



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

TRANSPORTO INŽINERIJOS FAKULTETAS

AUTOMOBILIŲ TRANSPORTO KATEDRA

Svetlana Koval

AUTOMOBILIO DINAMIKOS MATEMATINIS MODELIS

MATHEMATIC MODEL OF VEHICLE DYNAMICS

Baigiamasis magistro darbas

Transporto inžinerijos studijų programa, valstybinis kodas 62403T104

Automobilių transporto inžinerijos specializacija

Transporto technologijos mokslo kryptis

Vilnius, 2009

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
TRANSPORTO INŽINERIJOS FAKULTETAS
AUTOMOBILIŲ TRANSPORTO KATEDRA

TVIRTINU

Katedros vedėjas

(Parašas)

Saugirdas Pukalskas

(Vardas, pavardė)

(Data)

Svetlana Koval

AUTOMOBILIO DINAMIKOS MATEMATINIS MODELIS
MATHEMATIC MODEL OF VEHICLE DYNAMICS

Baigiamasis magistro darbas

Transporto inžinerijos studijų programa, valstybinis kodas 62403T104

Automobilių transporto inžinerijos specializacija

Transporto technologijos mokslo kryptis

Vadovas doc. dr. S. Pukalskas _____
(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė) (Parašas) (Data)

Konsultantas lekt. A. Petrėtienė _____
(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė) (Parašas) (Data)

Konsultantas _____
(Moksl. laipsnis, vardas, pavardė) (Parašas) (Data)

Vilnius, 2009

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Transporto inžinerijos fakultetas

Automobilių transporto katedra

ISBN ISSN

Egz. sk.

Data-.....-.....

Transporto inžinerijos studijų programos baigiamasis magistro darbas

Pavadinimas **Automobilio dinamikos matematinis modelis**

Autorius **Svetlana Koval**

Vadovas **Saugirdas Pukalskas**

Kalba

lietuvių

Anotacija

Baigiamajame darbe nagrinėjama dinaminės sistemos judėjimo charakteristika ir tiriamas atvejis, kai automobiliui, važiuojančiam tiesiu keliu, praduriama padanga.

Atlikta mokslinių darbų, aprašančių transporto priemonių bei jų atskirų dalių dinامينius modelius, analizė. Sudarytas pneumatinio rato su kintančiu slėgiu ir viso automobilio dinaminis modelis. Eksperimentinių tyrimų automobilio dinamikos modeliavimas buvo atliktas naudojant *Compaq Visual Fortran 6* programoje sudarytą algoritminę kalbą. Pagal sumodeliuotus atvejus pateikiami grafikai, apibūdinantys gautus dydžius: pradurto pneumatinio rato slėgio priklausomybę nuo laiko, automobilio greičio kitimą, nuvažiuotą kelią ir ištekiančių dujų debitą priklausomai nuo padangos slėgio.

Darbą sudaro tokios dalys: paveikslų sąrašas, lentelių sąrašas, įvadas, tyrimo objektas, literatūros apžvalga, pneumatinio rato dinamikos matematinis modelis, automobilio dinamikos matematinis modelis, kompiuterinis eksperimentas, išvados, literatūros sąrašas, priedai. Darbo apimtis – 45 p. su priedais, 32 iliustr., 1 lent., 19 bibliografinių šaltinių.

Prasminiai žodžiai: slėgis, pneumatinė padanga, matematinis modelis, riedėjimo pasipriešinimas, „Compaq Visual Fortran 6“, automobilio dinamika.

Vilnius Gediminas technical university
Faculty of Transport Engineering
Department of Automobile Transport

ISBN ISSN
Copies No.
Date-....-....

Transport engineering study programme master thesis

Title: **Mathematic model of vehicle dynamics**

Author **Svetlana Koval**

Academic supervisor **Saugirdas Pukalskas**

Thesis language

Lithuanian

Foreign

Annotation

In the final thesis are analysing movement characteristic of the dynamic system and studying the case of the moving vehicle, when the tyre of the vehicle is punctured.

The analysis of the scientific sources concerning the theme of the vehicle's and it's separate parts dynamical model has been accomplished. Pneumatic tyre with pressure variations and full vehicle dynamic model was made-up. The following experimental research in vehicle dynamic simulation was performed using the algorithmic language schedule in *Compaq Visual Fortran 6* programm. Under the simulated event presented a graphs to describe the sizes obtained: the punctured pneumatic tyre pressure dependence of the time, variation of the vehicle speed, the driwed track and the outward gas yield dependence of the tyre pressure.

Structure: list of pictures, list of tables, introduction, the subject of research, survey of literature, dynamic model of pneumatic tyre, mathematic model of vehicle dynamic, computer-based experiment, list of literature.

Thesis consists of: 45 p. text with appendixes, 32 pictures, 1 table, 19 bibliographical entries.

Keywords: pressure, pneumatic tyre, mathematical model, rolling resistance, "Compaq Visual Fortran 6", vehicle dynamics.

TURINYS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS.....	7
LENTELIŲ SĄRAŠAS.....	11
ĮVADAS.....	12
1. TYRIMO OBJEKTAS	13
2. LITERATŪROS APŽVALGA.....	14
2.1. Mokomoji literatūra.....	14
2.2. Mokslinių straipsnių apžvalga.....	16
3. PNEUMATINIO RATO DINAMIKOS MATEMATINIS MODELIS.....	19
3.1. Pneumatinio rato dinamikos matematinio modelio sudarymas neįvertinant tūrio kitimo.....	19
3.2. Kompiuterinis eksperimentas (neįvertinant tūrio kitimo).....	20
3.3. Pneumatinio rato dinamikos pilno matematinio modelio sudarymas.....	25
3.4. Kompiuterinis eksperimentas.....	26
4. AUTOMOBILIO DINAMIKOS MATEMATINIS MODELIS.....	32
IŠVADOS.....	42
LITERATŪROS SĄRAŠAS.....	43
PRIEDAI.....	45

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1 pav. „Fortran“ uždaviniui spręsti algoritminė kalba (pirmoji dalis).....	21
2 pav. „Fortran“ uždaviniui spręsti algoritminė kalba (antroji dalis).....	22
3 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=2,5\text{ mm}$	23
4 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=7,0\text{ mm}$	23
5 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=10,0\text{ mm}$	23
6 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4,0\text{ mm}$	24
7 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=-50\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4,0\text{ mm}$	24
8 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=+50\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4,0\text{ mm}$	24
9 pav. Pneumatinės padangos skersinis pjūvis: A_1, A_2 – skerspjūvio plotai, m^2 ; a_s – šoninės sienelės spindulys, m ; ϕ_1 – kontakto kampas, rad ; ϕ_s – šoninės sienelės kampas, rad ; b – juostos plotis, m	25
10 pav. „Fortran“ uždaviniui spręsti algoritminė kalba (pirmoji dalis).....	27
11 pav. „Fortran“ uždaviniui spręsti algoritminė kalba (antroji dalis).....	28
12 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, kampinis greitis $\Omega=46\text{ rad/s}$	28
13 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=+50\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, kampinis greitis $\Omega=46\text{ rad/s}$	29
14 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=-50\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, kampinis greitis $\Omega=46\text{ rad/s}$	29
15 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=3\text{ mm}$, kampinis greitis $\Omega=46\text{ rad/s}$	29

16 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=7$ mm, kampinis greitis $\Omega=46$ rad/s.....	30
17 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=10$ mm, kampinis greitis $\Omega=46$ rad/s.....	30
18 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, kampinis greitis $\Omega=18,52$ rad/s.....	30
19 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, kampinis greitis $\Omega=64,81$ rad/s.....	31
20 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, kampinis greitis $\Omega=83,33$ rad/s.....	31
21 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, kampinis greitis $\Omega=111,11$ rad/s.....	31
22 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, kampinis greitis $\Omega=157,41$ rad/s.....	32
23 pav. Automobilį veikiančios jėgos.....	33
24 pav. Padangos deformacija.....	34
25 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=20$ km/h.....	35
26 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo techninių dujų debito G_{out} , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=20$ km/h.....	36
27 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo automobilio nuvažioto kelio S , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=20$ km/h.....	36
28 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo automobilio greičio G_r , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=20$ km/h.....	36
29 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h.....	37

30 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo nuvažiuoto kelio S , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h.....	37
31 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo automobilio greičio V , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h.....	37
32 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo debito G_{out} , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h.....	38
33 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=120$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,013$	38
34 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo nuvažiuoto kelio S , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=120$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,013$	39
35pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo greičio V , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=120$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,013$	39
36pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo debito G_{out} , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=120$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,013$	39
37 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,35$	40
38 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo nuvažiuoto kelio S , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,35$	40
39 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo greičio V , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,35$	40

40 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo debito G_{out} , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,35$41

LENTELIŲ SĄRAŠAS

1 lentelė. Rato parametrai.....	26
---------------------------------	----

ĮVADAS

Automobilių dinamika tiria dinامينius reiškinius, kurie vyksta sistemoje „Automobilis – vairuotojas – kelias – aplinka“. Nagrinėjant automobilio judėjimą taikomi bendrieji teorinės ir taikomosios mechanikos bei mašinų ir mechanizmų teorijos principai ir dėsniai. Nepaisant to, automobilių dinamika yra specifinė teorinio ir eksperimentinio tyrimo sritis.

Anksčiau vietoj termino „automobilio dinamika“ buvo vartojami „automobilių judėjimo teorija“ arba tiesiog „automobilių teorija“. Tačiau šiuo metu tarptautiniu mastu dažniausiai taikomas apibrėžimas „automobilių dinamika“.

Automobiliai sudaryti iš įvairių standžiai, paslankiai, lanksčiai ir kitokiais būdais sujungtų detalių, agregatų bei sistemų. Mašinos dinamika žinoma, kai galima diferencialinėmis lygtimis išreikšti mašinos ir jos detalių poslinkių, greičių bei veikiančių jėgų ir momentų pokyčius laiko atžvilgiu. Tačiau mašinos sandara labai sudėtinga ir ne visus dinامينius procesus bei detalių sąveiką galima išreikšti analitiškai, todėl, siekiant palengvinti skaičiavimus, sudaromas supaprastintas mašinos modelis. Automobilis ir jo detalės pakeičiamos erdvinėmis, plokščiomis ir netgi taškinėmis masėmis, kurios kinematikai tarpusavyje sujungiamos ir apkraunamos jėgomis.

