



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

FUNDAMENTINIŲ MOKSLŲ FAKULTETAS

MATEMATINĖS STATISTIKOS KATEDRA

Artūras Tichomirovas

**EKONOMETRINIS BALTIJOS ŠALIŲ ŪKIO PROGNOZAVIMAS
ECONOMETRIC FORECASTING OF THE ECONOMICS OF BALTIC
COUNTRIES**

Baigiamasis magistro darbas

Taikomosios statistikos studijų programa, valstybinis kodas 62401P203

Statistinių metodų finansuose ir ekonomikoje specializacija

Matematikos mokslo kryptis

Vilnius, 2011

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTINIŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINĖS STATISTIKOS KATEDRA

TVIRTINU

Katedros vedėjas

(Parašas)

(Vardas, pavardė)

(Data)

Artūras Tichomirovas

EKONOMETRINIS BALTIJOS ŠALIŲ ŪKIO PROGNOZAVIMAS
ECONOMETRIC FORECASTING OF THE ECONOMICS OF BALTIC
COUNTRIES

Baigiamasis magistro darbas

Statistinių metodų finansuose ir ekonomikoje specializacija

Matematikos mokslo kryptis

Vadovas prof. habil. dr. **Rimantas Rudzkis**

(Parašas)

(Data)

Konsultantas doc. dr. **Angelė Kaulakienė**

(Parašas)

(Data)

Vilnius, 2011

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
FUNDAMENTINIŲ MOKSLŲ FAKULTETAS
MATEMATINĖS STATISTIKOS KATEDRA

TVIRTINU

Katedros vedėjas

Fizinių mokslų sritis

Matematikos mokslo kryptis

Statistikos studijų kryptis

Taikomosios statistikos studijų programa, valstybinis kodas 62401P203

Statistinių metodų finansuose ir ekonomikoje specializacija

(Parašas)

(Vardas, pavardė)

(Data)

**BAIGIAMOJO MAGISTRO DARBO
UŽDUOTIS**

.....Nr.

Vilnius

Studentui Artūriui Tichomirovui

Baigiamojo darbo tema: Ekonometrinis Baltijos šalių ūkio prognozavimas

patvirtinta 2010 m. spalio mėn. 27 d. dekanų potvarkiu Nr. 325 fm

Baigiamojo darbo užbaigimo terminas 2011 m. birželio 3 d.

BAIGIAMOJO DARBO UŽDUOTIS:

Apžvelgti pagrindinius Baltijos šalių makroekonominis rodiklius, aprašyti jų tendencijas. Atlikti trendų ir sezoniškumo analizę. Ištirti bendrojo vidaus produkto dinamiką Baltijos šalyse iki finansinės krizės ir baigiantis finansinei krizei. Atlikus trendų analizę nustatyti ar egzistuoja bendras BVP trendas visuose Baltijos šalyse. Atlikus koreliacinę analizę, surasti makroekonominis indikatorius, kurie turi stipriausią tarpusavio ryšį. Pasitelkus trendą ir sezoninį indeksą sudaryti pagrindinių makroekonominių rodiklių prognozes. Atlikti Baltijos šalių bendrojo vidaus produkto palyginamąją analizę. Atlikus regresinę analizę, išskirti pagrindinius parametrus, lemiančius Baltijos šalių BVP svyravimus, bei pateikti BVP modelį kiekvienoje Baltijos šalyje. Sudaryti ARMA modelius pagrindiniams Lietuvos makroekonominiams rodikliams ir atlikti jų trumpalaikes prognozes.

Konsultantas

(Parašas)

doc. dr. **Angelė Kaulakienė**

Vadovas

(Parašas)

prof. habil. dr. **Rimantas Rudzkis**

Užduotį gavau

.....

(Parašas)

.....

(Vardas, pavardė)

.....

(Data)

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Fundamentinių mokslų fakultetas

Matematinės statistikos katedra

ISBN ISSN

Egz. sk.

Data-....-....

Taikomosios statistikos studijų programos baigiamasis magistro darbas

Pavadinimas **Ekonometrinis Baltijos šalių ūkio prognozavimas**

Autorius **Artūras Tichomirovas**

Vadovas prof. habil. dr. **Rimantas Rudzkis**

Kalba

☐ lietuvių

☐ užsienio

Anotacija

Baigiamajame magistro darbe nagrinėjami pagrindiniai Baltijos šalių – Lietuvos, Latvijos ir Estijos makroekonominiai rodikliai. Aprašytos Baltijos šalių ūkio dinamikos ir raidos tendencijos. Atlikta pirminė statistinių duomenų analizė, kurios metu nustatyti pagrindinių Baltijos šalių finansinių rodiklių trendai ir sezoniskumo įtaka, ir ištirtas koreliacijos stiprumas tarp atskirų ekonominių rodiklių. Pasitelkus trendą ir sezoninį indeksą, atliktas trumpalaikis prognozavimas bei patikrinta hipotezė apie BVP didėjimo spartą Baltijos šalyse.

Šiame darbe yra sudaryti Baltijos šalių BVP regresiniai modeliai ir nustatyti indikatoriai, kurie turi daugiausia įtakos BVP dinamikai. Pagrindiniams Lietuvos makroekonominiams rodikliams sudaryti ARMA modeliai ir gautais modeliais atliktos trumpalaikės ekonominių rodiklių prognozės.

Darbą sudaro 6 dalys: įvadas, teorinė dalis, pirminė statistinė duomenų analizė, Baltijos šalių BVP tyrimas, ARMA modelių analizė ir prognozavimas, išvados.

Darbo apimtis – 114 p. teksto be priedų, 61 iliustr., 23 bibliografiniai šaltiniai.

Atskirai pridedami darbo priedai.

Prasminiai žodžiai: bendrasis vidaus produktas, regresinė analizė, trendas, koreliacija, reikšmingi koeficientai, makroekonominiai rodikliai, ARMA modelis, prognozavimas.

Vilnius Gediminas Technical University

Fundamental sciences faculty

Mathematical statistics department

ISBN ISSN

Copies No.

Date-....-....

Applied statistics study programme master thesis.

Title: **Econometric forecasting of the economics of Baltic countries**

Author **Arturas Tichomirovas** Academic supervisor prof. habil. dr. **Rimantas Rudzkis**

Thesis language

☐ Lithuanian

☒ Foreign (English)

Annotation

The thesis deals with the economical indicators of the Baltic countries - Lithuania, Latvia and Estonia. It is described the economic dynamics and development trends of the Baltic countries. It is investigated preliminary statistical analysis to identify the trends and seasonality of the key financial indicators, and studied the correlation between the economical indicators. Also there are made short-term forecasts by trend and the seasonal index, and verified the hypothesis of equal rates of growth of GDP in the Baltic countries.

It is constructed the regressions models of the Baltic countries gross domestic product, and identified the economical indicators, which have the largest impact on the GDP dynamics. It is also developed ARMA models to the key macroeconomical indicators and made short-term forecasts according to the ARMA models.

Structure: introduction, theoretical part, the initial statistical analysis, the GDP analysis of the Baltic countries, the analysis of ARMA models and forecasts, conclusions and suggestions.

Thesis consists of: 114 p. texts without appendixes, 61 pictures, 23 bibliographical entries.

Appendixes included.

Keywords: Gross domestic product, regression analysis, trend, correlation, significant factors, macroeconomical indicators, ARMA model, forecast.

Turinys

Įvadas.....	12
Literatūros apžvalga.....	14
1. Statistiniai duomenys.....	15
1.1. Baltijos šalių makroekonominės raidos apžvalga.....	15
1.1.1. Bendrasis vidaus produktas.....	16
1.1.2. Eksportas ir importas.....	17
1.1.3. Vartotojų kainų indeksas.....	20
1.1.4. Vidutinis mėnesinis darbo užmokestis.....	21
1.1.5. Nedarbo lygis.....	22
1.1.6. Investicijos.....	24
1.1.6.1. Tiesioginės užsienio investicijos.....	24
1.1.6.2. Materialinės investicijos.....	25
1.1.7. Pinigai.....	27
2. Teorinė dalis.....	30
2.1. Regresinė analizė.....	30
2.2. Spirmeno ranginis koreliacijos koeficientas.....	33
2.3. Trendas ir sezoniškumo indeksas.....	34
2.3.1. Tendo ir sezoniškumo statistinis įvertinimas.....	35
2.3.2. Hipotezės apie bendrą tendų sutapimą tikrinimas.....	37
2.3.3. Fiktyvieji kintamieji.....	38
2.4. ARMA modeliai.....	40
2.4.1. AR(p) procesas.....	40
2.4.2. MA(q) procesas.....	40
2.4.3. ARMA(p,q) procesas.....	41
3. Pirminė statistinių duomenų analizė.....	42
3.1. Trendų ir sezoniškumų analizė.....	42
3.1.1. BVP.....	42
3.1.2. Eksportas.....	45
3.1.3. Importas.....	48

3.1.4. Tiesioginės užsienio investicijos.....	50
3.2. Koreliacinė analizė.....	53
3.3. Prognozavimas trendu ir sezoniniu indeksu.....	55
4. Baltijos šalių BVP tyrimas.....	60
4.1. Baltijos šalių BVP lyginamoji analizė.....	60
4.2. Lietuvos BVP analizė.....	67
4.3. Latvijos BVP analizė.....	76
4.4. Estijos BVP analizė.....	85
4.5. Baltijos šalių BVP regresinių modelių palyginimas.....	95
5. ARMA modelių kūrimas ir prognozavimas.....	96
5.1. Lietuvos BVP.....	97
5.2. Lietuvos eksportas.....	101
5.3. Lietuvos importas.....	104
5.4 Tiesioginės užsienio investicijos.....	108
Išvados.....	111
Literatūros sąrašas.....	113

Paveikslų sąrašas

1 pav. Baltijos šalių bendrojo vidaus produkto kitimas vienam gyventojui, eur.....	16
2 pav. Baltijos šalių importo duomenys vienam šalies gyventojui, eur.....	17
3 pav. Baltijos šalių eksporto duomenys vienam šalies gyventojui, eur.....	19
4 pav. Baltijos šalių vartotojų kainų indekso dinamika.....	20
5 pav. Baltijos šalių vidutinis bruto darbo užmokestis, eur/1 gyv.....	21
6 pav. Baltijos šalių nedarbo lygio kitimas, proc.....	23
7 pav. Tiesioginės užsienio investicijos periodo pabaigoje vienam gyventojui, eur.....	25
8 pav. Baltijos šalių materialinės investicijos vienam gyventojui.....	26
9 pav. Pinigų apyvartoje kiekis Baltijos šalyse, eur / 1 gyv.....	28
10 pav. Kvazipinigų – indėlių kiekis Baltijos šalyse, eur / 1 gyv.....	28
11 pav. Baltijos šalių BVP trendo funkcija.....	42
11.1 pav. Latvijos BVP ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	43
11.2 pav. Estijos BVP ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	43
12 pav. Baltijos šalių BVP tiesinio trendo liekanų dinamika.....	44
13 pav. Lietuvos eksporto ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	45
13.1 pav. Latvijos eksporto ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	46
13.2 pav. Estijos eksporto ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	46
14 pav. Baltijos šalių eksporto tiesinio trendo liekanų dinamika.....	47
15 pav. Lietuvos importo ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	48
15.1 pav. Latvijos importo ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	48
15.2 pav. Estijos importo ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	49
16 pav. Baltijos šalių importo tiesinio trendo liekanų dinamika.....	50
17 pav. Lietuvos TUI ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	50
17.1 pav. Latvijos TUI ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	51
17.2 pav. Estijos TUI ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv.....	51
18 pav. Baltijos šalių tiesioginių užsienio investicijų tiesinio trendo liekanų dinamika.....	52
19 pav. Baltijos šalių BVP prognozės 2011-iems metams.....	56
20 pav. Baltijos šalių eksporto prognozės 2011-iems metams.....	57
21 pav. Baltijos šalių importo prognozės 2011-iems metams.....	58
22 pav. Baltijos šalių tiesioginių užsienio investicijų prognozės 2011-iems metams.....	59

23 pav. Baltijos šalių bendrojo vidaus produkto raida, eur.....	60
24 pav. Baltijos šalių BVP raida panaikinus sezoniškumo įtaką.....	61
25 pav. Baltijos šalių BVP ir jo tiesiniai trendai	63
26 pav. Baltijos šalių BVP ir jo tiesiniai trendai	65
27 pav. Lietuvos BVP duomenų sklaida.....	67
28 pav. Liekamųjų paklaidų grafikas.....	70
29 pav. Liekamųjų paklaidų normalumo grafikas.....	71
30 pav. Regresijos grafikas.....	72
31 pav. Regresijos modelis.....	76
32 pav. Latvijos BVP duomenų sklaida.....	77
33 pav. Liekamųjų paklaidų grafikas.....	80
34 pav. Liekamųjų paklaidų normalumo grafikas.....	81
35 pav. Regresijos grafikas.....	82
36 pav. Regresijos grafikas.....	85
37 pav. Estijos BVP duomenų sklaida.....	86
38 pav. Liekamųjų paklaidų grafikas.....	90
39 pav. Liekamųjų paklaidų normalumo grafikas.....	90
40 pav. Regresijos grafikas.....	91
41 pav. Regresijos grafikas.....	95
42 pav. Lietuvos BVP duomenų sklaida.....	97
43 pav. Stacionarumo tikrinimas.....	98
44 pav. Stacionarumo tikrinimas.....	98
45 pav. Lietuvos BVP stacionarios eilutės korelograma.....	98
46 pav. Lietuvos BVP duomenų sklaida ir prognozė.....	100
47 pav. Lietuvos eksporto duomenų sklaida.....	101
48 pav. Stacionarumo tikrinimas.....	101
49 pav. Stacionarumo tikrinimas.....	101
50 pav. Lietuvos eksporto stacionarios eilutės korelograma.....	102
51 pav. Lietuvos eksporto duomenų sklaida ir prognozė.....	103
52 pav. Lietuvos importo duomenų sklaida.....	104
53 pav. Stacionarumo tikrinimas.....	104

54 pav. Stacionarumo tikrinimas.....	105
55 pav. Lietuvos importo stacionarios eilutės korelograma.....	105
56 pav. Lietuvos importo duomenų sklaida ir prognozė.....	107
57 pav. Lietuvos tiesioginių užsienio investicijų duomenų sklaida.....	108
58 pav. Stacionarumo tikrinimas.....	108
59 pav. Stacionarumo tikrinimas.....	108
60 pav. Lietuvos tiesioginių užsienio investicijų stacionarios eilutės korelograma.....	109
61 pav. Lietuvos tiesioginių užsienio investicijų duomenų sklaida ir prognozė.....	110

Ivadas

Lietuvos, Latvijos ir Estijos ekonomikos per paskutinius 5 metus patyrė daug svyravimų, nuo augimo iki staigaus kritimo 2008 m., kuris įvyko dėl objektyvių priežasčių – prasidėjusios pasaulinės finansinės krizės. Baltijos šalių ekonomikos smukimui įtakos turėjo ir netinkamos šalių vyriausybių priemonės bei veiksmai, kurių buvo imtasi norint stabilizuoti šalies finansinę būklę. Finansinė krizė prasidėjusi JAV, palietė daugumą šalių, tačiau kai kurios šalys nepatyrė stipraus ekonomikos nuosmukio ir jų ekonominė būklė greitai pasieks arba jau pasiekė prieškrizinį lygį.

Iš visų Baltijos šalių Latvijos ekonomiką patyrė didžiausią kritimą, o vertinant bendrą Europos ekonominę būseną, tai Latvija atrodė kaip vieną prasčiausių ekonomikų visoje Europoje. Lietuvos padėtis pablogėjo 2008 m. antrajame pusmetyje ir kritinį tašką pasiekė 2009 m. pradžioje. Tačiau palyginti su Latvija, Lietuvos padėtis nebuvo beviltiška ir jeigu būtų priimta daugiau strategiškai teisingų Lietuvos vyriausybės sprendimų, tai mūsų šalis jau 2011 m. galėjo pasiekti prieškrizinį lygį. Be to, Latvija paprašė Tarptautinio valiutos fondo pagalbos, kuris bent laikinai iš dalies stabilizavo prie bankroto ribos atsidurusios Latvijos padėtį. Lietuvos ekonomikai neigiamos įtakos turėjo ir ilgai trukusios spekuliacijos dėl lito devalvacijos. Estijos ekonomika geriausiai atsilaikė prieš pasaulinę krizę. Pagrindinė priežastis buvo perteklinis biudžetas, kuri Estija turėjo 2007 m., todėl buvo sukaupusi finansinių atsargų kuriomis galėjo disponuoti prasidėjusios krizės metu. Nedidelis biudžeto deficitas, palyginti su Latvija ir Lietuva, bei toliaregė Estijos vyriausybės politika leido Estijai jau nuo 2011 m. įsivesti eurą.

Šiame darbe daugiausia dėmesio skiriama Baltijos šalių – Lietuvos, Latvijos ir Estijos ekonometrinei analizei. Norint nustatyti reikšmingiausius makroekonominis modelius, jų įtaką Baltijos šalių ekonomikos plėtrai, bei sukurti trumpalaikes prognozes, buvo suformuluoti šio tyrimo uždaviniai:

- apžvelgti pagrindinius Baltijos šalių makroekonominis rodiklius, aprašyti jų tendencijas;
- atlikti trendų ir sezoniškumo analizę;
- ištirti bendrojo vidaus produkto dinamiką Baltijos šalyse iki finansinės krizės ir baigiantis finansinei krizei;
- atlikus trendų analizę nustatyti ar egzistuoja bendras BVP trendas visuose Baltijos šalyse;

- atlikus koreliacinę analizę, surasti makroekonominis indikatorius, kurie turi stipriausią tarpusavio ryšį;
- trendu ir sezoniniu indeksu sudaryti pagrindinių makroekonominių rodiklių prognozes;
- atlikti Baltijos šalių bendrojo vidaus produkto lyginamąją analizę;
- atlikus regresinę analizę, išskirti pagrindinius parametrus, lemiančius Baltijos šalių BVP svyravimus, bei pateikti BVP modelį kiekvienoje Baltijos šalyje;
- sudaryti ARMA modelius pagrindiniams Lietuvos makroekonominiams rodikliams ir atlikti jų trumpalaikes prognozes;

Šiame darbe atliekamas statistinis 2006 – 2010 m. ketvirčių Baltijos šalių makroekonominių rodiklių, apskaičiuotų eurai vienam šalies gyventojui, tyrimas. Tyrimo duomenys buvo paimti iš Lietuvos statistikos departamento, Latvijos statistikos departamento, Estijos statistikos departamento, Baltijos šalių centrinių bankų, finansų ministerijų ir Eurostat statistinės duomenų bazės tinklalapių. Tyrimams atlikti naudojamos programos: SAS statistinės analizės paketas, eViews ir Excel programos.

Darbas susideda iš 6 skyrių: įvado, teorinės dalies, pirminės statistinės duomenų analizės, Baltijos šalių BVP tyrimo, ARMA modelių analizės ir prognozavimo, išvadų.

Įvade nagrinėjamas darbo aktualumas, aptariamios pasaulinės ekonomikos raidos tendencijos, įvardinami atliekamo tyrimo tikslai, uždaviniai.

Teorinėje dalyje pateikiami pagrindiniai tyrime naudoti statistiniai metodai:

- trendo ir sezoniškumo analizė;
- koreliacinė analizė;
- regresinė analizė;
- laiko eilučių analizė.

Trečiajame skyriuje atliekama pirminė statistinė duomenų analizė: trendų ir sezoniškumo analizė bei koreliacinė analizė. Taip pat yra sudaromos Baltijos šalių ūkio prognozės.

Ketvirtajame skyriuje pateikiamas Baltijos šalių bendrojo vidaus produkto tyrimas. Siekiant nustatyti indikatorius, kurie turi daugiausia įtakos BVP dinamikai, yra atliekama regresinė analizė ir kiekvienai Baltijos valstybei sudaromas regresinis modelis. Sudarius visų trijų Baltijos šalių regresinius modelius, nagrinėjami modelių panašumai ir skirtumai.

Penktajame skyriuje atliekama laiko eilučių analizė. Pagrindiniams Lietuvos makroekonominiams rodikliams sudaromi ARMA modeliai ir gautais modeliais atliekamos trumpalaikės ekonominių rodiklių prognozės.

Darbo pabaigoje apibendrinami gauti rezultatai ir pateikiamos išvados.

Literatūros apžvalga

Šiame darbe nagrinėjamos temos aktualumą patvirtina didelis straipsnių, publikacijų ir mokslinių tyrimų skaičius. Baltijos šalių ekonomikos tendencijos yra svarbios visam Rytų Europos regionui, todėl jų nagrinėjamas ir prognozavimas visada sulaukia išskirtinio dėmesio ir sukelia nemažai ekonominės srities specialistų diskusijų.

DnB Nord banko analitikų atlikta makroekonomikos apžvalga ir prognozė (Baltijos regiono šalių perspektyvos 2011) parodė, kad iš trijų Baltijos šalių, ekonomiškai tvirčiausiai jaučiasi Estija. Estija turi labai efektyvų viešąjį sektorių, kuris leidžia pritraukti žymiai daugiau tiesioginių užsienio investicijų, nei Latvija ir Lietuva. Be to, pažymima, kad sprendžiant svarbias valstybei problemas, valdančioji dauguma ir opozicija greitai pasiekia sutarimą. Tačiau autoriai teigia, kad aukštas privataus sektoriaus ir namų ūkių įsiskolinimo lygis per artimiausius 2–3 m. neleis Estijai pasiekti ikikrizinės ūkio plėtros spartos.

Lietuvos ir Latvijos ekonomikų padėtis vertinama beveik vienodai. Politinis nesutarimas šalių viduje neleidžia sukurti ilgalaikės finansinės strategijos. Be to, tiek Latvija, tiek Lietuva turi didelį biudžeto deficitą ir didėjančią darbingo amžiaus žmonių emigraciją. Tačiau straipsnyje pabrėžiama, kad šalies bendrovių bei namų ūkių bendro įsiskolinimo lygis Lietuvoje yra žemesnis nei Latvijoje. Taip pat pažymima, kad nepradėjus viešojo sektoriaus ir verslo aplinkos pertvarkos, šiuo metu augančio eksporto apimtys artimiausiu laikotarpiu gali ženkliai sumažėti.

1. Statistiniai duomenys

Šiame darbe nagrinėjami 2006-2010 m. Baltijos šalių – Lietuvos, Latvijos ir Estijos makroekonominiai rodikliai. Duomenys buvo paimti iš Lietuvos statistikos departamento, Latvijos statistikos departamento, Estijos statistikos departamento, šalių nacionalinių bankų ir Europos statistinės duomenų bazės. Analizuojant ekonominius parametrus, jų duomenys buvo paimti eurai ir perskaičiuoti vienam šalies gyventojui. Norint sudaryti daugiau duomenų, turinčią laiko eilutę, buvo paimti nagrinėjamų parametrų ketvirčio duomenys.

Šiame skyriuje bus apžvelgtos makroekonominių parametrų dinamikos bei raidos tendencijos. Taip pat pateiktos priežastys ir prielaidos, kurios nulėmė makroekonominių rodiklių raidą per nagrinėjamą laikotarpį. Darbe bus analizuojami tokie 2006-2010 m. laikotarpio ketvirčio duomenys:

- bendrasis vidaus produktas (toliau – BVP);
- vidutinis (bruto) darbo užmokestis (toliau – DU);
- tiesioginės užsienio investicijos (toliau – TUI);
- materialinės investicijos (toliau – MI);
- importas (toliau – import);
- eksportas (toliau – eksp);
- vartotojų kainų indeksas (toliau – VKI);
- pinigai apyvartoje, pinigai iki pareikalavimo ir kaupiamieji indeliai (toliau – PA);
- terminuoti ir taupomieji indeliai bei pinigų rinkos indeliai – kvazip pinigai (toliau – KP);
- nedarbo lygis šalyje (toliau – nedarbas).

1.1. Baltijos šalių makroekonominės raidos apžvalga

Darbe nagrinėjami Lietuvos, Latvijos ir Estijos makroekonominiai indikatoriai ir visų pirma buvo atlikta pradinė duomenų analizė. Ji yra svarbi norint parodyti finansinių indikatorių kitimą laiko atžvilgiu ir jų tarpusavio sąryšį. Taip pat vienas iš svarbiausių mano diplominio darbo

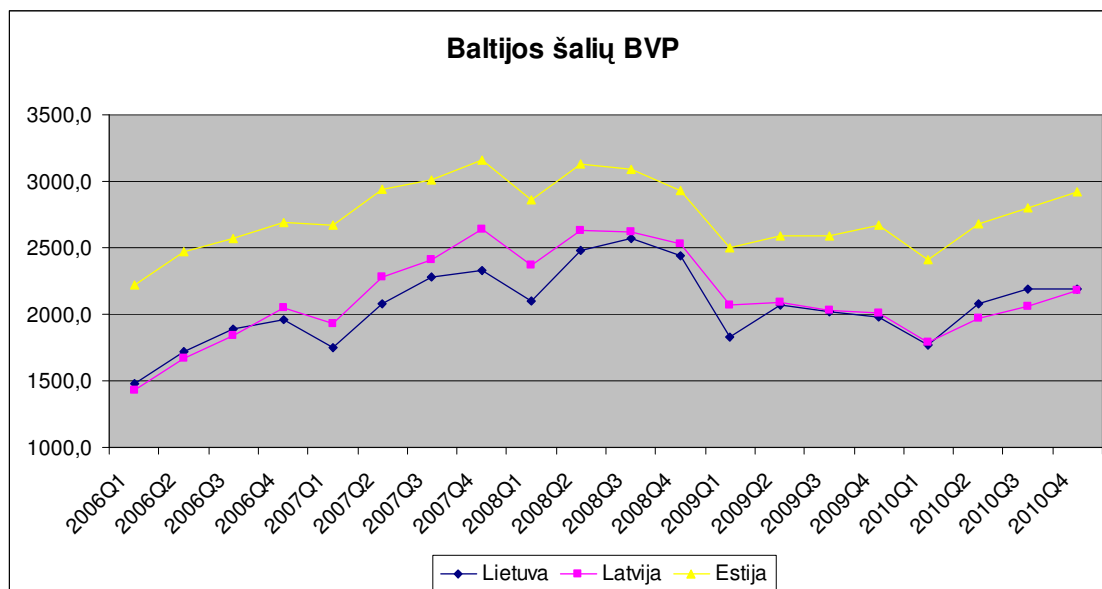
tikslų yra palyginti ekonominius indikatorius visose trijose Baltijos šalyse ir padaryti atitinkamas išvadas. Vizualinė grafikų analizė yra labai svarbi matematinės analizės dalių, todėl tirdamas ekonominius rodiklius, nubrėžiau atitinkamų rodiklių grafikus ir aprašiau jų dinamiką per nagrinėjamą laikotarpį. Šiai analizei atlikti pasirinkau svarbiausius Baltijos šalių ekonominius rodiklius.

1.1.1. Bendrasis vidaus produktas

Vienas pagrindinių makroekonominių šalies rodiklių yra BVP. BVP yra plačiai naudojamas pasaulyje rodiklis, kuris parodo šalies finansinę būklę, jos pajėgumą bei konkurencingumą kitų šalių atžvilgiu. Pasaulinėje ekonomikoje BVP ir jo kitimo tendencijos naudojamos palyginti tarptautiniu mastu bei ekonominei analizei atlikti.

Bendrasis vidaus produktas – tai bendrosios pajamos, sukurtos šalies teritorijoje, taip pat užsienio gamybos veiksnių gautos pajamos konkrečioje šalyje, atėmus šios šalies piliečių gautas pajamas užsienyje.

BVP galima vertinti dviem būdais: veikusiomis arba lyginamosiomis kainomis. Šitame darbe atliekami skaičiavimai visose trijose Baltijos šalyse veikusiomis kainomis.



1 pav. Baltijos šalių bendrojo vidaus produkto kitimas vienam gyventojui, eur

Kaip matyti iš 1 pav., Baltijos šalių kitimo tendencijos yra panašios, tačiau skiriasi sumos kurios tenka vienam šalies gyventojui per atitinkamą laikotarpį. Tuo tarpu kai Lietuvos ir

Latvijos BVP rodiklis per visą nagrinėjamą laikotarpį yra panašaus lygio, Estijos bendrasis vidaus produktas aiškiai išsiskiria iš kitų Baltijos šalių ir yra 40% - 50% aukštesnis nei Lietuvos ir Latvijos BVP. Kaip vieną iš priežasčių galima paminėti aukštus Estijos eksporto rodiklius. Taip pat reikia pažymėti, jog Estija pritraukė žymiai daugiau užsienio kapitalo ir užsienio investicijų į savo ekonomiką nei kitos Baltijos valstybės.

Vizualiai analizuojant grafiką, galima pastebėti, kad bendrojo vidaus produkto plėtrą per 2006 – 2010 m. laikotarpį galima padalyti į 3 etapus: prieškrizinį, krizinį ir pokrizinį. Iki 2008 m. antro ketvirčio buvo pastebimas BVP augimas visose Baltijos šalyse, o pradėdant nuo trečio 2008 m. ketvirčio prasidėjo ekonomikos smukimas. Tačiau verta pastebėti, jog BVP atsigavimas Baltijos šalyse prasidėjo skirtingomis tendencijomis ir jau nuo 2009 m. antro ketvirčio matyti Estijos bendrojo vidaus produkto augimas, kuris tęsėsi ir vėliau, tuo tarpu Latvijos ir Lietuvos BVP beveik visą 2009 m. laikotarpį fiksavo neigiamus pokyčius. Tai galima paaiškinti geriau suplanuotu Estijos biudžetu bei Estijos toliarege politika, nes prasidėjus pasaulinei finansinei krizei, Estijos vyriausybė buvo sukaupusi atsargų, kurias galėjo panaudoti ekonominei krizei prasidėjus.

Iš grafiko matyti, kad egzistuoja sezoniškumas, t.y. sezoniniai periodiniai svyravimai. Periodą sudaro keturi ketvirčiai. Vėliau kuriant matematinius modelius ir atliekant statistinę analizę, reikės pašalinti sezoniškumo įtaką.

1.1.2. Eksportas ir importas

Šis darbas yra skirtas Baltijos šalių ūkio analizei, todėl svarbu išsiaiškinti, iš kur atsiranda ūkis ir ką galima vadinti ūkiu. Nuo senovės laikų tarp valstybių egzistavo prekybos santykiai, buvo prekiaujama maisto produktais, mediniais dirbiniais, ginklais ir t.t. Laikui bėgant, valstybės pradėjo daugiau dėmesio skirti prekybai ir ji buvo apibūdinta kaip vienas pagrindinių šalies biudžeto šaltinių. Kiekvienos valstybės siekis – gauti ekonominę naudą iš visuomeninio darbo pasidalijimo tarptautiniuose santykiuose.

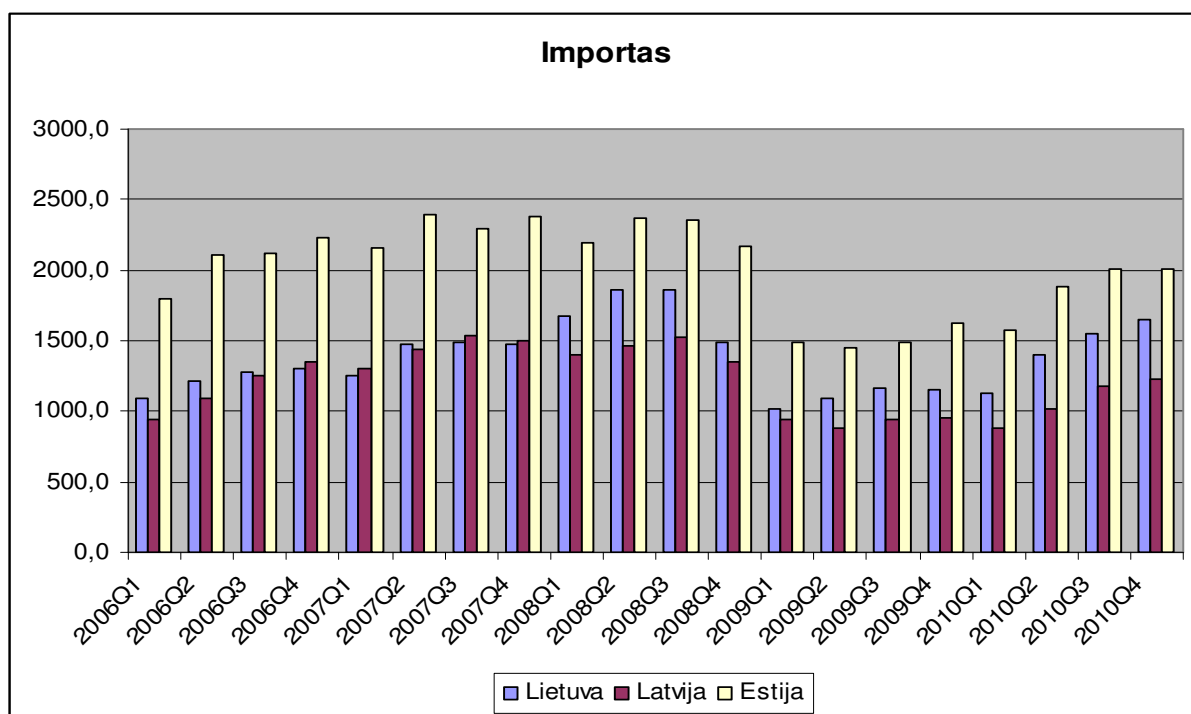
Baltijos šalyse užsienio prekybos balansas sudaromas remiantis muitinių deklaracijų duomenimis apie eksportą ir importą.

Importą sudaro šie veiksniai: prekių importas vidaus vartojimui, laikinasis prekių įvežimas perdirbti, perdirbtų prekių ir iš jų pagamintų kompensacinių produktų įvežimas vidaus vartojimui ir į muitinės sandėlius bei prekių importas į muitinės sandėlius.

Eksportas apskaičiuojamas pagal šitus faktorius: vietinės kilmės prekių eksportas, laikinai įvežamų perdirbti prekių ir iš jų pagamintų kompensacinių produktų eksportas ir prekių eksportas iš muitinės sandėlių.

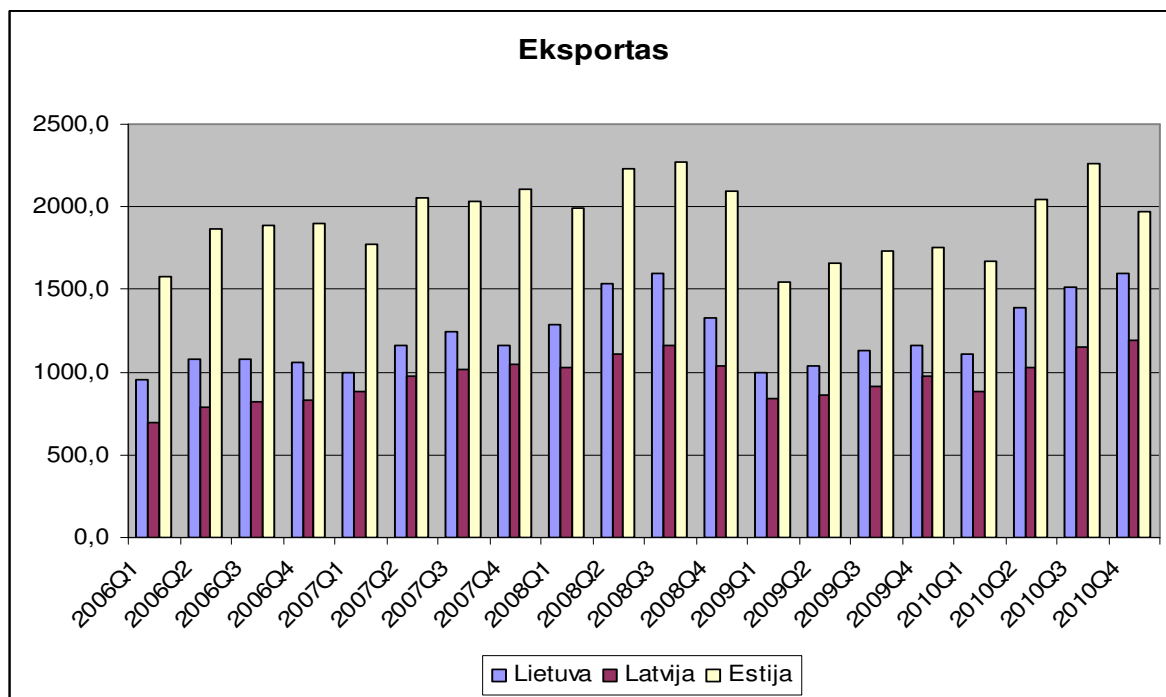
Eksportuojamos ir importuojamos prekės klasifikuojamos remiantis atitinkamai Lietuvos, Latvijos ir Estijos kombinuotąja muitų tarifų ir užsienio prekybos statistikos nomenklatūra, sudaryta remiantis Europos Sąjungos kombinuotąja nomenklatūra.

Pavaizduosime visų Baltijos šalių importo ir eksporto rodiklius ir ištirsime jų panašumus ir skirtumus per nagrinėjamą 2006 – 2010 m. laikotarpį.



2 pav. Baltijos šalių importo duomenys vienam šalies gyventojui, eur

Kaip matyti iš 2 pav., Estijos importo vertė vienam šalies gyventojui yra beveik 1,5 karto didesnė už Lietuvos ir Latvijos. Iki 2008 m. Lietuvos ir Latvijos rodikliai buvo beveik vienodi, tačiau baigiantis pasaulinei finansinei krizei, galima konstatuoti, jog Lietuvos importo vertė tapo aukštesnė nei kaimyninėje šalyje – Latvijoje.



3 pav. Baltijos šalių eksporto duomenys vienam šalies gyventojui, eur

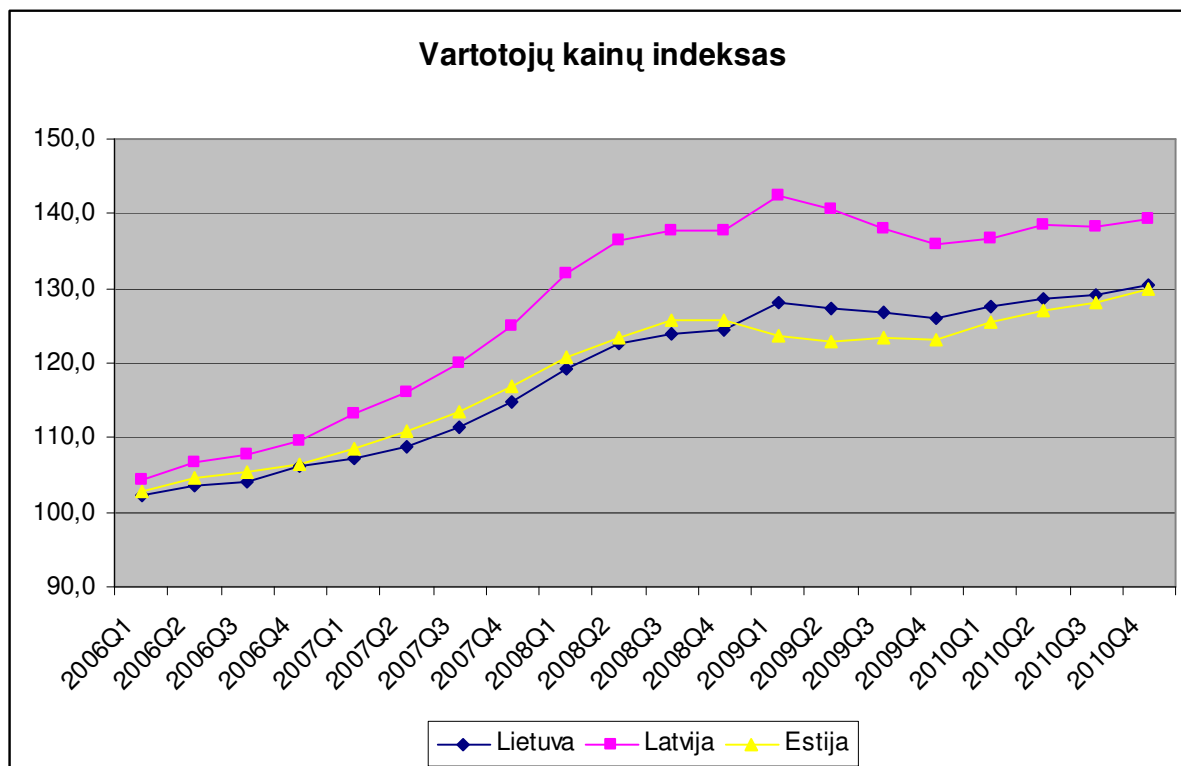
Vizualiai vertinant eksportą (3 pav.), galima pažymėti, jog Estijos eksporto duomenys dar labiau lenkia kitas Baltijos valstybes. Taip pat matoma, jog nuo 2006 iki 2010 m. Lietuvos eksporto vertė buvo didesnė nei Latvijos. Lietuva žemiausius importo ir eksporto rodiklius turėjo 2009 m. pirmajame ketvirtyje, o vėliau pastebimas augimas. Tuo tarpu Latvijos eksporto ir importo rodikliai prasčiausius rezultatus pasiekė tik 2010 m. pirmajame ketvirtyje.

