VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Rūta SIMANAVIČIENĖ

KIEKYBINIŲ DAUGIATIKSLIŲ SPRENDIMO PRIĖMIMO METODŲ JAUTRUMO ANALIZĖ

DAKTARO DISERTACIJA

TECHNOLOGIJOS MOKSLAI,
INFORMATIKOS INŽINERIJA (07T)

VGTU
LEIDYKLA
Vilnius TECHNIKA 2011

Disertacija rengta 2007–2011 metais Vilniaus Gedimino technikos universitete.

Mokslinis vadovas

prof. habil. dr. Leonas USTINOVIČIUS (Vilniaus Gedimino technikos universitetas, technologijos mokslai, informatikos inžinerija – 07T).

VGTU leidyklos TECHNIKA 1973-M mokslo literatūros knyga
http://leidykla.vgtu.lt

ISBN 978-609-457-055-1

© VGTU leidykla TECHNIKA, 2011
© Rūta Simanavičienė, 2011
ruta.simanaviciene@vgtu.lt

VILNIUS GEDIMINAS TECHNICAL UNIVERSITY

Rūta SIMANAVIČIENĖ

THE SENSITIVITY ANALYSIS OF THE QUANTITATIVE MULTIPLE ATTRIBUTE DECISION MAKING METHODS

DOCTORAL DISSERTATION

TECHNOLOGICAL SCIENCES,
INFORMATICS ENGINEERING (07T)

VGTU
LEIDYKLA
Vilnius TECHNIKA 2011

Doctoral dissertation was prepared at Vilnius Gediminas Technical University in 2007–2011.

Scientific Supervisor

Prof. Habil. Dr. Leonas USTINOVIČIUS (Vilnius Gediminas Technical University, Technological Sciences, Informatics Engineering – 07T).

Reziumė

Disertacijoje nagrinėjamas kiekybinių daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumas ir juos taikant gautų sprendimų patikimumas. Daugiatiksliai sprendimo priėmimo metodai taikomi sprendimo priėmimo uždaviniuose, renkantis vieną alternatyvą iš keleto galimų, kai sprendimą priimantis asmuo siekia ne vieno, o kelių tikslų, o alternatyvos vertinamos pagal daugelį efektyvumo rodiklių, kurie gali būti tarpusavyje prieštaraujantys (pvz. kainos ir naudos rodikliai). Pagrindinis tyrimo objektas yra metodų TOPSIS, SAW ir COPRAS jautrumas pradinių duomenų netikslumams. Duomenų netikslumai galimi dėl pradinių duomenų reikšmes nustatančio asmens padarytų klaidų. Tokiu atveju, kai taikant minėtus metodus, alternatyvų vertinimui naudojami pradiniais duomenys turintys tam tikras paklaidas, alternatyvų vertinimai gali būti su paklaidomis, kurios, taikant šiuos metodus, nebėra vertinamos. Išanalizavus susijusius darbus, nustatyta, jog yra metodų, skirtų vertinti sprendimo jautrumą vieno rodiklio atžvilgiu, keičiant reikšmingumo reikšmes, tai - kritiškiausio kriterijaus metodas (Triantaphyllou 2000) ir daugelio rodiklių atžvilgiu - Tornado diagrama. Tačiau šie metodai nepateikia nei sprendimo rezultatų paklaidų, nei rezultato patikimumo laipsnio.

Pagrindinis disertacijos tikslas – įvertinti daugiatikslių, kiekybiniais matavimais pagrįstų sprendimo priėmimo metodų stochastiką.

Sukurtų metodų taikymo sritis – sprendimo paramos sistemų projektavimas, sprendimų patikimumo ir sprendimų priėmimo metodų jautrumo analizė. Darbe sprendžiami keli pagrindiniai uždaviniai: pirmas – nustatyti daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumą, antras – pasiūlyti jautrumo analizės ir patikimumo vertinimo metodus, leidžiančius įvertinti daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumą ir sprendimų, gautų taikant šiuos metodus, patikimumą. Pirmasis uždavinys suformuluotas, atsižvelgiant į pradinių duomenų, naudojamų alternatyvų vertinime, galimą atsitiktinumą. Antrasis – siejasi su sprendimo, gauto taikant nagrinėjamus metodus, patikimumo ir paklaidos vertinimu.

Disertaciją sudaro įvadas, keturi skyriai, rezultatų apibendrinimas, naudotos literatūros ir autoriaus publikacijų disertacijos tema sąrašai ir trys priedai. Įvadiniame skyriuje aptariama tiriamoji problema, darbo aktualumas, aprašomas tyrimų objektas, formuluojamas darbo tikslas bei uždaviniai, aprašoma tyrimų metodika, darbo mokslinis naujumas, darbo rezultatų praktinė reikšmė, ginamieji teiginiai. Įvado pabaigoje pristatomos disertacijos tema autoriaus paskelbtos publikacijos ir pranešimai konferencijose bei disertacijos struktūra.

Disertacijos tema paskelbta 12 straipsnių: 5 – recenzuojamuose mokslo žurnaluose, 7 – kituose leidiniuose. Disertacijos tema perskaityti 8 pranešimai Lietuvos bei kitų šalių konferencijose.

Abstract

The problems, associated with sensitivity of quantitative multiattribute decision-making methods to the initial data and the reliability of the decision obtained by using these methods, are considered in the presented dissertaition. The methods discussed are applied to solving decision-making problems, consisting in the selection of one alternative out of the available several options, when a decision-making person seeks to achieve a number of aims, rather than a single aim, and the alternatives are evaluated based on a set of attribute, which may be conflicting. The research object is sensitivity of the popular quantitative multiattribute decision-making methods: TOPSIS, SAW and COPRAS to the initial data errors. The initial data inaccuracy may be caused by the errors made by a person, entering the data. The estimates of the alternatives may have some errors, which are not taken into account, when the considered methods are used with these data. The analysis of the related works has shown that there are methods for evaluating sensitivity with respect to one attribute, based on varying the significance values, such as the method of the most critical criterion (Triantaphyllou 2000) and to many attributes - Tornado diagram. However, these methods do not show either the errors of solution results or the reliability level of the result obtained.

The main aim of the dissertation is the evaluation of the stochastic nature of multiattribute decision-making methods, based on quantitative measurement. The application areas of the created methods are the design of decision support systems as well as sensitivity and reliability analysis of decision-making methods. The main problems to be solved in the work are as follows: first to determine sensitivity of multiattribute decision-making methods, and, second, to offer the methods for evaluating sensitivity of multiple attribute decision-making methods and the reliability of decisions made by using them. The first problem is stated, taking into account a possibly random quality of the data used in the alternatives‘ evaluation. The second problem is associated with the evaluation of the reliability and biases of the decision obtained by the considered methods.

The dissertaition consists of introduction, 4 chapters, Conclutions, References and 3 Annexes. In the introduction, the research problem, topicality of the work, a description of the research object, aim and tasks of the work, as well as the research methods, novelty of the research work, practical use of the results obtained and the defended statments are presented. 12 articles are published on the theme of dissertation: five of them are published in the rewiewed journals, while seven – in other journal. 8 reports were delivered at the conferences, organized in Lithuania and other countries.

Žymėjimai

Simboliai

$X = (X_1, X_2, \ldots, X_j, \ldots, X_n)$ – rodikliai;

$A = (A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, A_m)$ – alternatyvos;

q_j^* – *j-ojo* rodiklio integruoto reikšmingumo reikšmė;

$\overline{q}_j$ – *j-ojo* rodiklio subjektyvaus reikšmingumo reikšmė;

$q_r^* = (q_{1r}^*, q_{2r}^*, \ldots, q_{nr}^*)$, $(r = \overline{1, P})$ – pagal *r-tąjį* ekspertą, rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių vektorius;

$\xi \sim N(\mu, \sigma)$ – atsitiktinis dydis pasiskirstęs pagal normalųjį dėsnį su vidurkiu μ ir standartiniu nuokrypiu σ;

$\eta \sim T(a, b)$ – atsitiktinis dydis pasiskirstęs pagal tolygųjį dėsnį intervale *(a,b)*.

$\zeta \sim S(n-1)$ - atsitiktinis dydis pasiskirstęs pagal Stjudento dėsnį, su n–1 laisvės laipsniais;

$\chi \sim C(n-1)$ - atsitiktinis dydis pasiskirstęs pagal χ^2 dėsnį, su n–1 laisvės laipsniais.

$\Delta^*(M)$ – racionalaus sprendimo paklaida, atžvilgiu rodiklių reikšmių ir rodiklių reikšmingumo reikšmių nuokrypių, gauto metodu *M*.

$\Delta_*^A(M)$ – racionalaus sprendimo, gauto metodu *M,* paklaida atžvilgiu rodiklių reikšmių nuokrypių.

$\Delta_*^B(M)$ – racionalaus sprendimo, gauto metodu *M*, paklaida atžvilgiu rodiklių reikšmingumo reikšmių nuokrypių.

Δ^M – sprendimo, gauto metodu *M*, paklaida atžvilgiu metodo prielaidos.

$S^2_{*A}(M)$ – racionalios alternatyvos racionalumo reikšmių, gautų metodu *M*, dispersija, atžvilgiu rodiklių reikšmių nuokrypių.

$S^2_{*B}(M)$ – racionalios alternatyvos racionalumo reikšmių, gautų metodu *M*, dispersija, atžvilgiu rodiklių reikšmingumo reikšmių nuokrypių.

Santrumpos

TOPSIS – (angl. *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) – artumo idealiajam taškui metodas;

SAW – (angl. *Simple Additive Weighting*) – paprastasis adityvus svorių metodas;

COPRAS – (angl. *COmplex PRoportional ASsessment*) kompleksinio proporcingumo vertinimo metodas;

MCDM – (angl. *Multi-Criteria Decision Making)* – sprendimų priėmimas pagal daugelį kriterijų;

MADM – (angl. *Multi-Attribute Decision Making*) – sprendimų priėmimas pagal daugelį rodiklių – daugiatikslis sprendimų priėmimas;

Turinys

ĮVADAS 1
Problemos formulavimas 1
Darbo aktualumas 1
Tyrimų objektas 2
Darbo tikslas 2
Darbo uždaviniai 2
Tyrimų metodika 3
Darbo mokslinis naujumas 3
Darbo rezultatų praktinė reikšmė 3
Ginamieji teiginiai 3
Darbo rezultatų aprobavimas 4
Disertacijos struktūra 4

1. DAUGIATIKSLIŲ SPRENDIMO PRIĖMIMO METODŲ ANALITINIS TYRIMAS 5
1.1. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų klasifikacija 6
1.2. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų kompleksas 8
1.2.1. Efektyvumo rodiklių subjektyvaus reikšmingumo nustatymas 11
1.2.2. Rodiklių objektyvaus reikšmingumo nustatymas 15
1.2.3. Rodiklių integruoto reikšmingumo nustatymas 17
1.2.4. Metodas TOPSIS 19
1.2.5. Metodas SAW 21
1.2.6. Metodas COPRAS 21

1.3. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų taikymas sprendimo paramos sistemose ... 23
1.4. Sprendimo patikimumo apžvalga ... 25
1.5. Neapibrėžtumo analizė priimant sprendimus ... 26
1.6. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų analizės apibendrinimas ... 29
1.7. Daugiatikslio sprendimo priėmimo uždavinio formulavimas ... 32
1.8. Pirmojo skyriaus išvados ... 33

2. JAUTRUMO IR STATISTINĖS ANALIZĖS METODAI ... 35
2.1. Jautrumo analizė ir jos taikymo sritys ... 35
2.1.1. Matematinio modelio jautrumo analizė ... 37
2.1.2. Daugiatikslio sprendimo jautrumo analizė ... 38
2.2. Statistiniai modeliavimo ir analizės metodai ... 40
2.2.1. Monte Karlo metodas ... 40
2.2.2. Jautrumo analizė imčių pagrindu ... 42
2.2.3. Stochastinio dominavimo taisyklės ... 43
2.2.4. Statistinės analizės metodai ... 45
2.3. Antrojo skyriaus išvados ... 50

3. SIŪLOMI METODAI MADM METODŲ JAUTRUMUI ANALIZUOTI ... 51
3.1. MADM metodų jautrumo tyrimas, rodiklių reikšmių atžvilgiu ... 52
3.1.1. Siūlomas jautrumo analizės metodas rodiklių reikšmių atžvilgiu ... 52
3.1.2. Jautrumo tyrimas, rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu ... 55
3.1.3. MADM metodų jautrumo analizė rodiklių reikšmių atžvilgiu ... 59
3.2. MADM metodų jautrumo tyrimas, rodiklių reikšmingumų atžvilgiu ... 66
3.2.1 Siūlomas jautrumo analizės metodas rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių atžvilgiu ... 66
3.2.2. MADM metodų jautrumo analizė, rodiklių subjektyvaus reikšmingumo atžvilgiu ... 68
3.2.3. Rodiklių reikšmingumai atžvilgiu porinio palyginimo matricos darnos ... 73
3.2.4. MADM metodų jautrumo analizė, rodiklių integruoto reikšmingumo atžvilgiu ... 80
3.3. Stochastinio dominavimo taisyklių taikymas ... 83
3.3.1. Stochastinio dominavimo taisyklių taikymas alternatyvų išrikiavimui, atžvilgiu rodiklių reikšmingumų ... 83
3.3.2. Stochastinio dominavimo taisyklių taikymas alternatyvų rangavimui, atžvilgiu rodiklių reikšmių ... 85
3.4. Trečiojo skyriaus išvados ... 88

4. SIŪLOMI METODAI DAUGIATIKSLIŲ SPRENDIMŲ PAKLAIDOMS VERTINTI ... 90
4.1. Daugiatikslio sprendimo priėmimo uždavinio formuluotė ... 90
4.2. Daugiatikslio sprendimo paklaidos skaičiavimo metodas ... 92
4.3. MADM metodų paklaidos skaičiavimo algoritmas ... 95
4.4. Sprendimo paklaidos skaičiavimo eksperimentinis tyrimas ... 96

4.5. Stochastinio dominavimo taisyklių taikymas 103
4.6. Ketvirtojo skyriaus išvados 105

BENDROSIOS IŠVADOS 106

LITERATŪRA IR ŠALTINIAI 108

AUTORIAUS PUBLIKACIJŲ DISERTACIJOS TEMA SĄRAŠAS 118

PRIEDAI 120
A priedas. Sąvokų žodynėlis 120
B priedas. Programinio paketo prototipo langai 123
C priedas. Eksperimentinių skaičiavimų duomenų lentelės 128

Contents

INTRODUCTION 1
The problem of research 1
Topicality of the work 1
The object of research 2
Aim of the work 2
Tasks of the work 2
Methodology of research 3
Scientific novelty 3
Practical value 3
Defended propositions 3
Approval of the work results 4
The scope of the scientific work 4

1. THE ANALYTICAL STUDY OF THE MULTIPLE ATTRIBUTE DECISION-MAKING METHODS 5
1.1. The classification of the multiple attribute decision-making methods 5
1.2. The family of the multiple attribute decision-making methods 8
1.2.1. Determining of the subjective significance values of the attributes 10
1.2.2. Determining of the objective significances values of the attributes 15
1.2.3. Determining of the integrated significances values of the attributes 18
1.2.4. Method TOPSIS 19

1.2.5. Method SAW 21
1.2.6. Method COPRAS 22
1.3. The application of the multiple attribute decision-making methods in the decision support systems 23
1.4. The survey of the reliability of decision 26
1.5. The uncertainty analysis in the decision-making 27
1.6. The survey of the analysis of the multiple attribute decisio-making methods 29
1.7 Formulating the multiple attribute decision-making problem 32
1.8. Conclusions of the first chapter and formulation the tasks of the dissertation 33

2. THE METHODS FOR THE SENSITIVITY AND STATISTICAL ANALYSIS 35
2.1 The sensitivity analysis and the applications 35
2.1.1. The sensitivity analysis of the mathematical model 37
2.1.2. The sensitivity analysis of the multiple attribute decision 38
2.2. The methods for the analysis of the multiple attribute decision-making methods 40
2.2.1. The method Monte Carlo 40
2.2.2. The sensitivity analysis based on the samples 42
2.2.3. The rules of the stochastic dominance 43
2.2.4. The method of statistical analysis 45
2.3. Conclusions of the second chapter 49

3. THE PROPOSED METHODS FOR THE SENSITIVITY AND RELIABILITY ASSESSMENT 51
3.1. The study of sensitivity of the multiple attribute decision making methods depend-ing on the attribute significances 53
3.1.1. The study of the sensitivity of the multiple attribute decision-making methods depending on the subjective significances of the attributes 53
3.1.2. The study of the influence on the consistency the pairwise matrices to the significances of the attributes 58
3.1.3 The study of the sensitivity of the multiple attribute decisio-making methods dependong on the integrated significances of the attributes 66
3.2 The study of the sensitivity of the multiple attribute decision-making methods depending on the values of the attributes 70
3.2.1. The sensitivity analysis based on the distribution of the attribute values. 75
3.2.2. The sensitivity analysis of the multiple attribute decision-making methods depending on the values of the attributes 82

3.2.3. The proposed model for the sensitivity analysis of decision methods, depending on the values of the attributes 85
3.3.1. The rules of stochastic dominance for ranking of the alternatives, dependin on the significances of the attributes..... 85
3.3.2. The rules of the stochastic dominance for ranking of the alternatives, depending on the attribute values 88
3.3. Conclusions of the third chapter 91

4. THE PROPOSED METHODS FOR EVALUATING THE BIASES OF THE METHODS AND DECISIONS..... 93
4.1. The formulation of the multiple attribute decision-making problem..... 93
4.2. The approach to assessing the biases of multiple attribute decision..... 95
4.3. The experimental researches of the calculation the biases of the multiple attribute decision..... 99
4.4. Application of the rules of the stochastic dominance 106
4.5. Conclusions of the fourth chapter..... 108

GENERAL CONCLUSIONS 111

REFERENCES 113

AUTHOR‘S LIST OF PUBLISHED WORKS ON THE TOPIC OF THE DISSERTATION 121

ADDENDA..... 123
Addendum A. Vocabulary of the concepts..... 123
Addendum B. The windows of the prototype of the software package..... 126
Addendum C. Tables of the experimental calculations 131

Įvadas

Problemos formulavimas

Taikant daugiatikslius kiekybiniais matavimais pagrįstus sprendimo priėmimo metodus nagrinėjamų alternatyvų vertinimui, deterministiniai skaičiavimai atliekami nevertinant galimo efektyvumo rodiklių reikšmių ir reikšmingumų atsitiktinumo, sąlygoto asmens neracionalumo. Pastebėta, jog taikant kelis daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus, tų pačių alternatyvų vertinimui, alternatyvų išdėstymas prioritetine eilute ne visada sutampa. Tuomet neaišku, kuriuo metodu gauti rezultatai yra patikimesni, ir kuris metodas jautresnis galimoms pradinių duomenų paklaidoms skaičiuoti. Tokie ir panašūs klausimai sąlygoja daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizę ir sprendimų, gautų taikant šiuos metodus, patikimumo vertinimą, bei metodų minėtoms problemoms spręsti kūrimą.

Darbo aktualumas

Sprendimų priėmimas inžinerijoje, pramonėje, ekonomikoje, aplinkos apsaugoje, energetikoje, medicinoje ir kitose srityse dažnai yra susijęs su neapibrėžtimi, sąlygojama įvairių priežasčių, tiek objektyvių, tiek subjektyvių. Todėl racionalių

sprendimų prėmimui taikomų kiekybinių daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizė ir šių sprendimų patikimumo analizė yra aktualūs mokslo uždaviniai.

Tyrimų objektas

Darbo tyrimų objektas – daugiatikslių, kiekybiniais matavimais pagrįstų sprendimo priėmimo metodų jautrumas ir sprendimų, gautų taikant šiuos metodus, patikimumas.

Darbo tikslas

Šio darbo pagrindinis tikslas – praplėsti daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų galimybes, sukuriant metodus, leidžiančius įvertinti daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų stochastiką.

Darbo uždaviniai

Darbo tikslui pasiekti moksliniame darbe reikia išspręsti šiuos uždavinius:

1. Atlikti kiekybinių daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų analizę ir nustatyti pagrindines su šių metodų jautrumu susijusias problemas;
2. Išnagrinėti esamus jautrumo analizės metodus bei statistinių modeliavimo ir duomenų analizės metodų panaudojimo daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizėje galimybes;
3. Atlikti daugiatikslių, kiekybiniais matavimais pagrįstų, sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizę, priklausančią nuo rodiklių reikšmių ir rodiklių reikšmingumų. Pasiūlyti metodus daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumui ir gauto sprendimo patikimumui vertinti.
4. Išanalizuoti selektonovacijos metodų komplekso kiekvieno žingsnio jautrumą ir pasiūlyti algoritmą, leidžiantį patobulinti šį metodų rinkinį taip, kad būtų galima įvertinti sprendimo paklaidą.
5. Patikrinti pasiūlytų metodų įgyvendinamumo galimybes ir naudą. Sukurti metodus realizuojantį programinio paketo prototipą ir juo remiantis atlikti eksperimentinius skaičiavimus.

Tyrimų metodika

Metodų jautrumas ir gautų sprendimų patikimumas analizuojamas pasitelkiant statistinio modeliavimo ir duomenų analizės metodus. Darbe pasiūlytų metodų praktinei realizacijai naudojami eksperimentinės analizės metodai.

Darbo mokslinis naujumas

Rengiant disertaciją buvo gauti šie informatikos inžinerijos mokslui nauji rezultatai:

1. Nustatyta, kad artumo idealiajam taškui metodas yra jautresnis tiek rodiklių reikšmėms, tiek rodiklių reikšmingumams lyginant su SAW ir COPRAS metodais.
2. Nustatyta, kad daugiatiksliai metodai žymiai jautresni pradinių duomenų pasiskirstymui pagal tolygųjį dėsnį nei pagal normalųjį, kai rodiklių reikšmingumai vienodo dydžio. Kai rodiklių reikšmingumai skirtingi, metodai jautresni rodiklių reikšmių pasiskirstymui pagal normalųjį dėsnį nei pagal tolygųjį.
3. Pasiūlytas daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizės ir sprendimo patikimumo vertinimo metodas, sukurtas Monte Karlo metodo pagrindu.
4. Pasiūlytas daugiatikslio sprendimo, gauto taikant daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus, paklaidų skaičiavimo metodas.
5. Siūlomų metodų pagrindu buvo sukurti prototipai, atlikti ir aprašyti eksperimentai. Eksperimentai patvirtino pasiūlytų metodų naudą.

Darbo rezultatų praktinė reikšmė

Tyrimo rezultatai parodė, kad disertacijoje pasiūlyti daugiatikslių, kiekybiniais matavimais pagrįstų sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizės ir gautų sprendimų patikimumo vertinimo metodai gali būti naudojami projektuojant sprendimo paramos sistemas, vertinant daugiatikslių sprendimų patikimumą bei daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumą.

Ginamieji teiginiai

1. Sukurtas naujas jautrumo analizės metodas padeda parinkti daugiatikslį sprendimo priėmimo metodą atsižvelgiant į jo jautrumą ir įvertinti

sprendimo, gauto taikant daugiatikslį sprendimo priėmimo metodą, patikimumą.

2. Sukurtas naujas sprendimo paklaidos vertinimo metodas padeda įvertinti sprendimą, gautą taikant daugiatikslius, kiekybiniais matavimais pagrįstus sprendimo priėmimo metodus, ir paklaidą.

Darbo rezultatų aprobavimas

Disertacijos tema išspausdinta 12 mokslinių straipsnių: penki – referuojamuose, periodiniuose žurnaluose (Simanavičienė, R. 2006; Simanavičienė, R.; Ustinovičius, L. 2011a, Simanavičienė, R.; Ustinovičius, L. 2011b, Simanaviciene, R.; Ustinovichius, L. 2012; Liaudanskiene, R.; Simanaviciene. R.; Ustinovichius, L. 2012), šeši – recenzuojamoje tarptautinių konferencijų medžiagoje (Simanaviciene, R. Ustinovichius, L. 2007, 2008, 2009a, 2009b, 2010a, 2010b), bei vienas – respublikinės konferencijos medžiagoje (Simanavičienė, R. Ustinovičius, L. 2008).

Disertacijoje atliktų tyrimų rezultatai buvo paskelbti 8 mokslinėse konferencijose Lietuvoje ir užsienyje:

- Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijoje „*Mokslas – Lietuva ateitis*“ 2008, 2009 m. Vilniuje;
- Respublikinėje konferencijoje „*Lietuvos matematikų draugijos 49 –toji konferencija*“ 2008 m. Kaune;
- Tarptautinėje konferencijoje „*International Conference on Information and Software Technologies*“ 2009, 2010 m. Kaune;
- Tarptautinėje konferencijoje „*International Conference on Cooperative Decision, Visalization and Engineering*“ 2009 m. Liuksemburge, 2010 m. Maljorkoje, Ispanija;
- Tarptautinėje konferencijoje „*Kompiuterininkų dienos 2011*“, 2011 m. Klaipėdoje.

Disertacijos struktūra

Disertaciją sudaro įvadas, keturi skyriai, rezultatų apibendrinimas ir trys priedai.

Darbo apimtis yra 122 puslapiai, neskaitant priedų, tekste panaudotos 86 numeruotos formulės, 34 paveikslai ir 33 lentelės. Rašant disertaciją buvo panaudota 137 literatūros šaltiniai.

1

Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų analitinis tyrimas

Skyriuje analizuojami daugiatiksliai, kiekybiniais matavimais pagrįsti sprendimo priėmimo metodai TOPSIS – (angl. *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) – artumo idealiajam taškui metodas (Hwang, Yoon 1981), SAW – (angl. *Simple Additive Weighting*) – paprastasis adityvus svorių metodas (MacCrimmon 1968) ir COPRAS – (angl. *COmplex PRoportional ASsessment*) kompleksinio proporcingumo vertinimo metodas (Zavadskas, Kaklauskas 1996); bei daugiatikslių sprendimų priėmimo metodų kompleksas (MCDM-1) (Ustinovichius et al. 2007). Pateikiama literatūros apie daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų taikymą sprendimo paramos sistemose analizė. Nagrinėjamos sprendimo priėmimo metodų problemos, nulemtos pradinių duomenų neapibrėžtumo, ir sprendimo patikimumas, sietinas su sprendimą priimančio asmens neracionalumo lemiamomis klaidomis.

Šio skyriaus tematika paskelbti trys autorės straipsniai (Simanavičienė, Ustinovičius 2011b; Simanaviciene, Ustinovichius 2009b; Simanavičienė, Ustinovičius 2008).

1.1. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų klasifikacija

Daugiakriteriniai sprendimų priėmimo metodai (ang. *Multi(ple) Criteria Decision Making*, t.y. *MCDM*) naudojami optimalaus sprendimo suradimui skirstomi į dvi grupes: daugiaobjekčius ir daugiatikslius metodus (Hwang, Yoon 1981). Daugiakriteriniai sprendimo priėmimo metodai, naudojantys vektorinę optimizaciją, pagrįstą sprendimo proceso modeliu, vadinami daugiakriteriniais optimizavimo metodais arba daugiaobjekčiais (angl. *Multi(ple) Objective Decision Making*, t.y. *MODM*) metodais. Šie metodai taikomi sprendžiant problemą, apimančią daugelį tikslo funkcijų, kurios optimizuojamos vienu metu (Hwang, Yoon 1981). Išsamiai daugiakriterinio optimizavimo metodai nagrinėjami daugelio mokslininkų (Andersson 2000; Ehrgott 2005; Figueira et al. 2005; Petkus et al. 2009; Zeleny 1982, Zeleny 1998).

Daugiatiksliai (angl. *Multi(ple)Atribute Decision Making, t.y. MADM*) metodai taikomi, kai reikia išrinkti racionalią alternatyvą iš konkretaus žinomų alternatyvų sąrašo (Hwang, Yoon 1981; Turskis 2008; Zavadskas et al. 2006). MADM nagrinėja problemas, kurių sprendinių aibė yra diskreti (angl. *discrete*), t.y. ją sudaro aibė galimų alternatyvų $A = (A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, A_m)$. Alternatyvos – tai galimi skirtingi ir tikslingi sprendimai, apibūdinami tam tikrais rodikliais $(X_1, X_2, \ldots, X_j, \ldots, X_n)$. Rodikliai atspindi tam tikrus alternatyvų nagrinėjimo aspektus, ir kiekvienas iš jų apibūdina vieną alternatyvos savybę.

Kadangi skirtingi rodikliai atspindi skirtingus požiūrius į alternatyvas, jie gali būti prieštaraujantys vieni kitiems (pvz., kainos rodiklis gali prieštarauti naudos rodikliui ir pan.). Taip pat svarbu pažymėti, kad rodikliai gali būti matuojami skirtingais mato vienetais (pvz.: kaina – pinigais, kiekis – vnt., m^2, m^3 ir pan.). Todėl rodiklius būtina normalizuoti, kad jie taptų bedimensiais dydžiais. Pasak kai kurių autorių (Ustinovičius, Zavadskas 2004, Завадскас 1987, 1991; Ginevičius, Podvezko 2007; Zeleny 1982), norint palyginti alternatyvas, būtina įtaką darančius veiksnius išreikšti tarpusavyje lyginamais dydžiais, kad juos būtų galima lygiavertiškai naudoti alternatyvų vertinime. Rodiklių svarbai, reikšmingumui nusakyti nustatomi santykiniai rodiklių reikšmingumai, kurie parodo, kiek vienas rodiklis yra svaresnis už kitą.

Pasaulyje sukurta nemažai daugiatikslių sprendimo metodų, bet kol kas nėra nustatyta, kuris labiausiai tinka spręsti vienokio ar kitokio tipo uždaviniams (Antucheviciene, et al. 2011; Zavadskas et al. 2006; Podvezko 2011).

Pagal pradinių duomenų, naudojamų alternatyvų rangavimui, tipą daugiatiksliai sprendimo priėmimo (MADM) metodai klasifikuojami į deterministinius, stochastinius ir neapibrėžtų (angl. *fuzzy*) aibių teorijos metodus. Daugiau informacijos šiuo klausimu galima rasti Hwang ir Yoon (1981) bei Triantaphyllou

(2000) darbuose. Kitas būdas klasifikuoti MADM metodus yra pagal tai, kiek sprendimo priėmėjų (angl. *decision makers*) dalyvauja sprendimo priėmime. Atsižvelgiant į sprendimo priėmėjų kiekį, gali būti vieno asmens sprendimas arba grupės sprendimas.

Mokslininkai Chen ir Hwang (1992) deterministinius vieno asmens MADM metodus dar skirsto į kategorijas pagal informacijos tipą ir jos prieinamumą. Remiantis daugelio mokslininkų (Triantaphyllou 2000; Hwang, Yoon 1981; Ustinovičius, Zavadskas 2004; Zavadskas, Turskis 2011; Vincke 1992) aprašytomis daugiakriterinių sprendimo priėmimo metodų klasifikacijomis, autoriaus siūloma MADM metodų sudaroma daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų klasifikacija, paremta informacija apie rodiklius. Naudojama klasifikacija pateikta lentelėje (1.1 lentelė).

1.1 lentelė. Daugiatikslių metodų klasifikacija
Table 1.1. A taxonomy of method for the multiple atribute decision making

Metodų klasė	***Informacija, gauta iš sprendimą priimančio asmens, apie rodiklius***	***Metodai ir jų klasės***
Metodai pagrįsti daugiakriterine naudingumo teorija	Kiekybiniai matavimai	SAW, TOPSIS, TOPSIS-G, COPRAS, COPRAS-G, ARAS, MOORA, VIKOR, MultiMOORA
Analitinės hierarchijos ir neapibrėžtų aibių metodai	Kokybiniams matavimams suteikiamas kiekybinis pavidalas	Analitinis hierarchijos procesas (AHP) Metodai naudojantys neapibrėžtas aibes (Fuzzy) (Fuzzy TOPSIS), (Fuzzy AHP)
Verbalinės analizės sprendimų metodai	Kokybiniai matavimai, nepereinama prie kiekybinių kintamųjų	Verbaliniai metodai: ZAPROS, PARK, ORKLASS, CLARA, DIFLASS, CIKL
Lyginamosios preferencijos metodai	Kiekybiniai ir kokybiniai matavimai	ELECTRE metodai, PROMETHEE metodai, MELCHIOR metodas, UTA metodas, MAUT metodas, TACTIC metodas ir kt..

Daugiakriterinės analizės sritis iki galo neišnagrinėta, o naudojami metodai nėra tobuli. Triantaphyllou (2000) palygino skirtingus daugiakriterinės analizės metodus ir priėjo išvados, kad neįmanoma nustatyti geriausio metodo. Konkrečioms problemos spręsti metodai gali būti tinkami arba ne (Triantaphyllou 2000). Belton ir Stewart (2002) bei Zavadskas (Zavadskas et al. 1998, 2006,

2010b) ir kiti mokslininkai teigia, kad daugiatiksliais metodais nepasiekiama galutinio sprendimo. Galutinį sprendimą priima žmogus ar keletas žmonių. Daugiatiksliai metodai padeda susisteminti ir apdoroti matematiškai pateiktą informaciją – sudaryti alternatyvų prioritetų eilutę (alternatyvas ranguoti), parodančią, vienos alternatyvos pranašumą už kitą.

Asmuo priimantis sprendimus, analizuoja galimas alternatyvas, remdamasis jas apibūdinančiais rodikliais, kurie gali tarpusavyje skirtis tiek savo struktūra, tiek patikimumo lygiu. Atsižvelgiant į turimus pradinius duomenis, daugiatikslių sprendimo priėmimo problemų sprendimui parenkamas atitinkamas daugiatikslis sprendimo priėmimo metodas ar metodų kompleksas. Nors visi daugiatiksliai sprendimo priėmimo metodai skirti nagrinėjamų alternatyvų rangavimui, tačiau kartais pasitaiko, jog taikant kelis daugiatikslius sprendimų priėmimo metodus tų pačių alternatyvų rangavimui, rangavimo rezultatai nesutampa.

Šiame darbe pagrindinis dėmesys yra skiriamas populiariems daugiatiksliams, kiekybiniai matavimais pagrįstiems sprendimo priėmimo metodams:

- TOPSIS – (*Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution)* artumo idealiam taškui metodui (Hwang, Yoon 1981);
- SAW – (*Simple Additive Weighting)* paprastajam adityviam svorių metodui (MacCrimmon 1968);
- COPRAS – (*COmplex PRoportional ASsessment)* kompleksinio proporcingumo metodui (Zavadskas, Kaklauskas 1996).

Analizuojant nagrinėjamų metodų jautrumą pradiniams duomenims, formuluojamos ir tikrinamos hipotezės apie metodų jautrumą ir sprendimų, gautų taikant šiuos metodus patikimumą.

1.2. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų kompleksas

Daugiatiksliai sprendimo priėmimo metodai taikomi daugelyje sričių, tiek inžinerinių, tiek medicininių, tiek investicinių uždavinių sprendimui. Šie uždaviniai turi keletą bendrų bruožų (Hwang, Yoon 1981; Zavadskas, Kaklauskas 1996): alternatyvos vertinamos pagal keletą rodiklių, vertinimo kriterijai gali būti prieštaraujantys vieni kitiems, vertinimo rodikliai gali turėti skirtingus matavimo vienetus. Daugiatikslio vertinimo tikslas – visų, nagrinėjamo reiškinio alternatyvų, surangavimas (Ginevičius, Podvezko 2008).

Sprendimų priėmimo procesą sudaro trys etapai:

1) alternatyvų sąrašo sudarymas;
2) rodiklių, pagal kuriuos vertinamos alternatyvos, apibrėžimas;
3) alternatyvų surangavimas (Zavadskas et al. 1998; Mitkus 1996).

Pirmu darbo etapu sudaroma alternatyvų, kurios bus naudojamos uždaviniams spręsti, aibė. Šios alternatyvos trumpai vadinamos sprendimo variantais.

Antru darbo etapu sudaroma rodiklių, pagal kuriuos bus vertinamos alternatyvos, aibė, nustatomos tų rodiklių reikšmės kiekvienai alternatyvai.

Trečiu darbo etapu analizuojami sprendimo variantai. Geriausio varianto išrinkimas pagrįstas diferencijuotu variantų vertinimu naudojant antrame etape gautus duomenis (Ustinovičius, Zavadskas 2004).

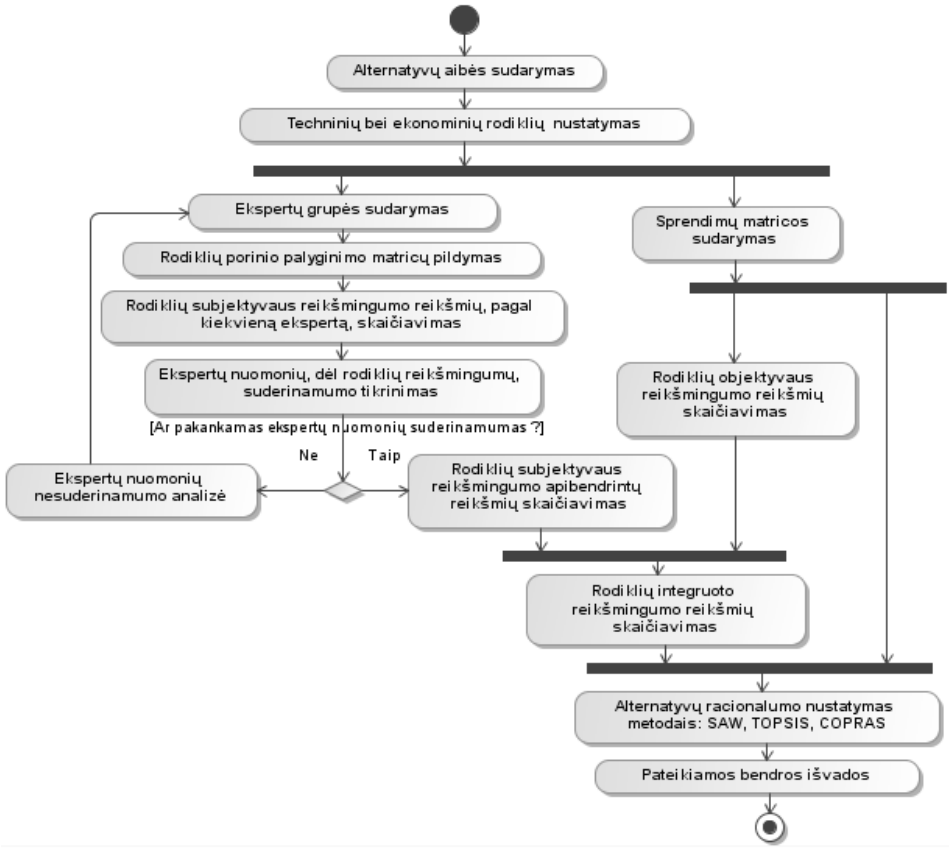
Tobulėjant valdymo metodams ir skaičiavimo technikai, daugiatiksliai sprendimo priėmimo metodai tampa vis svarbesni priimant sprendimus įvairiose veiklos srityse (Roy 1990; Dyer *et al*. 1992; Urli, Nadeau 1999; Zavadskas et al. 2009b; Ginevičius, Podvezko 2009). Vienkriteriniais vertinimo metodais neįmanoma išspręsti problemų sudėtingose technologijų ar marketingo sistemose. 2007 metais (Ustinovichius et al. 2007) pasiūlytas daugiatikslių metodų kompleksas (MCDM-1), leidžiantis sudaryti efektyvią sudėtingų problemų sprendimo metodiką, apimančią daugelį efektyvumo rodiklių. Minėtas metodų kompleksas bus naudojamas visame darbe, atliekant metodų TOPSIS, SAW bei COPRAS jautrumo analizę, bei pačio metodų komplekso jautrumą analizę. MCDM-1 sudaro šie etapai:

1. Sudaroma nagrinėjamo reiškinio alternatyvų aibė;
2. Apibrėžiami techniniai bei ekonominiai efektyvumo rodikliai, kuriais remiantis bus vertinamos alternatyvos.
3. Sudaroma sprendimų matrica.
4. Sudaroma ekspertų grupė, kuri pildo efektyvumo rodiklių porinio palyginimo matricas.
5. Pagal kiekvieno eksperto užpildytas rodiklių porinio palyginimo matricas, apskaičiuojamos efektyvumo rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės ir pagal gautas reikšmes nustatomi rodiklių rangai.
6. Patikrinamas ekspertų nuomonių, dėl rodiklių reikšmingumų, suderinamumas, skaičiuojant konkordancijos koeficientą. Jei ekspertų nuomonių suderinamumas pakankamas, galima pasikliauti nustatytomis efektyvumo rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmėmis. Jeigu ne – atliekama ekspertų nuomonių nesuderinamumo analizė.
7. Naudojant sprendimų matricą apskaičiuojamos efektyvumo rodiklių objektyvaus reikšmingumo reikšmės.
8. Naudojant rodiklių subjektyvaus ir objektyvaus reikšmingumo reikšmes – skaičiuojamos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės ir tolimesniems skaičiavimams naudojamos būtent jos.
9. Naudojant sprendimų matricą ir atitinkamas efektyvumo rodiklių reikšmingumo reikšmes alternatyvų vertinimui taikomi trys daugiatiksliai sprendimo priėmimo metodai: artumo idealiajam taškui metodas (TOPSIS), paprastasis adityvus svorių metodas (SAW) bei kompleksinio pro-

porcingumo vertinimo metodas (COPRAS) (Ustinovičius, Zavadskas 2004; Ustinovichius et al. 2007).

10. Atlikus daugiatikslę analizę, daromos bendrosios išvados.

Minėtų metodo komplekso pagrindu sudaroma daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų veiklos diagrama (1.1. pav.).



1.1 pav. Daugiatikslių metodų veiklos diagrama
(pagal Ustinovičius, Zavadskas 2004, p. 48)
Fig. 1.1. An activity diagram of multilpe attribute decision making methods
(by Ustinovičius, Zavadskas 2004, p. 48)

Atliekant daugiatikslių metodų komplekso jautrumo analizę, pagrindinis dėmesys skiriamas šiems etapams:

1. techninių bei ekonominių rodiklių nustatymui – bus nagrinėjama efektyvumo rodiklių reikšmių galimų paklaidų įtaka alternatyvų rangavimui;

2. efektyvumo rodiklių subjektyvus reikšmingumo nustatymui – bus nagrinėja alternatyvų rangavimo priklausomybė nuo rodiklių reikšmingumo reikšmių pokyčių, kuriems įtaką turi ekspertų nuomonės;
3. ekspertų nuomonių nesuderinamumo analizei – bus naginėjama ekspertų nesuderinamumo ir porinio palyginimo matricų darnos tarpusavio priklausomybė.

1.2.1. Efektyvumo rodiklių subjektyvaus reikšmingumo nustatymas

Daugiatikslių problemų sprendimui taikant MADM metodus, visų pirma nustatomi rodiklių reikšmingumai, kurie rodo tam tikro rodiklio svarbą nagrinėjamai problemai. Rodiklių reikšmingumas, pagal nustatymo būdą, gali būti skirstomas į objektyvų ir subjektyvų. Tiek subjektyvaus, tiek objektyvaus rodiklių reikšmingumų nustatymo būdai turi privalumų ir trūkumų. Rodiklių subjektyvus reikšmingumas, atspindi jį nustačiusio asmens subjektyvų požiūrį į rodiklių svarbą. Rodiklių objektyvaus reikšmingumo reikšmės nustatomos naudojant objektyvią informaciją apie rodiklius. Rodiklių objektyvus reikšmingumas pagrįstas rodiklių reikšmėmis. Tokio reikšmingumo reikšmės visiškai neįtakojamos asmens nuomonės apie rodiklio svarbą (Ustinovičius, Zavadskas 2004).

Pirmiausiai pateikiamas vienas iš galimų, rodiklių subjektyvaus reikšmingumo nustatymo būdų, kuris numatytas daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų komplekse (1.1 pav.). Šis metodas pagrįstas ekspertiniu porinio palyginimo metodu, kurį pateikė T. Saaty (Saaty 1980).

Ekspertinis porinio lyginimo metodas patogus tuo, kad asmuo gali lyginti rodiklius tarpusavyje po du. Porinio lyginimo metodu, remiantis ekspertų (specialistų) nuomonėmis, nustatomi efektyvumo rodiklių reikšmingumai. Efektyvumo rodiklių reikšmingumų reikšmėms nustatyti reikia informacijos, gaunamos poromis lyginant rodiklius ir įvertinant jų „tarpusavio svarbos intensyvumą“. Prioritetiškumui nustatyti naudojama reikšmingumų skalė, pasiūlyta T. Saaty (Saaty 1977; Ustinovičius, Jakučionis 2000) (žr.1.2 lentelę).

1.2lentelė. T. Saaty svarbumo skalė ir jos aprašas (Saaty 1977)
Table 1.2. A scale of importance and its description (Saaty 1977)

Svarbumo lygis	Apibrėžimas
1	Rodikliai vienodai svarbūs
3	Vienas rodiklis truputį svarbesnis už kitą
5	Vienas rodiklis svarbesnis už kitą
7	Vienas rodiklis daug svarbesnis už kitą
9	Vienas rodiklis nepalyginti svarbesnis už kitą
2, 4, 6, 8	Tarpinės reikšmės

Ekspertinės efektyvumo rodiklių porinio palyginimo anketos (lentelės) pildomos šiuo principu: eilutėje esantis rodiklis lyginamas su stulpelyje esančiais rodikliais. Jeigu eilutėje esantis rodiklis yra svarbesnis nei stulpelyje esantis rodiklis, rašomas svarbumo lygį nurodantis sveikasis skaičius. Jeigu eilutėje esantis rodiklis yra mažiau svarbus nei stulpelyje esantis rodiklis – anketos langelyje rašomas atvirkštinis skaičius. 1.3 lentelėje pateiktas užpildytos ekspertinės porinio palyginimo anketos pavyzdys, kuriame matyti, kad pirmasis ir antrasis rodikliai yra vienodai svarbūs, trečiasis rodiklis yra nepalyginti svarbesnis už pirmąjį, o antrasis rodiklis yra svarbesnis už trečiąjį.