Yra priimta atskirai nagrinėti išilginį, skersinį (arba šoninį) ir vertikalųjį automobilio judėjimą.

Išilginė dinamika apibūdinama traukos dinaminėmis ir stabdymo savybėmis. Šoninė automobilio dinamika – tai savybių visuma, apibrėžianti jo skersinį judėjimą. Svarbiausios šoninės dinamikos savybės yra stovumas, valdomumas ir manevringumas. Vertikalią automobilio dinamiką apibūdina eigos tolygumas ir pravažumas. Pateiktas kelių transporto priemonių dinamikos pasiskirstymas yra sutartinis, nes automobilio elementai yra sujungti į uždara sistemą, todėl energija transformuojama.

Įvertinant svarbiausias išilginės ir šoninės dinamikos savybes nagrinėjamas automobilio judėjimas lygiu horizontaliu keliu.

Šiuo metu vis plačiau atliekamas analizinis tyrimas taikant kompiuterinę skaičiavimo techniką. Matematiškai modeliuojant svarbu pasirinkti tinkamus automobilio ir jo elementų modelius bei gerai žinoti svarbiausius jų taikymo principus.

1. TYRIMO OBJEKTAS

Automobilis yra pati patogiausia ir populiariausia transporto priemonė, bet, deja, sukelianti visiems kelio dalyviams nemažai rūpesčių.

Literatūroje gana plačiai nagrinėjami transporto priemonių bei jų atskirų dalių matematiniai modeliai, kuriais sprendžiami žmogaus komforto bei saugumo gerinimo, eismo įvykių ir dinaminų savybių tobulinimo uždaviniai.

Šiame baigiamajame darbe nagrinėjama dinaminės sistemos judėjimo charakteristika ir tiriamas atvejis, kai automobiliui važiuojančiam tiesiu keliu, praduriama padanga. Kuo tiksliau pavyks sumodeliuoti įvykio sudedamąsias dalis, tuo tikslesnis gausis bendras automobilio dinamikos matematinis modelis. Viena šio modelio sudedamoji dalis – transporto priemonės pneumatinio rato charakteristikų (geometrinės formos ir fizinių mechaninių savybių) aprašymas.

2. LITERATŪROS APŽVALGA

2.1. Mokomoji literatūra

Rašydama baigiamąjį darbą remiuosi įgytomis žiniomis iš *Baigtinių elementų metodo pagrindų* ir *Informacinių technologijų* (kur dėstoma programavimo kalba „Fortran“ sistemoje) kursų. Todėl norėčiau plačiau aprašyti šiuos pagrindinius modulius ir taikymo sritis.

Baigtinių elementų metodas – vienas iš plačiausiai taikomų metodų, skirtų mechaninių, šiluminių, hidraulinių, elektromagnetinių ir kitokių fizikinių sistemų uždaviniams spręsti bei dinaminiam procesams modeliuoti.

Labai svarbu suprasti baigtinių elementų modelių sudarymo principus ir mokėti pačiam sudaryti nesudėtingų sistemų modelius, programuojant viena iš aukšto lygio programavimo kalbų (*FORTRAN*, *Pascal*, *C*) arba matematinei analizei orientuotose programavimo terpėse (*MatLab*, *MatCAD*, *Mathematica*, *MAPLE*), suvokti modelių taikymo galimybes ir kūrybiškai juos naudoti inžineriniame ir moksliniame darbe.

Baigtinių elementų metodas yra apytikslis matematinis metodas, skirtas diferencialinėms dalinių išvestinių lygtims spręsti. Tačiau kalbant apie inžinerinį taikymą, patį metodą dažniausiai patogus susieti su konkrečių taikomųjų uždavinių klasėmis ir jų ypatumais. Pavyzdžiui, mokantis baigtinių elementų metodo taikymo mechanikoje pagrindų, galima giliau ir kompleksiščiau pažvelgti į mechanikoje taikomus matematinius modelius, suvokti jų vietą ir galimybes bei susisteminti turimas žinias. Baigtinių elementų metodo algoritmas yra beveik toks pat labai įvairių fizinių sistemų uždaviniuose, todėl nebereikia gilintis į daugelį tradicinių analizinių lygčių sprendimo metodų.

Norint gerai suvokti konstrukcijų ir sistemų modeliavimo baigtiniais elementais esmę, reikia prisiminti arba susisteminti daugelį anksčiau studijuotų dalykų – klasikinės, analizinės, kontinuumo mechanikos, matematinės analizės, skaitinių metodų, informatikos pagrindus. Atliekant baigtinių elementų analizę paprastai sprendžiami tokie klausimai:

- *sudaromas diskretusis tiriamojo kūno arba srities modelis*. Čia standartiniu pavidalu užrašomos tiriamojo kūno ar kūnų sistemos statikos, dinamikos, šilumos mainų, skysčių mechanikos ir pan. matricinės algebrinės arba diferencialinės lygtys;

- ***parenkama gautųjų diskrečiojo modelio lygčių sprendimo strategija.*** Ji labai priklauso nuo fizinės uždavinio esmės. Pavyzdžiui, tiesinių statistikos uždavinį išspręsti palyginti nesunku ir sprendimo fizinę prasmę suvokti labai paprasta. Dinamikoje – tas pats baigtinių elementų modelis gali būti panaudotas labai įvairiems uždaviniams formuluoti. Čia galime apskaičiuoti konstrukcijų savuosius virpesius, priverstinius periodinius arba pereinamuosius virpesius, atsaką į smūginius ir seisminius spektrus ir pan. Todėl labai pravartu žinoti bendruosius konstrukcijų dinamikos metodus, kurių pagrindai pateikiami *Mechaninių virpesių* kursuose. Dar kitokios sprendimo strategijos gali būti taikomos, sprendžiant šilumos mainų arba hidromechanikos uždavinius;
- ***išsprendžiamos diskrečiojo modelio lygtys.*** Norint našiai ir patikimai išspręsti dideles išretintas algebrinių arba diferencialinių lygčių sistemas, taikomi specialus tiesinių algebrinių lygčių sprendimo, savųjų reikšmių radimo, skaitinio integravimo laike, netiesinių lygčių sprendimo ir kiti skaitiniai metodai. Šie dalykai nagrinėjami *Skaičiavimo metodų* kursuose;
- ***iš gautojo lygčių sistemos sprendinio apskaičiuojami reikalingi išvestiniai dydžiai,*** tokie kaip: įtempimai deformuojamame kūne, skysčio greičiai bei slėgiai ir pan. Sprendinio prasmę dažniausiai galima suvokti tik pavaizdavus jį grafiškai kompiuterio ekrane. Apskritai baigtinių elementų metodas įgyja praktinę vertę tik sukūrus atitinkamas jį realizuojančias kompiuterines programas. Kuriant programas, reikia ne tik užprogramuoti matematinius veiksmus, bet pravartu turėti baigtinių elementų tinklelio generavimo ir rezultatų apdorojimo bei vizualizavimo ir kitas programas. Tokios programos, nors jos tiesiogiai nedaug siejasi su baigtinių elementų matematiniais pagrindais, gali būti ir labai sudėtingos. Norint jas integruoti į šiuolaikines informacines terpes, reikia daug specialiųjų *Informacinių technologijų* žinių.

Baigiamajame darbe Baigtinių elementų metodo pagrindu parašyta kompiuterinė programa, naudojant „Fortran“ paketą.

„Fortran“ visada buvo ir yra vyraujanti programavimo kalba moksliniams ir inžineriniams uždaviniams programuoti. Tai viena pirmųjų algoritminių kalbų, savo istoriją skaičiuojanti nuo 1957 m. Pats kalbos pavadinimas (*FORMula TRANslation* – formulių vertimas) rodo, kad kalba

tiesiogiai skirta moksliniams techniniams skaičiavimams. Jokia kita kalba programuojant šios srities uždavinius neprilygsta „Fortran“ nei patogumui, nei greičiui.

Programavimo „Fortran“ sistemos yra naudingos moksliniams bei inžinieriams skaičiavimams dar ir tuo, kad juos turi dideles matematinių-inžinerinių uždavinių sprendimo paprogramių bibliotekas (IMSL – „Digital Visual Fortran“, ESSL, PEESL – „AIX Fortran“), labai palengvinančias ir pagreitinančias standartinių uždavinių, ypač veiksmų su matricomis, sprendimą.

2.2 Mokslinių straipsnių apžvalga

Vis labiau tobulėjant technologijoms, atsiranda būtinybė kompleksiskai įvertinti automobilio, rato ir kelio sąveiką, nustatant bendrus sąlyčio taškus ir ieškant optimalių sprendimų. Toks kompleksiškas požiūris leistų padidinti automobilio galios efektyvumą, pagerinti važiavimo komfortą ir sumažinti kelio poveikį automobilio eksploatacinėms savybėms.

Eigos tolydumas – tai automobilio eksploatacijos savybė, nusakanti vairuotojo, keleivio važiavimo patogumą ar krovinio saugumą, automobiliui judant nelygiu keliu plačiame greičio ruože veikia daug veiksnių, kurie turi įtakos automobilio stabilumui.

Daugelio mokslininkų tikslas – sukurti kuo tikslesnį automobilio modelį, artimą realiam, ir gauti kuo tikslesnius parametrus, kurie leistų nustatyti, kaip reaguoja automobilis važiuodamas nelygiu keliu, kaip deformuosis jo rėmas avarijos atveju, kokias deformacijas jis patirs smūgio metu. Siekiant kuo tiksliau atkurti automobilį, jis yra modeliuojamas baigtiniais elementais arba paslankiais šarnyrais (Sousa et al. 2008). Sukurtas automobilio modelis bandomas naudojant daugybę įvairių susidūrimo scenarijų, apibrėžtų tarptautiniuose standartuose, tokiuose kaip EuroNCAP. Sukurtas automobilio modelis gali būti naudojamas tobulinant tam tikras saugumo sistemas ar tobulinant jau naudojamas kėbulo saugumo sistemas.

