės funkcijos, aprašančios plokštumų nuokrypių pasiskirstymą yra tos pačios, o nagrinėti modifikuoti žingsnio vertės nustatymo metodai naudotini, neprarandant matavimo kokybės;
- žingsnio vertės didinimas paprastu būdu keičia plokštumos nuokrypių aprašančios atsitiktinės funkcijos pavidalą, nes kinta jų autospektras. Todėl paprastu žingsnio didinimu negalima pakeisti integraliai ir diferencialiai modifikuotais metodais nustatyto žingsnio vertės;
- nuokrypių matavimams naudojant modifikuotus erdvės diskretizavimo metodus matavimų laikas vidutiniškai sutrumpėja 15-35%, neprarandant matavimo kokybės.

IŠVADOS IR APIBENDRINIMAS

Atlikta analitinių ir eksperimentinių tyrimų rezultatų analizė parodė, kad matuojamos erdvės arba plokštumos diskretizavimo žingsnio vertė ir matavimų trukmė priklauso nuo lokalių nuokrypių aprašančios atsitiktinės funkcijos pavidalo. Todėl matuojant objekto nuokrypius yra labai svarbu įvertinant nuokrypių atsitiktinės funkcijos pavidalo pokyčius, tinkamai keisti objekto diskretizavimo žingsnio vertę. Apibendrinant tyrimo rezultatus, galima padaryti šias pagrindines išvadas.

- Naudojant lokalių nuokrypių funkcijos pokyčio gradiento savybes ir mažiausių kvadratų metodą, sudaryti erdvės arba plokštumos diskretizavimo integraliai ir diferencialiai modifikuoti metodai, žingsnio vertei nustatyti.
- Parodyta, kad tais atvejais, kai matuojamų nuokrypių pavidalai skirtingomis matavimo kryptimis yra ne vienodi, tai diferencialiai modifikuotas metodas gali būti iki 5% pranašesnis negu integraliai modifikuotas.
- Mažiausių kvadratų metodo taikymas lokalių nuokrypių funkcijos gradiento parametrų nustatymui leidžia nufiltruoti atsitiktines paklaidas ir tuo yra didinamas modifikuotų metodų efektyvumas.
- Nustatyta trumpiausios bangos ilgio priklausomybė nuo erdvės diskretizavimo žingsnio vertės ir aprašančio regresijos polinomo charakteristikų bei pateiktos analitinės išraiškos. Nurodytos galimybės efektyvumui padidinti.
- Sudaryti integraliai ir diferencialiai modifikuotų metodų algoritmai. Pavyzdžiais parodyta gradiento modulio priklausomybė nuo lokalinių paviršiaus nuokrypių verčių bei jų įtaka diskretizavimo žingsnio vertei.
- Koreliacinės ir spektrinės analizės rezultatai parodė, kad:
  - standartinio žingsnio ir modifikuotų žingsnių vertėmis matuotų nuokrypių sisteminiai sandai ir jų bangų ilgiai (kai $\rho = 1 - q = 0{,}95$) statistiškai vertinant yra tie patys. Todėl nagrinėti modifikuoti diskretizavimo metodai naudotini, neprarandant matavimo kokybės;
  - žingsnio didinimas keičia plokštumos nuokrypių aprašančios funkcijos pavidalą, nes kinta jų autospektras. Todėl paprastu diskretizavimo žingsnio didinimu negalima pasiekti to teigiamo matavimo trukmės mažinimo

neprarandant tikslumo efekto, kurį garantuoja integraliai ir diferencialiai modifikuoti erdvės arba plokštumos diskretizavimo metodai;

- eksperimentinio tyrimo ir spektrinės analizės rezultatai patvirtina nagrinėjamų modifikuotų metodų pagrįstumą ir jų pakankamą efektyvumą.

- Pateiktus metodus taip pat galima taikyti programinio valdymo staklių ir sudėtingų technologinių įrenginių įrankio pozicionavimo trimatėje erdvėje paklaidoms tikrinti.
- Sudarytų integraliai ir diferencialiai modifikuotų metodų algoritmai yra nesudėtingi ir lengvai pritaikomi automatinio matavimo įrenginiams.
- Naudojant modifikuotus erdvės diskretizavimo metodus, neprarandant tikslumo, matavimų laikas vidutiniškai sumažėja 15-35%.