1.3 lentelė. Anketos užpildymo pavyzdys
Table 1.3. An example for filing a questionnaire

	1 rodiklis	2 rodiklis	3 rodiklis
1 rodiklis	1	1	1/9
2 rodiklis	1	1	5
3 rodiklis	9	1/5	1

Turint ekspertų užpildytas rodiklių porinio palyginimo anketas, sudaromos matricos (1.2), kurios naudojamos efektyvumo rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmių apskaičiavimui. Efektyvumo rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmių apskaičiavimas atliekamas šiais etapais:

1. Tarkime, turime nagrinėjamo reiškinio m alternatyvų, aprašomų n rodikliais. Rodiklių X_i ir X_j porinis lyginimas žymimas b_{ij} $i, j = 1, ..., n$. Simbolis b_{ij} reiškia *i-tojo* ir *j-ojo* rodiklių rangų santykį, kurį pateikia ekspertas.

$$b_{ij} = \frac{\bar{q}_i}{\bar{q}_j}. \tag{1.1}$$

Tarkime, kad poromis buvo lyginti visi rodikliai ir nustatytos skaitinės tarpusavio prioritetiškumo reikšmės (rangų santykiai). Vertinimo rezultatai surašomi į matricą B:

$$\mathrm{B} = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_1} & \frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_2} & \dots & \frac{\bar{q}_1}{\bar{q}_n} \\ \frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_1} & \frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_2} & \dots & \frac{\bar{q}_2}{\bar{q}_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\bar{q}_n}{\bar{q}_1} & \frac{\bar{q}_n}{\bar{q}_2} & \dots & \frac{\bar{q}_n}{\bar{q}_n} \end{bmatrix}. \tag{1.2}$$

Galima pastebėti, jog:

$$b_{ij} = \frac{\overline{q}_i}{\overline{q}_j}, \quad b_{ji} = \frac{\overline{q}_j}{\overline{q}_i}, \quad b_{ij} = \frac{1}{b_{ji}}, \tag{1.3}$$

kai $i \neq j$, o $i = j, b_{ii} = 1$. Todėl pakanka palyginti ne visas rodiklių poras, o tik nepasikartojančias, kurių viso yra $\frac{n(n-1)}{2}$.

2. Skaitinės rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės $\overline{q}_j$, $\left(j = \overline{1,n}\right)$ nustatomos mažiausių kvadratų metodu (Chu et al. 1979; Hwang, Yoon 1981; Ustinovičius, Zavadskas 2004). Šio metodo privalumas tas, jog vienu metu apima visą tiesinių lygčių sistemos sprendinių aibę.
Tarkim, kad elementai b_{ij} yra matricos B (1.2) elementai ir teisingos (1.3) lygybės. Tuomet rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės gaunamos sprendžiant optimizavimo uždavinį (Hwang, Yoon 1981; Ustinovičius, Zavadskas 2004):

$$min\, z = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(b_{ij}\overline{q}_j - \overline{q}_i\right)^2 \tag{1.4}$$

$$\sum_{i=1}^{n}\overline{q}_i = 1, \quad \left(\overline{q}_i > 0, i = \overline{1,n}\right), \tag{1.5}$$

Uždavinys sprendžiamas sudarant Lagranžo funkciją:

$$L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n}\left(b_{ij}\overline{q}_j - \overline{q}_i\right)^2 + 2\lambda\left(\sum_{i=1}^{n}\overline{q}_i - 1\right) \tag{1.6}$$

čia λ – Lagranžo daugiklis.
Diferencijuojant (1.6) funkciją atžvilgiu $\overline{q}_l, (l = 1,2,...,n)$, gaunamos lygtys:

$$\sum_{i=1}^{n}\left(b_{il}\overline{q}_l - \overline{q}_i\right)\cdot b_{il} - \sum_{j=1}^{n}\left(b_{lj}\overline{q}_j - \overline{q}_i\right) + \lambda = 0, \quad (l = 1,2,...,n) \tag{1.7}$$

Naudojant (1.5) ir (1.7) lygtis sudaroma tiesinių nehomogeninių lygčių sistema, turinti (n + 1) lygtį ir (n + 1) nežinomąjį.
Bendrai ši lygčių sistema užrašoma matricine forma:

$$C \cdot Q = m, \tag{1.8}$$

čia $Q = \left(\overline{q}_1, \overline{q}_2, ..., \overline{q}_n, \lambda\right)^T$ – rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmių, su λ – Lagranžo daugikliu, vektorius stulpelis; $m = \left(0, 0, ..., 0, 1\right)^T$ – atitinkamas laisvųjų narių stulpelis. Matricą $C_{[(n+1)\times(n+1)]}$ sudaro elementai l_{ij}, apskaičiuojami pagal formules (Hwang, Yoon 1981; Ustinovičius, Zavadskas 2004):

$$l_{ii} = \left(n-2\right) + \sum_{j=1}^{n} b_{ji}^2, \left(i, j = \overline{1,n}\right), \tag{1.9}$$

$$l_{ij} = -\left(b_{ij} + b_{ji}\right), \left(i, j = \overline{1,n}, i \neq j\right), \tag{1.10}$$

$$l_{k,n+1} = l_{n+1,k} = 1, \left(k = \overline{1,n}\right), \tag{1.11}$$

$$l_{n+1,n+1} = 0\,. \tag{1.12}$$

3. Rodiklių reikšmingumai, gauti ekspertiniu porinio palyginimo metodu gali būti laikomi pakankamai patikimais, jeigu ekspertų nuomonių dėl rodiklių rangavimo suderinamumas yra pakankamas. Ekspertų nuomonių suderinamumui nustatyti skaičiuojamas konkordancijos koeficientas *W*, kurį apibrėžė M. Kendall (1970). Šio koeficiento taikymas skaičiavimuose susijusiuose su ekspertų nuomonių suderinamumu, aprašytas daugelio mokslininkų darbuose (Завадскас 1987; Евланов 1984; Ustinovičius, Jakučionis 2000; Podvezko 2005; Ginevičius, Podvezko 2004; Бешелев, Гурвич 1974). Konkordancijos koeficiento reikšmė apskaičiuojama pagal formulę:

$$W = \frac{12S}{r^2\left(n^3 - n\right)}, \tag{1.13}$$

čia *S* – efektyvumo rodiklių rangų sumų nuokrypių, nuo bendro vidurkio, kvadratų suma:

$$S = \sum_{i=1}^{n}\left(\sum_{j=1}^{r} c_{ij} - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{r} c_{ij}\right)^2 \tag{1.14}$$

čia *r* – ekspertų skaičius, *n* – rodiklių skaičius, c_{ij} – *i –ojo* rodiklio rango reikšmė, kurią suteikė *j –asis* ekspertas (Podvezko 2005).

Tuo atveju, kai ekspertų vertinimai mažai skirasi – konkordancijos koeficientas artimas 1, kai vertinimai žymiai skiriasi – konkordancijos koeficientas artimas 0.

Tuo atveju, kai $n > 7$, konkordancijos koeficiento reikšmingumas gali būti nustatytas, naudojant χ^2 kriterijų, nes atsitiktinis dydis:

$$\chi^2 = Wr(n-1) = \frac{12S}{rn(n+1)} \tag{1.15}$$

pasiskirstęs pagal χ^2 skirstinį su $v = n-1$ laisvės laipsniu. Iš χ^2 skirstinio lentelės, pagal pasirinktą reikšmingumo lygmenį α (α = 0,05 arba α = 0,01) su $v = n-1$ laisvės laipsniu radama kritinė χ^2_{krit} reikšmė.

Jeigu pagal (1.15) formulę gauta χ^2 reikšmė didesnė už χ^2_{krit} reikšmę, priklausančią nuo laisvumo laipsnio v ir reikšmingumo lygmens α, teigiama, kad ekspertų nuomonių suderinamumas yra pakankamas. Priešingu atveju, kai $\chi^2 < \chi^2_{krit}$ teigiama, kad ekspertų nuomonių suderinamumas nėra pakankamas.

Tuo atveju, kai $3 \le n \le 7$, galima taikyti konkordancijos koeficiento tikimybines arba kritinių reikšmių S lenteles (Kendall 1970; Бешелев, Гурвич 1974; Podvezko 2005).

4. Tuo atveju, kai ekspertų nuomonių, dėl rodiklių reikšmingumų, suderinamumas yra pakankamas, rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės skaičiuojamos pagal formulę:

$$\overline{q}_i = \frac{1}{r}\sum_{j=1}^{r}\overline{q}_{ij}, \quad \left(i = \overline{1,n}\right). \tag{1.16}$$

5. Tuo atveju, kai ekspertų nuomonių, dėl rodiklių reikšmingumų, suderinamumas – nėra pakankamas, atliekama ekspertų nuomonių nesuderinamumo analizė.

1.2.2. Rodiklių objektyvaus reikšmingumo nustatymas

Objektyvaus rodiklių reikšmingumo nustatymui taikomas entropijos metodas (Ustinovičius, Zavadskas 2004). Tarkim, kad $A = (A_1, A_2, ..., A_m)$ – diskretus variantų rinkinys (alternatyvų vektorius), $X = (X_1, X_2, ...,X_n)$ – rodiklių rinkinys (vektorius), x_{ij} – alternatyvos A_i rodiklio X_j reikšmė $(i=1, 2, ..., m.; j =1, 2, ..., n)$. Efektyvumo rodiklių objektyvaus reikšmingumo reikšmėms nustatyti naudojama sprendimų matrica. Sprendimų matricos stulpeliai nurodo rodiklius, eilutės – alternatyvas. Entropijos metodą galima taikyti tik tuo atveju, kai visus sprendimų matricos rodiklius reikia maksimizuoti. Tuo atveju, kai sprendimų matricoje yra rodiklių, kuriuos reikia minimizuoti, jie pertvarkomi taikant formulę:

$$\bar{x}_{ij} = \frac{1}{x_{ij}}, \tag{1.17}$$

o rodiklių, kuriuos reikia maksimizuoti, reikšmės paliekamos nepakeistos: $\bar{x}_{ij} = x_{ij}$, *kai* $i = \overline{1,m}$; $j = \overline{1,n}$ .Taip sudaroma pertvarkyta sprendimų matrica:

$$\bar{X} = \left[\bar{x}_{ij}\right], \left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}\right). \tag{1.18}$$

Atsižvelgiant į tai, jog efektyvumo rodikliai gali būti matuojami skirtingais matavimo vienetais, sprendimo matrica yra normalizuojama, tam kad visi jos elementai taptų bedimensiais dydžiais. Pertvarkytos sprendimų matricos $\bar{X} = \left[\bar{x}_{ij}\right]$ visi elementai normalizuojami pagal formulę:

$$p_{ij} = \frac{\bar{x}_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} \bar{x}_{ij}}, \quad \left(i = \overline{1,m}; \qquad j = \overline{1,n}\right). \tag{1.19}$$

Taip gauname normalizuotą matricą $\bar{P} = \left[p_{ij}\right]$:

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & \cdots & p_{1n} \\ p_{21} & p_{22} & \cdots & p_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ p_{m1} & p_{m2} & \cdots & p_{mn} \end{bmatrix}. \tag{1.20}$$

Nustatomas kiekvieno efektyvumo rodiklio entropijos lygis E_j:

$$E_j = -k \cdot \sum_{i=1}^{m} p_{ij}\, ln\, p_{ij}, \quad (i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}), \tag{1.21}$$

čia $k = \dfrac{1}{ln\, m}$.

Entropijos reikšmė kinta intervale [0,1], todėl $0 \le E_j \le 1, \quad i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}.$

j –ojo rodiklio kitimo lygis daugelyje technologinių uždavinių nustatomas skaičiuojant rodiklius:

$$d_j = 1 - E_j, \ \left(j = \overline{1,n}\right) \tag{1.22}$$

Jeigu visi efektyvumo rodikliai vienodai svarbūs, kitaip sakant, nėra subjektyvių arba ekspertinių jų svarbos įvertinimų, tai rodiklių objektyvusis reikšmingumas nustatomas remiantis šiomis formulėmis:

$$q_j = \frac{d_j}{\sum_{j=1}^{n} d_j}, \qquad \left(j = \overline{1,n}\right). \tag{1.23}$$

Jeigu žinomi subjektyvūs reikšmingumai $(\overline{q}_1, \overline{q}_2, \ldots, \overline{q}_n)$, nustatyti ekspertų vertinimo principu, tuomet galima apskaičiuoti rodiklių kompleksinio objektyvaus reikšmingumo reikšmes pagal formulę:

$$q_j^0 = \frac{\overline{q_j} q_j}{\sum_{j=1}^{n} \overline{q_j} q_j}, \quad \left(j = \overline{1,n}\right), \tag{1.24}$$

čia $\overline{q}_j, \left(j = \overline{1,n}\right)$ – rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės; $q_j, \left(j = \overline{1,n}\right)$ – rodiklių objektyvaus reikšmingumo reikšmės ir $q_j^0, \left(j = \overline{1,n}\right)$ – rodiklių kompleksinio objektyvaus reikšmingumo reikšmės (Hwang, Yoon 1981; Ustinovičius, Zavadskas 2004).

1.2.3. Rodiklių integruoto reikšmingumo nustatymas

Rodiklių objektyvaus reikšmingumo reikšmės $q_j, \left(j = \overline{1,n}\right)$ nusako nagrinėjamo varianto rodiklių dominavimo lygį. Rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės $\overline{q}_j, \left(j = \overline{1,n}\right)$ parodo, kiek rodikliai svarbūs, nagrinėjant variantus, sprendimą priimančiam asmeniui, ar jų reikšmingumą nustatančiam ekspertui. Kai kuriais atvejais $\overline{q_j}$, q_j ir q_j^0 iš principo skiriasi, o dėl to mažėja nagrinėjamų alternatyvų vertinimų patikimumas. Tai yra todėl, kad mažareikšmiai rodikliai gali stipriai įtakoti varianto prioritetiškumo nustatymą, ir atvirkščiai. Autoriai Ustinovičius ir Zavadskas (2004) pateikia efektyvumo rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių skaičiavimo metodą, kurio pagrindas (1.25) formulė:

$$\overline{q_j} = \frac{q_j^* q_j}{\sum_{j=1}^{n} q_j^* q_j}, \qquad (j = \overline{1,n}), \tag{1.25}$$

čia rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės $\overline{q_j}$ gautos remiantis ekspertiniu porinio palyginimo metodu, ir rodiklių objektyvaus reikšmingumo reikšmės q_j, nustatytos taikant entropijos metodą.

Formulė (1.25) pertvarkoma į lygtį:

$$\overline{q_j}\sum_{j=1}^{n} q_j^* q_j - q_j^* q_j = 0, \quad (j=\overline{1,n}), \tag{1.26}$$

kurią galima užrašyti lygčių sistema:

$$\begin{cases} \overline{q_1}q_1^*q_1 + \overline{q_1}q_2^*q_2 + \overline{q_1}q_3^*q_3 + \ldots + \overline{q_1}q_n^*q_n - q_1^*q_1 = 0 \\ \overline{q_2}q_1^*q_1 + \overline{q_2}q_2^*q_2 + \overline{q_2}q_3^*q_3 + \ldots + \overline{q_2}q_n^*q_n - q_2^*q_2 = 0 \\ \overline{q_3}q_1^*q_1 + \overline{q_3}q_2^*q_2 + \overline{q_3}q_3^*q_3 + \ldots + \overline{q_3}q_n^*q_n - q_3^*q_3 = 0 \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ \overline{q_n}q_1^*q_1 + \overline{q_n}q_2^*q_2 + \overline{q_n}q_3^*q_3 + \ldots + \overline{q_n}q_n^*q_n - q_n^*q_n = 0 \end{cases}. \tag{1.27}$$

Sprendžiant šią tiesinę lygčių sistemą, gali atsitikti tai, jog sudaryta lygčių sistema neturės sprendinių, dėl šios priežasties į lygčių sistemą įtraukiamas paklaidos koeficientas *f*. Įvertinant, kad $\sum_{j=1}^{n} q_j^* = 1$, lygčių sistema papildoma dar viena lygtimi. Tad, norint apskaičiuoti rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmes q_j^*, reikia išspręsti šią tiesinių lygčių sistemą:

$$\begin{cases} q_1^*(\overline{q_1}q_1 - q_1) + q_2^*\overline{q_1}q_2 + q_3^*\overline{q_1}q_3 + \ldots + q_n^*\overline{q_1}q_n + f = 0 \\ q_1^*\overline{q_2}q_1 + q_2^*(\overline{q_2}q_2 - q_2) + q_3^*\overline{q_2}q_3 + \ldots + q_n^*\overline{q_2}q_n + f = 0 \\ q_1^*\overline{q_3}q_1 + q_2^*\overline{q_3}q_2 + q_3^*(\overline{q_3}q_3 - q_3) + \ldots + q_n^*\overline{q_3}q_n + f = 0 \\ \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \quad \ldots \\ q_1^*\overline{q_n}q_1 + q_2^*\overline{q_n}q_2 + q_3^*\overline{q_n}q_3 + \ldots + q_n^*(\overline{q_n}q_n - q_n) + f = 0 \\ q_1^* + q_2^* + q_3^* + \ldots + q_n^* = 1 \end{cases}. \tag{1.28}$$

Atliekant alternatyvų racionalumo vertinimą daugiatiksliais sprendimo priėmimo metodais, kuriuose skaičiavimams reikalingos rodiklių reikšmingumo reikšmės, atsižvelgiant į rekomendacijas (Ustinovičius, Zavadskas 2004), šiame darbe bus naudojamos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės $q_j^*, \left(j=\overline{1,n}\right)$ (Ustinovičius, Zavadskas 2004; Ustinovichius 2007).

1.2.4. Metodas TOPSIS

Yoon ir Hwang (Hwang, Yoon 1981) sukūrė variantų prioritetiškumo nustatymo metodiką, pagrįstą koncepcija, kad optimali alternatyva turi mažiausią atstumą nuo idealaus sprendimo ir didžiausią atstumą nuo „neigiamai idealaus“ sprendimo. Šis metodas vadinamas variantų racionalumo nustatymu artumo idealiajam taškui metodu (TOPSIS – *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*).

Tarkime, kad kiekvieno rodiklio reikšmės nuolat didėja arba nuolat mažėja. Tada galima nustatyti „idealų“ sprendimą, kuris yra sudarytas iš geriausių rodiklių reikšmių, ir „neigiamai idealų“ sprendimą, kuris yra sudarytas iš blogiausių rodiklių reikšmių (Hwang, Yoon 1981).

Norint taikyti artumo idealiam taškui metodą, būtina sudaryti sprendimų matricą *P,* kurioje eilutės žymi nagrinėjamas alternatyvas (*m* – alternatyvų skaičius), stulpeliai – efektyvumo rodiklius (*n* – efektyvumo rodiklių skaičius), pagal kuriuos vertinamos alternatyvos

$$P = \begin{bmatrix} x_{11} & x_{12} & \dots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \dots & x_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ x_{m1} & x_{m2} & \dots & x_{mn} \end{bmatrix}, \tag{1.29}$$

čia: x_{ij} – *i –osios* alternatyvos, *j –ojo* efektyvumo rodiklio reikšmė.

Taikant metodą TOPSIS, sprendimų matrica *P* normalizuojama atliekant vektorinę normalizaciją:

$$\bar{x}_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sqrt{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}^2}}. \tag{1.30}$$

Gauta normalizuotoji matrica $\bar{P}$, kurios visos efektyvumo reikšmės – bedimensiai dydžiai:

$$\bar{P} = \begin{bmatrix} \bar{x}_{11} & \bar{x}_{12} & \dots & \bar{x}_{1n} \\ \bar{x}_{21} & \bar{x}_{22} & \dots & \bar{x}_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \bar{x}_{m1} & \bar{x}_{m2} & \dots & \bar{x}_{mn} \end{bmatrix}. \tag{1.31}$$

Tarkime, kad žinomos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės $q_j^*, \left(j = \overline{1,n}\right)$.

Taikant formulę (1.32), sudaroma svertinė normalizuota matrica $\overline{P}^*$:

$$\overline{P}^* = \begin{bmatrix} v_{11} & v_{12} & \cdots & v_{1n} \\ v_{21} & v_{22} & \cdots & v_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ v_{m1} & v_{m2} & \cdots & v_{mn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} q_1^*\overline{x}_{11} & q_2^*\overline{x}_{12} & \cdots & q_n^*\overline{x}_{1n} \\ q_1^*\overline{x}_{21} & q_2^*\overline{x}_{22} & \cdots & q_n^*\overline{x}_{2n} \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ q_1^*\overline{x}_{m1} & q_2^*\overline{x}_{m2} & \cdots & q_n^*\overline{x}_{mn} \end{bmatrix}. \tag{1.32}$$

„Idealiai geriausias“ variantas (alternatyva) nustatomas pagal formulę:

$$A^+ = \{(\max_i v_{ij} \,|\, j \in J), (\min_i v_{ij} \,|\, j \in J') \,|\, i = \overline{1,m}\} = \{a_1^+, a_2^+, ..., a_n^+\}, \tag{1.33}$$

čia J – rodiklių, kurių didesnės reikšmės yra geresnės, indeksų aibė; J' – rodiklių, kurių mažesnės reikšmės yra geresnės, indeksų aibė. „Neigiamai idealus“ variantas nustatomas pagal formulę:

$$A^- = \{(\min_i v_{ij} \,|\, j \in J), (\max_i v_{ij} \,|\, j \in J') \,|\, i = \overline{1,m}\} = \{a_1^-, a_2^-, ..., a_n^-\}. \tag{1.34}$$

Atstumas tarp lyginamojo *i-tojo* ir „idealiai geriausio“ A^+ varianto nustatomas skaičiuojant atstumą *n –matėje* Euklido erdvėje, pagal formulę:

$$L_i^+ = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(v_{ij} - a_j^+\right)^2}, (i = \overline{1,m}), \tag{1.35}$$

o tarp *i-tojo* ir „neigiamai idealaus“ A^-, pagal formulę:

$$L_i^- = \sqrt{\sum_{j=1}^{n}\left(v_{ij} - a_j^-\right)^2}, (i = \overline{1,m}). \tag{1.36}$$

Galutinius TOPSIS metodo žingsniu nustatomas kiekvieno *i-ojo* varianto santykinis atstumas iki „idealiai geriausio“ varianto:

$$K_i = \frac{L_i^-}{L_i^+ + L_i^-}, i = \overline{1,m}, \text{ kai } K_i \in [0,1]. \tag{1.37}$$

Kuo K_i reikšmė artimesnė vienetui, tuo *i-asis* variantas artimesnis A^+ t. y. racionalus variantas bus tas, kurio K_i reikšmė yra didžiausia (Hwang, Yoon 1981; Ustinovičius, Zavadskas 2004).

1.2.5. Metodas SAW

Paprastasis adityvus svorių metodas (SAW – *Simple Additive Weighting*) yra vienas iš paprastesnių ir plačiausiai taikomų metodų. Metodo taisykles apibendrino MacCrimmon (MacCrimmon, 1968).

Įvesties duomenys – sprendimų matrica ir rodiklių reikšmingumo reikšmės. SAW metodo žingsniai:

1) sprendimų matrica normalizuojama,

2) normalizuotosios matricos to paties varianto kiekvienas narys dauginamas iš jo reikšmingumo ir sudedamas su kitais alternatyvos (eilutės) nariais.

Pradiniai duomenys, sprendžiant šiuo metodu, yra sprendimo matrica P (1.29) ir efektyvumo rodiklių reikšmingumo reikšmės, tarkim integruoto reikųmingumo $(q_1^*, q_2^*, ..., q_n^*)$, tenkinančios sąlygą:

$$\sum_{j=1}^{n} q_j^* = 1. \tag{1.38}$$

Visi sprendimo matricos P nariai, kuriuos reikia maksimizuoti, normalizuojami pagal formulę:

$$\overline{x}_{ij} = \frac{x_{ij}}{x_j^{max}}, \tag{1.39}$$

o tie, kuriuos reikia minimizuoti – pagal formulę:

$$\overline{x}_{ij} = \frac{x_j^{min}}{x_{ij}}. \tag{1.40}$$

Nustatant varianto racionalumą, atitinkami normalizuotosios matricos nariai dauginami iš efektyvumo rodiklių reikšmingumo reikšmių ir gautos sandaugos susumuojamos. Racionalaus varianto sandaugų suma bus maksimali:

$$A = \left\{ A_i \middle| \max_i \sum_{j=1}^{n} q_j^* \overline{x}_{ij} \right\}. \tag{1.41}$$

1.2.6. Metodas COPRAS

1996 metais sukurtas metodas COPRAS (kompleksinio proporcingumo vertinimo metodas) (Zavadskas, Kaklauskas 1996). Pagrindinis COPRAS metodo principas – lyginamųjų alternatyvų santykinis reikšmingumas Q_i nustatomas remiantis juos apibūdinančiomis teigiamomis S_{+i} ir neigiamomis S_{-i} savybėmis. Kuo Q_i

reikšmė didesnė, tuo alternatyva labiau atitinka sprendimą priimančio asmens poreikius. Metodo algoritmą sudaro 6 etapai.

1 etapas. Sudaroma sprendimų matrica $P = \left[x_{ij}\right]_{[m \times n]}, \left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}\right)$ (1.29), kurioje eilutės žymi nagrinėjamas alternatyvas (*m* – alternatyvų skaičius), stulpeliai – efektyvumo rodiklius (*n* – efektyvumo rodiklių skaičius), pagal kuriuos vertinamos alternatyvos. Apskaičiuojamos efektyvumo rodiklių reikšmingumo reikšmės (1.2.1 – 1.2.3 poskyriai).

2 etapas. Sprendimų matricos *P* elementai normalizuojami pagal formulę:

$$\hat{x}_{ij} = \frac{x_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} x_{ij}}, \left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}\right), \tag{1.42}$$

čia x_{ij} – *i* –osios alternatyvos *j -ojo* rodiklio reikšmė. Gauta normalizuota sprendimų matrica $\hat{P} = \left[\hat{x}_{ij}\right]_{[m \times n]}, \left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}\right)$.

3 etapas. Normalizuotos sprendimų matricos elementus dauginant iš atitinkamų rodiklių reikšmingumo reikšmių, gaunama svertinė normalizuota sprendimų matrica $\widetilde{P} = \left[\widetilde{x}_{ij}\right]_{[m \times n]}, \left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}\right)$. Tarkim turim efektyvumo rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių vektorių $(q_1^*,\ q_2^*,\ \ldots,\ q_n^*)$, tuomet svertinės normalizuotos sprendimų matricos elementai apskaičiuojami pagal formulę:

$$\widetilde{x}_{ij} = \bar{x}_{ij} \cdot q_j^*, \quad \left(i = \overline{1,m};\ j = \overline{1,n}\right). \tag{1.43}$$

4 etapas. Apskaičiuojamos *i –osios* alternatyvos, svertinėje normalizuotoje sprendimų matricoje, maksimizuojamų ir minimizuojamų rodiklių sumos, atitinkamai S_{+i} ir S_{-i}. Jos apskaičiuojamos pagal formules:

$$S_{+i} = \sum_{j=1}^{k} \widetilde{x}_{ij}, \ \left(i = \overline{1,m}\right), \tag{1.44}$$

$$S_{-i} = \sum_{j=1+k}^{n} \widetilde{x}_{ij}, \ \left(i = \overline{1,m}\right), \tag{1.45}$$

čia *k* – maksimizuojamų rodiklių skaičius; *n-k* – minimizuojamų rodiklių skaičius.

5 etapas. Alternatyvų santykinis reikšmingumas (efektyvumas) Q_i nustatomas pagal formulę:

$$Q_i = S_{+i} + \frac{S_{-min} \cdot \sum_{i=1}^{m} S_{-i}}{S_{-i} \cdot \sum_{i=1}^{m} \frac{S_{-min}}{S_{-i}}}, \left(j = \overline{1,n}\right), \tag{1.46}$$

čia $S_{-min} = \min_i S_{-i}, \quad \left(i = \overline{1,m}\right).$ (1.47)

6 etapas. Sudaroma alternatyvų prioritetinė eilutė (alternatyvas suranguojame). Kuo didesnis Q_i, tuo alternatyvos racionalumas (efektyvumas) yra didesnis (Zavadskas, Kaklauskas 1996).

1.3. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų taikymas sprendimo paramos sistemose

Informacinių sistemų tyrinėtojai ir technologai apie 1960 metus pradėjo sistemingai tyrinėti ir naudoti kompiuterizuotus kiekybinius modelius sprendimų priėmimui ir planavimui (Raymond 1966; Holt, Huber 1969; Heylighen 2000; Turban, Aronson 2003; Burstein, Holsapple 2008; Power 2007). Galima sakyti, sprendimų paramos sistemos yra kuriamos ir analizuojamos jau daugiau kaip 50 metų visame pasaulyje.

Sprendimų paramos sistemų naudojimas nagrinėjamo reiškinio alternatyvų sudarymui, jų analizei, bei geriausio sprendimo, tam tikromis sąlygomis, pasirinkimui, taupo, asmens priimančios sprendimą laiką, suteikia galimybių kokybiškai pasinaudoti naujomis kompiuterinėmis galimybėmis. Naudojant sprendimų paramos sistemas, nagrinėjamą objektą galima apžvelgti trimatėje erdvėje, alternatyvius variantus išanalizuoti pagal įvairius požymius, kompleksiškai ir pan. Daugelio sprendimo paramos sistemų pagrindas yra matematiniai modeliai (Turban, Aronson 2003). Šios sistemos yra orientuotos į pusiau suformuotų problemų išsprendimą, taikant įvairius daugiakriterinius sprendimo priėmimo metodus (Triantaphyllou 2000, Zavadskas et al. 2003; Zeleny 1982).

Sprendimų paramos sistemos kuriamos norint pagelbėti sprendžiant įvairių sričių sprendimo priėmimo problemas, tokias kaip: statybos investicijų (Zavadskas et al. 1998; Zavadskas et al. 2004, Ustinovichius 2001b; Ustinovičius 2003; Šarka et al. 2008), elektros inžinerijos (Kopustinskas ir kt. 2007), medicinos (Kochin et al. 2005; Ustinovichius et al. 2005; Kusumadewi, Hartati 2007), vandens resursų (Giupponi et al. 2004; 2007), inžinerinuose uždaviniuose (Deng, Santoso 2008; Cowie, Burstein 2007; Nemura, Klementavičius 2006).

Analitinių informacinių sistemų tipas, apimantis duomenų, modeliavimo ir žinių bazių valdymo sistemas, suteikiantis vartotojui įvairiais pjūviais apdorotą informaciją, pateikiantis uždavinių sprendimo būdus ir pasekmes, vadinamas sprendimų paramos sistema (SPS). Jei šioje sistemoje realizuoti dirbtinio intelekto metodai, SPS vadinama intelektine (ISPS). Pradiniame ISPS kūrimo etape modeliuojamas sistemos veiklos procesas (angl. *Business process*, toliau – VP), atvaizduojantis pagrindines veiklas, jos komponentus bei ryšius tarp jų. Intelektinės sprendimų paramos sistemos (angl. *Intelligent Decision Support Systems*, toliau – ISPS) architektūra grįstos kredito rizikos vertinimo sistemos reikalingos ne tik bankams (kredito unijoms), bet ir įmonėms, naudojančioms mokėjimo atidėjimus (prekinis kreditas), lizingo, draudimo, kitiems finansinio tarpininkavimo subjektams, susijusiems su kreditavimu (Merkevičius, Garšva 2005).

Sprendimų paramos sistemų taikymas praktinėje veikloje retai sumažina sprendimų priėmimų išlaidas. Paprastose situacijose gali pasirodyti, kad sprendimus priimti yra pigiau be šių sistemų pagalbos. Tačiau kai situacijos yra sudėtingesnės, kai reikia priiminėti daug ir sudėtingų sprendimų, tokios sistemos tampa naudingos. Šių sistemų diegimą praktinėje veikloje skatina ir kiti veiksniai, tokie kaip duomenų apie nagrinėjamą objektą gavimo, jų apdorojimo, alternatyvių variantų formavimo ir analizės bei sprendimo priėmimo greitis, išsamumas ir tikslumas ir pan. Be to, šio proceso metu taupomas laikas, greičiau ir adekvačiau reaguojama į susidariusią situaciją. Pavyzdžiui, ypač racionalu naudoti sprendimų paramos sistemas tada, kai tipinė problema yra sprendžiama daug kartų arba kai analizuojant elektroniniu pavidalu turimus duomenis sugaištama nemaža laiko (Kaklauskas, Zavadskas 2002).

Sprendimo paramos sistema yra plačiai naudojama versle ir pramonėje, kaip pagalbos priemonė plataus spektro sudėtingų problemų sprendimui. Yra daug metodų ir technologijų, nuo paprastų duomenų perdavimo įrankių iki pažangesnių dirbtinio intelekto sistemų, naudojančių Bayeso statistikas ar genetinius algoritmus. Populiarėjant šioms sistemoms svarbu perspėti, kad sprendimo paramos sistema nešalins „blogų“ sprendimų ar neteisingai padarytų išvadų, gautų iš užduotų „neteisingų“ klausimų. Informacija gauta taikant sprendimo paramos sistemas (išeiga) turi būti nagrinėjama kritiškai ir naudojama ne aklai, o remiantis platesniu verslo ar taikomųjų sričių supratimu.

Metodai MAUT, AHP, ELECTRE yra realizuoti kompiuterinių sprendimo paramos sistemų pavidalu. Egzistuoja keletas sistemų MAUT pagrindu: Logical Decisions, DECAID. AHP idėja realizuota sistemoje EXPERT CHOICE, MACBETH, REMBRANDT (Weistroffer 2011).

Sprendimo paramos sistemos kuriamos ir naudojamos įvairios paskirties uždavinių sprendimui. Kurdami sprendimo paramos sistemas vieni informacinių technologijų specialistai renkasi vieną daugiakriterinį sprendimo priėmimo metodą, kurio pagrindu sudaroma sprendimo paramos sistema, kiti specialistai linkę

naudoti kelis sprendimo priėmimo metodus (Natividade-Jesus et al. 2007). Deng ir Santoso savo darbe (2008) aprašo sprendimo rengimo sistemą, skirtą vertinti informacinių sistemų projektus, kurioje realizuoti daugiatiksliai sprendimo priėmimo metodai ELECTRE, SAW, TOPSIS, AHP.

Natividade-Jesus su bendraautoriais (2007) aprašo sprendimų paramos sistemą, atliekančią keletą funkcijų: įvertinami atributai, įvertinama nagrinėjamų alternatyvų kokybė, atsižvelgiant į vartotojų preferencijas. Šioje sprendimų paramos sistemoje naudojami kiekybiniais matavimais pagrįsti metodai (SAW, TOPSIS) ir lyginamosios preferencijos metodai (ELECTRE I, ELECTRE TRI).

Šarka ir kt. (2008) pasiūlė spendimų sintezės sistemą DSS1, TOPSIS metodo pagrindu. Ją taikant sukurta sprendimų paramos sistema, skirta statybos projektų vertinimui.

2002 metais buvo sukurta sprendimo paramos sistema LEVI 3.0. Naudojant šią programinę įrangą galima rasti problemos sprendimą skirtingais būdais, palyginti statybos projektus ir išrinkti ekonomiškai efektyviausią projekto įgyvendinimo alternatyvą statybos pramonėje. LEVI 3.0 sprendimo paramos sistemos pagrindas yra lošimo teorijos metodai (Zavadskas et al. 2008).

Įvairiapusė finansinių išteklių analizė gali būti pateikiama stochastiniais parametrais apibrėžtu modeliu. Tokį modelį, kuris sudaromas daugiakriterinių optimizavimo uždavinių sprendimo sistemose, skirtose vertybinių popierių portvelio valdymui, pateikia Topaloglou su bendraautoriais (Topaloglou *et al.* 2008).

Italijos mokslinio instituto Fondazione Eni Enrico Mattei mokslininkai (Giupponi et al. 2004; 2007) sukūrė sprendimų paramos sistemą *mDSS*, skirtą vandens resursų sprendimams, kurių analizė atliekama vertinanti kiekybinius rodiklius. Šios sistemos sprendimų taisyklių pagrindas yra daugiakriteriniai sprendimo priėmimo metodai, tokie kaip SAW, TOPSIS, OWA (*Order Weighting Average*), ELECTRE III. Šios sprendimo taisyklės apima didelę sprendimo alternatyvų aibę. Sprendimo priėmėjas gali pasirinkti, kurį sprendimo priėmimo metodą taikyti, atsižvelgdamas į nagrinėjamos problemos specifiką.

Atlikta literatūros apie sprendimo paramos sistemas, šaltinių analizė parodė, jog tiek Lietuvoje, tiek kitose pasaulio šalyse yra sukurta ir dar vis kuriamos kompiuterizuotos sprendimo paramos sistemos, naudojamos įvairiose srityse. Daugelyje šių sistemų naudojami daugiatiksliai sprendimo priėmimo metodai. Todėl šių metodų analizė ir sprendimų, gautų taikant šiuos metodus, patikimumo vertinimas yra aktualūs uždaviniai.

1.4. Sprendimo patikimumo apžvalga

Nagrinėtoje literatūroje yra mokslinių darbų, kuriuose tiriamas daugiakriterinio sprendimo patikimumas, susijęs su pradinių duomenų neapibrėžtumu. Šios pro-

blemos sprendimui mokslininkai dažnai siūlo taikyti neapibrėžtų aibių teoriją (Chen 2012; Balli, Korukoglu 2009, Ertugrul, Karakasoglu 2007 ir kt.), intervalines neapibrėžtas aibes (Liu 2010), pilkuosius skaičius (Zavadskas et al. 2010a; Zavadskas et al. 2009a). Daugiatikslio sprendimo rezultatas, taikant minėtus sprendimo variantus, pateikiamas intervalines išraiška, o alternatyvos racionalumo patikimumo įvertis neskaičiuojamas.

Sprendimų patikimumo klausimą svarstė Pyy (2000) ir pasiūlė žmogaus sprendimų patikimumo analizės metodą DECREE (*DECision REliability Evaluation)*, skirtą tikimybiniam sprendimų įvertinimui, kai sprendimų priėmimas yra reikšmingų įvykių seka (pvz., avariniuose įvykiuose). Autorius taikė Bradley-Terry modelį apskaičiuoti tikimybei, kad *i -toji* alternatyva yra pranašesnė už *j -tąją* alternatyvą.

Daugiatikslių sprendimų priėmime naudojami ne tik objektyvūs, bet ir subjektyvūs duomenys. Pastarieji duomenys, gauti iš ekspertų, reikalingi rodiklių reikšmingumo reikšmių nustatymui. Šių duomenų patikimumui užtikrinti pasiūlyta skaičiuoti konkordancijos koeficientą (Satty 1980; Ustinovichius et al. 2007; Zavadskas et al. 2010b; Podvezko 2005; Ginevicius, Podvezko 2004), kuris parodo, ar ekspertų nuomonių suderinamumas dėl rodiklių reikšmingumų yra pakankamas.

Patikimumo funkcijos apibrėžimą pateikė Birolini (2010):

Apibrėžimas. „*Jeigu n statistiškai identiškų elementų yra pateiktų tam tikrai operacijai laike t = 0 atlikti paskirtą užduotį ir* $\bar{v} \le n$ *iš jų tai įvykdo sėkmingai, tada santykis* $\frac{\bar{v}}{n}$ *yra atsitiktinis dydis, kuris didinant n konverguoja į tikrąją patikimumo reikšmę*“.

Taip apibrėžtas patikimumas yra taikomas elektroninių, gamybinių sistemų ir jų elementų patikimumui įvertinti. Vieningos metodikos, skirtos daugiatikslių sprendimų patikimumui įvertinti pagal rodiklių reikšmingumus ir rodiklių reikšmes, nagrinėtoje literatūroje nėra aprašyta.

1.5. Neapibrėžtumo analizė priimant sprendimus

Racionalus pasirinkimas reiškia prielaidą, kad žmogaus sprendimas yra nuoseklaus mąstymo proceso rezultatas. Luce (1992) pateikia svarbiausią naudingumo modelio prielaidą: sprendimą priimantys asmenys yra „racionalūs individai“ be psichologinės įtakos ir emocijų. Todėl sprendimą priimantys asmenys visada bus linkę daryti tokį pasirinkimą, kuris maksimizuotų išrenkamos alternatyvos naudingumą (Triantaphyllou 2000).

Yra teigiama, kad priimantis sprendimą asmuo yra racionalus žmogus ir jo sprendimai yra nuoseklaus mąstymo proceso rezultatas. Racionalumo aksiomų

pagrindu įrodoma naudingumo funkcijos egzistavimo teorema. Racionalus žmogus atlikdamas pasirinkimą – maksimizuoja naudingumo funkciją. Optimalaus sprendimo pasirinkimui daugelyje uždavinių sudaromi sprendimų medžiai. Psichologai ir ekonomistai nustatė įvairių paradoksų, parodančių, kad žmonių elgesys kartais skiriasi nuo racionalaus (pvz., Alle paradoksas). Žmogaus neracionalumas yra viešai pripažintas faktas, kurį reikia turėti omenyje analizuojant žmogaus priimamus sprendimus.

Žmogaus elgesys priimant sprendimus yra specifinis, nulemtas žmogaus gebėjimo vertinti informaciją. Šie ypatumai pasireiškia tiek laboratoriniuose eksperimentuose, tiek ir praktinėse situacijose. Daugelis žmogaus elgesio tyrimų realiame gyvenime (priimant politinius sprendimus, lošiant žirgų lenktynėse, žaidžiant iš pinigų) parodo, kaip atsiskleidžia tipiški žmogaus elgesio bruožai, apibrėžiami žmogaus informacijos perdirbimo sistemos charakteristikomis (Ларичев 2000).

Išsamiau tirta žmogaus informacijos sistema, apimanti sensorinę atmintį, trumpalaikę atmintį ir ilgalaikę atmintį. Sprendimai priimami aktyviai naudojant trumpalaikę atmintį. Žmogaus informacijos perdirbimo sistema puikiai prisitaikiusi daugelio problemų, su kuriomis žmogus susiduria savo gyvenime, sprendimui. Tam tikrose situacijose žmogus geba spręsti ir daugiafaktorines problemas – esant nedideliam faktorių kiekiui. Be to, žmogus valdo euristikų rinkinį, leidžiantį jam spręsti įvairaus sudėtingumo problemas, prieš tai jas supaprastinant ir pritaikant savo galimybėm. Tačiau esama žmogui per sunkių užduočių. Tokių užduočių egzistavimas nekelia nuostabos, nes žmogaus galimybės apribotos fiziologijos, todėl jis negali betarpiškai atsižvelgti į daugelį faktorių nenaudodamas euristikos. O visos euristikos turi šias savybes: jos tinka daugeliui atvejų, bet pasitaiko, kad veda prie loginių klaidų, prieštaravimų. Kahneman ir Tverskyj (1979) įrodė, kad asmuo neatsižvelgimas į mažus dviejų alternatyvų įvertinimų skirtumus pagal kriterijus, sudaro netranzityvumo situaciją.

Esant tam pačiam laukiamam laimėjimui (pelnui), vadovai, lyginant su nevadovaujančiose pareigose esančiais darbuotojais, yra labiau linkę atiduoti pirmenybę alternatyvai, kai nurodytas garantuotas laimėjimas, ir atiduoti pirmenybę rizikingai alternatyvai, kai nurodytas garantuotas pralaimėjimas. Racionalaus sprendimų priėmimo stiliaus žmonių veidrodinio atspindžio efektas yra mažesnis nei kitų kognityvinių stilių apklausos dalyvių. Racionalaus sprendimų priėmimo stiliaus žmonių invariantiškumo principo pažeidimo dydis yra mažesnis nei kitų kognityvinių stilių tiriamųjų (Gaigalaitė 2009).

Ypač sudėtingos žmogui tapo per paskutinį 10-metį atsiradusios daugiakriterinės sprendimo priėmimo problemos, jos dažnai ir priveda prie klaidų ir prieštaravimų sprendimų priėmime (Ларичев 2000).

Žmogaus elgesiui didelę įtaką daro jo sugebėjimas perdirbti pradinę informaciją, kūrybiškai formuoti struktūrinius informacijos vienetus iš pradinės me-

džiagos, naudoti dalis, anksčiau išsaugotas ilgalaikėje atmintyje. Būtent šie sugebėjimai kartu su užduoties charakteristikomis iš esmės apibrėžia žmogišką elgesį. Prie viso to žmogui priimant sperndimus stiprų poveikį daro objektinės jo informacijos perdirbimo sistemos charakteristikos o ypač ribotas trumpalaikės atminties imlumas (Ларичев 2000).

Maier su bendraautoriais (Maier et al. 2008) apibrėžia keletą svarbių sričių, į kurias reikia atkreipti dėmesį, kai į sprendimo priėmimo procesą įtraukiamas neapibrėžtumas:

1. Atitinkamų, rizika pagrįstų kriterijų, esančių nagrinėjamos disciplinos diapazone, racionalumo nustatymo vystymas;
2. Metodų, susijusių su žmogaus pateikiamų kiekybinių įverčių neapibrėžtumo nustatymo, vystymas;
3. Metodų ir strategijų, skirtų padidinti integruotų modelių, optimizavimo metodų ir rizika pagrįstų metodų, įvertinčių variantų racionalumą (variantų bendro įvertinimo matą) ir skaičiavimo efektyvumą, vystymas;
4. Integruotos struktūros, kuri įgalina įtraukti į sprendimų priėmimo procesą visus neapibrėžtumo šaltinius, vystymas (Maier et al. 2008).

Atlikus psichologinį tyrimą, stebint ekonomistų reakciją į psichologinių tyrimų rezultatus, pastebėta, jog reakcija nevienareikšmė. Subjektyvaus laukiamo naudingumo teorijos šalininkai tvirtina, kad žmogaus neracionalaus elgesio priežastis kyla iš neteisingai suformuluoto kriterijaus, kurį po to žmogus stengiasi optimizuoti. Iš tikrųjų, jeigu pasirinkimo rezultatas yra žinomas, tai beveik visada galima parinkti kriterijų, kurio atžvilgiu šis pasirinkimas yra optimalus.