Straipsnyje (Prentkovskis and Sokolovskij 2008) modeliuojamas eismo įvykis, kurio metu automobilis kliudo šaligatvį. Praradęs pusiausvyrą apvirsta arba nulekia į griovį. Modeliuojant eismo įvykį buvo imituotas automobilis kaip viena koncentruota masė, sujungta elastingais „Kelvin-Foight“ elementais. Pasinaudojus automobilio modeliu buvo nustatomos jį veikiančios inercijos jėgos.

Siekiant išvengti susidūrimo su kliūtimis automobilis turi būti stabilus. Jo stabilumui didelę reikšmę turi važiuoklė. Vienas pagrindinių važiuoklės elementų yra amortizatorius. Jo pagrindinės funkcijos yra kelio nelygumų apdorojimas, automobilio valdymo kokybė ir esančių keleivių automobilyje komfortiškumas. Šios visos funkcijos įvertinamos ir analizuojamos viename Italijos mokslininkų straipsnyje (Arcidiacono 2001). Modeliuojant aktyvias ir pasyvias važiuokles būtina įvertinti spyruoklių standumus (Schiehlen 2007; Liberzon 2001).

Automobilio stabilumui labai svarbus kelio ir padangos santykis. Todėl kuriami įvairūs kelio dangos – automobilio modeliai, kuriais stengiamasi aprašyti kelio nelygumų įtaką automobiliui. Stengiamasi nustatyti, kokie svyravimo dažniai veikia automobilį judant įvairiais greičiais (Rouillard 2008).

Norint ištirti automobilio svyravimus kintant lėtėjimo pagreičiui reikia nustatyti amortizuojančių ir neamortizuojančių masių svyravimo procesus esant tangentiniam poveikiui į ratą, kur jis susiliečia su atraminiu paviršiumi. Nustačius masių svyravimo procesus būtų galima patikslinti automobilio stabdymo parametrų skaičiavimus. Todėl autorių (Pečeliūnas 2005) tyrimų metodika apima tiriamų procesų matematinių algoritmų sudarymą ir teorinius skaičiavimus, įvairių veiksnių įtakos automobilio svyravimams stabdant pateikimą. Tyrimams taikomi skaitiniai ir analitiniai metodai. Taip pat atliekami eksperimentiniai tyrimai naudojant elektroninį lėtėjimo pagreičio matavimo prietaisą VZM 100. Sudarytu matematiniu modeliu praplečiamos ekspertinės galimybės modeliuoti automobilio judėjimą, tiriant eismo įvykių aplinkybes, susijusias su automobilio stabdymu (Pečeliūnas 2005).

Taip pat daug dėmesio skiriama transporto priemonės judėjimo tam tikrame kelyje modeliavimui. Siūlomas šios problemos sprendimas yra pateikiamas sistemos „Transporto priemonė – kelias“ matematiniu modeliu. Straipsnyje automobilis modeliuojamas koncentruotomis masėmis, tarpusavyje sujungtomis tampriais ir disipatyviniais ryšiais. Modelis įvertina kėbulo judėjimą erdvėje, priekinės ir galinės pakabų judėjimą kėbulo atžvilgiu, ratų sąveiką su kelio dangos paviršiumi, ratų blokavimą, transporto priemonę veikiančių sukibimo su kelio dangos paviršiumi jėgų kitimą. Kelio dangos paviršius modeliuojamas trikampaiais baigtiniais elementais. Kiekviename baigtinio elemento mazge parenkamas tam tikras kelio dangos paviršiaus nelygumo aukštis bei paviršiaus ir automobilio rato sukibimo koeficientai rato išilgine ir skersine kryptimis. Pateikti modeliavimo rezultatai – grafikai, iliustruojantys transporto priemonės judėjimą kelyje stabdant esant įvairioms sąlygoms bei transporto

priemonės judėjimą per greičio mažinimo kauburėlį („gulintį policininką“) (Prentkovskis and Bogdevičius 2002).

Straipsnyje naudojamas aštuonių laisvės laipsnių automobilio dinaminis modelis, turintis aktyvią važiuoklę. Jis juda keliu neaiškia logika (Fuzzy Logic). Taip siekiama gauti, kaip veikiamas vairuotojas esant tokiems svyravimams. Modeliavimas vyksta keliais atvejais. Pirmu atveju įvertinama tik vairuotojo, esančio sėdynėje, svyravimai. Antru atveju – tik automobilio svyravimas. Trečiu atveju – automobilio ir vairuotojo svyravimai tuo pačiu metu. Taip siekiama įvertinti automobilio komfortiškumą vairuotojo ar esamų keleivių atžvilgiu (Guclu, R. 2005).

Automobilio rato dinamikos modeliui sudaryti pasinaudota R. J. Pinnington, A wave model of a circular tyre, *Journal of sound and vibration*. Šiame straipsnyje nagrinėjamas sukamos padangos su kelio danga kontakto zonoje susidariusio triukšmo priežastis ir priklausomybės. Problemai spręsti yra sudarytas padangos dinaminis modelis, susidedantis iš rato šoninės sienelės ir rato juostos modelių, kur įvertinami padangos slėgis, matmenys, juostos bangos ilgis, medžiagos sudėtis, sukimo inercija, įtempimai, veikiantys padangą, sukimosi greitis, kirpimo sąlygos. Iš padangos judėjimo lygčių išvedama išraiška vienmateriai bangai, besiskleidžiančiai aplink juostos, ir išraiška stovinčiai bangai, veikiančiai skersai juostos. Išraiškų sprendimas duoda šešių laipsnių bangos lygtį, iš kurios gaunamos dažnio funkcijos trijų porų bangoms.

R. J. Pinnington sudarytas modelis yra nepilnas, nes oro slėgis įvertintas netiesiogiai iš judėjimo lygčių. Padangos oro slėgis susijęs su įtempimo jėga, kuri veikia rato juostą ir šoninę sienelę.

3. PNEUMATINIO RATO DINAMIKOS MATEMATINIS MODELIS

Pneumatinio rato dinamikos matematinis modelis kuriamas palaipsniui. Iš pradžių skaičiavimams palengvinti sudaromas supaprastintas algoritmas, kur neįvertinamas padangos oro tūrio kitimas V_p slėgio kritimo \dot{p} atžvilgiu. Skaičiavimo rezultatus apima pneumatinės sistemos ištekančių techninių dujų (oro) debito balanso lygtis, tai leidžia modeliuoti keičiant atmosferos oro temperatūrą T , padangos slėgį p bei skylės skersmenį d . Kitas sudarytas algoritmas (kur tūrio kitimas V_p įvertintas) duoda daugiau modeliavimo galimybių. Čia įvertinami padangos matmenys (t. y. padangos skersmuo a , plotis b) bei padangos skersinio pjūvio parametrai (šoninės sienelės spindulys a_s , kontakto kampas ϕ_1 , šoninės sienelės kampas ϕ_s), kampiniai greičiai Ω ir kontakto ilgis l su kelio danga.

3.1. Pneumatinio rato dinamikos matematinio modelio sudarymas neįvertinant tūrio kitimo

Pradurtos automobilio padangos įvykis nagrinėjamas kaip pneumatinė sistema, kur rato slėgio pokytį bendrai sudaro įtekančių ir ištekančių dujų debitų balanso išraiška:

$$\dot{p} = \frac{\gamma RT}{V_p} (G_{in} - G_{out}) - \frac{\gamma p}{V_p} \dot{V}_p = 0 ,$$

(1)

čia: \dot{p} – slėgio pokytis, Pa;

γ – Puasono koeficientas, $\gamma = 1.4$;

R – techninių dujų universalioji konstanta, $R = 287 \text{ J/kg}\cdot\text{K}$;

T – atmosferos temperatūra, K;

V_p – padangos tūris, m^3 ;

G_{in}, G_{out} – įtekančių ir ištekančių dujų debitai;

p – padangos slėgis, $p = 2.8 \cdot 10^5 \text{ Pa}$.

Įtekančių ir ištekančių dujų debitai lygūs:

$$G_{in,out} = \begin{cases} \mu S_{out} p \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{RT} \cdot \varphi \left(\sigma = \frac{p_\infty}{p} \right)}, & p \geq p_\infty \\ \mu S_{in} p \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{RT} \cdot \varphi \left(\sigma = \frac{p}{p_\infty} \right)}, & p_\infty > p \end{cases} \quad (2)$$

čia: p_∞ – atmosferos slėgis, $p_\infty = 1 \cdot 10^5$ Pa;

S_{in}, S_{out} – skylės plotai, m²;

φ – koeficientas, priklausantis nuo σ :