Vertinant Baltijos šalių importo ir eksporto duomenis, nesunku pastebėti, kad importo vertė akivaizdžiai lenkia eksporto vertę. Baltijos šalys, kaip vieną pagrindinių prioritetų, turėtų iškelti eksporto didinimą, kuris sukuria BVP bei stiprina šalies valiutą tarptautinės valiutos rinkoje.

1.1.3. Vartotojų kainų indeksas (VKI)

VKI yra vidutinis vartotojų nupirktų prekių ir paslaugų kainų lygis, apskaičiuojamas lyginant fiksuoto skaičiaus pirmojo būtinumo vartojimo prekių ir paslaugų vartotojo krepšelio vertinę išraišką atskirais laikotarpiais

Bazinių metų vartojimo prekių kainų indeksas yra 100%, mano nagrinėjamo laikotarpio baziniai metai yra 2005. Pavaizduosime, kaip kito vartotojų kainų indeksas per nagrinėjamą laikotarpį ir palyginsime Baltijos šalis VKI atžvilgiu.

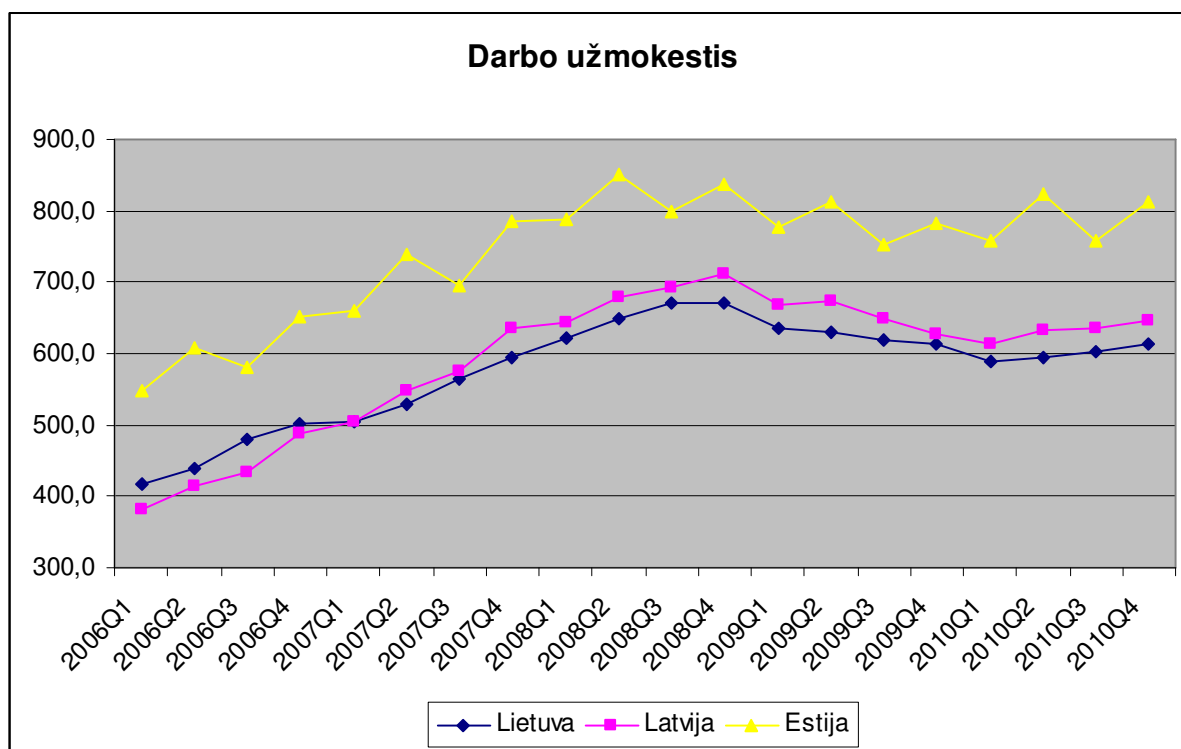


4 pav. Baltijos šalių vartotojų kainų indekso dinamika

Kaip matyti iš 4 pav., pradedant nuo 2006 m. pradžios vartotojų kainų indeksas beveik visą laiką didėjo visose trijose Baltijos šalyse. Reikėtų pažymėti, jog padidėjęs kainų indeksas rodo infliaciją, o sumažėjęs – defliaciją. Taigi galima teigti, kad per paskutinius penkerius metus tik 2009 m. Latvijoje ir Estijoje buvo pastebima defliacija, o Estijoje VKI visą laiką tik augo. 2010 m. pabaigoje Lietuvos ir Estijos kainų indekso rodikliai susilygino, o Latvijoje jis išliko žymiai didesnis. Tačiau verta pažymėti, kad Baltijos valstybėse infliacijos augimas nebuvo toks staigus kaip nagrinėjamo laikotarpio pradžioje. Paskutiniame 2010 m. ketvirtyje Lietuvoje infliacija buvo 1,4%, Latvijoje – 0,9%, o Estijoje – 1,7%.

1.1.4. Vidutinis mėnesinis (bruto) darbo užmokestis

Analizuojant ekonominius rodiklius, dažniausiai imamas bruto darbo užmokestis – ikimokestinis darbo užmokestis, tenkantis vienam samdomajam darbuotojui. Jis susideda iš tokių parametru: darbo užmokestis už atliktą darbą (dirbtą laiką), priedai, priemokos, premijos (reguliarios ir vienkartinės), darbo užmokestis už nedirbtą laiką (atostogos). Tačiau neįskaitomos išėtinės kompensacijos, delspinigiai ir t.t.



5 pav. Baltijos šalių vidutinis bruto darbo užmokestis, eur/1 gyv

Vidutinis darbo užmokestis yra vienas svarbiausių ekonominių parametru, nes jis parodo šalies išsivystymo lygį, ekonominį stabilumą. 5 pav. parodo akivaizdžius skirtumus Baltijos šalių atlyginimų sferoje. Kaip matome, uždarbis Estijoje viršija Lietuvos ir Latvijos vidutinius uždarbius.

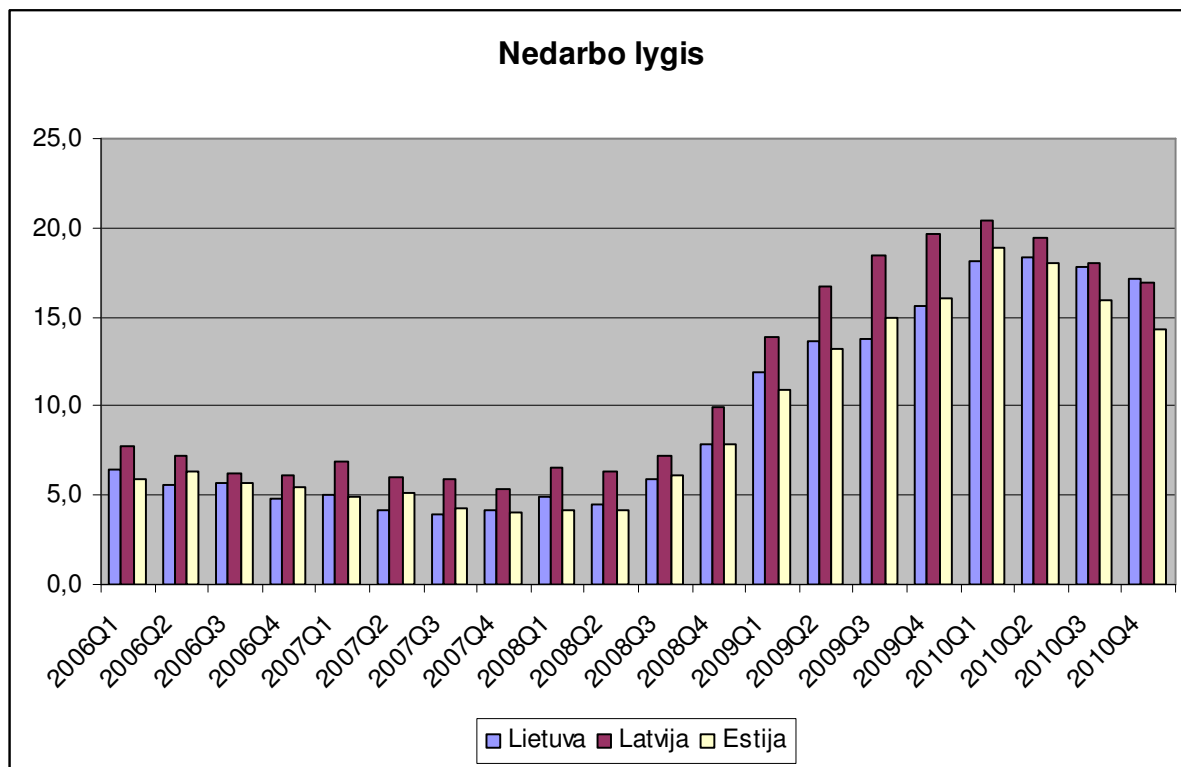
Nuo 2006 m. pirmojo ketvirčio iki 2008 m. paskutinio ketvirčio atlyginimai Baltijos valstybėse sparčiai didėjo, tačiau prasidėjusi finansinė krizė didėjimą sustabdė, o vėliau prasidėjo nuosmukis. Atlyginimai nors ir neženkliai, tačiau pradėjo didėti tik nuo 2010 m. antro pusmečio.

Per paskutinįjį 2010 m. ketvirtį vidutinė mėnesinė (bruto) alga Lietuvoje sudarė 614 eurų, Latvijoje – 657 eurų, o Estijoje – 814 eurų. Taigi galima teigti, kad brangiausia darbo jėga išlieka Estijoje, o pigiausia – Lietuvoje. Minimali mėnesinė alga per ketvirtąjį 2010 m. ketvirtį Lietuvoje buvo 231 euras, Latvijoje – 254 eurai, Estijoje – 278 eurai.

1.1.5. Nedarbo lygis

Nedarbo lygis - nedirbančių asmenų, kurie galėtų ir norėtų dirbti, tačiau neturi tokios galimybės, santykis su visais darbingais asmenimis, išreikštas procentais. Prie ekonominiu požiūriu neaktyvių gyventojų priskiriama: moksleiviai ir studentai, lankantys dieninio mokymo įstaigas, asmenys, gaunantys senatvės, lengvatines ar invalidumo pensijas, namų šeimininkės ir asmenys, prižiūrintys vaikus, netekę vilties rasti darbą ir jo beieškantys, kiti asmenys, kurie nenori dirbti.

Nedarbo lygis dažnai vertinamas kaip šalies ūkio sveikatos rodiklis, kuris atvaizduoja ekonominę šalies būseną. Aukštas nedarbo lygis parodo, kad šalies ekonomika funkcionuoja neteisingai, norint jį sumažinti reikia imtis tam tikrų veiksmų.



6 pav. Baltijos šalių nedarbo lygio kitimas, proc.

Iki pasaulinės finansinės krizės nedarbo lygis Baltijos šalyse, palyginti su kitomis Europos valstybėmis, buvo neaukštas. 2006 m. pirmame ketvirtyje Lietuvoje nedarbas siekė 6,4%, Latvijoje – 7,8% , o Estijoje – 5,9%. Palyginimui galima paminėti, jog tuo metu Vokietijoje nedarbo lygis buvo net 11,1%, Prancūzijoje – 9,8%, o visoje Europos Sąjungoje nedarbo lygis siekė 9%. Tačiau prasidėjus ekonominiam nuosmukiui, Lietuvoje, Latvijoje ir Estijoje staigiai padidėjo nedarbas. Pradedant nuo 2008 m. pabaigos ir iki 2010 m. antrojo ketvirčio Baltijos valstybėse buvo fiksuojami rekordiniai nedarbo lygiai.

Nedarbo lygis visose trijose Baltijos šalyse yra panašus, tačiau per 2006-2010 m. laikotarpį Latvija turėjo daugiausia bedarbių. 2010 m. atsigauinant šalių ūkiams, pradėjo mažėti ir nedarbo lygis ir per paskutinį 2010 m. ketvirtį Lietuvoje nedirbančių buvo 17,1%, Latvijoje - 16,9%, Estijoje atitinkamai 14,3%. Įdomu pastebėti, kad tik paskutiniame ketvirtyje Lietuvos nedarbo lygis yra didžiausias Baltijos šalyse per visą mano nagrinėjamą laikotarpį.

1.1.6. Investicijos

Investicijos turi didelę įtaką šalies ekonomikai bei biudžeto formavimui, todėl reikėtų paminėti, kas sudaro investicijas ir kokios jos būna.

Investicijos apima ir išlaidas naujoms investicinėms prekėms, vadinamosioms bendruoju pagrindinio kapitalo formavimu, ir firmų atsargų pokytį, kurios vadinamos investicijomis į atsargas. Bendrasis pagrindinio kapitalo formavimas savo ruožtu turi keturias pagrindines sudėtinės dalis:

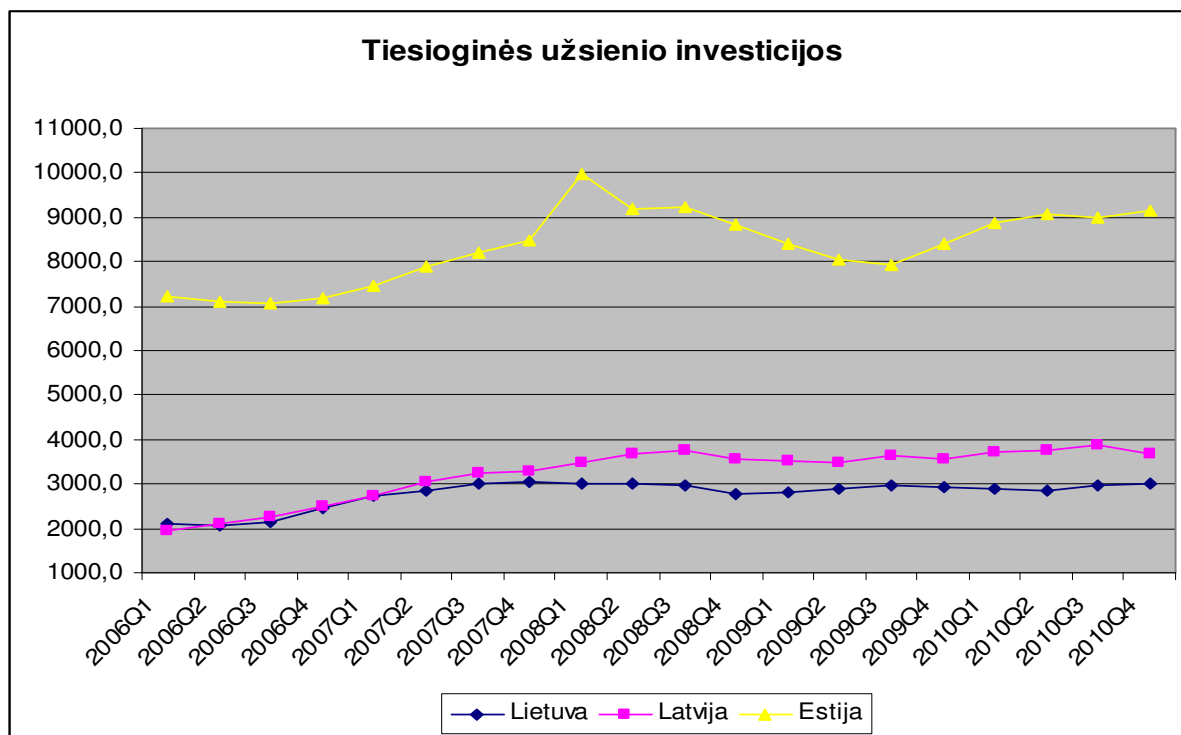
- pastatai, kurie yra investicijos į būstą ir yra išlaidos naujų namų ir butų statybai (namai ir butai yra laikomi kapitalu, kadangi jie teikia paslaugą (stogą virš galvos) ilgą laikotarpį);
- kiti nauji pastatai, kurie yra dalis verslo investicijų ir yra išlaidos statiniams (gamyklos, sandėliai ir biurų pastatai);
- įrenginiai ir mašinos;
- kitos investicijos, o tai daugiausiai išlaidos transporto priemonėms - automobiliams, laivams ir lėktuvams.

1.1.6.1. Tiesioginės užsienio investicijos

Tiesioginės užsienio investicijos yra sudedamoji kiekvienos šalies ekonomikos dalis. Investicijų dydis parodo ekonomikos patikimumą bei patrauklumą užsienio investuotojams. Tiesioginiais investuotojais gali būti individualūs asmenys, akcinės bendrovės, asmeninės įmonės, vyriasybės, koncernai ir kitos organizacijos, kurioms priklauso tiesioginių investicijų įmonės kitose šalyse.

Tiesiogines investicijas sudaro:

- tiesioginiam užsienio investuotojui tenkanti įmonės nuosavo kapitalo dalis;
- reinvesticijos – tiesiogiai užsienio investuotojui priklausanti, bet dividendų forma nepaskirstyta, o įmonėje likusi pelno dalis;
- tiesioginio užsienio investuotojo investavimo įmonei suteiktos ilgalaikės ir trumpalaikės paskolos;
- kitas įmonės kapitalas – tai tiesioginio užsienio investuotojo ir investavimo įmonės prekybos skolos, priskaičiuoti, bet neišmokėti dividendai, privilegijuotos akcijos, nesuteikiančios teisių į turtą likviduojant įmonę, palūkanos už paskolas ir t.t.



7 pav. Tiesioginės užsienio investicijos periodo pabaigoje vienam gyventojui, eur

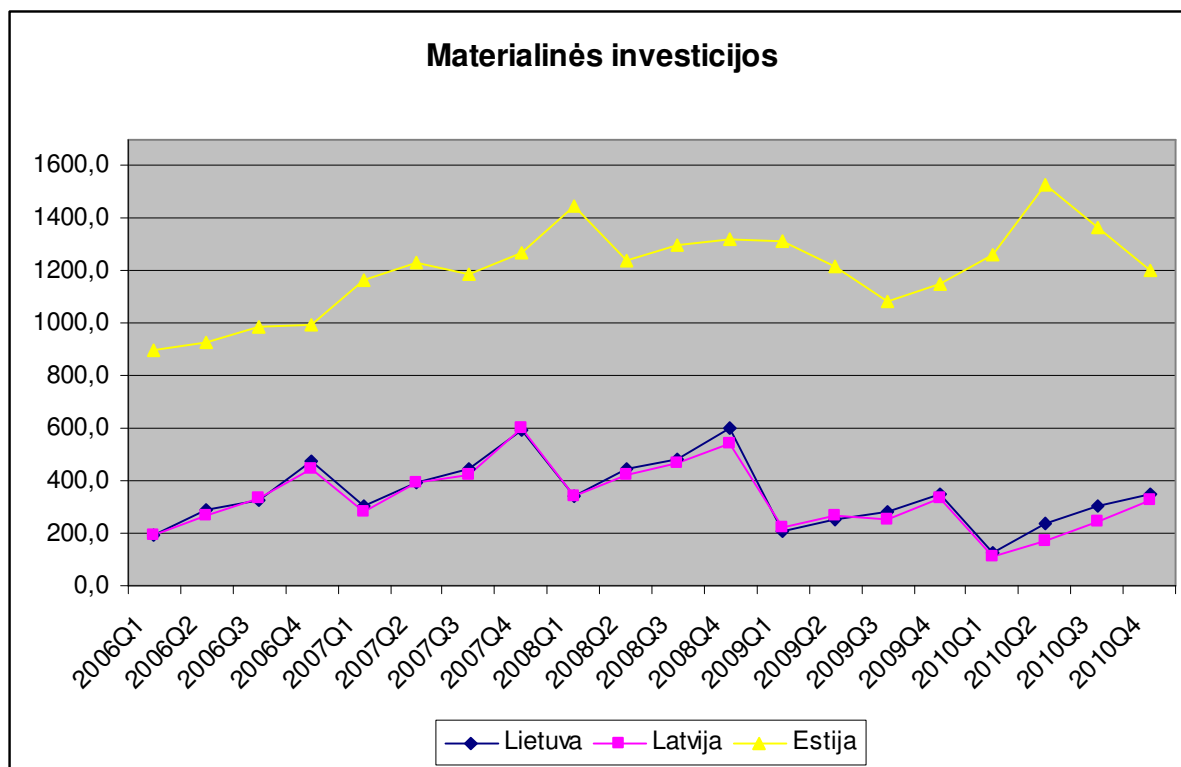
Kaip matyti iš 7 pav., Estija pritraukia žymiai daugiau užsienio investicijų nei Latvija ir Lietuva. Tai galima paaiškinti liberalesne verslo rinka bei paprastesnėmis sąlygomis norint įkurti savo verslą Estijoje. 2010 m. paskutiniame ketvirtyje Estija pritraukė 12,7 milijardo eurų tiesioginių užsienio investicijų, o Lietuva ir Latvija atitinkamai 9,9 ir 8,3 milijardo eurų. Nors Estijos pritrauktų tiesioginių užsienio investicijų vertė vienam gyventojui yra daug aukštesnė nei kitų Baltijos šalių, reikia pažymėti, kad nuo 2006 iki 2010 m. investicijų kiekis Estijoje padidėjo 27%, o Lietuvos ir Latvijos per tą patį laikotarpį atitinkamai 42% ir 87%.

1.1.6.2. Materialinės investicijos

Materialinėmis investicijomis (toliau – MI) laikomos išlaidos pastatams, mašinoms, įrenginiams, transporto priemonėms įsigyti, taip pat statybai bei esamam ilgalaikiam materialiajam turtui atnaujinti.

Duomenis apie materialines investicijas turi pateikti visų veiklos rūšių ir nuosavybės formų įmonės ir įstaigos. Pateikta informacija apima visas investicijų rūšis pagal investuotojo statusą:

valstybės investicijas, privačias Lietuvos Respublikos ir užsienio subjektų investicijas, tarptautinių organizacijų investicijas.



8 pav. Baltijos šalių materialinės investicijos vienam gyventojui

Iš pateikto 8 pav. matyti, kad Lietuvoje ir Latvijoje materialinių investicijų dydis, kuris tenka vienam šalies gyventojui, yra beveik identiškas ir tik 2010 m. antrajame ir trečiajame ketvirtyje matyti, jog Lietuvos materialinių investicijų dydis yra aukštesnis nei Latvijos. Estijos materialinių investicijų dinamika yra visiškai nepanaši į Lietuvos ir Latvijos ir skiriasi pagal du parametrus. Visų pirma, Estijoje vienam gyventojui tenka apie keturis kartus daugiau materialinių investicijų nei kitose Baltijos šalyse, be to, tendencija ir dinamika yra nepanaši į Lietuvos ir Latvijos.

2010 m. Lietuvoje ir Latvijoje materialinių investicijų kiekis augo ir per paskutinį ketvirtį sudarė atitinkamai 347 eurus ir 325 eurus vienam šalies gyventojui. Tuo tarpu Estijoje buvo stebimas atvirkštinis procesas, tai yra materialinių investicijų sumažėjimas. Paskutiniame 2010 m. ketvirtyje MI sudarė 1201 eurą, kas yra 27% mažiau, palyginti su aukščiausiu 2010 m. antro ketvirčio rezultatu.

1.1.7. Pinigai

Ekonomikoje dažnai vartojama sąvoka pinigų kiekis – tai ūkyje vartojamų pinigų kiekis, kurį sudaro:

- pinigai apyvartoje;
- indėliai taupomosiose ir einamosiose sąskaitose.

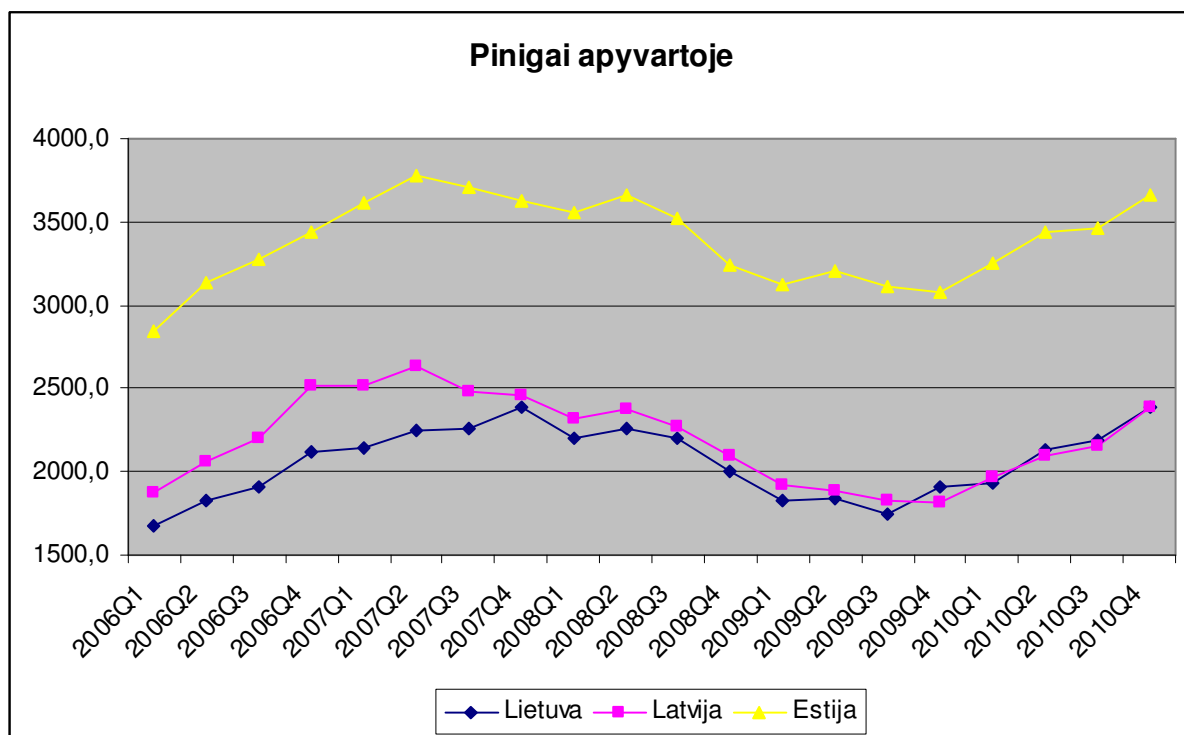
Pinigų kiekis yra svarbus šalies ekonomikai, nes nuo jo kiekio priklauso kainų lygis ir BVP dydis. Ekonomikoje yra paplitusios dvi pinigų sąvokos: pinigai plačiąja prasme ir pinigai siaurąja prasme.

P(2) – pinigai apyvartoje, privačių asmenų ir įmonių kaupiamieji indėliai ir indėliai iki pareikalavimo nacionaline ir užsienio valiuta;

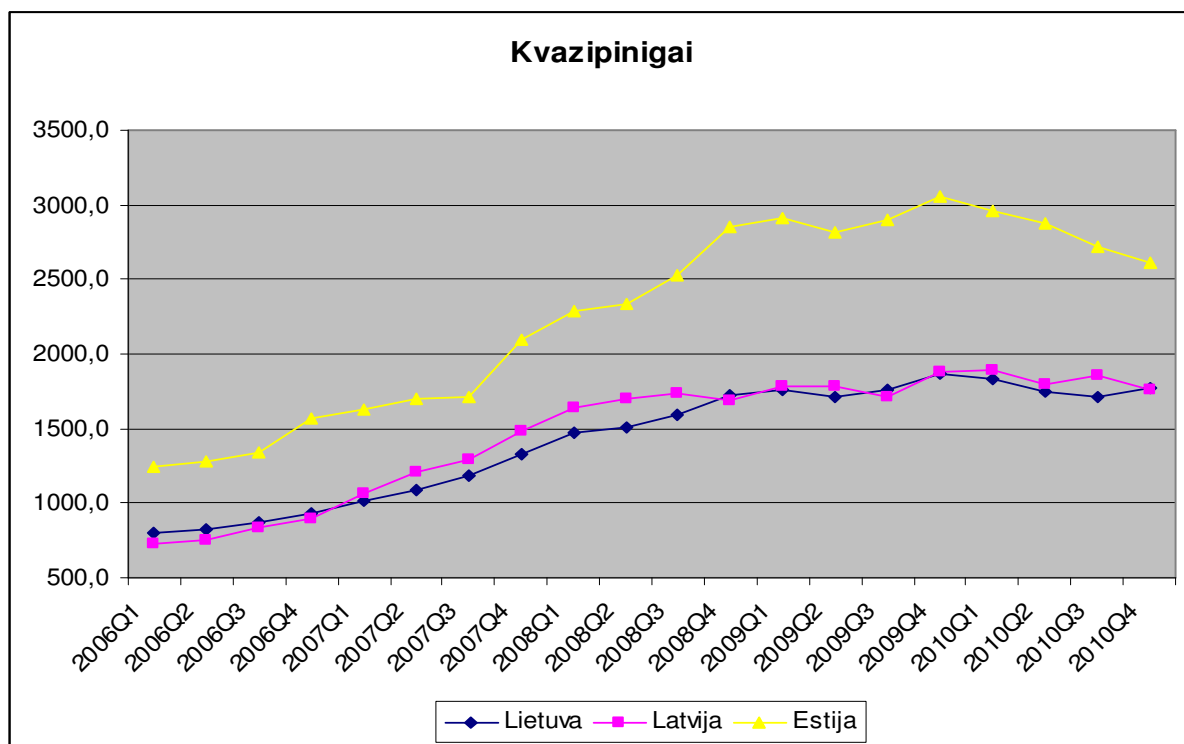
P(1) – pinigai siaurąja prasme – pinigai apyvartoje ir pinigai iki pareikalavimo nacionaline ir užsienio valiutomis.

Kvazip pinigai – tai terminuoti ir taupomieji indėliai nacionaline ir užsienio valiuta + pinigų rinkos indėliai + pinigų rinkos savitarpio fondai.

$$P(2) = P(1) + \text{kvazip pinigai.}$$



9 pav. Pinigų apyvartoje kiekis Baltijos šalyse, eur / 1 gyv



10 pav. Kvazipinigų – indėlių kiekis Baltijos šalyse, eur / 1 gyv

Kaip matyti iš 9 pav., visų trijų Baltijos šalių pinigų kiekis apyvartoje pradėjo mažėti dar iki finansinės krizės pradžios ir pasiekė žemiausią vertę 2009 m. trečiame ketvirtyje. Estija pirmauja pagal pinigų kiekį apyvartoje, o Lietuvos ir Latvijos rodikliai yra panašūs. Verta pažymėti, jog iki pasaulinės ekonominės krizės pradžios, Latvijoje pinigų kiekis buvo gerokai didesnis nei Lietuvoje, tačiau finansinės krizės metu Lietuvos ir Latvijos pinigų kiekio dydžiai susilygino.

Estija pirmauja ir pagal kvazipinigų kiekį (10 pav.). Iki 2009 m. pradžios visose trijose valstybėse vyko kvazipinigų-indėlių augimas, bet prasidėjęs ekonominis nuosmukis jį sustabdė. Tačiau skirtingai nuo Estijos, kurioje kvazipinigų kiekis 2010 m. tik mažėjo, Lietuvoje ir Latvijoje šis rodiklis išlieka stabilus.

2. Teorinė dalis

2.1. Regresinė analizė

Tiesinės regresijos modelis aprašomas lygtimi:

$$Y(t) = \theta_1 X_1(t) + \theta_2 X_2(t) + \dots + \theta_d X_d(t) + \varepsilon(t), \quad t = 1, 2, \dots, n$$

čia, $X_1(t), X_2(t) \dots X_d(t)$ – žinomos funkcijos, $\theta_1, \theta_2 \dots \theta_d$ – nežinomi parametrai, $\varepsilon(t)$ – atsitiktiniai dydžiai, kurie apibrėžia $Y(t)$ nukrypimus nuo regresijos tiesės ir tenkina sąlygas:

$$E\varepsilon(t) \equiv 0;$$

$$\text{Var}\varepsilon(t) \equiv \sigma^2;$$

$$E\varepsilon(t)\varepsilon(\tau) = 0, t \neq \tau.$$

Atsitiktinė seka, tenkinanti 1–3 sąlygas, vadinama baltuoju triukšmu. Dažnai priimama gausinė prielaida: 4) seka $\varepsilon(t)$ yra Gauso. Iš 3 ir 4 sąlygų gauname, kad $\varepsilon(1), \dots, \varepsilon(n)$ yra nepriklausomi atsitiktiniai dydžiai.

Laiko eilutės, kurios pirmi du momentai egzistuoja ir nepriklauso nuo laiko, yra silpnai stacionari. Silpno stacionarumo reikalavimai momentams:

$$E(X_t) = \mu_x < \infty, \quad \forall t;$$

$$\sigma_{X_t}^2 = \sigma_x^2, \quad \forall t;$$

$$\gamma_{X_t, X_{t-k}} = \gamma_k < \infty, \quad \forall t.$$

Laiko eilutė, kurios simultaninis skirstinys nepriklauso nuo laiko, yra griežtai stacionari.

Ekonometrinių modelių vertinimui yra taikomi šie matematinės statistikos metodai:

- Mažiausių kvadratų metodas, nes šiuo metodu gauti modelių įverčiai yra tiesiniai ir nepaslinktieji, o regresijos lygčių paklaidų dispersija yra minimali tarp visų galimų.

Gautų modelių diagnostikai, statistiniam patikimumo įvertinimui yra pasitelkiami šie pagrindiniai statistiniai testai:

- Stjudento testas, kuris parodo, ar konkretūs modelių parametrai yra reikšmingi ir kokio stiprumo ryšys yra tarp ekonominių rodiklių [1].

Siekiant atsakyti į klausimą, ar tiriami dydžiai yra nekoreliuoti, tikrinama hipotezė:

H_0 : „ $\rho = 0$ “

H_a : „ $\rho \neq 0$ “.

Jei $\alpha=0.05 > Prob.$ *, tai nulinė hipotezė atmetama ir galima daryti išvadą, kad tarp dydžių yra statistiškai reikšmingas ryšys, kurio stiprumas svyruoja nuo labai silpno (artimas 0) iki funkcinio (lygu 1 arba -1).

Siekiant atsakyti į klausimą, ar koeficientas reikšmingas regresijos funkcijai, tikrinama hipotezė:

H_0 : „Koeficientas nereikšmingas“

H_a : „Koeficientas reikšmingas“.

Jei $\alpha=0.05 > Prob.$ *, tai hipotezė apie koeficiento nereikšmingumą regresijos funkcijai yra atmestina. Vadinasi, regresijos koeficientas reikšmingas.

- F kriterijus nustato, ar sudaryti regresiniai modeliai yra tiesiniai [14]. Šiuo atveju tikrinama hipotezė:

H_0 : „Regresija yra netiesinė“

H_a : „Regresija yra tiesinė“.

Jei $\alpha=0.05 > Prob.*$, tai nulinė hipotezė atmetama. Vadinasi, regresinis modelis korektiškai aprašo tiriamąją priklausomybę.

- Paklaidų koreliuotumui tikrinti egzistuoja keletas testų. Vienas iš jų yra *Durbino ir Watsono* (*Durbin-Watson*) DW testas, kuris skirtas regresiniam modeliui:

$$Y_t = \beta_1 + \sum_{j=2}^d \beta_j X_{jt} + \varepsilon_t, \text{ kai } \varepsilon_t = \rho \varepsilon_{t-1} + u_t.$$

DW testas skirtas nulinei hipotezei:

$$H_0 : \rho = 0. \text{ galimos alternatyvos: } H_{a1} : \rho > 0; H_{a2} : \rho < 0; H_{a3} : \rho \neq 0;$$

$$\text{Testinė statistika lygi: } DW = \frac{\sum_{t=2}^n (\hat{\varepsilon}_t - \hat{\varepsilon}_{t-1})^2}{\sum_{t=1}^n \hat{\varepsilon}_t^2},$$

kai $\hat{\varepsilon}_t^2$ yra mažiausių kvadratų regresijos liekanos.

Jei $DW=2$, tai duomenys neprieštaruoja hipotezei. Jei $DW=0$ arba $DW=4$, tai hipotezę atmetama, kaip nepagrįsta.

- Dickey-Fuller testas atsakys į klausimą, ar sudarytų modelių liekanos yra stacionarios [18].

Tikrinama hipotezė:

H_0 : „Paklaidų eilutė turi vienetą šaknį“

H_a : „Paklaidų eilutė neturi vienetą šaknies“.

Jei $\alpha=0.05 > Prob.*$, tai nulinė hipotezė atmetama. Vadinasi, paklaidų eilutė stacionari ir galima sudaryti autoregresijos modelį.

2.2. Spirmeno ranginis koreliacijos koeficientas

Spirmeno koreliacijos koeficientas yra Pirsono koreliacijos koeficiento (21 pav.) neparametrinis analogas. Pirsono koreliacijos koeficientą galima naudoti, kai prielaida apie duomenų normališkumą patenkinama, jeigu ji nepatenkinama, tai reikia naudoti Spirmeno koreliacijos koeficientą. Jis apskaičiuojamas naudojant ne pačius stebėjimus, o jų rangus.

Tarkime, kad stebime tolydžiųjų kintamųjų porą (X, Y) ir turime tokius stebėjimus: $(x_1, y_1), \dots, (x_n, y_n)$. Duomenis suranguojame, ir tarkime, kad R_{xi} yra x_i rangas, o R_{yi} yra y_i rangas.

Po rangavimo duomenis sudaro poros (R_{xi}, R_{yi}) , $i=1, \dots, n$. Spirmeno koreliacijos koeficientas:

$$r_s = \frac{\sum_{i=1}^n (R_{xi} - \bar{R}_x)(R_{yi} - \bar{R}_y)}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (R_{xi} - \bar{R}_x)^2} \sqrt{\sum_{i=1}^n (R_{yi} - \bar{R}_y)^2}}, \quad (1.1)$$

čia $\bar{R}_x$ yra reikšmių $R_{x1}, \dots, R_{xn}$ aritmetinis vidurkis, o $\bar{R}_y$ yra reikšmių $R_{y1}, \dots, R_{yn}$ aritmetinis vidurkis. Iš (1.1) matome, kad Spirmeno koreliacijos koeficientas yra Pirsono koreliacijos koeficientas apskaičiuotas ne pačioms kintamųjų reikšmėms, o jų rangams. Spirmeno koreliacijos koeficientas interpretuojamas taip pat kaip Pirsono koreliacijos koeficientas. Spirmeno koreliacijos koeficiento ženklas parodo neigiamas ar teigiamas ryšys. Teigiamą koreliaciją: kai vieno kintamojo reikšmės didėja, tai ir kito kintamojo reikšmės didėja. Neigiamą koreliaciją: kai vieno kintamojo reikšmės didėja, tai kito kintamojo reikšmės mažėja. Kuo koeficientas absoliučiuoju didumu didesnis, tuo ryšys stipresnis (didesnė koreliacija). Galima naudotis tokiomis taisyklėmis:

- kai koeficiento reikšmė ± 1 , tai ideali koreliacija;
- kai ± 0.8 , tai stipri koreliacija;
- kai ± 0.5 , tai vidutinė koreliacija;
- kai ± 0.2 , tai silpna koreliacija;
- kai 0, tai koreliacijos nėra.