Pripažinus, jog žmogaus elgesys gali būti neracionalus, apibrėžtos neracionalumo priežastys:

1. Informacijos apie pasirinkimo procesą trūkumas sprendimą priimančiam asmeniui (SPA);
2. Nepakankama SPA patirtis: kai asmuo dar tik mokosi, jo nuomonė dėl preferencijų gali kisti;
3. SPA stengiasi rasti optimalų sprendimą, remdamasis kriterijų (tikslų) rinkiniu, griežtai išrikiuotu pagal svarbumą, bet negali jo rasti;
4. Skirtumas tarp objektyvaus laiko, reikalingo realizuoti planą, ir subjektyvaus SPA požiūrio į tam skirtą laiką (Becker 1976).

Mokslininkai, atsižvelgdami į pradinių duomenų galimą netikslumą, kuria naujus metodus, jungdami daugiakriterinius sprendimo priėmimo metodus ir neapibrėžtų aibių teoriją: Fuzzy AHP, Fuzzy TOPSIS (Balli, Korukoglu 2009). Sudarinėjami daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų kompleksai (Ustinovičius, Zavadskas 2004; Ustinovichius et al. 2007) ir daugiatikslių sprendimų sintezės modeliai (Šarka et al. 2008; Liaudanskiene et al. 2012) norint padidinti sprendimo patikimumą vertinant keletą alternatyvų pagal daugelį rodiklių.

Iš atliktos analizės, apie duomenų neapibrėžtumo priežastis sprendimo priėmimo procese, matoma, kai pradinius duomenis pateikia žmogus, yra tikimybė, jog pateikti duomenys gali būti subjektyvūs ar turėti tam tikro atsitiktinumo, neapibrėžtumo.

Pagrindinis šio darbo skyriaus tikslas apibrėžti MADM metodų išnagrinėti situacijas, kurios įtakoja sprendimo neapibrėžtumą.

1.6. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų analizės apibendrinimas

Daugiatikslių sprendimų priėmimo problemoms spręsti galima pasirinkti ne vieną daugiatikslį sprendimo priėmimo metodą. Tuomet kyla klausimas: kurį ir kaip išsirinkti geriausią sprendimo priėmimo metodą, kad sprendimo priėmimo rezultatas būtų patikimas (Antucheviciene et al. 2011; Podvezko 2011; Zavadskas, Vilutiene 2006). Kaip yra pasakęs graikų kilmės mokslininkas Triantaphyllou (2000): „Šiai dienai nėra nei vieno MADM metodo, kuris būti pripažintas visuotinai ar bent daugumos ekspertų. Į klausimą, kuris iš MADM metodų yra geriausias, galima žiūrėti kaip į MADM uždavinį, kurio sprendimui reikalingas geriausias MADM metodas.“

Daugiakriterinės analizės sritis iki galo neišvystyta, naudojami metodai nėra tobuli. E. Triantaphyllou palygino skirtingus daugiatikslius analizės metodus ir priėjo prie išvados, kad neįmanoma nustatyti geriausio metodo, konkrečioms problemos spręsti metodai gali būti tinkami arba ne (Triantaphyllou 2000). Mokslininkai prieina prie išvados, jog daugiatiksliai metodai nėra sprendėjai, galutinį sprendimą priima žmogus ar keletas žmonių. Daugiatiksliai metodai padeda susisteminti ir apdoroti matematiškai turimą informaciją – sudaryti alternatyvių prioritetų eilutę, parodančią, kiek viena alternatyva pranašesnė už kitą.

Masuda (1990) tyrinėjo kai kuriuos AHP (Analytic Hierarchy Process) metodo jautrumo klausimus. Jis nagrinėjo visų sprendimo priėmimo matricos stulpelių pakeitimų poveikį alternatyvų rangavimui. Savo siūlomame metode jis modeliuoja galutinio alternatyvų eiliškumo vektoriaus jautrumo koeficientus, kurių dydis priklauso nuo kiekvieno sprendimų matricos stulpelio. Didelis koeficientas reiškia, kad galutinės alternatyvų prioritetų reikšmės žymiai pasikeis, jeigu bus nežymus pasikeitimas atitinkamuose sprendimo matricos stulpelių vektoriuose. Tačiau tai negarantuoja, kad padėtis rangų skalėje tarp alternatyvų pasikeis dėl stulpelių vektorių pakeitimų.

Neturėdami pakankamų žinių ar patirties nagrinėjamoje mokslo ar verslo srityje ir turėdami savus poreikius bei nuostatas, ekspertai kai kuriuos rodiklius ypač sureikšmina, o kai kuriuos visai nuvertina (Zavadskas et a. 2010b). Mokslininkai nagrinėjo problemas, susijusias su su ekspertų pateikiamų duomenų ga-

limu nepatikimumu, priklausančiu nuo ekspertų kvalifikacijos ir turimų žinių. Aprašytų problemų eliminavimui autoriai pasiūlė rodiklių svorių nustatymo ekspertinį apklausos metodą papildyti rodiklių reikšmingumo lygio apribojimais leistinuose intervaluose. Metodas skirtas sprendimo priėmimo uždaviniams, kai ekspertų skaičius yra ribotas. Taikant pasiūlytą algoritmą gaunamos rodiklių reikšmingumo lygio reikšmės, kurios skiriasi daugiau nei 2σ nuo ekspertų apklausos metu nustatytos vidutinės reikšmės, prilyginamos ribinei leidžiamai reikšmei (Zavadskas et al. 2010b).

Yra darbų, analizuojančių daugiakriterių metodų jautrumą taikant tiesinio normalizavimo metodus (Zavadskas et al. 2007). Šiame darbe autoriai, atlikę SAW (angl. *Simple Additive Weighting*) metodo jautrumo analizę, nustatė, kad tam tikrų šio metodo parametrų pasikeitimai neturi jokios įtakos galutiniams sprendimo rezultatams, t. y. naudojant tiesinio normalizavimo metodus paaiškėjo, jog SAW metodas nėra jautrus nei alternatyvų skaičiaus, nei rodiklių reikšmingumo kitimui. Gauta išvada, kad tiktai didesnio reikšmingumo rodikliai, lyginant su kitais rodikliais, turi poveikį rezultatams. Pasiūlytas modelis skirtas nustatyti metodo jautrumą atskirų parametrų pakeitimams ir padidinti taikomų metodų patikimumą.

Buvo atlikta SAW ir TOPSIS (angl. *Technique for Order Preference by Similarity to Ideal Solution*) jautrumo rodiklių reikšmėms analizė (Simanaviciene, Ustinovichius 2010), kai pradiniai duomenys generuojami pagal normalųjį skirstinį, (±10%) nuo duotos reikšmės. Atlikto tyrimo rezultatai parodė, jog TOPSIS yra jautresnis pradinių duomenų pokyčiams nei SAW metodas.

Projektuojant klinikines grupinio sprendimo paramos sistemas (CGDSS), skirtas diagnozuoti neurozę ir asmenybės sutrikimą, buvo atlikta daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizė (Kusumadewi, Hartati 2007). Jautrumo analizės metu buvo skaičiuojamas kiekvieno nagrinėjamo metodo rezultatų rangavimo jautrumo laipsnis, atžvilgiu kiekvieno rodiklio. Atlikus įvairių sprendimo priėmimo metodų analizę, nustatyta, jog racionalaus sprendimo įvertinimui geriausiai tinka daugiatiksliai sprendimo priėmimo (MADM) metodai: SAW, WP (angl. *Weighted Product*), TOPSIS. Tyrimas parodė, kad TOPSIS metodas yra tinkamas klinikinei grupinio sprendimo paramos sistemai, skirtai nustatyti rodiklių (ligos požymių) stiprumo įtaką ligos diagnozei, nes šiuo metodu gauti rezultatai, stipriausiai korealiuoja su rodiklių reikšmėmis (Kusumadewi, Hartati 2007).

V. Podvezko (Podvezko 2011) atliko metodų SAW ir COPRAS lyginamąją analizę ir padarė išvadas, jog skaičiavimo rezultatai šiais metodais sutampa, jeigu visi rodikliai yra maksimizuojantys, tačiau jeigu yra minimizuojančių rodiklių, tuomet metodas COPRAS yra mažiau stabilus nei metodas SAW.

Buvo atlikta metodų TOPSIS, COPRAS ir VIKOR lyginamoji analizė (Antucheviciene et al. 2011, siekiant įvertinti šiais metodais gautų alternatyvų

rangavimo sutapimą. Autoriai rangų sutapimo nustatymui naudojo Spearman'o ranginės koreliacijos koeficientą. Atlikta analizė parodė, jog metodais TOPSIS ir COPRAS gautų alternatyvų prioritetų eilė sutampa su tikimybe 0,95, kitų metodų sutapimo tikimybė mažesnė.

Zavadskas su bendraautoriais (Zavadskas et al. 2006) nagrinėjo alternatyvų prioritetų nustatymo tikslumą daugiakriteriniuose sprendimų uždaviniuose, kai taikomas TOPSIS metodas. Alternatyvų racionalumo rezultatų tikslumui nustatyti autoriai pateikia funkciją, kurios pagrindas yra vidurkio pasikliautinasis intervalas.

E. Triantaphyllou (2000) atliko tyrimą, kuriuo siekė nustatyti, kuris iš daugiakriterinių sprendimo priėmimo metodų yra geriausias. Vertinimui jis pasirinko šiuos metodus: WSM (angl. *Weighted Sum Model*) (Fishburn 1967), WPM, (angl. *Weighted Product Model*) (Miller, Starr 1969) AHP (angl. *Analytic Hierarchy Process*) (Saaty 1980, 1994) ir patikslintą AHP (angl. *Revised AHP*) (Belton and Gear 1983). Metodus jis vertino pagal du pasirinktus kriterijus. Pirmas kriterijus skirtas parodyti, ar daugiadimensinėse situacijose tikslus metodas išlieka tikslus ir vienos dimensijos atvejais. Antras kriterijus nustato metodo stabilumą, kai gaunamas tas pats rezultatas neoptimalią alternatyvą sukeitus su blogiausia. Atlikta analizė parodė, jog geriausias metodas iš šių keturių yra patikslintas AHP, nes daugelyje atvejų su skirtingais svoriais patikslintas AHP metodas atrodo geriausias, nors pirminis AHP yra netiksliausias. Tokią pat analizę jis atliko lygindamas WSM ir TOPSIS metodus. Analizė parodė, jog metodas TOPSIS taip pat atskleidžia tam tikrus prieštaravimų dažnius. Tačiau šie dažniai metodui TOPSIS buvo didesni nei metodams WSM, WPM, AHP ar patikslintam AHP. Dėl šios priežasties metodas TOPSIS nebuvo lyginamas su minėtais metodais. Metodų vertinimui pagal du minėtus kriterijus buvo skaičiuojamas prieštaravimų dažnis.

Chen (2012) atliko lyginamąją metodų SAW ir TOPSIS analizę, skirtą nustatyti, kuris metodas geriau tinka nagrinėti neraiškių aibių reikšmių intervalais pateiktą informaciją. Atlikus koreliacijos koeficientų ir prieštaravimų dažnių skaičiavimus, suformuluota prielaida, kad SAW ir TOPSIS metodais gautas alternatyvų rangavimas akivaizdžiai panašus. Tik intervalinių neapibrėžtų aibių reikšmių analizei SAW metodas lengviau suprantamas ir taikytinas nei TOPSIS metodas.

Nagrinėtoje literatūroje neaptikta darbų, siūlančių jautrumo analizės metodus ar būdus daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumui rodiklių reikšmėms ir jų reikšmingumams bei sprendimų, gautų taikant šiuos metodus, patikimumui įvertinti.

1.7. Daugiatikslio sprendimo priėmimo uždavinio formulavimas

Tarkim, turim daugiatikslį sprendimo priėmimo uždavinį, kurio sprendinys yra geriausios alternatyvos iš esamų, išrinkimas atsižvelgiant į rodiklių reikšmes ir reikšmingumus. Tokio tipo uždaviniai turi keletą bendrų bruožų: nagrinėjami uždaviniai turi keletą rodiklių, kurie gali būti vertinami skirtingais matavimo vienetais. Uždavinyje gali būti nagrinėjami ir maksimizuojami, ir minimizuojami rodikliai vienu metu. Galimų sprendinių – nagrinėjamų alternatyvų aibė yra Pareto aibė, kurioje esančios alternatyvos bent pagal vieną rodiklį nėra prastesnės už kitas alternatyvas. Alternatyvų naudingumo funkcija išreiškiama rodiklių reikšmingumo koeficientais, nustatomais ekspertų, ir vienkriterinėmis naudingumo funkcijomis, kurių reikšmės yra rodiklių statistiniai duomenys arba ekspertų vertinimai. Dažnai naudojama naudingumo funkcijos adityvioji forma, kartais multiplikatyvioji. Taikant daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus kiekviena alternatyva įgauna kiekybinio pavidalo naudingumo reikšmę, todėl nagrinėjamas alternatyvas lengva palyginti tarpusavyje (Ustinovičius, Zavadskas 2004).

Norint, nagrinėjamai problemai, nustatyti geriausio sprendimo variantą, būtina suformuluoti sprendžiamą uždavinį. Daugiatikslį sprendimo priėmimo uždavinį sudaro:

1. Nagrinėjamų alternatyvų, iš kurių renkamasi racionaliausia alternatyva, vektorius:
   $A = (A_1, A_2, \ldots, A_i, \ldots, A_m)$;

2. Rodiklių, pagal kuriuos vertinamos alternatyvos, vektorius: $X = (X_1, X_2, \ldots, X_j, \ldots, X_n)$;

3. Turint alternatyvų ir rodiklių aibes, užpildoma sprendimo priėmimo matrica $\mathrm{X}_{[m\times n]}$, kurią sudaro *i –tosios* alternatyvos įverčiai pagal *j –tuosius* rodiklius x_{ij}, $\left(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}\right)$. Sprendimo matricos elementai nustatomi remiantis statistiniais duomenimis arba ekspertiniais vertinimais:

$$\mathrm{X}_{[m\times n]} = \begin{pmatrix} x_{11} & x_{12} & \cdots & x_{1n} \\ x_{21} & x_{22} & \cdots & x_{2n} \\ \cdots & \cdots & \cdots & \cdots \\ x_{m1} & x_{m2} & \cdots & x_{mn} \end{pmatrix}. \tag{1.48}$$

4. Ekspertai nustato rodiklių reikšmingumo reikšmes q_j, $\left(j=\overline{1,n}\right)$. Plačiau apie tai aprašyta. 1.2.1 - 1.2.3 poskyriuose.
5. Alternatyvų naudingumo reikšmės nustatomos taikant daugiatikslį sprendimo priėmimo metodą, vieną iš tų, kurie aprašyti 1.2.4 - 1.2.6 poskyriuose. Didžiausią racionalumą įgyja ta alternatyva, kurios naudingumo reikšmė yra didžiausia:

$$A^* = A_k : f\left(A_k\right) > f\left(A_l\right), \quad \left(k,l=\overline{1,m}\right), \left(l \neq k\right). \tag{1.49}$$

6. Remiantis alternatyvų racionalumo reikšmėmis, alternatyvos išrikiuojamos į prioritetinę eilutę. Kai

$$f\left(A_k\right) > f\left(A_l\right), \text{ tai } A_k \succ A_l, \left(A_k, A_l \in A\right). \tag{1.50}$$

Remiantis 1.5 poskyryje apašytomis problemomis, susijusiomis su subjekto neracionalumo sąlygojamu sprendimo neapibrėžtumu, išskiriamos daugiatikslio sprendimo neapibrėžtumo priežastys:

1. galimos rodiklių reikšmių nustatymo paklaidos dėl ekspertų neracionalumo ar duomenų neadekvatumo;
2. galimas rodiklių reikšmingumo reikšmių nustatymo netikslumas, kylantis iš ekspertų porinio palyginimo matricų užpildymo ir nederančių ekspertų nuomonių dėl rodiklių reikšmingumų.

Tolimesni uždaviniai, sprendžiami disertacijoje, susiję su daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo tyrimu ir sprendimo, gauto taikant šiuos metodus, patikimumo vertinimu.

1.8. Pirmojo skyriaus išvados

1. Atlikta literatūros analizė parodė, jog yra mokslinių darbų aprašančių daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų taikymą ir gautų sprendimų jautrumo atskirų rodiklių reikšmingumo reikšmėms analizę. Nagrinėjote literatūroje nebuvo aptikta metodų, skirtų daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizei.
2. Atlikus susijusių darbų analizę nustatyta, jog yra darbų, kuriuose alternatyvų racionalumas nustatomas taikant kelis daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus, ar jų kompleksus, bet tuose darbuose nėra sprendžiama duomenų neapibrėžtumo problema, nėra vertinamas nei rezultato jautrumas, nei gauto sprendimo patikimumas.
3. Atlikus daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų taikymo sričių analizę nustatyta, jog yra sričių, kuriose tinkamesni jautrūs metodai,

taimedicina, yra sričių, kuriose tinkamesni stabilūs metodai, tai ekonomika, inžinerija.

4. Atlikus darbų, susijusių su sprendimo patikimumu analizę, nustatyta, kad yra darbų, nagrinėjančių sprendimo patikimumą, kai sprendimų pagrindas yra įvykio įvykimo tikimybė. Tačiau daugiatiksliai sprendimo priėmimo metodai yra deterministiniai. Sprendimų, gautų taikant deterministinius sprendimo priėmimo metodus, patikimumo vertinimo būdų nagrinėtoje literatūroje nebuvo aptikta.
5. Atlikta literatūros analizė parodė, jog nėra vieningo metodo daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumui patikrinti ir daugiatikslio sprendimo patikimumui įvertinti. Tad disertacijos tikslas yra pasiūlyti metodus ir algoritmus, skirtus tokių metodų jautrumui ir daugiatikslio sprendimo patikimumui, vertinimui.

2

Jautrumo ir statistinės analizės metodai

Antrame skyriuje apžvelgiami esami jautrumo analizės metodai ir kiti statistinio modeliavimo ir analizės metodai, kurie gali būti naudojami daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizėje.

Šiame skyriuje sprendžiamas, metodų, kurie galėtų būti taikomi daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumui nustatyti, uždavinys. Šio uždavinio sprendimui išanalizuojami esami jautrumo analizė metodai. Taip pat statistiniai modeliavimo ir analizės metodai, bei jų pritaikymo daugiatikslių sprendimų priėmimo metodų jautrumo ir sprendimų patikimumo vertinimui galimybės.

Skyriaus tematika paskelbti du autorės straipsniai (Ustinovichius, Simanaviciene 2008; Simanaviciene, Ustinovichius 2011b).

2.1. Jautrumo analizė ir jos taikymo sritys

Jautrumo analizės (JA) svarba nagrinėjant MADM metodus patvirtinta mokslininkų, kaip galimybė padidinti daugiatikslio sprendimo patikimumą. Ši analizė tikrina, ar atlikus nežymius pradinių duomenų arba preferencijų pakeitimus galutinis sprendimo rezultatas pasikeis. Jautrumo analizė

apibrėžiama, kaip poveikio analizė, t.y. ar kinta ir kaip kinta galutinis sprendimas, keičiant pradinius duomenis ar modelio parametrus. Gauti sprendimo rezultatai lyginami su fiksuotu sprendimo rezultatu (Giupponi et al. 2007).

Modelio jautrumo analizė nagrinėja – koks ryšys yra tarp modelio išėjimo neapibrėžtumo ir modelio įėjimo skirtingų parametrų neapibrėžtumo. Modelis – tai realaus pasaulio įvairios prigimties sistemų ar procesų formalus atvaizdavimas (Saltelli et al. 2000).

Apibrėžimas 1. *Jautrumo analizė tyrinėja sąryšius tarp informacijos srauto į modelį ir iš jo* (Saltelli et al. 2000).

Apibrėžimas 2. *Jautrumo analizė (JA) – tai tyrinėjimas, kuris atskleidžia modelio kiekybinių ar kokybinių išvesties nuokrypių (output) (skaitmeniniu ar kitokiu pavidalu) priklausymą nuo atskirų modelio parametrų reikšmių pokyčių ir pradinių duomenų įtaką modeliui* (Saltelli et al. 2000).

Jautrumo analizės metodų yra ne vienas (Saltelli et al. 2000; Kopustinskas et al. 2007; Rios-Insua 1990; Fischer 1995). Skirtingos jautrumo analizės strategijos priklauso nuo analizuojamos situacijos. Yra nustatytos trys pagrindinės situacijos, kuriose jautrumo analizė atliekama skirtingai:

- Faktoriaus atranka (angl. factor screening), tai situacijos, kuriose reikia nustatyti faktorių poveikį sistemai, turinčiai daug faktorių;
- Lokali jautrumo analizė, tai situacija, kurioje išryškinamas lokalus faktorių poveikis modeliui; ši analizė apima išvestines ir yra analizinė;
- Globali jautrumo analizė, tai situacijos kuriose išryškinamas modelio rezultatų neapibrėžtumo paskirstymas įvesties faktorių neapibrėžtumui; ši analizė tipiškai apima imties metodus ir įvesties neapibrėžtumo sritį, kas atspindi nepakankamas žinias apie modelio faktorius.

Vykdant lokalią jautrumo analizę vieno parametro atžvilgiu, visi kiti parametrai yra fiksuoti. Tai yra vienas iš galimų variantų, kai dviejų ar daugelio parametrų sąveika yra ignoruojama, ir jų jungtinis poveikis nėra analizuojamas. Modelio analizė atliekama – keičiant visų esamų parametrų reikšmes, jų neapibrėžtumo diapazone.

Globalios jautrumo analizės tikslas paskirstyti rezultato kintamųjų neapibrėžtumą kiekvieno įvesties faktoriaus neapibrėžtumui. Jautrumo analizės įvestyje naudojami faktorių pasiskirstymai.

Jautrumo analizės eksperimentai paprastai laikomi globaliais, kai (a) visi parametrai kinta tuo pačiu laiku ir (b) jautrumas matuojamas visoje kiekvieno įvesties parametro srityje.

Išvardintos metodikos (angl. *techniques*) dar gali būti skirstomos į klases:

- Išrinkimo modeliai – parengiamieji skaitiniai eksperimentai, kurių tikslas izoliuoti svarbiausius faktorius, tam, kad galima būtų iškviesti tam tikrą modelio reakciją.

- Diferencialinė analizė (dažniausiai lokali JA);
- Monte Karlo analizė (globali JA);
- Atsiliepimo paviršiaus metodologija (globali JA);
- Furje amplitudės jautrumo testas (FAST, globali JA) (Saltelli et al. 2000).

Pagal taikymo sritį, jautrumo analizė mokslinėje literatūroje apibrėžiama dviem aspektais. Vienas iš jų – kai nustatomas matematinio modelio jautrumas kiekvieno parametro atžvilgiu. Kitas – kai vertinamas sprendimo rezultato jautrumas, pradinių duomenų varijavimo atžvilgiu.

2.1.1. Matematinio modelio jautrumo analizė

Matematinio modelio parametrų jautrumo analizė skirta ištirti labiausiai modelio rezultato neapibrėžtumą sąlygojančius veiksnius. Tipiškas jautrumo analizės rezultatas yra svarbiausių modelio parametrų sąrašas, parametrų svarbą vertinant kiekybiniais dydžiais. Kadangi žinomas ne vienas jautrumo analizės statistinis metodas, dažnai naudinga ne tik teisingai pasirinkti konkretų metodą, bet ir palyginti gautus rezultatus su kitų metodų gautais rezultatais.

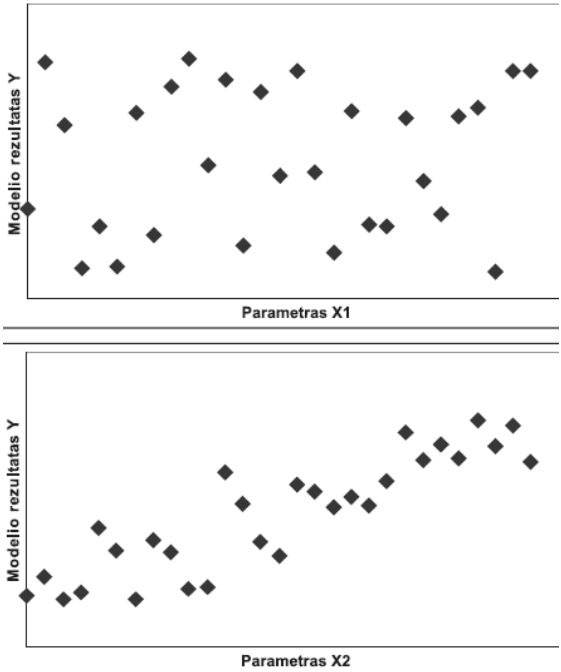
Pagal jautrumo analizės rezultatus galime nustatyti, kurių modelio parametrų tikslesnis įvertinimas leistų ženkliai sumažinti modelio rezultato neapibrėžtumus ir kurių parametrų tolesnis tikslinimas nėra prasmingas dėl jų mažos įtakos rezultatui. Kadangi parametrų įvertinimas dažnai susijęs su turimomis žiniomis apie tam tikrus fizikinius dydžius ar reiškinius, parametrui tiksliau įvertinti gali tekti atlikti papildomus eksperimentinius tyrimus. Todėl jautrumo analizė gali padėti numatyti prioritetinius eksperimentinius tyrimus ir objektyviai spręsti optimalaus lėšų paskirstymo brangiems tyrimams klausimą.

Jautrumo analizės metodai skirstomi į lokalius ir globalius.Dažniausiai naudojamas lokalus jautrumo indeksas yra modelio rezultato išvestinė. Pagrindinis lokalių jautrumo indeksų trūkumas yra tai, kad jie vertina parametrų įtaką modelio rezultatui tik vieno taško nedidelėje aplinkoje, o ne visame parametro reikšmės kitimo intervale. Taip pat lokalūs jautrumo indeksai neįvertina parametrų reikšmių tikimybinių skirstinių, todėl juos naudoti jautrumo analizei nerekomenduojama.

Vienas paprasčiausių jautrumo analizės metodų yra sklaidos grafikų analizė. Paprastai rekomenduojama atlikti tokią grafinę analizę jautrumo analizės pradiniame etape, kuris leistų nesunkiai pastebėti esamus tiesioginius modelio parametrų ir rezultato sąryšius.

Sklaidos grafiko pavyzdžiai pavaizduoti 2.1 pav. Pavyzdžiuose matyti, kad parametro X_1 reikšmės nėra susijusios su modelio rezultato Y reikšmėmis, tačiau parametro X_2 atveju tokia priklausomybė egzistuoja. Parametro X_2 mažesnės

reikšmės yra susijusios su modelio rezultato mažesnėmis reikšmėmis, o didesnės – su rezultato didesnėmis reikšmėmis (Kopustinskas et al. 2007).



2.1 pav. Modelio rezultato jautrumas parametrų atžvilgiu (Kopustinskas et al. 2007)
Fig. 2.1. A sensitivity of a output of a model in point of the parameters (Kopustinskas et al. 2007)

Jautrumo analizė padeda nustatyti, kurių modelio parametrų neapibrėžtumą labiausiai verta mažinti, kad sumažėtų rezultato neapibrėžtumas. Šios analizės rezultatai yra svarbūs siekiant nustatyti, kuriuos parametrus verta tikslinti, o kurių tikslumo padidinimas nesumažina rezultato neapibrėžtumo (Saltelli et al. 2000).

2.1.2. Daugiatikslio sprendimo jautrumo analizė

Ne visuomet daugiakriteriniuose sprendimo priėmimo uždaviniuose pradinius duomenis galima išreikšti skaičiais, o kartais kiekybiniai duomenys yra lengvai kintantys. Tuo atveju sprendimus priimantis asmuo (SPA) pradžioje turi įvertinti duomenis su tam tikru tikslumu, o nustačius jog kai kurių pradinių duomenų varijavimas turi didesnę įtaką rezultato pokyčiui, tokius duomenis reikia įvertinti su didesniu tikslumu (Giupponi et al. 2007). Tokiu būdu SPA gali ranguoti al-

ternatyvas nepervertindamas kritiškų duomenų. Toks surangavimas turės aukštesnį pasikliovimo lygį. Iš to išplaukia išvada, kad analizuojant daugiakriterinius sprendimo priėmimo uždavinius pirmiausiai reikia atlikti pradinių duomenų tikslumo analizę, o sprendimo priėmimui taikant daugiakriterinius sprendimo priėmimo metodus – atlikti galutinio sprendimo jautrumo analizę.

Tipiškas daugiakriterinio sprendimo priėmimo uždavinio jautrumo analizės tikslas yra išsiaiškinti, kaip pasikeis alternatyvų rangavimas, įvesties duomenis (t.y. rodiklių reikšmes - x_{ij} ir rodiklių reikšmingumo reikšmes - q_j) pakeitus naujomis reikšmėmis. Kaip atlikti jautrumo analizę daugiakriteriniuose sprendimo priėmimo uždaviniuose, nagrinėjo Rios-Insua (1990). Jis parodė, kad sprendimo priėmimas gali būti nepaprastai jautrus tam tikriems sprendimo priėmimo uždavinio parametrų pakeitimams.

Asmuo išanalizavęs sprendimo jautrumą negali nustatyti nei to sprendimo rizikos tikimybės, nei veiksmų sekos, kaip įvertinti nagrinėjamom sprendimo rizikingumą (Pannell 1997). Tačiau jautrumo analizės metodai yra naudingi šiose situacijose:

- sprendimų priėmime, kritiškos vertės/kriterijaus identifikavimui, nustatant sprendimo tvirtumą ir rizikingumą;
- komunikacijoje, patikimumo ir konfidencialumo padidinimui;
- modeliavimo procese, įvesties ir išvesties sąryšio bei modelio poreikių ir apribojimų geresniam suvokimui.

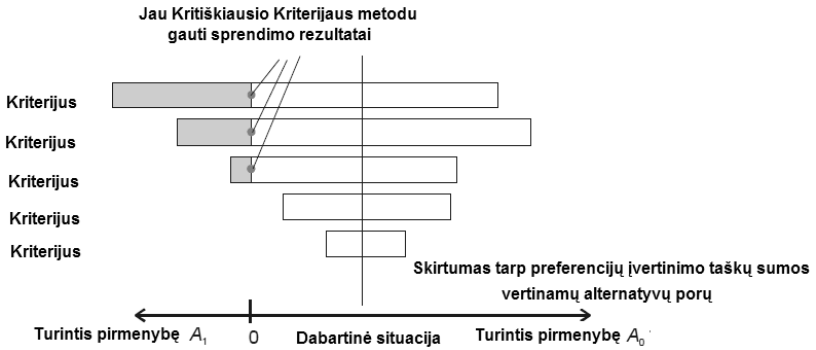
Daugiatikslių sprendimų jautrumui rodiklių reikšmingumui nustatyti dažniausiai yra naudojami šie jautrumo analizės metodai:

- <u>kritiškiausias kriterijus:</u> identifikavimas kriterijaus, kurio mažiausias dabartinio svorio reikšmės pakeitimas gali pakeisti egzistuojančių alternatyvų padėtį rangų skalėje;
- <u>tornado diagrama:</u> grafiškai lyginama pasirinkta alternatyva su bet kuria kita ir rodomi parametrų diapazonai, kurių viduje parametrai gali keistis.

Kritiškiausio kriterijaus metodas. Šis metodas (Triantaphyllou 2000), nagrinėja kritiškiausio kriterijaus egzistavimą, kuriam reikalingas tik minimalaus dabartinės svorio vertės pakeitimas, kad pasikeistų alternatyvų rangų sutvarkymas. Naudojant šį metodą, vartotojas gali tiesiogiai išbandyti, bei minimaliai pakeisti kriterijų svorių reikšmes, kurie turi įtakos galutinio alternatyvų rangavimo pasikeitimui.

Tornado diagrama. Tornado diagrama yra grafinis jautrumo analizės metodas. Šio metodo pranašumas yra vizualus jautrumo pavaizdavimas. Jis lygina du pasirinkimus (pagrindinį ir sumodeliuotą) vienu metu. Horizontalios juostos vaizduoja nagrinėjamo reiškinio reikšmių diapazoną, koks gali būti, didiant ar mažinant atitinkamų kriterijų reikšmes (Eschenbach 2006). Tokioje diagramoj juostos nurodančios atitinkamo kriterijaus įtaką rezultatui, yra sutvarkytos nuo

ilgiausios link trumpiausios (einant žemyn) ir tokiu būdu sudaroma „tornado“ formos diagrama (Pav. 2.2).



2.2 pav. Tornado diagram (Giupponi et al. 2004)
Fig. 2.2. Tornado diagram (Giupponi et al. 2004)

Atlikta literatūros, apie daugiatikslių sprendimų jautrumą, analizė parodė, jog nėra vieningo jautrumo analizės metodo, leidžiančio įvertinti daugiatikslio sprendimo jautrumą, visų efektyvumo rodiklių ar kriterijų atžvilgiu. Dažniausia jautrumo analizė yra taikoma galutinio sprendimo jautrumui, rodiklio reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, įvertinti (ExpertChoise). Tokios analizės pagalba galima nustatyti, kuris rodiklis yra kritiškiausias, o koks sprendimo patikimumas, nustačius tokio rodiklio ar rodiklių egzistavimą – nėra pateikiama.

2.2. Statistiniai modeliavimo ir analizės metodai

2.2.1. Monte Karlo metodas

Monte Karlo metodas – skaičiavimo metodas, pagrįstas statistiniu modeliavimu ir gautų rezultatų apdorojimu statistiniais metodais. Šis metodas dažniausiai naudojamas fizikinių ir matematinių sistemų modeliavimui, kai neįmanoma gauti tikslių rezultatų naudojant deterministinį algoritmą. Monte Karlo metodo atsiradimas siejamas su amerikiečių tautybės matematikų John von Neumann ir Stanislaw Ulam vardais, kai 1949 metais statistikos mokslų žurnale (J. Amer. Statistical assoc. 1949, 44, No. 247, p. 335–341) buvo atspausdintas jų straipsnis „The Monte Carlo method“ (Sobol 1985).

Tiriant išėjimo parametrų tikslumą statistinių bandymų metodu, reikalingos elementų parametrų atsitiktinės reikšmės. Šių reikšmių modeliavimui naudojami atsitiktinių skaičių generatoriai. Didžiausią praktinę reikšmę turi tolygiojo

skirstinio atsitiktinės reikšmės intervale [0,1]. Kitokių skirstinių $w(\tau)$ pagrindu atsitiktiniai dydžiai gaunami sprendžiant lygtį parametro x atžvilgiu, naudojant vienodos tikimybės įverčius. Tokiu būdu gaunami pseudoatsitktiniai skaičiai τ_i, pasiskirstę pagal skirstinį $w(\tau_i)$ (Kruopis 1977).

Moksliniuose darbuose, taikant Monte Karlo metodą, dažniausias tolydžiai pasiskirsčiusių atsitiktinių skaičių generavimas, t.y. pagal tolygųjį arba normalųjį pasiskirstymus (Sakalauskas, Žilinskas 2006), (Mun 2006), (Triantaphyllou 2000). Tačiau Monte Karlo modeliavimą galima taikyti generuojant atsitiktinius dydžius ne tik pagal šiuos du pasiskirstymo dėsnius. Mokslininkai Rubinstein ir Kroese (2008) savo knygoje aprašo daug daugiau pasiskirstymo dėsnių, kurie gali būti naudojami Monte Karlo modeliavime.

Monte Karlo analizės metu daug kartų įvertinama atsitiktinai parinkta modelio įvestis, po to, naudojant įvertinimų rezultatus, nustatomas modelio prognozės neapibrėžtumas ir paskirstymas įvesties veiksniams bei jų indėlis į šį neapibrėžtumą. Monte Karlo analizė apima penkis žingsnius:

- srities ir pasiskirstymo dėsnio veiksniui X_i parinkimą;
- veiksnių imties generavimą pagal apibrėžtą sritį ir nustatyto pasiskirstymo dėsnį;
- modelio įvertinimą pagal kiekvieną imties elementą;
- neapibrėžtumo analizę;
- jautrumo analizę.

Atskiras Monte Karlo analizės atvejis apima kvazi-atsitiktinių skaičių naudojimą, kur imties generavimas nėra visiškai atsitiktinis (Saltelli et al. 2000).

Paskutinis MK analizės žingsnis – jautrumo analizė, nagrinėjanti rezultatų nuokrypių paskirstymą skirtingiems sistemos rezultatų nuokrypiams. Jautrumo analizei atlikti siūloma nemaža būdų:

- Sklaidos ir koreliacijos koeficientai;
- Regresijos analizė;
- Koreliacijos (tarpusavio ryšio) matai;
- Rango transformacija;
- Dviejų imčių testai;
- Pažingsninė regresijos analizė;
- Kiti jautrumo analizės metodai MK pagrindu.

Kai sistemos elementų elgsena yra tikimybinė, gali būti taikomas imitacinis Monte Karlo metodas. Pagrindinė šio metodo idėja – kintamųjų reikšmių generavimas pagal sukurtą modelį. Monte Karlo metodo skiriamasis bruožas yra atsitiktinių skaičių taikymas tikimybinių elementų reikšmėms imituoti.

Imitavimo procesas skaidomas į penkis etapus:

- Nustatomi svarbiausių kintamųjų tikimybiniai skirstiniai;

- Kiekvienam kintamajam apskaičiuojamas didėjančios tikimybės skirstinys;
- Kiekvienam kintamajam apskaičiuojamas atsitiktinių skaičių intervalas;
- Generuojami atsitiktiniai skaičiai;
- Imituojamos kintamųjų reikšmių sekos.

Monte Karlo metodo esmę lengviausia perprasti sprendžiant imitavimo uždavinius (Boguslauskas, Stungurienė 2008).

Daugiatikslių sprendimų priėmimo metodų ir sprendimų analizėje Monte Karlo metodą taiko ne vienas autorius. Podvezko (2006) pritaikė Monte Karlo metodą nagrinėjamų alternatyvų rodiklių reikšmingumo kitimo intervalams nustatyti ir parodė, jog statistinio imitavimo metodas gali būti taikomas atskirų alternatyvų tikimybių įvertinimui jų kitimo intervaluose. Rodiklių reikšmingumų generavimui fiksuotuose intervaluose Monte Karlo metodą taiko ir Lianwang su bendraautoriais (Lianwang et al. 2008).

Pirmiausiai Monte Karlo metodu galima modeliuoti bet kuriuos procesus, kuriuose dominuoja atsitiktiniai faktoriai. Antra, bet kokio matematinio uždavinio, net nesusijusio su atsitiktinumais, sprendimui galima sudaryti tikimybinį modelį, pagelbėsiantį išspręsti uždavinį. Šios Monte Karlo metodo galimybės leidžia jį taikyti daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizei atlikti ir sprendimo patikimumui įvertinti.

2.2.2. Jautrumo analizė imčių pagrindu

Jautrumo analizė imčių pagrindu yra vienas iš JA būdų, kai modelis sukuriamas pakartotinai remiantis reikšmių kombinacijomis, sudarytomis naudojant žinomų įvesties veiksnių (angl. *input factors*) imčių skirstinius. Jautrumo analizę imčių pagrindu plačiai aprašė Saltelli su bendraautoriai (Saltelli et al. 2000). Minėtas jautrumo analizės būdas nusakomas žingsniais:

1. Suprojektuojamas eksperimentas (reikia nuspręsti, kokius modelio klausimus norima atsakyti) ir apibrėžiami įvesties veiksniai, kuriems reikalinga analizė.
2. Nustatoma kiekvieno veiksnio tikimybių tankio funkcija ar nuokrypio ribos.
3. Pasirinktu būdu generuojamas įvesties vektorius.
4. Naudojant sugeneruotus įvesties duomenis apskaičiuojami modelio rezultatai.
5. Įvertinama kiekvieno įvesties veiksnio įtaka ar santykinė svarba rezultato kintamajam (-iesiems).

Jautrumo analizę galima atlikti aibei veiksnių. Veiksniai gali būti:

- tam tikra įvesties charakteristika;

- pasiskirstymo parametrai, aprašantys kažkokį atsitiktinį procesą;
- veiksnio, kurio reikšmė lemia alternatyvos ar proceso pasirinkimo mechanizmą, priežastis.

Tuo atveju kai imtis yra pateikta per modelį, modelis yra vykdomas pakartotinai kiekvienai realizacijai, tam, kad gauti nagrinėjamos srities kintamųjų rezultatų imtį. Turint rezultatų imtį atliekama imties duomenų statistinė analizė: sudaroma empirinė pasiskirstymo funkcija, apskaičiuojamos skaitinės charakteristikos, tokios kaip vidurkis, standartinis nuokrypis, pasikliautinieji intervalai ir kt.

Neapibrėžtumo ir jautrumo analizei skirti metodai imčių pagrindu atlieka modelio bendro vaizdo sudarymą ir tyrinėjimą, atžvilgiu įvesties duomenų neapibrėžtumo. Formaliai (angl. *conceptually*) nagrinėjamas modelis y gali būti pateikiamas kaip vektorinė funkcija:

$$y = \left(y_1, y_2, \ldots, y_{nY}\right) \tag{2.1}$$

o susiję įvesties duomenys gali būti pateikiami kaip vektorius:

$$x = \left(x_1, x_2, \ldots, x_{nX}\right) \tag{2.2}$$

Jeigu x reikšmė buvo žinoma vienareikšmiškai, tai $y(x)$ gali būti nustatyta ir pateikta kaip vienintelis analizės rezultatas. Tačiau tuo atveju, kai x neapibrėžta reikšmė, gautas rezultatas $y(x)$ yra neapibrėžtas reikšmės x atžvilgiu. Šių dviejų dydžių neapibrėžtumas veda prie dviejų glaudžiai susijusių klausimų:

- Koks yra $y(x)$ neapibrėžtumas, gautas dėl x neapibrėžtumo?
- Kokia kiekvieno, duomenų vektoriaus x, elemento svarba modelio $y(x)$ neapibrėžtumui?

Visi būdai padedantys atsakyti į šiuos du klausimus gali būti apibrėžiami, kaip modelio neapibrėžtumo ir modelio jautrumo analizė (Saltelli et al. 2000).

Pateikta jautrumo analizės imčių pagrindu apžvalga parodo, jog norint atlikti bet kokio modelio jautrumo analizę, yra tikslinga generuoti pradinius duomenis pagal pasirinktą dėsnį. Sugeneruotus duomenis įvedus į modelį gaunama rezultatų imtis. Modelio neapibrėžtumo ir jautrumo analizės išvados daromos atlikus rezultatų imties statistinę analizę. Autorės nuomone JA imčių pagrindu yra patodus įrankis norint nustatyti daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų ir sprendimų jautrumą pradinių duomenų atžvilgiu, tiek rodiklių reikšmių, tiek rodiklių reikšmingumų.

2.2.3. Stochastinio dominavimo taisyklės

Tarkim $F_{ik}(x)$ ir $F_{jk}(x)$ yra tolydžios iš dešinės didėjančios pasiskirstymo funkcijos vaizduojančios A_i ir A_j įvertinimus atitinkamai pagal kriterijų X_k:

$$F_{ik}(x) = P\{X_{ik} \le x\}, \quad F_{jk}(x) = P\{X_{jk} \le x\} \tag{2.3}$$

Pirmo laipsnio stochastinio dominavimo (FSD) ir antro laipsnio stochastinio dominavimo (SSD) taisyklės apibrėžiamos taip:

I. Tarkim turime du atsitiktinius dydžius X_{ik}, X_{jk}. Tuomet X_{ik} dominuoja X_{jk} pagal FSD taisyklę $(X_{ik} \succ_{FSD} X_{jk})$ tada ir tik tada kai:

$$F_{ik}(x) \ne F_{jk}(x), \; H_1(x) = F_{ik}(x) - F_{jk}(x) \le 0, \forall x \in R \tag{2.4}$$

II. X_{ik} dominuoja X_{jk} pagal SSD taisyklę $(X_{ik} \succ_{SSD} X_{jk})$ tada ir tik tada kai

$$F_{ik}(x) \ne F_{jk}(x), H_2(x) = \int_{-\infty}^{x} H_1(y)dy \le 0, \forall x \in R \tag{2.5}$$

Tarkime, kad atsitiktiniai dydžiai X_{iq} yra apibrėžti taip:

$P(X_{iq} = e_{iq}) = p_{iqj}, \quad j = \overline{1, z}.$

čia $e_{q1},\ldots,e_{qz}$ yra atsitiktinio dydžio X_{iq} reikšmės, tokios, kad $e_{ql} < e_{ql+1}$, $(l = \overline{1, z-1})$ ir $p_{iq1},\ldots,p_{iqz}$ yra tų dydžių tikimybės.

Kintamasis X_{jq} yra apibrėžtas panašiai, kaip ir X_{iq} tik su tikimybėmis $p_{jq1},\ldots,p_{jqz}$.

Jeigu rezultatai gali būti ranguojami preferencijų tvarka, t.y. sprendimus priimantis asmuo teikia pirmenybę e_{ql-1} prieš e_{ql}, tada $\forall l = \overline{1, z-1}$ gali būti taikoma OFSD – (*Ordinal First Degree Stochastic Dominance*) taisyklė:

III. X_{iq} dominuoja X_{jq} pagal OFSD taisyklę $(X_{iq} \succ_{OFSD} X_{jq})$ tada ir tik tai tada kai:

$$\sum_{l=1}^{s} p_{iql} \le \sum_{l=1}^{s} p_{jql}, \quad s = \overline{1, z} \tag{2.6}$$

Tarkime, kad sprendimus priimantis asmuo prideda papildomos informacijos ir pažymi, kad rezultatas yra labiau pagerintas pakeitus e_{ql} į e_{ql+1} $\forall l = \overline{1, z-2}$. Tokiu atveju gali būti taikoma OSSD – (*Ordinal Second Degree Stochastic Dominance*) taisyklė:

IV. X_{iq} dominuoja X_{jq} pagal OSSD taisyklę $(X_{iq} \succ_{OSSD} X_{jq})$ tada ir tik tai tada, kai:

$$\sum_{r=1}^{s}\sum_{l=1}^{r} p_{iql} \le \sum_{r=1}^{s} \sum_{l=1}^{r} p_{jql}, \quad s = \overline{1, z} \tag{2.7}$$

FSD ir OFSD taisyklės yra ekvivalenčios laukiamo naudingumo maksimizavimui, visiems sprendimo priėmėjams, teikiantiems pirmenybę didesniems rezultatams. Tuo tarpu SSD ir OSSD taisyklės yra ekvivalenčios laukiamo naudingumo maksimizavimui, visiems sprendimą priimantiems asmenis, nelinkusiems į riziką ir teikiantiems pirmenybę didesniems rezultatams (Nowak 2004; 2006a; 2006b; 2007).