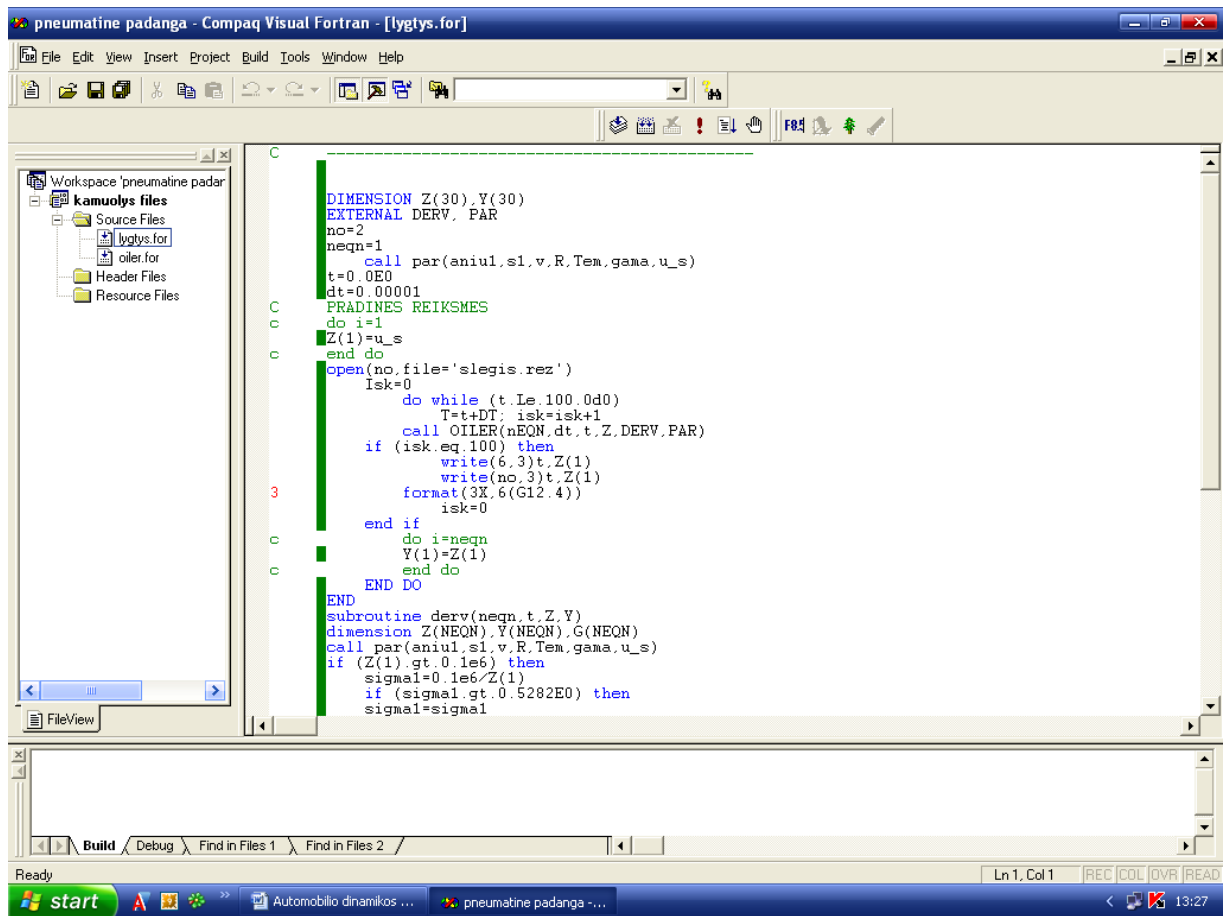
$$\varphi(\sigma) = \sqrt{\sigma^{2/\gamma} - \sigma^{(\gamma-1)/\gamma}} \quad (3)$$

Rato įtekančių dujų debitas $G_{in} = 0$, ir pradžioje skaičiavimams supaprastinti priimama, kad $V_p = const$, todėl gaunama tokio pavidalo uždavinio sprendimo lygtis:

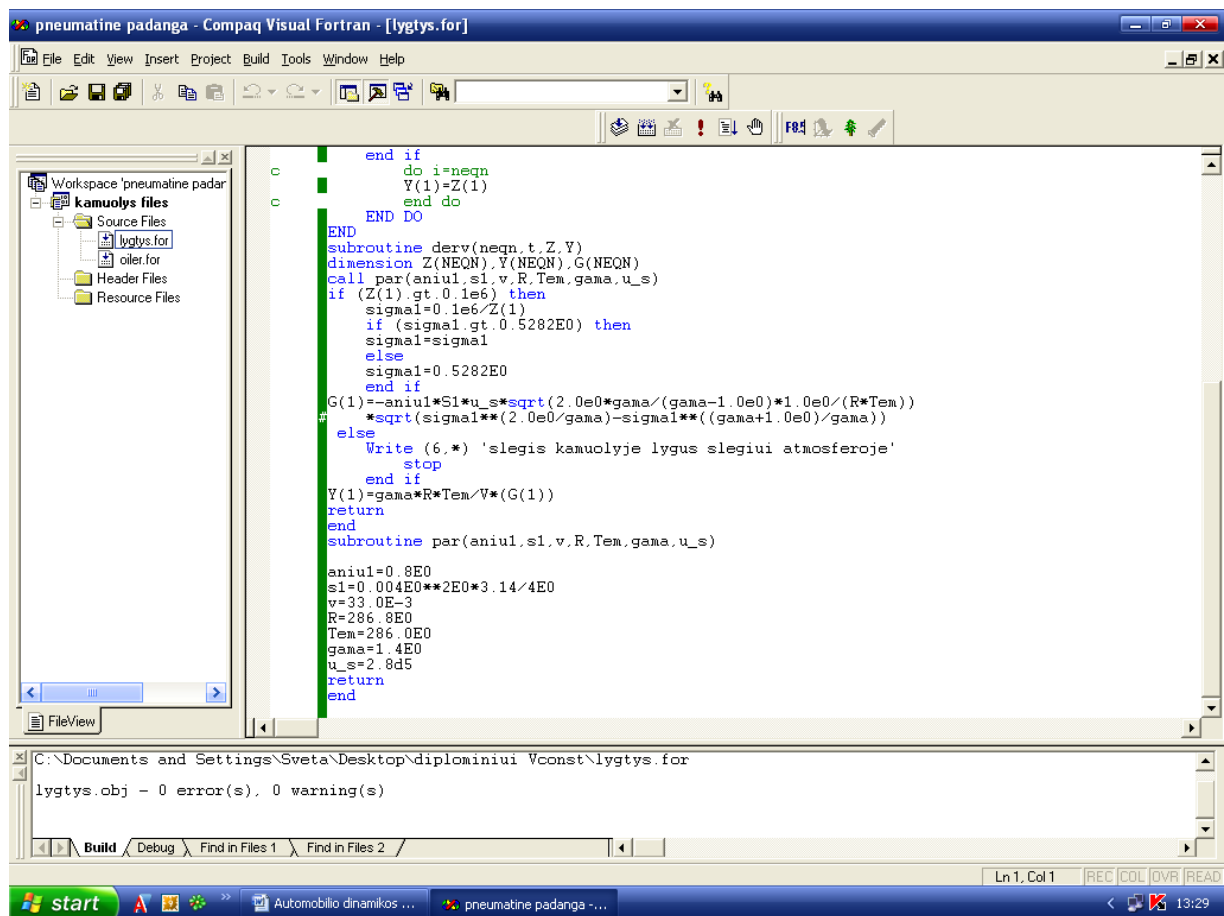
$$\dot{\phi} = -\frac{\gamma RT}{V_p} \left(\mu S_{out} p \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{RT} \cdot \left(\frac{p_\infty^{2/\gamma}}{p} - \frac{p_\infty^{\gamma-1/\gamma}}{p} \right)} \right) \quad (4)$$

3.2. Kompiuterinis eksperimentas (neįvertinant tūrio kitimo)

Sudėtingai diferencialinei lygčiai (4) spręsti parenkame Oilerio metodą. Kompiuteriniam eksperimentui atlikti sukurtos taikomosios programos sistemoje *Compaq Visual Fortran 6* (1–2 pav.)

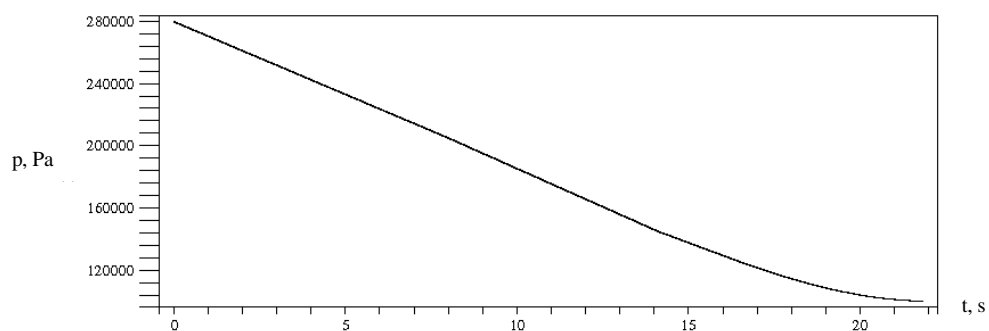


1 pav. „Fortran“ uždaviniui spęsti algoritminę kalba (pirmoji dalis)

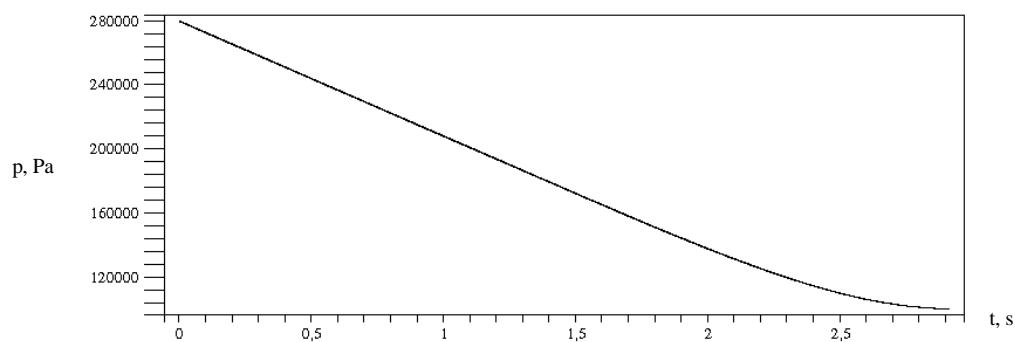


2 pav. „Fortran“ uždaviniui spręsti algoritminė kalba (antroji dalis)

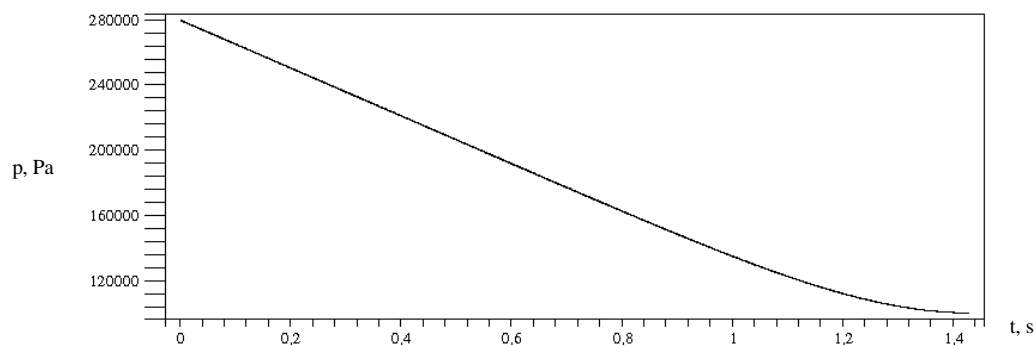
3–8 pav. pateiktos pneumatinės padangos oro slėgio p kritimas laiko t atžvilgiu, priklausomai nuo atmosferos oro temperatūros T ir skylės skersmens d .