LITERATŪRA

1. Abbe M., Takamasu K., Ozono S. Reliability of parametric error on calibration of CMM. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 3-8.
2. Abbe M., Takamasu K., Ozono S. Reliability on calibration of CMM. Measurement, Vol. 33, Issue 4, 2003, p. 359-368.
3. Acko B., Sostar A., Gusel A. Reduction of uncertainty in calibration of gauge blocks. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 6-11.
4. ASME B89.1.12M-1990 Methods for performance evaluation of coordinate measuring machines. (An American National Standard).
5. Bansevicius R., Giniotis V., Knight J.A.G. Active error compensation fro precise machines. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 21-26.
6. Bansevičius R. et al., Arrangement for accuracy determination of automatic machines. SU patent, No 1705699, Int. ce. 6901B 11/00, 1992, Bull, No 2.
7. Bansevičius R., Giniotis V. Increasing the accuracy of precision equipment: mechatronic approach. Mechanika, Nr. 1(45), 2004, p. 33-38.
8. Barbier P. Calibration or verification of measuring instruments - what needs for. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 16-20.
9. Bardell R., Balendran V., Sivayoganathan K. Accuracy analysis of 3D data collection and free-form modelling methods. Journal of Materials Processing Technology, Vol. 133, Issues 1-2, 2003, p. 26–33.
10. Betta, M. Dell' sola. Optimum choice of Measurement points for sensor calibration. Measurement, Vol. 17, Issue 2, 1996, p. 115-125.

11. Bing Y., Yetai F. The dynamic measuring error model and forecast of natural standard and standard data insertion. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 21-26.

12. Bluteau H., Bourdet P. Quality follow-up of CMM via the measurement of microdefects. Measurement, Vol. 29, Issue 4, 2001, p. 307-315.

13. Brezina I. The art of calibration. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 41-46.

14. Brown & sharp. PC-DMIS cad++. Version 3.5 developed by Wilcox. // http://www.wilcoxassoc.com/Downloads/dl_documentation.htm. – kreiptasi 2003.12.02.

15. BS standartai :

- BS 3730: Linear and angular measurements in general. Assessment of departures from roundness
- BS 3800: General tests of machine tools. Part 2: 1991 Statistical methods for determination of accuracy and repeatability of machine tools.
- BS 4656: Accuracy of machine tools and methods of test. BS 4656: Part 1: 1981 (87) Specification for lathes, general purpose type. Geometrical and practical tests and corresponding permissible deviations.
- BS EN ISO 10360-2: Coordinate metrology. Performance assessment of coordinate measuring machines.
- BS ISO 230-1. Machine tools, testing of geometrical accuracy, 46 p.
- BS ISO 230-2: 1996 Geometric accuracy of machines operating under no-load or finishing conditions, 78 p
- BS ISO 5725-2: 1994 Basic methods for the determination of repeatability and reproducibility of a standard measurement method, 56 p.

16. Buzoianu M. Combined standard uncertainties and covariances of output. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 21-26.

17. Castro H.F.F., Burdekin M. Evalution of the measurement uncertainty of a position error calibrator based on a laser interferometer. Journal of Machine tools and Manufature. Vol. 45, Issue 3, 2005, P.285-291.

18. Cellary A. Parameters selection in multipoint form measurement. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 45-50.

19. Chajda J., Grzelka M. The algoritm of the gears measurement with a co-ordinate measuring machine. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 51-56p.

20. Chan F.M.M., King T.G., Stout K. J. The influence of sampling strategy on a circular feature in coordinate measurements. Journal of the International Measurement Confederation, Vol. 19, Issue 2, 1996, p. 73-81.

21. Chan V.H., Bradley C., Vickers G.W. A multi-sensor approach to automating co-ordinate measuring machine-based reverse engineering. Computers in industry, Vol. 44, 2001, p. 105-115.

22. Chen J., Kou T., Chion s. Geometric error calibration of multi-axis machines using an auto alignment laser interferometer. Precision Engineering, Vol. 23, Issue 4, 1999, p. 243-252.

23. Cheung C.F. A multi-spectrum analysis of surface roughness formation in ultra-precision machining. Precision Engineering, Vol. 24, Issue 1, 2000, p. 77-87.