Stochastinio dominavimo taisykles siūloma taikyti tuo atveju, kai taikant daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus, gauta, jog dvi alternatyvos pretenduoja būti pirmoje pozicijoje, pagal alternatyvų išrangavimą. Stochastinio dominavimo taisyklių taikymas alternatyvų rangavimui buvo nagrinėjamas Ustinovičiaus ir Simanavičienės straipsnyje (Ustinovichius, Simanaviciene 2008).

Atliekant stochastinio dominavimo taisyklių pritaikymą, kriterijumi pagal kurį alternatyvos yra lyginamos, imamas alternatyvų racionalumas, gautas metodu MADM.

2.2.4. Statistinės analizės metodai

Statistinė analizė yra pagrindinis įrankis nustatant nagrinėjamoms imties skaitines charakteristikas. Analizuojant daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumą, pradinių duomenų neapibrėžtumo, atsitiktimumo atžvilgiu, tenka modeliuoti galimas situacijas, jas vertinti. Iš vertinimo rezultatų sudaromos matricos, vektoriai, kitaip sakant gaunamos duomenų imtys, kurių statistinė analizė, gali atsakyti į metodų ir pradinių duomenų bendros sąveikos rezultatų klausimus. Tokių statistinių charakteristikų, kaip vidurkis, standartinis nuokrypis, variacijos koeficientas naudojimas statistinėje analizėje yra gan dažnas reiškinys. Žemiau pateikiamos statistinės charakteristikos, kurios rečiau naudojamos praktiniuose uždaviniuose, tačiau vertinant sprendimo patikimumą šiame darbe siūloma taikyti alternatyvų racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinųjų intervalų skaičiavimą ir hipotezių apie dviejų gretimų alternatyvų rezultatų imčių vidurkių lygybę.

Hipotezė apie dviejų nepriklausomų imčių vidurkių lygybę

Remiantis tikimybių teorijos ir matematinės statistikos vadovėliais, bei monografijomis (Čekanavičius, Murauskas 2004; Aksomaitis 2002) pateikiama hipotezė apie dviejų nepriklausomų imčių vidurkių lygybę.

Tarkime, kad imtys $X = (X_1, X_2, \ldots, X_n)$, $Y = (Y_1, Y_2, \ldots Y_m)$ gaunamos stebint du nepriklausomuosius normaliuosius atsitiktinius dydžius $X \sim N(\mu_1, \sigma_1^2)$ ir $Y \sim N(\mu_2, \sigma_2^2)$, kurių vidurkiai μ_1, μ_2 ir dispersijos σ_1^2, σ_2^2 – nežinomi. Tarkim reikia patikrinti hipotezę:

$$H_0 : \mu_1 = \mu_2 . \tag{2.8}$$

Sprendimui priimti naudojamas statistinis kriterijus *T*, kuris turi Stjudento skirstinio reikšmę, apskaičiuojamą pagal formulę:

$$t = \frac{\bar{x} - \bar{y}}{\sqrt{\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}}}, \tag{2.9}$$

su *k* laisvės laipsnių. Čia $\bar{x}, \bar{y}$ – atitinkamai imčių *X* ir *Y* empiriniai vidurkiai; s_1^2, s_2^2 – atitinkamai imčių *X* ir *Y* empirinės dispersijos.

Laisvės laipsnių skaičius *k* yra mažiausias sveikas skaičius tenkinantis nelygybę:

$$k \le \frac{\left(\frac{s_1^2}{n} + \frac{s_2^2}{m}\right)^2}{\frac{s_1^4}{n^3} + \frac{s_2^4}{m^3}}. \tag{2.10}$$

Sprendimai apie hipotezę su skirtingomis alternatyvomis priimami remiantis 2.1 lentele.

2.1 lentelė. Stjudento skirstinio su *k* laisvės laipsnių α lygmens kritinės reikšmės
Table 2.1. The critical values of Stiudent distribution

Alternatyva H_1	H_0 atmetama, jei	H_0 neatmetama, jei
$\mu_1 \ne \mu_2$	$\lvert t \rvert > t_{\frac{\alpha}{2}}(k)$	$\lvert t \rvert \le t_{\frac{\alpha}{2}}(k)$
$\mu_1 > \mu_2$	$t > t_\alpha(k)$	$t \le t_\alpha(k)$
$\mu_1 < \mu_2$	$t < -t_\alpha(k)$	$t \ge -t_\alpha(k)$

Čia $t_\alpha(k)$ yra Stjudento skirstinio su *k* laisvės laipsnių α lygmens kritinė reikšmė (Čekanavičius, Murauskas 2006).

Normaliojo skirstinio vidurkio pasikliautinasis intervalas

Parametrų įverčiai yra atsitiktiniai dydžiai. Jų realizacijos yra išsibarsčiusios apie tikrąją parametro reikšmę. Taikymams svarbu žinoti intervalą, kuriam gali priklausyti nežinomas parametras (Čekanavičius, Murauskas 2006). Tam, kad gauti kuo tikslesnį ir patikimesnį nežinomo parametro θ įvertį $\hat{\theta}$ galima skaičiuoti parametro pasikliautinąjį intervalą.

Apibrėžimas: Tegul $\underline{\theta}(x_1, \ldots, x_n)$ ir $\overline{\theta}(x_1, \ldots, x_n)$ – dvi laisvai pasirinktos funkcijos, arba tam tikros statistinės charakteristikos tokios, kad su bet kuriuo parametro θ įverčiu teisinga lygybė:

$$P\left[\underline{\theta}(x_1, \ldots, x_n) < \theta < \overline{\theta}(x_1, \ldots, x_n)\right] = 1 - \alpha \tag{2.11}$$

Tada intervalas $\left(\underline{\theta}, \overline{\theta}\right)$ vadinamas parametro θ pasikliautinuoju intervalu (PI) esant pasikliovimo tikimybei $1-\alpha$. Pasikliovimo tikimybė dar vadinama pasikliovimo lygmeniu ir žymima: $1-\alpha = \gamma$.

Kai pasikliovimo lygmuo γ mažai skiriasi nuo vieneto (γ = 0,9; 0,95; 0,99), praktiškai esame tikri, kad $\theta \in \left(\hat{\theta} - \varepsilon, \hat{\theta} + \varepsilon\right)$, čia ε - įverčio tikslumas (paklaida).

Atliekamuose skaičiavimuose bus žinoma imtis, bus nustatytas imties duomenų pasiskirstymo dėsnis. Tuo atveju, kai imties duomenys pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį $X \sim N(\mu, \sigma)$ skaičiuodami parametro μ pasikliautinąjį intervalą, turime atsižvelgti į tai, jog imties dispersija bus nežinoma. Skaičiuojant vidurkio pasikliautinąjį intervalą, kai dispersija nežinoma ir atsitiktinis dydis pasiskirstęs pagal normalųjį dėsnį, pasirenkama statistika $T \sim S(n\text{-}1)$, kuri pasiskirsčiusi pagal *Stjudento* dėsnį su n-1 laisvės laipsniais:

$T = \dfrac{\left(\overline{X} - \mu\right)\sqrt{n}}{\overline{S}}$, kur $\overline{S}^2$ - empirinė „pataisyta“ dispersija, skaičiuojama pagal formulę:

$$\overline{s}^2 = \frac{1}{n-1}\sum_{i=1}^{n}\left(x_i - \overline{x}\right)^2 \tag{2.12}$$

Parametro μ pasikliautinasis intervalas, kai pasikliovimo lygmuo γ apskaičiuojamas pagal formules:

$$\mathrm{P}\left(\left|\overline{X} - \mu\right| < \varepsilon\right) = 1 - \alpha, \tag{2.13}$$

$$\mathrm{PI} = \left(\overline{X} - \frac{t_p(n-1)\overline{S}}{\sqrt{n}}, \overline{X} + \frac{t_p(n-1)\overline{S}}{\sqrt{n}}\right), \; p = 1 - \frac{\alpha}{2}, \tag{2.14}$$

kur $t_p(n\text{-}1)$ – Stjudento skirstinio su n-1 laisvės laipsniais p-tasis kvantilis (Čekanavičius, Murauskas 2006; Aksomaitis 2002).

Neparametrinių hipotezių tikrinimas apie skirstinį

Paprastąja neparametrine hipoteze vadinama prielaida apie tikimybių skirstinio analizinę išraišką (Čekanavičius, Murauskas 2004; Aksomaitis 2002).
Pasiskirstymo funkcijų atveju ši hipotezė išreiškiama taip:

$$H_0 : F(x) = F_0(x) \tag{2.15}$$

čia $F_0(x)$ – žinoma pasiskirstymo funkcija, $F(x)$– nagrinėjama pasiskirstymo funkcija.

Kriterijai, kuriais remiantis tikrinamos paprastosios neparametrinės hipotezės, vadinami suderinamumo kriterijais.

Suderinamumo kriterijaus formulavimas:

- Jei konkreti statistikos D reikšmė d_n patenka į kritinę sritį KS, t.y. jeigu $d_n \in KS$, hipotezė H_0 atmetama;
- Jei $d_n \notin KS$, hipotezės H_0 nėra pagrindo atmesti ir ji yra priimama.
  Teorinių ir statistinių duomenų nuokrypio matas D gali būti parinktas įvairiais būdais. Praktikoje dažniausiai taikomi du šio mato parinkimo metodai: Pirsono ir Kolmogorovo kriterijai. Šiame moksliniame darbe bus naudojamas Pirsono χ^2 kriterijus, hipotezės apie imties duomenų pasiskirstymą, tikrinimui.

Pirsono χ^2 suderinamumo kriterijus yra universalus. Jo taikymo galimybės nepriklauso nuo teorinio skirstinio išraiškos. Statistika D apibūdinama patekimo į tam tikrus intervalus teorinių tikimybių ir statistinių įverčių – santykinių dažnių skirtumu, o kriterijus grindžiamas šių charakteristikų didelių nuokrypių mažu patikimumu.

Sakykim, $(X_1, X_2, ..., X_n)$ yra atsitiktinio dydžio X su nežinoma pasiskirstymo funkcija $F(x)$ atsitiktinė imtis. Tikrinama (2.15) hipotezė. Tarkim, jog H_0 yra teisinga, ir apskaičiuojamos teorinės tikimybės p_i:

$$p_i = \mathrm{P}(a_{i-1} \le X < a_i) = F_0(a_i) - F_0(a_{i-1}),\ i = \overline{1,m} \tag{2.16}$$

Tikimybė p_i yra teorinės pasiskirstymo funkcijos $F_0(x)$ pokytis i-tajame intervale $[a_{i-1}, a_i)$, o santykinis dažnis $\frac{k_i}{n}$ - empirinės pasiskirstymo funkcijos

$\hat{F}_n(x)$ pokytis šiame intervale, kur n – imties tūris, k_i – imties reikšmių, pakliūvančių į i –ąjį intervalą, dažnis. Teorinės ir empirinės pasiskirstymo funkcijos nuokrypio matu imama statistika:

$$\chi_n^2 = \sum_{i=1}^{m} \frac{(k_i - np_i)^2}{np_i} = \sum_{i=1}^{m} \frac{k_i^2}{np_i} - n. \tag{2.17}$$

Jei hipotezė H_0 yra teisinga, statistika χ_n^2 yra asimptotiškai ($n \to \infty$) pasiskirsčiusi pagal χ^2 dėsnį su m-1 laisvės laipsniais. Vadinasi, esant didelėms imtims, statistikos χ_n^2 skirstinį galima aproksimuoti χ^2 skirstiniu. Ši aproksimacija laikoma patikima, kai $np_i \geq 5$ su visais $i = \overline{1,m}$.

Neneigiama statistika χ_n^2 sudaryta taip, kad kuo artimesnė nuliui yra jos reikšmė, tuo didesnė tikimybė, kad H_0 teisinga. Todėl hipotezės tikrinimo kriterijų grindžiame dešine kritine sritimi, kurią sudaro didelės χ_n^2 reikšmės. Statistikos χ_n^2 skirstinio p-tąjį kvantilį pažymėję χ_p^2, kritinė sritis KS apibrėžiama lygtimi:

$$\mathrm{P}\left(\chi_n^2 \geq x_p^2\right) = \alpha \tag{2.18}$$

Kadangi statistikos χ_n^2 skirstinys nežinomas, o jis tik aproksimuojamas χ^2 skirstiniu su m-1 laisvės laipsniais, tai aproksimuojami ir p-tieji kvantiliai: $x_p^2 \cong \chi_p^2(m-1)$.

Kritinė sritis KS apytiksliai apibūdinama intervalu:

$$KS = \left[\chi_p^2(m-1), +\infty\right), \; p = 1 - \alpha \tag{2.19}$$

Kriterijus:

- Jei statistikos χ_n^2 konkreti reikšmė $x_n^2 \geq \chi_p^2(m-1)$, hipotezė H_0 atmetama;
- Jeigu $x_n^2 < \chi_p^2(m-1)$, H_0 priimama.

Kriterijaus χ^2 privalumas yra universalumas. Juo galima tikrinti hipotezę apie bet kurį skirstinį (tolydųjį, diskretųjį), netgi priklausantį nuo nežinomų, bet statistiškai įvertintų parametrų (Čekanavičius, Murauskas 2006; Aksomaitis 2002).

2.3. Antrojo skyriaus išvados

Daugiatikslio sprendimo neapibrėžtumas susijęs su pradinių duomenų neapibrėžtumu, kadangi pradinius duomenis: rodiklių reikšmes ir rodiklių reikšmingumus nustato asmuo priimantis sprendimą ar ekspertas, o gal ekspertų grupė (subjektai). Šie duomenys turi subjektyvumo, kas ir lemia sprendimo, gauto naudojant šiuos duomenis, neapibrėžtumą ir nepatikimumą.

1. Atlikus esamų jautrumo analizės metodų apžvalgą, nustatyta, kad mokslinėje literatūroje pagrindinis dėmesys yra skiriamas matematinių modelių jautrumui, atžvilgiu parametrų. Sprendimo, gauto taikant sprendimo priėmimo metodus, jautrumui analizuoti yra žinomi du metodai: Kritiškiausio kriterijaus metodas ir Tornado diagrama. Šie metodai naudojami norint ištirti pavienio kriterijaus, ar rodiklio reikšmingumų pokyčio įtaką alternatyvos įvertinimui.
2. Atlikus statistinių modeliavimo ir analizės metodų apžvalgą, nustatyta, kad minėti metodai yra tinkami daugiatikslių sprendimų rezultatų analizei. Ši išvada grindžiama tuo, kad darbe nagrinėjami daugiatiksliai sprendimo priėmimo (MADM) metodai, pagrįsti kiekybiniais matavimais, t.y. tiek pradiniai duomenys, tiek gauti rezultatai yra kiekybiniai dydžiai.
3. Atlikus stochastinio dominavimo taisyklės analizę ir eksperimentinį tyrimą (Ustinovichius, Simanaviciene 2008) nustatyta, jog stochastinio dominavimo taisyklės gali būti taikomos dviejų alternatyvų dominavimo nustatymui. Kriterijumi, pagal kurį alternatyvos gali būti lyginamos taikant šias taisykles, siūloma imti alternatyvų racionalumo reikšmių, gautų metodu MADM, vektorių.

3

Siūlomi metodai MADM metodų jautrumui analizuoti

Šiame skyriuje sprendžiamas trečias disertacijos uždavinys, skirtas atlikti išsamią MADM metodų jautrumo analizę, tiek rodiklių reikšmių, tiek rodiklių reikšmingumo reikšmių atžvilgiu ir pasiūlyti metodus, skirtus MADM metodų jautrumui analizuoti.

Atsižvelgiant į numatyto uždavinio sprendimą, trečias disertacijos skyrius sudarytas iš trijų skyrių:

- 3.1 skyriuje pateikiamas MADM metodų jautrumo analizės, atžvilgiu rodiklių reikšmių, metodas ir to metodo taikymas;
- 3.2 skyriuje pateikiamas MADM metodų jautrumo analizės, atžvilgiu rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių, algoritmas ir jo taikymas. Šiame skyriuje analizuojamas metodų jautrumas subjektyvaus, integruoto reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, taip pat porinio palyginimo matricos darnos įtaka MADM metodų jautrumui;
- 3.3 skyriuje pateikiamas stochastinio dominavimo taisyklių taikymas, lyginamų alternatyvų dominavimui nustatyti.

Skyriaus tematika paskelbti du autorės straipsniai (Simanavičienė, Ustinovichius 2011; Ustinovichius, Simanaviciene 2008).

3.1. MADM metodų jautrumo tyrimas, rodiklių reikšmių atžvilgiu

Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizė atliekama taikant statistinio modeliavimo metodą (Monte Karlo). Ši jautrumo analizė, rodiklių reikšmių atžvilgiu susideda iš dviejų etapų: pirmiausiai reikia nustatyti pagal kurį pasiskirstymo dėsnį generuoti pradinius duomenis, kurio pasiskirstymo atžvilgiu metodai jautresni. Ir pasirinkti tą pasiskirstymą, kurio atžvilgiu metodai mažiau jautrūs. Antras tyrimo etapas, generuoti rodiklių reikšmingumo reikšmes, vis didinant sklaidą apie rodiklio pradinę reikšmę, skaičiuoti gautų rezultatų statistines charakteristikas ir padaryti tyrimo apibendrinimą.

3.1.1. Siūlomas jautrumo analizės metodas rodiklių reikšmių atžvilgiu

Remiantis antrame skyriuje aprašytais metodais (jautrumo analizė imčių pagrindu, Monte Karlo metodas, statistiniai duomenų analizės metodai), pateiktas naujas daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizės metodas, kurio algoritmą vaizduoja veiklos diagrama (pav. 3.1).

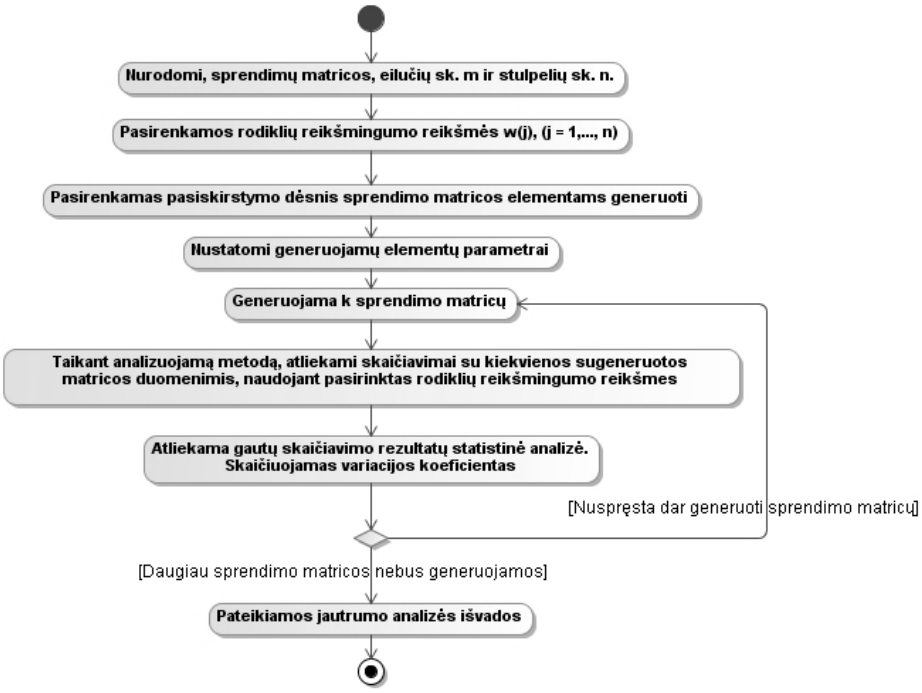
Pagal veiklos diagramoje pateiktą struktūrą, MADM metodų jautrumo analizei atlikti vykdomi šie metodo algoritmo žingsniai:

1. Suformuluojamas daugiatikslis sprendimo priėmimo uždavinys:
   a. Nustatomas alternatyvų skaičius *m* ir rodiklių skaičius *n*.
   b. Suformuojama alternatyvų aibė $A = \{A_i\}, \quad \left(i = \overline{1,m}\right)$ ir rodiklių aibė
   $$X = \{x_j\}, \quad \left(j = \overline{1,n}\right).$$
2. Sudaroma sprendimų matrica: $X_{[m\times n]} = \{x_{ij}\}, \left(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}\right)$, kurioje, *i –osios* alternatyvos *j-ojo* rodiklio reikšmė pateikiama kiekybiniais matavimais;
3. Pasirenkamas pasiskirstymo dėsnis, sprendimo matricų elementams generuoti;
4. Sprendimų matricos $X_{[m\times n]} = \{x_{ij}\}, \left(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}\right)$ elementai yra pagrindas, kurio atžvilgiu, pagal pasirinktą dėsnį generuojama *K* sprendimo matricų $X^k_{[m\times n]}, \left(k = \overline{1,K}\right)$, kur *m* – alternatyvų skaičius, *n* – rodiklių skaičius;
5. Pasirenkamos rodiklių reikšmingumo reikšmės:
   a. Norint patikrinti metodo jautrumą rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu, imamos vienodo dydžio rodiklių reikšmingumų reikšmės:

$$q_j = \frac{1}{n}, \ \left(\forall j = \overline{1,n}\right) \tag{3.1}$$

b. Norint įvertinti sprendimo patikimumą rodiklių reikšmių pokyčio atžvilgiu, imamos rodiklių reikšmingumo reikšmės, kurios buvo apskaičiuotos naudojant ekspertų pateiktą informaciją.

6. Pasirenkamas daugiatikslis sprendimo priėmimo metodas *M*, $M \in \{TOPSIS, SAW, COPRAS\}$



3.1 pav. MADM metodams skirto, jautrumo analizės metodo, algoritmas
Fig. 3.1. The algorithm of thesensitivity analysis for the MADM methods

7. Atitinkamai imant po vieną sugeneruotą matricą ir pasirinktą rodiklių reikšmingumo reikšmių vektorių, atliekamas alternatyvų racionalumo skaičiavimas, pasirinktu metodu. Skaičiavimo rezultatai pateikiami veltoriais: $A^k(M) = \left(a_{1M}^k, a_{2M}^k, \ldots, a_{mM}^k\right), \left(k = \overline{1,K}\right)$

8. Atsižvelgiant į alternatyvų racionalumo reikšmes, didžiausią reikšmę turinčiai alternatyvai suteikiama pirma vieta prioritetinėje eilutėje, atitinkamai mažesnes racionalumo reikšmes turinčioms alternatyvoms

priskiriama vis žemesnio rango reikšmė. Taip alternatyvos išrikiuojamos prioritetine eilute.

9. Atliekama gautų rezultatų statistinė analizė, kuria remiantis pateikiamas galutinis sprendimo rezultatas su galimomis rekomendacijomis.

Gautų skaičiavimo rezultatų statistinės analizės žingsniai

1. Apskaičiuojamas šios skaitinės charakteristikos: vidurkis, standartinis nuokrypis, mediana, pirmas ir trečias kvartiliai, variacijos koeficientas (*cvp*), kvartilių skirtumas (*IQR*), kuris yra mažiau jautrus išskirtims, išskirtys.

2. Variacijos koeficientas parodo kiek procentų nuo alternatyvos racionalumo vidurkio $\overline{a}_i$, $\left(i=\overline{1,m}\right)$ nukrypę kitos šios alternatyvos racionalumo reikšmės:

$$cvp_i = \frac{s_i}{\overline{a}_i} \cdot 100\%, \quad \left(i=\overline{1,m}\right) \tag{3.2}$$

čia $s_i, \left(i=\overline{1,m}\right)$ - *i-osios* alternatyvos racionalumo reikšmių standartinis nuokrypis. Kuo variacijos koeficiento reikšmė didesnė, tuo taikytas metodas yra jautresnis, pradinių duomenų pokyčiams.

3. Nustatoma, kokį pasiskirstymo dėsnį geriausiai atitinka rezultatų imtis. Nustatoma, ar pasirinktas skirstinys pakankamai gerai reprezentuoja nagrinėjamą imtį, tam skaičiuojamas *Anderson-Darling* kriterijus.

4. Rezultatų statistinės analizės rezultatai vaizduojami grafiškai stačiakampėmis diagramomis.

5. Sprendimo patikimumo vertinimo atveju. Jeigu alternatyvų racionalumo reikšmės pasiskirsčiusios pagal normalųjį dėsnį, skaičiuojami jų vidurkių pasikliautinieji intervalai. Jeigu A_i *ir* A_l pasikliautinieji intervalai PI persikerta, t.y. $PI\left(A_i\right) \cap PI\left(A_{i+l}\right) \neq \varnothing$, tai teiginys, jog viena iš alternatyvų yra geresnė už kitą, yra nepatikimas.

6. Alternatyvų vidurkių pasikliautinųjų intervalų persikirtimo atveju, tikrinama hipotezė, apie dviejų nepriklausomų imčių vidurkių lygybę, kai standartinis nuokrypis nežinomas (Čekanavičius, Murauskas 2004). Jeigu nulinė hipotezė priimama, vadinasi skirtumas, tarp alternatyvų racionalumo reikšmių vidurkių, yra statistiškai nereikšmingas. Priešingu atveju, alternatyvų racionalumo vidurkių reikšmės laikomos statistiškai reikšmingai skirtingomis. Toks sprendimas dėl geriausios alternatyvos yra patikimas.

7. Sprendimo patikimumo analizės atveju, pagal gautas alternatyvų racionalumo reikšmes, alternatyvoms suteikiamos rangų reikšmės. Nustatoma dažniau-

siai pasitaikanti rango reikšmė kiekvienai alternatyvai ir apskaičiuojamas tos rango reikšmės pasikartojimų dažnis:

$$p(A_i) = \frac{n(l)}{K} \cdot 100\% \tag{3.3}$$

čia $p(A_i)$ – vadinama alternatyvai A_i priskirto rango l patikimumo įvertis; K – iteracijų skaičius; $n(l)$ – dažniausiai pasitaikiusios alternatyvos A_i rango reikšmės l, dažnis.

3.1.2. Jautrumo tyrimas, rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu

Šio poskyrio tikslas – nustatyti daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų SAW, TOPSIS ir COPRAS jautrumą pradinių duomenų pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų TOPSIS, SAW ir COPRAS jautrumo analizei rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu taikomas Monte Karlo metodas, generuojant tolygius atsitiktinius dydžius pasirinktame intervale ir normaliuosius atsitiktinius dydžius, kai vidurkio reikšmė fiksuota, o standartinis nuokrypis palaipsniui didinamas. Tyrimui taikomas 3.1.1 poskyryje pateiktas autorės pasiūlytas MADM metodų jautrumo analizės metodas rodiklių reikšmių atžvilgiu.

Šio tyrimo metu sprendžiami du uždaviniai:

1. nustatyti rodiklių reikšmių pasiskirstymo, pagal tolygųjį ir pagal normalųjį dėsnius, įtaka daugiatikslio sprendimo patikimumui;
2. įvertinti metodų SAW, TOPSIS ir COPRAS jautrumą, sprendimo matricos elementų pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu.

Tarkim turim sprendimų matricą:

$$X = \begin{pmatrix} 50 & 0{,}223 & 573 & 181 \\ 75 & 0{,}217 & 635 & 269 \\ 50 & 0{,}222 & 672 & 193 \end{pmatrix} \tag{3.4}$$
$$\begin{matrix} max & min & min & min \end{matrix}$$

I uždavinys – sprendimo patikimumo nustatymas, atliekant jautrumo analizę, rodiklių reikšmių pasiskirstymo atžvilgiu.

Remiantis sprendimo matricą X, sugeneruojama po 30 tolygiai pasiskirsčiusių atsitiktinių dydžių intervale $x_{ij} \pm \lambda\%$, $\left(\lambda = \overline{1,5},\ i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,4}\right)$. Iš sugeneruotų duomenų sudarome 30 sprendimo matricų. Naudodami ekspertų pateiktas rodiklių reikšmingumo reikšmes (3.1 lentelė), nuosekliai imdami sugeneruotas matri-

cas, atliekamas visų trijų alternatyvų racionalumo vertinimas metodais: TOPSIS, SAW ir COPRAS.

3.1 lentelė. Rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės
Table 3.1. The values of the integrated significances of attribute

Rodikliai	q_1^*	q_2^*	q_3^*	q_4^*
Rodiklio reikšmingumas	0,00243	0,981689	0,009795	0,00609

Gauti alternatyvų racionalumo rezultatai pateikti 3.2 lentelėje. Iš 3.2 lentelėje pateiktų duomenų matoma, jog visi trys metodai alternatyvas išrikiuoja pagal racionalumą vienodai su pakankamai dideliu patikimumu, kol rodiklių reikšmės kinta nedaugiau kaip ± 4% nuo vidurkio, tuo atveju, kai pradiniai duomenys pasiskirstę pagal tolygųjį dėsnį.

3.2 lentelė. Sprendimo rezultatų patikimumas, atžvilgiu rodiklių reikšmių tolygaus pasiskirstymo, naudojant ekspertų pateiktas rodiklių reikšmingumo reikšmes
Table 3.2. The reliability analysis, depending on the uniform distribution, when the significances of the attrbute are determining by experts

$\pm\lambda\%$	**TOPSIS**			**SAW**			**COPRAS**		
Alternatyvų išrikiavimas	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
Dažniausiai pasitaikantis rangas	**3**	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**
1%	63%	100%	63%	53%	100%	63%	63%	100%	63%
2%	50%	70%	40%	50%	77%	40%	50%	77%	43%
3%	53%	67%	43%	53%	70%	47%	53%	70%	47%
4%	40%	60%	50%	40%	63%	30%	40%	67%	37%
5%	43%	43%	30%	43%	43%	30%	43%	43%	30%

Remiantis sprendimo matricą X, sugeneruojama po 30 atsitiktinių dydžių pasiskirsčiusių pagal normalųjį dėsnį, kai vidurkis $a = x_{ij}$, standartinis nuokrypis $s = \lambda\%$ $\left(\lambda = \overline{1,5},\ i = \overline{1,3},\ j = \overline{1,4}\right)$. Iš sugeneruotų duomenų sudarome 30 sprendimo matricų.

Naudodami ekspertų pateiktas rodiklių reikšmingumo reikšmes, nuosekliai imdami sugeneruotas matricas, atliekame visų trijų alternatyvų įvertinimus, šiais metodais: TOPSIS, SAW, COPRAS.

Gauti skaičiavimo rezultatai pateikti 3.3 lentelėje. Iš lentelėje pateiktų duomenų matome, jog visi trys metodai alternatyvas išrikiuoja pagal racionalumą vienodai su pakankamai dideliu patikimumu, kol rodiklių reikšmės kinta su

± 4% standartiniu nuokrypiu nuo vidurkio, tuo atveju, kai pradiniai duomenys pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį.

3.3 lentelė. Sprendimo rezultatų patikimumas, atžvilgiu rodiklių reikšmių normaliojo pasiskirstymo, naudojant ekspertų pateiktas rodiklių reikšmingumo reikšmes
Table 3.3. The reliability analysis, depending on the normal distribution, when the significances of the attrbute are determining by experts

±λ%	TOPSIS			SAW			COPRAS		
Alternatyvų išrikiavimas	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
Dažniausiai pasitaikantis rangas	**3**	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**
1%	93%	83%	83%	90%	90%	83%	93%	87%	87%
2%	87%	80%	80%	83%	83%	83%	87%	83%	83%
3%	63%	57%	43%	60%	57%	43%	63%	57%	43%
4%	53%	67%	20%	53%	67%	20%	53%	67%	20%
5%	47%	33%	50%	47%	33%	50%	47%	33%	50%

I uždavinio išvados: Daugiakriterinio uždavinio rezultatas yra pakankamai stabilus, nežiūrint ar rodiklių reikšmės bus pasiskirstę pagal tolygųjį, ar pagal normalųjį dėsnį, jeigu galimi pradinių duomenų netikslumai nedidesni nei ± 4%. Jeigu galimi nuokrypiai nemažesni nei ± 5% - alternatyvų rangavimas keičiasi abiejų pasiskirstymo dėsnių atžvilgiu. Visais trimis metodais nustatyta, jog alternatyva A_2 yra racionaliausia: $A_2 \succ A_3 \succ A_1$.

II uždavinys – naudojamų metodų jautrumo įvertinimas, atliekant jautrumo analizę, rodiklių reikšmių pasiskirstymo, atžvilgiu.

Šiam uždaviniui išspręsti, rodiklių reikšmingumus pasirinksime vienodus, kad atliekant metodų jautrumo analizę rodiklių reikšmių pasiskirstymo atžvilgiu, rodiklių reikšmingumo reikšmės nedarytų jokios įtakos sprendimo rezultatui:

$$w_j = \frac{1}{n}, \quad \sum_{j=1}^{n} w_j = 1 \tag{3.5}$$

Naudojant rodiklių reikšmingumo reikšmes w_j ir jau anksčiau sugeneruotas sprendimo matricas pagal tolygųjį ir pagal normalųjį dėsnius, gauti alternatyvų racionalumo rezultatai metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS pateikti 3.12 ir 3.13 lentelėse.

3.4 lentelė. Sprendimo rezultatų patikimumas, atžvilgiu rodiklių reikšmių tolygaus pasiskirstymo, naudojant vienodas rodiklių reikšmingumo reikšmes
Table 3.4. The reliability analysis, depending on the uniform distribution, when the significances of the attrbute are equal.

±λ%	TOPSIS			SAW			COPRAS		
Alternatyvų išrikiavimas	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
Dažniausiai pasitaikantis rangas	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**
1%	50%	50%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%
2%	53%	53%	100%	100%	100%	100%	97%	97%	100%
3%	37%	37%	100%	100%	97%	100%	87%	87%	100%
4%	0%	0%	0%	0%	0%	3%	0%	0%	3%
	Pasikeitė rangavimas			**Pasikeitė rangavimas**			**Pasikeitė rangavimas**		
	3	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**
	100%	100%	100%	97%	100%	93%	97%	100%	97%
5%	7%	63%	17%	0%	27%	3%	0%	37%	3%
	Pasikeitė rangavimas			**Pasikeitė rangavimas**			**Pasikeitė rangavimas**		
	2	**1**	**3**	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**
	57%	63%	83%	77%	70%	97%	63%	60%	97%

3.5 lentelė. Sprendimo rezultatų patikimumas, atžvilgiu rodiklių reikšmių normaliojo pasiskirstymo, naudojant vienodas rodiklių reikšmingumo reikšmes
Table 3.5. The reliability analysis, depending on the normal distribution, when the significances of the attrbute are equal.

±λ%	TOPSIS			SAW			COPRAS		
Alternatyvų išrikiavimas	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
Dažniausiai pasitaikantis rangas	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**	**1**	**2**	**3**
1%	50%	50%	100%	100%	100%	100%	97%	97%	100%
2%	40%	40%	100%	87%	87%	100%	70%	70%	100%
3%	50%	50%	83%	100%	100%	100%	80%	80%	100%
4%	57%	40%	73%	93%	77%	83%	83%	70%	87%
5%	33%	17%	67%	67%	53%	70%	63%	53%	73%
	Pasikeitė rangavimas								
	2	**1**	**3**						
	50%	67%	67%						

<u>II uždavinio išvados.</u> Atlikus metodų TOPSIS, SAW, COPRAS jautrumo analizę, rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu, gavome štai tokius rezultatus:

Kai rodiklių reikšmingumo reikšmės neįtakoja sprendimo rezultato (yra vienodos), šie daugiatiksliai metodai yra jautresni rodiklių reikšmių pasiskirstymui pagal tolygųjį dėsnį, nei pagal normalųjį dėsnį, atžvilgiu.

Abiejų pasiskirstymų atžvilgiu TOPSIS metodas buvo jautriausias iš visų trijų nagrinėtų metodų.

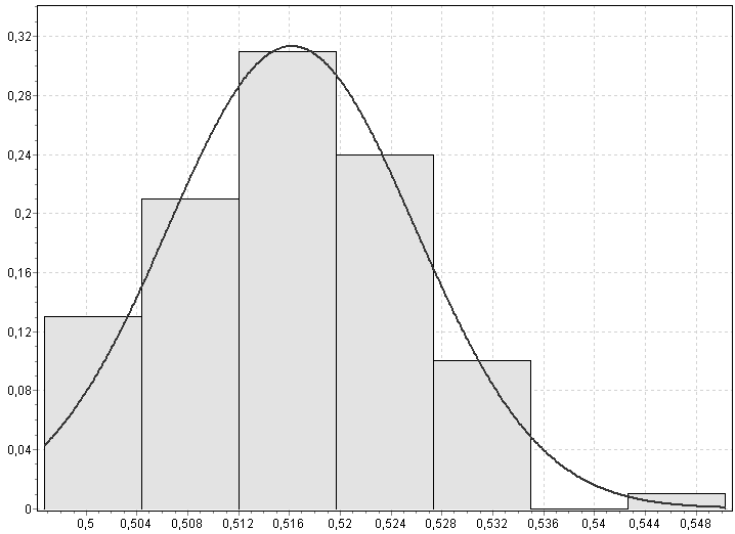
Tolygaus pasiskirstymo atveju, kai rodiklių reikšmių galimos paklaidos yra didesnės nei 2%, uždavinio sprendimui naudojant TOPSIS metodą, alternatyvų rangavimo tvarka jau keičiasi. Tuo atveju metodai SAW ir COPRAS reaguoja į pradinių duomenų pokyčius, kai pokyčiai didesni nei 3%.

Normaliojo pasiskirstymo atveju, visi trys metodai yra stabilesni. Šiuo atveju alternatyvų rangavimas kinta: taikant TOPSIS metodą, kai rodiklių reikšmių galimi pokyčiai didesni nei 4%, o taikant SAW arba COPRAS metodus, reikšmių pokyčiai didesni nei 5%.

3.1.3. MADM metodų jautrumo analizė rodiklių reikšmių atžvilgiu

Taikant autorės pasiūlytą MADM metodų jautrumo analizės metodą (3.1.1 poskyryje) atliekamas MADM metodų jautrumo analizė, rodiklių paklaidos didėjimo atveju.

Daugiatiksliai sprendimo priėmimo metodai yra jautresni pradinių duomenų pasiskirstymui pagal tolygųjį dėsnį, nei pagal normalųjį. Norint išvengti galimo duomenų triukšmo dėl pradinių duomenų generavimo, buvo pasirinktas tas dėsnis, kuris sudarė mažesnį duomenų triukšmą. Tam, kad jautrumo analizė būtų kuo tikslesnė, buvo sugeneruota 100 sprendimo matricų pagal normalųjį dėsnį. Generuojamų sprendimo matricų elementų vidurkio reikšmėmis buvo pasirinkti sprendimo matricos (3.4) elementai, o kiekvieno generuojamos sprendimo matricos elemento standartinio nuokrypio reikšmė buvo vienoda pradedant nuo 1% nuokrypio nuo vidurkio iki 20% nuokrypio nuo vidurkio. Naudojant sugeneruotas sprendimo matricas ir vienodo dydžio rodiklių reikšmingumo reikšmes atliekami alternatyvų vertinimai visais trimis metodais. 3.6 lentelėje pateikti metodu TOPSIS gauti skaičiavimo rezultatai.



3.2 pav. TOPSIS metodu gautų alternatyvos racionalumo rezultatų pasiskirstymas, kai rodiklių reikšmių paklaida 1%

Fig. 3.2. The distribution of the alternative efficiency values by applying the method TOPSIS

Reikia patikrinti hipotezę, ar gautas empirinis skirstinys suderinamas su teorinio normaliojo skirstinio modeliu. Tam skaičiuojama *chi kvadrat* kritinė reikšmė ir lyginama su lenteline *chi kvadrat* reikšme.

$$\chi^2_{sk} = 2{,}9049\ ;\ \chi^2_{0,05}(7-2-1) = 9{,}488$$

$$\chi^2_{sk} < \chi^2_{lent}$$

Gauta nelygybė rodo, jog empirinis skirstinys yra suderinamas su teoriniu normaliuoju modeliu. Tokią pačia išvadą galima padaryti stebint grafiką (3.2 pav.)

Tokios pačios išvados dėl alternatyvų racionalumo reikšmių pasiskirstymo galioja ir kitiems metodams, visų alternatyvų racionalumo įverčiams. Nėra svarbu kokio dydžio rodiklių reikšmių paklaida, svarbiausia, kad ta paklaida, atliekant tyrimą, visoms rodiklių reikšmėms būtų vienodo dydžio.

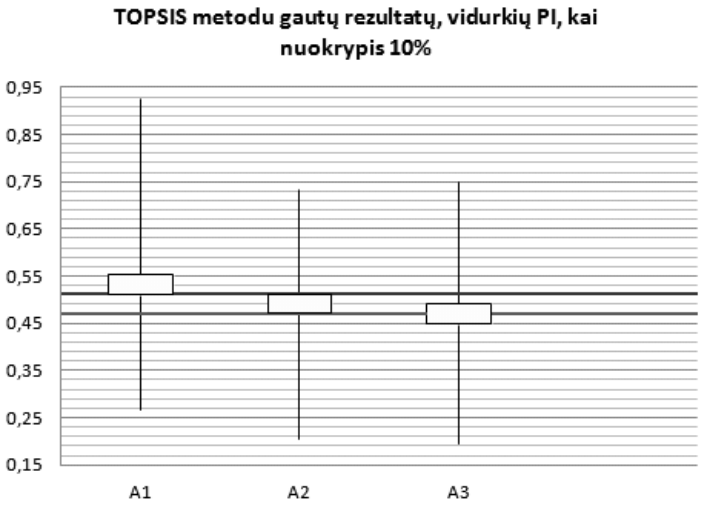
Remiantis 3.6 lentelėje pateiktais duomenimis, grafikuose 3.3 – 3.6 pav. pavaizduoti metodu TOPSIS gautų alternatyvų racionalumo rezultatų, esant rodiklių reikšmių pokyčiui 10%, 15%, 19% ir 20%, vidurkių pasikliautinieji intervalai.

Esant rodiklių reikšmių nuokrypiui nemažesniam nei 15% nuo vidurkio, alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinieji intervalai persikerta.

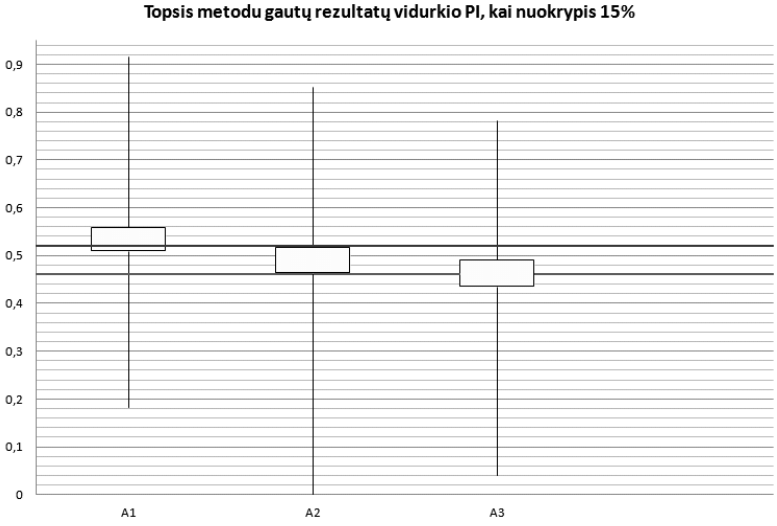
3.6 lentelė. Metodu TOPSIS gautų alternatyvų racionalumo vidurkių pasikliautinieji intervalai, atžvilgiu rodiklių reikšmių nuokrypių nuo 1% iki 20 %
Table 3.6. The confidence interval of results' averages by TOPSIS, when initial biases from 1% to 20%

	Alternatyvos A1				**Alternatyvos A2**				**Alternatyvos A3**			
1%	Racionalumo vidurkis	*Min (ne išskirtis)*	*Max (ne išskirtis)*	*PI*	Racionalumo vidurkis	*Min (ne išskirtis)*	*Max (ne išskirtis)*	*PI*	Racionalumo vidurkis	*Min (ne išskirtis)*	*Max (ne išskirtis)*	*PI*
1%	0,516	0,497	0,544	0,002	0,49	0,468	0,511	0,002	0,482	0,459	0,509	0,002
2%	0,516	0,477	0,582	0,004	0,491	0,445	0,532	0,004	0,481	0,435	0,552	0,004
3%	0,517	0,455	0,612	0,006	0,492	0,421	0,553	0,006	0,481	0,409	0,588	0,007
4%	0,519	0,431	0,639	0,008	0,492	0,395	0,575	0,008	0,48	0,382	0,625	0,009
5%	0,518	0,416	0,614	0,009	0,492	0,395	0,583	0,009	0,481	0,343	0,644	0,011
6%	0,523	0,378	0,7	0,012	0,492	0,34	0,624	0,011	0,478	0,33	0,692	0,013
7%	0,526	0,351	0,757	0,014	0,492	0,31	0,65	0,013	0,477	0,302	0,719	0,016
8%	0,528	0,323	0,821	0,016	0,491	0,274	0,677	0,015	0,475	0,267	0,739	0,017
9%	0,531	0,295	0,889	0,018	0,491	0,238	0,705	0,017	0,474	0,23	0,75	0,019
10%	0,533	0,266	0,926	0,02	0,491	0,203	0,734	0,019	0,471	0,193	0,75	0,021
11%	0,533	0,238	0,923	0,021	0,49	0,157	0,762	0,021	0,469	0,162	0,743	0,023
12%	0,533	0,21	0,92	0,022	0,49	0,107	0,79	0,022	0,467	0,141	0,744	0,024
13%	0,534	0,186	0,918	0,023	0,49	0,055	0,815	0,024	0,466	0,107	0,745	0,025
14%	0,534	0,184	0,917	0,024	0,49	0	0,836	0,026	0,464	0,073	0,76	0,027
15%	0,535	0,182	0,916	0,025	0,49	0	0,851	0,027	0,464	0,039	0,782	0,028
16%	0,535	0,181	0,915	0,026	0,491	0	0,859	0,028	0,463	0,012	0,805	0,029
17%	0,534	0,167	0,914	0,026	0,491	0	0,866	0,029	0,463	0,012	0,828	0,03
18%	0,534	0,149	0,913	0,027	0,492	0	0,873	0,03	0,463	0,012	0,852	0,031
19%	0,534	0,13	0,913	0,027	0,492	0	0,879	0,031	0,463	0,013	0,876	0,032
20%	0,533	0,113	0,912	0,028	0,493	0	0,885	0,032	0,463	0,013	0,9	0,032

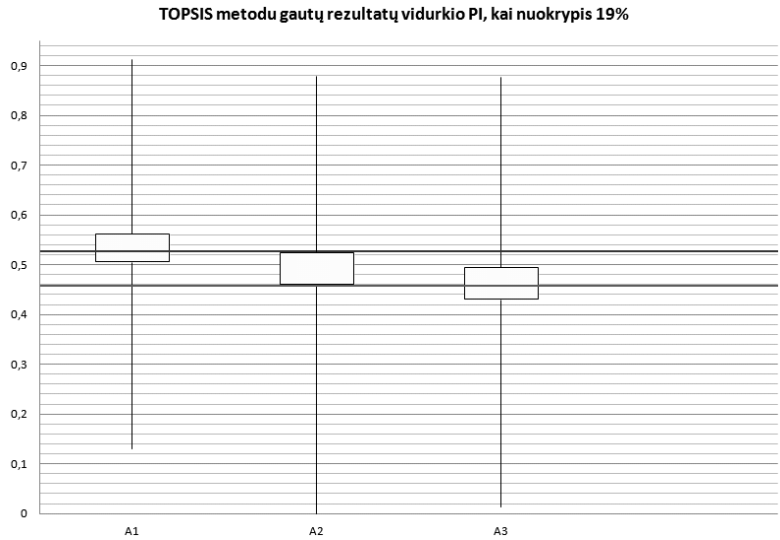
Norint teoriškai pagrįsti šį teiginį, buvo tikrinama hipotezė apie vidurkių lygybę, kai standartiniai nuokrypiai nesutampa. 3.7 lentelėje pateikti, TOPSIS metodu gautų alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo rezultatų, hipotezės apie vidurkių lygybę skaičiavimai, kai rodiklių reikšmių pokytis 20%.