Prieš darant išvadą apie kintamųjų koreliaciją reikia patikrinti, ar koreliaciją statistiškai reikšminga, t.y. reikia patikrinti hipotezę:

$$H_0 : X \text{ ir } Y \text{ nekoreliuoja} \quad (1.1.1.)$$

su alternatyva $H_1 : X \text{ ir } Y \text{ koreliuoja}$. Hipotezė (1.1.1) reiškia, kad koreliacijos koeficientas r_s statistiškai nesiskiria nuo nulio (koreliacija nėra statistiškai reikšminga), alternatyva – koreliacija statistiškai reikšminga, kintamieji priklausomi.

Kriterijaus statistika:

$$T = r_s \sqrt{\frac{n-2}{1-r_s^2}},$$

čia r_s - imties Spirmeno koreliacijos koeficiento reikšmė, apskaičiuota pagal (1.1).

Spirmeno koreliacijos koeficientą galima taikyti imties atsitiktinumui tikrinti. Tuomet duomenis sudaro $(x_1, 1), (x_2, 2), \dots, (x_n, n)$. Imtis $x_1, x_2, \dots, x_n$ atsitiktinė, jeigu priklausomybės nerandame.

2.3. Trendas ir sezoniškumo indeksas

Nors ir pasižymi atsitiktiniais svyravimais laike, daugelis ekonominių rodiklių turi gana akivaizdžią determinuotą komponentę, atspindinčią ilgalaikes raidos tendencijas. Ji vadinama trendo funkcija. Be to, daugeliui ekonominių procesų būdingas sezoniškumo aspektas. Todėl plačiai naudojamas toks bendrasis modelis:

$$X_t = \mu_t + s_t + \xi_t \quad (2.1)$$

$E\xi_t = 0$, čia X_t – stebimas atsitiktinis procesas, μ_t – trendas, t.y. glodi determinuota funkcija, atspindinti X kitimo ilgalaikes tendencijas, s_t – sezoniškumo indeksas, ξ_t – stacionarus procesas, atspindintis atsitiktinius X_t svyravimus.

Sezoniškumo indeksas s_t yra determinuota periodinė funkcija. Jei sezonai kartojasi su periodu T (metai, savaitė ir pan.), tai s_t tenkina šias lygybes:

$$s_{t+T} = s_t, \quad \forall t; \quad (2.2)$$

$$\sum_{k=1}^T s_k = 0. \quad (2.3)$$

Modelis (2.1) vadinamas adityviuoju modeliu. Dažnai pirminio rodiklio X_t raidą adekvačiai aprašo multiplikatyvus modelis

$$X_t = \mu_t \cdot s_t \cdot \xi_t, \quad (2.4)$$

tačiau šiuo atveju s_t apibrėžime sąlyga (2.3) keičiama į

$$\prod_{k=1}^T s_k = 1.$$

Ekonominėje statistikoje dauguma rodiklių turi tik teigiamas reikšmes (kainos, darbo užmokestis, produkcijos apimtis ir pan.). Tuo atveju, jei X_t tenkina (2.4), logaritmuojant galima pereiti prie adityvaus modelio: $\log X_t = \log \mu_t + \log s_t + \log \xi_t$

Pažymėjus $\tilde{X}_t = \log X_t$, $\tilde{\mu}_t = \log \mu_t$, $\tilde{s}_t = \log s_t$, $\tilde{\xi}_t = \log \xi_t$, gaunama, kad jei buvo patenkintas modelis (2.4), tai $\tilde{X}_t = \tilde{\mu}_t + \tilde{s}_t + \tilde{\xi}_t$, kur $\tilde{s}_t$ tenkina (2.2) ir (2.3), o $\tilde{\xi}_t$ – stacionarus procesas. Taigi, turimas adityvus modelis.

2.3.1. Trendo ir sezoniškumo statistinis įvertinimas

Nagrinėjami stebėniai $X_1, \dots, X_n$, kurie tenkina (2.1). Parametrinio trendo atveju ($\mu_t = \mu_t(\theta)$) galime taikyti MKM. Apsiribojama atveju, kai trendas yra tiesinis nežinomų koeficientų atžvilgiu, t.y.

$$\mu_t(\theta) = \theta_0 + \sum_{j=1}^q \theta_j \psi_j(t), \quad (2.5)$$

čia ψ_j – žinomos funkcijos. Tegul $Q_i(t)$, $i = 1, \dots, T$, žymi fiktyvius sezoniškumo kintamuosius, $Q_i(t) = \begin{cases} 1, & \text{jei } t = kT + i, \text{ } k - \text{sveikas skaičius, } 0 < i \leq T \\ 0, & \text{kitais atvejais.} \end{cases}$.

Tada:

$$Q_1(t) + \dots + Q_T(t) = 1, \quad s_t = \sum_{i=1}^T s_i Q_i(t) \quad (2.6)$$

Reikia įvertinti nežinomus parametrus $\theta_0, \dots, \theta_q, \quad s_1, \dots, s_T$. Taikomas MKM:

$$\hat{\theta}, \hat{s}: \sum_{t=1}^n \left[X_t - \mu_t(\theta) - \sum_{i=1}^T s_i Q_i(t) \right]^2 \rightarrow \min, \text{ prie apribojimo: } s_1 + \dots + s_T = 0.$$

Jei pažymėsime $\theta_0 + s_i = b_i$ ir pasinaudosime (2.5) ir (2.6), tai

$$\hat{\theta}, \hat{b}: \sum_{t=1}^n \left[X_t - \theta_1 \psi_1(t) - \dots - \theta_q \psi_q(t) - b_1 Q_1(t) - \dots - b_T Q_T(t) \right]^2 \rightarrow \min$$

Pažymėję:

$$\mathbf{X} = (X_1, \dots, X_n)^T,$$

$$\Psi^T = \begin{pmatrix} \psi_1(1), \dots, \psi_1(n) \\ \text{-----} \\ \psi_q(1), \dots, \psi_q(n) \\ Q_1(1), \dots, Q_1(n) \\ \text{-----} \\ Q_T(1), \dots, Q_T(n) \end{pmatrix},$$

gauname

$$\begin{pmatrix} \hat{\theta}_1 \\ \vdots \\ \hat{\theta}_q \\ \hat{b}_1 \\ \vdots \\ \hat{b}_T \end{pmatrix} = (\Psi^T \Psi)^{-1} \Psi^T X.$$

$$\text{Tada} \quad \hat{\theta}_0 = \frac{\hat{b}_1 + \dots + \hat{b}_T}{T}, \quad \hat{s}_i = \hat{b}_i - \hat{\theta}_0.$$

Galimas ir neparametrinis trendo ir sezoniškumo indekso įvertinimas. Tuo atveju trendas ir sezoniškumo indeksas įvertinami vienas po kito, rekurentiškai vis tikslinant, kol nusistovi įverčiai.

Pažymėkime: $Y_t = X_t - \mu_t$, $Z_t = X_t - s_t$, tada $EY_t = s_t$, $EZ_t = \mu_t$. Pradžioje $\hat{s}_t \equiv 0$.

Randame $\mathbf{Z} = (\hat{Z}_1, \dots, \hat{Z}_n)$, kur $\hat{Z}_t = X_t - \hat{s}_t$. Iš imties $\mathbf{Z}$ neparametriškai įvertiname μ_t .

Populiarūs slenkančio vidurkio įverčiai:

$$\hat{\mu}_t = \sum_j w_j \hat{Z}_{t-j}, \text{ kur } \sum_j w_j = 1.$$

Čia w_j – tam tikri parenkami svoriai. Turint $\hat{\mu}_t$ randamas $\mathbf{Y} = (\hat{Y}_1, \dots, \hat{Y}_n)$, kur $\hat{Y}_t = X_t - \hat{\mu}_t$.

Tada:

$$\hat{s}_j = \sum_{t=1}^n \hat{Y}_t \cdot Q_j(t) / \sum_{t=1}^n Q_j(t), \quad j = 1, \dots, T. \quad (2.7)$$

2.3.2 Hipotezės apie bendrą trendų sutapimą tikrinimas

Tegul turime ρ atsitiktinių procesų

$$X_k(t) = a_k + b_k(t) + \varepsilon_k(t), \quad k = 1, \dots, \rho; \quad t = 1, \dots, n.$$

Tikrinama hipotezė:

$$H_0: a_1 = \dots = a_q = a, \quad b_1 = \dots = b_q = b$$

Mažiausių kvadratų metodu įvertinami koeficientai a_k , b_k ir apskaičiuojama liekanų

kvadratų suma:

$$S_1 = \sum_{k=1}^q \sum_{t=1}^n (X_k(t) - \hat{a}_k - \hat{b}_k t)^2 \quad (2.8)$$

Palyginimui apskaičiuojama liekanų kvadratų suma, kuri gaunama, jei koeficientų poros (a_k , b_k), $k = 1, \dots, q$, laikomos vienodomis ir vertinami tik a ir b :

$$S_0 = \sum_{k=1}^q \sum_{t=1}^n (X_k(t) - a - b t)^2 \quad (2.9)$$

Jei pažymima, kad $\bar{X} = \frac{X_1(t) + \dots + X_q(t)}{q}$, tai $\hat{a}$ ir $\hat{b}$ randami, taikant mažiausių kvadratų

metodą tiesinės regresijos modeliui:

$$\bar{X}(t) = a + bt + \bar{\varepsilon}(t), \quad t = 1, \dots, n \quad (2.10)$$

Jei visos paklaidos $\varepsilon_k(t)$ yra nepriklausomi vienodai pasiskirstę normaliniai atsitiktiniai dydžiai, tai prie teisingos hipotezės H_0 statistika

$$F = \frac{S_0 - S_1}{S_1} \cdot \frac{n - 2q}{2q - 2} \quad (2.11)$$

turi Fišerio skirstinį su parametrais $(2q - 2, n - 2q)$

Hipotezę, apie bendrą augimo greitį, galima patikrinti naudojant fiktyviusius kintamuosius.

2.3.3. Fiktyvieji kintamieji

Praktikoje gana dažna situacija, kai stebėjimus galima sugrupuoti į dvi ar daugiau grupių, ir kiekvieną grupę atitinka kitas modelio parametrų rinkinys. Jei žinoma, kad dalis parametrų turi tas pačias reikšmes visoms grupėms, tai atskirus grupių modelius galima sujungti į vieną modelį, panaudojant fiktyviusius kintamuosius – indiktorines funkcijas, nusakančias stebėjimų priklausomybę vienai ar kitai grupei.

Tegul $\eta(t)$ yra vertinamas rodiklis (regresantas), $y(t) = (y_1(t), \dots, y_k(t))^T$ – regresorių su pastoviais koeficientais vektorius, $z(t) = (z_1(t), \dots, z_p(t))^T$ – regresorių su koeficientais, priklausančiais nuo grupės, vektorius. Tegul turime stebėjimus $\eta(t)$, $y(t)$, $z(t)$, $t \in T$, kur $T = T_1 \cup \dots \cup T_q$ – grupių indeksų visuma.

Galioja modelis

$$\eta(t) = y^T(t)\alpha + z^T(t)\beta(j) + \varepsilon(t), \quad t \in T_j, \quad j = 1, \dots, q. \quad (2.12)$$

Įveskime fiktyviusius kintamuosius

$$Q_j(t) = 1_{\{t \in T_j\}}, \quad j = 1, \dots, q.$$

Tada, pažymėjus

$$\theta = (\alpha_1, \dots, \alpha_k, \beta_1(1), \dots, \beta_p(1), \dots, \beta_1(q), \dots, \beta_p(q))^T,$$

$$x(t) = (y_1(t), \dots, y_k(t), z_1(t)Q_1(t), \dots, z_p(t)Q_1(t), \dots, z_1(t)Q_q(t), \dots, z_p(t)Q_q(t))^T,$$

iš (2.12) gaunama

$$\eta(t) = x^T(t)\theta + \varepsilon(t), \quad t \in T.$$

Taikant MKM, minimizuojama suma.

$$S(\theta) = \sum_{t \in T} (\eta(t) - x^T(t)\theta)^2.$$

Tegul $T = \{t_1, \dots, t_n\}$. Tada

$$\hat{\theta}_{MKM} = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y},$$

$$\text{čia } \mathbf{X} = (x(t_1), \dots, x(t_n))^T, \quad \mathbf{Y} = (\eta(t_1), \dots, \eta(t_n))^T.$$

Pvz.: Tegul t yra metų ketvirčiai, o nagrinėjamas rodiklis pasižymi sezoniškumu, t.y.

$\eta(t) = a(t) + y^T(t)b + \varepsilon(t)$, kur $a(t) = a_i$, jei t atitinka i -tą ketvirtį, $i = 1, \dots, 4$, o $y(t)$ yra regresorių vektorius. Tada $Q_i(t) = 1$, jei t atitinka i -tą ketvirtį ir $Q_i = 0$ priešingu atveju.

Gaunama lygybė

$$\eta(t) = a_1 Q_1(t) + \dots + a_4 Q_4(t) + b_1 y_1(t) + \dots + b_k y_k(t) + \varepsilon(t), \quad t = 1, \dots, n.$$

Taikant MKM, gaunama

$$(\hat{a}_1, \dots, \hat{a}_4, \hat{b}_1, \dots, \hat{b}_k) = (\mathbf{X}^T \mathbf{X})^{-1} \mathbf{X}^T \mathbf{Y},$$

$$\text{čia, } \mathbf{Y} = (\eta(1), \dots, \eta(n))^T, \quad \mathbf{X}^T = \begin{pmatrix} Q_1(1), \dots, Q_1(n) \\ \dots \\ Q_4(1), \dots, Q_4(n) \\ y_1(1), \dots, y_1(n) \\ \dots \\ y_k(1), \dots, y_k(n) \end{pmatrix}.$$

Tegul $t = 1, \dots, n$ atitinka ketvirčius nuo 1996.I iki 1998.IV, t.y. $n = 12$. Tada matricos $\mathbf{X}^T$ pirmos 4 eilutės būtų

100010001000
 010001000100
 001000100010
 000100010001

2.4. ARMA modeliai

2.4.1. AR(p) procesas

Šie modeliai naudojami aprašant stacionarųjį procesą kaip baltojo triukšmo tiesinį filtrą su baigtiniu skaičiumi parametru. ARMA proceso atskirais atvejais yra autoregresijos procesas ir slenkančio vidurkio procesas. Tegul T žymi sveikų skaičių aibę.

Stacionarusis procesas ξ_t vadinamas p eilės autoregresijos procesu (sutrumpintai $AR(p)$), jei jis tenkina lygybę

$$(2.13) \quad \xi_t = \mu + a_1 \xi_{t-1} + \dots + a_p \xi_{t-p} + \varepsilon_t, \quad t \in T, \quad \text{čia } \varepsilon_t \text{ yra baltasis triukšmas.}$$

Pažymėję $P(z) = 1 - a_1 z - \dots - a_p z^p$, lygybę (2.13) galima užrašyti

$$P(L) \bar{\xi}_t = \varepsilon_t, \quad \bar{\xi}_t = \xi_t - E \xi_t.$$

Kiekvienas $AR(p)$ procesas yra apverčiamas procesas, kur apvertimo formulėje yra baigtinis skaičius nenulinių koeficientų, $\alpha_k = -a_k, k = 1, \dots, p$.

2.4.2. MA(q) procesas

Stacionarusis procesas ξ_t vadinamas q eilės slenkančio vidurkio (angl. – moving average) procesu (sutr. $MA(q)$), jei jis tenkina lygybę:

$$(2.14) \quad \xi_t = \mu + \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + b_q \varepsilon_{t-q}, \quad t \in T,$$

čia ε_t yra baltojo triukšmo procesas.

Pažymėję $Q(z) = 1 + b_1 z + \dots + b_q z^q$ gauname $\mu = E \xi_t$

$$\bar{\xi}_t = Q(L) \varepsilon_t$$

MA procesas yra tiesiškai reguliarus procesas, kuris užrašomas kaip tiesinis filtras nuo baltojo triukšmo su baigtiniu skaičiumi nenulinių koeficientų, t.y filtro dažnuminė charakteristika yra trigonometrinis polinomas.

2.4.3. ARMA(p,q) procesas

Stacionarusis procesas ξ_t vadinamas $ARMA(p, q)$ procesu, jei

(2.15) $\xi_t = \mu + a_1\xi_{t-1} + \dots + a_p\xi_{t-p} + \varepsilon_t + b_1\varepsilon_{t-1} + \dots + b_q\varepsilon_{t-q}$, $t \in T$ kur ε_t yra baltojo triukšmo procesas.

Panaudojant įvestus polinomus, $\mu = P(1) \cdot E\xi_t$,

$$P(L)\hat{\xi}_t = Q(L)\varepsilon_t$$

3. Pirminė statistinių duomenų analizė

3.1. Trendų ir sezoniškumų analizė

Makroekonominiai modeliai pasižymi svyravimais laike, tačiau daugelis jų turi akivaizdžią determinuotą komponentę, kuri atvaizduoja raidos tendencijas ir vadinama trendo funkcija. Be to daugeliui makroekonominų modelių ir ekonominių procesų būdingas sezoniškumo faktorius. Ekonominiams procesams apibrėžti dažniausiai naudojamas toks modelis:

$$Y(t) = \mu(t) + s(t) + \varepsilon(t) \text{ , kur} \quad (1)$$

$Y(t)$ – atsitiktinis procesas

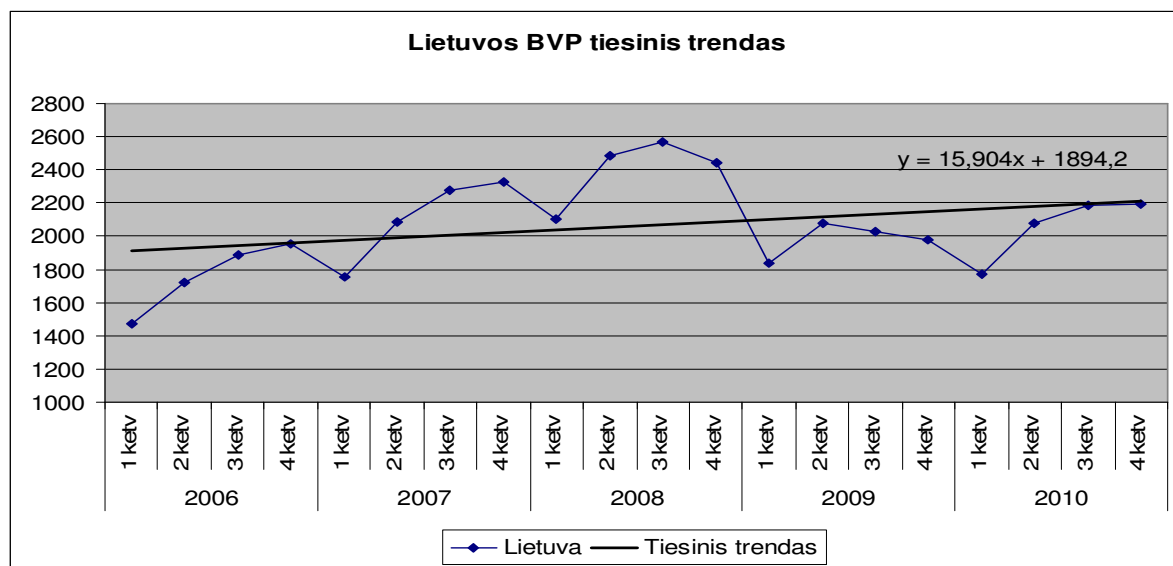
$\mu(t)$ – trendas

$s(t)$ – sezoniškumo indeksas

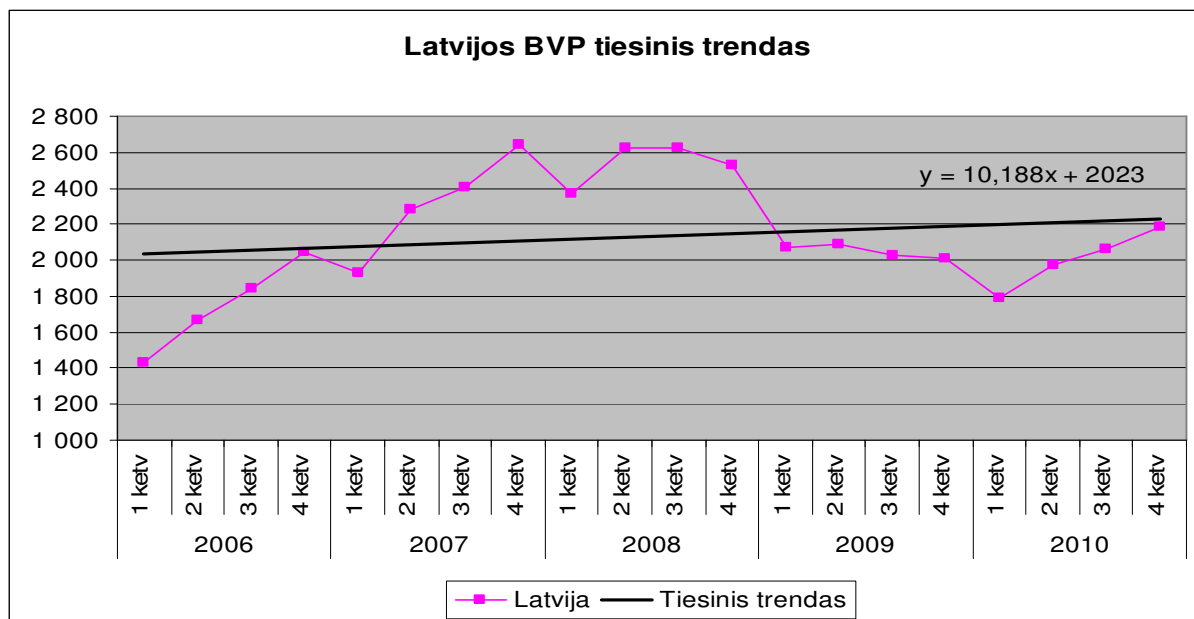
$\varepsilon(t)$ – stacionarus procesas

Taigi, sudarysime pagrindinių Baltijos šalių makroekonominių indikatorių trendų modelius. Analizei atlikti naudojami 2006 – 2010 m. ketvirčių duomenys.

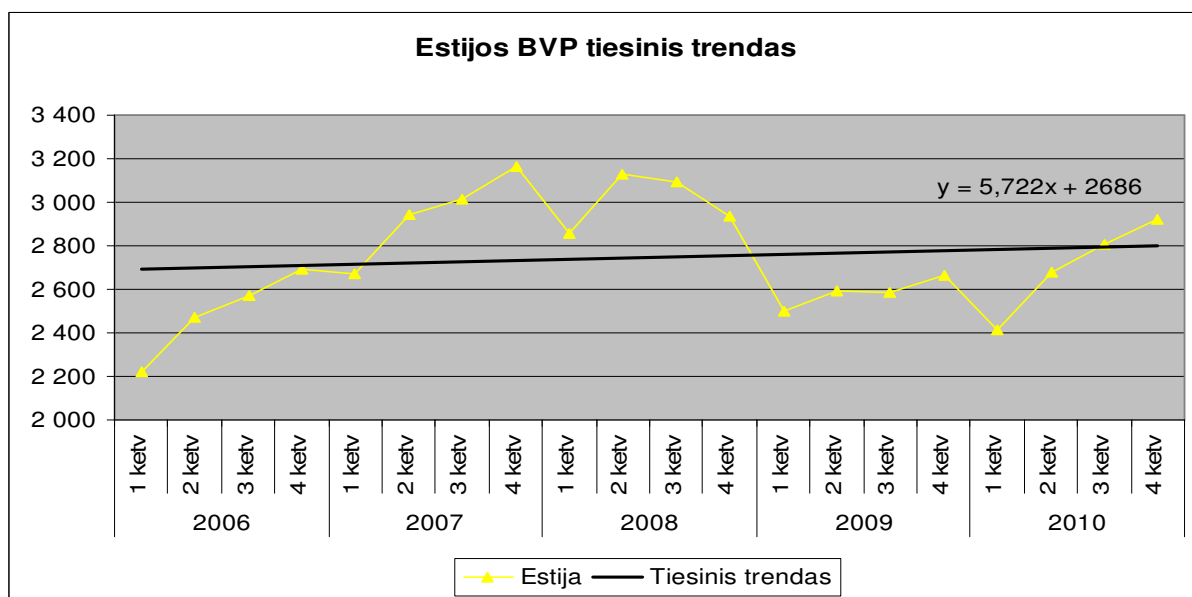
3.1.1. Bendrasis vidaus produktas



11 pav. Lietuvos BVP ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv



11.1 pav. Latvijos BVP ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv



11.2 pav. Estijos BVP ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv

Pasinaudojus formule (1) sudaromi visų trijų Baltijos šalių tiesinių trendų modeliai:

Lietuva: $Y(t) = 15,904 \cdot t + 1894,2 + \varepsilon(t)$

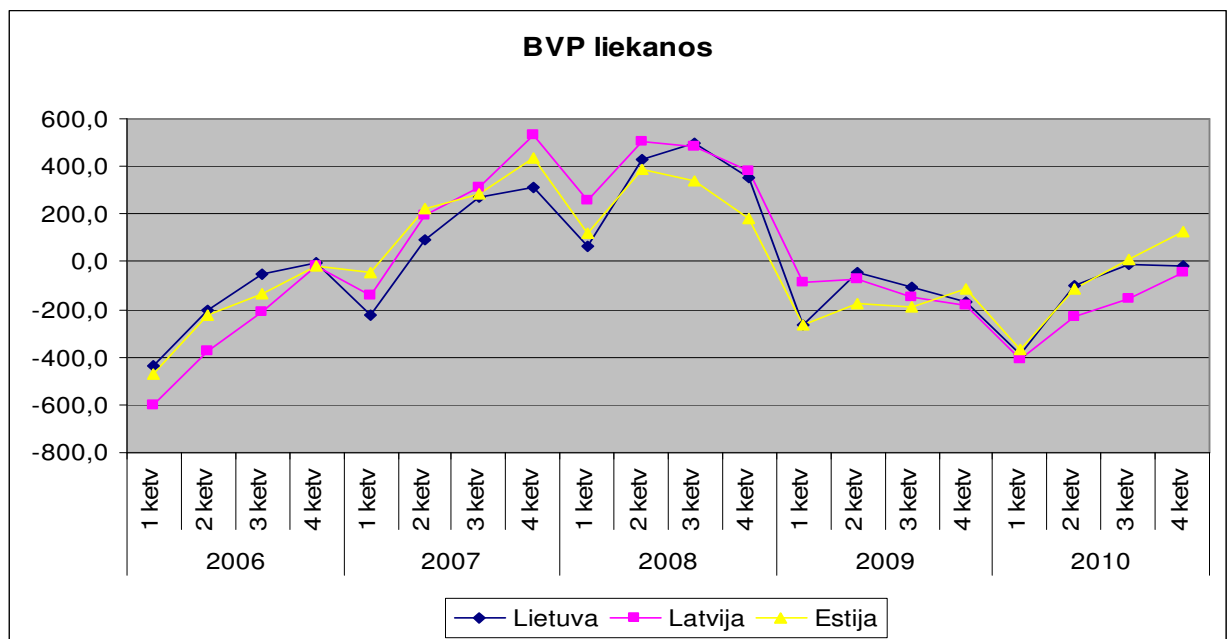
Latvija: $Y(t) = 10,188 \cdot t + 2023 + \varepsilon(t)$

Estija: $Y(t) = 5,722 \cdot t + 2686 + \varepsilon(t)$

Iš gautų modelių galima teigti, jog per nagrinėjamą 2006 – 2010 m. laikotarpį Lietuvos bendrasis vidaus produktas kiekvieną ketvirtį padidėja 15,904 eurų vienam šalies gyventojui, tuo tarpu Latvijos ir Estijos BVP, atitinkamai 10,188 ir 5,722 eurų vienam gyventojui.

Remiantis gautais modeliais gali susidaryti įspūdis, kad Estijos BVP augimas yra lėčiausias tarp Baltijos šalių, tačiau verta pastebėti, jog nagrinėjamas laikotarpis pasižymi dideliais svyravimais, kurie atsirado dėl pasaulinės finansinės krizės. Tai lėmė, kad tiesinis trendas silpnai atvaizduoja duomenų sklaidą. Norint gauti tikslesnius Baltijos šalių duomenų palyginimus būtų tikslinga naudoti kitus, sudėtingesnius modelius – regresinius arba laiko eilučio modelius, kurie bus nagrinėjami kitame skyriuje.

Iš 11 pav., 11.1 pav. Ir 11.2 pav. matyti, kad Lietuvos BVP dydis per visą nagrinėjamą laikotarpį yra mažiausias iš visų Baltijos šalių ir susilygino su Latvijos BVP lygiu tik paskutiniame 2010 m. ketvirtyje. Vertinant Baltijos šalių BVP dinamiką buvo nustatyta, jog nuo 2006 m. pradžios iki 2010 m. pabaigos Lietuvos BVP išaugo 48,8%, Latvijos 52,4%, o Estijos – 31,6%.

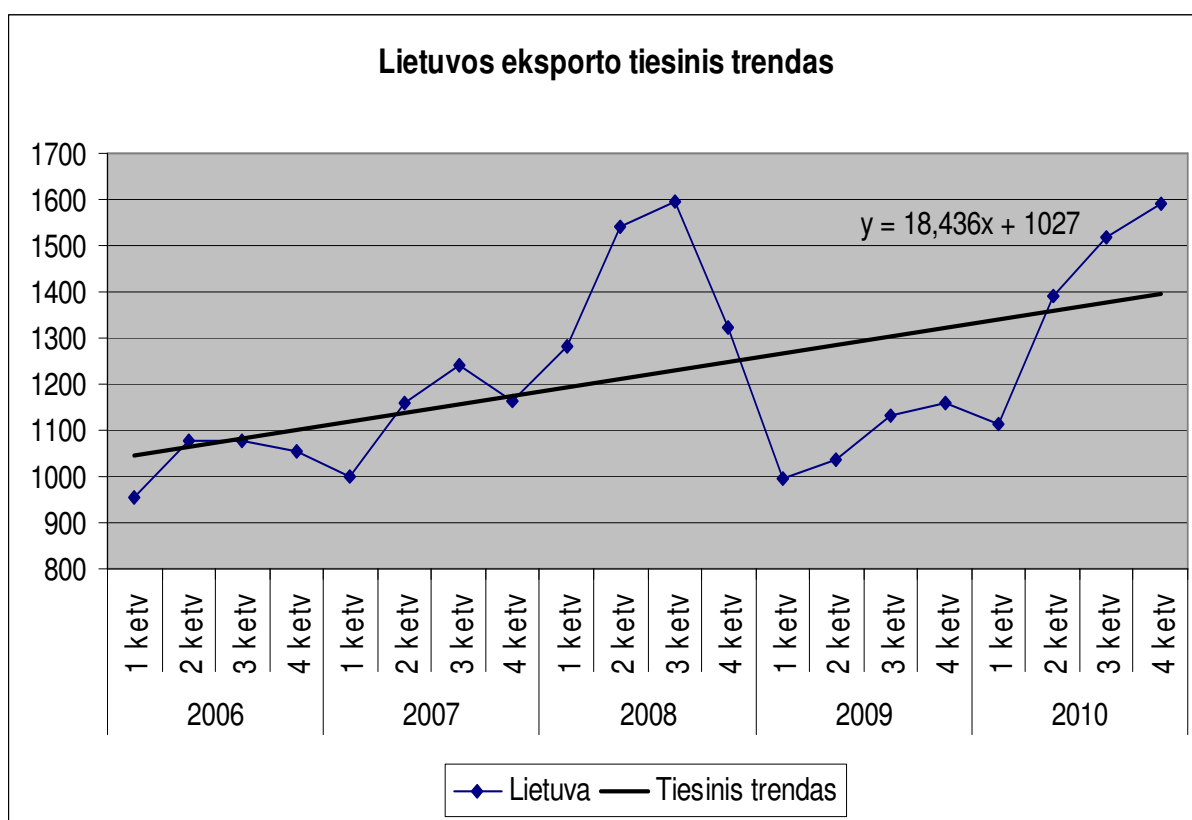


12 pav. Baltijos šalių BVP tiesinio trendo liekanų dinamika

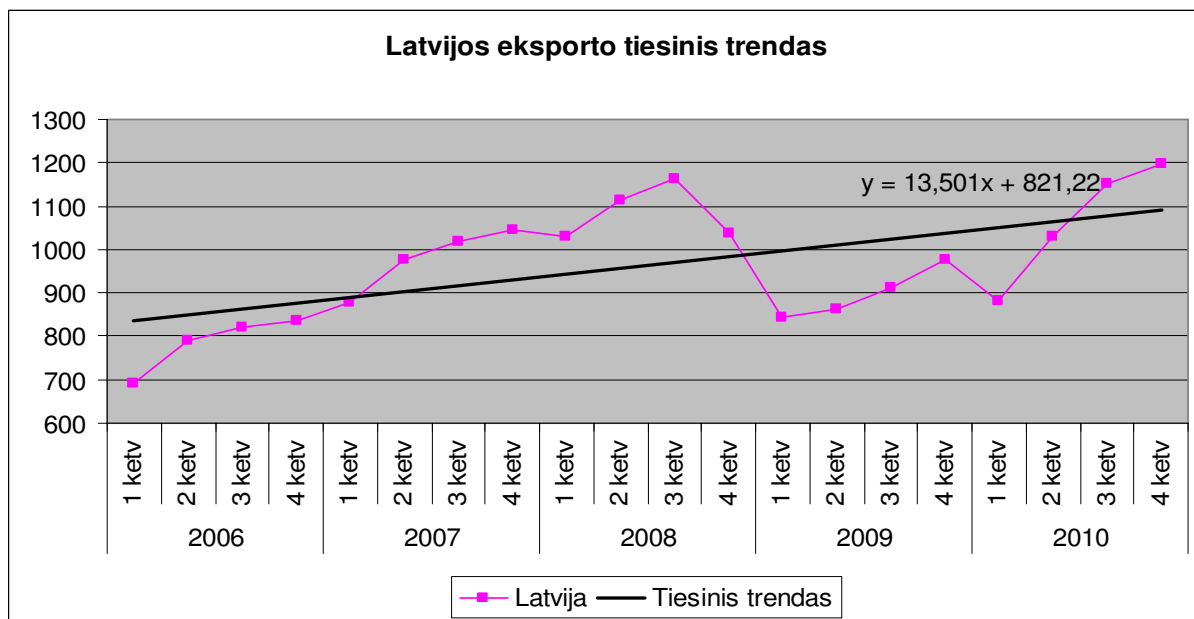
Sudarytame liekanų grafike (12 pav.) matome, jog Baltijos šalių bendrąjį vidaus produktą veikia sezoniškumo faktorius. Visose trijose Baltijos šalyse sezoniškumo įtaka juntama pirmąjį

ketvirtį, kai BVP reikšmė yra mažiausia ir ketvirtąjį ketvirtį, kai BVP reikšmė yra didžiausia. Tačiau dėl pasaulinės finansinės krizės 2008 – 2009 m., sezoniškumo indeksas tais metais yra ne visai tikslus ir kai matome 2008 metais Estijos ir Latvijos BVP turėjo aukščiausią reikšmę antrajame ketvirtyje, o Lietuvos BVP – trečiajame. 2009 m. Latvijos BVP tik smuko, tuo tarpu Lietuva aukščiausią BVP reikšmę vėl turėjo antrajame metų ketvirtyje, o Estija – ketvirtajame.