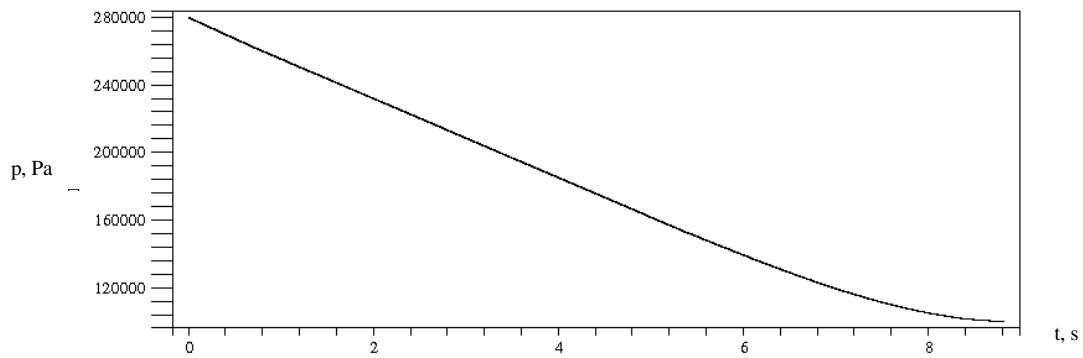
3 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=2,5\text{ mm}$



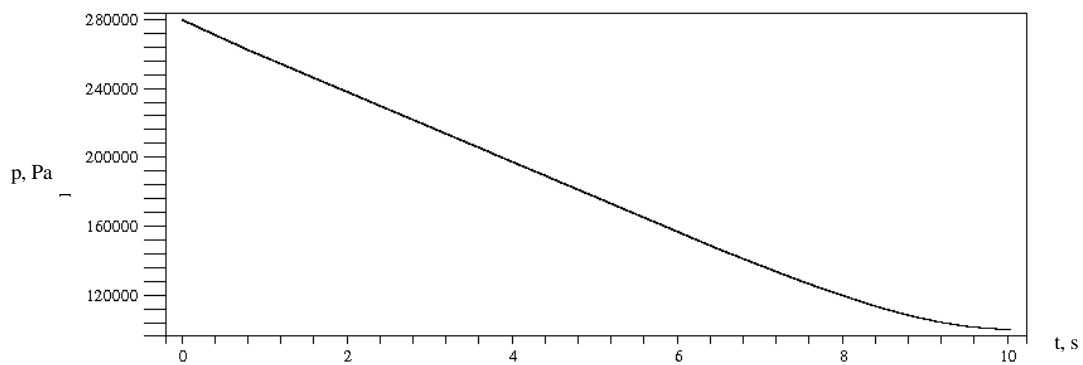
4 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=7,0\text{ mm}$



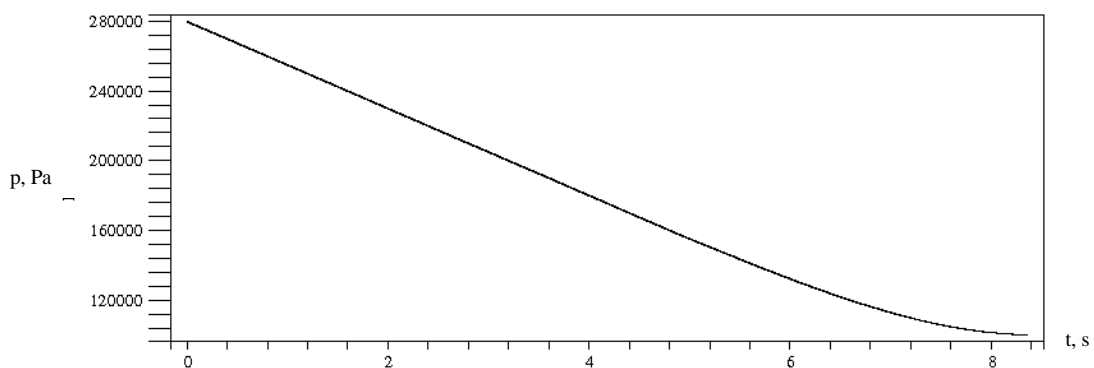
5 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=10,0\text{ mm}$



6 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4,0\text{ mm}$



7 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=-50\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4,0\text{ mm}$



8 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=+50\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4,0\text{ mm}$

Supaprastinto skaičiavimo rezultatai parodo, kad atmosferos oro temperatūrų įtaka dujų išėjimo laikui t nežymi ir svyruoja ribose nuo $\approx 8,4$ s ($T = 50^\circ\text{C}$, 8 pav.) iki ≈ 10 s ($T = -50^\circ\text{C}$, 7 pav.). 3-5 pav. parodyta padangos skylės skersmens d įtaka: prie $d = 2,5$ mm, $T = 13^\circ\text{C}$, t tesudaro ≈ 22 s ; kai $d = 7,0$ mm, $T = 13^\circ\text{C}$, t sudaro $\approx 2,7$ s ir kai $d = 10$ mm, $T = 13^\circ\text{C}$, $t \approx 1,4$ s.

3.3. Pneumatinio rato dinamikos pilno matematinio modelio sudarymas

Pradurtos pneumatinės padangos oro ištekėjimo kitimo modeliui tokie skaičiavimai bus netikslūs, todėl reikia įvertinti ir tūrio kitimą.

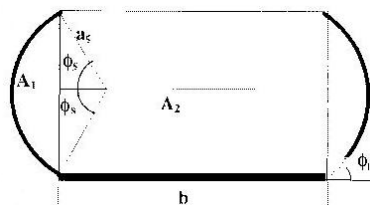
Mažėjant padangos slėgiui, kontakto ilgis su kelio danga didėja. Kontakto ilgio l ir slėgio p ryšys nustatomas iš [11]:

$$l = \frac{pa + \mu_1 \Omega^2 a^2}{p \left(\frac{1}{2\theta_s} + \frac{a \sin \phi_1}{b \phi_s} \right)},$$

(5)

čia: Ω – rato kampinis greitis, rad/s;

μ_1 – diržo masė/plotas, $\mu_1 = 20$ kg/m², kiti dydžiai paaiškinti 1 lentelėje ir 9 pav.



9 pav. Pneumatinės padangos skersinis pjūvis:

A_1, A_2 – skerspjūvio plotai, m²; a_s – šoninės sienelės spindulys, m; ϕ_1 – kontakto kampas, rad;
 ϕ_s – šoninės sienelės kampas, rad; b – juostos plotis, m

Skersinio pjūvio plotas A_1 lygus:

$$A_1 = \left(\frac{l}{2\phi_s} \right)^2 (2\phi_s - \sin 2\phi_s) \quad (6)$$

Skersinio pjūvio plotas A_2 :

$$A_2 = bl \frac{\sin \phi_s}{\phi_s} \quad (7)$$

Gaunama rato dujų tūrio išraiška:

$$V_p = \left(2 \left(\frac{l}{2\phi_s} \right)^2 (2\phi_s - \sin 2\phi_s) + l \frac{\sin \phi_s}{\phi_s} b \right) h \quad (8)$$

3.4. Kompiuterinis eksperimentas

Sudėtingos diferencialinės lygties sistemos (9) sprendimui parenkame taip pat Oilerio metodą.

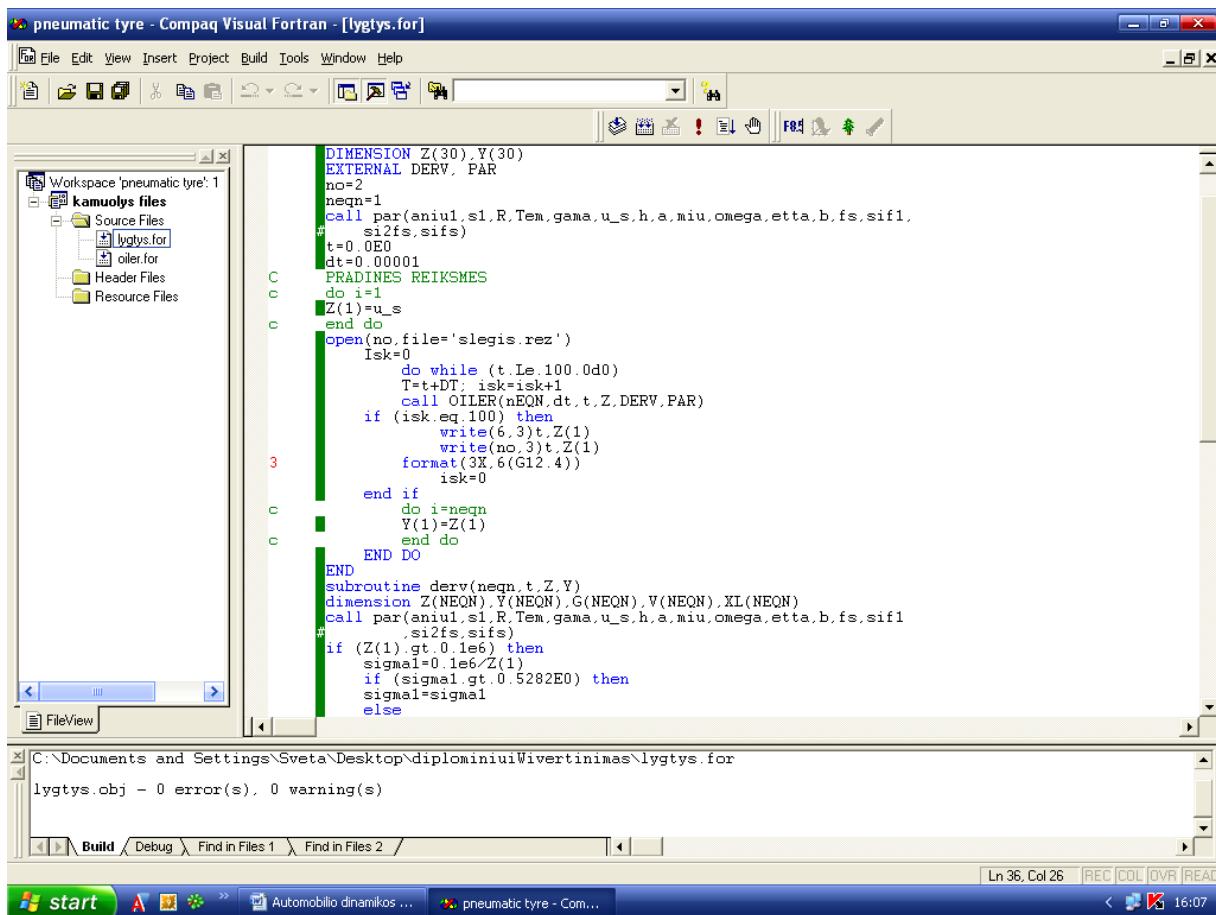
$$\begin{cases} \dot{p} = -\frac{\gamma RT}{V_p} \left(\mu S_{out} p \sqrt{\frac{2\gamma}{(\gamma-1)} \frac{1}{RT} \left(\frac{p_\infty^{2/\gamma}}{p} - \frac{p_\infty^{\gamma-1/\gamma}}{p} \right)} \right) \\ l = \frac{pa + \mu_1 \Omega^2 a^2}{p \left(\frac{1}{2\theta_s} + \frac{a \sin \phi_1}{b \phi_s} \right)} \\ V_p = \left(\left(\frac{l}{2\phi_s} \right)^2 (2\phi_s - \sin 2\phi_s) + l \frac{\sin \phi_s}{\phi_s} b \right) h \end{cases} \quad (9)$$