3.3 pav. TOPSIS metodu gautų alternatyvų racionalumo rezultatų vidurkių pasikliautinieji intervalai, kai rodiklių reikšmių galima paklaida 10%
Fig. 3.3. The results of the alternatives' rationality averages confidence intervals by method TOPSIS, when initial biases 10%

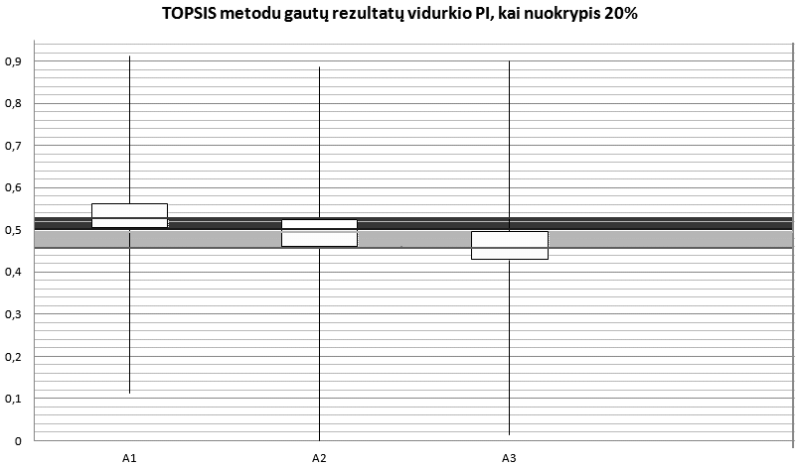


3.4 pav. TOPSIS metodu gautų alternatyvų racionalumo rezultatų vidurkių pasikliautinieji intervalai, kai rodiklių reikšmių galima paklaida 15%
Fig. 3.4. The results of the alternatives' rationality averages confidence intervals by method TOPSIS, when initial biases 15%



3.5 pav. TOPSIS metodu gautų alternatyvų racionalumo rezultatų vidurkių pasikliautinieji intervalai, kai rodiklių reikšmių galima paklaida 19%

Fig. 3.5. The results of the alternatives' rationality averages confidence intervals by method TOPSIS, when initial biases 19%



3.6 pav. TOPSIS metodu gautų alternatyvų racionalumo rezultatų vidurkių pasikliautinieji intervalai, kai rodiklių reikšmių galima paklaida 20%

Fig. 3.6. The results of the alternatives' rationality averages confidence intervals by method TOPSIS, when initial biases 20%

3.7 lentelė. TOPSIS metodu gautų alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo rezultatų hipotezės apie vidurkių lygybę rezultatai, kai rodiklių reikšmių pokytis 20%
Table 3.7. The hypothesis about the averages of results of the alternative A_1 and A_2, when initial biases equal 20%, by TOPSIS

z-Test: Two Sample for Means	**a**	**0,05**
	TOPSIS_A1	*TOPSIS_A2*
Mean	0,532991	0,492946
Known Variance	1,98E-02	2,65E-02
Observations	100	100
Hypothesized Mean Difference	0	
Z	1,862	
P(T<=t) one-tail	0,031	
Z Critical one-tail	1,645	
P(T<=t) two-tail	0,063	
Z Critical two-tail	1,960	
Accept Null Hypothesis because p > 0,05 (Means are the same)		

3.8 lentelė. SAW metodu gautų alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo rezultatų hipotezės apie vidurkių lygybę rezultatai, kai rodiklių reikšmių pokytis 20%
Table 3.8. The hypothesis about the averages of results of the alternative A_1 and A_2, when initial biases equal 20%, by SAW

z-Test: Two Sample for Means	**α =**	**0,05**
	SAW_A1	*SAW_A2*
Mean	0,83335	0,81181
Known Variance	4,46E-03	5,55E-03
Observations	100	100
Hypothesized Mean Difference	0	
Z	2,152	
P(T<=t) one-tail	0,016	
Z Critical one-tail	1,645	
P(T<=t) two-tail	0,031	
Z Critical two-tail	1,960	
Reject Null Hypothesis because p < 0,05 (Means are Different)		

3.9 lentelė. COPRAS metodu gautų alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo rezultatų hipotezės apie vidurkių lygybę rezultatai, kai rodiklių reikšmių pokytis 20%
Table 3.9. The hypothesis about the averages of results of the alternative A_1 and A_2, when initial biases equal 20%, by COPRAS

z-Test: Two Sample for Means	**α =**	**0,05**
	COPRAS_A1	*COPRAS_A2*
Mean	0,343018534	0,333216957
Known Variance	6,64E-04	9,12E-04
Observations	100	100
Hypothesized Mean Difference	0	
Z	2,469	
P(T<=t) one-tail	0,007	
Z Critical one-tail	1,645	
P(T<=t) two-tail	0,014	
Z Critical two-tail	1,960	
Reject Null Hypothesis because p < 0,05 (Means are Different)		

Atlikus metodais SAW ir COPRAS gautų rezultatų analizę, nustatyta, jog didinant rodiklių reikšmių paklaidą iki 20%, alternatyvų racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinieji intervalai nepersikerta. Šiam teiginiui pagrįsti buvo tikrinamos hipotezės abiems metodams, apie alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių vidurkių lygybę, kai standartiniai nuokrypiai nežinomi. Hipotezių tikrinimo skaičiavimai pateikti atitinkamai 3.8 ir 3.9 lentelėse.

Išvados iš metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS gautų jautrumo analizės, atžvilgiu rodiklių reikšmių, rezultatų.

Atlikus alternatyvų racionalumo reikšmių, gautų metodu TOPSIS, vidurkių pasikliautinųjų intervalų skaičiavimą, pastebėta, jog esant pradinių duomenų pokyčiui nemažiau nei 15%, racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinieji intervalai persidengia, tai rodo, jog ta pati alternatyvų racionalumo reikšmė, vienai alternatyvai reiškia rangą lygų 1, kitai – rangą lygų 2. Tokios išvados rodo, jog metodas TOPSIS yra jautrus rodiklių reikšmių pokyčiams ir tuo atveju, kai pradinių duomenų nuokrypis nemažesnis nei 15%, šiuo metodu gauti rezultatai nėra patikimi.

Metodų SAW ir COPRAS jautrumo analizė, rodiklių reikąmių atžvilgiu parodė, jog šie metodai nėra jautrūs rodiklių reikšmių galimoms paklaidoms. Net ir esant rodiklių reikšmių nuokrypiams 20%, šie metodai duoda patikimus rezultatus (nedviprasmiškus).

Norint aukščiau pateiktus teiginius pagrįsti teoriškai, formuluojamos hipotezės apie dviejų nepriklausomų imčių vidurkių lygybę. Jeigu hipotezė patvirtins, jog racionalumo reikšmių vidurkiai lygūs, vadinasi bet koks teiginys, kad viena alternatyva geresnė už kitą yra visiškai nepatikimas.

Atlikus minėtų hipotezių tikrinimą visiems trims metodams buvo nustatyta, jog esant 20% rodiklių reikšmių pokyčiams TOPSIS metodu negalima patikimai įvertinti, kuri alternatyva yra geriausia, nes hipotezės apie alternatyvų A_1 ir A_2 vidurkių lygybę nėra pagrindo atmesti – vidurkių skirtumas yra statistiškai nereikšmingas.

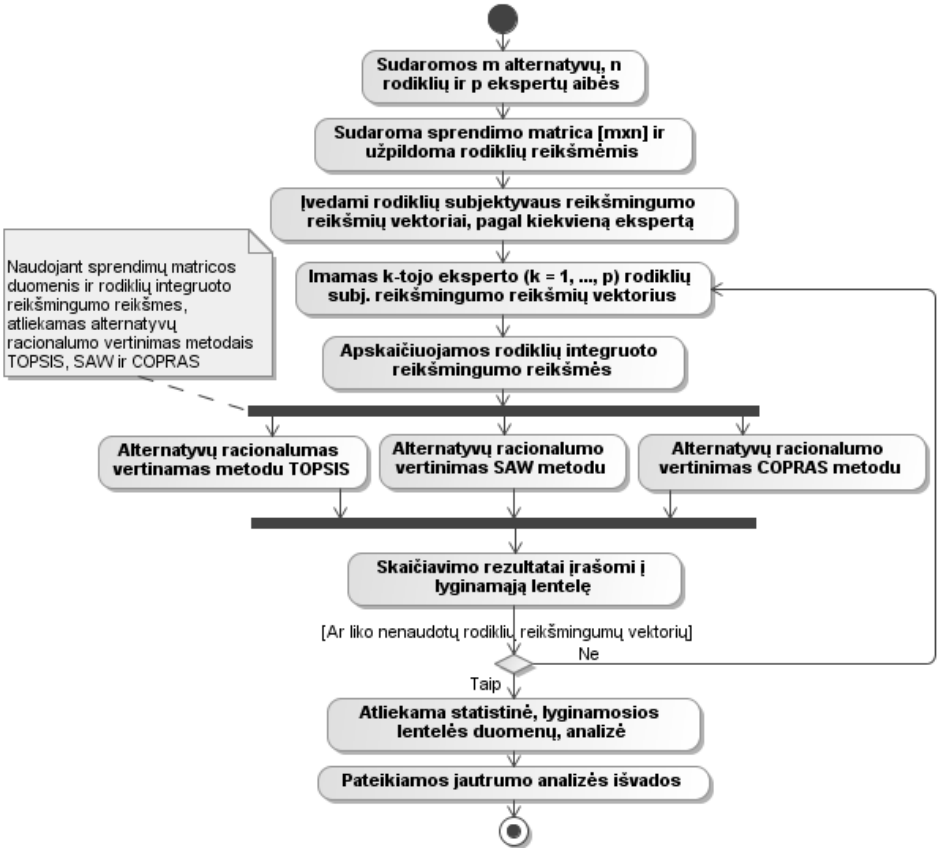
SAW ir COPRAS metodų atveju, skirtumas tarp alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių vidurkių yra statistiškai reikšmingas, todėl hipotezė apie vidurkių lygybę – atmesta. Kas ir pagrindžia teiginių teisingumą.

3.2. MADM metodų jautrumo tyrimas, rodiklių reikšmingumų atžvilgiu

Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų komplekse numatyta apskaičiuoti rodiklių, trijų reikšmingumo tipų, reikšmes: subjektyvaus, objektyvaus ir integruoto reikšmingumo. Daugiatikslių sprendimų priėmimui naudojamos rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės, kai rodiklių subjektyvaus ir objektyvaus reikšmingumo reikšmių prioritetinės eilutės sutampa, o kai nesutampa, naudojamos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės (Ustinovičius, Zavadskas 2004). Rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės apjungia rodiklių subjektyvaus ir objektyvaus reikšmingumo reikšmes. Remiantis rodiklių reikšmingumo reikšmių įvairove, daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizę atliksime rodiklių integruoto ir subjektyvaus reikšmingumo reikšmių atžvilgiu.

3.2.1 Siūlomas jautrumo analizės metodas rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių atžvilgiu

MADM metodų jautrumo analizei atlikti, rodiklių reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, autorė siūlo naują metodą, kurio algoritmas pateiktas veiklos diagrama (3.7 pav.). Siūlomo metodo esmė, rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmes skaičiuoti atžvilgiu kiekvieno eksperto subjektyvaus reikšmingumo reikšmių. Tokiu būdu galima bus stebėti daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumą atžvilgiu rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių.



3.7 pav. MADM metodų jautrumo analizės, atžvilgiu efektyvumo rodiklių reikšmingumo reikšmių, algoritmas

Fig. 3.7. The activity diagram of the model of the sensitivity analysis of the MADM methods, depending on the significances of the attributes

Siūlomu metodu gauti rezultatai analizuojami, pagal 3.1.1 poskyryje pateiktus statistinės analizės žingsnius: apskaičiuojamos imties skaitinėe charakteristikos, variacijos koeficientas, rangų pasikartojimo dažnis.

Kadangi rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės priklauso nuo rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmių, tad pradžioje atliksime MADM metodų jautrumo analizę, pasiūlyto metodo pagrindu, atžvilgiu rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmių.

3.2.2. MADM metodų jautrumo analizė, rodiklių subjektyvaus reikšmingumo atžvilgiu

Šiame skyriuje tiesioginiam daugiatikslių sprendimo priėmimo uždavinių modeliavimui ir gautų rezultatų vizualizavimui, bei analizavimui, buvo pasirinkta konkreti statybos inžinerijos problema, susijusi su trijų išorinės pastato sienos konstrukcinių variantų pasirinkimu, atžvilgiu keturių vertinimo rodiklių.

Ekspertų grupę sudarė 33 respondentai, tai statybos srities specialistai, kurie pildė rodiklių porinio palyginimo matricas, reikalingas rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmėms nustatyti.

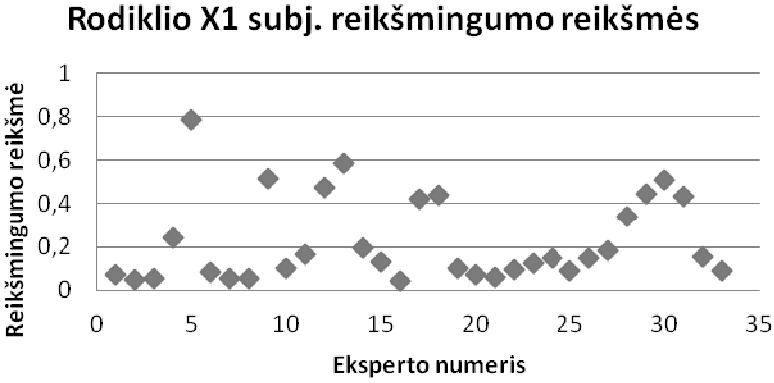
Analizuojamos trys alternatyvos: A_1 – arko blokeliai, A_2 - ventiliuojamas fasadas, A_3 – dvisluoksnis mūras; pagal keturis rodiklius: X_1 - sienų atsparumas šalčiui (ciklai), X_2 - sienos šilumos perdavimo koeficientas (W/m^2K), X_3 - išorės sienų svoris (m^2/kg), X_4 - medžiagų kaina *1* m^2 sienos įrengti (Lt/m^2) (3.10 lentelė).

3.10 lentelė. Sprendimo priėmimo lentelė
Table 3.10. Decision table

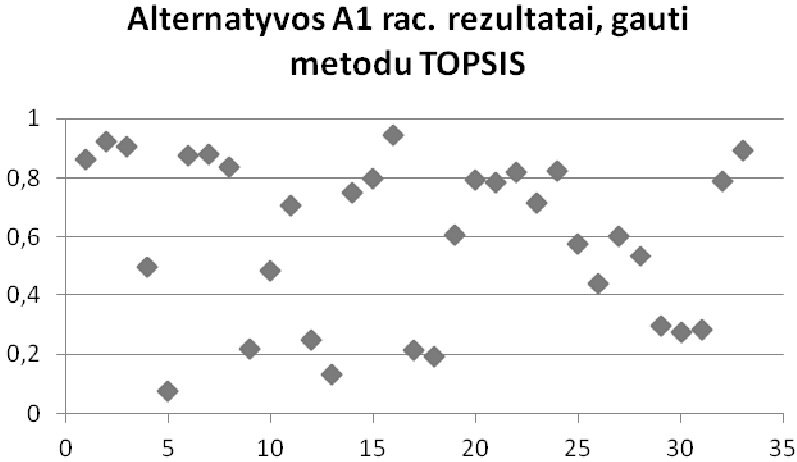
Rodikliai	***min /max***	A_1 Arko blokeliai	A_2 Ventiliuojamas fasadas	A_3 Dvisluoksnis mūras
Sienų atsparumas šalčiui (ciklai)	*Max*	50	78	50
Sienos šilumos perdavimo koeficientas, W/m^2K	*Min*	0,214	0,213	0,222
Išorės sienų svoris, m^2kg	*Min*	571	665	690
Medžiagų kaina 1 m^2 sienos įrengimui, Lt/ m^2	*Min*	193	299	191

Ekspertai užpildė po vieną efektyvumo rodiklių porinio palyginimo matricą. Taikant rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmių skaičiavimo formules (1.2.1 poskyris), apskaičiuotos rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės, pagal kiekvieną ekspertą. Gauti skaičiavimo rezultatai pateikti lentelėje C.1. Atlikus šių rodiklių reikšmių statistinę analizę (apskaičiavus – vidurkį, standartinį nuokrypį, variacijos koeficiento procentinį dydį, nubraižius grafikus) buvo pastebėta, jog kiekvienas rodiklis gali įgyti bet kokią reikšmę intervale [0,1]. Rodiklių reikšmingumo reikšmių sklaida apie vidurkį pakankamai didelė. Nei vienas rodiklis, savo reikšmingumo reikšmėmis neišsiskiria iš kitų. Paveikslėlyje (3.8 pav.) pavaizduotos rodiklio X_1 subjektyvaus reikšmingumo reikšmės, gautos remiantis 33 ekspertų anketomis. Žemiau (3.9 pav., 3.10 pav.,

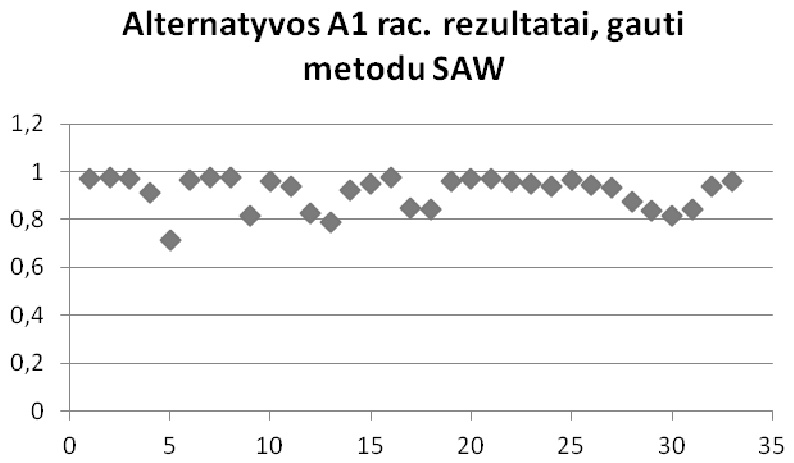
3.11 pav.) pateikti alternatyvos A_1 racionalumo reikšmių (3.11 lentelė), gautų metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS, grafikai.



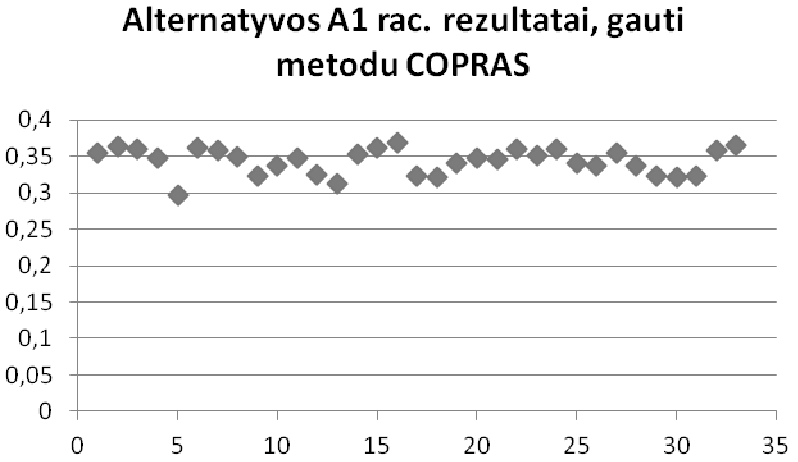
3.8 pav. Efektyvumo rodiklio X_1 subjektyvaus reikšmingumo reikšmės
Fig. 3.8. The value of the attribute subjective significances



3.9 pav. Alternatyvos A_1 racionalumo reikšmės, TOPSIS metodu, naudojant rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmes
Fig. 3.9. The efficiency values of alternative A_1 by applying method TOPSIS and by using the subjective significances of the attribute



3.10 pav. Allternatyvos A_1 racionalumo reikšmės, SAW metodu, naudojant rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmes
Fig. 3.10. The efficiency values of alternative A_1 by applying method SAW and by using the subjective significances of the attribute



3.11 pav. Alternatyvos A_1 racionalumo reikšmės, COPRAS metodu, naudojant rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmes
Fig. 3.11. The efficiency values of alternative by applying method COPRAS and by using the subjective significances of the attribute

Alternatyvos A_1 rezultatai, gauti metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS, naudojant tą pačią sprendimo matricą, o keičiant rodiklių subjektyvaus reikšmingu-

mo reikšmes, rodo, jog visais trimis metodais alternatyvų racionalumo reikšmės keičiasi. Šių trijų metodų jautrumui įvertinti, rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, skaičiuojamas alternatyvų racionalumo reikšmių, gautų taikomu metodu, variacijos koeficientas (3.2 formulė).

Kuo variacijos koeficiento reikšmė didesnė, tuo metodas jautriau reaguoja į rodiklių reikšmingumo reikšmių pokyčius.

Racionalumo rezultatų statistinės analizės rezultatai pateikti 3.11 lentelėje. Analizuojant pateiktus duomenis galima daryti išvadas: metodo TOPSIS rezultatų bendroji sklaida yra žymiai didesnė (*cvp = 54,5%),* nei metodų SAW (*cvp = 8,2%*) ar COPRAS (*cvp = 7,4%*). Tai parodo, jog metodas TOPSIS yra žymiai jautresnis rodiklių reikšmingumo reikšmių pokyčiams, nei metodai SAW ar COPRAS.

Sprendimo – alternatyvos, kuriai atliekant šią jautrumo analizę dažniausiai pasitaikanti rango reikšmė buvo lygi 1 patikimumui įvertinti, šiame darbe siūloma skaičiuoti, dažniausiai pasitaikančios rango reikšmės dažnio procentinę dalį (3.3 formulė)

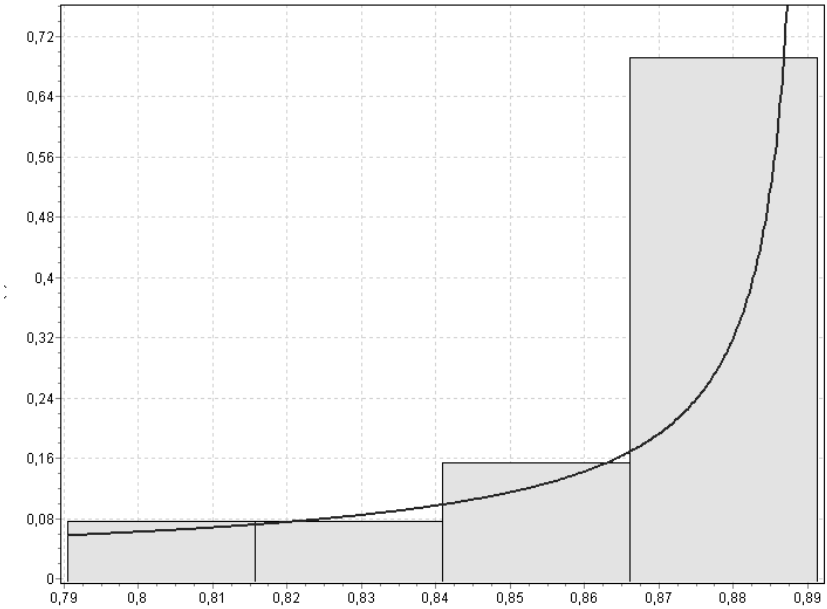
Remiantis racionalumo vidurkių įverčiais gautais atitinkamai metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS, kiekvienai alternatyvai nustatoma rango reikšmė, pagal kurią alternatyvos išrikiuojamos prioritetine eilute. Išrikiavimo rezultatai visais trimis metodais sutapo: $A_1 \succ A_2 \succ A_3$ (3.11 lentelė).

3.11 lentelė. Alternatyvų racionalumo reikšmių, statistinės analizės rezultatai
Table 3.11. The results of the statistical analysis of the alternative efficiency values

Metodai	**TOPSIS**			**SAW**			**COPRAS**		
Alternatyvos	**A1**	**A2**	**A3**	**A1**	**A2**	**A3**	**A1**	**A2**	**A3**
Racionalumų vidurkis	0,599	0,421	0,55	0,914	0,866	0,882	0,343	0,326	0,33
Racionalumų stand. nuokr.	0,274	0,276	0,286	0,069	0,077	0,073	0,018	0,036	0,02
Rac. variacijos koeficientas	45,8%	65,6%	52,0%	7,6%	8,9%	8,2%	5,2%	11%	5,9%
Rango reikšmė pagal rac.vid.	1	3	2	1	3	2	1	3	2
Dažniausiai pasitaikiusi rango reikšmė	1	3	2	1	3	2	1	3	2
Dažn. Pasitaik. rango reikšmės dažnis	**55%**	58%	48%	**67%**	55%	55%	**67%**	52%	52%

Variacijos koeficiento reikšmės parodo, kiek procentų nuo vidurkio yra paskliđę alternatyvos racionalumo reikšmės. Dažniausiai pasitaikanti rango reikšmė alternatyvoms, pagal visus metodus sutampa, tačiau rango reikšmės dažnis nėra labai didelis. Pavyzdžiui metodu TOPSIS gauti rezultatai rodo, jog alternatyvos A_1 rangas lygus 1, o šio teiginio patikimumas 55 %. Tad kyla klausimas: Kaip sumažinti alternatyvų racionalumo rezultatų sklaidą, ir padidinti sprendimų patikimumą?

Įvairiuose statistiniuose tyrimuose, norint gauti patikimas išvadas tikrinamos hipotezės. Nagrinėjamoje situacijoje taip pat galima formuluoti hipotezę apie, pagal rangą gretimų alternatyvų racionalumo reikšmių vidurkių lygybę. Jeigu hipotezė priimama – vadinasi rezultatai, kuriais remaiantis buvo suskaičiuotos racionalumo vidurkių reikšmės yra nepatikimi ir toks sprendimas, kad alternatyva A_1 yra pirmoje prioritetinės eilutės vietoje – nepatikimas. Tačiau tokios hipotezės kėlimui, būtina, kad nagrinėjamos alternatyvų racionalumo reikšmių imtys turėtų normalųjį pasiskirstymą. Taikant statistinį paketą „*EasyFit*“, gauta, jog nė vieno metodo rezultatų, nei vienos alternatyvos reikšmės neturi normaliojo pasiskirstymo. Vieną iš racionalumo reikšmių pasiskirstymo grafikų galima stebėti grafike (3.12 pav.).



3.12 pav. Metodu TOPSIS, alternatyvos A_1 gautų rezultatų pasiskirstymas, atžvilgiu rodiklių reikšmingumo reikšmių

Fig. 3.12. The probability density function, in point of the significance of attribute for the values of alternative A_1

Iš 3.12 paveikslėlio matyti, jog alternatyvos A_1 racionalumo rezultatų, gautų metodu TOPSIS pasiskirstymas turi Weibulo dėsnį. Tuomet skaičiuoti alternatyvų racionalumo vidurkių pasikliautinuosius intervalus ar tikrinti hipotezes apie dviejų imčių vidurkių lygybę, pagal 2.2.4 poskyryje pateiktas formules, nėra pagrindo. Išvados pateiktos apie metodu TOPSIS gautų rezultatų pasiskirstymą tinka ir metodais SAW bei COPRAS. Gautiems alternatyvų racionalumo rezultatams.

3.2.3. Rodiklių reikšmingumai atžvilgiu porinio palyginimo matricos darnos

Tuo atveju, kai ekspertų nuomonių suderinamumas yra pakankamas (remiantis konkordancijos koeficiento reikšme), apibendrintos rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės įvertinamos, skaičiuojant gautų reikšmingumo reikšmių vidurkius. Gautieji vidurkiai vadinami rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmėmis.

Nagrinėjamu atveju (turint 33 ekspertus), ekspertų nuomonių, dėl rodiklių reikšmingumų, suderinamumas nėra pakankamas skaičiuojant konkordancijos koeficiento reikšmę (1.14 formulė). Remiantis 1.1. pav. pateiktu algoritmu, kai ekspertų nuomonių suderinamumas yra nepakankamas, reiktų analizuoti ekspertų nuomonių nesuderinamumą ar didinti ekspertų skaičių (Ustinovičius, Zavadskas 2004). Ekspertų skaičius turėtų būti nemažesnis nei 12 (Завадскас 1987). Nagrinėjamame pavyzdyje buvo apklausti 33 ekspertai, pakankamai didelis jų skaičius. Tuomet kyla klausimas, ar tikrai verta didinti ekspertų skaičių? O gal apklausoje dalyvavę ekspertai yra nepakankamos kompetencijos? O gal dėl tam tikrų sąlygų, kaip bloga nuotaika ar prasta savijauta, jie negalėjo racionaliai įvertinti ir užpildyti efektyvumo rodiklių porinio palyginimo matricų? Nesvarbu dėl kokios priežasties, bet ekspertų nuomonės yra nesuderintos. Ir natūraliai kyla klausimas ką daryti, o gal tai ignoruoti?

Šiame darbe tokios problemos sprendimui buvo pasiūlyta patikrinti porinio palyginimo matricų darną. Šią ekspertų porinio palyginimo matricos darnos nustatymo teoriją pasiūlė T. Saaty (1980), ja remiantis galima dalinai nustatyti eksperto kompetenciją, nustačius ar eksperto užpildytoje matricoje nėra pažeista tranzityvumo savybė $((A \succ B) \cap (B \succ C) \Rightarrow (A \succ C))$. Matricos darnos patikrinimui skaičiuojamas matricos darnos koeficientas S.

Matricos darnos tikrinimas

Efektyvumo rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmėms nustatyti naudojami ekspertų užpildytų porinio palyginimo matricų B duomenys.

$$B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{\overline{q}_1}{\overline{q}_1} & \frac{\overline{q}_1}{\overline{q}_2} & \dots & \frac{\overline{q}_1}{\overline{q}_n} \\ \frac{\overline{q}_2}{\overline{q}_1} & \frac{\overline{q}_2}{\overline{q}_2} & \dots & \frac{\overline{q}_2}{\overline{q}_n} \\ \dots & \dots & \dots & \dots \\ \frac{\overline{q}_n}{\overline{q}_1} & \frac{\overline{q}_n}{\overline{q}_2} & \dots & \frac{\overline{q}_n}{\overline{q}_n} \end{bmatrix} \tag{3.6}$$

Siekiant, kad tolimesni skaičiavimai, susiję su ekspertų pateiktais duomenims būtų patikimi, būtina įsitikinti, jog porinio palyginimo matricos yra pakankamo suderinamo. Matrica *B* bus suderinta, jei iš matricos būtinų minimalių elementų kiekio, galima gauti likusius.

Tarkim, elementas X_1 yra tris kart svarbesnis (didesnis) už elementą X_2, o elementas X_2 du kart svarbesnis už X_3 , tai elementas X_1 yra šešis kart svarbesnis už X_3. Jeigu ši sąlyga yra patenkinta, suderintos matricos stulpelių (eilučių) elementai bus proporcingi (Satty 1980).

Būtina porinio palyginimo matricos suderinamumo sąlyga – matricos elementų svarbumo tranzityvumas:

$$\left(\left(A \succ B\right) \cap \left(B \succ C\right) \Rightarrow \left(A \succ C\right)\right) \tag{3.7}$$

Palyginimo matricos suderinamumo sąlygą galima išreikšti ir matematiškai. Tam porinio palyginimo matricas *B* yra dauginama iš svorių stulpelio $\overline{q} = \left(\overline{q}_1, \overline{q}_2, \dots, \overline{q}_n\right)$:

$$B\overline{q} = \begin{pmatrix} b_{11} & b_{12} & \dots & b_{1n} \\ b_{21} & b_{22} & \dots & b_{2n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{n1} & b_{n2} & \dots & b_{nn} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \overline{q}_1 \\ \overline{q}_2 \\ \dots \\ \overline{q}_n \end{pmatrix} = n\overline{q}, \tag{3.8}$$

t. y. sprendžiamas žinomas matematikoje uždavinys apie matricos *B* tikrinį vektorių $\overline{q}$:

$$P\overline{q} = \lambda\overline{q} \tag{3.9}$$

čia tikrinė reikšmė $\lambda = n$, čia *n* yra palyginimo matricos *B* eilė, lyginamų rodiklių skaičius. Žinoma, kad atvirkštinės simetrinės matricos n eilės didžiausia tikrinė reikšmė $\lambda_{max} \geq n$. Idealiu atveju, kai matrica yra suderinta ir stulpelių elementai yra proporcingi, $\lambda_{max} = n$. Tokiu atveju matricos suderinamumą

charakterizuoja skirtumas $\lambda_{max} - n$ ir matricos B eilė. Suderinamumo indeksas apibrėžtas (Saaty 1980) kaip santykis:

$$S_I = (\lambda_{max} - n)/(n-1). \tag{3.10}$$

Matricos suderinamumas tuo geresnis, kuo mažesnė suderinamumo indekso reikšmė. Idealiu atveju $S = 0$. Idealiai suderinta matrica praktikoje būna labai retai, net jeigu ir patenkinta elementų tranzityvumo savybė. Kiekybiškai konkrečiai atvirkštinės simetrinės matricos suderinamumo laipsnį galima nustatyti, lyginant vertinimo matricos suskaičiuotą suderinamumo indeksą su tokios pat eilės atvirkštinės simetrinės matricos atsitiktinai sugeneruotos (pagal skalę 1–3–5–7–9) suderinamumo indeksais. Atsitiktinio suderinamumo indekso reikšmės S_A pateiktos lentelėje (3.12 lentelė). Pirmoje lentelės eilutėje yra įrašyta palyginimo matricos eilė, antroje eilutėje – atsitiktinio suderinamumo indekso vidurkiai (Saaty 1980).

3.12 lentelė. Atsitiktinio suderinamumo indekso reikšmės (Saaty 1980)
Table 3.12. The values of the casual compatibility indices (Saaty 1980)

Matricos eilė	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
S_A	0,58	0,9	1,12	1,24	1,32	1,41	1,45	1,49	1,51	1,48	1,56	1,57	1,59

Matricos suderinamumo indekso S_I ir atsitiktinio indekso vidurkio S_A santykis vadinamas suderinamumo santykiu, pagal kurį ir yra vertinamas matricos suderinamumo laipsnis:

$$S = \frac{S_I}{S_A} \tag{3.11}$$

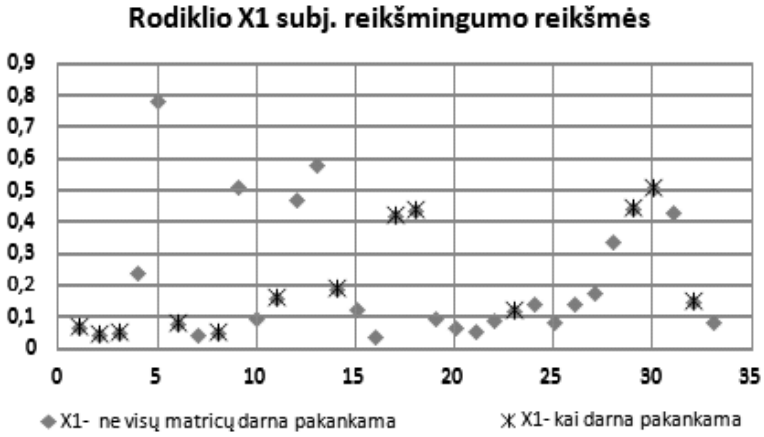
Suderinamumo santykio S reikšmė mažesnė arba lygi 0,1 laikoma priimtina. Porinio palyginimo matrica laikoma suderinta, jeigu jos suderinamumo santykio reikšmė nedidesnė nei 0,1.

Pastaba: Kiekvieno eksperto porinio palyginimo matricų suderinamumas įvertinamas skaičiuojant suderinamumo koeficientą (neprieštaringumo koeficientą). Saaty (1980) nurodo, jog tuo atveju, kai porinio palyginimo matrica yra nedidesnė nei ketvirtos eilės $n \leq 4$, tam, kad tokia matrica būtų pakankamo suderinamumo, S reikšmė turi būti nedidesnė nei 0,08 ($S \leq 0{,}08$). Visais kitais atvejais, kai $n > 4$, S reikšmė turi būti nedidesnė nei 0,1 ($S \leq 0{,}1$). S dar kitaip vadinamas porinio palyginimo matricos neprieštaringumo koeficientu.

Remiantis apibrėžta matricos suderinamumo koeficiento svarba matricos darnai, buvo atlikta ekspertų rodiklių porinio palyginimo matricų darnos analizė. Buvo skaičiuojami, kiekvienos porinio palyginimo matricų, darnos koeficientai *S,* kuriais remiantis nustatoma ar matricos darna pakankama ir jos duomenis galima naudoti rodiklių reikšmingumo reikšmių skaičiavimui, ar šio matricos duomenys nepatikimi ir tolimesniems skaičiavimams matrica nebus naudojama.

Gauti matricų darnos koeficientų įverčiai pateikti lentelėje (C.2 lentelė). Iš 33 ekspertų, dalyvavusių eksperimente, tik 13-ka iš jų porinio palyginimo matricą užpildė neprieštaringai.

Naudojantis rodiklių porinio palyginimo matricomis tų ekspertų, kurių porinio palyginimo matricų darna buvo pakankama, taikant subjektyvaus reikšmingumo skaičiavimo algoritmą apskaičiuojamos rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės (3.13 lentelė). Efektyvumo rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmių sklaidos priklausomybę nuo matricos darnos galima stebėti 3.13 paveikslėlyje.



3.13 pav. Rodiklio X_1 subjektyvaus reikšmingumo reikšmių sklaidos palyginimas, išskiriant tas reikšmes, kurios gautos naudojant pakankamos darnos porino palyginimo matricas

Fig. 3.13. The comparition of the values of attribute significances, according to consistency of the pairwise matrices

Stebint 3.13 paveikslėlyje pateiktą rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmių išsibarstymą, galima teigti, jog rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės, gautos naudojant pakankamos darnos porinio palyginimo matricas turi mažesnę sklaidą.

Šiame darbe nagrinėjamas daugiatisklių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizės klausimas. Tad turint suderintų porinio palyginimo matricų rodik-

lių reikšmingumus, nustatysime, ar porinio palyginimo matricų darna turi įtakos sprendimo priėmimo metodų jautrumui ir sprendimo, gauto taikant tuos metodus patikimumui.

3.13 lentelė. Rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės
Table 3.13. The values of the subjective significances of the attribute

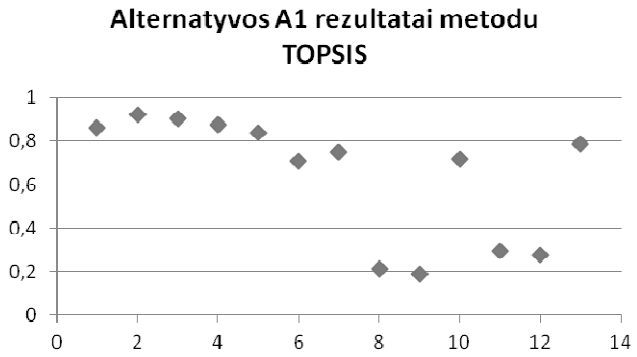
Eksperto nr.	***X1***	***X2***	***X3***	***X4***
1	0,07	0,4368	0,0445	0,4487
2	0,0503	0,2625	0,0646	0,6226
3	0,0558	0,3486	0,0504	0,5451
6	0,0831	0,2414	0,0694	0,6062
8	0,0528	0,6208	0,0541	0,2723
11	0,1631	0,3846	0,0559	0,3965
14	0,1917	0,1583	0,0711	0,5789
17	0,4228	0,3091	0,1828	0,0853
18	0,4396	0,3074	0,1834	0,0696
23	0,126	0,3956	0,1627	0,3156
29	0,4468	0,276	0,0919	0,1853
30	0,5128	0,1923	0,1026	0,1923
32	0,1522	0,1535	0,1214	0,573
Vidurkis	**0,213**	**0,314**	**0,097**	**0,376**

Skirtumas, kuris pastebėtas analizuojant abiejų grupių rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmes tas, kad rodiklių prioritetiškumo eilė ne vienoda.

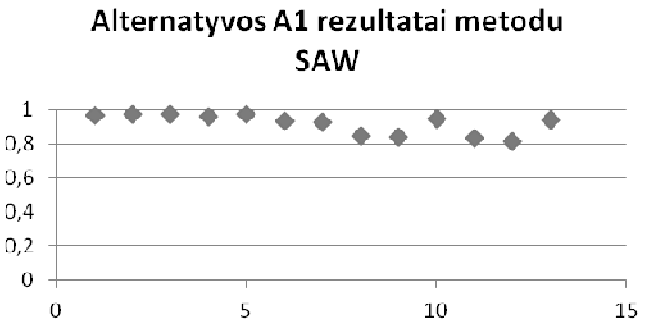
I –os grupe rodikliai pagal svarbą išrikiuojami taip: $X_2 \succ X_4 \succ X_1 \succ X_3$;

II –os grupės rodikliai pagal svarbą išrikiuojami taip: $X_4 \succ X_2 \succ X_1 \succ X_3$.

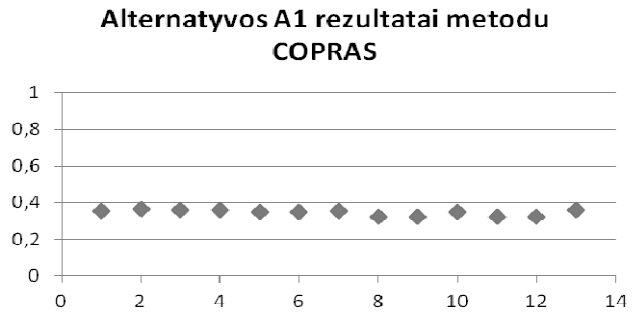
Naudojant sprendimo lentelės duomenis (3.10 lentelė) ir rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmes (3.13 lentelė), gautas iš pakankamos darnos porinio palyginimo matricų, atliekamas alternatyvų racionalumo vertinimas metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS. Alternatyvos A_1 racionalumo rezultatai pavaizduoti 3.7 – 3.9 paveikslėliuose.



3.14 pav. Alternatyvos A_1 racionalumo rezultatai, gauti metodu TOPSIS
Fig. 3.14. The efficiency values of the alternative by method TOPSIS



3.15 pav. Alternatyvos A_1 racionalumo rezultatai, gauti metodu SAW
Fig. 3.15. The efficiency values of the alternative by method SAW



3.16 pav. Alternatyvos A_1 racionalumo rezultatai, gauti metodu COPRAS
Fig. 3.16. The efficiency values of the alternative by method COPRAS

Lyginant šių trijų metodų jautrumą, metodo TOPSIS rezultatų sklaida kaip ir pirmuoju atveju yra didesnė, nei metodų SAW ar COPRAS.

Alternatyvų racionalumo įverčių, gautų trimis metodais, naudojant rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmes iš pakankamos darnos porinio palyginimo matricų, analizės rezultatai pateikti 3.14 lentelėje.