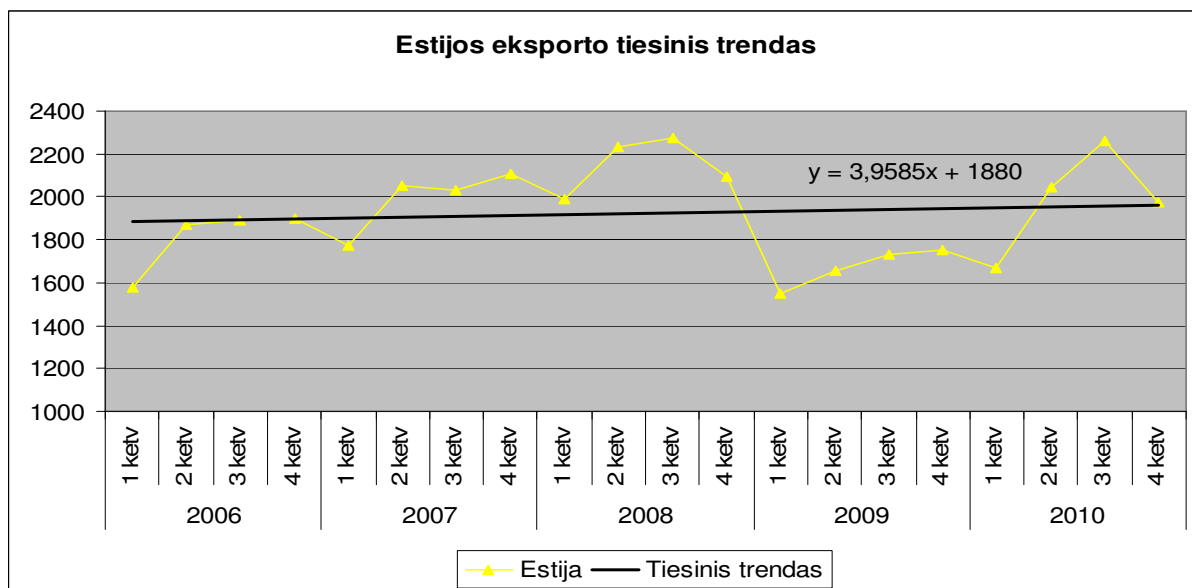
3.1.2. Eksportas



13 pav. Lietuvos eksporto ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv



13.1 pav. Latvijos eksporto ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv



13.2 pav. Estijos eksporto ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv

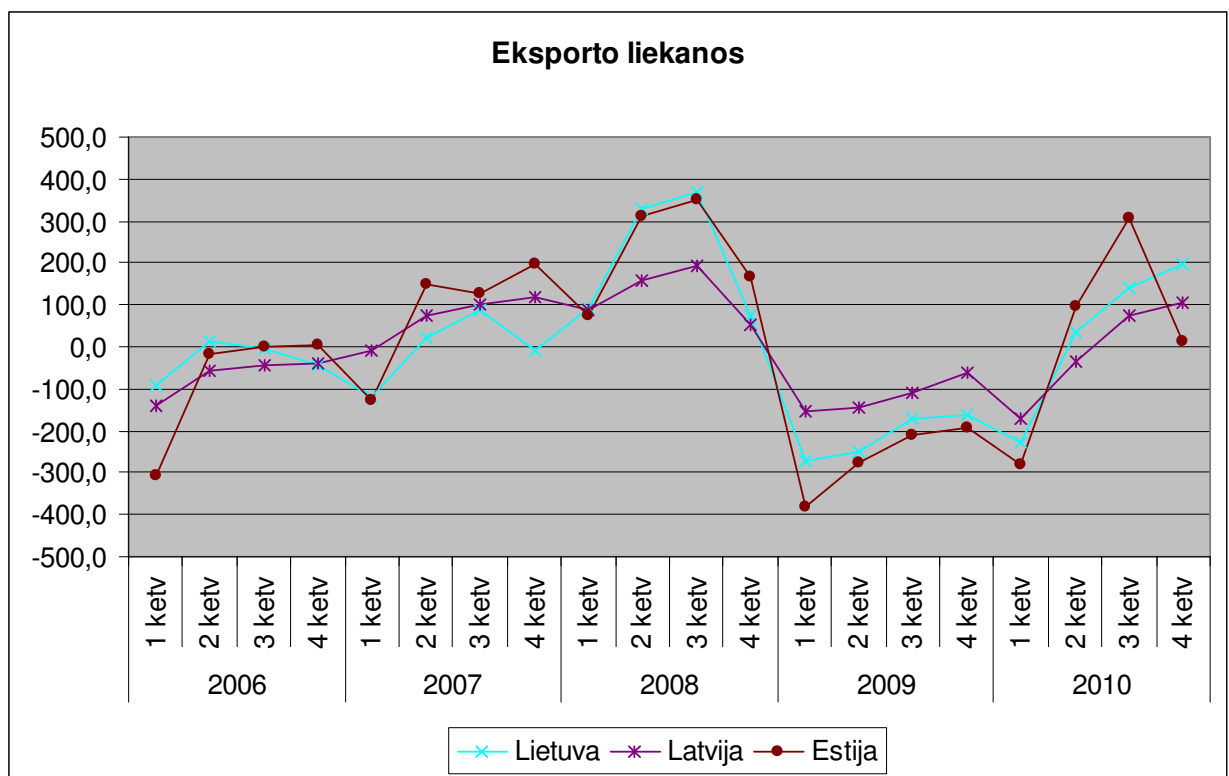
Iš 13 pav., 13.1 pav. ir 13.2 pav. matyti, kad visų Baltijos šalių eksporto dydis auga, bet augimas vyksta skirtingais tempais. Lietuvos ir Latvijos eksporto reikšmės augimo tempai yra labai panašūs, o Estijos augimas yra žymiai lėtesnis, tačiau eksporto dydis kuris tenka vienam Estijos gyventojui yra 1,5 karto didesnis nei Lietuvoje. Gavome tokias tiesinio modelio lygtis:

Lietuva: $Y(t) = 18,436 \cdot t + 1027 + \varepsilon(t)$

Latvija: $Y(t) = 13,501 \cdot t + 821,22 + \varepsilon(t)$

Estija: $Y(t) = 3,9585 \cdot t + 1880 + \varepsilon(t)$

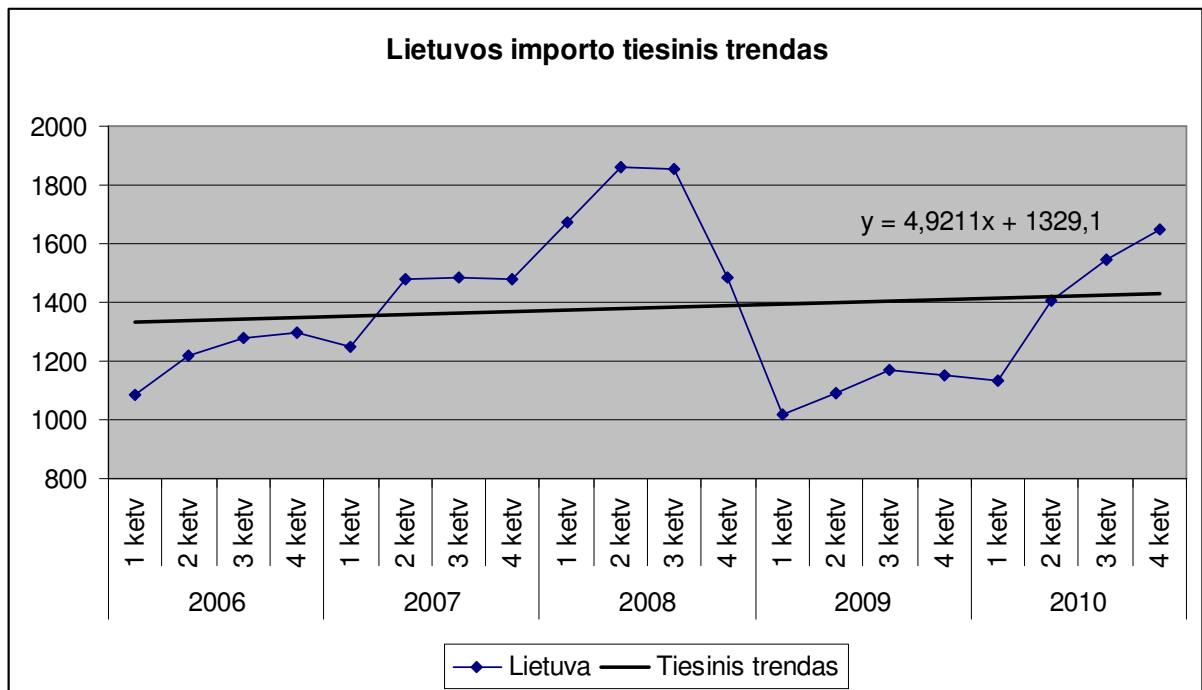
Gautų modelių determinacijos koeficientai yra žemi ($<0,3$), todėl galima teigti, jog gauti modeliai neatvaizduoja realios duomenų sklaidos, todėl buvo atliktas procentinis duomenų palyginimas. Buvo nustatyta, kad nuo 2006 m. pradžios iki 2010 m. pabaigos Lietuvos eksportas išaugo 67%, Latvijos – 72,7%, o Estijos – 25,2%.



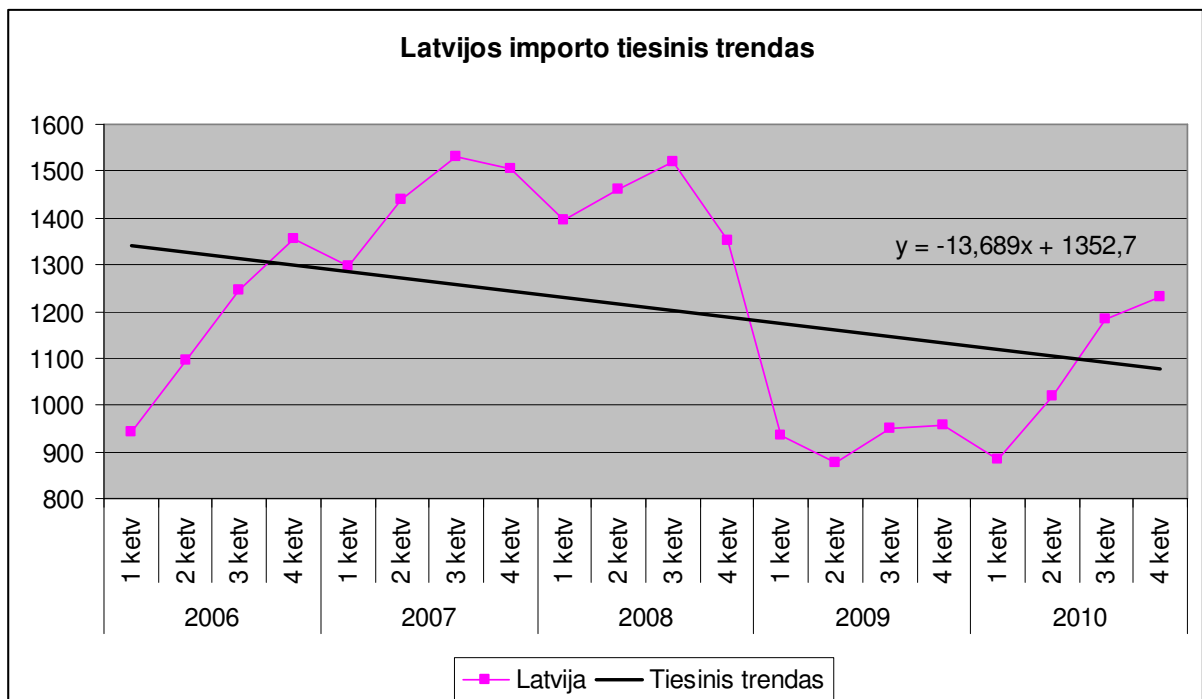
14 pav. Baltijos šalių eksporto tiesinio trendo liekanų dinamika

Nesunku pastebėti, kad eksportą taip pat veikia sezoniškumo faktorius (14 pav.), bet ne visose šalyse. Lietuvoje ir Estijoje ryški sezoniškumo įtaka juntama pirmąjį metų ketvirtį, kai eksporto reikšmė krenta. Tačiau matyti, kad Latvijos eksporto rodiklis neturi akivaizdžios sezoniškumo įtakos. Lietuvoje eksporto rodiklis labiausiai išauga trečiajame ketvirtyje (išimtis – 2010-ieji m.), o Estijoje – ketvirtajame ketvirtyje (išimtis – 2010-ieji m.).

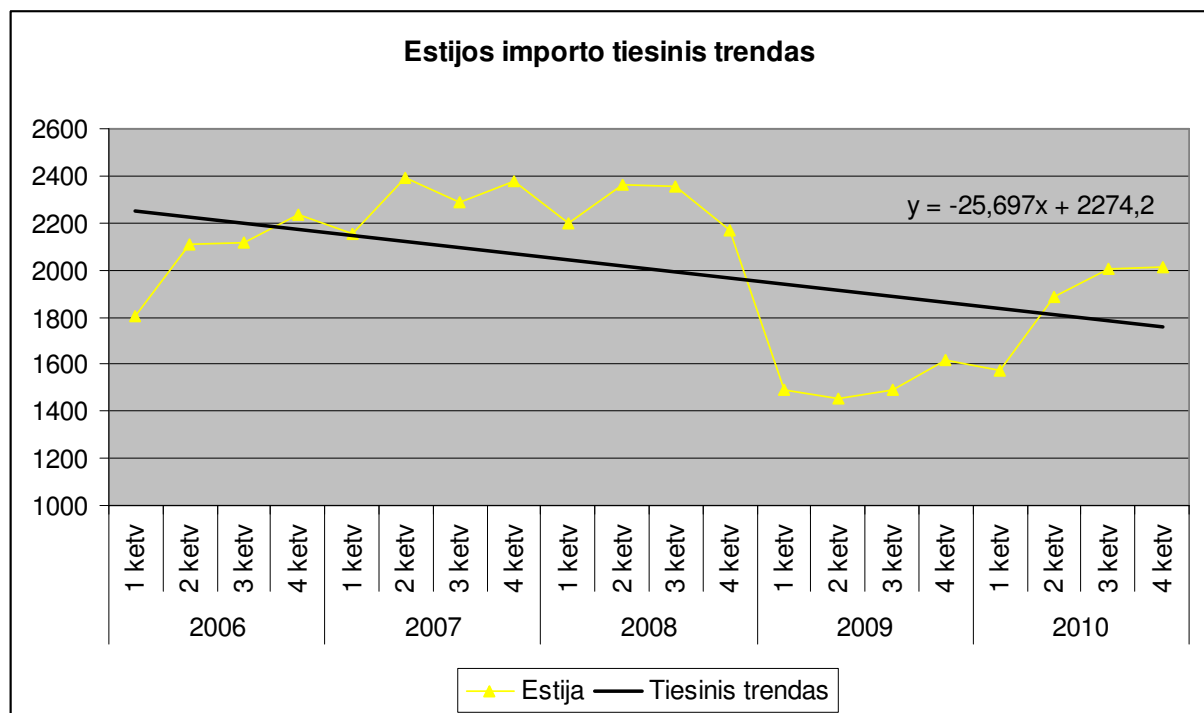
3.1.3. Importas



15 pav. Lietuvos importo ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv



15.1 pav. Latvijas importo ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv



15.2 pav. Estijos importo ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv

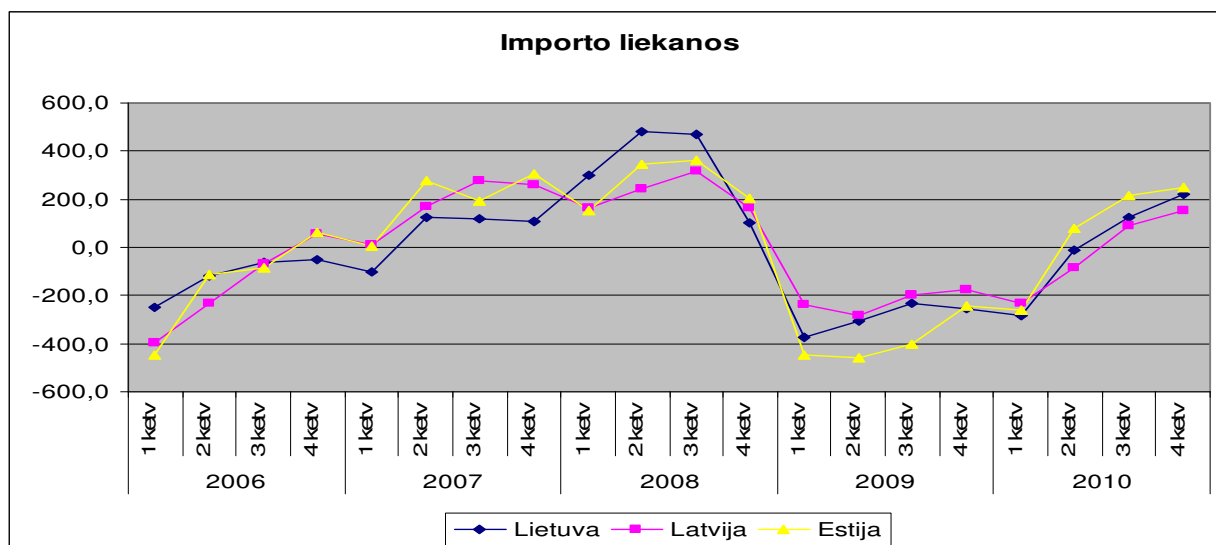
Su Excel programa buvo sudaryti tiesinių trendo modeliai ir rastos jų lygtys:

Lietuva: $Y(t) = 4,9211 \cdot t + 1329,1 + \varepsilon(t)$

Latvija: $Y(t) = -13,689 \cdot t + 1352,7 + \varepsilon(t)$

Estija: $Y(t) = -25,697 \cdot t + 2274,2 + \varepsilon(t)$

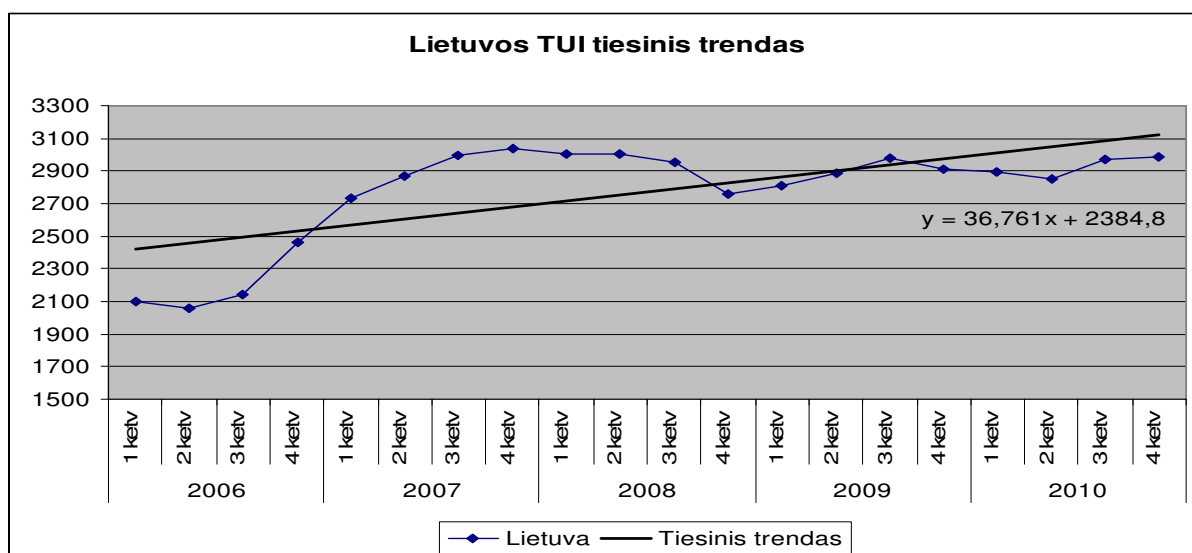
Gauti modeliai turi žemus determinacijos koeficientus ($<0,2$). Esant dideliems duomenų svyravimams, tiesinis trendas prastai atspindi turimų duomenų sklaidą, todėl buvo atliktas procentinis duomenų įvertinimas. Nuo 2006 m. pradžios iki 2010 m. pabaigos Lietuvos importas padidėjo 51,8%, Latvijos – 30,7% ir Estijos – 11,5%. Nepaisant ženkliai išaugusių Lietuvos ir Latvijos importo dydžių, Estijos importo kiekis, kuris tenka vienam šalies gyventojui, 2010 m. pabaigoje buvo 21,9% didesnis nei Lietuvoje ir 63,2% didesnis nei Latvijoje.



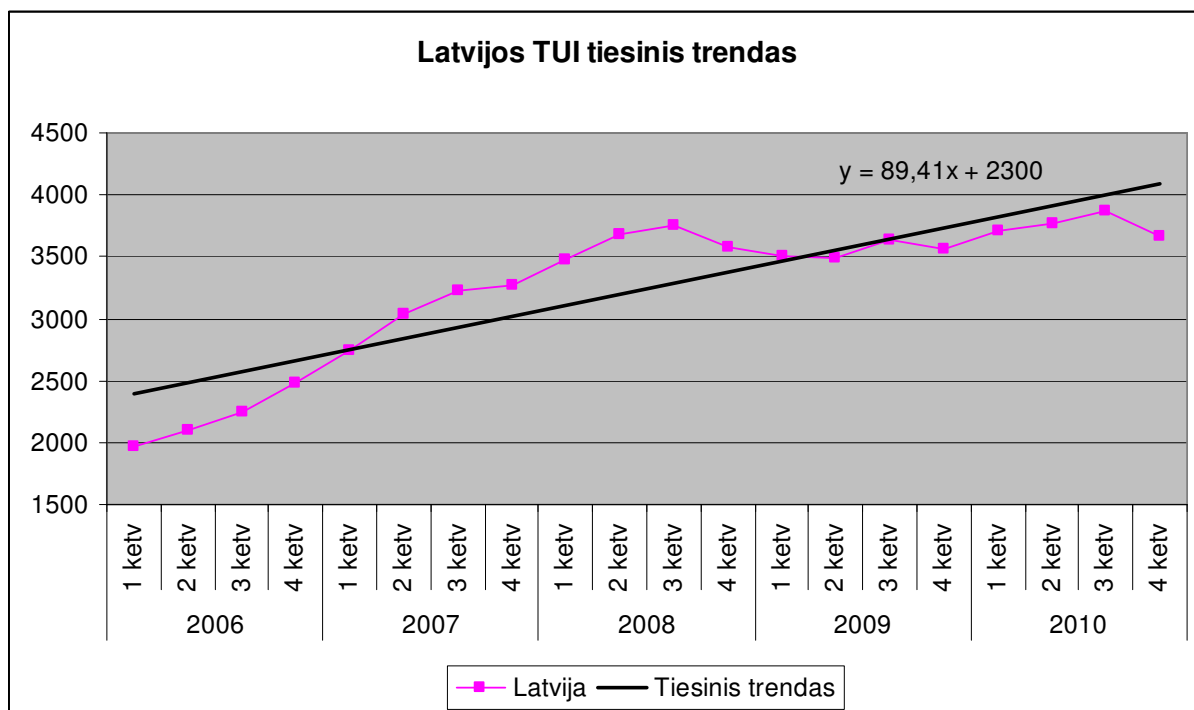
16 pav. Baltijos šalių importo tiesinio trendo liekanų dinamika

Vizualiai matome (16 pav.), kad importo rodiklį veikia sezoniškumas. Visose trijose šalyse jis ypač akivaizdžiai pastebimas pirmajame ketvirtyje, kai importo reikšmė krenta žemyn. Lietuvoje importo rodiklis labiausiai išauga trečiajame metų ketvirtyje, o Estijoje – ketvirtajame. 2010 m. visų Baltijos šalių importo reikšmės aukščiausią rodiklį pasiekė ketvirtajame ketvirtyje.

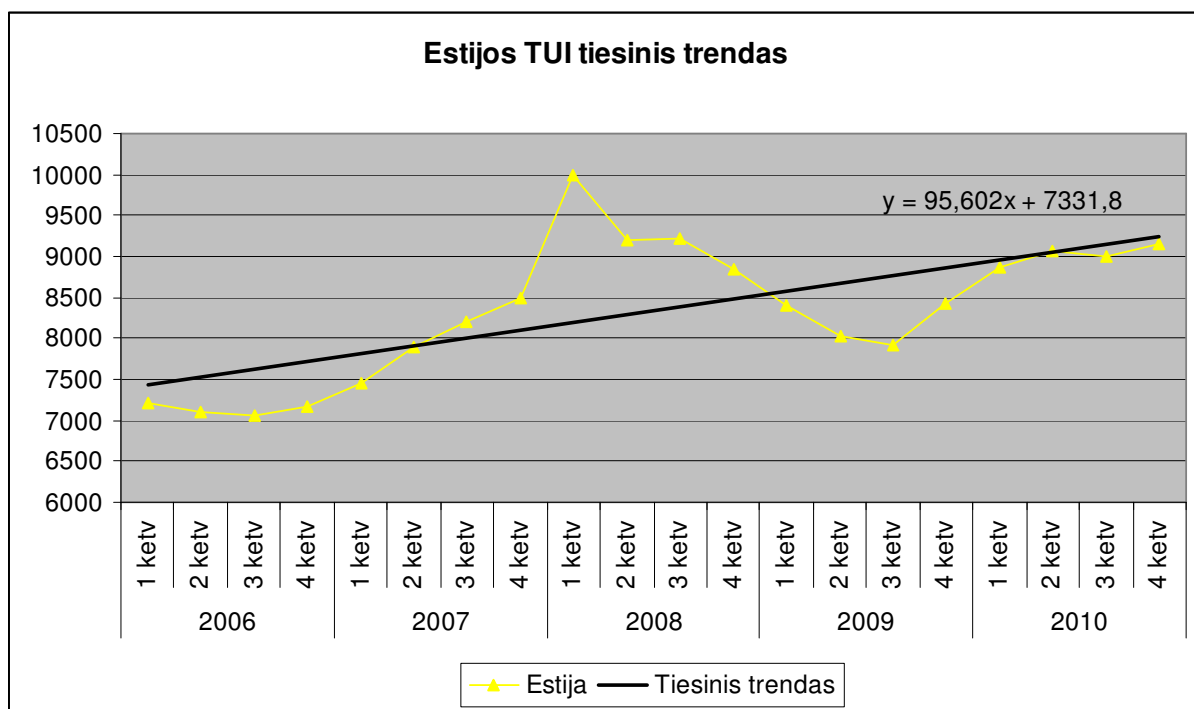
3.1.4. Tiesioginės užsienio investicijos



17 pav. Lietuvos TUI ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 gyv



17.1 pav. Latvijas TUI ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 giv



17.2 pav. Estijas TUI ir jo tiesinio trendo funkcija, eur/1 giv

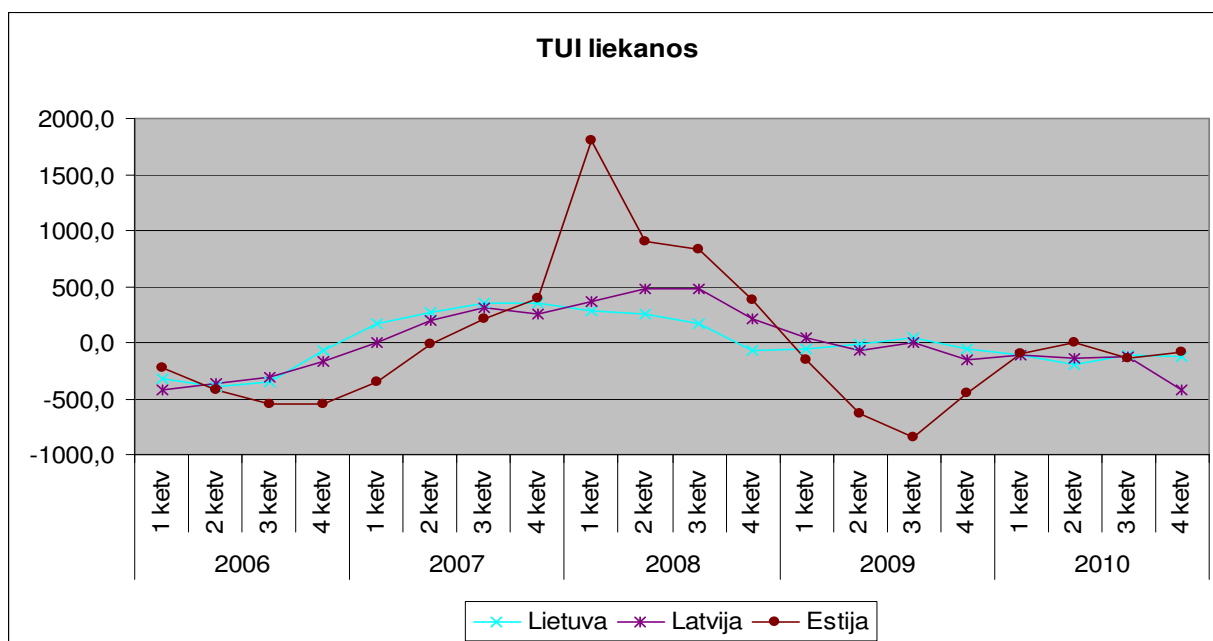
Iš tiesinių trendų grafikų (17 pav., 17.1 pav., 17.2 pav.) matyti, kad tiesioginiu užsienio investicijų dydis tenkantis vienam gyventojui per 2006 – 2010 m. augo visose Baltijos šalyse. Norint įvertinti augimo tempus buvo surastos tiesinių trendo modelių lygtys:

$$\text{Lietuva: } Y(t) = 36,761 * t + 2384,8 + \varepsilon(t)$$

$$\text{Latvija: } Y(t) = 89,41 * t + 2300 + \varepsilon(t)$$

$$\text{Estija: } Y(t) = 95,602 * t + 7331,8 + \varepsilon(t)$$

Taigi, matome, kad Latvijoje ir Estijoje užsienio investicijų dydis auga atitinkamai 89,41 eurų ir 95,602 eurų per ketvirtį vienam gyventojui. Lietuvoje augimo tempas beveik triskart mažesnis ir sudaro 36,761 eurų per ketvirtį. Tačiau svarbu pažymėti, kad nepaisant tiesioginių užsienio investicijų augimo visose Baltijos šalyse, Estijos investicijų dydis triskart didesnis nei Lietuvos tiesioginių užsienio investicijų kiekis.



18 pav. Baltijos šalių tiesioginių užsienio investicijų tiesinio trendo liekanų dinamika

Remiantis liekanų grafiku (18 pav.) galima teigti, kad aiškios sezoniškumo įtakos neegzistuoja, tačiau galima pažymėti, jog Lietuvos ir Latvijos liekanų dinamikos kreivės yra labai panašios, be to nėra didelių svyravimų. Estijos liekanų grafikas parodo didelį ir staigų

investicijų augimą prieš pasaulinę ekonominę krizę – 2008 m. pirmajame ketvirtyje. Taip pat matyti staigus investicijų smukimas 2009 m. trečiajame ketvirtyje.

3.2. Koreliacinė analizė

Koreliacijos analizė plačiai naudojama įvairiems ekonominiams tyrimams atlikti, nes yra vienas paprasčiausių ir patikimiausių būdų, kuris leidžia nustatyti ryšio stiprumą tarp nagrinėjamų rodiklių. Koreliacijos analizė dažnai naudojama sudarant matematinį modelį, nes iš anksto įvertinus ryšį tarp dviejų arba daugiau elementų galima nustatyti kuriuos parametrus verta įtraukti į modelį, o kurie visiškai neįtakoja nagrinėjamą rodiklį.

Šiame skyrelyje buvo analizuojami pagrindiniai Baltijos šalių makroekonominiai indikatoriai, bei nustatytas sąryšio stiprumas tarp nagrinėjamų elementų. Tyrimui atlikti buvo šie rodikliai: BVP, eksporto, importo ir tiesioginių užsienio investicijų (toliau – TUI). Koreliacinę analizę atlikau naudodamas minėtų makroekonominų rodiklių tiesinių modelių liekanas.

Pasinaudojus SAS programos procedūra gauname tokias liekanų koreliacines matricas:

Lietuva

	BVP	eksp	imp	TUI
BVP	1.00000	0.74375	0.82191	0.61604
BVP		0.0002	<.0001	0.0038
eksp	0.74375	1.00000	0.95226	0.26414
eksp			<.0001	0.2604
imp	0.82191	0.95226	1.00000	0.50270
imp		<.0001		0.0239
TUI	0.61604	0.26414	0.50270	1.00000
TUI		0.2604	0.0239	

Taigi, gavome lentelę, kurioje yra vaizduojami koreliacijos koeficientai parodantys ryšio tarp dviejų kintamųjų stiprumą, bei tikrinama hipotezė apie koreliacijos nebuvimą. Nesunku pastebėti, kad tik vienai elementų porai hipotezė apie koreliacijos nebuvimą nėra atmetama su

reikšmingumo lygmeniu 0,05, t.y. galime tvirtinti, jog tarp eksporto ir tiesioginių užsienio investicijų sąryšio neegzistuoja.

Iš gautų rezultatų galime teigti, kad Lietuvoje stipriausias ryšis yra tarp importo ir eksporto (koreliacijos koeficientas 0,95226), o silpniausias tarp importo ir TUI – 0,50270.

Latvija

	BVP	eksp	imp	TUI
BVP	1.00000	0.80551	0.87140	0.87226
BVP		<.0001	<.0001	<.0001
eksp	0.80551	1.00000	0.95022	0.61820
eksp		<.0001	<.0001	0.0037
imp	0.87140	0.95022	1.00000	0.69037
imp		<.0001		0.0008
TUI	0.87226	0.61820	0.69037	1.00000
TUI		0.0037	0.0008	

Gavome Latvijos pagrindinių makroekonominių rodiklių koreliacinę matricą, kurioje matome, kad hipotezė apie koreliacijos nebuvimą yra atmetama visoms rodiklių poroms su reikšmingumo lygmeniu 0,05. Stipriausias ryšys, kaip ir Lietuvoje, egzistuoja tarp importo ir eksporto, jų koreliacijos koeficientas yra 0,95022. Mažiausiai įtakos vienas kitam daro TUI ir eksporto rodikliai, nes koreliacijos koeficientas yra 0,61820.

Estija

	BVP	eksp	imp	TUI
BVP	1.00000	0.83522	0.88432	0.60417
BVP		<.0001	<.0001	0.0048
eksp	0.83522	1.00000	0.93513	0.56137
eksp		<.0001	<.0001	0.0100
imp	0.88432	0.93513	1.00000	0.60688
imp		<.0001		0.0045
TUI	0.60417	0.56137	0.60688	1.00000
TUI		0.0100	0.0045	

Analogiškai atlikę Estijos ekonominių rodiklių koreliacinį tyrimą, gauname, kad visoms rodiklių poroms hipotezė apie koreliacijos nebuvimą su reikšmingumo lygmeniu 0,05. Tačiau ne

visi parametrai koreliuoja vienodai. Kaip ir kitose Baltijos šalyse stipriausią ryšį turi importas ir eksportas – koreliacijos koeficientas 0,93513, o silpniausias ryšys tarp eksporto ir TUI, kur koreliacijos koeficientas lygus 0,56137.

3.3. Prognozavimas trendu ir sezoniniu indeksu

Atliekant įvairius duomenų tyrimus, dažnai galima stebimas reikšmes ar įvykius sugrupuoti į tam tikras grupes, kur kiekvieną grupę atitinka kitas modelio parametrų rinkinys. Jei nustatoma, kad dalis rodiklių turi tas pačias reikšmes visoms grupėms, tada būtų naudinga atskirus grupių modelius apjungti į vieną modelį, panaudojant fiktyvius kintamuosius – indikatorines funkcijas, nusakančias stebėjimų priklausomybę vienai ar kitai grupei.

Dabar įvesime fiktyvius kintamuosius:

$$Q_j(t) = I_{\{t \in T_j\}}, j = 1, \dots, q$$

Sezoniškumo indeksas $s(t)$ yra determinuota periodinė funkcija, kai sezonas kartojasi su periodu T .

Kadangi mes nagrinėjome tiesinius Baltijos pagrindinių makroekonominių rodiklių trendus, tai apžvelgsime atvejį, kai trendas yra tiesinis nežinomų koeficientų atžvilgiu, t.y.:

$$\mu_t(\theta) = \theta_0 + \sum_{j=1}^q \theta_j \psi_j(t), \text{ kur } \psi_j - \text{žinomos funkcijos.}$$

Tegul $Q_j(t)$, $i = 1, K$, T žymi fiktyvius sezoniškumo kintamuosius,

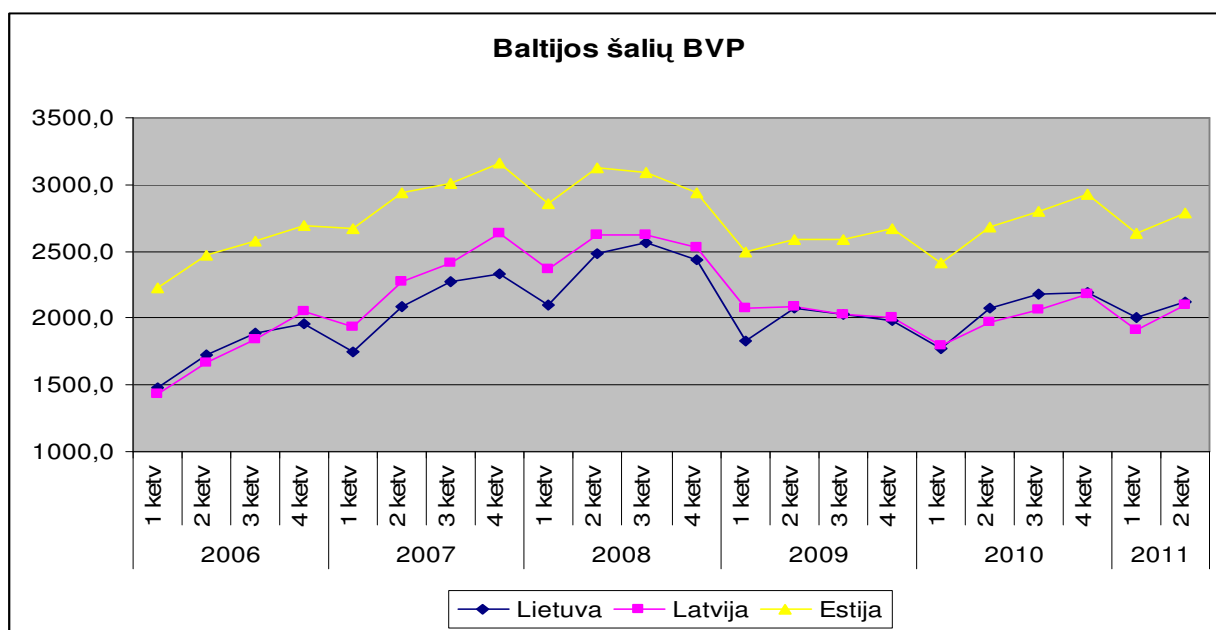
$$Q_j(t) = \begin{cases} 1, & \text{jei } t \text{ iš } j \text{ ketvirčio, tai lygtis lygi 1, jeigu atvirkščiai - 0} \end{cases}$$

Tada:

$$S_j = \sum_{t=1}^n Y_t * Q_j(t) / \sum_{t=1}^n Q_j(t), j = 1, K, T$$

Vieną iš pagrindinių modelių sudarymo tikslų yra prognozavimas. Kadangi sudarant prognozes ilgam laikotarpiui atsirandu didesnės paklaidos, tai sudarysime prognozę tik pirma ir antram 2011 m. ketvirčiams. Pasinaudoję SAS programine įranga, gauname tokius rezultatus:

BVP, eur/1 žm	2011 m. 1 ketvirtis	2011 m. 2 ketvirtis
Lietuva	2008,18	2124,09
Latvija	1916,95	2102,14
Estija	2636,16	2781,89



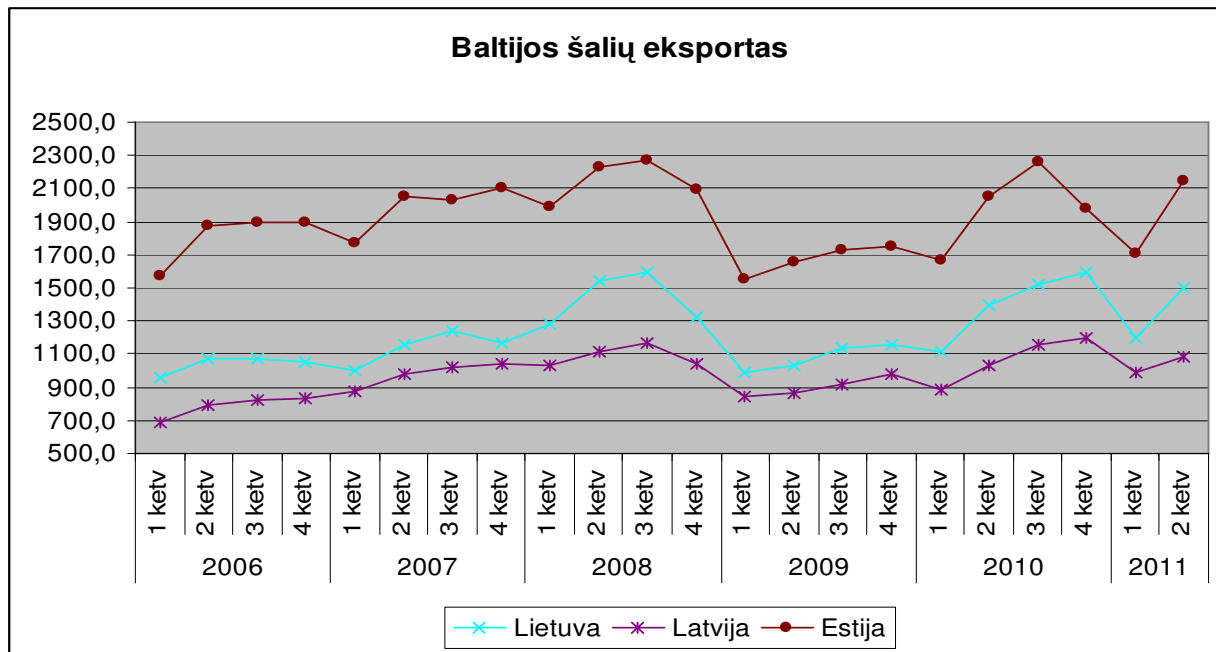
19 pav. Baltijos šalių BVP prognozės 2011-iems metams

Kaip matyti iš 19 pav., 2011 m. antrajame ketvirtyje Latvijos ir Estijos bendrojo produkto augimas bus greitesnis nei Lietuvos. Pirmajame metų ketvirtyje prognozuojamas visų Baltijos

šalių BVP smukimas ir Latvijos BVP reikšmė bus mažiausia. Be to, remiantis prognozėmis, antrajame 2011 m. ketvirtyje Lietuvos ir Latvijos BVP susilygins, o Estijos bendrasis vidaus produktas išliks beveik 25% didesnis nei kitose Baltijos šalyse.