24. Chrzanowski K., Matyszkiel R., Szulim M. Calculations of uncertainty in measurements. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 33-38.

25. CMMA. Accuracy specification for CMMs, 1991.

26. Čekanavičius V., Murauskas G. Statistika ir jos taikymai. I. Leidykla TEV, Vilnius, 2000, 238 p.

27. D`Emilio S., et all. Compatibility criterion based on hypothesis testing. Proceedings of the XIV IMEKO World Congress, Vol. 8, topic 14, 1997, p. 155-160.

28. D`Emilio S., Galliana F. Application of the GUM to measurement situations in metrology. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 12-17.

29. D'Hooghe F.P., Scellekens P., Levasier L. Geometric calibration of CMMs using 3D length measurements. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 42–48.

30. Dally James W., Riley William F., McConnel Keneth G. Instrumentation for engineering measurements. Experimental Thermal and Fluid Science, Vol. 14, Issue 2, 1997, 228p.

31. Didenko V., Minin A., Movchan A. Polynomial and piece-wise linear approximation of smart transduc errors. Measurement, Vol. 31, Issue 1, 2002, p. 61-69.

32. Dietrich C. F. Uncertainty, cellibration and probability and ed., Adam Hilger, Bristol /Philadelphia/ New York, XVI, 1991, 535p.

33. Dubrau H.-J.: From the sensor to the result of measurement. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 51-56.

34. Eitutis A. Eksperimentinė mechanika. Kaunas: Technologija, 1998, 190p.

35. Figliota R. S., Beasley D.E. Theory and design for mechanical measurements. New York, Chichester, Brisbone, Toronto, Singapure: J. Willey and Sons, 1991, 516p.

36. Finkelstein L., Grattan K.T.V. State and advances of measurement and instrumentation science. IMEKO Colloquim.- London: City University press, 1993, 463p.

37. Gao W., Yokoyama J., Kiyono S. Straightness measurement of cylinder by multiprobe. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 93-98.

38. Gao W., Yokoyama J., Kojima H,. Kiyono S. Precision measurement of cylinder straightness using a scanning multi-probe system. Precision Engineering, Vol. 26, Issue 3, 2002, p. 279-188.

39. Gao W., Kiyono S. High accuracy profile measurement of a machined surface by the combined method. Mesurement, No. 19, 1996, p. 55-60.

40. Giniotis V. Investigations in the length and angle. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 99-104.

41. Giniotis V., Bansevicius R., Knight J.A.G. Complex accuracy assessment of multicoordinate machines. Proceedings of the 6th ISMQC IMEKO Symposium Wien, Vienna, Austria. 1998, p. 195-199.

42. Giniotis V., Grattan K.T.V., Rybokas M. and Kulvietienė R. Uncertainty and indeterminancy of measurement data. Measurement. Vol. 36, Issue 2, 2004. p.195-202.

43. Giniotis V., Hope T., Stankūnas J. The telemetric means for 3D measurements. Aviation, Vol. 8, No. 2, 2003. p. 35-44.

44. Giniotis V., Stankūnas J. Analysis of short range measurements in the space. Aviacija, Nr 5, 2000, p. 101-105.

45. Gotoht T., Miyoshi T., Takaya Y., Takahashi S. Surface fitting based on optical 3-D measurement. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 109–114.

46. Grattan K.T.V, Giniotis V.,Skeivalas J. Development of 2D optical measurements. XVII IMEKO Word congress: Metrology in the 3rd Millennium. 2003. P.1831-1833.

47. Guide to Expressions of uncertainty in Measurement – GUM, ISO Publishing, 1995.

48. Gusel L.: Statistical evaluation of flow curve measurement results. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 22–27.

49. Hajiyev C.M., Tasaltin R. Optimum selection of input signals for the calibration of measurement devices. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 36-41.

50. ISO standartai:

- ISO 10360-1:2000 GPS (Geometrical product specification). Acceptance and verification tests for coordinate measuring machines (CMMs) – Part 1-6
- ISO 9002: 1995 Quality systems – model for quality assurance in production, installation and servicing.
- ISO 9003: 1995 Quality systems – model for quality assurance in final inspection and test.