Tyrimams parenkamas tipinio lengvojo automobilio ratas su šiomis charakteristikomis:

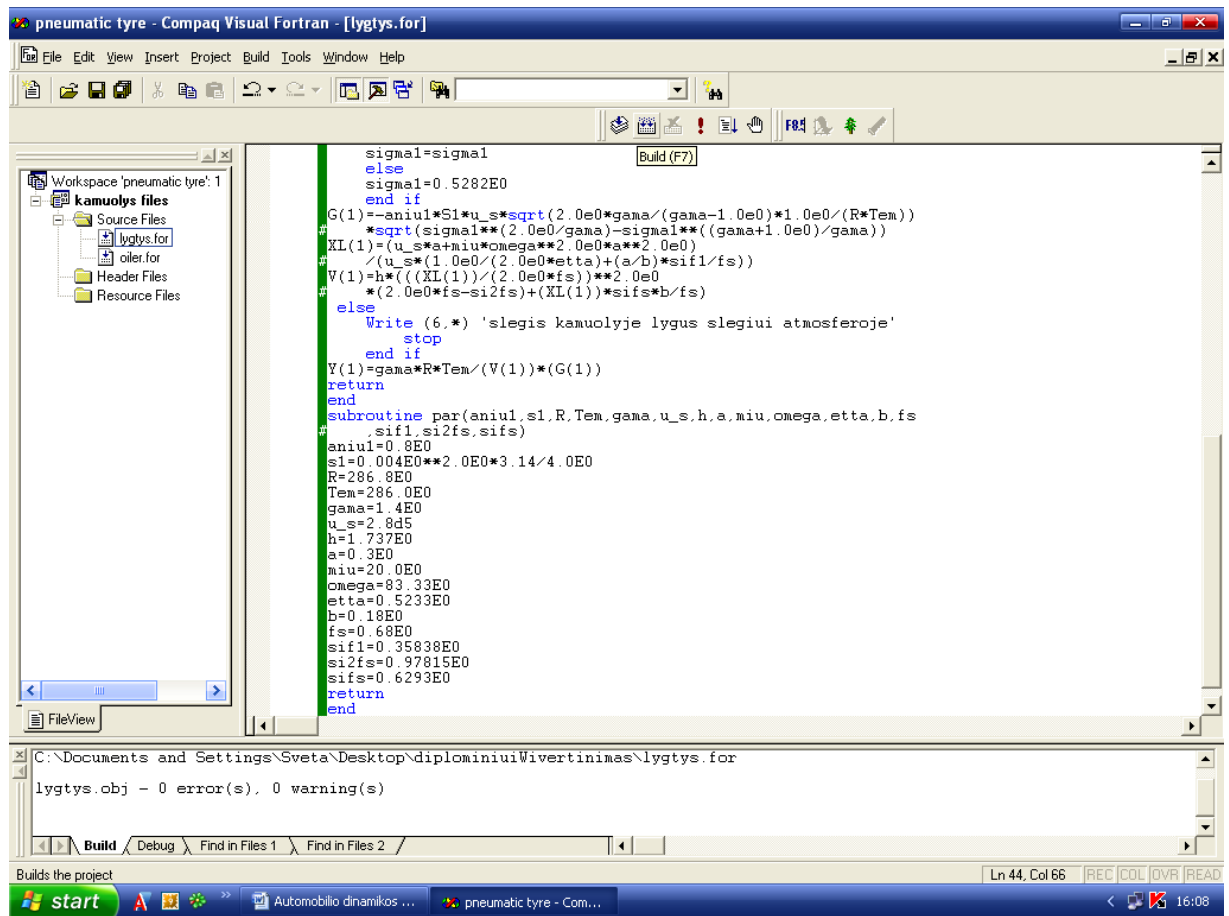
1 lentelė. Rato matmenys

Parametras	Simbolis	Dydis	Dimensija
Vidinis slėgis	p	280×1000	N/m^2
Juostos išorinis spindulys	a	0.3	m
Juostos plotis	b	0.18	m
Kontakto kampas	ϕ_1	0.36	rad
Šoninės sienelės kampas	ϕ_s	0.68	rad
Šoninės sienelės kampas	θ_s	$\pi/6$	rad
Juostos masė/plotas	μ_1	20	kg/m^2

Kompiuterinis eksperimentas atliekamas patikslintoje taikomojoje programoje, sudarytoje *Compaq Visual Fortran 6* sistemoje (10–11 pav.).

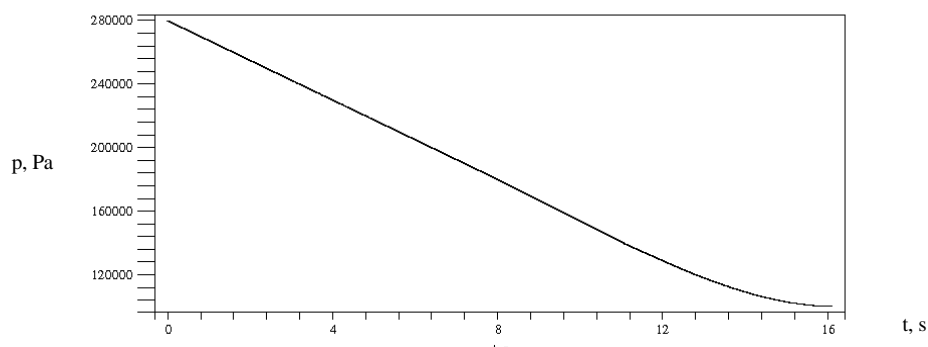


10 pav. „Fortran“ uždaviniui spręsti algoritminę kalbą (pirmoji dalis)

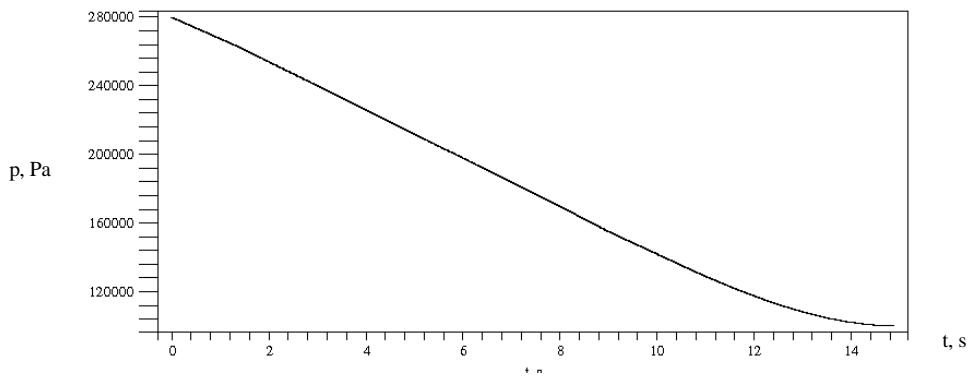


11 pav. „Fortran“ uždaviniui spręsti algoritminė kalba (antroji dalis)

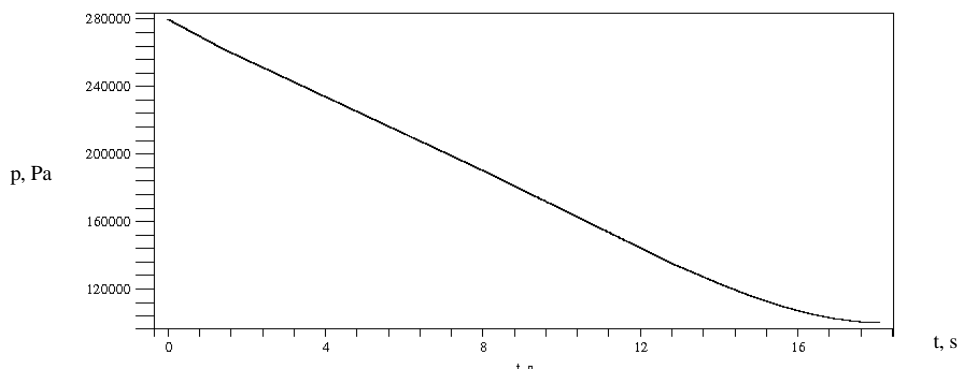
12–22 pav. pateiktos pneumatinės padangos oro slėgio p kritimas laiko t atžvilgiu, priklausomai nuo atmosferos oro temperatūros T , skylės skersmens d ir kampinio greičio Ω .