Gavome tokias eksporto reikšmių prognozes:

Eksportas, eur/1 žm	2011 m. 1 ketvirtis	2011 m. 2 ketvirtis
Lietuva	1200,16	1502,59
Latvija	994,74	1078,24
Estija	1708,13	2147,09

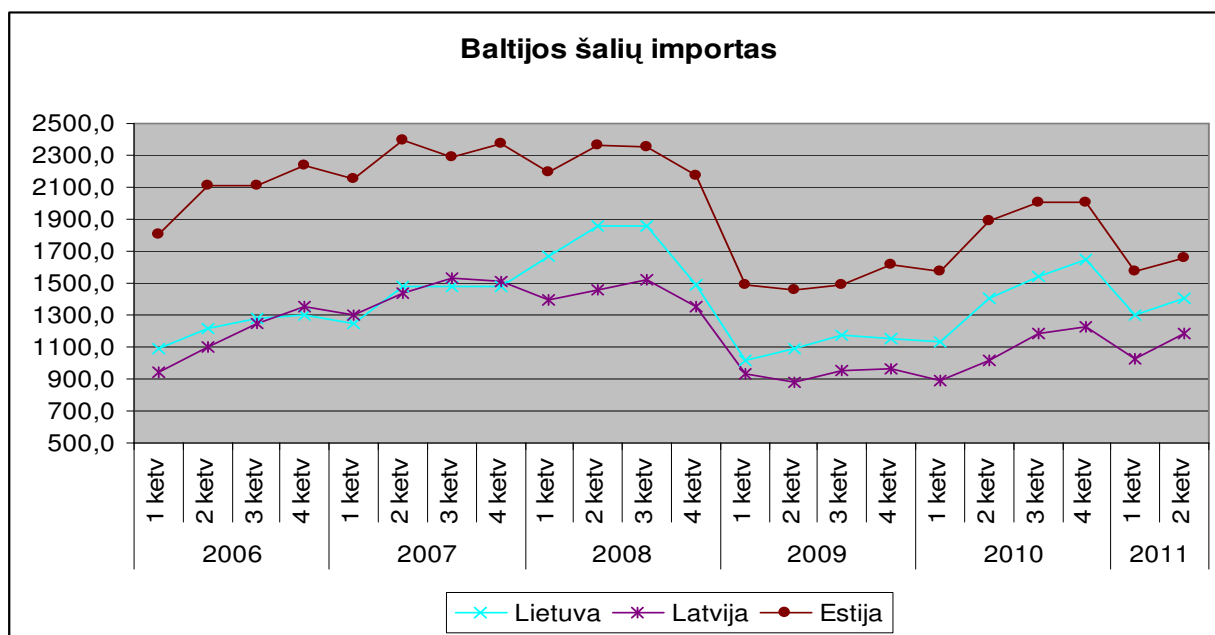


20 pav. Baltijos šalių eksporto prognozės 2011-iems metams

Iš 20 pav. matyti, kad 2011 m. pirmajame ketvirtyje labiausiai nukris Lietuvos eksporto dydis, o antrajame ketvirtyje visų Baltijos šalių laukia eksporto augimas, tačiau ne visur jis augs vienodai. Labiausiai turėtų padidėti Estijos ir Lietuvos eksporto apimtys, tuo tarpu Latvijos eksportas augs nežymiai.

Taip pat gavome importo reikšmių prognozes:

Importas, eur/1 žm	2011 m. 1 ketvirtis	2011 m. 2 ketvirtis
Lietuva	1302,44	1407,36
Latvija	1023	1181,54
Estija	1574,56	1658,87

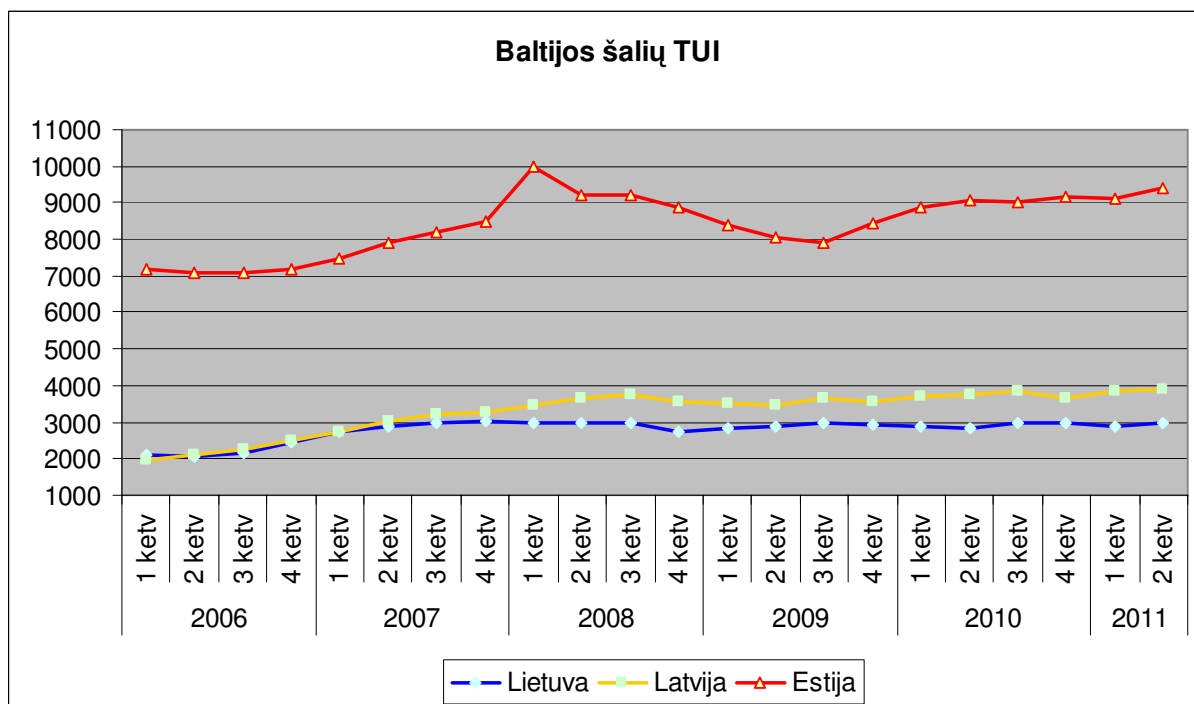


21 pav. Baltijos šalių importo prognozės 2011-iems metams

Iš 21 pav. galima padaryti išvadą, kad pirmajame ketvirtyje Baltijos šalių laukia importo mažėjimas, o antrame – augimas. Reikėtų išskirti Latvija, nes antrajame ketvirtyje jos importas augs sparčiausiai iš visų Baltijos šalių ir pasieks 2010 m. paskutinio ketvirčio lygį.

Su SAS programa gavome tokias tiesioginių užsienio investicijų prognozes:

TUI, eur/1 žm	2011 m. 1 ketvirtis	2011 m. 2 ketvirtis
Lietuva	2902,52	2988,7
Latvija	3841,4	3889,8
Estija	9109,3	9426,3



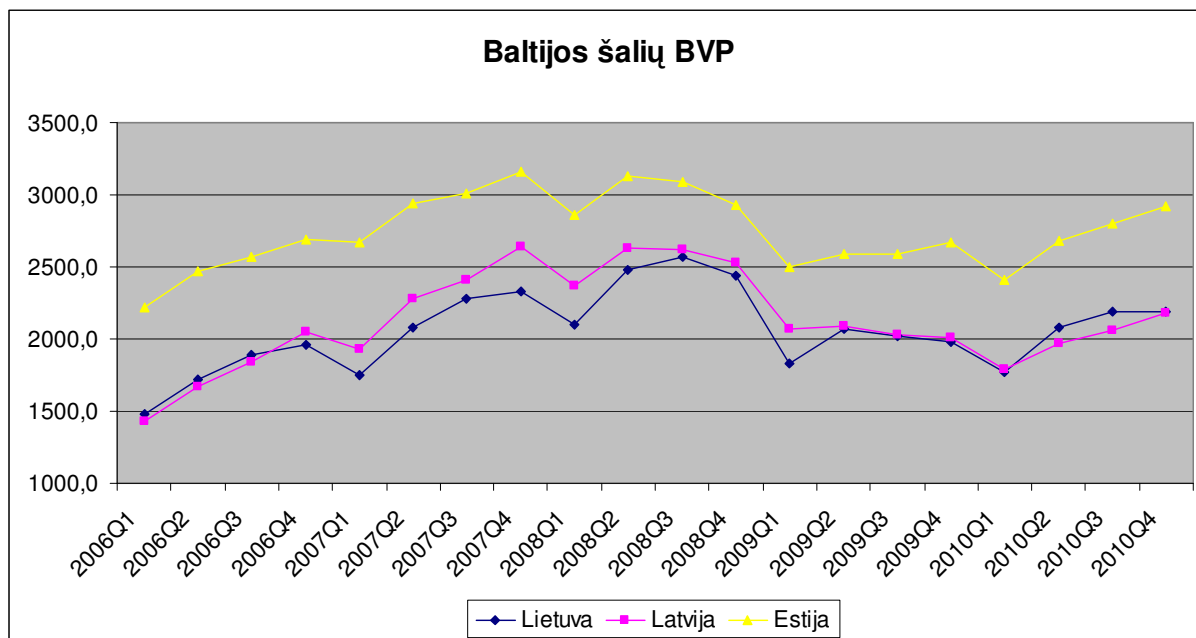
22 pav. Baltijos šalių tiesioginių užsienio investicijų prognozės 2011-iems metams

Remiantis gautu grafiku (22 pav.) galima teigti, kad pirmajame ir antrajame 2011 m. ketvirčiuose Lietuvos ir Latvijos pritrauktų užsienio investicijų dydis beveik nepakis, tuo tarpu Estijoje pastebimas TUI augimas. Kaip jau buvo minėta, Estija pritraukia 3 – 3,5 karto daugiau užsienio investicijų nei Latvija ir Lietuva.

4. Baltijos šalių BVP tyrimas

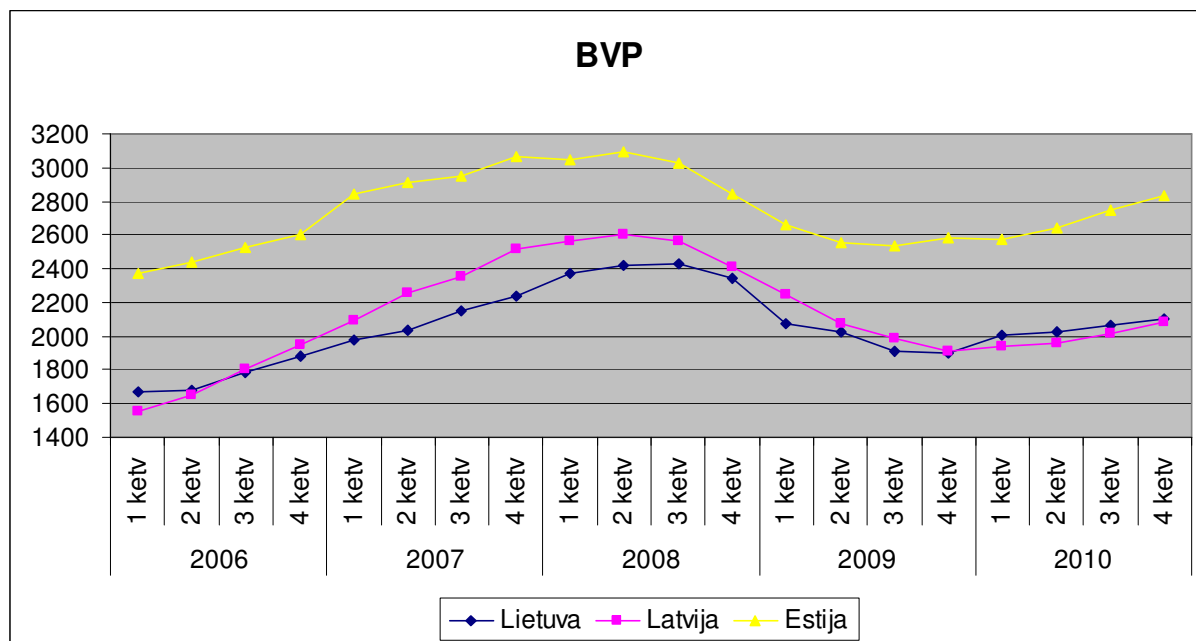
4.1. Baltijos šalių BVP lyginamoji analizė

Viena svarbiausių matematinės analizės dalių yra duomenų trendo nustatymas. Kadangi bendrasis vidaus produktas yra vienas iš pagrindinių ekonominių rodiklių parodančių šalies ekonominę ir finansinę būklę, tai šiame skyrelyje mes analizuosime Lietuvos, Latvijos ir Estijos BVP. Nagrinėsime 2006-2010 m. ketvirčio duomenis ir visų pirma nusibrėžime lentelę kurioje matome Baltijos šalių bendrojo vidaus produkto dinamiką:



23 pav. Baltijos šalių bendrojo vidaus produkto raida, eur

23 pav. parodo BVP kitimą per nagrinėjamą laikotarpį ir yra nesunku pastebėti, jog egzistuoja duomenų sezoniškumas. Kaip matome, periodą sudaro keturi ketvirčiai, be to galime pastebėti, jog mažiausias BVP buna pirmajame metų ketvirtyje, t.y. metų pradžioje. Mes tirsime BVP duomenys panaikindami sezoniškumą eViews programos pagalba. Tada mūsų duomenys atrodys šitaip:



24 pav. Baltijos šalių BVP raida panaikinus sezoniškumo įtaką

Kaip matyti iš 24 pav. per 2006-2010 m. laikotarpį Baltijos šalių BVP svyravimai yra panašūs ir tam buvo objektyvių priežasčių. Galime pastebėti, jog mūsų nagrinėjama penkių metų laikotarpį galima būtų suskirstyti į 3 etapus:

- 2006-2008 m. 2 ketvirtis
- 2008 m. 3 ketvirtis – 2009 m. 2 ketvirtis
- 2009 m. 3 ketvirtis – 2010 m.

Pirmas etapas rodo laipsnišką visų trijų Baltijos šalių BVP augimą, antras etapas, kuris prasidėjo 2008 m. trečiame ketvirtyje galime vadinti finansinės-ekonominės krizės laikotarpiu. Būtina pažymėti, jog 2008 m. prasidėjusi pasaulinė ekonominė krizė palietė daugelį pasaulio valstybių, todėl Baltijos šalys nebuvo išimtis. Trečias etapas kuri mes galime pastebėti prasidėjo 2009 m. trečiame ketvirtyje ir tęsiasi iki šiol – Baltijos šalių ekonomikos atsigavimas. Gali būti jog išvengiamas Baltijos šalių ekonomikos pagerėjimas yra tik laikinas dalykas ir po pimos krizės bangos ateis nauji ekonominiai sunkumai kurių pasekmės Baltijos valstybėms būtų sunkiai prognozuojamos.

Aš nusprendžiau istirti du laikotarpius: prieškrizinį ir pokrizinį, t.y. 2006-2008 m. 2 ketvirtčio ir 2009 m. 3 ketvirčio – 2010 m. duomenis. Tirsime ar Baltijos šalių BVP augo ir smuko skirtingai at vis dėlto egzistuoja tam tikros tendencijos. Visų pirma nusibrėšime grafiką ir pažiūrėsime kaip iki pasaulinės finansinės krizės vystėsi Baltijos šalių BVP ir sudarysime trendus. Ekonominius procesus dažniausiai galime apibrėžti tokiu modeliu:

$$Y(t) = \mu(t) + s(t) + \varepsilon(t) , \text{ kur}$$

$Y(t)$ – atsitiktinis procesas

$\mu(t)$ – trendas

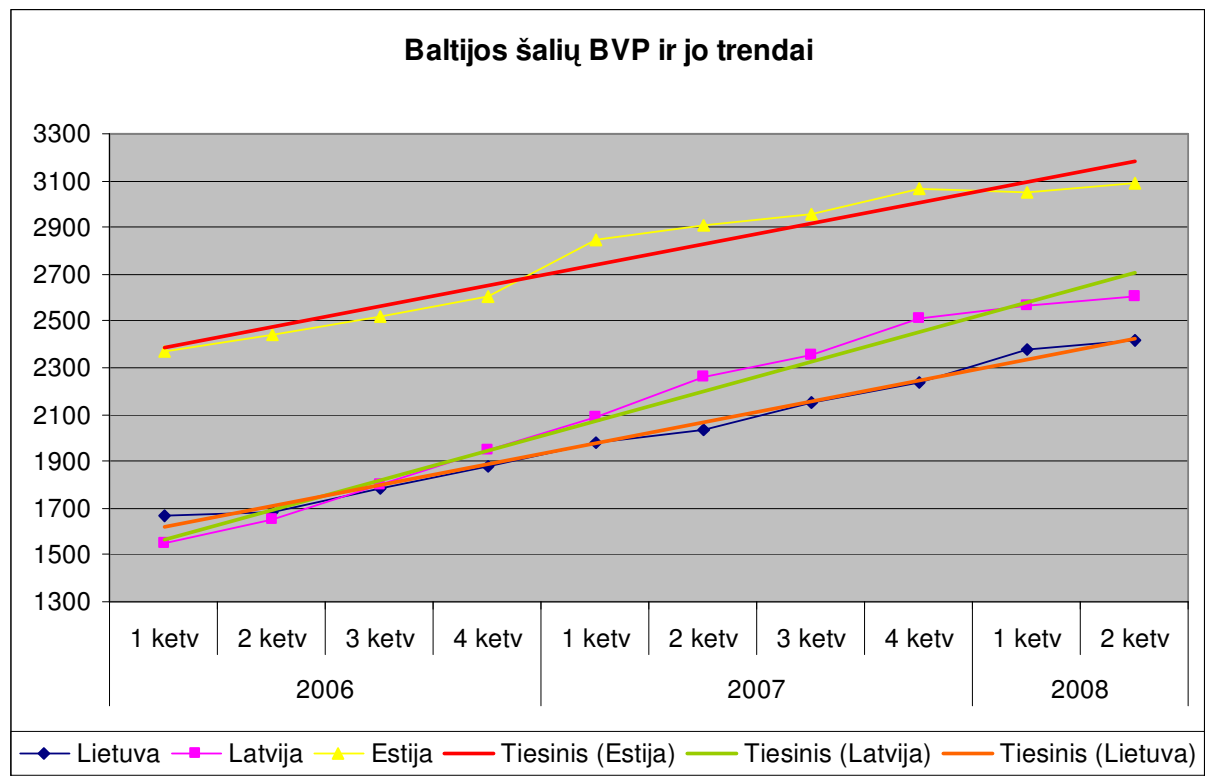
$s(t)$ – sezoniškumo indeksas

$\varepsilon(t)$ – stacionarus procesas

Kadangi mes nagrinėsime duomenis per tiesinį trendą, be to yra panaikintas sezoniškumo faktorius, tai trendo funkciją galime užrašyti šitaip:

$$\mu(t) = a + b(t)$$

Taigi dabar pažiūrėsime kaip atrodys prieškrizinis 2006-2008 m. 2 ketvirtčio laikotarpis Baltijos šalių BVP atžvilgiu.



25 pav. Baltijos šalių BVP ir jo tiesiniai tendrai

25 pav. matome visų trijų Baltijos šalių trendus ir Excel programos pagalba galime užrašyti kiekvienos šalies bendrojo vidaus produkto modelius:

$$\text{Lietuva: } Y(t) = 89,474 \cdot t + 1528,7 + \varepsilon(t) \quad R\text{-kvadrat} = 0,9907$$

$$\text{Latvija: } Y(t) = 126,12 \cdot t + 1441,2 + \varepsilon(t) \quad R\text{-kvadrat} = 0,9845$$

$$\text{Estija: } Y(t) = 88,12 \cdot t + 2300,6 + \varepsilon(t) \quad R\text{-kvadrat} = 0,944$$

Kaip matome geriausiai duomenis aprašo Lietuvos BVP tiesinis trendas, o prasčiausiai – Estijos, tačiau vis vien reikia pastebėti, jog visų trijų Baltijos šalių tendrai labai gerai atspindi BVP duomenų sklaidą. Nesunku pastebėti, kad iki 2008 m. antrame pusmetyje prasidėjusios finansinės krizės Baltijos šalių BVP, o kartu ir šalių ekonomika sparčiai augo. Per nagrinėjama laikotarpį, nei viena iš šalių neturėjo neigiamo pokyčio lyginant su prieš tai buvusių ketvirčių, be to nuo 2006 m. kiekvienos iš Baltijos valstybių bendrasis vidaus produktas vidutiniškai paaugo apie 50%. Tačiau iš visų Baltijos šalių galime išskirti Estiją, kurios BVP rezultatai buvo žymiai geresni nei Lietuvos ir Latvijos. Tai būtų galima paaiškinti geriau išvystyta ekonomika ir Estijos

vyriausybės propaguojamu skandinaviškos ekonomikos modeliu. Tuo tarpu Lietuvos ir Latvijos BVP buvo labai panašus.

Nors iš duomenų grafiko nekyla abejonių, jog Baltijos regiono valstybių BVP sparčiau augo iki pasaulį užklupusios pasaulinės finansinės krizės, kyla klausimas ar vienodais tempais vyko augimas Lietuvoje, Latvijoje ir Estijoje. Todėl patikrinsime hipotezę, kad trendų krypties koeficientai yra vienodi, t.y išskelsime hipotezę, kad:

$$H_0: b_1=b_2=b_3, \text{ kai}$$

$$Y_j = a + b_j t + \varepsilon_j t$$

Pažymėsime, kad $b = b_1$, $\alpha = b_2 - b_1$, $\beta = b_3 - b_1$, tada hipotezę galime suformuluoti šitaip:

$$H_0: \alpha = \beta = 0.$$

Tada mūsų nagrinėjamą modelį galime užrašyti tokiu pavidalu:

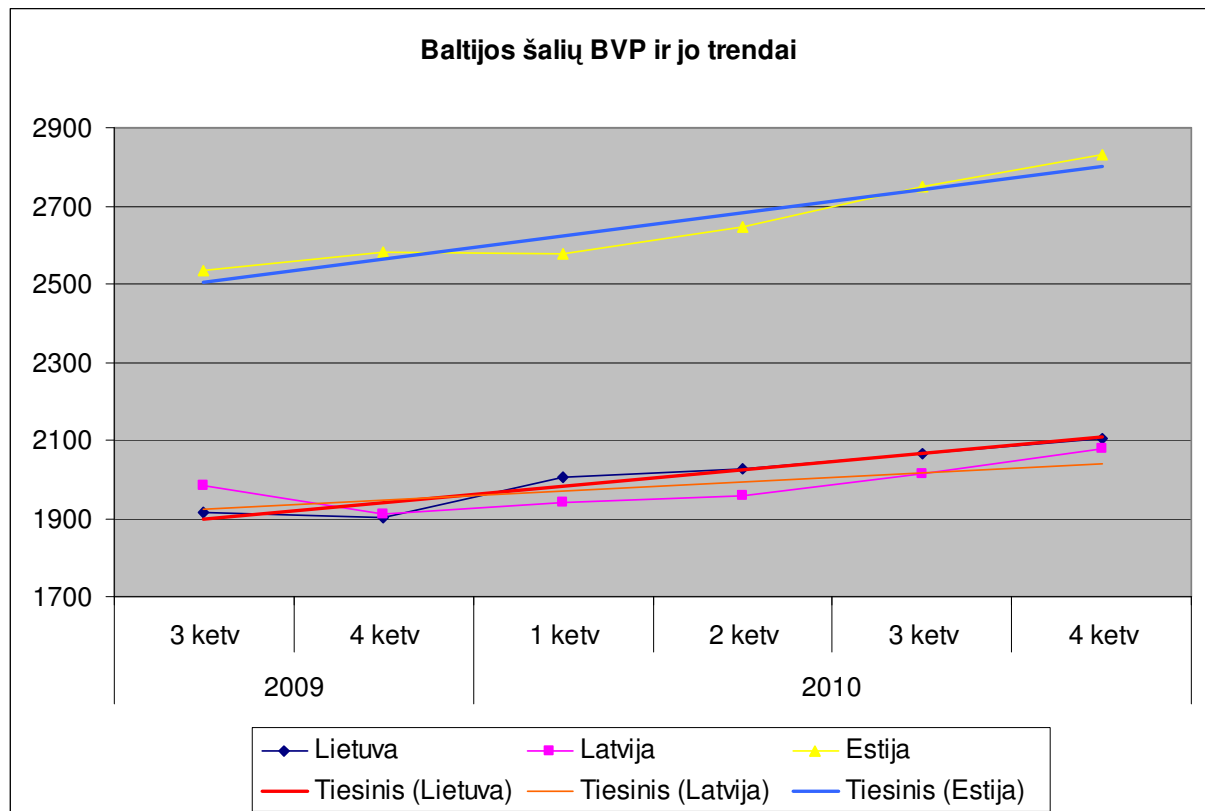
$$Y = a * X_1 + b * X_2 + \alpha * X_3 + \beta * X_4 + E, \text{ kur } E \text{ yra baltas triukšmas}$$

Dabar su SAS programa sudarysime tiesinės regresijos modelį ir patikrinsime ar koeficientai yra reikšmingi. Gauname tokį rezultatą:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	1303.68346	147.95938	8.81	0.0001
Lietuva	Lietuva	1	0.30289	0.08616	3.52	0.0126
Latvija	Latvija	1	0.09926	0.10755	0.92	0.0916
Estija	Estija	1	-0.07142	0.09423	-0.76	0.0772

Taigi gavome, kad visi koeficientai yra reikšmingi, vadinasi mes negalime pašalinti nė vieno iš jų. Darome išvadą, jog Baltijos šalių BVP kiekvienoje Baltijos šalyje auga skirtingai.

Dabar pažiūrėsime kaip vyksta BVP korekciją po pasibaigusios arba beveik pasibaigusios finansinės krizės. Tam mes ištirsime 2009 m. 3 ketvirčio – 2010 m. duomenis. Visų pirma pažiūrėsime kaip atrodo Baltijos šalių BVP grafikai, bei trendai.



26 pav. Baltijos šalių BVP ir jo tiesiniai trendai

26 pav. matome atsigauančios Baltijos šalių BVP duomenų grafikus bei jų trendus. Excel programos pagalba gauname tokius modelius:

$$\text{Lietuva: } Y(t) = 42,455 \cdot t + 1854,3 + \varepsilon(t) \quad R\text{-kvadrat} = 0,9317$$

$$\text{Latvija: } Y(t) = 23,133 \cdot t + 1900 + \varepsilon(t) \quad R\text{-kvadrat} = 0,5207$$

$$\text{Estija: } Y(t) = 58,637 \cdot t + 2447,3 + \varepsilon(t) \quad R\text{-kvadrat} = 0,9139$$

Kaip matome tiesiniai trendai labai gerai aprašo Lietuvos ir Estijos bendrojo vidaus produkto modelius, tuo tarpu Latvijos tiesinis trendas paaiškina tik 52,07% duomenų sklaidos.

Grafikas rodo, jog greičiausiai atsistato Estijos BVP rodiklis, o Latvijos ir Lietuvos BVP yra panašaus lygio. Taip pat vertinant 3 Baltijos šalių BVP atsigavimo tempus galime pastebėti, jog Estijos bendrasis vidaus produktas jau nuo trečio 2009 m. ketvirčio pradėjo augti, tuo tarpu Lietuvos ir Latvijos BVP rodiklių nežymų augimą galima išvelgti tik 2010 m. pradžioje. Be to 2009 m. pabaigoje dar galime pastebėti Latvijos bendrojo vidaus produkto smukimą. Tai galima

paaikškinti protingesne Estijos vyriausybės politiką prieš krizę ir finansinei krizei prasidėjus. Estijos vyriausybių prieš prasidedant ekonominiams sunkumams turėjo sukaupusi žymiai daugiau atsargų, negu kitos Baltijos šalis. Prsidėjus ekonominei krizei, Estija naudojo savo rezervus šalies ekonomikos stabilumui palaikyti, tuo tarpu tiek Lietuva, tiek Latvija tokio „saugiklio“ neturėjo.

Dabar vėl patikrinsime hipotezę apie trendų krypties vienodumą. Tik dabar vertinsime ar vienodai vyksta ekonomikos atsigavimas Baltijos šalyse ar vis dėlto ekonominė situacija kiekvienoje šalyje yra skirtinga.

Iiškeliame hipotezę, kad:

$$H_0: b_1=b_2=b_3, \text{ kai}$$

$$Y_j = a + b_j t + \varepsilon_j t$$

Pažymėsime, kad $b = b_1$, $\alpha = b_2 - b_1$, $\beta = b_3 - b_1$, tada hipotezę galime suformuluoti šitaip:

$$H_0: \alpha = \beta = 0.$$

Tada mūsų nagrinėjamą modelį galime užrašyti tokiu pavidalu:

$$Y = a \cdot X_1 + b \cdot X_2 + \alpha \cdot X_3 + \beta \cdot X_4 + E, \text{ kur } E \text{ yra baltas triukšmas}$$

Dabar SAS programos pagalba sudarysime tiesinės regresijos modelį ir patikrinsime ar koeficientai yra reikšmingi. Gauname tokį rezultatą:

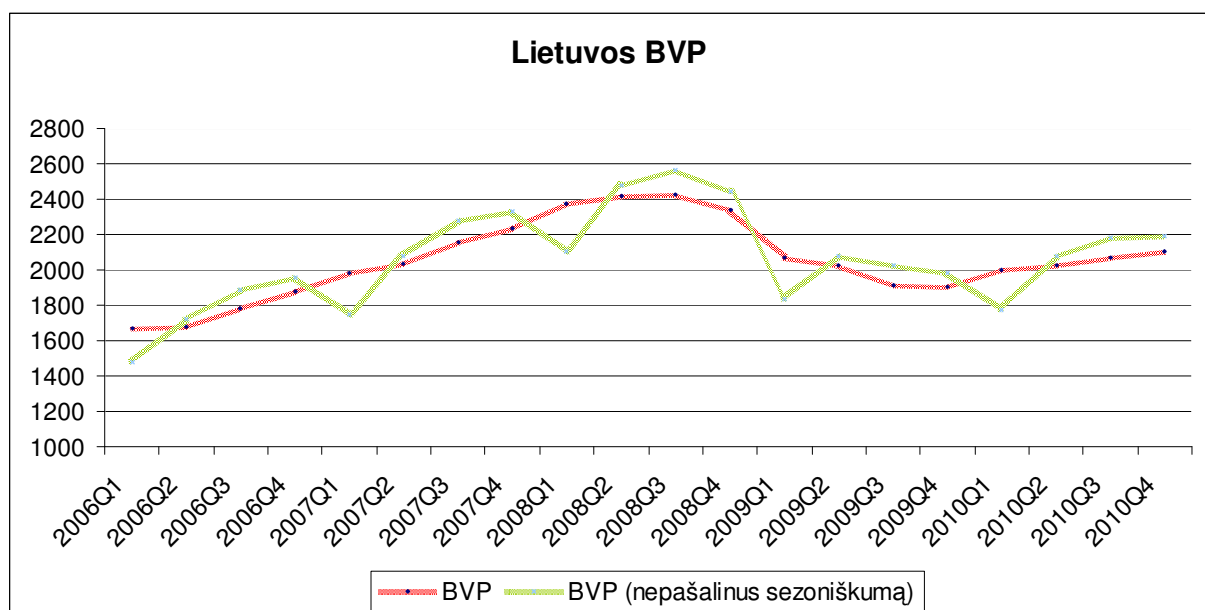
Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	1303.68346	147.95938	8.81	0.0001
Lietuva	Lietuva	1	0.30289	0.08616	3.52	0.0429
Latvija	Latvija	1	0.09926	0.10755	0.92	0.0554
Estija	Estija	1	-0.07142	0.09423	-0.76	0.0064

Kaip matome iš SAS Output gautos lentelės, visi koeficientai yra reikšmingi, vadinasi mes galime jų pašalinti. Taigu galime teigti, kad ir po pasibaigusios finansinės krizės BVP kiekvienoje iš Baltijos šalių auga skirtingai.

4.2. Lietuvos bendrojo vidaus produkto analizė

Šiame skyrelyje atlikau atlikau Lietuvos bendrojo vidaus produkto tyrimą ir nustačiau makroekonominis indikatorius kurie įtakoja BVP rezultatus. Duomenys buvo pateikti ketvirčiais už 2006-2010 m. laikotarpį, todėl iš viso turėjau 20 duomenų laiko eilutę.

Duomenims analizuoti pasirinkau regresinę analizę. Prieš tai yra būtina pašalinti tiriamų duomenų ir naudojamų rodiklių sezoniškumą. Visų pirma nubrėžiau duomenų sklaidos diagramą, kad galėčiau pamatyti BVP dinamiką per nagrinėjamą laikotarpį.



27 pav. Lietuvos BVP duomenų sklaida

Prieš konstruodami tiesinį regresijos modelį, nustatysime kurie kintamieji turi daugiausia įtakos Lietuvos BVP kitimui, tai yra patikrinsime koks yra ryšys tarp bendrojo vidaus produkto ir

kitų mūsų nagrinėjamų ekonominių rodiklių. Norėdami patikrinti koreliaciją tarp kintamųjų pasinaudojame statistinės analizės programą SAS ir gauname tokius rezultatus:

Pearson Correlation Coefficients, N = 20						
Prob > r under H0: Rho=0						
	BVP	eksp	import	TUI	DU	
BVP	1.00000	0.71403	0.79684	0.73884	0.80217	
BVP		0.0004	<.0001	0.0002	<.0001	
eksp	0.71403	1.00000	0.84175	0.54742	0.59642	
eksp	0.0004		<.0001	0.0125	0.0055	
import	0.79684	0.84175	1.00000	0.44429	0.40500	
import	<.0001	<.0001		0.0497	0.0765	
TUI	0.73884	0.54742	0.44429	1.00000	0.83102	
TUI	0.0002	0.0125	0.0497		<.0001	
DU	0.80217	0.59642	0.40500	0.83102	1.00000	
DU	<.0001	0.0055	0.0765	<.0001		

	BVP	VKI	MI	PA	KP	Nedarbas
BVP	1.00000	0.48068	0.62765	0.64513	0.47286	-0.14674
BVP		0.0319	0.0030	0.0021	0.0352	0.5370
VKI	0.48068	1.00000	-0.31861	0.09452	0.98633	0.76266
VKI	0.0319		0.1710	0.6918	<.0001	<.0001
MI	0.62765	-0.31861	1.00000	0.51459	-0.31256	-0.80345
MI	0.0030	0.1710		0.0203	0.1797	<.0001
PA	0.64513	0.09452	0.51459	1.00000	0.05882	-0.20790
PA	0.0021	0.6918	0.0203		0.8054	0.3791
KP	0.47286	0.98633	-0.31256	0.05882	1.00000	0.74743
KP	0.0352	<.0001	0.1797	0.8054		0.0002
Nedarbas	-0.14674	0.76266	-0.80345	-0.20790	0.74743	1.00000
Nedarbas	0.5370	<.0001	<.0001	0.3791	0.0002	

Taigi, gavome lentelę, kurioje yra surašyti koreliacijos koeficientai, parodantys ryšio tarp dviejų kintamųjų stiprumą, bei tikrinama hipotezė apie koreliacijos nebuvimą. Tyrdami BVP sąryšį su kitais kintamaisiais, matome, kad tik vienam elementui – Nedarbas hipotezė apie koreliacijos nebuvimą yra neatmestina. Kitiems kintamiesiems hipotezė apie koreliacijos nebuvimą yra atmestina, tačiau atliekant tiesinę regresinę analizę, į modelį įtrauksime tik tuos

ekonominius indikatorius, kurių koreliacija su Lietuvos BVP yra stipriausia. Taigi į modelį įtraukiame eksportą, importą, tarptautines užsienio investicijas, darbo užmokestį, materialines investicijas bei pinigus apyvartoje.

Būtina pažymėti, jog ne visi elementai vienodai koreliuoja su kintamuoju BVP. Stipriausią teigiamą ryšį matome tarp BVP ir importo, bei tarp BVP ir darbo užmokesčio. Vidutinio stiprumo koreliacija egzistuoja tarp BVP ir vartotojų kainų indekso, bei tarp BVP ir kvazipinigų kiekio.

Regresinei analizei atlikti naudojau SAS paketo procedūrą PROC REG.

```
proc reg data=stat;
var import eksp TUI DU MI PA;
model BVP=import eksp TUI DU MI PA;
plot r.*p.='+';
plot r.*npp.;
run;
```

Taip pat tikrinau ar mūsų modelis yra tinkamas, t.y. tikrinau regresijos tiesiškumą.

H_0 : pasirinktas modelis nėra tinkamas

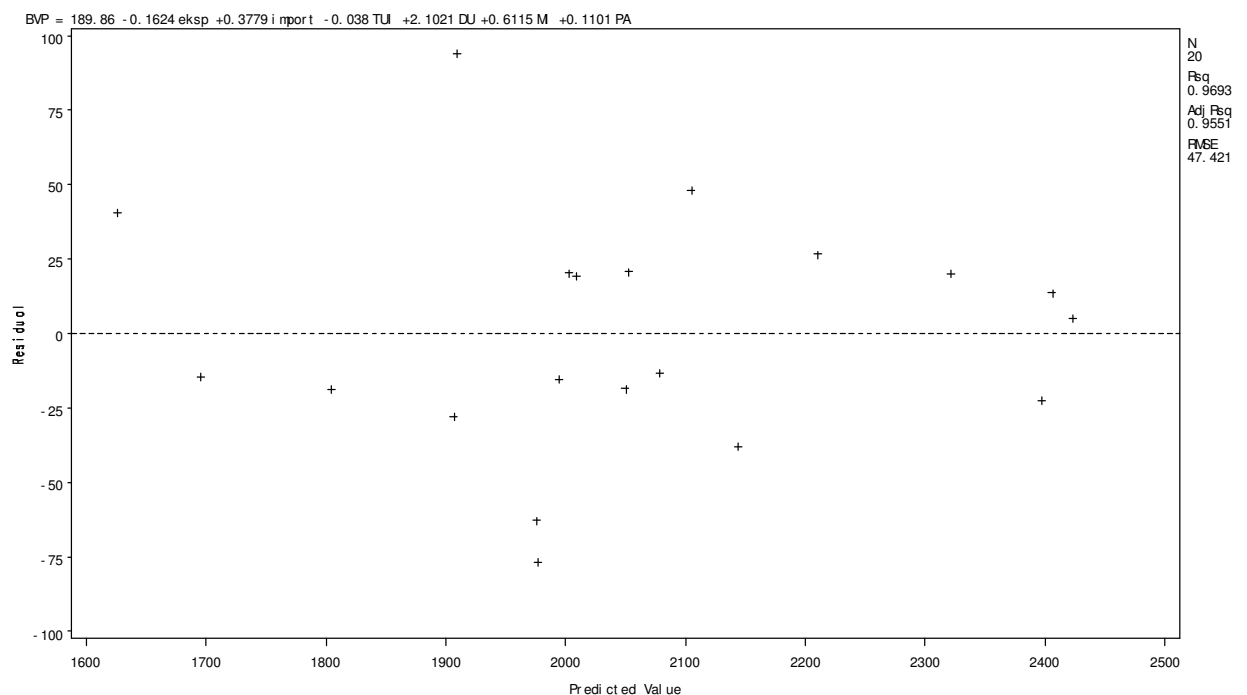
H_1 : pasirinktas modelis yra tinkamas

Programos SAS Output lange gavau tokius rezultatus:

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	6	922008	153668	68.33	<.0001
Error	13	29234	2248.75047		
Corrected Total	19	951242			
Root MSE		47.42099	R-Square	0.9693	
Dependent Mean		2054.61115	Adj R-Sq	0.9551	
Coeff Var		2.30803			

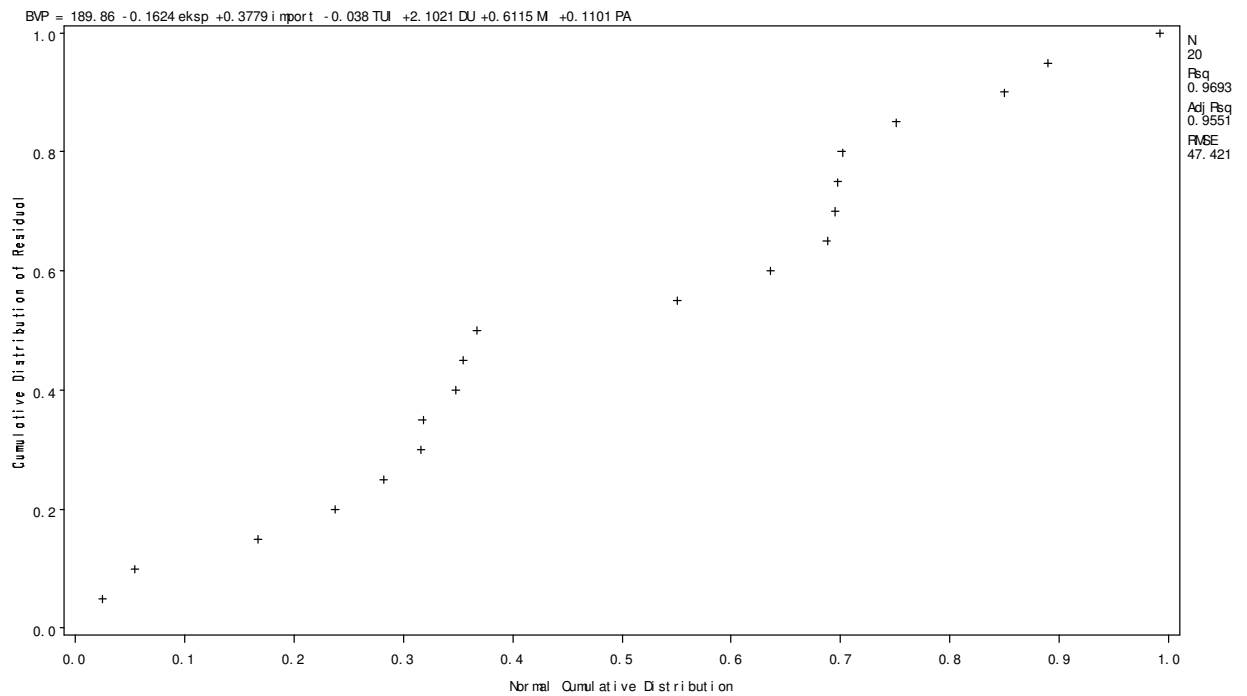
Kaip matome iš gautos lentelės, hipotezė apie pasirinkto modelio netinkamumą yra atmestina su reikšmingumo lygmeniu 0,05, tai galime teigti, kad regresija yra tiesinė. Taip pat gavome, jog determinacijos koeficientas R-square yra lygus 0,9693, o tai parodo, jog net 96% duomenų sklaidos yra paaiškinama gautu modeliu.