51. Yau H. T., Meng C. H. Automated CMM path planning for dimensional inspection of dies and molds having complex surfaces. International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 35, Issue 6, 1995, p.861-876.

52. Yau H-T. Evaluation and uncertainty analysis of vectorial tolerances. Precision Engineering, Vol. 20, Issue 1, 2001, p. 123-137.

53. JIS B 7440- 1987. (Japanese industrial standard). Test code for accuracy of CMM.

54. Joao Bosco de Aquino Silva, Burdekin M. A modular space frame for assessing the performance of co-ordinate measuring machines (CMMs). Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, Vol. 26, Issue 1, 2002, p. 37–48.

55. Kaušinis S., Kasparaitis A., ir kt. Ilgio vieneto nacionalinio etalono sandaros galimybės. Matavimai, Nr. 2(7), 1998, p. 18–22.

56. Kažys R. Neelektrinių dydžių matavimo metodai. Kaunas: Technologija, 1997, 239p.

57. Killmaier T., Ramesh Babu A. Genetic approach for automatic detection of form deviation of geometrical features for effective measurement strategy. Precision Engineering, Vol. 27, Issue 4, 2003, p.370- 381.

58. Kruth J.-P., Vanherck P., and et. Interaction between workpiece and CMM during geometrical quality control in non-standard thermal conditions. Precision Engineering, Vol. 26, Issue 1, 2002, p. 93-98.

59. Latva-Kayra K. K., Ihalainen H.A.T.: Dynamic calibration of on-line quality measurement. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 95-100.

60. Lee G., Mou J., Shen Y. Sampling strategy design for dimensional measurement of geometric features using coordinate measururing machine. International Journal of Machine Tools and Manufacture, Vol. 37, Issue 7, 1997, p. 917-934.

61. Legal metrology in OIML Member states. Paris: OIML, 1996, 149p.

62. Legal metrology in the federal republic of germany. Braunschweig: PTB, Bericht, 1992, 56p.

63. Leopold J., Gunther H. and Leopold R. New developments in fast 3D surface quality control. Measurement, Vol. 33, Issue 2, 2003, p. 179-187.

64. Liao J. B., Wu M. H., Baines R. W. A coordinate measuring machine vision system. Computers in Industry, Vol. 38, Issue 3, 1999, p. 239–248.

65. Lietuvos standartas. Matavimo įrangai keliami kokybės užtikrinimo reikalavimai.-V.: Lietuvos standartizacijos departamentas, 1997.-1d., 1 leid.-p. 1-27.

66. Lietuvos standartas. Metrologija. V.: Lietuvos standartizacijos tarnyba, 1993, 92p.

67. Lin Z-C., Lin W-S. Measurement point prediction of flatness geometric tolerance by using grey theory. Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, Vol. 25, Issue 3, 2001, p. 171–184.

68. Liu Q., Zhang C., Ben Wang H.-P. On the effects of CMM measurement error on form tolerance. Measurement, Vol. 30, Issue 1, 2001, p. 33-47.

69. Liu Q., Zhang C.C., Ben Wang H.-P. On the effects of CMM measurement error on form tolerance estimation. Measurement, Vol. 30, Issue 1, 2001, p. 33-47.

70. Locci Nicola, Muscas Carlo, Ghiani Emilio. Evaluation of uncertainty in measurements based on digitized data. Measurement, Vol. 32, Issue 4, 2002, p. 265-272.

71. LST standartai:

- LST 1281-93. Metrologija. Terminai ir apibrėžimai. Lietuvos standartizacijos tarnyba, Vilnius, 92 p.
- LST EN ISO 8402: 1995. Kokybė. Terminai ir apibrėžimai. Quality management and quality assurance – Vocabulary.
- LST EN ISO 9001: 1995. Kokybės sistemos. Kokybės užtikrinimo projektuojant ir tobulinant, gaminant, įrengiant ir prižiūrint modelis. Quality systems – Model for quality assurance in design, development, production, installation and servicing.
- LST ISO 10012-1. Matavimo įrangai keliami kokybės užtikrinimo reikalavimai. 1-oji dalis. Matavimo įrangos metrologinio patvirtinimo sistema. Quality assurance requirements for measuring equipment – Part 1: Metrological confirmation system for measuring equipment.

72. Pfeifer T., Effenkammer D. Demands on manufacturing metrology and solution. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 231-236.