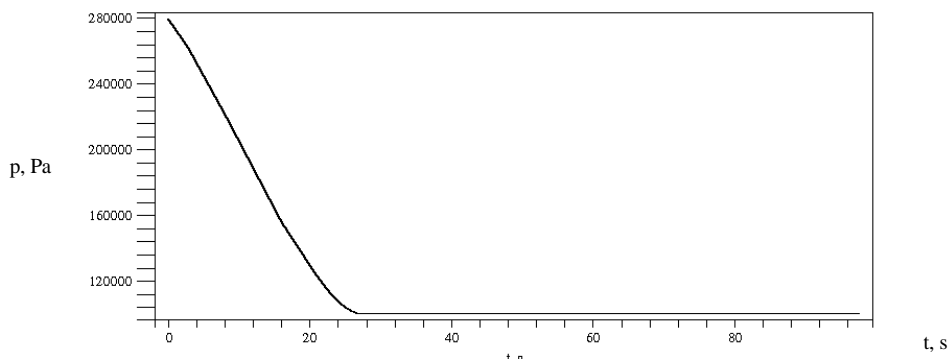
12 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, kampinis greitis $\Omega=46\text{ rad/s}$



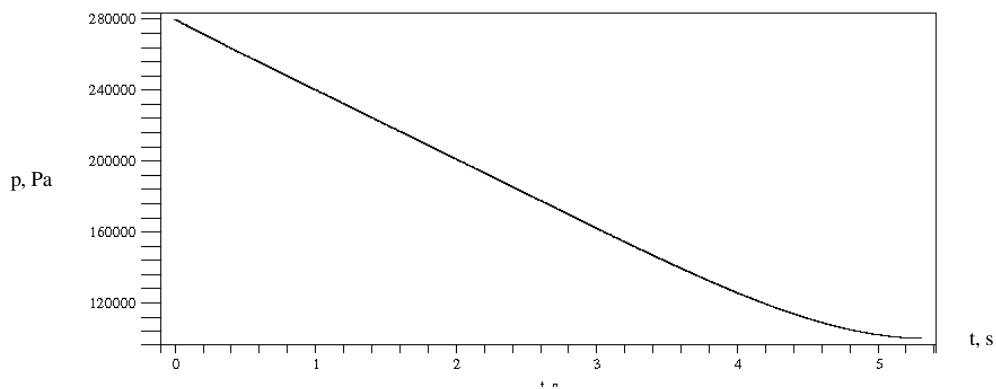
13 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=+50$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, kampinis greitis $\Omega=46$ rad/s



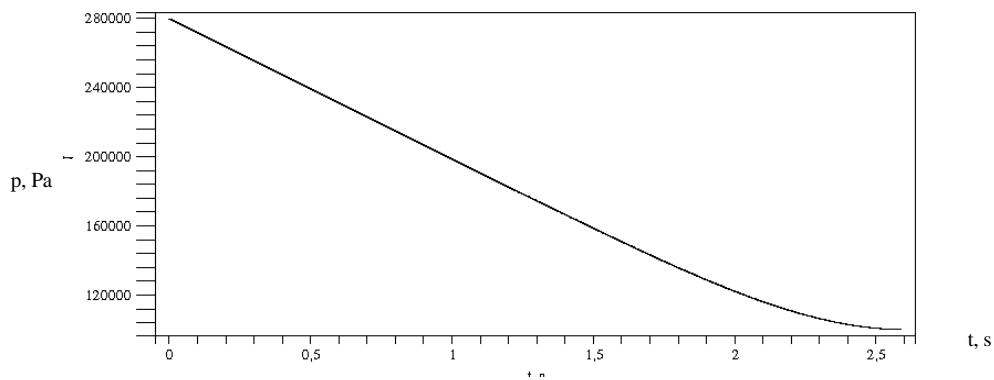
14 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=-50$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, kampinis greitis $\Omega=46$ rad/s



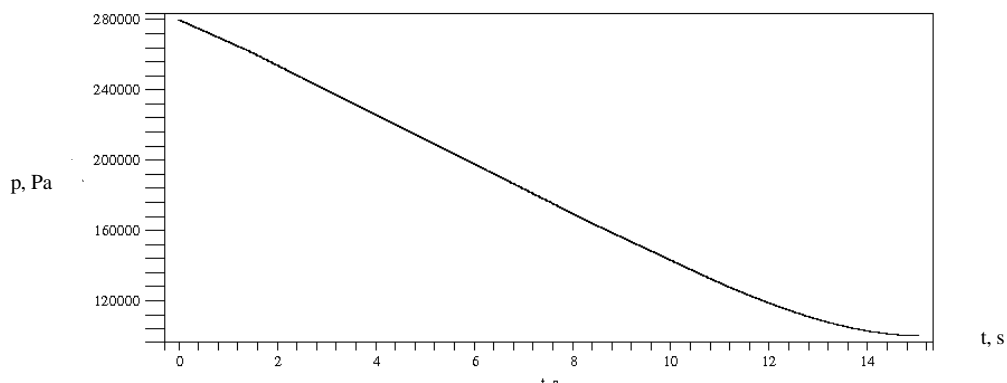
15 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=3$ mm, kampinis greitis $\Omega=46$ rad/s



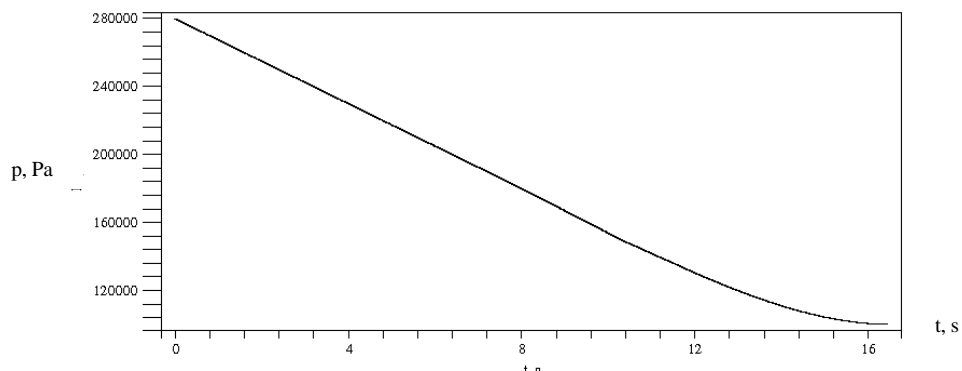
16 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=7\text{ mm}$, kampinis greitis $\Omega=46\text{ rad/s}$



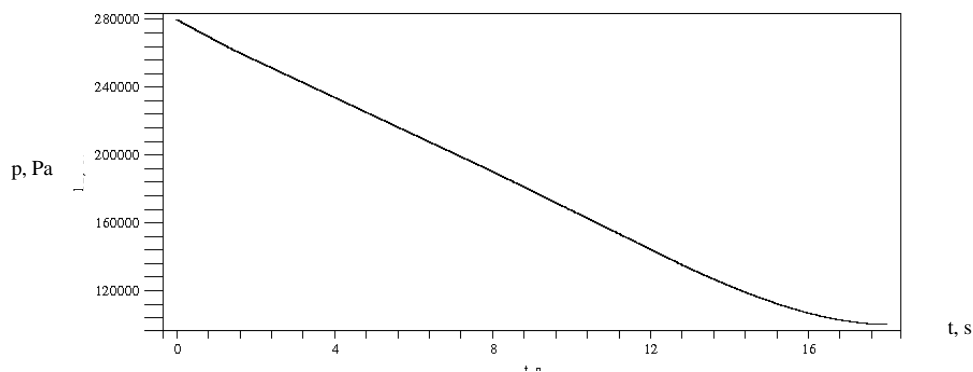
17 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=10\text{ mm}$, kampinis greitis $\Omega=46\text{ rad/s}$



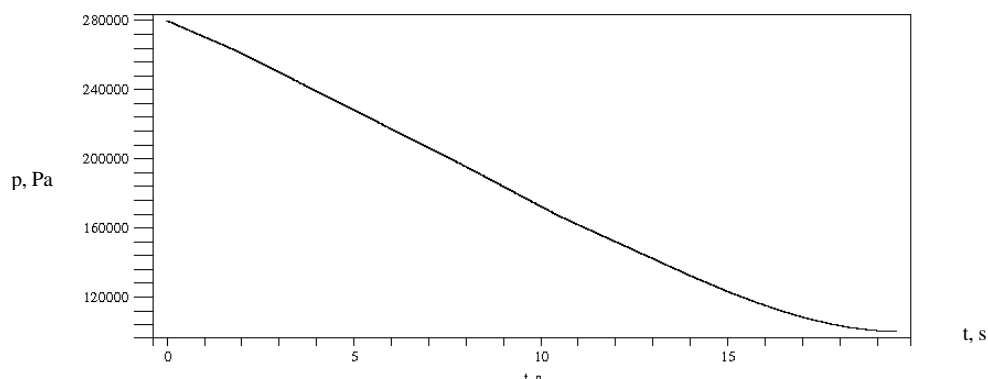
18 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, kampinis greitis $\Omega=18,52\text{ rad/s}$



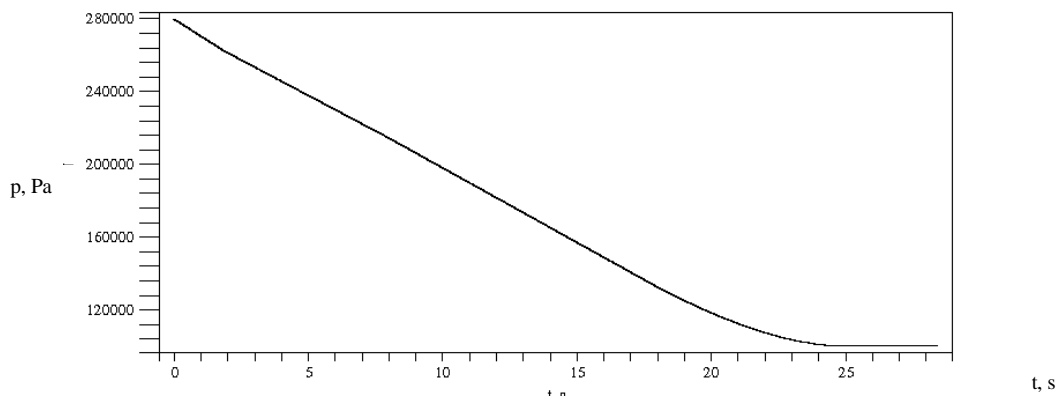
19 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, kampinis greitis $\Omega=64,81$ rad/s