Regresijos modelio tinkamumą atspindi ir liekamųjų paklaidų sklaidos grafikas (28 pav.). Nubrėžiau liekamųjų paklaidų sklaidos grafiką, iš kurio matome, kad paklaidos yra išsibarsčiusios apie abscisių ašį, be to nėra labai toli nutolusios nuo jos.



28 pav. Liekamųjų paklaidų grafikas

Taip pat patikrinau kaip atrodo liekamųjų paklaidų normališkumo grafikas (29 pav.). Kaip matome iš žemiau pateikto grafiko, duomenys yra išsidėstę pagal tiesę, todėl galiu sakyti, kad paklaidos turi normalųjį pasiskirstymą.



29 pav. Liekamųjų paklaidų normalumo grafikas

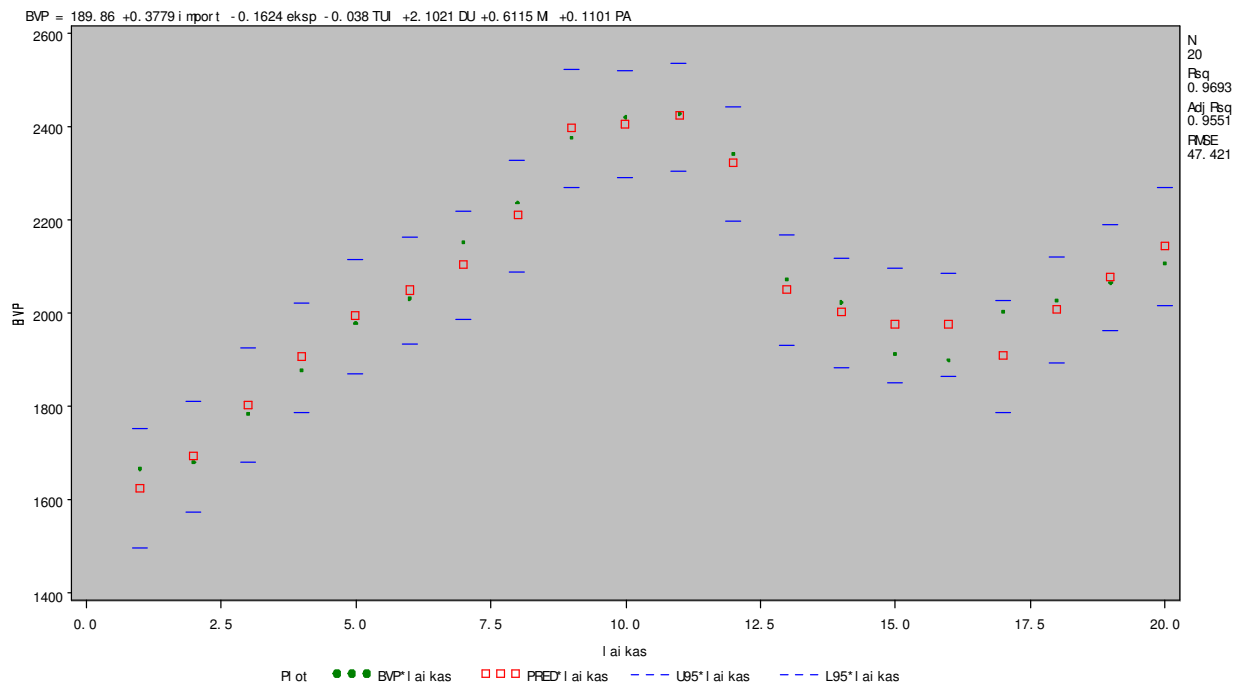
Dabar sudarysime modelio regresijos lygtį pasinaudodami SAS paketo procedūra REG.

Sukompiliavus programą, Output lange gauname:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	189.85889	135.59449	1.40	0.1849
eksp	eksp	1	-0.16238	0.26898	-0.60	0.5564
import	import	1	0.37792	0.26386	1.43	0.1757
TUI	TUI	1	-0.03801	0.08423	-0.45	0.6592
DU	DU	1	2.10212	0.36989	5.68	<.0001
MI	MI	1	0.61152	0.34013	1.80	0.0954
PA	PA	1	0.11006	0.10969	1.00	0.3340

Taigi gavome tokį regresinį modelį:

$$Y(t) = 189,86 - 0,16 * \text{eksp}(t) + 0,38 * \text{import}(t) - 0,04 * \text{TUI}(t) + 2,10 * \text{DU}(t) + 0,61 * \text{MI}(t) + 0,11 * \text{PA}(t)$$



30 pav. Regresijos grafikas

Tačiau tai nėra galutinis regresinis modelis, kadangi reikia patikrinti ar visi įtraukti regresoriai yra statistiškai reikšmingi. Taigi norint gauti korektišką ir paprastesnį regresinį modelį, reikia iškelti hipotezę apie koeficientų reikšmingumą, ir tokiu būdu nustatyti kurie kintamieji yra reikšmingi ir turės įtakos BVP prognozavimui.

H_0 : koeficientas nėra reikšmingas

H_1 koeficientas yra reikšmingas

Taigi matome, kad hipotezę H_0 yra atmetama tik dviems regresoriams – DU (darbo užmokestis) ir MI (materialinės investicijos) su reikšmingumo lygmeniui 0,1. Visi kiti koeficientai yra statistiškai nereikšmingi. Taigi dabar šalinsime po vieną nereikšmingą koeficientą ir tikrinsime kaip keičiasi modelis. Paliksime modelyje visus koeficientus išskyrus regresorių TUI (tarptautinės užsienio investicijos) ir atliksime regresinę analizę.

Su SAS programa, dar kartą atlikome regresinę analizę ir gavome, kad R-Square reikšmė sumažėja labai nežymiai ir lieka beveik tą patį 0,9688. SAS Output langas atrodo šitaip:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	200.64023	129.62136	1.55	0.1440
eksp	eksp	1	-0.14951	0.25974	-0.58	0.5740
import	import	1	0.38381	0.25593	1.50	0.1559
DU	DU	1	1.96686	0.21049	9.34	<.0001
MI	MI	1	0.62302	0.32939	1.89	0.0794
PA	PA	1	0.07816	0.08146	0.96	0.3535

Kaip matome modelis vis tiek nėra pakankamai tikslus, kadangi liko daug nereikšmingų koeficientų, ir mes vieną iš jų pašalinsime, bei dar kartą atliksime regresinės analizės tyrimą. Šįkartą pašalinamas yra koeficientas eksp (eksportas). Gavome tokį rezultatą:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	181.08196	122.26851	1.48	0.1593
import	import	1	0.24573	0.08718	2.82	0.0130
DU	DU	1	1.88715	0.15495	12.18	<.0001
MI	MI	1	0.78963	0.15364	5.14	0.0001
PA	PA	1	0.08662	0.07831	1.11	0.2861

SAS output lange gauname lentelę iš kurios matyti, kad pašalinus eksporto duomenis, atsirado dar vienas reikšmingas koeficientas – import (importas). Be to svarbu pažymėti, jog modelis visai nepablogėjo, R-square lygus 0,9680. Tačiau norint gauti optimalų modelį, reikia kad visi koeficientai kurie sudaro modelį, būtų statistiškai reikšmingi. Todėl pašalinus regresorių PA (pinigai apyvartoje) dar kartą konstruojame modelį ir gauname tokius rezultatus:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	276.39233	87.34235	3.16	0.0060
import	import	1	0.30983	0.06557	4.73	0.0002
DU	DU	1	1.88139	0.15594	12.07	<.0001
MI	MI	1	0.78395	0.15463	5.07	0.0001

Taigi dabar galime teigti, kad visi likę koeficientai yra statistiškai reikšmingi ir galime užrašyti tokią modelio lygtį:

$$Y(t) = 276,39 + 0,31 * \text{import}(t) + 1,88 * \text{DU}(t) + 0,78 * \text{MI}(t)$$

Kaip matome reikšmingi yra laisvasis narys, bei 3 parametrai – importas, darbo užmokestis bei materialinės investicijos, be to liko ir labai aukšta determinacijos koeficiento reikšmė – 0,9654, t.y. daugiau nei 96% duomenų sklaidos yra paaiškinama šituo modeliu. Taigi galime pastebėti, kad pašalinę nereikšmingus parametrus, mes tuo pačiu sustiprinome likusių koeficientų reikšmingumą, bei sudarėme paprastesnį modelį. Bet negalima pamiršti ir apie regresinio modelio prielaidas, kurias yra būtina patikrinti.

Viena iš regresijos modelio prielaidų – paklaidų normališkumas. Iš grafiko galima spręsti apie liekamųjų paklaidų skirstinį. Jei taškai yra išsidėstę maždaug tiesiškai, tai liekamųjų paklaidų skirstinys yra normalusis.

Regresijos liekamųjų paklaidų normališkumą galima patikrinti su Kolmogorovo-Smirnovo kriterijumi.

Tikriname hipotezes: H_0 : liekamųjų paklaidų skirstinys normalusis;

H_1 : liekamųjų paklaidų skirstinys nėra normalusis

Pasinaudojęs procedūra PROC UNIVARIATE gavau tokius rezultatus:

Tests for Normality				
Test	--Statistic--		----p Value-----	
Shapiro-Wilk	W	0.962914	Pr < W	0.6036
Kolmogorov-Smirnov	D	0.123001	Pr > D	>0.1500
Cramer-von Mises	W-Sq	0.059699	Pr > W-Sq	>0.2500
Anderson-Darling	A-Sq	0.375142	Pr > A-Sq	>0.2500

Taigi gavome, kad hipotezė H_0 nėra atmetama, todėl galime teigti, kad liekamųjų paklaidų skirstinys yra normalusis.

Dar patikrinau liekamųjų paklaidų nepriklausomumą su Durbin-Watson kriterijumi. Durbin-Watson testas atliekamas norint patikrinti at egzistuoja paklaidų autokoreliacija. Taigi iškleiau hipotezę:

H_0 : paklaidos nepriklausomos;

H_1 : paklaidos yra priklausomos;

Pasinaudojau SAS programos procedūra PROC AUTOREG ir gavau tokius rezultatus:

```
The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: BVP BVP

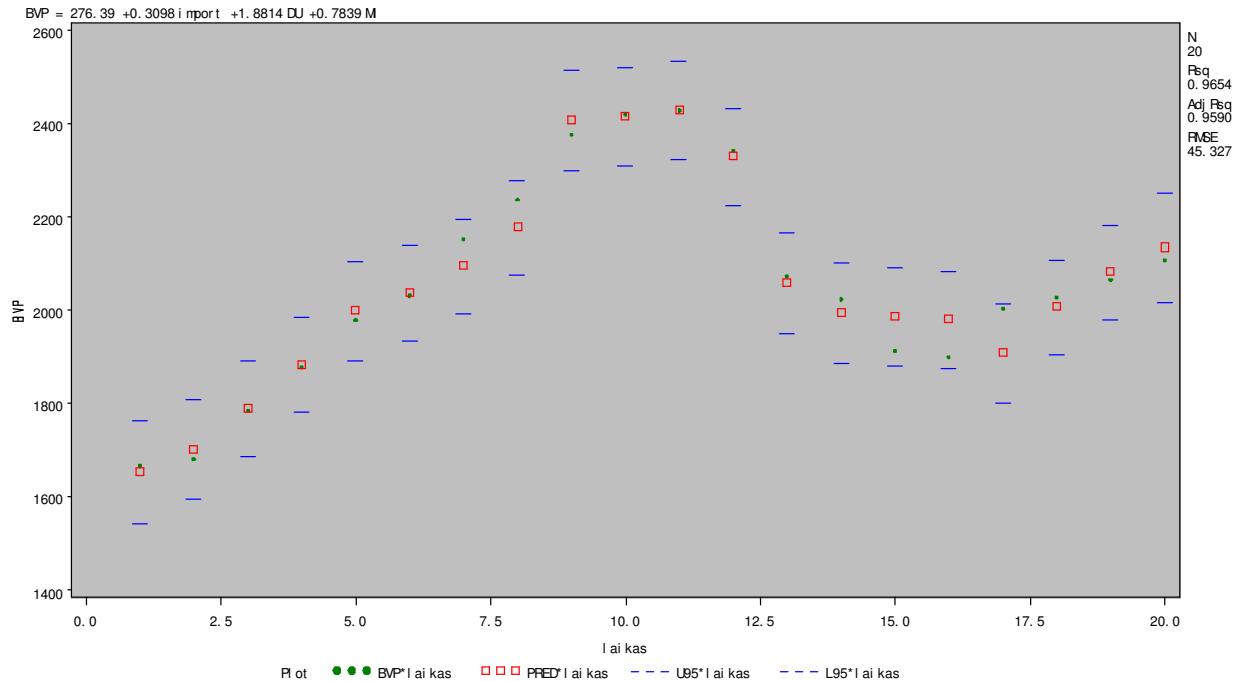
Durbin-Watson D           1.979
Number of Observations    20
1st Order Autocorrelation -0.004
```

```
Durbin-Watson Statistics

Order      DW      Pr < DW      Pr > DW
1          1.9789   0.2070   0.7930
2          2.9810   0.9817   0.0183
3          2.1375   0.6812   0.3188
4          1.3630   0.2270   0.7730
```

NOTE: Pr<DW is the p-value for testing positive autocorrelation, and Pr>DW is the p-value for testing negative autocorrelation.

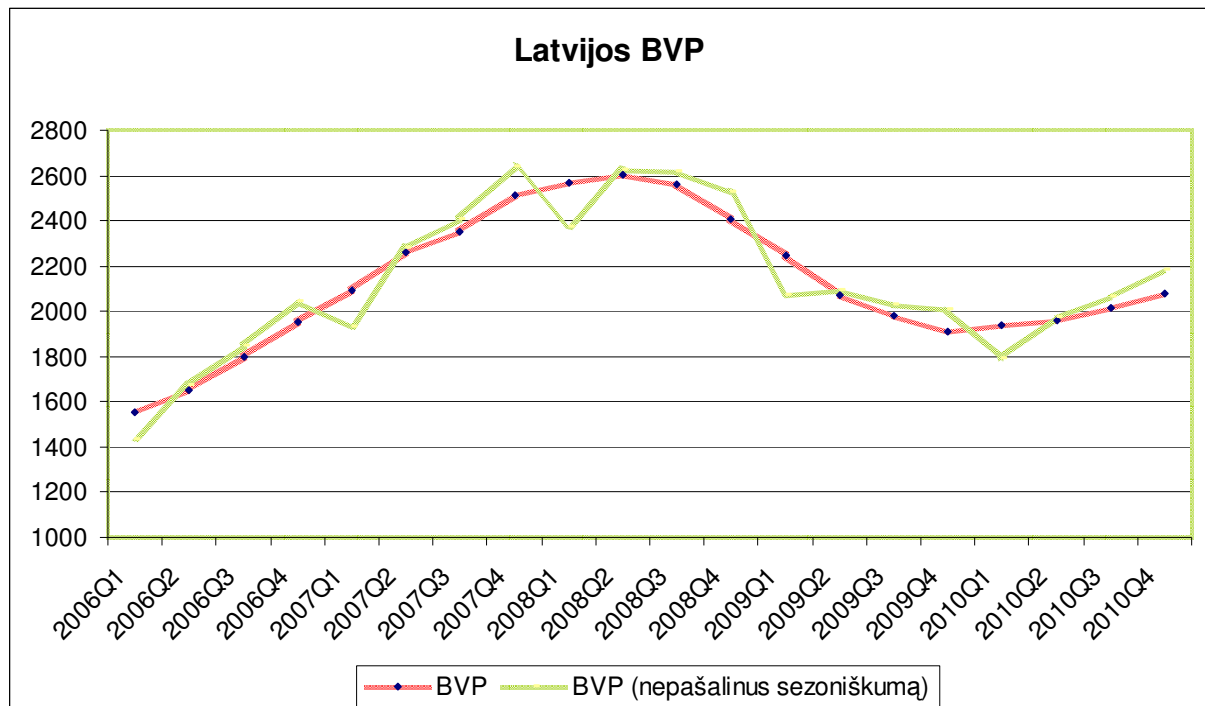
Taigi iš SAS Output lango gautų rezultatų matome, jog hipotezė H_0 nėra atmetama su reikšmingumo lygmeniu 0,05. Taigi remiantis Durbin-Watson testu galime teigti, kad paklaidos yra nepriklausomos, o tai reiškia, kad modelio prielaidos patenkinamos ir mūsų sudarytas modelis yra teisingas.



31 pav. Regresijos modelis

4.3. Latvijos bendrojo vidaus produkto analizė

Šioje dalyje tyriau Latvijos bendrojo vidaus produkto dinamiką, bei analizavau kurie ekonominiai rodikliai labiausiai įtakoja BVP. Nagrinėjami duomenys pateikti ketvirčiais nuo 2006 m. pirmo ketvirčio iki 2010 m. paskutinio ketvirčio, iš viso 20-ies duomenų eilutė. Tyrimui atlikti buvo pasirinkta regresinė analizė. Kad būtų sukurtas teisingas statistinis modelis, pradėdant tyrimą yra būtina pašalinti tiriamų rodiklių sezoninį skirtumą. Pirmiausiai paėmiau 2006-2010 m. ketvirtinius duomenis ir nubraižiau duomenų grafiką, kuris parodo bendrojo vidaus produkto kitimą laike.



32 pav. Latvijos BVP duomenų sklaida

Kaip matome iš 32 pav., duomenys pasiskirstę panašiai kaip Lietuvos bendrojo vidaus produkto. 2008 m. antroje pusėje matome staigų BVP kritimą kuriam įtakos turėjo prasidėjusi pasaulinė finansinė krizė. Per paskutinių 3 šių metų ketvirčius pastebimas nežymus BVP augimas, kuris galbūt byloja apie atsigaunančią Latvijos rinką.

Kaip ir prieš tai darytame tyrime, patikrinsime koks yra ryšys tarp Latvijos bendrojo vidaus produkto ir šiame darbe analizuojamų Latvijos ekonominių indikatorių. Šitam tyrimui atlikti pasinaudosime SAS programos procedūra kuri leidžia atlikti koreliacijos tyrimą bei tikrina hipotezę apie duomenų ryšio stiprumą. SAS programos darbiname lange gavome tokius tyrimo rezultatus:

Pearson Correlation Coefficients, N = 20					
Prob > r under H0: Rho=0					
	BVP	eksp	import	TUI	DU
BVP	1.00000	0.71391	0.70213	0.56914	0.70067
BVP		0.0004	0.0006	0.0088	0.0006
eksp	0.71391	1.00000	0.44953	0.77390	0.72686
eksp		0.0004	0.0468	<.0001	0.0003
import	0.70213	0.44953	1.00000	-0.05308	0.03262

import	0.0006	0.0468		0.8241	0.8914
TUI	0.56914	0.77390	-0.05308	1.00000	0.94729
TUI	0.0088	<.0001	0.8241		<.0001
DU	0.70067	0.72686	0.03262	0.94729	1.00000
DU	0.0006	0.0003	0.8914	<.0001	

	BVP	VKI	MI	PA	KP	Nedarbas
BVP	1.00000	0.45071	0.73839	0.47858	0.45624	-0.33128
BVP		0.0461	0.0002	0.0328	0.0432	0.1536
VKI	0.45071	1.00000	-0.19576	-0.34304	0.98012	0.66278
VKI	0.0461		0.4081	0.1387	<.0001	0.0014
MI	0.73839	-0.19576	1.00000	0.61539	-0.20296	-0.82776
MI	0.0002	0.4081		0.0039	0.3908	<.0001
PA	0.47858	-0.34304	0.61539	1.00000	-0.29847	-0.65485
PA	0.0328	0.1387	0.0039		0.2012	0.0017
KP	0.45624	0.98012	-0.20296	-0.29847	1.00000	0.67928
KP	0.0432	<.0001	0.3908	0.2012		0.0010
Nedarbas	-0.33128	0.66278	-0.82776	-0.65485	0.67928	1.00000
Nedarbas	0.1536	0.0014	<.0001	0.0017	0.0010	

Taigi, gavome lentelę, kurioje yra surašyti koreliacijos koeficientai, parodantys ryšio tarp dviejų kintamųjų stiprumą, bei tikrinama hipotezė apie koreliacijos nebuvimą. Latvijos BVP koreliacijos lentelė yra labai panaši į Lietuvos, ir galime pastebėti, kad tik vienam kintamasis – „nedarbas“, hipotezė apie koreliacijos nebuvimą yra neatmestina. Taigi galime teigti, kad Latvijos nedarbo lygio ir BVP duomenys nekoreliuoja, t.y. sąryšio tarp jų nėra. Kitiems kintamiesiems hipotezė apie koreliacijos nebuvimą yra atmestina, tačiau atliekant tiesinę regresinę analizę, į modelį įtrauksime tik tuos parametrus, kurių ryšys su Latvijos bendrojo vidaus produktu yra stipriausias. Taigi išnagrinėję gautą lentelę į modelį įtraukiame eksportą, importą, tiesioginės užsienio investicijas, darbo užmokestį bei materialines investicijas.

Taip pat svarbu paminėti, jog ne visi indikatoriai vienodai stipriai koreliuoja su tyriamu kintamuoju – BVP. Galime matyti, jog stipriausią ryšį BVP turi su materialinėmis investicijomis – 0,73, tuo tarpu vartotojų kainų indeksas, bei kvazipinigai turi mažiausius koreliacijos koeficientus – 0,45. Žinoma, tai yra pagrindas teigti, jog statistiniam Latvijos BVP modeliui daugiausia įtakos turi materialinės investicijos, tačiau neatlikus regresinės analizės mes negalime to teigti. Tačiau SAS programos pagalba mes galėsime įsitikinti arba paneigti šią teiginį.

Atliekame regresinę analizę pasinaudoję SAS paketo procedūra PROC REG.

```
proc reg data=stat;
var import eksp TUI DU MI;
model BVP=import eksp TUI DU MI;
plot r.*p.='+';
plot r.*npp.;
run;
```

Atliekant regresinės analizės tyrimą, tikriname hipotezę apie regresijos tiesiškumą:

H_0 : pasirinktas modelis nėra tinkamas

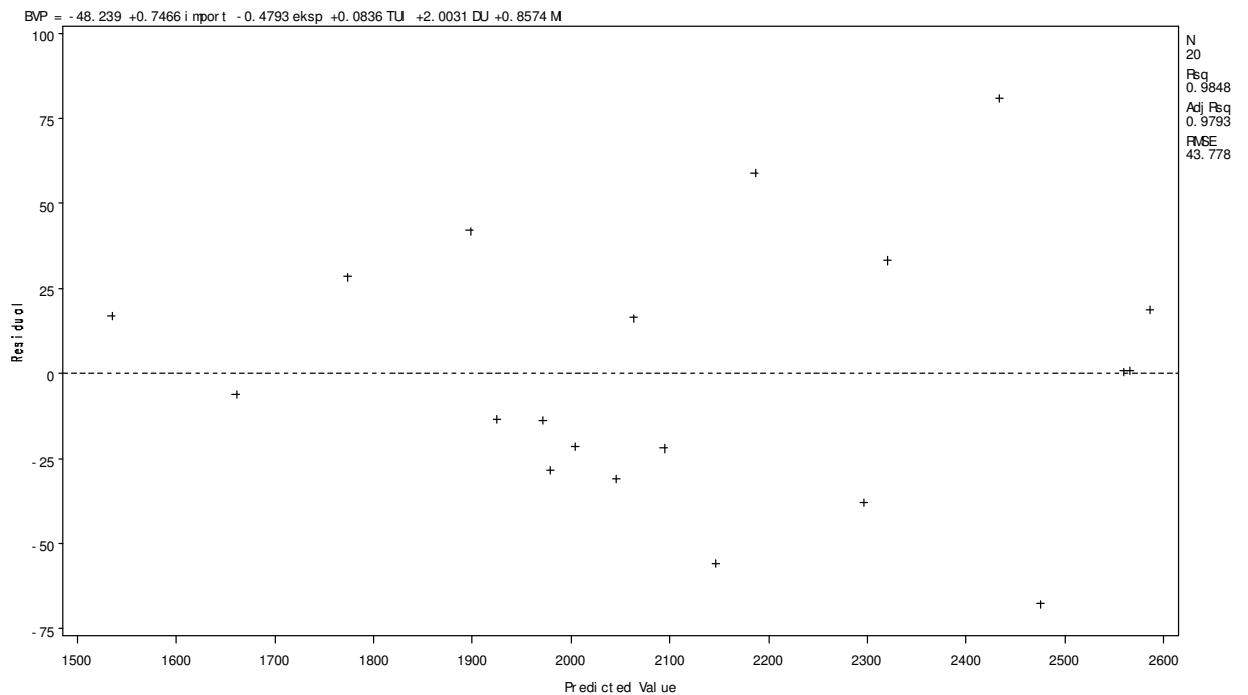
H_1 : pasirinktas modelis yra tinkamas

Programos SAS Output lange gavau tokius rezultatus:

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	5	1736341	347268	181.20	<.0001
Error	14	26831	1916.52258		
Corrected Total	19	1763173			
Root MSE					
		43.77811	R-Square	0.9848	
Dependent Mean		2125.98926	Adj R-Sq	0.9793	
Coeff Var		2.05919			

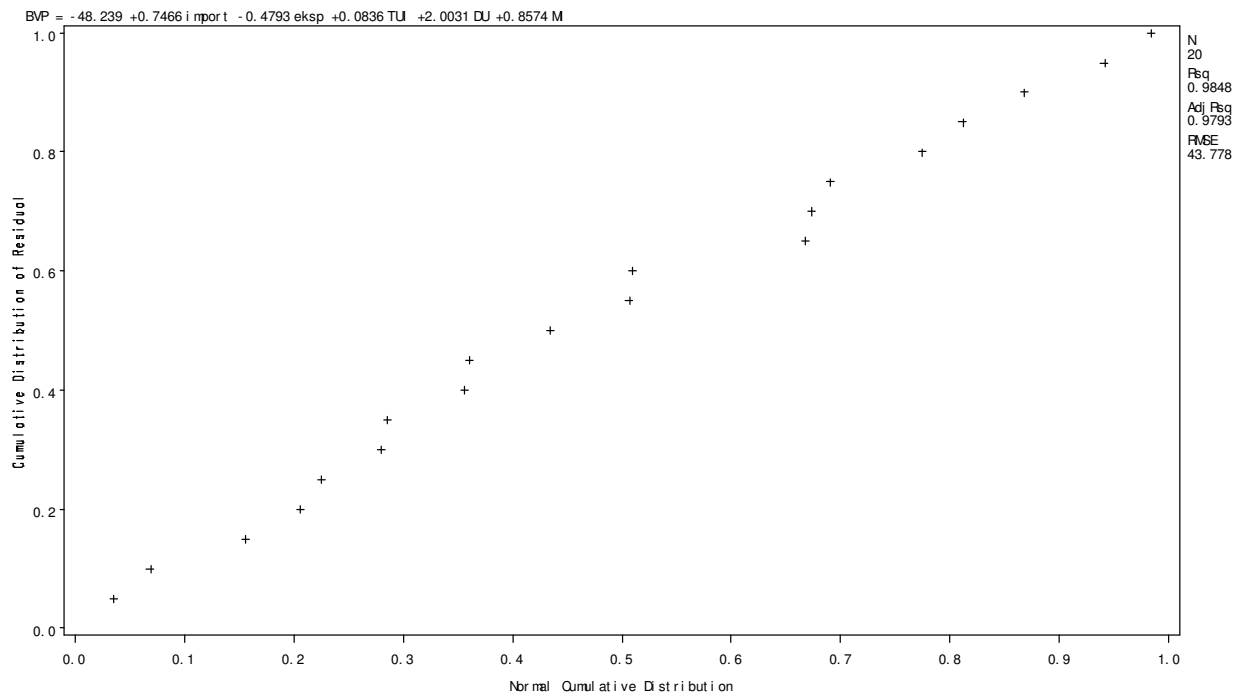
Taigi iš gautos lentelės matome, kad hipotezė apie pasirinkto modelio netinkamumą yra atmestina su reikšmingumo lygmeniu 0,05, taigi galime daryti išvadą, jog regresija yra tiesinė. Taip pat gavome labai aukštą determinacijos koeficientą R-square yra lygus 0,9848, o tai reikškia, kad daugiau nei 98% duomenų sklaidos yra paaiškinama mūsų gautu modeliu.

Tačiau dar negalime teigti, kad gavome BVP regresijos modelį, nes reikia patikrinti prielaidas apie modelio tinkamumą. Regresijos modelio tinkamumą atspindi liekamųjų paklaidų sklaidos grafikas. Taigi nubrėžiau liekamųjų paklaidų sklaidos grafiką (33 pav.), iš kurio matome, kad paklaidos yra išsibarsčiusios apie absčių ašį, be to nėra labai toli nutolusios nuo jos.



33 pav. Liekamųjų paklaidų grafikas

Taip pat reikia patikrinti kaip atrodo liekamųjų paklaidų normališkumo grafikas. Taigi kaip matome iš žemiau pateikto grafiko (34 pav.), duomenys yra išsidėstę pagal tiesę, ir todėl galime teigti, kad paklaidos turi normalųjį pasiskirstymą.



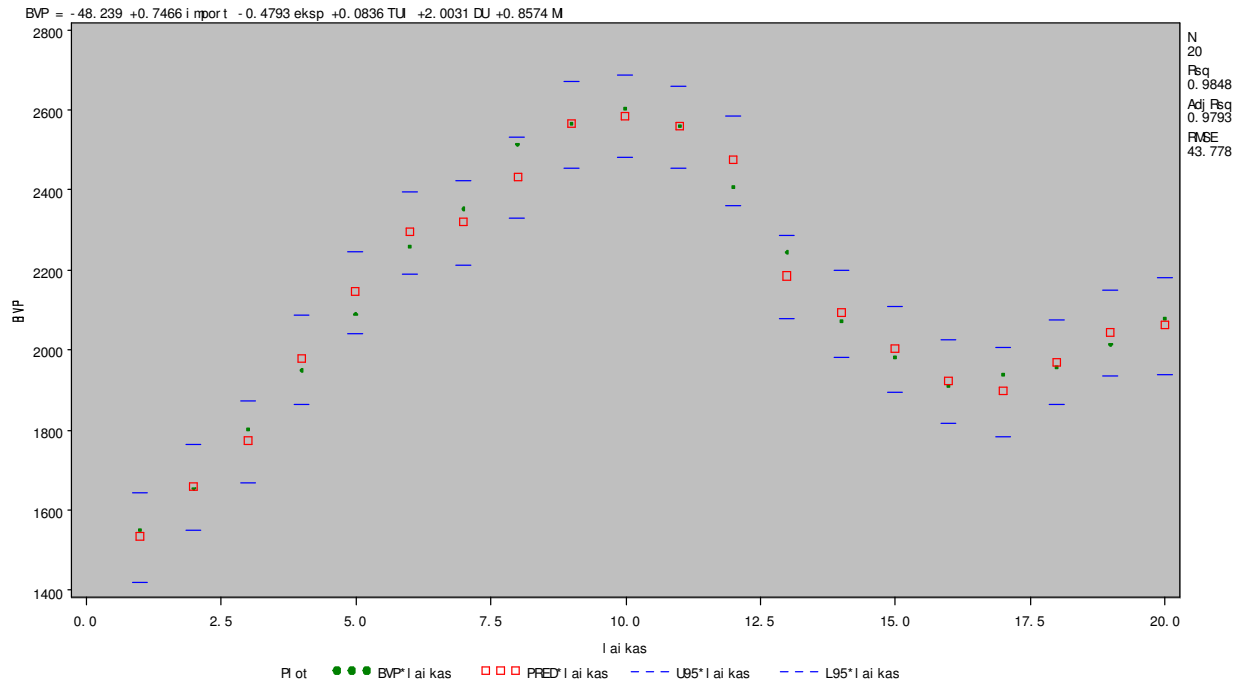
34 pav. Liekamųjų paklaidų normalumo grafikas

Dabar sukonstruosime regresinio modelio lygtį. Tam pasinaudojame SAS paketo procedūra REG ir Output lange gauname tokius rezultatus:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	-48.23857	98.38298	-0.49	0.6315
import	import	1	0.74663	0.16099	4.64	0.0004
eksp	eksp	1	-0.47929	0.23123	-2.07	0.0571
TUI	TUI	1	0.08356	0.08932	0.94	0.3654
DU	DU	1	2.00307	0.49111	4.08	0.0011
MI	MI	1	0.85741	0.33843	2.53	0.0239

Galime parašyti regresijos lygtį:

$$Y(t) = -48,24 + 0,74 \cdot \text{import}(t) - 0,48 \cdot \text{eksp}(t) + 0,08 \cdot \text{TUI}(t) + 2 \cdot \text{DU}(t) + 0,86 \cdot \text{MI}(t)$$



35 pav. Regresijos grafikas

Kaip žinome, tai yra tik preliminarus regresinis modelis, nes reikia patikrinti ar visi įtraukti kintamieji yra statistiškai reikšmingi. Taigi norint gauti teisingą ir paprastesnį regresinį modelį, iškelime hipotezę apie nagrinėjamų koeficientų reikšmingumą.

H_0 : koeficientas nėra reikšmingas

H_1 koeficientas yra reikšmingas

Taigi kaip matome hipotezė H_0 yra neatmetama tik dviems regresoriams – laisvajam nariui ir tiesioginėms užsienio investicijoms su reikšmingumo lygmeniui 0,1. Visi kiti koeficientai yra statistiškai reikšmingi, ir norint dar labiau supaprastinti modelį pašalinsime tiesioginių užsienio investicijų koeficientą ir dar kartą atlikę regresinės analizės tyrimą pažiūrėsime kaip pakito mūsų analizuojamas modelis.

Su SAS programa dar kartą atlikome regresinę analizę ir gavome, kad R-Square reikšmė išlieka beveik nepakitusi 0,9838. SAS Output lange gauname:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	-83.42895	90.52795	-0.92	0.0713
import	import	1	0.76127	0.15956	4.77	0.0002
eksp	eksp	1	-0.38136	0.20532	-1.86	0.0830
DU	DU	1	2.41131	0.22432	10.75	<.0001
MI	MI	1	0.70837	0.29734	2.38	0.0309

Taigi remiantis gautais rezultatais galime teigti, kad hipotezė apie koeficientų nereikšmingumą atmetama visiems likusiems modelyje nariams su reikšmingumo lygmeniu 0,1. Dabar galime tikrąją modelio lygtį:

$$Y(t) = -83,43 + 0,76 \cdot \text{import}(t) - 0,38 \cdot \text{eksp}(t) + 2,41 \cdot \text{DU} + 0,71 \cdot \text{MI}(t)$$

Taigi Latvijos bendrojo vidaus produkto regresinį modelį sudaro keturi regresoriai – importas, eksportas, darbo užmokestis bei materialinės investicijos. Gavome labai aukštą determinacijos koeficientą, kuris patvirtina modelio tinkamumą, tačiau dar reikėtų patikrinti prielaidas apie paklaidų normališkumą ir liekamųjų paklaidų nepriklausomumą.

Grafiko gali padėti nuspresti ar liekamųjų paklaidų skirstinys yra normalusis. Tai parodo taškai, kurie yra išsidėstę maždaug tiesiškai, tačiau mes patikrinsime hipotezę apie regresijos liekamųjų paklaidų normališkumą Kolmogorovo-Smirnovio kriterijaus pagalba.

Tikriname hipotezes: H_0 : liekamųjų paklaidų skirstinys normalusis;

H_1 : liekamųjų paklaidų skirstinys nėra normalusis

Analizei atlikti pasinaudojame procedūra PROC UNIVARIATE ir gauname:

Tests for Normality					
Test	--Statistic--		-----p Value-----		
Shapiro-Wilk	W	0.979096	Pr < W	0.9219	
Kolmogorov-Smirnov	D	0.090202	Pr > D	>0.1500	
Cramer-von Mises	W-Sq	0.033445	Pr > W-Sq	>0.2500	
Anderson-Darling	A-Sq	0.219469	Pr > A-Sq	>0.2500	

Iš SAS Output lentelės matome, kad hipotezė H_0 nėra atmetama, todėl galime teigti, kad liekamųjų paklaidų skirstinys yra normalusis.