Lyginant tarpusavyje alternatyvų racionalumo reikšmių sklaidą, kai grupės porinio palyginimo matricų darna nebuvo pakankama su tos grupės, kurioje porinio palyginimo matricų darna pakankama, metodams SAW ir COPRAS gauta:

1. Metodo SAW rezultatų sklaida (variacijos koeficientas) sumažėjo 0,2%;
2. Metodo COPRAS rezultatų sklaida sumažėjo taip pat 0,2%;
3. Metodo TOPSIS atveju, rezultatų sklaida tik padidėjo 7,5%.

3.14 lentelė. Alternatyvų racionalumo rezultatų, statistinės analizės rezultatai
Table 3.14. The results of the rationality analysis of the alternatives

Metodai	**TOPSIS**			**SAW**			**COPRAS**		
Alternatyvos	**A1**	**A2**	**A3**	**A1**	**A2**	**A3**	**A1**	**A2**	**A3**
Racionalumų vidurkis	0,642	0,368	0,62	0,918	0,851	0,89	0,345	0,32	0,34
Racionalumų stand. Nuokr.	0,285	0,285	0,29	0,061	0,069	0,07	0,016	0,04	0,02
Rac. variacijos koeficientas	44,4%	77%	47%	6,7%	8,1%	8%	4,7%	11%	6%
Rango reikšmė pagal rac.vid.	1	3	2	1	3	2	1	3	2
Dažniausiai pasitaikiusi rango reikšmė	1	3	2	1	3	2	1	3	2
Dažn. pasit. rango reikšmės dažnis	62%	69%	62%	69%	69%	69%	69%	69%	69%

Gautų alternatyvų racionalumo rezultatų analizė parodė, jog ekspertų porinio palyginimo matricų darnos tikrinimas ir pakankamą darną turinčių matricų naudojimas skaičiavimuose, neturi didelės įtakos racionalumo reikšmių sklaidai apie vidurkius. Tačiau metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS gautų rezultatų dažniausiai pasitaikančios rango reikšmės dažnis – padidėjo 10%.

Remiantis skaičiavimo rezultatais, alternatyvų rangavimas visais trimis metodais sutampa, atžvilgiu racionalumo vidurkių reikšmių, tik alternatyvų prioritetinė eilute, lyginant su rezultatais gautais pirmu atveju – pasikeitė: $A_1 \succ A_3 \succ A_2$.

3.2.4. MADM metodų jautrumo analizė, rodiklių integruoto reikšmingumo atžvilgiu

Taikant rodiklių integruoto reikšmingumo skaičiavimo formules (1.2.3 poskyris) ir naudojant sprendimų lentelės (3.10 lentelė) bei rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmes, gautas naudojant pakankamą darną turinčias porinio palyginimo matricas (3.13 lentelė), skaičiuojamos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės. Gauti rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių vektoriai pateikti lentelėje (3.15 lentelė).

Jautrumo analizei naudojami lentelėje 3.10 pateikti duomenys ir rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės (3.15 lentelė).

3.15 lentelė. Rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės
Table 3.15. The values of the integrated significances of the attribute

Eksperto nr.	*X1*	*X2*	*X3*	*X4*
1	0,0011	0,9851	0,0049	0,0089
2	0,0013	0,9669	0,0117	0,0201
3	0,0011	0,9785	0,0069	0,0134
6	0,0024	0,9629	0,0136	0,0212
8	0,0006	0,9913	0,0042	0,0038
11	0,003	0,9812	0,007	0,0089
14	0,0082	0,941	0,0207	0,0301
17	0,0094	0,9604	0,0279	0,0023
18	0,0098	0,9601	0,0281	0,0019
23	0,0022	0,9714	0,0196	0,0068
29	0,0112	0,9673	0,0158	0,0057
30	0,0181	0,9487	0,0248	0,0083
32	0,0066	0,9271	0,036	0,0303
Vidurkis	**0,0058**	**0,9648**	**0,017**	**0,0124**

Alternatyvų racionalumo rezultatų, gautų taikant metodus TOPSIS, SAW ir COPRAS, jautrumo analizės, atžvilgiu rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių, rezultatų skaitinės charakteristikos pateiktos 3.16 lentelėje. Taikant rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmes alternatyvų racionalumų vertinimui metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS nustatyta, jog gauti racionalumo rezultatai yra žymiai stabilesni, nei naudojant subjektyvaus reikšmingumo reikšmes. Geriausiai stabilumą rodo racionalumo reikšmių variacijos koeficientas:

1. Metodui SAW (*cvp* = 0,3%) ;
2. Metodui COPRAS (*cvp* = 0,27%);
3. Metodui TOPSIS gauti rezultatai rodo, jog bendra metodo paklaida taikant integruoto reikšmingumo reikšmes, tik padidėjo (*cvp* = 71%).

Skaičiavimo rezultatų statistinė analizė parodė, jog atžvilgiu integruoto reikšmingumo reikšmių, alternatyvų rangavimas pagal racionalumo reikšmių vidurkius ir pagal dažniausiai pasitaikančio rango įvertį – skiriasi. Metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS gauti rezultatai, atžvilgiu racionalumo vidurkių - nesutampa. Alternatyvų rangavimo patikimumas, atžvilgiu dažniausiai pasitaikančios rango reikšmės tik TOPSIS metodui padidėjo. Metodams SAW ir COPRAS jis panašus, kaip ir subjektyvių rodiklių reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, kai porinio palyginimo matricų darna pakankama. Tokie rezultatai parodo, jog alternatyvų racionalumo vertinimas skaičiuojant racionalumų vidurkį, kai buvo keičiamos rodiklių reikšmingumo reikšmė – nėra patikimas. Galima daryti išvadą šiam atvejui, kad alternatyvos A_1 ir A_2 yra maždaug vienodo racionalumo.

3.16 lentelė. Daugiatiksliais sprendimo metodais gautų skaičiavimo rezultatų analizė.
Table 3.16. The results of the rationality assessment analysis of the alternatives

Metodai	**TOPSIS**			**SAW**			**COPRAS**		
Alternatyvos	**A1**	**A2**	**A3**	**A1**	**A2**	**A3**	**A1**	**A2**	**A3**
Racionalumų vidurkis	0.869	0.863	0.12	0.993	0.993	0.96	0.338	0.34	0.33
Racionalumų stand. Nuokr.	0.029	0.074	0.08	0.002	0.004	0.003	0.001	0.001	0.001
Rac. variacijos koeficientas	3.4%	8.6%	71%	0.2%	0.4%	0.3%	0.2%	0.4%	0.2%
Rango reikšmė pagal rac.vid.	1	2	3	1	1	3	2	1	3
Dažniausiai pasitaikiusi rango reikšmė	2	1	3	2	1	3	2	1	3
Dažn. pasit. rango reikšmės dažnis	**62%**	62%	100%	**54%**	62%	100%	**54%**	54%	100%

3.17 lentelė. Alternatyvų racionalumo reikšmių variacijos koeficientų reikšmės, atžvilgiu rodiklių reikšmingumo reikšmių
Table 3.17. The coefficient of variation of the alternative rezults, in point of the significance of attribute.

Metodai	**TOPSIS**			**SAW**			**COPRAS**		
Rodiklių reikšmingumai	**A1**	**A2**	**A3**	**A1**	**A2**	**A3**	**A1**	**A2**	**A3**
Subjektyvūs *(S - neskaičiuota)*	**45,8%**	65,6%	52,0%	**7,6%**	8,9%	8,2%	**5,2%**	11,1%	5,9%
Bendras *cvp*	**54,5%**			**8,2%**			**7,4%**		
Subjetyvūs (*S - skaičiuota*)	**44.4%**	77%	47%	**6.7%**	8.1%	8%	**4,7%**	11%	6%
Bendras *cvp*	**62%**			**8%**			**7,2%**		
Integruoti (*S- skaičiuota*)	**3.4%**	8.6%	71%	**0.2%**	0.4%	0.3%	**0.2%**	0.4%	0.2%
Bendras *cvp*	**71%**			**0,3%**			**0,27%**		

Bendra metodų jautrumo analizės rezultatų suvestinė pateikta 3.17 lentelėje. Apibendrinus daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo ir patikimumo analizę, atžvilgiu rodiklių reikšmingumo reikšmių daromos šios išvados: metodas TOPSIS yra 11 kartų jautresnis rodiklių reikšmingumo reikšmių atžvilgiu (62,5%), nei metodai SAW (5,5%) ar COPRAS (4,9%). Pastarųjų jautrumas yra panašus.

Metodai SAW ir COPRAS stabiliausi, kai alternatyvų vertinimui naudojamos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės. TOPSIS metodui dėsningumo atžvilgiu rodiklių reikšmingumo reikšmių nenustatyta.

Dominuojanti alternatyva, turi mažesnę paklaidą visais trimis metodais, kai alternatyvų vertinimui naudojamos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės, nei subjektyvaus reikšmingumo.

Pateiktos jautrumo analizės išvados tik patvirtina disertacijos tikslą, jog taikant daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus, būtina analizuoti metodų jautrumą ir vertinti sprendimo patikimumą, norint gauti patikimus skaičiavimo rezultatus.

3.3. Stochastinio dominavimo taisyklių taikymas

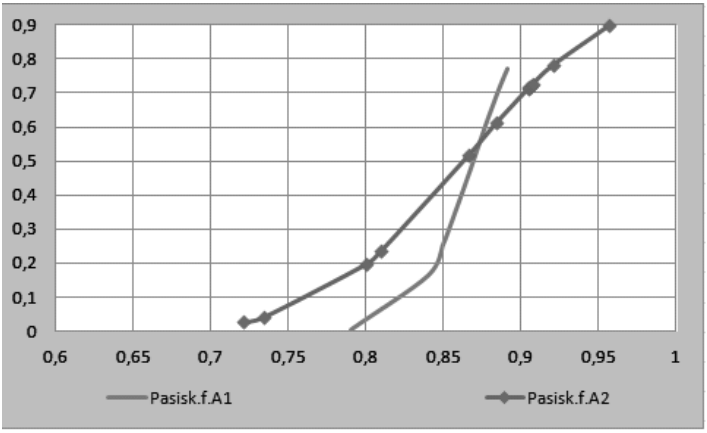
3.3.1. Stochastinio dominavimo taisyklių taikymas alternatyvų išrikiavimui, atžvilgiu rodiklių reikšmingumų

Kai neįmanoma nustatyti racionaliausios alternatyvos (Ustinovichius, Simanaviciene 2008) buvo pasiūlyta alternatyvų rangavimo nustatymui taikyti stochastinio dominavimo taisykles.

Naudojant siūlomą MADM metodų jautrumo analizės metodą, atžvilgiu rodiklių reikšmių, kai pradiniai duomenys sprendimų lentelė (3.10 lentelė), o rodiklių reikšmingumo reikšmės imamos subjektyvaus reikšmingumo (3.13 lentelė), alternatyvų rangavimo rezultatai pateikti lentelėje (3.14 lentelė). Alternatyvų dažniausiai pasitaikiusios rango reikšmės dažnis 62-69%. Tad negalima teigti, jog tokie rezultatai yra visiškai patikimi.

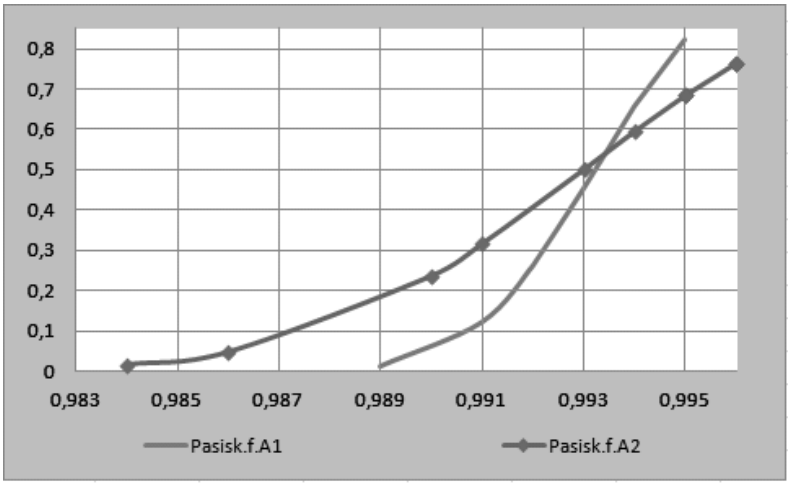
Todėl šiame poskyryje siūloma taikyti stochastinio dominavimo taisykles, tam, kad įsitikinti, kuri alternatyva kurią dominuoja. Taikant stochastinio dominavimo taisyklių formulę (2.4) pateiktą 2.2.3 poskyryje gaunami alternatyvų A_1 ir A_2 dominavimo rezultatai, kurie vizualiai pateikti paveikslėliuose (3.17 – 3.19 pav.).

Visų trijų daugiatikslių sprendimo priėmimo metodais gautų rezultatų racionalumo reikšmių pasiskirstymo funkcijos, duoda tokią pačią stochastinio dominavimo išvadą. Didesnis plotas yra po kreive vaizduojančia alternatyvos A_2 pasiskirstymo funkcijas.

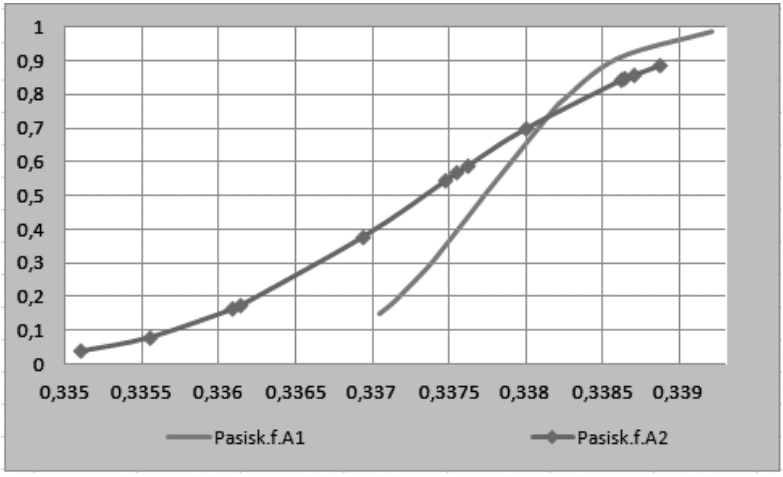


3.17 pav. TOPSIS metodu gautų variantų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių pasiskirstymo funkcijos.

Fig. 3.17. The graphs of the distribution of alternative efficiency by method TOPSIS, for alternative A_1, A_2



3.18 pav. SAW metodu gautų variantų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių pasiskirstymo funkcijos.
Fig. 3.18. The graphs of the distribution of alternative efficiency by method SAW, for alternative A_1, A_2



3.19 pav. COPRAS metodu gautų variantų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių pasiskirstymo funkcijų grafikai.
Fig. 3.19. The graphs of the distribution of alternative efficiency by method COPRAS, for alternative A_1, A_2

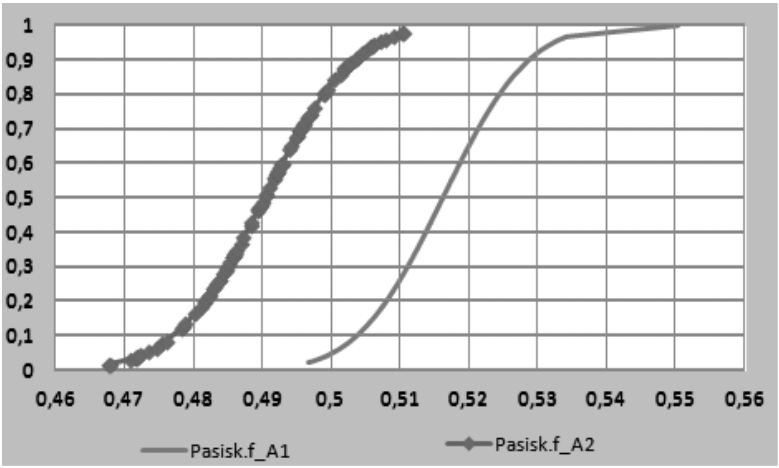
Remiantis pasiskirstymo funkcijų padėtimi plokštumoje, pagal stochastinio dominavimo taisyklę FSD, daroma išvada, jog $(A_1 \succ_{FSD} A_2)$. Vadinasi visi trys

metodai pagal stochastinio dominavimo taisyklę nurodo, jog racionali alternatyva yra – A_1.

3.3.2. Stochastinio dominavimo taisyklių taikymas alternatyvų rangavimui, atžvilgiu rodiklių reikšmių

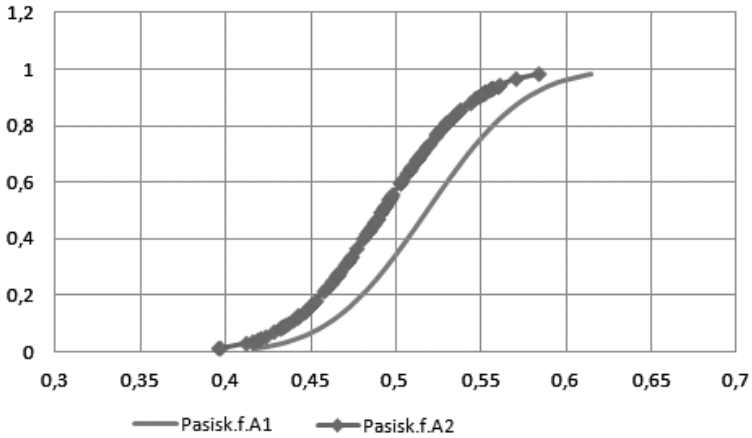
Tarkim turim dvi alternatyvas A_i, A_j ir kriterijų X, pagal kurį tas alternatyvas vertiname. Kriterijus X, pagal kurį bus vertinamos analizuojamos alternatyvos, šiame darbe – alternatyvų racionalumo reikšmės gautos metodu TOPSIS. Iš gautų alternatyvų racionalumo įverčių minėtais metodais, sudaromos tikimybių pasiskirstymo funkcijos vaizduojančios nagrinėjamas alternatyvas A_1 ir A_2.

Stochastinio dominavimo taisykles taikysime alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo rezultatui, gautų metodu TOPSIS, analizei. Funkcijų, kurios simbolizuoja alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių pasiskirstymo funkcijų grafikai pateikti (3.20 pav. – 3.24 pav.).



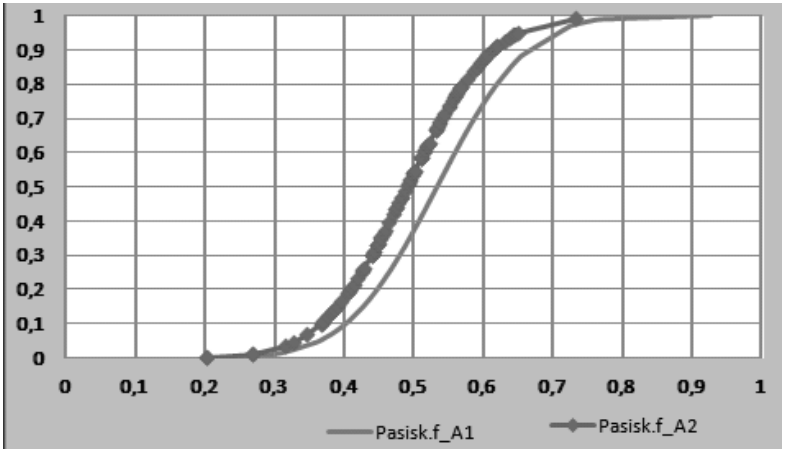
3.20 pav. Metodu TOPSIS gautų racionalumo rezultatų pasiskirstymo funkcijos, atitinkančios alternatyvas A_1 ir A_2. Rezultatai pateikti esant 1% pradinių duomenų nuokrypiams.

Fig. 3.20. TOPSIS method to obtain rationality results of the distribution function corresponding to the alternatives A_1 and A_2. Results are presented at 1% of the initial deviation of the data.



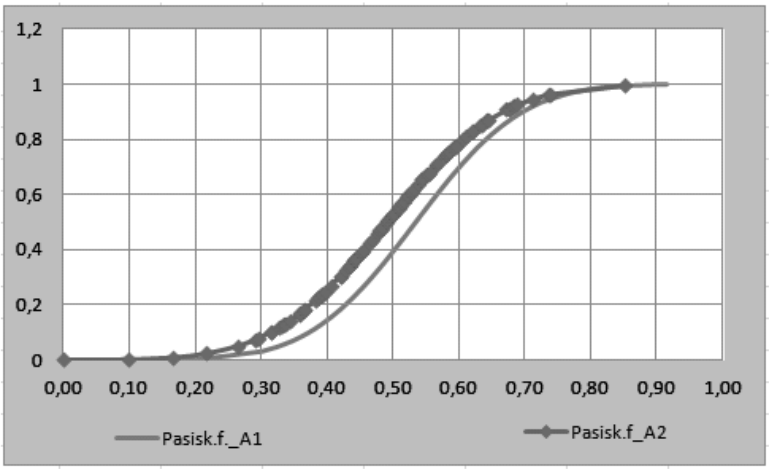
3.21 pav. Metodu TOPSIS gautų racionalumo rezultatų pasiskirstymo funkcijos, atitinkančios alternatyvas A_1 ir A_2. Rezultatai pateikti esant 5% pradinių duomenų nuokrypiams.

Fig. 3.21. TOPSIS method to obtain rationality results of the distribution function corresponding to the alternatives A_1 and A_2. Results are presented at 5% of the initial deviation of the data.



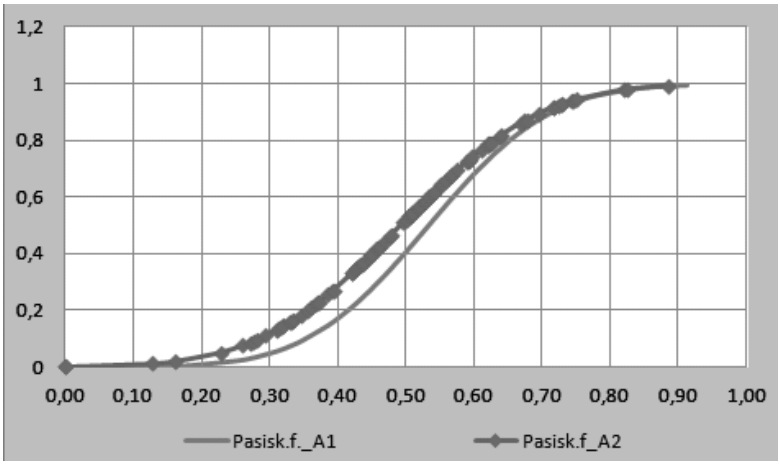
3.22 pav. Metodu TOPSIS gautų racionalumo rezultatų pasiskirstymo funkcijos, atitinkančios alternatyvas A_1 ir A_2. Rezultatai pateikti esant 10% pradinių duomenų nuokrypiams.

Fig. 3.22. TOPSIS method to obtain rationality results of the distribution function corresponding to the alternatives A_1 and A_2. Results are presented at 10% of the initial deviation of the data.



3.23 pav. Metodu TOPSIS gautų racionalumo rezultatų pasiskirstymo funkcijos, atitinkančios alternatyvas A_1 ir A_2.. Rezultatai pateikti esant 15% pradinių duomenų nuokrypiams.

Fig. 3.23. TOPSIS method to obtain rationality results of the distribution function corresponding to the alternatives A_1 and A_2. Results are presented at 15% of the initial deviation of the data.



3.24 pav. Metodu TOPSIS gautų racionalumo rezultatų pasiskirstymo funkcijos, atitinkančios alternatyvas A_1 ir A_2. Rezultatai pateikti esant 20% pradinių duomenų nuokrypiams.

Fig. 3.24. TOPSIS method to obtain rationality results of the distribution function corresponding to the alternatives A_1 and A_2. Results are presented at 20% of the initial deviation of the data.

Tuo atveju, kai TOPSIS metodu gautų racionalumo reikšmių vidurkiai parodė, jog remtis TOPSIS metodo skaičiavimo rezultatais nėra patikima, kai rodiklių reikšmių galima paklaida 20%. Pritaikius stochastinio dominavimo taisykles, gauti rezultatai parodė, jog alternatyva $(A_1 \succ_{FSD} A_2)$ kas leidžia daryti išvadą, jog alternatyva A_1 dominuoja prieš alternatyvą A_2. Šią išvadą galima grafiškai stebėti paveikslėlyje (3.24 pav.), kur alternatyvų racionalumo reikšmių pasiskirstymo funkcijos nepersikerta, tik ramiai priartėja viena prie kitos.

Apibendrinamos išvados gautos poskyriuose 3.3.1 ir 3.3.2, nepaisant įvairių pradinių duomenų neapibrėžtumų, dominuojanti alternatyva abiem atvejais yra alternatyva A_1.

3.4. Trečiojo skyriaus išvados

1. Atlikus ekspertų porinio palyginimo matricų darnos įtakos poveikio alternatyvų rangavimui nustatyta, kad pakankamą ir nepakankamą darną turinčių matricų naudojimas skaičiavimuose, neturi didelės įtakos racionalumo reikšmių sklaidai apie vidurkius. Tačiau metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS gautų rezultatų dažniausiai pasitaikančios rango reikšmės dažnis padidėjo 10%.
2. Atlikus metodų SAW, TOPSIS ir COPRAS jautrumo analizę rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, nustatyta, kad metodas TOPSIS yra 11 kartų jautresnis rodiklių reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, nei metodai SAW ar COPRAS. Pastarųjų jautrumas yra panašus.
3. Atlikus metodų SAW, TOPSIS ir COPRAS jautrumo analizė, rodiklių subjektyvaus ir integruoto reikšmingumo reikšmių atžvilgiu, rezultatų palyginimą nustatyta, kad metodai SAW ir COPRAS yra žymiai stabilesni, kai alternatyvų vertinimui naudojamos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės. TOPSIS metodui joks dėsningumas atžvilgiu rodiklių reikšmingumo reikšmių nepastebėtas. Taip pat pastebėta, kad dominuojančios alternatyvos racionalumo reikšmių, gautų bet kuriuo iš šių metodų, paklaida yra mažesnė, kai alternatyvų vertinimui naudojamos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės.
4. Atlikus metodų SAW, TOPSIS ir COPRAS jautrumo analizę rodiklių reikšmių pasiskirstymo dėsnio atžvilgiu nustatyta, kad normaliojo pasiskirstymo atveju, visi trys metodai yra stabilesni, nei tolygiojo. Metodo TOPSIS atveju, alternatyvų rangavimas keičiasi, kai rodiklių reikšmių galimi pokyčiai didesni nei 4%, o metodų SAW ir COPRAS atveju, alternatyvų rangavimas keičiasi, kai rodiklių reikšmių pokyčiai didesni nei 5%.

5. Atlikus alternatyvų racionalumo įverčių, gautų metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS, kai rodiklių reikšmės generuojamos su vienodu nuokrypiu, analizę, nustatyta, kad jos yra pasiskirsčiusios pagal normalųjį dėsnį. O tai leidžia skaičiuoti alternatyvų racionalumo įverčių vidurkių pasikliautinuosiu intervalus ir tikrinti parametrines hipotezes.
6. Atlikus alternatyvų racionalumo reikšmių, gautų metodu TOPSIS, vidurkių pasikliautinųjų intervalų skaičiavimą, pastebėta, jog esant pradinių duomenų pokyčiui nemažesniam nei 15%, racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinieji intervalai persidengia, tai rodo, jog ta pati alternatyvų racionalumo reikšmė, vienai alternatyvai reiškia rangą lygų 1, kitai – rangą lygų 2. Tokios išvados rodo, jog metodu TOPSIS gauti rezultatai, kai rodiklių reikšmių galimas nuokrypis nemažesnis nei 15% nuo vidurkio, nėra patikimi. Metodų SAW ir COPRAS jautrumo analizė, rodiklių reikšmių atžvilgiu parodė, jog šie metodai nėra jautrūs rodiklių reikšmių galimoms paklaidoms. Net ir esant rodiklių reikšmių nuokrypiams 20% nuo vidurkio, šie metodai duoda patikimus rezultatus (nedviprasmiškus).
7. Atlikus stochastinio dominavimo taisyklių taikymą alternatyvų dominavimo nustatymui, pastebėta, kad šių taisyklių taikymas gali padėti tais atvejais, kai dėl pradinių duomenų neapibrėžtumo, alternatyvų racionalumo reikšmės ir dažniausiai pasitaikanti rango reikšmė nesutampa.
8. Pateiktos jautrumo analizės išvados tik patvirtina disertacijos tikslą, jog taikant daugiatikslius sprendimo priėmimo metodus, būtina analizuoti metodų jautrumą ir vertinti sprendimo patikimumą, norint gauti patikimus skaičiavimo rezultatus.

4

Siūlomi metodai daugiatikslių sprendimų paklaidoms vertinti

Šiame skyriuje pateikiami du autorės siūlomi metodai: vienas skirtas daugiatikslio sprendimo paklaidai įvertinti, kai yra žinomi rodiklių reikšmių nuokrypiai, bei rodiklių reikšmingumai nustatomi remiantis ekspertų nuomonėmis. Minėtas metodas apjungia 3 skyriuje pateiktus jautrumo analizės metodus. Antras metodas skirtas įvertinti daugiatikslių, kiekybiniais matavimais pagrįstų sprendimo priėmimo metodų TOPSIS, SAW ir COPRAS paklaidas, kai šie metodai taikomi tos pačios problemos sprendimui.

Skyriaus tematika paskelbti 2 autorės straipsniai (Simanaviciene, Ustinovichius 2012; 2010).

4.1. Daugiatikslio sprendimo priėmimo uždavinio formuluotė

Tarkim turim daugiakriterinį sprendimo priėmimo uždavinį, kurio sprendimas yra racionalios alternatyvos iš esamų, išrinkimas, atžvilgiu rodiklių reikšmių ir rodiklių reikšmingumo reikšmių. Uždavinio sprendimui reikalingi pradiniai

duomenys, kurie priklauso nuo alternatyvų ir rodiklių skaičiaus, apibrėžiami taip:

1. Nustatomas alternatyvų skaičius *m* ir rodiklių skaičius *n*.
2. Suformuojama alternatyvų aibė $A = \{A_i\}, \quad \left(i = \overline{1,m}\right)$ ir rodiklių aibė $X = \{x_j\}, \quad \left(j = \overline{1,n}\right)$.
3. Pasitelkiant ekspertų nuomonėmis, pagal kiekvieną rodiklį įvedami alternatyvų įverčiai, x_{ij}, ir tų įverčių galimos paklaidos Δ_{ij}(%), $\left(i = \overline{1,m}\right)$, $\left(j = \overline{1,n}\right)$. Iš šių duomenų sudaroma sprendimų lentelė (lentelė 4.1).
4. Suformuojama ekspertų grupė iš *P* asmenų, kuri atliks rodiklių porinio palyginimo matricų $P_k, \left(k = \overline{1,P}\right)$ pildymą. $P_k, \left(k = \overline{1,P}\right)$ – *k –ojo* eksperto užpildyta porinio palyginimo matrica.
5. Naudojant ekspertų užpildytas porinio palyginimo matricas, apskaičiuojamos rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės: $\overline{q}_k = \left(\overline{q}_{1k}, \overline{q}_{2k}, \ldots, \overline{q}_{nk}\right), \quad \left(k = \overline{1,P}\right)$;
6. Apskaičiuojamos rodiklių objektyvaus reikšmingumo reikšmės: $q_k = \left(q_{1k}, q_{2k}, \ldots, q_{nk}\right), \quad \left(k = \overline{1,P}\right)$
7. Apskaičiuojamos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės: $q_k^* = \left(q_{1k}^*, q_{2k}^*, \ldots, q_{nk}^*\right), \quad \left(k = \overline{1,P}\right)$.

4.1 lentelė. Sprendimų lentelė, kurioje rodiklių reikšmės ir jų galimos paklaidos
Table 4.1. Decision tabale in common with the biases of the attributes‘ values

Alternatyvos	**Rodikliai**			
	X_1	X_2	....	X_n
A_1	$x_{11} \pm \Delta_{11}$	$x_{12} \pm \Delta_{12}$	...	$x_{1n} \pm \Delta_{1n}$
A_2	$x_{21} \pm \Delta_{21}$	$x_{22} \pm \Delta_{22}$	...	$x_{2n} \pm \Delta_{24}$
...	.....	....	....	....
A_m	$x_{m1} \pm \Delta_{m1}$	$x_{m2} \pm \Delta_{m2}$	....	$x_{mn} \pm \Delta_{mn}$

8. Alternatyvų $A_1, A_2, \ldots, A_m$ racionalumo įvertinimai, gauti pasirinktu metodu *M*, pateikiami vektoriaus pavidalu: $A(M) = \left(a_{1M}, a_{2M}, \ldots, a_{mM}\right), \; M \in \{TOPSIS, SAW, COPRAS\}$.
9. Jeigu $a_{iM} > a_{lM}$ tai $A_i \succ A_l$, kur *i* ir *l* yra alternatyvos numeriai.

4.2. Daugiatikslio sprendimo paklaidos skaičiavimo metodas

Daugiakriterinio sprendimo, gauto taikant daugiatikslius metodus, kai žinomos pradinių duomenų paklaidos, patikimumui įvertinti skaičiuojama bendroji, aukščiausią rango įvertį (racionali alternatyva ta, kurios rango reikšmė lygi 1) turinčios alternatyvos, racionalumo paklaida $\Delta^*(M)$, atžvilgiu taikyto metodo M, $M \in \{TOPSIS, SAW, COPRAS\}$.

Paklaidos $\Delta^*(M)$, vertinimo metodą sudaro penki etapai: I – pradinių duomenų generavimas, II – daugiakriterinio sprendimo paklaidos $\Delta_*^A(M)$, priklausančios nuo rodiklių reikšmių paklaidų Δ_{ij}, $\left(i=\overline{1,m}\right)$, $\left(j=\overline{1,n}\right)$, skaičiavimas; III – daugiakriterinio sprendimo paklaidos $\Delta_*^B(M)$, priklausančios nuo rodiklių reikšmingumo reikšmių paklaidų Δ_j^q, $\left(j=\overline{1,n}\right)$, skaičiavimas; IV – metodo paklaidos skaičiavimas Δ_i^M, $\left(i=\overline{1,m},\ M \in \{TOPSIS, SAW, COPRAS\}\right)$; V – bendrosios sprendimo paklaidos $\Delta^*(M)$, skaičiavimas.

Veiksmų seka skirta I etapui – pradinių duomenų paruošimas:

1. Iš sprendimų lentelės (4.1 lentelė) imami duomenys ir jų pagrindu, pagal normalųjį dėsnį $X \sim N(\mu,\sigma)$, sugeneruojama P sprendimo matricų $X_{[m\times n]}^k$, $\left(k=\overline{1,P}\right)$, kur m – alternatyvų skaičius, n – rodiklių skaičius ir $\mu = x_{ij}$, $\sigma = \Delta_{ij}$, $\left(i=\overline{1,m},\ j=\overline{1,n}\right)$;
2. Naudojant rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmių vektorius, apskaičiuojamas kiekvieno rodiklio reikšmingumo reikšmių vidurkis $\overline{q^*}_j = \frac{1}{P}\sum_{r=1}^{P} q_{jk}^*$, $\left(j=\overline{1,n}\right)$. Rodiklių reikšmingumo reikšmių paklaidos apibrėžiamos, kaip funkcijos, priklausančios nuo ekspertų porinio palyginimo matricų užpildymo: $\Delta_j^q = f_j(P_k)$, $\left(j=\overline{1,n}\right)$, $\left(k=\overline{1,P}\right)$.

Veiksmų seka skirta II etapui – sprendimo paklaidos, atžvilgiu rodiklių reikšmių paklaidų, skaičiavimas:

1. Naudojant sugeneruotas sprendimų matricas $X_{[m\times n]}^k$, $\left(k=\overline{1,P}\right)$ ir vienodo dydžio rodiklių reikšmingumo reikšmes $q_j = \frac{1}{n}$, $\left(\forall j=\overline{1,n}\right)$, atliekamas alternatyvų racionalumų vertinimas metodu M,

$M \in \{TOPSIS, SAW, COPRAS\}$. Gauta P alternatyvų racionalumo įverčių variantų $A^k(M) = \left(a_{1M}^k, a_{2M}^k, \ldots, a_{mM}^k\right)$ $\left(k = \overline{1,P}\right)$, taikant metodą M;

2. Apskaičiuojamas racionalumo reikšmių vidurkis kiekvienai alternatyvai ir ta alternatyva, kurios vidurkio reikšmė didžiausia fiksuojama, kaip racionali alternatyva ir žymima: $A_*(M)$, jai nustatomas rangas lygus 1.
3. Alternatyvai $A_*(M)$ skaičiuojamas procentinis variacijos koeficientas *cvp,* kuris pateikiamas kaip šio alternatyvos racionalumo paklaida $\Delta_*^A(M)$.

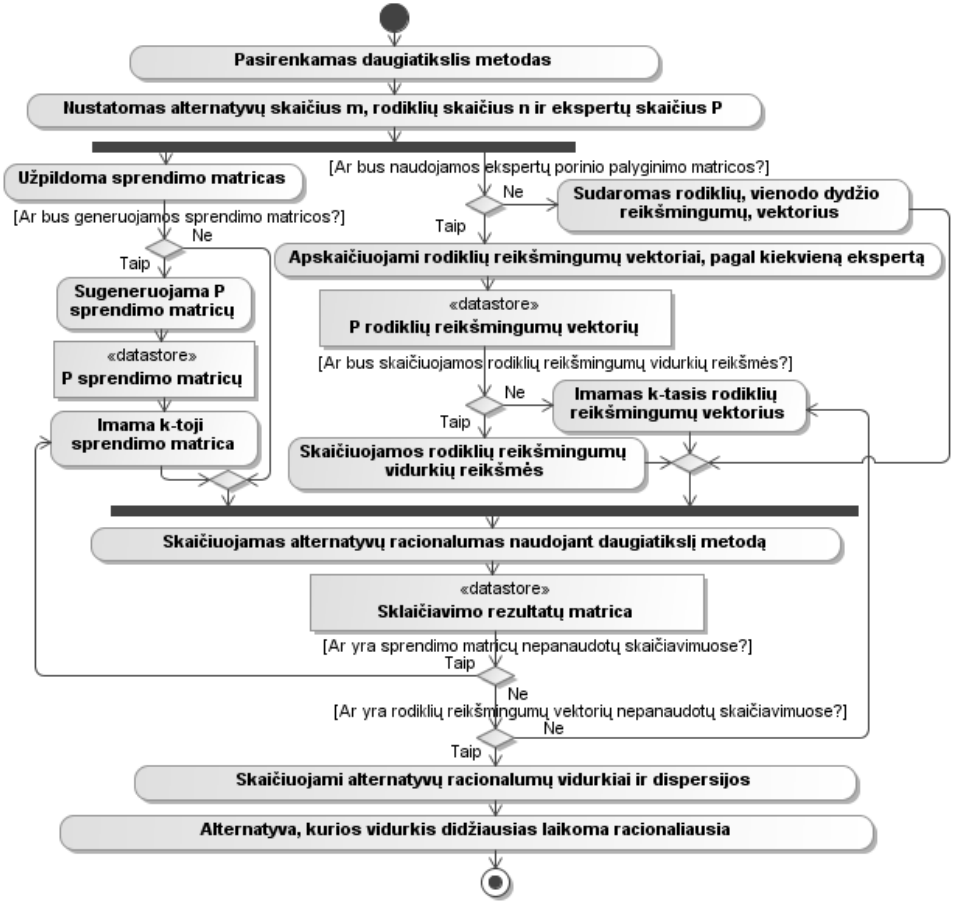
Veiksmų seka skirta III etapui – sprendimo paklaidos, atžvilgiu rodiklių reikšmingumų, skaičiavimas

1. Iš sprendimų lentelės (4.1 lentelė) sudaroma sprendimų matrica X, nenaudojant paklaidos parametrų. Naudojant šios sprendimų matricos duomenis ir atskirai imant rodiklių reikšmingumo vektorius $q_k^* = \left(q_{1k}^*, q_{2k}^*, \ldots, q_{nk}^*\right)$, $\left(k = \overline{1,P}\right)$, atliekamas alternatyvų racionalumų skaičiavimas atskirai metodais M, $M \in \{TOPSIS, SAW, COPRAS\}$. Gauta P alternatyvų racionalumo įverčių vektorių: $B^k(M) = \left(b_{1M}^k, b_{2M}^k, \ldots, b_{mM}^k\right)$, $\left(k = \overline{1,P}\right)$.
2. Apskaičiuojamas kiekvienos alternatyvos įverčių vidurkis. Alternatyva, kurios vidurkio reikšmė didžiausia yra racionali, ir žymima $B_*(M)$, jos rangas lygus 1.
3. Naudojant sprendimų matricos $X_{[m\times n]} = \{x_{ij}\}$, $\left(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,n}\right)$ duomenis ir rodiklių reikšmingumo reikšmių vidurkius $\overline{q_j^*} = \frac{1}{P}\sum_{r=1}^{P} q_{jk}^*$, $\left(j = \overline{1,n}\right)$, apskaičiuojamas m alternatyvų racionalumas, taikant pasirinktą metodą M. Gauti rezultatai $C(M) = \left(c_M^1, c_M^2, \ldots, c_M^m\right)$.
4. Naudojant rezultatus $B^k(M) = \left(b_{1M}^k, b_{2M}^k, \ldots, b_{mM}^k\right)$, $\left(k = \overline{1,P}\right)$ apskaičiuojami alternatyvų standartiniai nuokrypiai $s_i^B(M)$, $\left(i = \overline{1,m}\right)$ ir variacijos koeficientų reikšmės (*cvp*), kurias žymime $d_i^B(M)$, $\left(i = \overline{1,m}\right)$.

$$s_i^B(M) = \frac{1}{P-1}\sum_{k=1}^{P}\left(b_{iM}^k - c_M^i\right)^2, \left(i = \overline{1,m}\right) \tag{4.1}$$

$$d_i^B(M) = \frac{s_i^B}{c_M^i}, \left(i = \overline{1,m}\right) \tag{4.2}$$

5. Procentinė variacijos koeficiento reikšmė $d_i^B(M), \left(i=\overline{1,m}\right)$ rodo racionalumo reikšmės $B_i(M), \left(i=\overline{1,m}\right)$ paklaidą $\Delta_i^B(M), \left(i=\overline{1,m}\right)$. Alternatyvos $B_*(M)$ paklaida žymima $\Delta_*^B(M)$.



4.1 pav. Daugiatikslio sprendimo paklaidų, atžvilgiu pradinių duomenų, skaičiavimo veiklos diagrama

Fig.4.1. The activity chart of the calculation of the decision biases depending on the initial data

IV etapas - Bendrosios sprendimo paklaidos skaičiavimas

Bendrosios sprendimo paklaidos skaičiavimui naudojamos II ir III etape metodu M gautos racionalios alternatyvos racionalumo įverčių dispersijos: $S^2_{*A}(M), S^2_{*B}(M)$, kai $M \in \{TOPSIS, SAW, COPRAS\}$.

Remiantis imties dispersijos savybe, kuri teigia, jog dviejų nepriklausomų atsitiktinių dydžių sumos dispersija lygi tų dydžių dispersijų sumai, pateikiama dviejų imčių sumos standartinio nuokrypio skaičiavimo formulė:

$S = \sqrt{D(X+Y)}$, kai X *ir* Y – nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai, o $D(X + Y)$ – tų dydžių sumos dipersija.

Darome prielaidą, jog alternatyvų racionalumo reikšmės gautos atžvilgiu rodiklių reikšmių paklaidų ir atžvilgiu rodiklių reikšmingumų pagal ekspertus yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai.

Reminatis padaryta prielaida, racionalaus sprendimo paklaidai, atžvilgiu rodiklių reikšmių ir rodiklių reikšmingumo reikšmių nuokrypių, nustatyti, skaičiuojamas variacijos koeficientas pagal formulę:

$$cv_*(M) = \frac{\sqrt{S^2_{*A}(M) + S^2_{*B}(M)}}{\bar{x}_*} \tag{4.3}$$

čia $\bar{x}_*$ – yra II ir III etapuose nustatymos racionalios alternatyvos racionalumo įverčių vidurkių vidurkis.

Tuo atveju, kai efektyviausios alternatyvos II-ame skaičiavimo etape ir III skaičiavimo etape nesutampa, tuomet skaičuojamos sprendimo paklaidos abiems alternatyvoms. Efektyviausia alternatyva nustatoma ta, kurios paklaida bus mažesnė.

4.3. MADM metodų paklaidos skaičiavimo algoritmas

1. Tarkim turim rezultatų matricą $R = \{r_{ij}\}, \left(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,Mt}\right)$, kur m alternatyvų skaičius, Mt metodų skaičius.

   Rezultatų matricos duomenis normalizuojame taip, kad *j-uoju* metodu gautų rezultatų suma būtų lygi 1. Tokiu būdu rezultatai gauti skirtingais metodais priklausys tai pačiai racionalumo vertinimo skalei. Rezultatų matricos elementų $r_{ij}, \left(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,Mt}\right)$ normalizavimui naudojama formulė:

$$\widetilde{r}_{ij} = \frac{r_{ij}}{\sum_{i=1}^{m} r_{ij}}. \tag{4.4}$$

Gauta normalizuota matrica $\widetilde{R} = \{\widetilde{r}_{ij}\}, \left(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,Mt}\right)$

2. Alternatyvų tikrąja reikšme pasirenkamos normalizuotų alternatyvos racionalumo elementų, iš matricos $\widetilde{\mathrm{R}}$, vidurkio reikšmės. Metodo absoliučioji paklaida kiekvienai alternatyvai apskaičiuojama pagal formulę,

$$\Delta^{i}_{j} = \left|\overline{\widetilde{r}}_{j} - \widetilde{r}_{ij}\right|, \left(i = \overline{1,m},\ j = \overline{1,Mt}\right) \tag{4.5}$$

3. Metodo bendroji paklaida lygi – taikytu metodu gautų rezultatų paklaidų vidurkiui $\overline{\Delta}_j$, čia j – metodą apibūdinantis indeksas. Paklaidų įverčiai priklauso nuo gautų racionalumo reikšmių išsibarstymo. Norint metodo paklaidą atskirti nuo alternatyvų racionalumo įverčių, siūloma metodo paklaida laikyti procentinę metodo paklaidos dalį:

$$\Delta^{j} = \frac{\overline{\Delta}_j}{\sum_{j=1}^{Mt} \overline{\Delta}_j} \cdot 100\%. \tag{4.6}$$

4.4. Sprendimo paklaidos skaičiavimo eksperimentinis tyrimas

Eksperimentui atliki buvo pasirinktas statybos srities uždavinys skirtas pastato stogo modernizavimo alternatyvai išrinkti. Sudaryta 12 ekspertų grupė, kuri pildo rodiklių porinio palyginimo matricas. Užpildyta 12 stogo modernizavimo projekto vertinimo rodiklių, porinio palyginimo matricų pateikta 4.2.lentelėje .