73. Platonov A.A. Mathematical Frameworks of Statistical Design of the Measurement Systems. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 66-71.

74. Poška A. Tipinių technologinių procesų ir įrenginių automatizavimas. V.: Mokslas, 1992, 248 p.

75. Reichweger J., Enzendorfer J., Muller E. Modern Dimensional measuring techniques based on optical principles. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 269-276.

76. Robert Edgeworth, Robert G. Wilhelm. Adaptive sampling for coordinate metrology. Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, Vol. 23, Issue 3, 1999, p. 144–154.

77. Seung-Woo Kim, Hyug-Gyo Rhee and Ji-Young Chu. Volumetric phase-measuring interferometer for three-dimensional coordinate metrology. Precision Engineering, Vol. 27, Issue 2, 2003, p. 205-215.

78. Shuh-Ren Liang, Alan C. Lin. Probe-radius compensation for 3D data points in reverse engineering. Computers in Industry, Vol. 48, Issue 3, 2002, p. 241–251.

79. Skeivalas J. Dependence of accuracy between air images and geodetic co-ordinate systems. Geodesy and cartography, T 28, Nr. 4, 2002, p. 131-134.

80. Skeivalas J. Gravimetrinių tinklų išlyginimas, taikant papildomus parametrus. // Geodezija ir kartografija, Vol. 28, No. 1, 2002, p. 11-14.

81. Skeivalas J. Kazunienė S. Geodezinių koordinačių tikslumas skersinėje merkatoriaus projekcijoje. Geodezija ir kartografija, T. 25, Nr. 2, 1999, p. 83-87.

82. Sladek J. and Krawczyk M. Modelling and assessment of large CMMs' accuracy. In: Proceedings, XVII IMEKO World Congress, Dubrovnik, Croatia, 2003, p 1903-1906.

83. Srinivasan V, Scott P.J., Krystek M. ISO Standards for Geometrical Filters. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p. 303-308.

84. Summerhays K. D., Henke R. P., Baldwin J. M., Cassou R. M., Brown C. W. Optimizing discrete point sample patterns and measurement data analysis on

internal cylindrical surfaces with systematic form deviations. Journal of the International Societies for Precision Engineering and Nanotechnology, Vol. 26, Issue 1, 2002, p. 105–121.

85. Tunisky V., Woger W. Prior Information in Product-Ratio Measurements. Proceedings of the XVI IMEKO World Congress, Vienna, Austria. Vol. 8, 2000, p.311–316.

86. VDI/VDE 2617, Part 1-4 Accuracy of coordinate measuring machines; Characteristic parameters and their checking. VDI-Verlag, Düsseldorf, Germany, 1991. {86}

87. Vekteris V. Jurevičius M. Diagnostics of the components of technological machines. 7th International Research/Expert Conference, 2003, p.1017-1020.{87}

88. Vekteris V., Kasparaitis A., Kaušinis S., Kanapėnas R. Matavimų teorija ir praktika. Vilnius: Žiburys, 2000, 380p. {88}

89. Volkovas V., Eidukevičiūtė M. Diagnostics reliability for limited measurements quantity. Tarptautinės konferencijos medžiaga „Mechanika-2002“. Technologija, Kaunas. p. 428-432

90. Volkovas V., Mikalauskas R., Eidukevičiūtė M. Mathematical modelling of air gap measuring system and investigation of influence factors for condition monitoring. Matavimai: KTU. 2003, Nr. 1(29), p. 30-34.

91. Weckenmann A., Eitzert H., Garmer M. Webert H. Functionality- oriented evaluation and sampling strategy in coordinate metrology. Precision Engineering, Vol. 17, Issue 4, 1995, p. 244-252.

92. Weon-Seak Kim, Shivakumar Roman. On the selection of flatness measurement points in coordinate measuring machine inspection. International Journal of Machine Tools & Manufacture, Vol. 40, Issue 3, 2000, p.427-443.

93. Woo T. C., Liang R., Hsieh C.C., Lee N. K. Efficient sampling for surface measurement. Journal of Manufacturing Systems, Vol. 14, Issue 5, 1995, p. 345-354.

94. Zakarevičius A. Lietuvos geodezinio tinklo horizontaliosios deformacijos. Geodezija ir kartografija, T. 24, Nr 4, 1998, p. 169-177.