Dar patikrinau liekamųjų paklaidų nepriklausomumą su Durbin-Watson kriterijumi. Durbin-Watson testas atliekamas norint patikrinti ar egzistuoja paklaidų autokoreliacija. Taigi iškleiau hipotezę:

H_0 : paklaidos nepriklausomos;

H_1 : paklaidos yra priklausomos;

Pasinaudojau SAS programos procedūra PROC AUTOREG ir gavau tokius rezultatus:

```

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: BVP BVP

Durbin-Watson D           2.176
Number of Observations    20
1st Order Autocorrelation -0.092

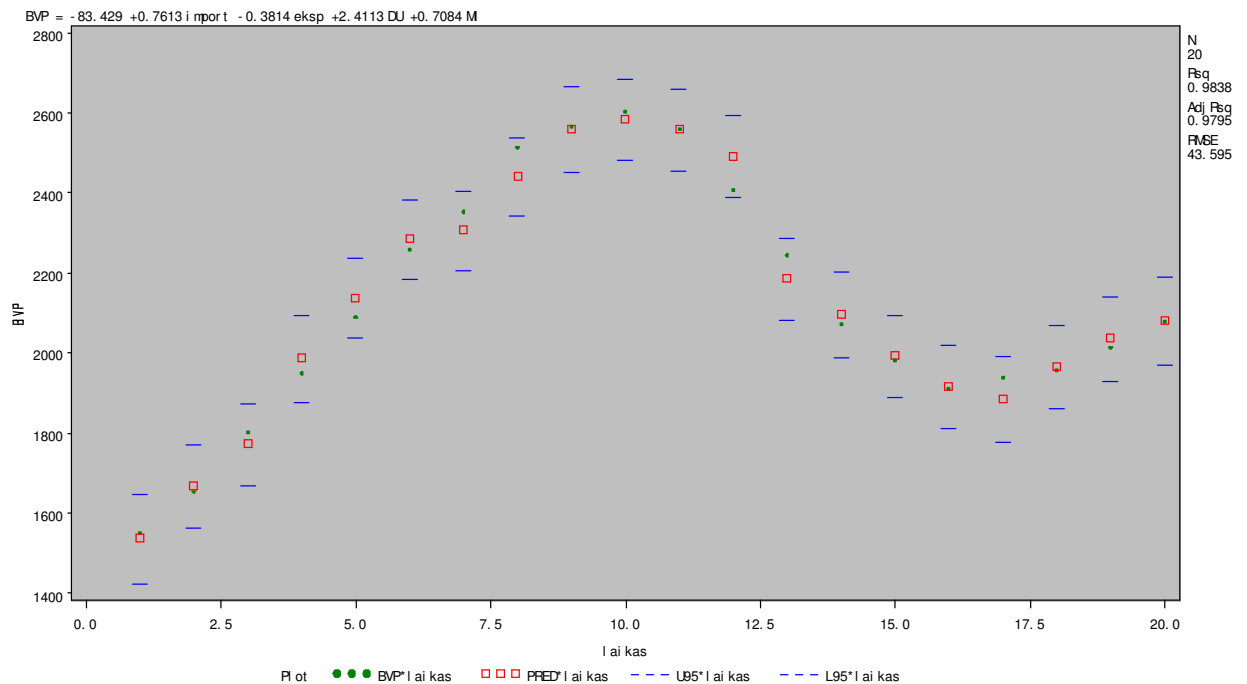
Durbin-Watson Statistics

Order      DW      Pr < DW      Pr > DW
-----
1          2.1763    0.3190    0.6810
2          2.1990    0.5411    0.4589
3          2.3079    0.7901    0.2099
4          2.1014    0.7640    0.2360

```

NOTE: Pr<DW is the p-value for testing positive autocorrelation, and Pr>DW is the p-value for testing negative autocorrelation.

Taigi iš SAS Output lango gautų rezultatų matome, jog hipotezė H_0 nėra atmetama su reikšmingumo lygmeniu 0,05. Taigi remiantis Durbin-Watson testu galime teigti, kad paklaidos yra nepriklausomos, o tai reiškia, kad modelio prielaidos patenkinamos ir mūsų sudarytas modelis yra teisingas. Dabar galime nusibrėžti realių ir prognozuojamų reikšmių modelio grafiką.



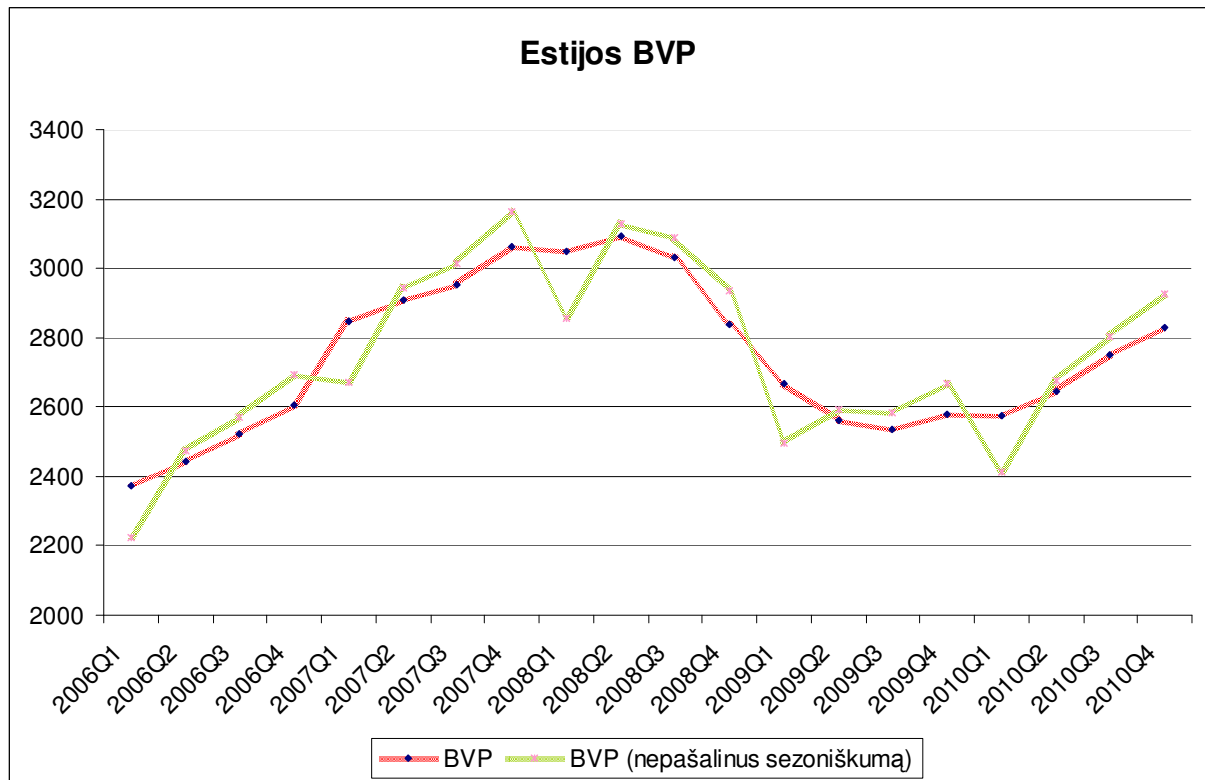
36 pav. Regresijos grafikas

4.4. Estijos bendrojo vidaus produkto analizė

Šiame skyrelyje analizuosime dar vienos Baltijos šalies – Estijos bendrąjį vidaus produktą, bei išsiaiškinsime kokie ekonominiai rodikliai yra svarbiausi šalies ekonomikai. Nagrinėsime 5 metų laikotarpio (2006-2010 m.) ketvirčio duomenis.

Tyrimui atlikti pasirinkau regresinę analizę. Visų pirma būtų naudinga nusibrėžti BVP duomenų sklaidos grafiką kuris padėtų sudaryti išankstinį vaizdą. Grafikai yra svarbi vizualinės analizės dalis kurios dėka galima pamatyti duomenų dinamiką per nagrinėjamą laikotarpį ir padaryti tam tikras išvadas.

Taigi mūsų grafikas atrodys šitaip:



37 pav. Estijos BVP duomenų sklaida

Iš 37 pav. matome, kad Estijos bendrasis vidaus produktas, kaip Lietuvos bei Latvijos pasižymi sezoniškumu, bei turi žemiausią rodiklį pirmuose metų ketvirčiuose. Tačiau pastebime, jog lyginant su Latvijos bei Lietuvos BVP, Estijos ekonomika atsigauna žymiai sparčiau po pasaulinės finansinės krizės ir 2011 m. turėtų pasiekti „prieškrizinį“ 2007 m. lygį. Kaip ir prieš tai darytuose tyrimuose visų pirma patikrinsime ar duomenys yra pasiskirstę pagal normalųjį dėsnį, todėl iškeliame hipotezę:

H_0 : skirstinys yra normalusis

H_1 : skirstinys nėra normalusis

Su SAS programa gauname tokius rezultatus:

Tests for Normality					
Test	--Statistic--		-----p Value-----		
Shapiro-Wilk	W	0.941764	Pr < W	0.2589	
Kolmogorov-Smirnov	D	0.136659	Pr > D	>0.1500	
Cramer-von Mises	W-Sq	0.071893	Pr > W-Sq	>0.2500	
Anderson-Darling	A-Sq	0.437414	Pr > A-Sq	>0.2500	

Pritaikę Shapiro-Wilk testą, SAS Output lange matome, kad hipotezė H_0 apie skirstinio normališkumą yra neatmestina su reikšmingumo lygmeniu 0,05. Taigi galime padaryti išvadą, jog kintamojo BVP duomenys pasiskirtę pagal normalųjį dėsnį.

Toliau nustatysime ryšį tarp analizuojamų Estijos bendrojo vidaus produkto duomenų ir kitų ekonominių šalies indikatorių, kurie yra nagrinėjami šiame darbe. Tyrimas bus atliktas su SAS programos procedūra, kuri atlieka koreliacijos tyrimą bei tikrina hipotezę apie nagrinėjamų rodiklių ryšio stiprumą. Atlikę SAS procedūrą, gauame tokius atsakymus:

Pearson Correlation Coefficients, N = 20 Prob > r under H0: Rho=0						
	BVP	eksp	import	TUI	DU	
BVP	1.00000	0.80623	0.67927	0.64236	0.54772	
BVP		<.0001	0.0010	0.0023	0.0124	
eksp	0.80623	1.00000	0.78228	0.62812	0.34779	
eksp	<.0001		<.0001	0.0030	0.1330	
import	0.67927	0.78228	1.00000	0.09508	-0.14435	
import	0.0010	<.0001		0.6901	0.5437	
TUI	0.64236	0.62812	0.09508	1.00000	0.85340	
TUI	0.0023	0.0030	0.6901		<.0001	
DU	0.54772	0.34779	-0.14435	0.85340	1.00000	
DU	0.0124	0.1330	0.5437	<.0001		

	BVP	VKI	MI	PA	KP	Nedarbas
BVP	1.00000	0.31331	0.60466	0.83013	0.09333	-0.44151
BVP		0.1786	0.0047	<.0001	0.6955	0.0513
VKI	0.31331	1.00000	0.78750	0.12784	0.93723	0.64131
VKI	0.1786		<.0001	0.5912	<.0001	0.0023
MI	0.60466	0.78750	1.00000	0.45436	0.67646	0.30271
MI	0.0047	<.0001		0.0442	0.0011	0.1945
PA	0.83013	0.12784	0.45436	1.00000	-0.11633	-0.34715
PA	<.0001	0.5912	0.0442		0.6252	0.1337

KP	0.09333	0.93723	0.67646	-0.11633	1.00000	0.74503
KP	0.6955	<.0001	0.0011	0.6252		0.0002
Nedarbas	-0.44151	0.64131	0.30271	-0.34715	0.74503	1.00000
Nedarbas	0.0513	0.0023	0.1945	0.1337	0.0002	

Gavome lentelę, kurioje parodomas koreliacijos koeficientas, t.y. ryšio stiprumas tarp dviejų kintamųjų, bei tikriname hipotezę apie koreliacijos nebuvimą. Lyginant Estijos BVP koreliacijos matrica su Lietuvos ir Latvijos, galime pastebėti, kad net dviems ekonominiams indikatoriams – „vartotojų kainų indeksas“ ir „kvazipinigai“ hipotezė apie koreliacijos nebuvimą nėra atmestina su reikšmingumo lygmeniu 0,1, t.y. kurdami BVP regresinį modelį mes juos ignoruosime. Be to iš gautos lentelės matome, kad skirtingai nuo Lietuvos ir Latvijos, nedarbo lygis Estijoje neišiamai koreliuoja su bendruoju vidaus produktu ir hipotezė apie koreliacijos nebuvimą yra atmestina su reikšmingumo lygmeniu 0,1.

Estijos BVP geriausiai koreliuoja su „eksporto“ ir „pinigų apyvartoje“ duomenimis, koreliacijos koeficientai atitinkamai 0,81 ir 0,83. Prasčiausia ryšį BVP turi su „vartotojų kainų indeksu“, „nedarbo lygiu“ ir „kvazipiniais“. Taigi dabar sudarysime regresinį modelį į kuri įtrauksime kintamuosius turinčius stipriausią ryšį su Estijos bendruoju vidaus produktu, t.y. eksportą, importą, tiesigines užsienio investicijas, darbo užmokestį, materialines investicijas ir pinigų apyvartoje kiekį.

Kaip ir prieš tai darytuose tyrimuose pasinaudosime SAS programos procedūra PROC REG:

```
proc reg data=stat;
var import eksp TUI DU MI PA;
    model BVP=import eksp TUI DU MI PA;
plot r.*p.='+';
plot r.*npp.;
run;
```

Atliekant regresinės analizės tyrimą, tikriname hipotezę apie regresijos tiesiškumą:

H_0 : pasirinktas modelis nėra tinkamas

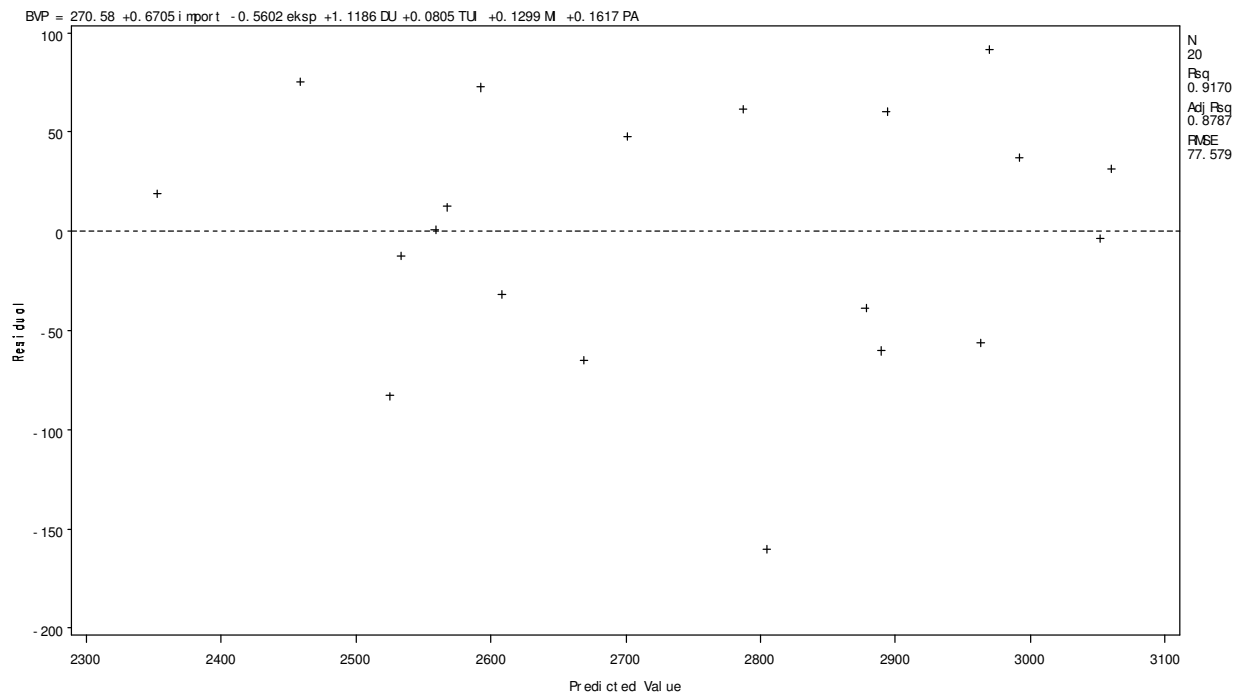
H_1 pasirinktas modelis yra tinkamas

Gauname tokius rezultatus:

Analysis of Variance					
Source	DF	Sum of Squares	Mean Square	F Value	Pr > F
Model	6	864161	144027	23.93	<.0001
Error	13	78241	6018.53323		
Corrected Total	19	942402			
Root MSE		77.57921	R-Square	0.9170	
Dependent Mean		2743.09232	Adj R-Sq	0.8787	
Coeff Var		2.82817			

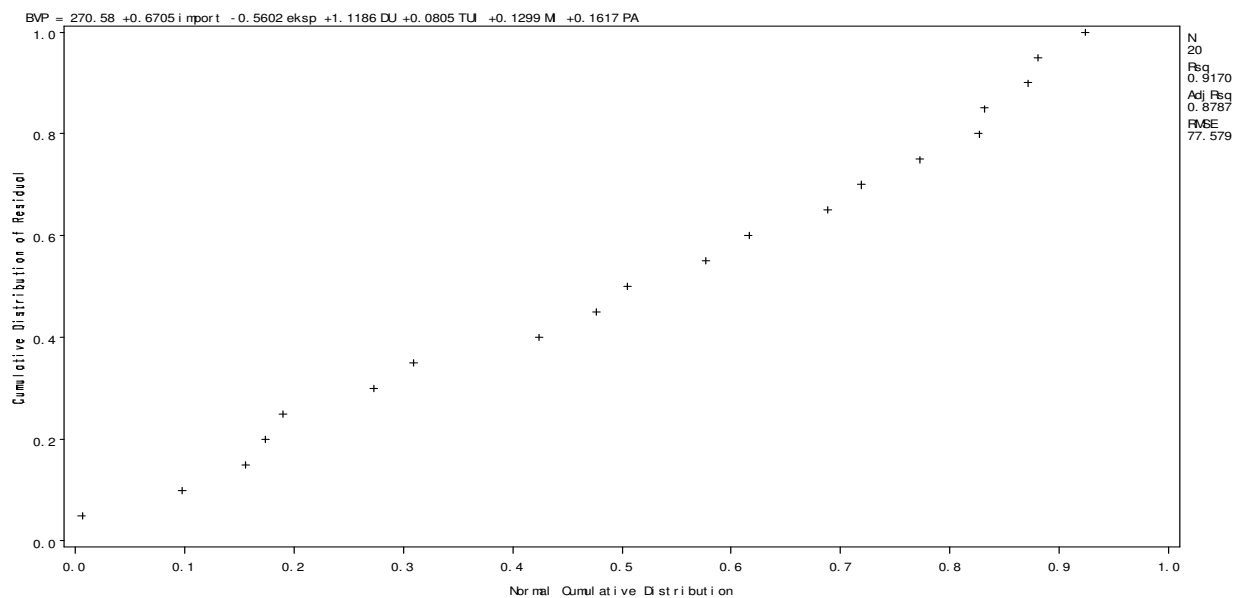
Taigi iš gautos lentelės matome, kad hipotezė apie pasirinkto modelio netinkamumą yra atmestina su reikšmingumo lygmeniu 0,05, taigi galime daryti išvadą, jog regresija yra tiesinė. Taip pat gavome labai aukštą determinacijos koeficientą R-square yra lygus 0,9170, vadinasi daugiau apie 91% duomenų sklaidos yra paaiškinama mūsų gautu modeliu.

Tačiau dar negalime teigti, kad gavome BVP regresijos modelį, nes reikia patikrinti prielaidas apie modelio tinkamumą. Regresijos modelio tinkamumą atspindi liekamųjų paklaidų sklaidos grafikas. Taigi nubrėžiau liekamųjų paklaidų sklaidos grafiką (38 pav.), iš kurio matome, kad paklaidos yra išsibarsčiusios apie abscisių ašį, be to nėra labai toli nutolusios nuo jos.



38 pav. Liekamųjų paklaidų grafikas

Taip pat reikia patikrinti kaip atrodo liekamųjų paklaidų normališkumo grafikas (39 pav.). Taigi kaip matome iš žemiau pateikto grafiko, duomenys yra išsidėstę pagal tiesę, ir todėl galime teigti, kad paklaidos turi normalųjį pasiskirstymą.



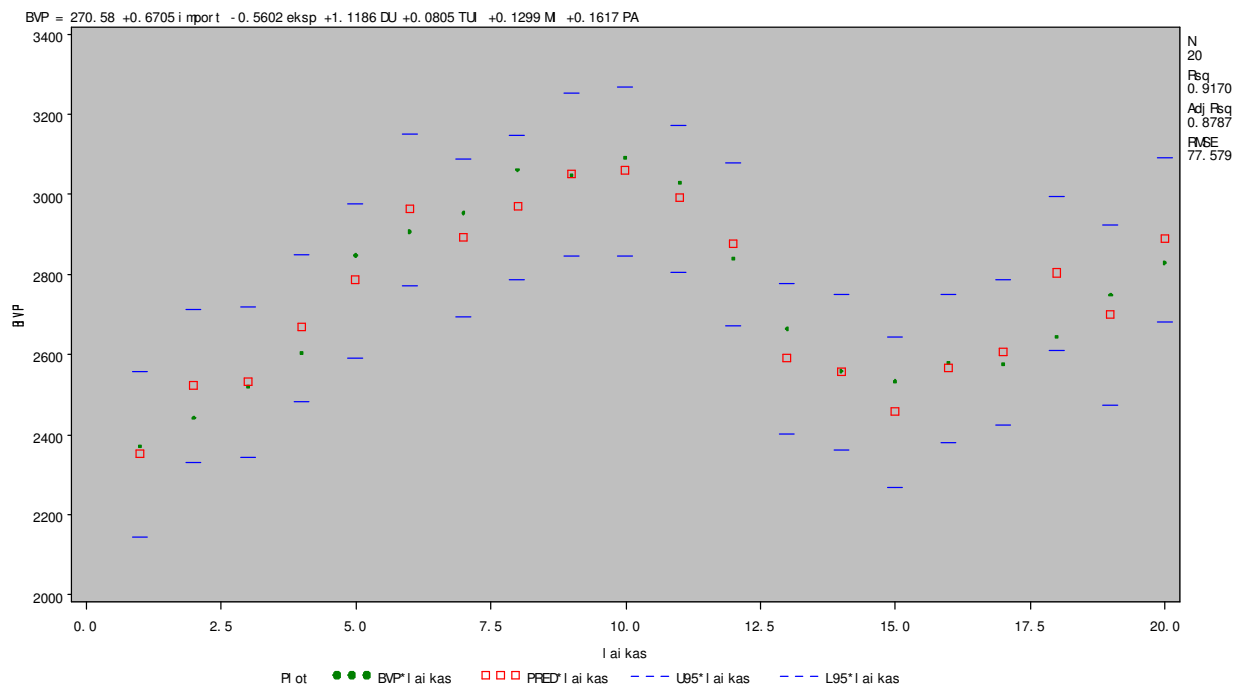
39 pav. Liekamųjų paklaidų normalumo grafikas

Toliau mes sudarysime regresinio modelio lygtį, kurios koeficientus mes gauname pasinaudojus SAS programos procedūra REG. Gavome tokią lentelę:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	270.58444	288.54826	0.94	0.3655
import	import	1	0.67049	0.20817	3.22	0.0067
eksp	eksp	1	-0.56019	0.39907	-1.40	0.1838
DU	DU	1	1.11864	0.50349	2.22	0.0447
TUI	TUI	1	0.08050	0.06721	1.20	0.2524
MI	MI	1	0.12991	0.26015	0.50	0.6259
PA	PA	1	0.16166	0.12925	1.25	0.2331

Galime parašyti regresijos lygtį:

$$Y(t) = 270,58 + 0,67*import(t) - 0,56*eksp(t) + 1,12*DU + 0,08*TUI(t) + 0,13*MI(t) + 0,16*PA(t)$$



40 pav. Regresijos grafikas

Taigi gavome pradinį regresinį modelį ir dabar mes patikrinsime hipotezę apie koeficientų reikšmingumą:

H_0 : koeficientas nėra reikšmingas

H_1 koeficientas yra reikšmingas

Taigi kaip matome hipotezę H_0 yra atmetama tik dviems regresoriams – importui ir darbo užmokesčiui su reikšmingumo lygmeniui 0,1. Visi kiti koeficientai yra statistiškai nereikšmingi, taigi norint gauti teisingą modelį šalinsime po vieną nereikšmingą kintamąjį ir dar kartą atlikę regresinės analizės tyrimą žiūrėsime kaip pakito mūsų analizuojamas modelis. Visų pirma pašalinsime materialinių investicijų rodiklį.

SAS programos pagalba, dar kartą atlikome regresinę analizę ir gavome, kad R-Square reikšmė išlieka beveik nepakitusi 0,9154. SAS Output lange gauname:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	207.23330	252.11995	0.82	0.1249
import	import	1	0.62509	0.18217	3.43	0.0041
eksp	eksp	1	-0.47031	0.34649	-1.36	0.1961
DU	DU	1	1.17914	0.47541	2.48	0.0265
TUI	TUI	1	0.08389	0.06505	1.29	0.2180
PA	PA	1	0.18095	0.11999	1.51	0.1538

Kaip matome vis tiek išlieka nereikšmingų kintamųjų, taigi reikia supaprastinti modelį pašalinant dar vieną rodiklį – tiesiogines užsienio investicijas. Atlikame regresinę analizę dar kartą ir gauname tokius rezultatus:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	214.67989	257.56782	0.83	0.1176
import	import	1	0.51418	0.16412	3.13	0.0068
eksp	eksp	1	-0.14054	0.23895	-0.59	0.5652
DU	DU	1	1.57829	0.36878	4.28	0.0007
PA	PA	1	0.17676	0.12257	1.44	0.1698

Negaunant modelio kur visi rodikliai būtų statistiškai reikšmingi, pašaliname dar vieną kintamąjį – eksportą ir tada turine tokią lentelę:

Parameter Estimates						
Variable	Label	DF	Parameter Estimate	Standard Error	t Value	Pr > t
Intercept	Intercept	1	171.15995	241.61523	0.71	0.0889
import	import	1	0.43541	0.09290	4.69	0.0002
DU	DU	1	1.42291	0.25200	5.65	<.0001
PA	PA	1	0.19061	0.11780	1.62	0.0952

Pagaliau gavome modelį kur visi koeficientai yra statistiškai reikšmingi su reikšmingumo lygmeniu 0,1 ir galime užrašyti regresinio modelio lygtį:

$$Y(t) = 171,16 + 0,44*import(t) + 1,42*DU(t) + 0,19*PA(t)$$

Taigi galime padaryti išvadą, kad Estijos bendrojo vidaus produkto regresinį modelį sudaro trys regresoriai – importas, darbo užmokestis ir pinigų apyvartoje kiekis. Gavome labai aukštą determinacijos koeficientą, kuris lygus 0,9031 ir patvirtina gauto modelio tinkamumą. Dabar patikrinsime prielaidas apie paklaidų normališkumą ir liekamųjų paklaidų nepriklausomumą.

Iš grafiko galima nuspresti, ar liekamųjų paklaidų skirstinys yra normalusis. Tai parodo taškai, kurie yra išsidėstę maždaug tiesiškai, tačiau mes patikrinsime hipotezę apie regresijos liekamųjų paklaidų normališkumą Kolmogorovo-Smirnovo kriterijaus pagalba.

Tikriname hipotezes: H_0 : liekamųjų paklaidų skirstinys normalusis;

H_1 : liekamųjų paklaidų skirstinys nėra normalusis

Analizei atlikti pasinaudojame procedūra PROC UNIVARIATE ir gauname:

Tests for Normality					
Test	--Statistic--		-----p Value-----		
Shapiro-Wilk	W	0.971348	Pr < W	0.7831	
Kolmogorov-Smirnov	D	0.114059	Pr > D	>0.1500	
Cramer-von Mises	W-Sq	0.028851	Pr > W-Sq	>0.2500	
Anderson-Darling	A-Sq	0.201212	Pr > A-Sq	>0.2500	

Iš SAS Output lentelės matome, kad hipotezė H_0 nėra atmetama, todėl galime teigti, kad liekamųjų paklaidų skirstinys yra normalusis.

Dar patikrinau liekamųjų paklaidų nepriklausomumą su Durbin-Watson kriterijumi. Durbin-Watson testas atliekamas norint patikrinti ar egzistuoja paklaidų autokoreliacija. Taigi išskelsime hipotezę:

H_0 : paklaidos nepriklausomos;

H_1 : paklaidos yra priklausomos;

Pasinaudoję SAS programos procedūra PROC AUTOREG gauname tokius rezultatus:

```

The REG Procedure
Model: MODEL1
Dependent Variable: BVP BVP

Durbin-Watson D           1.905
Number of Observations    20
1st Order Autocorrelation  0.037

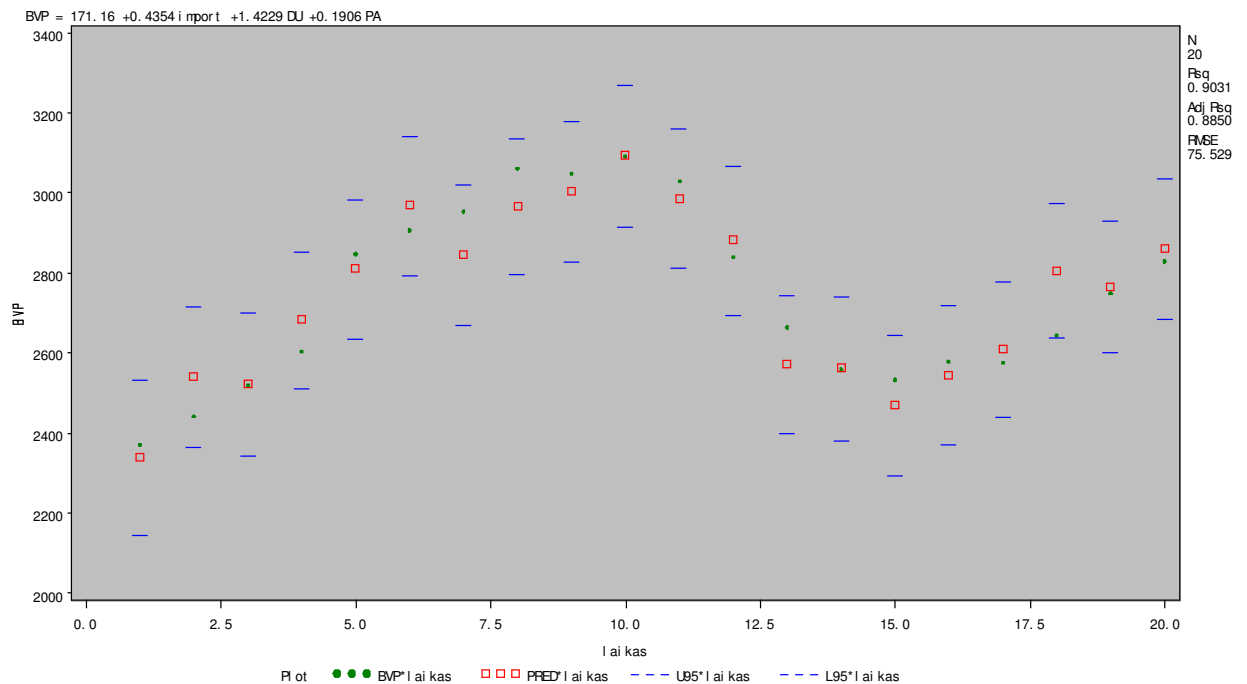
Durbin-Watson Statistics

Order      DW      Pr < DW      Pr > DW
1          1.9048   0.1765     0.8235
2          1.3120   0.0421     0.9579
3          2.0469   0.6423     0.3577
4          1.4488   0.2946     0.7054

```

NOTE: Pr<DW is the p-value for testing positive autocorrelation, and Pr>DW is the p-value for testing negative autocorrelation.

Taigi iš SAS Output lango gautų rezultatų matome, jog hipotezė H_0 nėra atmetama su reikšmingumo lygmeniu 0,05. Taigi remiantis Durbin-Watson testu galime teigti, kad paklaidos yra nepriklausomos, o tai reiškia, kad modelio prielaidos patenkinamos ir mūsų sudarytas modelis yra teisingas. Dabar galime nusibrėžti realių ir prognozuojamų reikšmių modelio grafiką.



41 pav. Regresijos grafikas

4.5. Baltijos šalių BVP regresinių modelių palyginimas

Išnagrinėję visų 3 Baltijos šalių ekonominę padėtį, bei sudarę kiekvienos šalies bendrojo vidaus produkto regresinius modelius galime juos palyginti tarpusavyje ir įvertinti ekonominius rodiklius kurie įtakoja kiekvienos šalies bendrąjį vidaus produktą.

Visų pirma atlikę Lietuvos, Latvijos ir Estijos BVP analizę ir sudarę regresinius modelius galime matyti, jog kiekvienoje valstybėje bendrąjį vidaus produktą įtakoja nevienodi ekonominiai rodikliai. Lietuvos BVP modelį sudaro importo, darbo užmokesčio ir materialinių investicijų rodiklių duomenis, be to svarbu pažymėti, jog šitie 3 rodikliai yra vienodai svarbūs sudarant regresinį modelį. Sukonstruotas modelis paaiškina 96,54% duomenų sklaidos, taigi yra labai gerai parinktas. Latvijos bendrojo vidaus produkto modelį sudaro keturi ekonominiai indikatoriai – importas, eksportas, darbo užmokestis ir materialinių investicijų dydis. Tačiau kaip parodė SAS programos pagalba atlikta analizė, ne visi rodikliai yra vienodai reikšmingi. Svarbiausi yra importas ir darbo užmokestis, tuo tarpu eksporto duomenys turi mažiau įtakos modelio sudarymui. Latvijos BVP regresinis modelis iš visų Baltijos šalių išsiskiria labai aukštą determinacijos koeficientą – net 98,35% duomenų galime aprašyti gautu modeliu. Estijos BVP

regresinį modelį sudaro 3 ekonominiai parametrai: importas, darbo užmokestis ir pinigų apyvartoje kiekis. Reikėtų pažymėti, jog didžiausią įtaką Estijos bendrajam vidaus produktui turi importo ir darbo užmokesčio duomenys, tuo tarpu pinigų apyvartoje kiekis mažiau įtakoja BVP. Iš visų Baltijos šalių Estijos BVP regresinis modelis turi mažiausią determinacijos koeficientą – gautu modeliu paaiškinama 90,31% duomenų reikšmės, tačiau reikia pripažinti, jog tai vis tiek yra aukštas rodiklis ir mes galime teigti, jog modelis puikiai aprašo turimus duomenis.

Nesunku pastebėti, kad nors kiekvienos Baltijos valstybės BVP sudarytas iš skirtingų ekonominių rodiklių, galime įžvelgti panašių tendencijų. Visų pirma, kiekvienai iš Baltijos šalių yra labai svarbūs importo ir bruto darbo užmokesčio dydžiai, šitie du indikatoriai įtraukiami į kiekvienos šalies BVP regresinį modelį. Antras dalykas, kuri jau minėjau anksčiau, yra modelio tinkamumas. Kiekvienas iš sudarytų modelių išsiskiria tuo, kad labai gerai aprašo turimus duomenis ir tenkina modelio sudarymo prielaidas.

5. ARMA modelių kūrimas ir prognozavimas

Vienas iš pagrindinių uždavinių ekonomikoje yra makroekonominių rodiklių prognozavimas. Šiame skyriuje nagrinėsime ARMA tipo laiko eilučių modelius ir sudarysime prognozes pagrindiniams Lietuvos makroekonominiams indikatoriams:

- bendrasis vidaus produktas;
- eksportas;
- importas;
- tiesioginės užsienio investicijos.

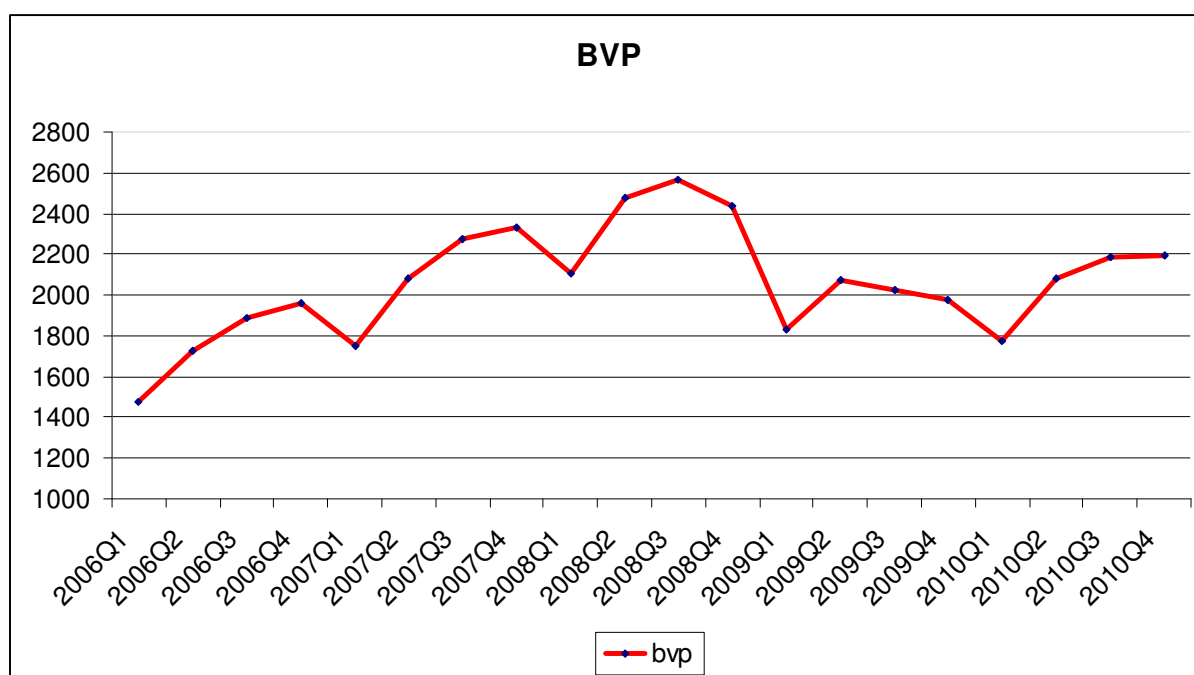
Kuriant laiko eilučių modelius, bus nagrinėjami 2006 – 2010 m. duomenys ir sudarytos prognozės pirmajam ir antrajam 2011 m. ketvirčiams.

5.1. Lietuvos bendrasis vidaus produktas

Visų pirma sudarysime ARMA modelį, kurį galime aprašyti tokiu būdu:

$$\xi_t = \mu + a_1 \xi_{t-1} + \dots + a_p \xi_{t-p} + \varepsilon_t + b_1 \varepsilon_{t-1} + \dots + b_q \varepsilon_{t-q}, \quad t \in Z, \text{ kur } \varepsilon_t \text{ yra balto triukšmo procesas.}$$

Suradę optimalų ARMA modelį Lietuvos bendrajam vidaus produktui, suprognuosime Lietuvos BVP reikšmes artimiausiam laikotarpiui. Prieš konstruojant modelį, pažiūrėsime kaip atrodo pirminiai Lietuvos BVP duomenys.



42 pav. Lietuvos BVP duomenų sklaida

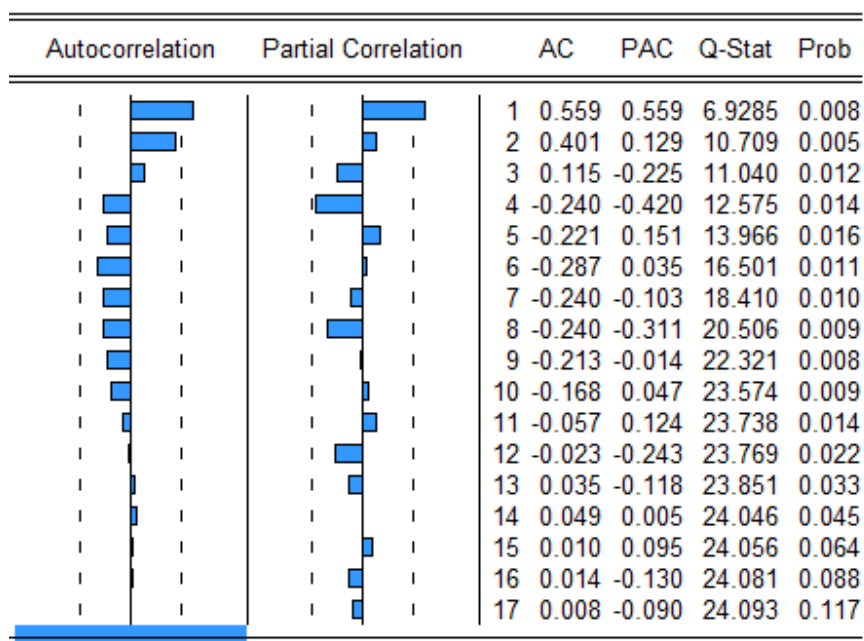
Kaip matyti iš 42 pav., Lietuvos bendrojo produkto duomenis įtakoja sezoniškumo faktorius. Taigi visų pirma, kuriant ARMA modelį pašalinsime sezoniškumo faktorių ir patikrinsime duomenų eilutės stacionarumą. Tyrimui atlikti naudoju ekonometrinės analizės programą eViews.