Šiame darbe analizuojamos trys skirtingos stogo modernizavimo alternatyvos: Stogas 1, Stogas 2, Stogas 3.

Nagrinėjant stogo modernizavimo alternatyvas, parenkami šie rodikliai:

X1 - Šilumos perdavimo koeficientas U, W/m^{2}K.

X2 - Modernizavimo kaina, Lt.

X3 - Prognozuojamas priemonės gyvavimo laikas, m.

X4 - Galimybė atlikti statybos darbus, neatsižvelgiant į sezoniškumą, balais.

X5 - Metiniai sutaupymai, MWh/m^2/m.

X6 - Paprastasis atsipirkimo laikas, m.

X7 - Paskirties pakeitimo galimybės, balais.

4.2. lentelė. Atskirai pagal kiekvieną ekspertą, rodiklių subjektyvaus reikšmingumas
Table 4.2. Individually by each expert, the subjective significance of the attributes

qs1	qs2	qs3	qs4	qs5	qs6	qs7
0,158	0,4768	0,078	0,0501	0,128	0,0777	0,0314
0,0378	0,1395	0,166	0,0305	0,2817	0,2759	0,0686
0,0529	0,3749	0,0459	0,0308	0,1794	0,2852	0,0309
0,1236	0,3299	0,0576	0,031	0,2859	0,1376	0,0344
0,1774	0,1485	0,1534	0,0675	0,1622	0,1377	0,1534
0,1086	0,4646	0,1949	0,076	0,0514	0,0711	0,0334
0,1095	0,4671	0,196	0,0764	0,0521	0,072	0,0268
0,4608	0,1593	0,1386	0,0366	0,1221	0,0458	0,0368
0,0814	0,2256	0,0957	0,0462	0,2417	0,2413	0,0681
0,0698	0,0821	0,0695	0,0777	0,0596	0,5947	0,0467
0,1009	0,1947	0,1489	0,0244	0,1154	0,3745	0,0411
0,1499	0,0607	0,2356	0,0348	0,182	0,28	0,057

4.3. lentelė. Atskirai pagal kiekvieną ekspertą, rodiklių integruoto reikšmingumai
Table 4.3. Individually by each expert, the integrated significance of the attributes

q*1	q*2	q*3	q*4	q*5	q*6	q*7
0,0121	0,2898	0,5278	0,0125	0,1125	0,0375	0,0078
0,0018	0,0525	0,6951	0,0047	0,1532	0,0823	0,0106
0,0048	0,267	0,3644	0,009	0,1848	0,1611	0,009
0,0101	0,2147	0,4176	0,0082	0,2691	0,071	0,0092
0,0097	0,0642	0,7384	0,0119	0,1014	0,0472	0,0271
0,0049	0,1645	0,7686	0,011	0,0263	0,02	0,0048
0,0049	0,1645	0,7691	0,011	0,0265	0,0201	0,0039
0,029	0,0795	0,7703	0,0075	0,0881	0,0181	0,0075
0,0054	0,1194	0,564	0,01	0,185	0,1013	0,0148
0,006	0,0558	0,5252	0,0216	0,0585	0,32	0,013
0,0054	0,0826	0,7037	0,0042	0,0709	0,126	0,0071
0,0059	0,0188	0,8133	0,0044	0,0816	0,0688	0,0072

Naudojant rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmes, gautas pagal kiekvieną ekspertą, apskaičiuojamos rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmės, kurios pateiktos lentelėje (4.3. lentelė)

Remiantis uždavinyje pateiktais duomenismis sudaroma sprendimų lentelė. Lentelės elementai yra alternatyvų rodiklių įverčiai. Naudojant šios lentelės duomenis sudaroma sprendimų matrica, kuri naudojama tolimesniems alternatyvų racionalumo skaičiavimams pasirinktais daugiatiksliais metodais.

4.4. lentelė. Sprendimo lentelė
Table 4.4. Decision table

Rodikliai	***X1***	***X2***	***X3***	***X4***	***X5***	***X6***	***X7***
Stogas 1	0,2	169020	25,00	6	41,7	17	5
Stogas 2	0,11	201765	27,00	5	50	17	6
Stogas 3	0,2	215970	26,00	4	41,7	22	4
	min	**min**	**max**	**max**	**max**	**min**	**max**

4.5 lentelė. Alternatyvų racionalumo rezultatų, gautų naudojant pradinę sprendimų matricą ir rodiklių integruoto reikšmingumo reikšmes, pagal kiekvieną ekspertą, daugiatiksliais metodais, analizė
Table 4.5. Alternative results obtained with the initial decision array of integrated indicators and significance values or each expert, multiple methods of analysis

Metodas	**TOPSIS**			**SAW**			**COPRAS**		
Eksperto nr.	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
1	0,6033	0,517	0,2102	0,935	0,951	0,878	0,3392	0,3437	0,317
2	0,295	0,8803	0,3639	0,921	0,991	0,913	0,3263	0,351	0,3228
3	0,6338	0,5926	0,1408	0,939	0,955	0,853	0,3425	0,3474	0,3101
4	0,4785	0,6434	0,1741	0,918	0,964	0,867	0,3346	0,3506	0,3148
5	0,2589	0,8508	0,4067	0,92	0,988	0,914	0,3263	0,3504	0,3234
6	0,4019	0,6888	0,3716	0,936	0,971	0,919	0,3318	0,3434	0,3247
7	0,4019	0,6888	0,3716	0,936	0,971	0,92	0,3318	0,3434	0,3248
8	0,239	0,8271	0,4132	0,914	0,986	0,917	0,3243	0,3504	0,3253
9	0,416	0,7577	0,2756	0,923	0,979	0,889	0,3311	0,3509	0,318
10	0,6732	0,903	0,1837	0,947	0,987	0,872	0,3379	0,352	0,3101
11	0,4111	0,8258	0,3541	0,932	0,986	0,909	0,3302	0,3486	0,3211
12	0,2275	0,9537	0,4401	0,922	0,996	0,93	0,3239	0,35	0,3262
Vidurkis	**0,42**	**0,761**	**0,309**	**0,929**	**0,977**	**0,898**	**0,332**	**0,348**	**0,32**
Dispersija	0,024	0,018	0,011	0	0	0,001	0	0	0
Var.koef.	37%	18%	34%	1%	1%	3%	2%	1%	2%
Rangas pagal vidurkį	**2**	**1**	**3**	**2**	**1**	**3**	**2**	**1**	**3**

Atlikus alternatyvų racionalumo reikšmių statistinę analizę, gautos skaitinės charakteristikos patvirtina, jog metodas TOPSIS yra jautresnis už metodus SAW ir COPRAS. Tai rodo variacijos koeficiento reikšmės.

Visais trimis metodais alternatyva A_2 yra efektyviausia, vertinant pagal daugelį rodiklių, atžvilgiu rodiklių reikšmingumo reikšmių.

4.6 lentelė. Rodiklių reikšmių paklaidos
Table 4.6. The biases of atribute values

	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
A1	5%	3%	1%	4%	1%	5%	5%
A2	5%	5%	4%	6%	5%	2%	5%
A3	5%	5%	5%	7%	5%	6%	8%

4.7 lentelė. Generuotos sprendimo matricos, kai pradinės matricos rodiklių reikšmės imamos kaip vidurkiai, o standartinis nuokrypis nuo vidurkio paskaičiuojamas, pagal lentelėje (4.6) pateiktas paklaidas
Table 4.7. Generated matrices

Eil.Nr.	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
1	0,205404	169445,3	25,05017	6	41,48366	17,64137	4
	0,113897	210789,6	27,59462	4	49,45704	17,37134	6
	0,196775	235124,5	27,47323	4	45,12059	21,54099	4
2	0,207294	160847,3	25,05847	6	41,47912	17,26569	5
	0,106526	195865,4	28,02965	5	50,56348	17,74797	6
	0,192508	221481,6	28,66996	4	41,87724	20,35519	5
3	0,20457	158108,7	25,0474	6	41,1727	17,712	5
	0,100713	196351,7	26,67578	5	54,07789	17,69708	6
	0,19412	205250,9	24,72219	4	41,22596	21,70903	4
4	0,195496	170745,4	24,79627	6	41,78778	15,80976	5
	0,117232	195317,3	27,85311	5	48,61409	17,4763	6
	0,203256	214023	24,31886	4	42,76044	23,80049	4

Lentelės 4.7. tęsinys

Eil.Nr.	X1	X2	X3	X4	X5	X6	X7
5	0,179978	169572,2	25,34493	6	41,89264	17,00523	5
	0,109489	197972,2	26,73988	5	46,0178	16,76404	7
	0,184529	212962	25,55132	4	39,58906	21,91543	4
6	0,203285	169555,7	24,74756	6	41,86576	17,01297	5
	0,103177	209691,9	26,89055	5	50,60813	17,3281	5
	0,191949	200344,9	24,3736	4	39,33414	17,39278	4
7	0,204044	169580,6	25,236	6	41,33686	17,39496	5
	0,107985	191308,4	27,58005	5	50,18951	16,54339	6
	0,197514	214936,4	25,97447	4	40,78126	20,27338	4
8	0,190453	176414,3	24,67664	6	41,44816	17,96774	5
	0,106678	206304,8	26,29392	5	45,33249	16,84356	6
	0,194677	208178,2	25,93635	4	40,84346	19,76115	4
9	0,191797	174602,3	25,056	6	42,30891	16,62846	5
	0,102298	205229,9	26,75435	6	46,99425	17,48574	6
	0,196085	204743,1	25,93473	4	46,90551	20,51578	3
10	0,196022	169627,3	25,35631	6	41,60127	17,87099	5
	0,112456	207701,7	29,9415	5	49,96999	16,92523	6
	0,190812	213870,4	26,14097	4	41,9142	21,75889	4
11	0,192538	170558,2	24,99363	6	42,204	16,71908	5
	0,107002	191322,7	27,08081	5	50,53374	16,88126	6
	0,199449	206515,2	26,62282	4	42,30379	23,02886	4
12	0,208697	164799,7	25,42857	6	41,05694	17,69493	5
	0,109497	189888,4	25,70622	5	45,84157	17,19295	6
	0,201535	207511,8	25,89563	4	43,12151	21,66193	4

Atliksime sprendimo patikimumo skaičiavimą atžvilgiu rodiklių reikšmių paklaidų. Lentelėje (4.6) pateiktos rodiklių reikšmių paklaidos. Taikant aprašytą sprendimo patikimumo metodą (4.1 pav) pradžioje sugeneruojama 12 sprendimo matricų pagal normalųjį dėsnį, kai vidurkių reikšmės yra sprendimo matrica (4.4), o standartinis nuokrypis yra paklaida, nurodyta kiekvienam rodiklio įvertčiui.

Jeigu imama po vieną generuotą sprendimo matricą ir atskirai atliekami alternatyvų racionalumo vertinimai pasirinktu metodu (TOPSIS, SAW ar COPRAS) reikalinga atlikti daug skaičiavimų. O tai užima begalę laiko. Ir tokie skaičiavimai duoda tik vieną rezultatą – sprendimo paklaidą atžvilgiu rodiklių reikšmingumų ir sprendimo matricos paklaidų. Atskirai negalima sužinoti sprendimo paklaidos atžvilgiu rodiklių reikšmingumo reikšmių ar atžvilgiu rodiklių reikšmių.

Siūlomas metodas (4.1 pav.) leidžia atliekant mažiau skaičiavimų gauti trijų rūšių paklaidas: $\Delta_*^A(M)$, $\Delta_*^B(M)$ ir $\Delta^*(M)$.

4.8 lentelė. Alternatyvų racionalumo reikšmės, gautos naudojant vienodo dydžio rodiklių reikšmingumo reikšmes

Table 4.8. Alternative rationality, values obtained using a flat-rate the significance of the values of the attributes

Metodas	**TOPSIS**			**SAW**			**COPRAS**		
Eksperto nr.	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
1	0,4483	0,6137	0,1323	0,85	0,924	0,764	0,333	0,365	0,301
2	0,448	0,7235	0,1693	0,863	0,944	0,779	0,331	0,366	0,302
3	0,4415	0,745	0,0635	0,861	0,948	0,732	0,335	0,375	0,29
4	0,5526	0,7548	0,0238	0,883	0,945	0,732	0,344	0,37	0,286
5	0,4906	0,7681	0,0087	0,881	0,956	0,744	0,34	0,372	0,288
6	0,4454	0,7112	0,0977	0,894	0,946	0,787	0,338	0,361	0,301
7	0,457	0,7739	0,0522	0,865	0,96	0,748	0,334	0,375	0,291
8	0,467	0,7411	0,0576	0,883	0,955	0,781	0,336	0,366	0,298
9	0,514	0,8509	0,1011	0,886	0,972	0,76	0,337	0,374	0,289
10	0,4771	0,7315	0,0488	0,862	0,95	0,744	0,336	0,372	0,292
11	0,505	0,7793	0,0657	0,878	0,959	0,749	0,338	0,373	0,289
12	0,4733	0,7614	0,0725	0,887	0,956	0,772	0,337	0,368	0,295
Vidurkis	0,477	0,746	0,074	0,874	0,951	0,758	0,337	0,37	0,294
Dispersija	0,001	0,003	0,002	0	0	0	0	0	0
Var.koef.	7%	7%	60%	2%	1%	3%	1%	1%	2%
Rangas pagal vid.	2	1	3	2	1	3	2	1	3
Daž.i pasitaikantis rangas	2	1	3	2	1	3	2	1	3
Rango dažnis	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%	100%

Taikant aprašytą sprendimo paklaidos skaičiavimo metodą (4.2 poskyris) nustatoma alternatyva, kurios racionalumo reikšmės didžiausios. Ši alternatyva laikoma – efektyviausia. Apskaičiuojamos šios alternatyvos paklaidos atžvilgiu rodiklių reikšmių ir rodiklių reikšmingumo reikšmių pokyčių, bei bendroji metodo paklaida pagal formulę (4.4). Naudojant formulę (4.2) apskaičiuojamos kiekvieno metodo paklaidos. Visi skaičiavimo rezultatai pateikti lentelėje (4.9).

4.9 lentelė. Sprendimų ir metodų paklaidos
Table 4.9. The biases of decisions and of the methods

Metodas	***TOPSIS***	***SAW***	***COPRAS***
Paklaidos	A_2	A_2	A_2
$\Delta_*^A(M)$	7%	1%	1%
$\Delta_*^B(M)$	18%	1%	1%
$\Delta^*(M)$ *(%)*	19%	2%	2%
Δ^M	0,08	0,04	0,04

Atlikus skaičiavimus imama po vieną generuotą sprendimo matricą ir rodiklių reikšmingumo vektorių, apskaičiuojamos alternatyvų racionalumo reikšmės metodais TOPSIS, SAW ir COPRAS. Skaičiavimai buvo atliekami iman kieivieną sugeneruotą sprendimo matricą su kiekvienu rodiklių reikšmingumo vektoriumi, tad gavosi 12x12 alternatyvų racionalumo reikšmių.

Skaičiavimo rezultatai parodė, jog bendroji sprendimo paklaida, atžvilgiu rodiklių reikšmingumų ir rodiklių reikšmių paklaidų, sutampa su paklaida gauta taikant siūlomą metodą (4.2 poskyris). Skaičiavimo rezultatų analizė pateikta lentelėje (4.10).

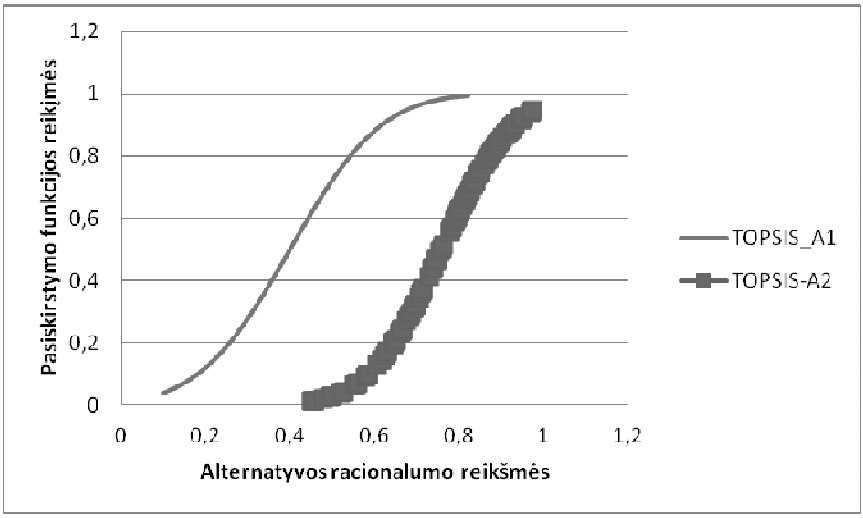
4.10 lentelė. Skaičiavimo rezultatų 12x12, statistinės analizės rezultatai
Table 4.10. The results of sensitivity analysis, about 12x12 iterations

Metodas	**TOPSIS**			**SAW**			**COPRAS**		
Alternatyvos	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3	A_1	A_2	A_3
Vidurkis	0,399	0,758	0,277	0,924	0,975	0,899	0,331	0,349	0,321
Dispersija	0,029	0,018	0,052	0,001	0,0002	0,0016	0,00005	0,000049	,00007
Var. Koef.	42%	**18%**	83%	3%	**2%**	4%	2%	**2%**	3%
Rangas pagal vid.	2	1	3	2	1	3	2	1	3
Dažn. rangas	2	1	3	2	1	3	2	1	3
Rango dažnis	54%	87%	67%	72%	97%	75%	72%	95%	76%

Alternatyvos racionalumo skaičiavimo paklaida metodu TOPSIS lygi – 18%, metodu SAW – 2% ir metodu COPRAS – 2%.

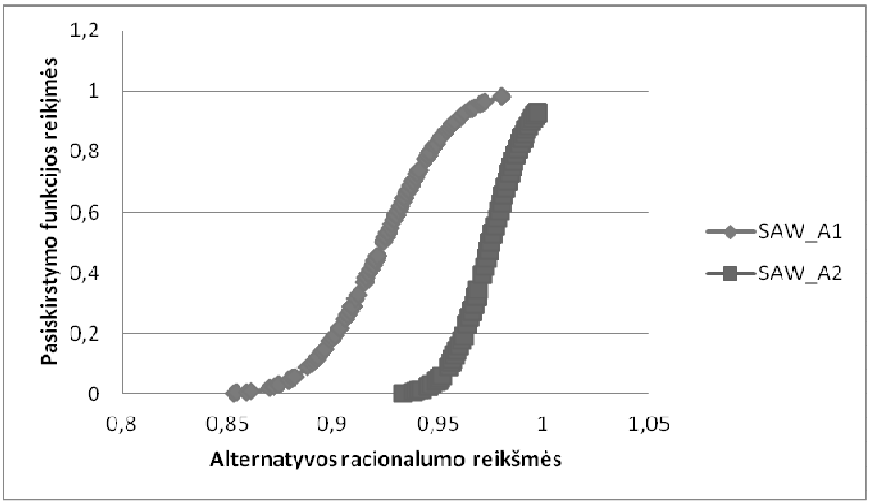
4.5. Stochastinio dominavimo taisyklių taikymas

Remiantis gautais rezultatais, skaičiuojant alternatyvų racionalumus naudojant 12 sprendimo matricų ir 12 rodiklių reikšmingumo reikšmių, pritaikytos stochastinio dominavimo taisyklės, kurių rezultatai pavaizduoti grafikuose (4.2 – 4.4 pav.). Visi grafikai rodo, jog visais metodais alternatyva A_2 yra dominuojanti prieš alternatyvą A_1.



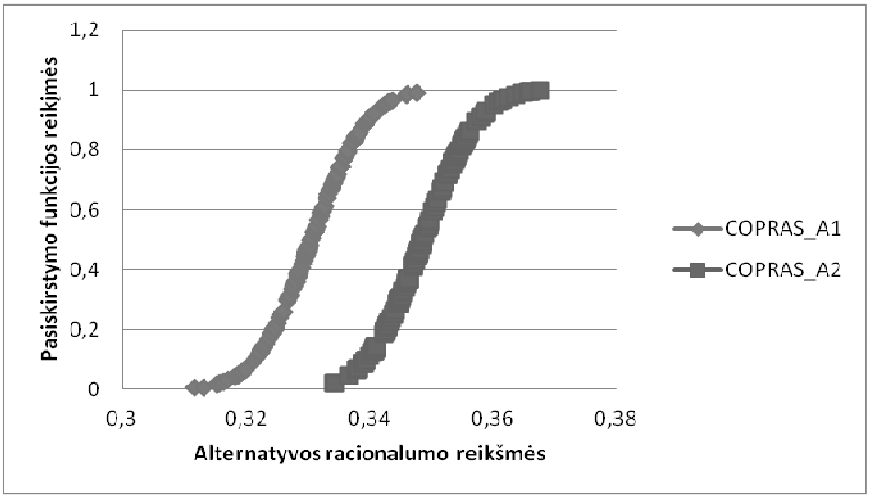
4.2 pav. Alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių, gautų metodu TOPSIS, pasiskirtumo funkcijos

Fig. 4.2. Alternatives A_1 and A_2, rationality, values, obtained by the method TOPSIS, the distribution function



4.3 pav. Alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių, gautų metodu SAW, pasiskirtumo funkcijos

Fig. 4.3. Alternatives A_1 and A_2, rationality, values, obtained by the method SAW, the distribution function



4.4 pav. Alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių, gautų metodu COPRAS, pasiskirtumo funkcijos

Fig. 4.4. Alternatives A_1 and A_2, rationality, values, obtained by the method COPRAS, the distribution function

4.6. Ketvirtojo skyriaus išvados

Kai rodiklių reikšmingumo reikšmės neįtakoja sprendimo rezultato (yra vienodos), šie daugiatiksliai metodai yra jautresni rodiklių reikšmių pasiskirstymui pagal tolygųjį dėsnį, nei pagal normalųjį dėsnį, atžvilgiu. Abiejų pasiskirstymų atžvilgiu TOPSIS metodas buvo jautriausias iš visų trijų nagrinėtų metodų.

Tolygaus pasiskirstymo atveju, kai rodiklių reikšmių galimos paklaidos yra didesnės nei 2%, uždavinio sprendimui naudojant TOPSIS metodą, alternatyvų rangavimo tvarka jau keičiasi. Tuo atveju metodai SAW ir COPRAS reaguoja į pradinių duomenų pokyčius, kai pokyčiai didesni nei 3%.

Normaliojo pasiskirstymo atveju, visi trys metodai yra stabilesni. Šiuo atveju alternatyvų rangavimas kinta: taikant TOPSIS metodą, kai rodiklių reikšmių galimi pokyčiai didesni nei 4%, o taikant SAW arba COPRAS metodus, reikšmių pokyčiai didesni nei 5%.

Atlikus alternatyvų racionalumo reikšmių, gautų metodu TOPSIS, vidurkių pasikliautinųjų intervalų skaičiavimą, pastebėta, jog esant pradinių duomenų pokyčiui pradedant nuo 15% iki 20%, racionalumo reikšmių vidurkių pasikliautinieji intervalai persidengia, tai rodo, jog ta pati alternatyvų racionalumo reikšmė, vienai alternatyvai reiškia rangą lygų 1, kitai – rangą lygų 2. Tokios išvados rodo, jog metodas TOPSIS yra jautrus rodiklių reikšmių pokyčiams ir nuo 15% pradinių duomenų nuokrypių, šis metodas duoda nepatikimus rezultatus.

Metodų SAW ir COPRAS jautrumo analizė, rodiklių reikšmių atžvilgiu parodė, jog šie metodai nėra jautrūs rodiklių reikšmių galimoms paklaidoms. Net ir esant rodiklių reikšmių nuokrypiams 20%, šie metodai duoda patikimus rezultatus (nedviprasmiškus). Norint aukščiau pateiktus teiginius pagrįsti teoriškai, formuluojamos hipotezės apie dviejų nepriklausomų imčių vidurkių lygybę. Jeigu hipotezė pavirtins, jog racionalumo reikšmių vidurkiai lygūs, vadinasi bet koks teiginys, kad viena alternatyva geresnė už kitą yra visiškai nepatikimas.

Atlikus hipotezių tikrinimą visiems trims metodams buvo nustatyta, jog esant 20% rodiklių reikšmių pokyčiams TOPSIS metodu negalima patikimai įvertinti, kuri alternatyva yra geriausia, nes hipotezės apie alternatyvų A_1 ir A_2 vidurkių lygybę nėra pagrindo atmesti – vidurkių skirtumas yra statistiškai nereikšmingas.

SAW ir COPRAS metodų atveju, skirtumas tarp alternatyvų A_1 ir A_2 racionalumo reikšmių vidurkių yra statistiškai reikšmingas, todėl hipotezė apie vidurkių lygybę – atmesta. Kas ir pagrindžia teiginių teisingumą.

Stochastinio dominavimo taisyklės gali būti taikomos alternatyvų dominavimo nustatymui, kai kiti sprendimo priėmimo metodai nurodo, jog dvi greta esančios alternatyvos yra vienodai racionalios.

Bendrosios išvados

1. Atlikus daugiakriterinių sprendimo priėmimo metodų analizę, nustatyta, jog šie metodai yra jautrūs rodiklių reikšmėms ir rodiklių reikšmingumams. Tiek rodiklių reikšmės, tiek rodiklių reikšmingumai nustatomi žmogaus, o žmogaus elgesys gali būti neracionalus, sąlygojamas subjektyvių priežasčių. Tad su tokiais duomenimis atliekant deterministinius skaičiavimus, sprendimo rezultato patikimumas gali kelti abejonių.
2. Atlikus esamų jautrumo analizės metodų analizę, nustatyta, kad jautrumo analizės metodai yra taikomi siekiant nustatyti matematinių modelių jautrumą parametrams ir daugiatikslių sprendimų jautrumą rodiklių reikšmingumams.
3. Atlikus daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizę nustatyta:
    3.1. Kai rodikliai vienodai reikšmingi, daugiatiksliai metodai jautresni rodiklių reikšmių pasiskirstymui pagal tolygųjį dėsnį nei pagal normalųjį. Kai rodikliai ne vienodai reikšmingi, metodai jautresni reikšmių pasiskirstymui pagal normalųjį dėsnį.
    3.2. Daugiatikslio sprendimo rezultatai reikšmių nuokrypių atžvilgiu pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį, todėl vertinant daugiatikslio sprendimo patikimumą, galima remtis rezulta-

tų vidurkių pasikliautinųjų intervalų ir hipotezių apie vidurkių lygybę statistinėmis išvadomis.

3.3. Daugiatikslio sprendimo rezultatams rodiklių reikšmingumų, kurie priklauso nuo ekspertų nuomonės, atžvilgiu negalima apibrėžti konkretaus pasiskirstymo dėsnio.

4. Pasiūlyti jautrumo analizės metodai, leidžia įvertinti MADM metodų jautrumą rodiklių reikšmių ir rodiklių reikšmingumų atžvilgiu, bei įvertinti sprendimo gauto taikant MADM metodus, patikimumą.
5. Taikant pasiūlytą MADM metodų paklaidų skaičiavimo metodą, buvo nustatyta, jog metodas TOPSIS alternatyvų racionalumo rezultatams suteikia dvigubai didesnę paklaidą (0,08) nei metodai SAW (0,04) ar COPRAS (0,04).
6. Pasiūlytas MADM sprendimų paklaidos vertinimo metodas apjungia autorės pasiūlytus jautrumo analizės metodus į vieną metodą ir pateikia nagrinėjamo sprendimo paklaidos įvertį.

Literatūra ir šaltiniai

Aksomaitis, A. 2002. *Tikimybių teorija ir statistika*. Kaunas: Technologija. 347 p. ISBN 9986-13-893-0

Andersson, J. 2000. *A Survey of Multiobjective Optimization in Engineering Design*. Technical report LiTH-IKP-R-1097, Department of Mechanical Engineering, Linkping University, Linkping, Sweden. 34 p.

Antucheviciene, J.; Zakarevicius, A.; Zavadskas, E. K. 2011. Measuring Congruence of Ranking Results Applying Particular MCDM Metods, *Informatica* 22(3): 319-338.

Balli, S.; Korukoglu, S. 2009. Operating system selecting using fuzzy AHP and TOPSIS methods, *Mathematical and Computational Applications* 14(2): 119–130.

Becker, G. S. 1976. *The economic approach to human behavior*. University of Chicago Press. 314 p.

Belton, V.; Gear, T. 1983. On a Short-Coming of Saaty‘s Method of Analytic Hierarchies, *Omega*. 228–230.

Belton, V.; Stewart, T. J. 2002. *Multiple Criteria Decision Analysis: An integrated approach*. Kluwer Academic Publisher, Dordercht, Netherlands. 372 p.

Birolini, A. 2010. *Reliability Engineering. Theory and Practice*, *6th ed.* Berlin: Springer. 610 p.

Boguslauskas, V.; Stungurienė S. 2008. Operacijų valdymas. Kaunas, Technologija. 194 p.

Burstein, F.;Holsapple, C. W. 2008. Handbook on Decision Support System Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 854 p. ISBN 978-3-540-48712-8.

Butler, J.; Jia, J.; Dyer, J. 1997. Simulation techniques for the sensitivity analysis of multicriteria decision models, *European Journal of Operational Research* 103(3): 531–546.

Chen, T. Y. 2012. Comparative analysis of SAW and TOPSIS based on interval-valued fuzzy sets: Discussions on score functions and weight constraints, *Expert Systems with Applications*. 39(2): 1848–1861.

Chen, S. J.; Hwang, C. L. 1992. *Fuzzy Multiple Attribute Decision Making: Methods and Applications*, Springer-Verlag, New York. 536 p.

Clemen, R. T. 1996. *Making Hard Decisions: An Introduction to Decision analysis*. 2nd Ed. Belmont California: Duxbury Press. 688 p.

Cowie, J.; Burstein, F. 2007. Quality of data model for supporting mobile decision making, *Decision Support Systems* 43(4): 1675–1683.

Chu, A. T. W.; Kalaba, R. E.; Spingarn, K. 1979. A Comparison of Two Methods for Determining the Weights of Belonging to Fuzzy Sets, *Journal of Optimization Theory and Applications* 27(4): 531–538.

Čekanavičius, V.; Murauskas, G. 2004. *Statistika ir jos taikymai II*. Vilnius:TEV. 272p.

Čekanavičius, V.; Murauskas, G. 2006. *Statistika ir jos taikymai I*. Vilnius:TEV. 240 p.

Deng, H.; Santoso, W. 2008. A Rule-Based Decision Support System for Evaluating and Selecting IS Projects, *in Proc. of The International MultiConference of Engineers & Computer Scientists (IMECS 2008),* March 19 – 21, 2008, Hong Kong. 2*:* 1962–1968

Dyer, J. S.; Fishburn, P. C., Steuer, R. E.; Wallenius, J.; Zionts, S. 1992. Multiple criteria decision making, multiattribute utility theory: the next ten years, *Management Science* 38(5): 645–654.

Ehrgott, M. 2005. Multicriteria optimization, *Lecture Notes in Economics and Mathematical Systems* 491. 328 p.

Ertugrul, I.; Karakasoglu, N. 2007. Fuzzy TOPSIS method for academic member selection in engineering faculty, *M. Iskander (ed.), Innovations in E-learning, Instruction Technology, Assessment and Engineering Education*. 151–156.

Eschenbach, T. G. 2006. Technical Note: Constructing Tornado Diagrams with Spreadsheets, *The Engineering Economist* 51(2): 195–204.

Figueira, J.; Greco, S.; Ehrgott, M. 2005. *Multiple Criteria Decision Analysis: State of the Art Surveys*. Springer. 1045 p.

Fischer, G. W. 1995. Range sensitivity of attribute weights in multiattribute value model, *Organizational Behavior & Human Decision Processes* 62(3): 252–266.

Fishburn, P. C. 1969. *AditiveUtilities with Incomplete Product Set: Applications to Priorities and Assignments*, Operation Resarch Society of America (ORSA). Baltimore, MD, USA.

Gaigalaitė, V. 2009. *Racionalumo principų pažeidimų priimant sprendimus ryšys su grupės dydžiu, statusu organizacijoje ir kognityviniu stiliumi*. Magistro baigiamasis darbas. Kaunas, VDU. 67 p.

Ginevičius, R.; Podvezko, V. 2004. Assessing the Accuracy of Expert Methods, *Engineering Economics* 5(40): 7–12.

Ginevičius, R.; Podvezko, V. 2007. Some problems of evaluating multicriteria decision methods, *International Journal of Management and Decision Making* 8(5/6): 527–539.

Ginevičius, R.; Podvezko, V. 2008. Daugiakriterinio vertinimo taikymo galimybės kiekybiniam socialinių reiškinių vertinimui, *Verslas: teorija ir praktika* [Business: theory and practice] 9(2): 81–87.

Ginevicius, R.; Podvezko, V. 2009. Evaluating the changes in economic and social development of Lithuanian counties by multiple criteria methods, *Technological and economic development of economy* 15(3): 418–436.

Giupponi, C., Mysiak, J., Fassio, A., Cogan, V. 2004. MULINO-DSS: a computer tool for sustainable use of water resources at the catchment scale. *Mathematics and Computers in Simulation*, 64:13–24.

Giupponi, C.; Sgobbi, A.; Mysiak, J.; Camera, R.; Fassio, A. 2007. NETSYMOD – an integrated approach for water resources management, *in Meire, P., Coenen, M., Lombardo, C., Robba, M., Sacile, R. (eds.): Integrated Water Management: Practical Experiences and Case Studies*, Springer Verlag, Nato Science Series: IV: Earth and Environmental Sciences. 69–93.

Heylighen, F. 2000. Web Dictionary of Cybernetics and Systems, part of the Principia Cybernetica Web. [Online], *in Heylighen, F; Joslyn, C. and Turchin, V. (eds.): Principia Cybernetica Web.* Brussels and Los Alamos. http://pespmc1.vub.ac.be/ASC/SENSIT_ANALY.html. [žiūrėta 2011.11.20].

Holt, C. C.; Huber, G. P. 1969. A Computer Aided Approach to Employment Service Placement and Counseling, 15(11): 573–595.

Hwang, C. L.; Yoon K. 1981. *Multiple attribute decision making – methods and applications. A State of the Art Surwey.* Springer Verlag, Berlin, Heidelberg, New York, 250 p.

Hwang, C. L.; Lin M. J. 1987. *Group decision making under multiple criteria: Methods and Applications*. Berlin: Springer-Verlag.

Kahneman, D.; Tversky, A. 1979. Prospect Theory: An Analysis of Decision under Risk, *Econometrica* 47(2): 263–291.

Kaklauskas, A.; Zavadskas, E. K. 2002. *Internetinė sprendimų parama*: [monografija]. Vilnius: Technika. 292 p.

Kaklauskas, A.; Zavadskas, E. K.; Gargasaitė, L. 2004. Ekspertinės ir žinių sistemos bei geriausios patirties duomenų bazės, *Technological and Economic Development o Economy* [Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas] 10(3): 88–95.

Keeney, R. L.; Raiffa H. 1976. *Decision with multiple objectives: preferences and value tradeoffs*. New York: Wiley.

Kendall, M. 1970. *Rank correlation methods*. London: Griffin.

Kochin, D.; Ustinovichius, L.; Sliesoraitiene, V. 2005. Implicit learning system for teaching the art of acute cardiac infarction diagnosis, *in Prof. of The 10th Conference on Artificial Intelligence in Medicine, AIME 2005, Aberdeen, UK, July 23-27, 2005. Lecture notes in computer science. Lecture Notes in Artificial Intelligence*. Berlin: Springer. 3581: 395–399.

Kopustinskas, V.; Alzbutas R.; Augutis J. 2007. Matematinių modelių parametrų jautrumo ir rezultatų neapibrėžtumo statistiniai tyrimo metodai, *Energetika.* 53(3): 10–15.

Kracka, M.; Brauers, W. K. M.; Zavadskas, E. K. 2010. Ranking Heating Losses in a Building by Applying the MULTIMOORA, *Inzinerine Ekonomika-Engineering Economics,* 21(4): 352–359.

Kruopis, J. 1977. *Matematinė statistika Oficialus matematikos vadovėlis*. Vilnius: Mokslas.

Kusumadewi, S.; Hartati, S. 2007. Sensitivity analysis of multi-attribute decision making methods in clinical group decision support system, *in Proc. of The International Conference on. Intelligent and Advanced Systems, 2007. (ICIAS 2007).* 301–304.

Larichev, O.; Kochin, D.; Ustinovichius, L. 2003. Multicriteria method of choosing the best alternative for investments, *International Journal of Strategic Property Management* 7(1): 33–43.

Lianwang, D.;Yongsheng, Y.; Xiaoxuan, W. 2008. Monte Carlo method for interval multi-attribute decision-making, *in The Chinese Control and Decision Conference, 2008 (CCDC 2008*) thesis, 510-513. 2-4 July 2008, Chinese.

Liaudanskiene, R.; Simanaviciene, R.; Ustinovichius, L. 2012. A Model for Solving Structural, Technological and Safety Problems, *Journal of Civil Engineering and Management* 18(1): 30–42.

Liu, P. 2010. Multi-attribute decision-making method research based on interval vague set and TOPSIS method, *Technological and Economic Development of Economy*, 15(3): 453–463.

Luce, R.D. 1992. Where does subjective expected utility fail descriptively? *Journal of Risk and Uncertainty* 5: 5–27.

MacCrimmon, K. R. 1968. Decision making among multiple–attribute alternatives: A Survey and Consolidated Approach. RAND Memorandum, RM-4823-ARPA.

Maier, H. R.; Ascough, J. C.; Wattenbach, M.; Renschler, C. S.; Labiosa, W. B.; and Ravalico, J. K. 2008. Uncertainty in Environmental Decision Making: Issues, Challenges and Future Directions. [Online]. *Publications from USDA-ARS / UNL Faculty.* Paper 399. 69–85. http://digitalcommons.unl.edu/usdaarsfacpub/399 [žiūrėta 2011-11-20].

Masuda, T. 1990. Hierarchical sensitivity analysis of the priorities used in Analytic Hierarchy Process, *Systems Science* 21(2): 415–427.

Merkevičius, E.; Garšva, G. 2005. Intelektinės sprendimų paramos sistemos architektūra grįstas kredito rizikos vertinimo sistemos modelis, *Informacijos Mokslai* 35*:* 150–157.

Miller, D. W.; Starr, M. K. 1969. *Executive Decision and Operations Research*, Prentice-Hall, Inc., Englewood Cliffs, NJ, USA.

Mitkus, S. 1996. Investicinių projektų efektyvumo tyrimas kompiuterinės grafikos metodais, *Technological and Economic Development of Economy* [Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas] 13: 142–147.

MOCURIS – Joint Curriculum Development Project. Lecture Notes on Decision Making. Version 2.1. 2003. 101 p.

Mun, J. 2006. *Modeling Risk: Applying Monte Carlo Simulation, Real Options Analysis, Stochastic Forecasting, and Optimization*. ISBN 0471789003. 610 p.

Natividade-Jesus, E.; Coutinho-Rodrigues J.; Henggeler Antunes C. 2007. A multicriteria decision support system for housing evaluation, *Decision support systems.* 43(3): 779–790.

Nemura, A.; Klementavičius, A. 2006. Vėjo elektrinių parko informacinęs sistemos variantų analizė statistinio daugiakriterinio naudingummo metodu, *Energetika* 2: 34–42.

Nowak, M. 2004. Preference and veto thresholds in multicriteria analysis based on stochastic dominance, *European Journal of Operational Research* 158(2): 339–350.

Nowak, M. 2006a. INSDECM – an interactive procedure for stochastic multicriteria decision problems, *European Journal of Operational Research* 175(3): 1413–1430.

Nowak, M. 2006b. Multicriteria technique for Project selection under risk, *in Proc. of The 5th InternationalConference RelStat'05, Transport and Telecommunication* 7(1). October 13–14, 2005, Riga, Latvia. 85–91

Nowak, M. 2007. Aspiration level approach in stochastic MCDM problems, *European Journal of Operational Research* 177(3): 1626–1640.

Pannell, D. J. 1997. Sensitivity analysis of normative economic models: Theoretical framework and practical strategies, *Agricultural Economics* 16: 139–152.

Petkus, T.; Filatovas, E.; Kurasova, O. 2009. Investigation of human factors while solving multiple criteria optimization problems in computer network, *Technological and Economic Development of Economy* 15(3): 464–479.

Pyy, P. 2000. An Approach for assessing human decision reliability, *Reliability Engineering and System Safety* 68: 17–28.

Podvezko, V. 2005. Ekspertų įverčių suderinamumas, *Technological and Economic Development of Economy* [Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas] 9(2): 101–107.

Podvezko, V. 2006. Neapibrėžtumo įtaka daugiakriteriniams vertinimams, *Verslas: teorija ir Praktika* [Business: Theory and Practice] 7(2): 81–88.

Podvezko, V. 2011. The comparative analysis of MCDA methods SAW and COPRAS, *Engineering Economics* [Inžinerinė Ekonomika] 22(2): 134–146.

Power, D. J. 2007. *A Brief History of Decision Support Systems.* [online]. DSSResources.COM; http://DSSResources.COM/history/dsshistory.html, version 4.0, March 10, 2007.

Raymond, R. C. 1966. Use of the Time-sharing Computer in Business Planning and Budgeting, *Management Science* 12(8): 363–381.

Rios-Insua, S. 1990. *Sensitivity analysis in multi-objective decision making.* Springer-Verlage. Berlin and New York. 193 p. ISBN 3540526927.

Rios-Insua S.. Jimenez, A.; Mateos, A. 2003. Sensitivity analysis in a generic multi-attribute decision support system. *In: K.J. Engemann and G.E. Lasker, Editors, Advances in decision technology and intelligent information systems,* The International Institute for Advanced Studies in Systems Research and Cybernetics, Ontario. 31–35.

Roy, B. 1990. Decision-aid and decision-making, *European Journal of Operational Research* 45(2/3): 324–331.

Rubinstein, R. Y.; Kroese, D. P. 2008. *Simulation and the Monte Carlo Method,* 2nd Edition. 372 p. ISBN: 978-0-470-17794-5.

Saaty, T. L. 1994. *Fundamentals of Decision Making and Priority Theory with the AHP*. RWS Publication, Pittsburgb, PA, USA.

Saaty, T. L. 1980. *The Analytic Hierarchy Process*. M.Graw-Hill, New York.

Saaty, T. L. 1977. A scaling method for priorities in hierarchical structures, *Journal of Mathematical Psychology* 15(3): 234–281.

Sakalauskas, L.; Žilinskas, K. 2006. Application of statistical criteria to optimality testing in stochastic programming, *Ūkio technologinis ir ekonominis vystymas* [Technological and economic development of economy] 7(4): 314–320.

Saltelli, A.; Chan, K; Scott, E. M. 2000. S*ensitivity analysis.* John Wiley & Sons, Ltd. 475 p. ISBN-10: 0-471-99892-3.

Simanavičienė, R. 2006. MAUT metodo naudojimas esant apibrėžtumo sąlygoms, *Lietuvos matematikos rinkinys* T. 46 spec. nr.: 405–411. ISSN 0132-2818.

Simanavičienė, R.; Ustinovičius, L. 2008. Kiekybinių daugiakriterinių sprendimų priėmimo metodų taikymo problemos, *11-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“ straipsnių rinkinys*, Vilnius: Technika, 2008, 101–107.

Simanaviciene, R.; Ustinovichius, L. 2009a. Determining the reliability of cooperative decisions by sensitivity analysis of quantitative multicriteria decision methods. *LNCS.* 5738: 305–312.

Simanaviciene, R.; Ustinovichius, L. 2009b. The Application of Quantitative Multiple Criteria Decision Making Methods in the Decision Support Systems, *in Proc. of the 15th International Conference on Information and Software Technologies (IT 2009)*, April 23th – 24th 2009, Kaunas, Lithuania, Proceedings. ISSN 2029-0020. 53–58.

Simanaviciene, R.; Ustinovichius, L. 2010. Sensitivity Analysis for Quantitative Decision Making Methods: TOPSIS and SAW, *in Proc. of the 16th International Conference on Information and Software Technologies (IT 2010),* April 21th – 23th 2010, Kaunas, Lithuania, Proceedings. ISSN 2029-0020 (ISSN 2029-0063). 33–38.

Simanavičienė, R.; Ustinovičius, L. 2011a. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizė taikant Monte Karlo modeliavimą, *Informacijos mokslai* 57: 182–190.

Simanavičienė, R.; Ustinovičius, L. 2011b. Jautrumo analizės metodai ir jų taikymas daugiakriterinių sprendimų analizėje, *Science – Future of Lithuania* [Mokslas – Lietuvos Ateitis] l(3): 25–28.

Simanaviciene, R.; Ustinovichius, L. 2012. A New Approach to Assessing the Biases of Decisions Based on Multiple Attribute Decision Making Methods, *Electronics and Electrical Engineering* 1(117): 29–32.

Sobol, I. M. 1985. *Metod Monte-Karlo*. Maskva, „Nauka“. 42 p.