95. Zakarevičius A. Vertikaliųjų ir horizantaliųjų žemės plutos judesių sąsajos. Geodezija ir kartografija, T. 24, Nr.4, 1998, p. 185-191.

96. Zakarevičius A., Stankevičius Ž. Netolygiųjų atsitiktinių deformacijų sumažinimas transformuojant fragmentiškai. Geodezija ir kartografija. T. 25, Nr. 3, 1999, p. 123- 127.

97. Zhang S., Kiyono S. An absolute calibration method for displacement sensors. Measurement, Vol. 29, Issue 1, 2001, p. 11-20.

98. Zhenzhong Wei, Fuqiang Zhou and Guangjun Zhang. 3D coordinates measurement based on structured light sensor. Sensors and Actuators A: Physical. Vol. 118, Issue 1, 2005, P.165-172.

99. Zhong-Yi Cai, Ming-Zhe Li. Smoothing finite-element technique for the processing of discrete measured data. Measurement, Vol. 33, Issue 1, 2003, p. 47–53.

100. Бенкус Р. Ю., Каспарайтис А. Ю. Вычислительная компенсация геометрических и температурных погрешностей координатных измерителных машин. - М.: Машиноведение, No.1, 1990, с. 103-111.

101. Гапшис В.–А. А., Каспарайтис А. Ю., Модестов М. Б., Раманаускас В.–З. А., Серков Н. А., Чудов В. А. Координатные измерительные машины и их применение. М.: Машиносироение, 1988, 328 с.

102. Гинетис В.П., Каспарайтис А.Ю. Автоматизация измерений в прецизионном машиностроении: Учебн.пособие. Вильнюс, 1987, 63с.

103. Дженкинс Г. Ваттс Д. Спектральный анализ и его применение. Выпуск II. М.: Мир, 1972.

104. Надежность и эффективность в технике. Техническая диагностика. М.: Машиностроение, Т. 9, 1987, 351р.

PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS

105. Mariūnas D. Modifikuotas matavimo erdvės diskretizavimo metodas. Matavimai: KTU. ISSN 1392-1223. 2003, Nr. 2(26), p. 36-40.

106. Mariūnas, Darius. Integrative modified discretization method of dimensional space. Proceeding of XIV International Symposium. „Research, Practice and didactics in modern Macine Building“, Stralsund, Germany, May 5 – 8, 2004. 2004. ISBN 3-9807963-8-8. p. 61-68.

107. Mariūnas D. Giniotis V. Differentially modified discretization method of dimensional space. Proceedins of the „The 2nd International Symposium on Measurement, Anglysis and Modeling of Human Function“, “The 1st Mediterranean Conference on Measurement“. Sponsored by IMEKO, IEEE, SICE. June 14-16, 2004 Genova, Italy, 2004. ISBN 88-901344-0-2. p. 381-385.

108. Mariūnas D. Giniotis V. Analysis of modified methods of discretization for measurement volume. Aviation. Vilnius: Technika, 2004. Vol. 8, No.2. ISSN 1648-7788. p. 21-24.

109. Giniotis V., Mariūnas D. Anglysis of discretization strategy for area and space measurement. Geodesy and cartography, Vilnius: Technika, Vol. 31, No.1, 2005. ISSN 1392-1541. p. 28-31.

110. Mariūnas D. The statistical analysis of measured deviation discretizing a space with the modified methods. Proceedings of VIII. Seminar „Advances in Mechanical Engineering“, Gdansk, Poland, April 5 – 8, 2005. ISBN 83-88579-31-2. p. 247-254.

111. Mariūnas D. Technologinių mašinų tikslumo dydžių tyrimas. Penktosios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos "Lietuva be mokslo - Lietuva be ateities", įvykusios Vilniuje 2002 m. balandžio 24 d. Vilnius: Technika, 2002. ISBN 9986-05-585-7. p. 130-140.

112. Mariūnas D. Mašinų geometrinių dydžių tikslumo matavimo metodų analizė. Šeštosios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Lietuva be mokslo - Lietuva be ateities“, įvykusios Vilniuje 2003 m. balandžio 17 d. Vilnius : Technika, 2003. ISBN 9986-05-689-6. p. 64-67.