Gavome reikšmę (43 pav.), kurį rodo, kad eilutė, panaikinus sezoniškumo įtaką, tebėra nestacionari.

43 pav. Stacionarumo tikrinimas

44 pav. Stacionarumo tikrinimas

Date: 01/04/11 Time: 15:08
Sample: 2006:1 2010:4
Included observations: 19



45 pav. Lietuvos BVP stacionarios eilutės korelograma

Punktyrinės vertikalios linijos žymi dviejų standartinių paklaidų atstumą nuo koreliacijos koeficientų. Kaip matome, dalinės autokoreliacijos visiškai nedingsta, vadinasi negalime teigti, ka tai bus grynasis AR procesas. Be to autokoreliacijos artėja prie nulio, o tai indikuoja apie MA procesą.

Patikrinę keletą modelių, gavome, kad geriausias modelis yra ARMA(1,2). Jo determinacijos koeficientas yra aukščiausias, o Akaike ir Schwarz kriterijai mažiausi tarp alternatyvų.

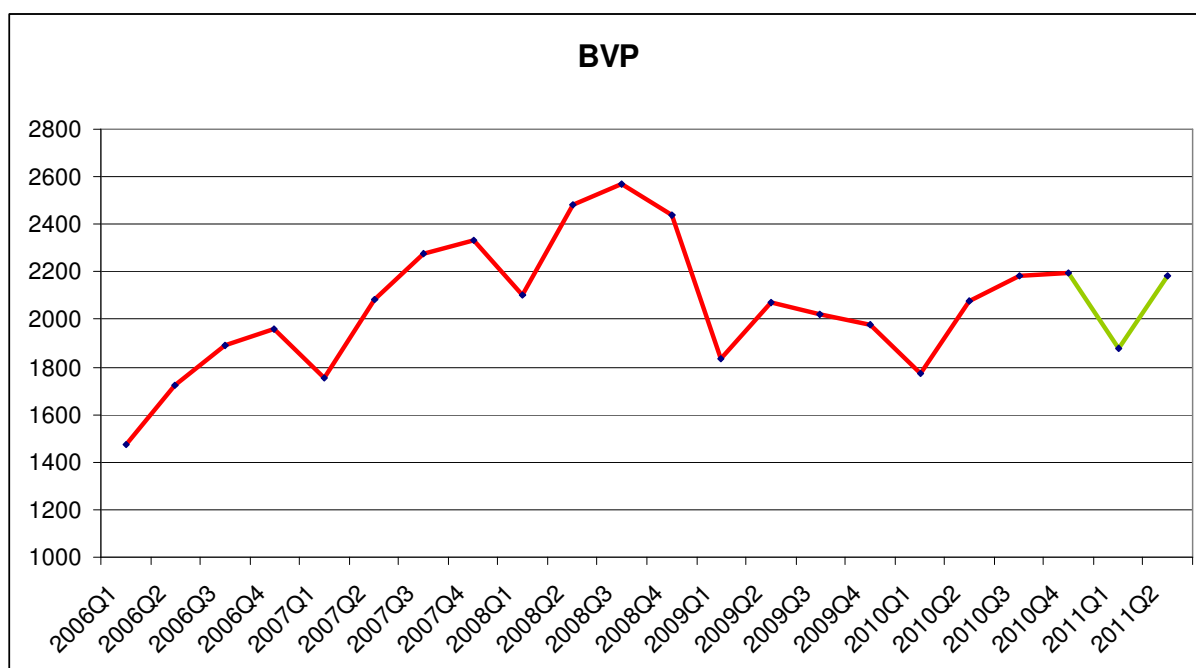
Dependent Variable: SK_BVP
 Method: Least Squares
 Date: 01/04/11 Time: 15:45
 Sample(adjusted): 2006:3 2010:4
 Included observations: 18 after adjusting endpoints
 Failure to improve SSR after 9 iterations
 Backcast: 2006:1 2006:2

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.387577	0.260288	1.489034	0.1572
MA(1)	-0.055455	0.225440	-0.245988	0.8090
MA(2)	0.994622	0.196742	5.055472	0.0001
R-squared	0.619256	Mean dependent var	23.62954	
Adjusted R-squared	0.568490	S.D. dependent var	101.2007	
S.E. of regression	66.47815	Akaike info criterion	11.38264	
Sum squared resid	66290.16	Schwarz criterion	11.53103	
Log likelihood	-99.44372	Durbin-Watson stat	1.855845	
Inverted AR Roots	.39			
Inverted MA Roots	.03+1.00i	.03 -1.00i		

Taigi turime Lietuvos bendrojo vidaus produkto ARMA modelį ir atliksime prognozes pirmajam ir antrajam 2011 m. ketvirčiams. Prognozavimas gali būti statinis arba dinaminis. Dinaminis prognozavimas rėmėsi prognozuojamomis priklausomo kintamojo su vėlavimais reikšmėmis, jog numatytume einamojo periodo priklausomojo kintamojo reikšmę. Statinis prognozavimas remiasi imties duomenimis, t.y. naudojamos priklausomo kintamojo su vėlavimais reikšmės, jeigu tokios yra prieinamos. Dinaminis prognozavimas nėra labai įdomus iš ekonominės perspektyvos, nes dinaminio prognozavimo atveju prognozė labai greitai konverguoja į konstantą. Ekonomikoje ir finansuose prognozėms atlikti naudojamas statinis prognozavimas.

Pasinaudoję eViews programa, gauname tokias prognozes:

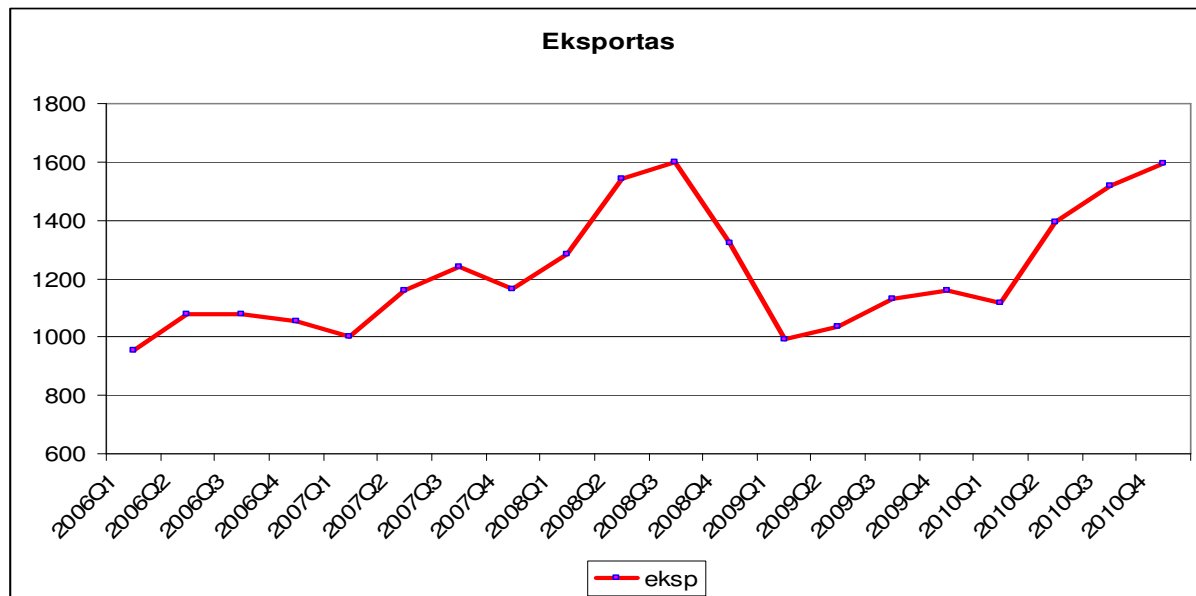
Ketvirtis	Eur / 1 gyventojui
2011 m. 1 ketvirtis	1875,9
2011 m. 2 ketvirtis	2182,3



46 pav. Lietuvos BVP duomenų sklaida ir prognozė

Kaip matyti iš 46 pav., Lietuvos bendrasis vidaus produktas pirmajame 2011 m. ketvirtyje nukris, o antrajame ketvirtyje prognozuojamas augimas, be to BVP pasieks 2010 m. paskutinio ketvirčio lygį.

5.2. Lietuvos eksportas



47 pav. Lietuvos eksporto duomenų sklaida

Grafike (47 pav.) pateikti pirminiai Lietuvos eksporto duomenys. Visų pirma, panaikiname sezoniškumo įtaką ir patikriname ar gauta duomenų eilutė yra stacionari.

Gavome lentelę (48 pav.), kuri parodo, jog duomenų eilutė yra nestacionari.

ADF Test Statistic	1.050477	1% Critical Value*	-2.6968
		5% Critical Value	-1.9602
		10% Critical Value	-1.6251

48 pav. Stacionarumo tikrinimas

Negavę stacionarios eilutės, sudarysime 1-os eilės skirtuminę transformaciją ir dar kartą patikrinsime gautos laiko eilutės stacionarumą.

ADF Test Statistic	-2.842722	1% Critical Value*	-2.7057
		5% Critical Value	-1.9614
		10% Critical Value	-1.6257

49 pav. Stacionarumo tikrinimas

Taigi is 49 pav. matyti, kad hipotezė apie eilutės stacionarumą yra neatmestina su reikšmingumo lygmeniu 0,01. Vadinasi, galime padaryti išvadą, jog duomenys yra stacionarūs ir šiai duomenų eilutei parinksime geriausią ARMA modelį, bei eViews programos pagalba atliksime prognozę artimiausiam laikotarpiui.

Date: 01/05/11 Time: 21:46
Sample: 2006:1 2011:2
Included observations: 19

		AC	PAC	Q-Stat	Prob	
Autocorrelation	Partial Correlation					
		1	0.486	0.486	5.2362	0.022
		2	0.100	-0.178	5.4716	0.065
		3	-0.317	-0.389	7.9785	0.046
		4	-0.364	-0.031	11.499	0.021
		5	-0.215	0.050	12.812	0.025
		6	-0.223	-0.369	14.332	0.026
		7	-0.207	-0.231	15.760	0.027
		8	-0.126	0.061	16.337	0.038
		9	0.092	0.070	16.676	0.054
		10	0.160	-0.290	17.809	0.058
		11	0.242	0.109	20.727	0.036
		12	0.013	-0.161	20.738	0.054
		13	-0.020	-0.067	20.764	0.078
		14	-0.014	0.069	20.780	0.107
		15	-0.023	-0.106	20.831	0.142
		16	-0.003	-0.116	20.832	0.185
		17	-0.057	0.106	21.475	0.206

50 pav. Lietuvos eksporto stacionarios eilutės korelograma

Sudarius korelogramą (50 pav.) ir vizualiai ją įvertinus, buvo iširta keletą ARMA modelių, bet pats efektyviausias pasirodė ARMA(1,4). Jo determinacijos koeficientas yra pats aukščiausias, o Akaike ir Schwarz kriterijai mažiausi tarp alternatyvų.

Dependent Variable: SK_EKSP
Method: Least Squares
Date: 01/05/11 Time: 22:01
Sample(adjusted): 2006:3 2010:4
Included observations: 18 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 16 iterations
Backcast: 2005:3 2006:2

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.526625	0.320423	1.643532	0.1242
MA(1)	0.077243	0.376726	0.205037	0.8407

MA(2)	0.270890	0.175314	1.545171	0.1463
MA(3)	-0.666669	0.244103	-2.731094	0.0171
MA(4)	-0.518589	0.280474	-1.848978	0.0873
R-squared	0.621830	Mean dependent var	31.04094	
Adjusted R-squared	0.505470	S.D. dependent var	113.3226	
S.E. of regression	79.69164	Akaike info criterion	11.82434	
Sum squared resid	82559.84	Schwarz criterion	12.07166	
Log likelihood	-101.4191	Durbin-Watson stat	2.018907	
Inverted AR Roots	.53			
Inverted MA Roots	.96	-.25+.97i	-.25 -.97i	-.54

Taigi turime Lietuvos BVP ARMA modelį ir atliksime prognozes pirmajam ir antrajam 2011 m. ketvirčiams. Buvo naudojamas statinis prognozavimas, nes jis labiausiai tinka prognozėms ekonomikoje atlikti.

Pasinaudoję eViews programa, gauname tokias prognozes:

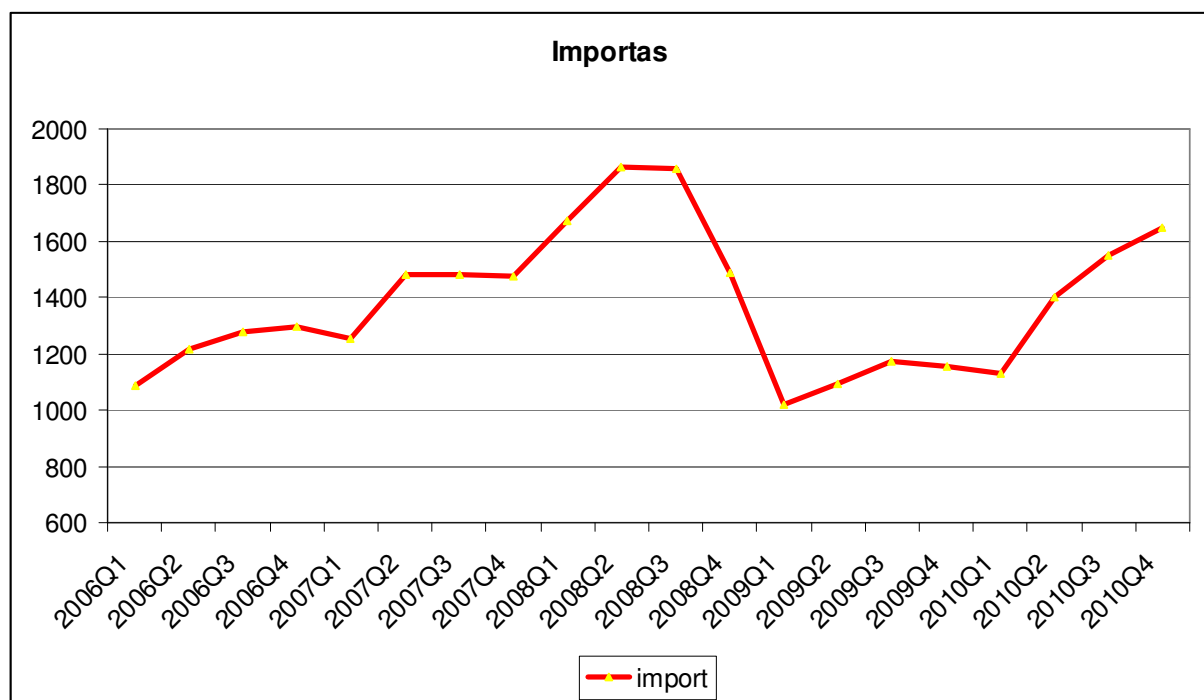
Ketvirtis	Eur / 1 gyventojui
2011 m. 1 ketvirtis	1509,9
2011 m. 2 ketvirtis	1693,4



51 pav. Lietuvos eksporto duomenų sklaida ir prognozė

Iš 51 pav. matyti, kad Lietuvos eksportas pirmajame 2011 m. ketvirtyje nukris, tačiau jau antrajame ketvirtyje prognozuojamas augimas ir eksporto dydis tenkantis vienam Lietuvos gyventojui pasieks aukščiausią lygį per visą nagrinėjamą laikotarpį.

5.3. Lietuvos importas



52 pav. Lietuvos importo duomenų sklaida

52 pav. pateikti pirmianiai Lietuvos importo duomenys. Pirmiausia, panaikiname sezoniskumo įtaką ir patikriname gautos duomenų eilutės stacionarumą.

ADF Test Statistic	0.479218	1% Critical Value*	-2.6968
		5% Critical Value	-1.9602
		10% Critical Value	-1.6251

53 pav. Stacionarumo tikrinimas

ADF Test Statistic -2.790945	1% Critical Value*	-2.7057
	5% Critical Value	-1.9614
	10% Critical Value	-1.6257

Date: 01/07/11 Time: 21:42
Sample: 2006:1 2011:2
Included observations: 19

55 pav. Lietuvos importo stacionarios eilutės korelograma

105

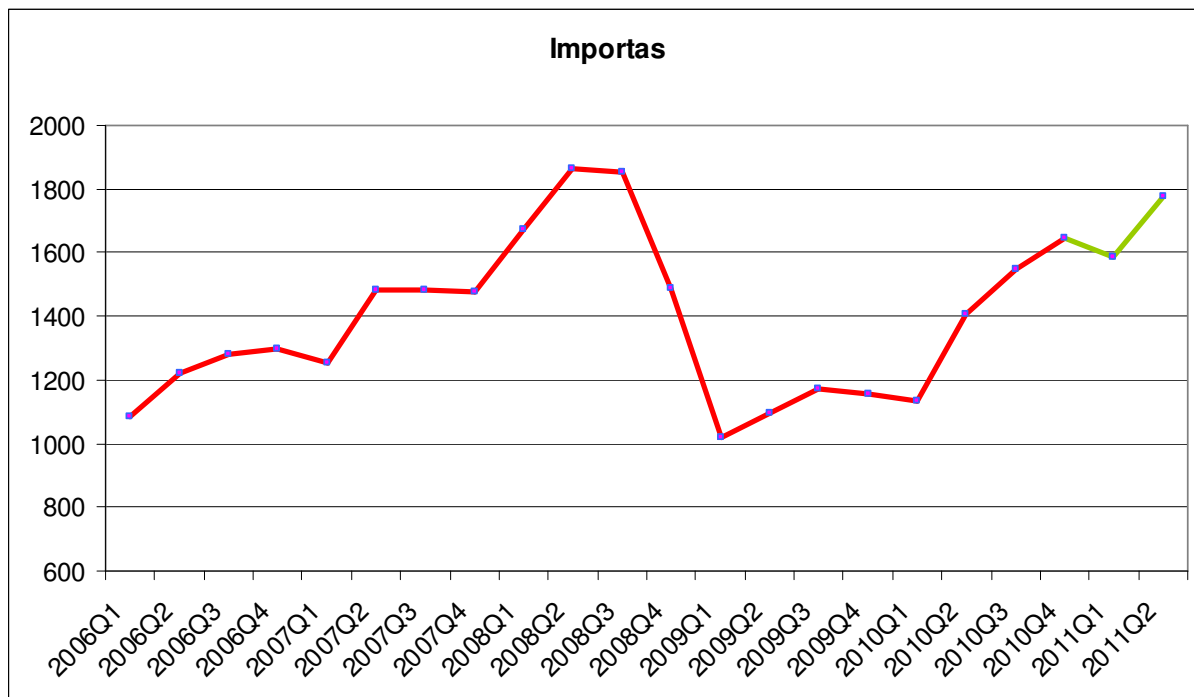
Dependent Variable: SK_IMPORT
Method: Least Squares
Date: 01/07/11 Time: 21:54
Sample(adjusted): 2006:3 2010:4
Included observations: 18 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 20 iterations
Backcast: 2005:3 2006:2

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	0.383340	0.276765	1.385073	0.1893
MA(1)	0.191377	0.173363	1.103909	0.2896
MA(2)	0.041232	0.102461	0.402416	0.6939
MA(3)	-0.163126	0.178012	-0.916374	0.3762
MA(4)	-0.912702	0.108710	-8.395760	0.0000
R-squared	0.660246	Mean dependent var	26.92784	
Adjusted R-squared	0.555707	S.D. dependent var	158.3319	
S.E. of regression	105.5366	Akaike info criterion	12.38613	
Sum squared resid	144793.8	Schwarz criterion	12.63345	
Log likelihood	-106.4751	Durbin-Watson stat	2.049794	
Inverted AR Roots	.38			
Inverted MA Roots	.96	-.09+.98i	-.09 -.98i	-.97

Buvo gauta, kad geriausiai tinka modelis ARMA(1,4) turimiems duomenims aprašyti. Jo determinacijos koeficientas yra pats aukščiausias, o Akaike ir Schwarz kriterijai mažiausi tarp alternatyvų. Turėdami modelį, atliksime prognozes pirmajam ir antrajam 2011 m. ketvirčiams.

Prognozes atliekame pasinaudoję eViews programa. Gauname tokius rezultatus:

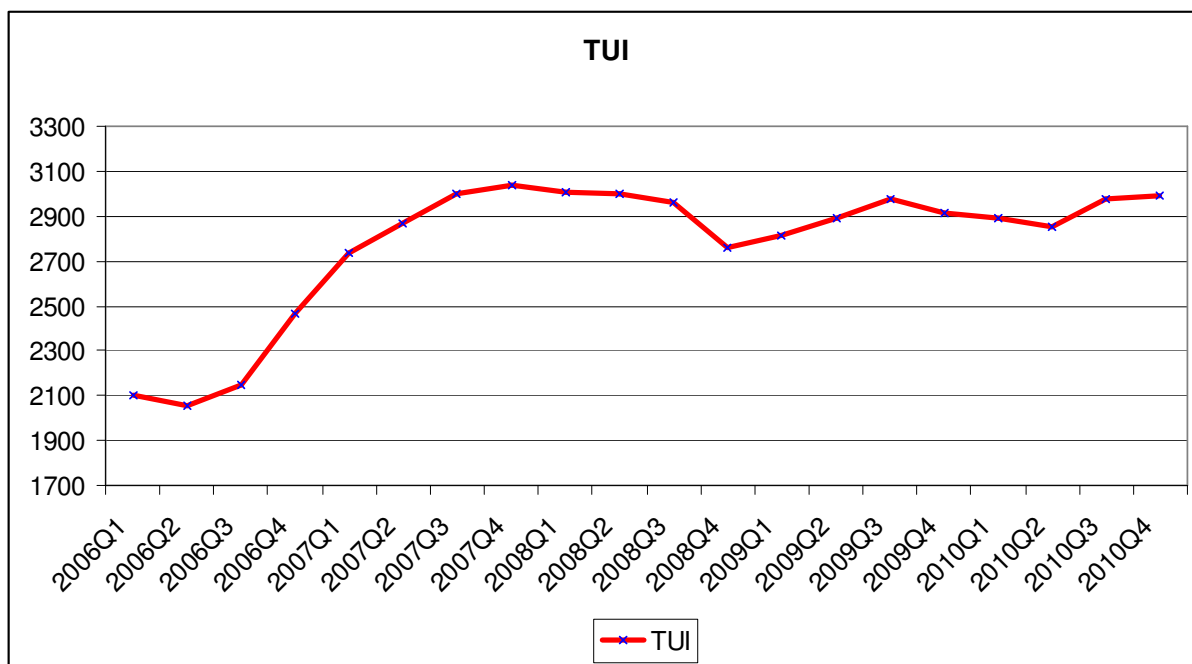
Ketvirtis	Eur / 1 gyventojui
2011 m. 1 ketvirtis	1584,2
2011 m. 2 ketvirtis	1775,1



56 pav. Lietuvos importo duomenų sklaida ir prognozė

Gautame grafike (56 pav.) matome Lietuvos importo duomenų sklaidą ir prognozes 2011 m. pirmajam ir antrajam ketvirčiams, kurios buvo gautos taikant ARMA modelį. Matyti, jog nepaisant prognozuojamo importo smukimo metų pradžioje, jau antrajame 2011 m. ketvirtyje laukiamas ženklus importo augimas, kuris leidžia padaryti prielaidą apie atsigaunantį Lietuvos ūkį.

5.4. Tiesioginės užsienio investicijos



57 pav. Lietuvos tiesioginių užsienio investicijų duomenų sklaida

Visų pirma, galime atlikti vizualinę duomenų analizę ir pasižiūrėti, kaip per nagrinėjamą 2006 – 2010 m. laikotarpį kito tiesioginių užsienio investicijų dydis (57 pav.). Akivaizdu, jog iki 2007 m. trečiojo ketvirčio vyko staigus užsienio investicijų augimas, kas teigiamai atsiliepė Lietuvos ekonomikos augimui. Norint sukurti ARMA modelį turimai laiko eilutei, patikrinsime ar ji yra stacionari.

ADF Test Statistic	1.468935	1% Critical Value*	-2.6968
		5% Critical Value	-1.9602
		10% Critical Value	-1.6251

58 pav. Stacionarumo tikrinimas

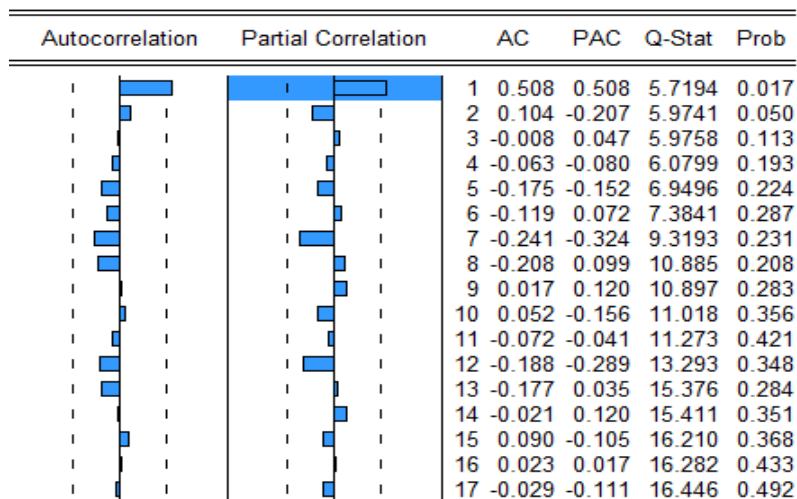
Kaip matyti iš 58 pav., ADF testas parodo, jog laiko eilutė nestacionari. Tada su eViews programa atlikta 1-os eilės skirtuminę transformaciją ir gautas toks rezultatas:

ADF Test Statistic	-3.096028	1% Critical Value*	-2.7057
		5% Critical Value	-1.9614
		10% Critical Value	-1.6257

59 pav. Stacionarumo tikrinimas

Taigi, galime teigti, kad hipotezė apie duomenų stacionarumą yra neatmestina su reikšmingumo lygmeniu 0,01. Patenkinus prielaidą apie duomenų stacionarumą, galima konstruoti ARMA modelį.

Date: 01/07/11 Time: 22:46
Sample: 2006:1 2011:2
Included observations: 19



60 pav. Lietuvos tiesioginių užsienio investicijų stacionarios eilutės korelograma

Remiantis korelograma (60 pav.) analizavome keletą alternatyvių ARMA modelių. Radome, jog geriausiai tinka modelis ARMA(2,2). Jo determinacijos koeficientas yra pats aukščiausias, o Akaike ir Schwarz kriterijai mažiausi tarp alternatyvų. Turėdami modelį, atliksime prognozes pirmajam ir antrajam 2011 m. ketvirčiams.

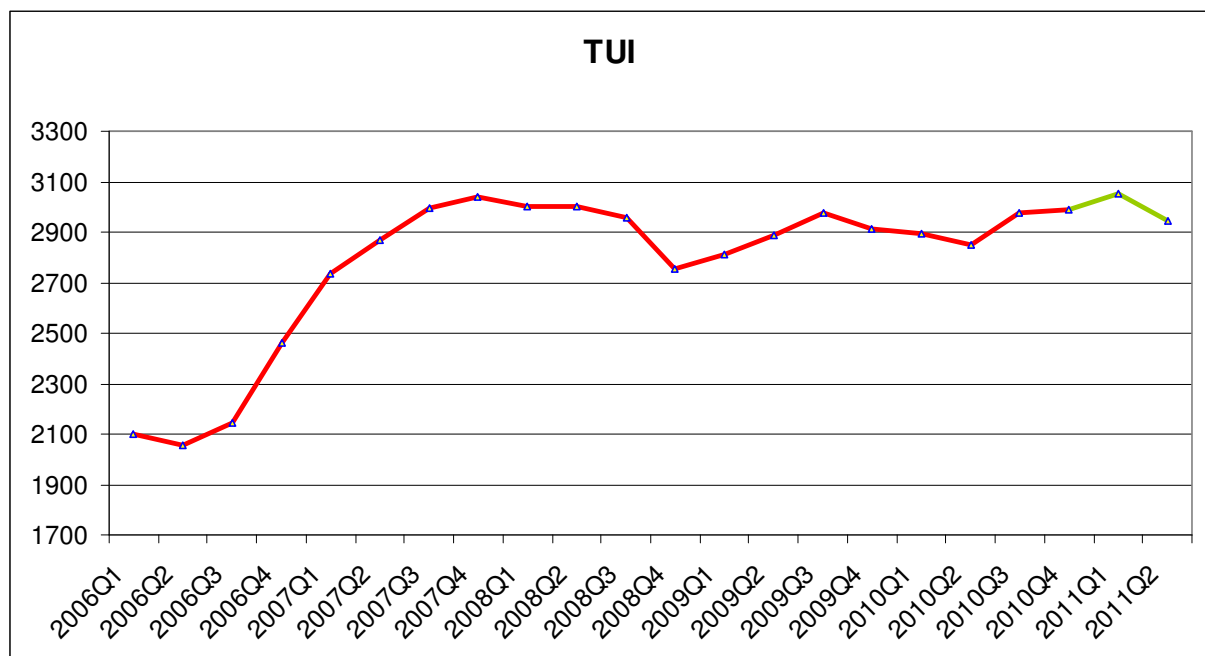
Dependent Variable: SK_TUI
Method: Least Squares
Date: 01/07/11 Time: 22:49
Sample(adjusted): 2006:4 2010:4
Included observations: 17 after adjusting endpoints
Convergence achieved after 32 iterations
Backcast: 2006:2 2006:3

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
AR(1)	-0.650567	0.212424	-3.062583	0.0091
AR(2)	0.153539	0.238740	0.643123	0.5313
MA(1)	1.727248	0.122006	14.15704	0.0000
MA(2)	0.994810	0.124478	7.991849	0.0000
R-squared	0.539553	Mean dependent var		50.61349
Adjusted R-squared	0.433295	S.D. dependent var		124.1885
S.E. of regression	93.48885	Akaike info criterion		12.11589

Sum squared resid	113622.2	Schwarz criterion	12.31194
Log likelihood	-98.98503	Durbin-Watson stat	2.113311
Inverted AR Roots	.18	-.83	
Inverted MA Roots	-.86 -.50i	-.86+.50i	

Prognozes atliekame su eViews programa. Gauname tokius rezultatus:

Ketvirtis	Eur / 1 gyventojui
2011 m. 1 ketvirtis	3051,8
2011 m. 2 ketvirtis	2942,8



61 pav. Lietuvos tiesioginių užsienio investicijų duomenų sklaida ir prognozė

Gauta lentelė (61 pav.), kurioje pavaizduotos prognozės pirmiems 2011 m. ketvirčiams, parodo, jog esminių permainų tiesioginių užsienio investicijų srityje nenusimato. Pirmajame ateinančių metų ketvirtyje TUI rodiklis nežymiai išaugs, tačiau jau antrajame 2011 m. ketvirtyje vėl prognozuojamas jo kritimas iki 2010 m. trečiojo ketvirčio lygio.

Išvados

1. Atlikęs pagrindinių Baltijos šalių makroekonominių indikatorių koreliacinę analizę nustatiau, kad:
 - stipriausias ryšys egzistuoja tarp importo ir eksporto rodiklių, jų koreliacijos koeficientas visuose Baltijos šalyse yra virš 0,9;
 - silpniausias ryšys yra tarp eksporto ir tiesioginių užsienio investicijų (Latvijoje ir Estijoje), o Lietuvoje – tarp importo ir tiesioginių užsienio investicijų. Koreliacijos koeficientas tarp šių indikatorių visuose Baltijos šalyse yra žemiau 0,6.
2. Trendu ir sezoniniu indeksu sudarytos 1-ojo ir 2-ojo 2011 m. ketvirčio prognozės parodė, kad 2011 m. antrajame ketvirtyje BVP, importo, eksporto ir tiesioginių užsienio investicijų laukia augimas:
 - didžiausias augimas, palyginti su 2010 m. paskutiniu ketvirčiu, prognozuojamas Lietuvos ir Estijos eksportui atitinkamai 25,19% ir 25,69%;
 - lėčiausiai turėtų augti tiesioginių užsienio investicijų kiekis į Latvijos ekonomiką – 1,26%.
3. Ištirus du laikotarpius – nuo 2006 – 2008 m. 2 ketvirčio ir nuo 2009 m. 3 ketvirčio iki 2010 m. 4 ketvirčio, buvo įsitikinta, kad BVP dinamika kiekvienoje Baltijos šalyje yra skirtinga ir hipotezė apie bendrą tendą visoms trimis Baltijos šalims yra atmetama.
4. Regresiniai modeliai buvo sudaryti nelogaritmuotiems duomenims. Nustatyta, kad BVP kitimas kiekvienoje Baltijos šalyje aprašomas skirtingais makroekonominiais rodikliais, tačiau du indikatoriai – importas ir vidutinis darbo užmokestis įtraukiami į kiekvienos šalies BVP regresinį modelį.
5. Pagrindiniams Lietuvos makroekonominiams rodikliams – BVP, importui, eksportui ir tiesioginėms užsienio investicijoms buvo sudaryti ARMA modeliai. Pagal sudarytus ARMA modelius buvo atliktos nagrinėjamų rodiklių prognozės 2011 m. pirmam ir

antram ketvirčiams. Lietuvos BVP, eksportui ir importui prognozuojamas augimas antrajame 2011 m. ketvirtyje, be to, eksporto dydis, tenkantis vienam šalies gyventojui, pasieks aukščiausią lygį per visą nagrinėjamą laikotarpį. 2011 m. antrajame ketvirtyje prognozuojamas tiesioginių užsienio investicijų smukimas iki 2010 m. trečiojo ketvirčio lygio.

Tačiau visi gauti ARMA modeliai nepasižymi aukštu determinacijos koeficientu ir vidutiniškai paaiškina tik 50% – 65% duomenų sklaidos. Tai leidžia padaryti prielaidą, kad norint gauti tikslesnes prognozes, reikia taikyti sudėtingesnius – VARMA modelius.

Literatūros sąrašas

1. Čekanavičius, V.; Murauskas, G.; *Statistika ir jos taikymai II*. Vilnius:TEV, 2002. 268 p.
2. Estijos Centrinis bankas. Estijos pinigų statistika [žiūrėta 2011-03-07]. Prieiga per internetą:
http://www.eestipank.info/dynamic/itp/itp_report_a.jsp?startDay=1&startMonth=1&startYear=2006&endDay=1&endMonth=1&endYear=2010&reference=142&className=EPSTAT&step=9&lang=en§orNumber=&submit=SHOW
3. Estijos Statistikos departamentas. Estijos bendrasis vidaus produktas [žiūrėta 2011-03-09]. Prieiga per internetą: <http://www.stat.ee/subject-areas>
4. Estijos Statistikos departamentas. Estijos vidutinis darbo užmokestis (bruto) [žiūrėta 2011-03-09]. Prieiga per internetą: <http://www.stat.ee/subject-areas>
5. Estijos Statistikos departamentas. Estijos nedarbo lygis šalyje [žiūrėta 2011-03-09]. Prieiga per internetą: <http://www.stat.ee/subject-areas>
6. Eurostat statistinė duomenų bazė. Baltijos šalių importo ir eksporto duomenys [žiūrėta 2011-03-14]. Prieiga per internetą:
<http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/setupModifyTableLayout.do>
7. Eurostat statistinė duomenų bazė. Baltijos šalių tiesioginių užsienio investicijų duomenys [žiūrėta 2011-03-14]. Prieiga per internetą:
http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?dataset=bop_fdi_main&lang=en
8. Eurostat statistinė duomenų bazė. Baltijos šalių vartotojų kainų indeksas [žiūrėta 2011-03-14]. Prieiga per internetą:
http://appsso.eurostat.ec.europa.eu/nui/show.do?dataset=prc_hicp_cind&lang=en
9. Laisvoji enciklopedija Vikipedija. Bendrasis vidaus produktas [žiūrėta 2011-02-28]. Prieiga per internetą: http://lt.wikipedia.org/wiki/Bendrasis_vidaus_produktas.
10. Latvijos Centrinis bankas. Latvijos pinigų statistika [žiūrėta 2011-03-02]. Prieiga per internetą: <http://www.bank.lv/en/legal/banking-and-monetary-statistics>

11. Latvijos Statistikos departamentas. Latvijos bendrasis vidaus produktas [žiūrėta 2011-03-09]. Prieiga per internetą: <http://www.csb.gov.lv/en/dati/statistics-database-30501.html-0>
12. Latvijos Statistikos departamentas. Latvijos vidutinis darbo užmokestis (bruto) [žiūrėta 2011-03-09]. Prieiga per internetą: <http://www.csb.gov.lv/en/dati/statistics-database-30501.html-0>
13. Latvijos Statistikos departamentas. Latvijos nedarbo lygis šalyje [žiūrėta 2011-03-10]. Prieiga per internetą: <http://www.csb.gov.lv/en/dati/statistics-database-30501.html-0>
14. Lietuvos Centrinis bankas. Lietuvos pinigų statistika [žiūrėta 2011-03-02]. Prieiga per internetą: http://www.lb.lt/stat_pub/statbrowser.aspx?group=8010
15. Lietuvos Statistikos departamentas. Lietuvos bendrasis vidaus produktas [žiūrėta 2011-03-02]. Prieiga per internetą: <http://db1.stat.gov.lt/statbank/default.asp?w=1280>
16. Lietuvos Statistikos departamentas. Lietuvos vidutinis darbo užmokestis (bruto) [žiūrėta 2011-03-02]. Prieiga per internetą: <http://db1.stat.gov.lt/statbank/default.asp?w=1280>
17. Lietuvos Statistikos departamentas. Lietuvos nedarbo lygis šalyje [žiūrėta 2011-03-02]. Prieiga per internetą: <http://db1.stat.gov.lt/statbank/default.asp?w=1280>
18. Pindyck, R. S.; Rubinfeld, D. L. *Models and economic forecasts*. 1998. 634 p.
19. Račkauskas, A. *Ekonometrikos įvadas*. Vilnius 2003, 157 p.
20. Rudzakis, R. 2010. *Ekonometrinė analizė. Paskaitų konspektas*
21. Sakalauskas, L. *Informacinės sistemos inžinerijoje*. Vilnius, 2003. [žiūrėta 2011-03-18]. Prieiga per internetą: http://katr.vtu.lt/leonidas/konspi/konspektas1_files/konspektas1.htm.
22. Sniežka, V.; Baumilienė, V. *Makroekonomika*. Kaunas Technologija 2001, 615 p.
23. Swedbank. 2011 m. sausis. *Swednabk Analyses the swedish and Baltic Economies*. Prieiga per internetą [http://www.swedbank.lt/lt/previews/get/2160/1295252521_Swedbank_Economic_Outlook_\(January_2011\).pdf](http://www.swedbank.lt/lt/previews/get/2160/1295252521_Swedbank_Economic_Outlook_(January_2011).pdf)