Šarka, V.; Zavadskas, E. K.; Ustinovičius, L.; Šarkienė, E.; Ignatavičius, Č. 2008. System of project multicriteria decision synthesis in construction, *Technological and Economic development of Economy* 14(4): 546–565.

Topaloglou, N.; Vladimirou, H.; Zenios, S. A. 2008. A dynamic stochastic programming model for international portfolio management, *European Journal of Operational Research* 185(3): 1501-1524.

Triantaphyllou, E.; Sanchez, A. 1997. A sensitivity analysis approach for some deterministic multi-criteria decision-making methods, *Decision sciences*, 28: 151–194.

Triantaphyllou, E.; Shu, B.; Sanchez, N. S.; Ray T. 1998. Multi-Criteria Decision Making: An Operations Research Approach, *Encyclopedia of Electrical and*

Electronics Engineering, (J.G. Webster, Ed.), John Wiley & Sons, New York, NY, 15: 175–186.

Triantaphyllou, E. 2000. *Multi-criteria decision making methods a comparative study*. Boston: Kluwer Academic Publishers. 320 p.

Turban, E.; Aronson J. E. 2003. *Decision support systems and intelligent systems*. 6 edition. Prentice-Hall. 912 p. ISBN-13: 978-0130894656.

Turskis, Z. 2008. Multi-attribute contractors ranking method by applying Ordering of feasible alternatives of solutions in terms of preferability technique, *Technological and Economic Development of Economy* 14(2): 224–239.

Urli, B.; Nadeau, R. 1999. Evolution o multi-criteria analysis: a scientometric analysis, *Journal of Multi-Criteria Decision Analysis* 8(1): 31–43.

Ustinovičius, L.; Jakučionis, S. 2000. Daugiakriterinių metodų taikymas vertinant senamiesčio pastatų renovacijos investicinius projektus. Statyba. VI tomas, Nr. 4. Vilnius: Technika, p. 227–237.

Ustinovichius, L. 2001a. Determining integrated weights of attributes, *Statyba* [Civil Engineering] 7(4): 321–326.

Ustinovichius, L. 2001b. Multi-criteria analysis of the efficiency of construction investments. *Almanach des praktischen Managements in Mittel-und Ost-Europa*, 3, Nordic Academy of Informatization e. V. i. G. Mit Sitz in Stralsund, 107–114.

Ustinovičius, L. 2003. *Statybos investicijų efektyvumo nustatymo sprendimų paramos sistema*. Habilitacinis darbas. Vilnius: Technika. 143 p.

Ustinovichius, L. 2004. Determination of efficiency of investments in construction, *International Journal of Strategic Property Management* 8 (1): 25–44.

Ustinovichius, L.; Kochin, D. 2004. Verbal decision analysis methods for determining the efficiency of investments in construction, *Foundation of Civil and Environmental Engineering* 5: 35–46.

Ustinovičius, L.; Zavadskas, E. K. 2004. *Statybos investicijų efektyvumo sistemotechninis įvertinimas* [Assessment of investment profitability in construction from technological perspectives]. Vilnius: Technika. 220 p. ISBN 9986-05-806-6.

Ustinovichius, L.; Balcevich, R.; Kochin, D.; Sliesoraitytė, I. 2005. The use of verbal classification for determining the course of medical treatment by medicinal herbs, *in Proc. of The 10th Conference on Artificial Intelligence in Medicine (AIME 2005), Aberdeen, UK, July 23-27, 2005. Lecture notes in computer science. Lecture Notes in Artificial Intelligence*. Berlin : Springer. 3581: 276–285.

Ustinovichius, L. 2007. Methods of determining objective, subjective and integrated weights of attributes, *International journal of management and decision making* 8(5/6): 540–554.

Ustinovichius, L.; Sevchenko, G.; Kochin, D.; Simanavicienė, R. 2007a. Classification of the Investment Risk in Construction, *LNCS.* 4674: 209–216.

Ustinovichius, L.; Zavadskas, E. K.; Podvezko, V. 2007b. The Application of a quantitative multiple criteria decision making (MCDM-1) approach to the analysis of investments in construction, *Control and cybernetics* 36 (1): 251–268.

Ustinovichius, L.; Simanaviciene, R. 2008. The Application of Stochastic Dominance to Sensitivity Analysis in Quantitative Multiple Criteria Decision Making (MCDM-1), i*n Proc. of The 5th International Conference on Cooperative Decision, Visualization and Engineering (CDVE2008).* LNCS. Springer, Heidelberg. 5220: 184–191.

Ustinovichius, L.; Simanaviciene, R. 2010. The Sensitivity Analysis for Cooperative Decision by TOPSIS Method, *LNCS.* 6240: 89–96.

Vincke, P. 1992. *Multicriteria Decision-Aid*, John Wiley & Sons, Chichester. 154 p.

Zavadskas, E. K.; Kaklauskas, A. 1996. *Pastatų sistemotechninis įvertinimas*. Vilnius: Technika, 280 p.

Zavadskas, E. K.; Simanauskas, L.; Kaklauskas, A. 1998. *Sprendimų paramos sistemos statyboje*. Vilnius: Technika. 235 p.

Zavadskas, E. K.; Ustinovichius, L.; Peldschus F. 2003. Development of Software for Multiple Criteria Evaluation, *Informatica* 14(2): 259–272.

Zavadskas, E. K.; Kaklauskas, A.; Raslanas, S. 2004. Evaluation of investments into housing renovation, *International Journal of Strategic Property Management* 8(3): 177–190.

Zavadskas, E. K.; Vilutiene, T. 2006. A multiple criteria evaluation of multi-family apartment blok's maintenance contractors: I-model for maintenance contractor evaluation and the determination of its selection criteria, *Building and Environment*, 41(5): 621–632.

Zavadskas, E. K.; Zakarevicius, A.; Antucheviciene, J. 2006. Evaluation of ranking accuracy in multi-criteria decisions, *Informatica* 17(4): 601–618.

Zavadskas, E. K.; Turskis, Z.; Dėjus, T.; Viteikienė, M. 2007. Sensitivity analysis of a simple additive weighting method, *International. Journal Management and Decision Making* 8(5/6): 555–574.

Zavadskas, E. K.; Peldschus, F.; Turskis, Z. 2008. Multi-criteria optimization software LEVI-4.0 a tool to support design and management in construction, *in The 25th International Symposium on Automation and Robotics in Construction (ISARC 2008):* selected papers, June 26-29, 2008 Vilnius, Lithuania. Vilnius : Technika, 731–736.

Zavadskas, E. K.; Kaklauskas, A.; Turskis, Z.; Tamosaitiene, J. 2009a. Multi-Attribute Decision-Making Model by Applying Grey Numbers, *Informatica* 20(2): 305-320.

Zavadskas, E. K.; Peldschus, F.; Turskis, Z.; Tamosaitiene, J. 2009b. The values of the equilibrium point for the sustainable decision making in construction*, in The EURO mini conference "Knowledge-Based Technologies and OR Methodologies for*

Strategic Decisions of Sustainable Development" (KORSD-2009): 5th International Conference, selected papers. September 30-October 3, 2009, Vilnius Lithuania, Vilnius: Technika. 154–158.

Zavadskas, E. K.; Turskis Z.; Tamosaitiene, J. 2010a. Risk assessment of construction projects, *Journal of Civil Engineering and Management* 16(1): 33–46.

Zavadskas, E. K.; Turskis, Z.; Ustinovichius, L.; Shevchenko, G. 2010b. Attributes Weights Determining Peculiarities in Multiple Attribute Decision Making Methods, *Inzinerine Ekonomika-Engineering Economics* 21(1): 32-43.

Zavadskas, E. K.; Turskis, Z. 2011. Multiple criteria decision making (MCDM) methods in economics: an overview, *Technological and Economic Development of Economy* 17(2): 397–427.

Zeleny, M. 1982. *Multiple Criteria Decision Making*. McGraw Hill, New York, 563 p.

Zeleny, M. 1998. Multiple criteria decision making: eight concepts of optimality, *Human Systems Management* 17: 97–107.

Žilinskas, A. 2005. *Matematinis programavimas*. [Interaktyvus]. Kaunas, VDU leidykla: [žiūrėta 2011 m. lapkričio 20 d.]. Prieiga per internetą: http://www.vdu.lt/MatematinisProgramavimas/

Weistroffer, H. R. 2011. Multiple Criteria Decision Support Software.[online]. [žiūrėta 2011 m. lapkričio 20 d.] Prieiga per internetą: http://www.isy.vcu.edu/~hweistro/mcdmchapter.htm.

Бешелев, С. Д.; Гурвич, Ф. Г. 1974. *Математико-статистические методы экспертных оценок* [Bešelev, S. D.; Gurvič, F. G. Ekspertinių matematinės statistikos vertinimų metodai]. Москва: Статистика.

Евланов, Л. Г. 1984. *Теория и практика принятия решений* [Evlanov, L. G. Sprendimų priėmimo teorija ir praktika]. Москва: Экономика, 176 с.

Ларичев, О. И. 2000. *Теория и методы принятия решений, а также Хроника событий в Волшебных Странах*, [Laričev, O. I. Sprendimų priėmimo teorija ir metodai, o taip pat Įvykių kronika paslaptingose šalyse]. Москва «Логос», 295 с.

Завадскас, Э. К. 1987. *Комплексная оценка и выбор ресурсосберегающих решений в строительстве* [Zavadskas, E. K. Resursų taupymo sprendimų statyboje kompleksinis įvertinimas ir parinkimas]. Вильнюс: Мокслас, 212 с.

Завадскас, Э. К. 1991. *Системотехническая оценка технологических решений строительного производства* [Zavadskas, E. K. Technologinių statybos procesų daugiatikslė selektonovacija]. Ленинград: Стройздат, 256 с.

Autoriaus publikacijų disertacijos tema sąrašas

Straipsniai recenzuojamuose mokslo žurnaluose

Simanaviciene, R.; Ustinovichius, L. 2012. A New Approach to Assessing the Biases of Decisions Based on Multiple Attribute Decision Making Methods, *Electronics and Electrical Engineering* 1(117): 29–32. ISSN 1392-1215 (ISI Web of Science).

Simanavičienė, R.; Ustinovičius, L. 2011a. Daugiatikslių sprendimo priėmimo metodų jautrumo analizė taikant Monte Karlo modeliavimą, *Informacijos mokslai* 57: 182–190. ISSN 1392-0561. (EBSCO)

Simanavičienė, R.; Ustinovičius, L. 2011b. Jautrumo analizės metodai ir jų taikymas daugiakriterinių sprendimų analizėje, *Science – Future of Lithuania* [Mokslas – Lietuvos Ateitis] l(3): 25–28. ISSN 2029-2341 (IndexCopernicus)

Simanavičienė, R. 2006. MAUT metodo naudojimas esant apibrėžtumo sąlygoms, *Lietuvos matematikos rinkinys* T. 46 spec. nr.: 405–411. ISSN 0132-2818 (Zentralblatt MATH).

Liaudanskiene, R.; Simanaviciene, R.; Ustinovichius L. 2012. A Model for Solving Structural, Technological and Safety Problems, *Journal of Civil Engineering and Management* 18(1):30–42. ISSN 1392-3730 (Print), 1822-3605 (Online) (ISI Web of Science).

Straipsniai kituose leidiniuose

Ustinovichius, L.; Simanaviciene, R. 2010. The Sensitivity Analysis for Cooperative Decision by TOPSIS Method, *LNCS* Vol. (6240): 89–96. ISSN 0302-9743 (DBLP Bibliography Server), (ISI proceedings).

Simanaviciene, R.; Ustinovichius, L. 2010. Sensitivity Analysis for Quantitative Decision Making Methods: TOPSIS and SAW, *in Proc. of the 16th International Conference on Information and Software Technologies (IT 2010),* April 21th – 23th 2010, Kaunas, Lithuania, Proceedings. ISSN 2029-0020 (ISSN 2029-0063). p. 33–38 (ISI proceedings).

Simanaviciene, R.; Ustinovichius, L. 2009a. Determining the reliability of cooperative decisions by sensitivity analysis of quantitative multicriteria decision methods. *LNCS* Vol. (5738): 305–312. ISSN 0302-9743 (DBLP Bibliography Server), (ISI proceedings).

Simanaviciene, R.; Ustinovichius, L. 2009b. The Application of Quantitative Multiple Criteria Decision Making Methods in the Decision Support Systems, *in Proc. of the 15th International Conference on Information and Software Technologies (IT 2009)*, April 23th – 24th 2009, Kaunas, Lithuania, Proceedings. ISSN 2029-0020. p. 53–58 (ISI proceedings).

Ustinovichius, L.; Simanavicienė, R. 2008. The Application of Stochastic Dominance to Sensitivity Analysis in Quantitative Multiple Criteria Decision Making (MCDM-1), *LNCS* Vol. (5220): 184–191. ISSN 0302-9743 (DBLP Bibliography Server), (ISI proceedings).

Simanavičienė, R.; Ustinovičius, L. 2008. Kiekybinių daugiakriterinių sprendimų priėmimo metodų taikymo problemos, *11-osios Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencijos „Mokslas – Lietuvos ateitis“ straipsnių rinkinys*, Vilnius: Technika, 2008, p. 101–107.

Ustinovichius, L.; Sevchenko, G.; Kochin, D.; Simanavicienė, R. 2007. Classification of the Investment Risk in Construction, *LNCS* Vol. (4674): 209–216. ISSN 0302-9743 (DBLP Bibliography Server), (ISI proceedings).

Priedai

A priedas. Sąvokų žodynėlis

Alternatyva (angl. *alternative*) – yra vienas iš nesuderinamų (konkuruojančių) veiksmo krypčių (courses of action) padedančių pasiekti tikslus (MOCURIS, 2003).

Alternatives represent the different choices of action available to the decision maker. Usually, the set of alternatives is assumed to be finite, ranging from several to hundreds. They are supposed to be screened, prioritized and eventually ranked (Triantaphyllou et al. 1998).

Alternatyvos atstovauja skirtingiems pasirinkimams veiksmo, pasiekiamo žmogui priimančiam nutarimą. Paprastai, manoma, kad alternatyvų komplektas yra baigtinis, nuo keleto iki šimtų. Jas numatoma atrinkti, suteikti prioritetus ir galiausiai išrikiuoti (Triantaphyllou et al. 1998).

Apriòrinis (*a priori)*, nepriklausantis nuo patirties. (Interleksis, 2003)

Aposteriòrinis (*a posteriori)*, paremtas patirtimi. (Interleksis, 2003)

Atribùtas (*angl. attribute*) (lot. *attributum* – tai, kas skirta, duota): esminis arba specifinis daikto, reiškinio požymis arba ženklas. (Kompiuterinis tarptautinių žodžių žodynas „Interleksis“. „Alma littera“, 2003)

Atributai gali būti minimi, kaip „uždaviniai“ ar „sprendimo kriterijai“. Atributai atstovauja skirtingas dimensijas (aspektus), kuriais remiantis gali būti nagrinėjamos alternatyvos (Triantaphyllou et al. 1998).

Determinuotas modelis – matematinis modelis, kuriame rezultatai yra tiksliai apibrėžti per žinomus sąryšius tarp būsenų ir įvykių.

Determinuoti modeliai charakterizuojami pastoviu rezultatu. Jie aiškiai neatspindi atsitiktinių modeliuojamos aplinkos svyravimų. Jeigu determinuotas modelis naudojamas daug kartų su lygiai tokiomis pačiomis įvedamomis visų veiksnių reikšmėmis, kiekvieną kartą jis duos tą patį rezultatą.

Holizmas (gr. *holos – visas, pilnas)* metodologinė filosofijos, sociologijos, biologijos, mokslotyros pažiūra, reikalaujanti suvokti reiškinį kaip tam tikrą vientisą visumą, netolygią jos elementų sumai.

Imituoti (angl. *simulate*) – vaizduoti tikras fizinės ar abstrakčios sistemos elgsenos savybes pagal kitos sistemos elgseną.

Jautrumo analizė (angl. *Sensitivity analysis*) – sprendimo modelio vykdymas (running) kelis kartus su skirtingomis įvestimis. Taip modeliuotojas gali analizuoti alternatyvius rezultatus (Saltelli et al. 2000).

Kitimo koeficientas skaičiuojamas tik santykių skalės kintamiesiems, turintiems teigiamus vidurkius: $\bar{x} > 0$. Kitimo koeficientas – *bedimensinis* dydis. Jis naudojamas, lyginant skirtingų duomenų aibių sklaidas (Čekanavičius, Murauskas 2006).

Kriterijai (angl. *criteria*) (vertinimo pagrindas) – yra didesnės ar mažesnės apimties charakteristikos (savybės) ar reikalavimai, kuriuos privalo turėti kiekviena alternatyva.

Kritèrijus (gr. *Kritērion*), vertinimo pagrindas, matas, saikas. (Kompiuterinis tarptautinių žodžių žodynas „Interleksis“. 2003).

Maksimizuojamas rodiklis, tai rodiklis, kurio laukiama reikšmės didžiausia.

Matematinis modelis – tai sistema matematinių išraiškų (priklausomybių), aprašančių pagrindines modeliuojamo objekto savybes, rodiklius ir ryšius tarp jų.

Metodas – (gr. *Methodos* – tyrimo kelias): tikslo siekimo, veikimo būdas, veiklos tvarka, sąmoningai naudojama kokiam nors tikslui pasiekti; reiškinių tyrimo būdas. (Kompiuterinis tarptautinių žodžių žodynas „Interleksis“. 2003).

Metodologija – (metodas + …logija): mokslas, aiškinantis mokslinio tyrimo metodus, bendro mokslo metodų teorija; tikrovės pažinimo teorija, tirianti mokslinio mąstymo būdą bei principus.

Modelis vadinamas tikimybiniu, jeigu visi pradiniai parametrai ir modelio parametrai gali įgyti atsitiktines reikšmes ir modeliuojama atsitiktinėmis sąlygomis.

Modelis [pranc. *modèle* < it. *modello* < lot. *modus* – matas, polinkis], originalo atvaizdas, tapatus pasirinktu struktūros lygmeniu arba pasirinktomis funkcijomis. Supaprastintas realybės vaizdavimas ar abstrakcija. (Kompiuterinis tarptautinių žodžių žodynas „Interleksis“. 2003).

Neapibrėžtumas sprendimų priėmime – informacijos trūkumas sprendimo priėmime yra priskiriamas dviems atvejams: rizikai ir neapibrėžtumui. Neapibrėžtumas nurodo situacijas, kai atsitiktinumas negali būti išreikštas matematiniais tikimybių terminais.

Objektyvūs skaičiavimai - objekto sąlygoti, atitinkantys tikrovę, nepriklausomi nuo sąmonės, skaičiavimai.

Patikimumas (angl. *reliability*) - tai tikimybė, kad sistema ar produktas atliks jam skirtą uždavinį reikalavimus tenkinančiu lygiu.

Racionalus (-i) - protu paremtas, protingas, tikslingas, tinkamas.

Rizika – tikimybinė kategorija, todėl geriausia ją charakterizuoti ir matuoti kaip galimų nuostolių atsiradimo tikimybę.

Rodiklis – kiekybinis ar kokybinis parametras, kuris gali būti išmatuotas, įvertintas, nustatytas (pavyzdžiui: kaina, trukmė, ...).

Sprendimas (angl. *decision*) – yra apgalvotas, pradžioje galimų alternatyvų aibės apribojimo, paskyrimas.

Sprendimą priimantis asmuo (angl. *Decision maker*) – tai asmuo, arba asmenų grupė, kurie padaro galutinį pasirinkimą tarp alternatyvų.

Sprendimo priėmimas (angl. *Decision making*) – yra pažintinis (kognityvus) procesas, kurio metu sprendimą priimantis asmuo (asmuo, grupė, organizacija) įvertina skirtingas alternatyvas ir pasirenka "geriausią" uždaviniams ir tikslams pasiekti.

Sprendimo kintamasis (angl. decision variable). Modelių-valdymo Sprendimų Rengimo Sistemoje sprendimo kintamasis yra kintantis modelio faktorius, kuris yra nustatytas sprendimo priėmėjo. Jie yra kartais vadinami nepriklausomi kintamieji ir sprendimo kintamųjų reikšmių sritis suvaržo sprendimo priėmėjo pasirinkimus.

Sprendimo taisyklė – tai perėjimo nuo matavimo etapų prie alternatyvų rangavimo, jų klasifikavimo, geriausių parinkimo taisyklė (Ларичев 2000).

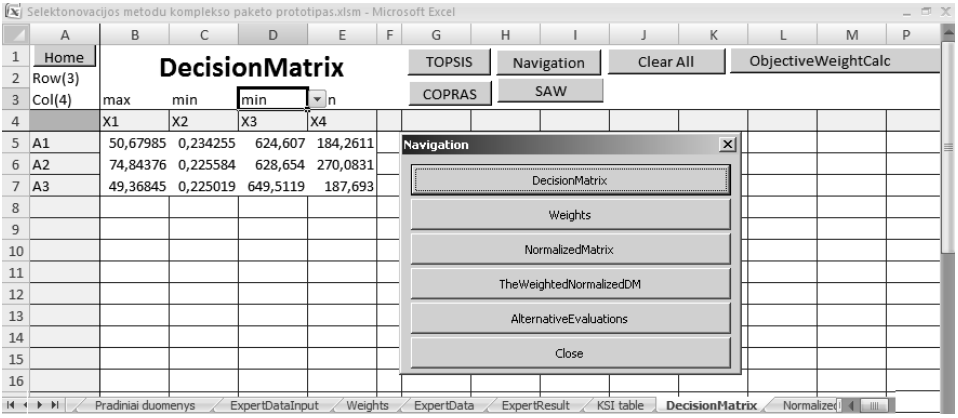
Sprendimo analizė (angl. *Decision analysis*) – sprendimo analizė tai alternatyvų vertinimo būdas.

Sprendimo patikimumas – tai tikimybė, kad alternatyva, kuriai nustatytas aukščiausias rango įvertinimas, iš tikrųjų yra racionaliausia.

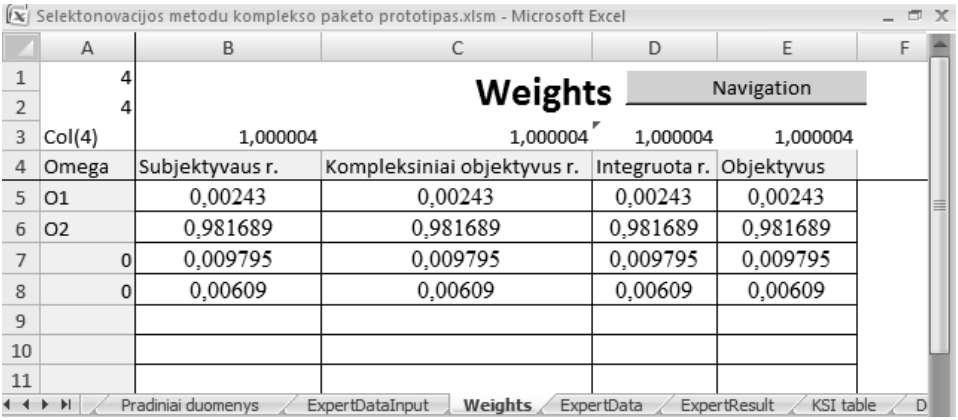
Tikimybinis (stochastinis – atsitiktinis, kurio kitimas priklauso nuo atsitiktinumo) modelis.

Vertės funkcija *(*angl. *utility funkction)* yra matematinis žmogaus nuomonės pavaizdavimas. Ši funkcija atliktą pasirinkimą verčia į vertės taškus, kurie pateikia laipsnį, iki kurio sprendimo tikslas yra suderintas (Mocuris, 2003).

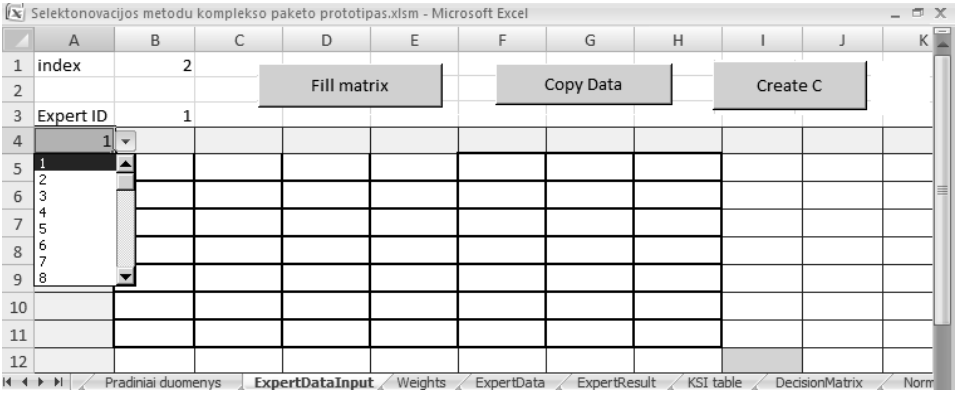
B priedas. Programinio paketo prototipo langai



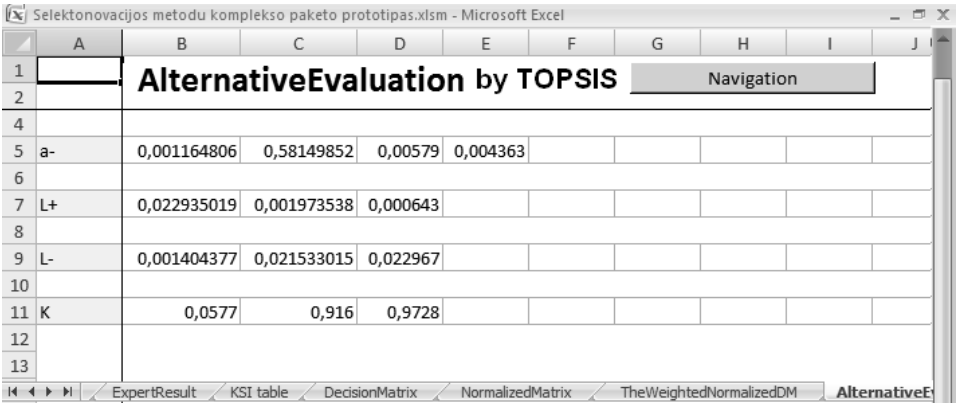
B.1 pav. Programinio paketo prototipo sprendimo matricos įvedimo langas
Fig. B.1. The window of decision matrix of the software package prototype.



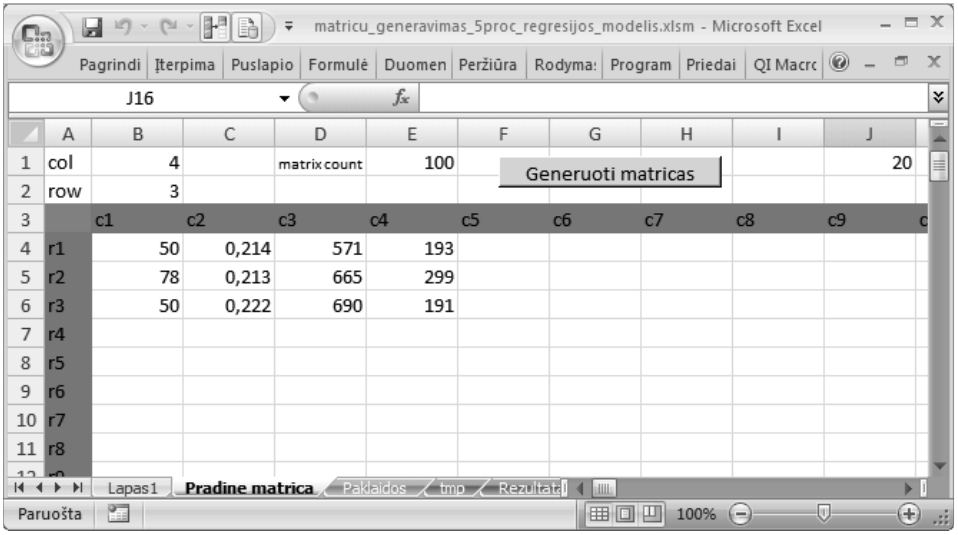
B.2 pav. Programinio paketo prototipo, rodiklių reikšmingumų langas
Fig. B.2. A prototype software package‘s window of the significances of attribute.



B.3 pav. Rodiklių porinio palyginimo matricų pildymo langas.
Fig. B.3. The window of the attribute pairwise comparison matrix.

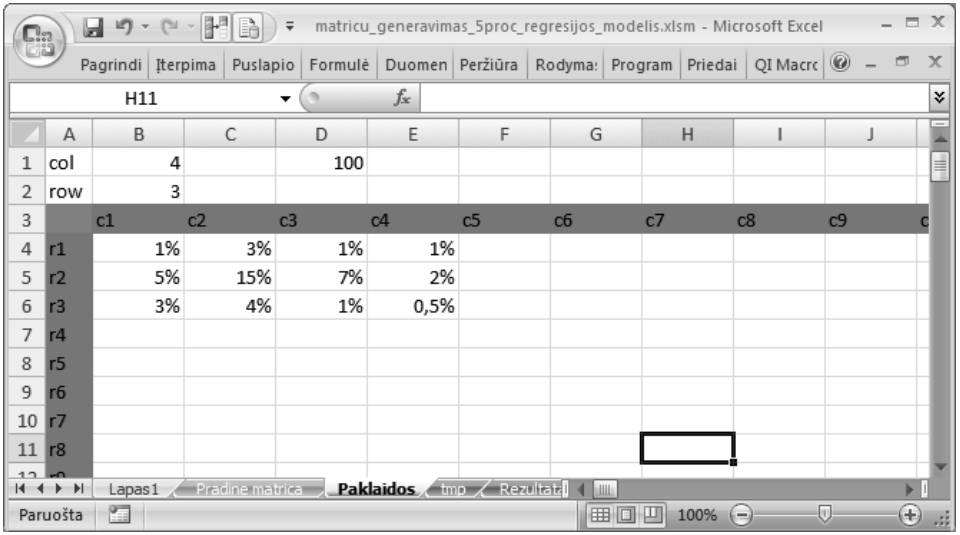


B.4 pav. Alternatyvų racionalumo įverčiai TOPSIS metodu
Fig. B.4. The rationality estimates of the alternatives by method TOPSIS



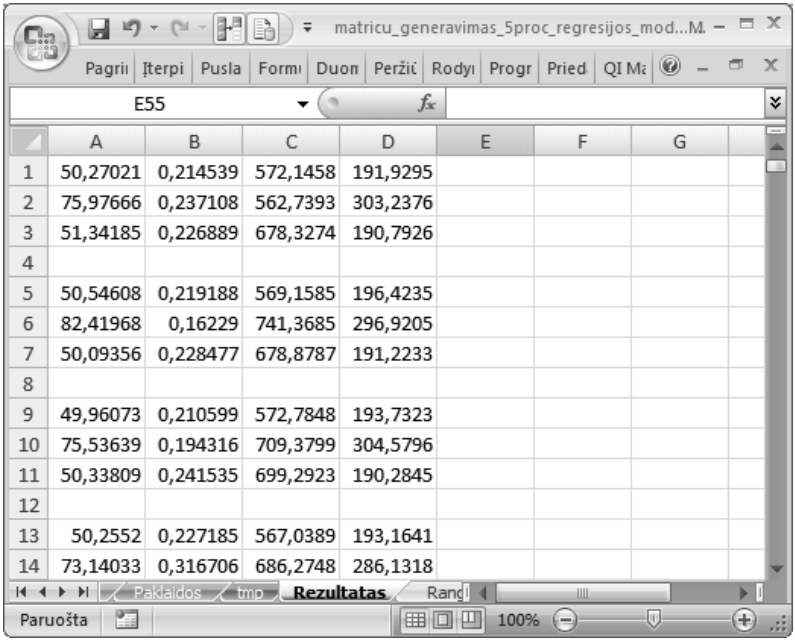
B.5 pav. Programos langas, kuriame užpildoma sprendimų matricą, įvedant rodiklių reikšmes

Fig. B.5. The window of the filling the primary decision matrix.



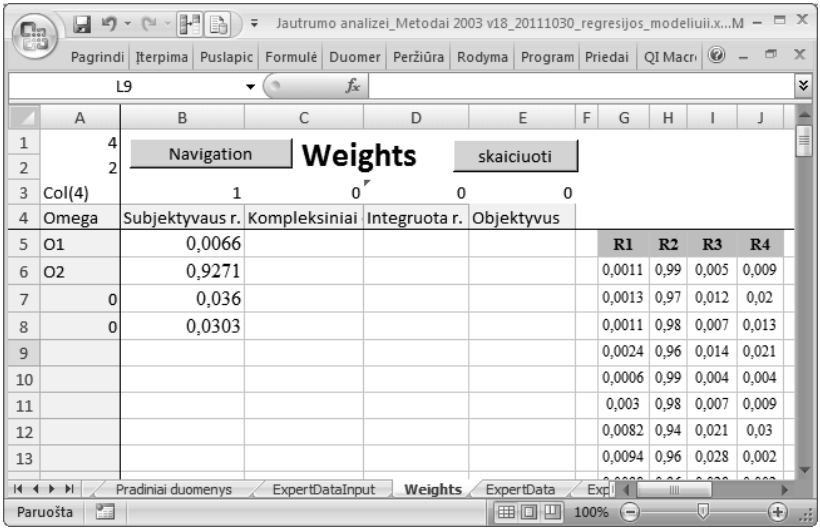
B.6 pav. Programos langas, kuriame įvedamos rodiklių reikšmių paklaidos

Fig. B.6. The window, which introduces biases of the attributes values



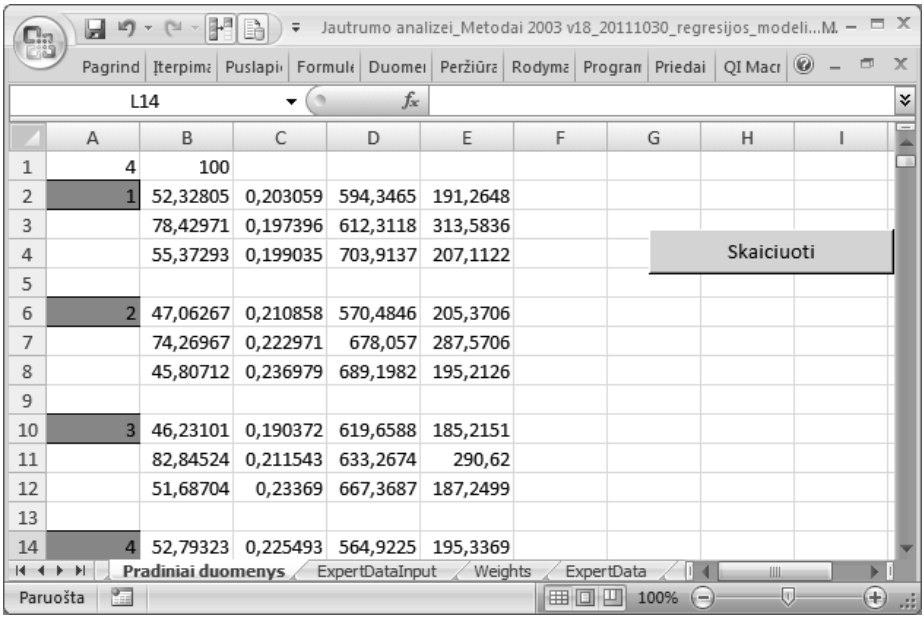
	A	B	C	D	E	F	G
1	50,27021	0,214539	572,1458	191,9295			
2	75,97666	0,237108	562,7393	303,2376			
3	51,34185	0,226889	678,3274	190,7926			
4							
5	50,54608	0,219188	569,1585	196,4235			
6	82,41968	0,16229	741,3685	296,9205			
7	50,09356	0,228477	678,8787	191,2233			
8							
9	49,96073	0,210599	572,7848	193,7323			
10	75,53639	0,194316	709,3799	304,5796			
11	50,33809	0,241535	699,2923	190,2845			
12							
13	50,2552	0,227185	567,0389	193,1641			
14	73,14033	0,316706	686,2748	286,1318			

B.7 pav. Programos langas, kuriame pateiktos sugeneruotos matricos
Fig. B.7. The window of the generated matrixes



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J
1	4									
2	2									
3	Col(4)	1	0	0	0					
4	Omega	Subjektyvaus r.	Kompleksiniai	Integruota r.	Objektyvus					
5	O1	0,0066					R1	R2	R3	R4
6	O2	0,9271					0,0011	0,99	0,005	0,009
7	0	0,036					0,0013	0,97	0,012	0,02
8	0	0,0303					0,0011	0,98	0,007	0,013
9							0,0024	0,96	0,014	0,021
10							0,0006	0,99	0,004	0,004
11							0,003	0,98	0,007	0,009
12							0,0082	0,94	0,021	0,03
13							0,0094	0,96	0,028	0,002

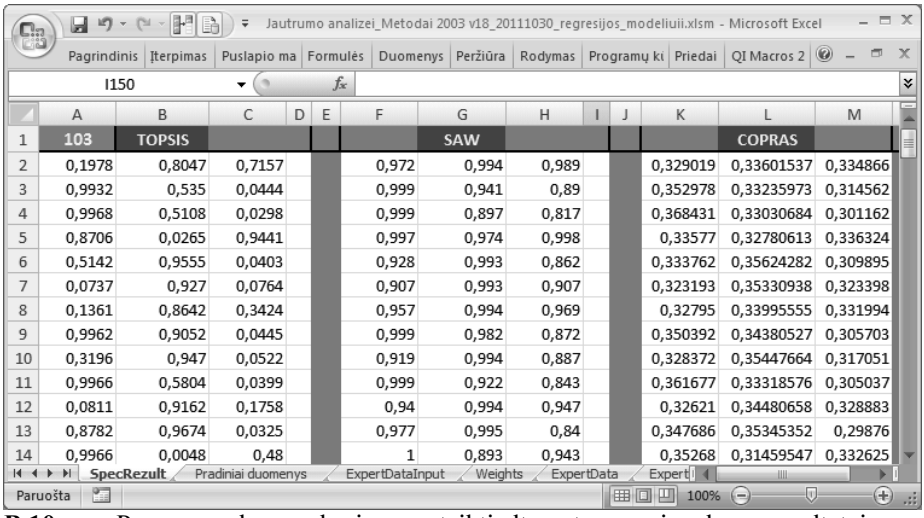
B.8 pav. Programos langas, kuriame skaičiuojamas alternatyvų racionalumas turint vieną sprendimo matricą ir daug rodiklių reikšmingumo reikšmių vektorių
Fig. B.8. The window, wherein the data for calculating the alternative rationalities in point of the attribute significances.



	A	B	C	D	E
1	4	100			
2	1	52,32805	0,203059	594,3465	191,2648
3		78,42971	0,197396	612,3118	313,5836
4		55,37293	0,199035	703,9137	207,1122
5					
6	2	47,06267	0,210858	570,4846	205,3706
7		74,26967	0,222971	678,057	287,5706
8		45,80712	0,236979	689,1982	195,2126
9					
10	3	46,23101	0,190372	619,6588	185,2151
11		82,84524	0,211543	633,2674	290,62
12		51,68704	0,23369	667,3687	187,2499
13					
14	4	52,79323	0,225493	564,9225	195,3369

B.9 pav. Programos langas, kuriame atliekami skaičiavimai turint daug sprendimo matricų ir vieną rodiklių reikšmingumų vektorių

Fig. B.9. The window, wherein carried out the calculations with a lot of decision matrix and a vector of the attribute significance



	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M
1	103	TOPSIS					SAW					COPRAS	
2	0,1978	0,8047	0,7157			0,972	0,994	0,989			0,329019	0,33601537	0,334866
3	0,9932	0,535	0,0444			0,999	0,941	0,89			0,352978	0,33235973	0,314562
4	0,9968	0,5108	0,0298			0,999	0,897	0,817			0,368431	0,33030684	0,301162
5	0,8706	0,0265	0,9441			0,997	0,974	0,998			0,33577	0,32780613	0,336324
6	0,5142	0,9555	0,0403			0,928	0,993	0,862			0,333762	0,35624282	0,309895
7	0,0737	0,927	0,0764			0,907	0,993	0,907			0,323193	0,35330938	0,323398
8	0,1361	0,8642	0,3424			0,957	0,994	0,969			0,32795	0,33995555	0,331994
9	0,9962	0,9052	0,0445			0,999	0,982	0,872			0,350392	0,34380527	0,305703
10	0,3196	0,947	0,0522			0,919	0,994	0,887			0,328372	0,35447664	0,317051
11	0,9966	0,5804	0,0399			0,999	0,922	0,843			0,361677	0,33318576	0,305037
12	0,0811	0,9162	0,1758			0,94	0,994	0,947			0,32621	0,34480658	0,328883
13	0,8782	0,9674	0,0325			0,977	0,995	0,84			0,347686	0,35345352	0,29876
14	0,9966	0,0048	0,48			1	0,893	0,943			0,35268	0,31459547	0,332625

B.10 pav. Programos langas, kuriame pateikti alternatyvų racionalumo rezultatai, atžvilgiu generuotų matricų ir generuotų rodiklių reikšmingumų.

Fig. B.10. The window, wherein the alternative evaluations are presented in point of the generated decision matrixes and the generate the values of atribute significance.

C priedas. Eksperimentinių skaičiavimų duomenų lentelės

C.1. Lentelė. Rodiklių subjektyvaus reikšmingumo reikšmės
Table C.1. The subjective significances of attributes

Eksperto Nr.	R1	R2	R3	R4	L
1	0,069972	0,436818	0,044536154	0,448675	-0,03019
2	0,050338	0,262458	0,064564709	0,622638	-0,16281
3	0,05584	0,348628	0,050436477	0,545094	-0,11797
4	0,243751	0,137121	0,475457079	0,143669	-1,37699
5	0,787074	0,103906	0,04545073	0,063569	-0,62926
6	0,083091	0,241384	0,069355468	0,606165	-0,10265
7	0,051255	0,37245	0,206872711	0,36942	-0,35116
8	0,052779	0,620821	0,05411672	0,272286	-0,23082
9	0,516068	0,122493	0,258666482	0,102774	-0,5655
10	0,103143	0,770631	0,054569547	0,071662	-0,90748
11	0,163092	0,384564	0,055873367	0,396469	-0,04248
12	0,478373	0,154626	0,24298297	0,124023	-0,44639
13	0,586811	0,223344	0,116571832	0,073274	-0,1409
14	0,191664	0,158284	0,07112106	0,578931	-0,02952
15	0,131689	0,085529	0,266821829	0,515957	-4,32003
16	0,042961	0,133688	0,064931192	0,758416	-0,61927
17	0,422844	0,309106	0,18277114	0,085277	-0,08438
18	0,439608	0,307389	0,183442616	0,069561	-0,09313
19	0,102079	0,682767	0,066311842	0,148843	-0,1267
20	0,071098	0,603504	0,052474974	0,272927	-0,28644
21	0,060762	0,670858	0,051369766	0,21701	-0,31639
22	0,095279	0,208843	0,269951656	0,425925	-0,66887
23	0,126031	0,395593	0,16274343	0,31563	-0,07644
24	0,146126	0,106589	0,062269942	0,685018	-0,14443
25	0,089861	0,708891	0,09800745	0,10324	-0,81272

Lentelės C.1. tęsinys
The follow-up of the **table C.1.**

Eksperto Nr.	R1	R2	R3	R4	L
26	0,148028	0,641797	0,115494145	0,094684	-0,13973
27	0,182668	0,06603	0,653617838	0,097679	-0,49514
28	0,343026	0,199749	0,062055492	0,395166	-0,21634
29	0,446788	0,276041	0,091875274	0,1853	-0,04786
30	0,51282	0,192307	0,102564028	0,192307	-0,08547
31	0,43462	0,301976	0,09459252	0,168811	-0,21638
32	0,152166	0,153514	0,121371965	0,57295	-0,05046
33	0,086933	0,105228	0,068097872	0,739738	-0,08843
Vidurkis	**0,226322**	**0,317786**	**0,138828493**	**0,317063**	**-0,42493**

C.2. lentelė. Rodiklių porinio palyginimo matricos darnos tikrinimo rezultatai
Table C.2. The consistency results of the pairwise comparition matrices

Eksperto nr.	**Matricos suderinamumo indeksas**	**Suderinamumas pakankamas?**
1	0,083953	Taip
2	0,060383	Taip
3	0,043805	Taip
4	0,712708	Ne
5	0,462837	Ne
6	0,086027	Taip
7	0,395216	Ne
8	0,079504	Taip
9	0,444265	Ne
10	0,642161	Ne
11	0,038198	Taip
12	0,306962	Ne
13	0,150615	Ne
14	0,0215	Taip
15	1,945838	Ne
16	0,427856	Ne
17	0,042721	Taip
18	0,046711	Taip

Lentelės C.2. tęsinys
The follow-up of the **table C.2.**

Eksperto nr.	Matricos suderinamumo indeksas	Suderinamumas pakankamas?
19	0,117368	Ne
20	0,115851	Ne
21	0,120123	Ne
22	0,346872	Ne
23	0,057464	Taip
24	0,106289	Ne
25	2,095609	Ne
26	0,118513	Ne
27	0,365228	Ne
28	0,171838	Ne
29	0,022406	Taip
30	0,057548	Taip
31	0,153173	Ne
32	0,041687	Taip
33	0,13748	Ne

Rūta SIMANAVIČIENĖ

KIEKYBINIIŲ DAUGIATIKSLIŲ SPRENDIMO
PRIĖMIMO METODŲ JAUTRUMO ANALIZĖ

Daktaro disertacija

Technologijos mokslai,
Informatikos inžinerija (07T)

THE SENSITIVITY ANALYSIS OF QUANTITATIVE
MULTIPLE ATTRIBUTE DECISION MAKING METHODS

Doctoral Dissertation

Technological Sciences,
Informatics Engineering (07T)

2011 12 23. 10,1 sp. l. Tiražas 20 egz.
Vilniaus Gedimino technikos universiteto
leidykla „Technika“,
Saulėtekio al. 11, 10223 Vilnius,
http://leidykla.vgtu.lt
Spausdino UAB „Ciklonas“
J. Jasinskio g. 15, 01111 Vilnius