20 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, kampinis greitis $\Omega=83,33$ rad/s



21 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, kampinis greitis $\Omega=111,11$ rad/s



22 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, kampinis greitis $\Omega=157,41\text{ rad/s}$

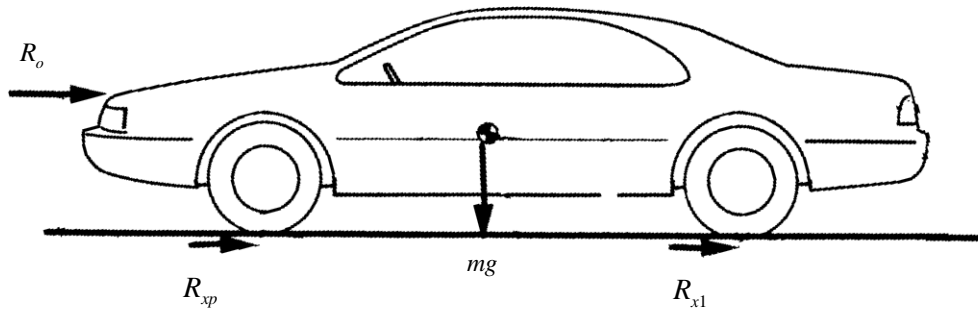
Patikslinto pneumatinio rato dinaminio modelio kompiuterinio eksperimento rezultatai žymiai skiriasi nuo pirminio modelio, kai skaičiuojama esant $V_p = const$, t. y. kai $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, $d=4\text{ mm}$, $\Omega=46\text{ rad/s}$ oro ištekėjimo laikas $t=16\text{ s}$, kai $V_p = const$, $t=8,8\text{ s}$; kai $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, $d=7\text{ mm}$, $\Omega=46\text{ rad/s}$ rato oro ištekėjimo laikas $t=5,6\text{ s}$, kai $V_p = const$, $t=2,6\text{ s}$.

Pagal *Fortran* algoritminę kalbą buvo ištirtos parametrų ribinės reikšmės, t.y esant atmosferos oro temperatūrai $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, kampiniam greičiui $\Omega=46\text{ rad/s}$, padangos skersmeniui $a=0,3\text{ m}$ programa atsisako išduoti skaičiavimus esant skylės skersmens d tokiems intervalams $(-\infty; 0,001) \cap (0,3; \infty)$. Iš čia galima padaryti išvadą, kad programa sudaryta teisingai, nes parodo kad skylės skersmuo d negali būti didesnis už padangos skersmenį a . Programa išduoda rezultatus taip pat, kai kampinio greičio reikšmės nulinės, ir atsisako dirbti esant $\Omega \in (463; \infty)$.

4. AUTOMOBILIO DINAMIKOS MATEMATINIS MODELIS

Šitame skyriuje nagrinėjama dinaminė sistema „Automobilis-ratas-aplinka“. Transporto priemonei, mūsų atveju automobiliui, važiuojančiam tiesiu keliu praduriama padanga. Skaičiavimo sistemai sudaryti užrašoma judėjimo lygtis, įvertinanti automobilio masę m , masės centro greičio pokytį $\dot{\mathbf{v}}$, aerodinaminio pasipriešinimo jėgą R_o , pradurtos padangos (pvz. priekinės iš vairuotojo pusės) riedėjimo varžą R_{xp} , ir likusių trijų padangų riedėjimo varžos

R_{x1}, R_{x2}, R_{x3} . Slėgio kritimas pradurtoje padangoje duos poveikį į automobilio riedėjimo jėgą, t.y. to rato R_{xp} ir į judėjimo greitį V .



23 pav. Automobilį veikiančios jėgos

Užrašysim automobilio važiuojančio tiesiu keliu dinamikos lygtį pagal II-ą Niutono dėsnį (23 pav.):

$$m\ddot{x} = R_o + R_{xp} + R_{x1} + R_{x2} + R_{x3} + R_k + R_p \quad (10)$$

čia: m – automobilio masė, $m = 1450$ kg;

\ddot{x} – važiuojančio automobilio kelio atstumo II-oji išvestinė (pagreitis), m/s^2 ;

R_o – aerodinaminio pasipriešinimo jėga, N;

R_{xp} – rato (pvz. priekinio iš vairuotojo pusės) riedėjimo varža, N;

R_{x1}, R_{x2}, R_{x3} – kitų likusių ratų riedėjimo varžos, N;

R_k – kalno varža, $R_k = 0$ N;

R_p – priekabos varža, $R_p = 0$ N;

Aerodinaminis pasipriešinimas apskaičiuojamas pagal formulę:

$$R_o = 0,5\rho c_w A(V + V_0)^2 \quad (11)$$

čia: ρ – oro tankis, $\rho = 1,202$ kg/m^3 (200m aukštyje virš jūros lygio);

c_w – aerodinaminio pasipriešinimo koeficientas, $c_w = 0,3$ (kai kėbulo tipas sedanas);

A – frontalinis plotas, $A = 2,2 \text{ m}^2$;

V, V_0 – baigtinis, pradinis greičiai, m/s.

Pagal trečiąją riedančio rato pusiausvyros sąlygą riedėjimo pasipriešinimas bus lygus [5]:

$$R_{xp} = fP_z \quad (12)$$

čia: f – riedėjimo varžos koeficientas;

P_z – jėga deformuojanti padangą kelio plokštumai statmena kryptimi dydžiu z (24 pav.),

N;

Riedėjimo pasipriešinimo ir orinės padangos slėgio ryšį gausim iš tamprumo lygties kontakto zonoje [5]:

$$c_z = \frac{P_z}{z} = \frac{pF_k}{z} = 4rp\xi\sqrt{2/\alpha-1} \quad (13)$$

čia: c_z – padangos tamprumas;

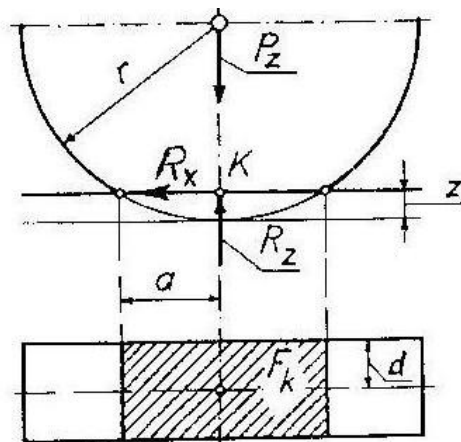
$z = \frac{l}{10}$ – padangos deformacija, m;

F_k – kontaktinio stačiakampio plotas, m^2 ;

r – dinaminis spindulys, m;

$\xi = \frac{d}{r}$ – kontaktinis koeficientas;

α – lyginamoji padangos deformacija, $\alpha = 0,05 - 0,15$;



24 pav. Padangos deformacija

Iš (12) ir (13) lygčių gauname tokią pradrurto rato riedėjimo varžos išraišką:

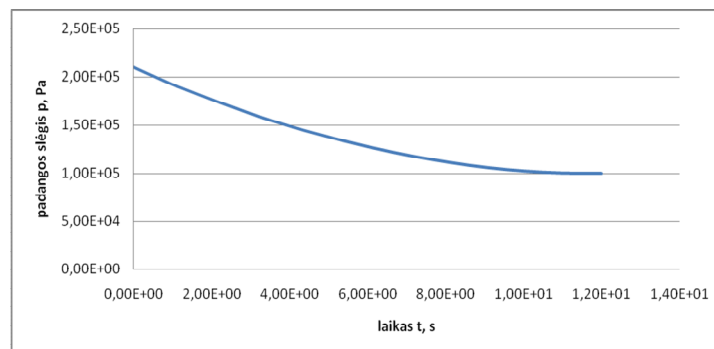
$$R_{xp} = \frac{2}{5} flpd \sqrt{\frac{2}{\alpha} - 1} \quad (14)$$

Kitų ratų riedėjimo varžos R_{x1}, R_{x2}, R_{x3} apskaičiuojamos irgi pagal (14) išraišką su sąlyga, kad rato slėgiai $p = const$.

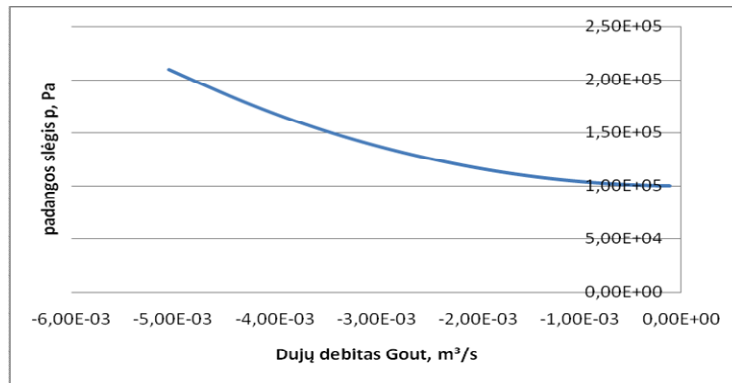
Toliau baigtinių elementų metodų skaičiuojama lygčių sistema (15) (*Compaq Visual Fortran* 6 pagalba):

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{p} = -\frac{\gamma RT}{V_p} \left(\mu S_{out} p \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{RT} \cdot \left(\frac{p_{\infty}^{2/\gamma}}{p} - \frac{p_{\infty}^{\gamma-1/\gamma}}{p} \right)} \right) \\ l = \frac{pa + \mu_1 \Omega^2 a^2}{p \left(\frac{1}{2\theta_s} + \frac{a \sin \phi_1}{b \phi_s} \right)} \\ V_p = \left(\left(\frac{l}{2\phi_s} \right)^2 (2\phi_s - \sin 2\phi_s) + l \frac{\sin \phi_s}{\phi_s} b \right) h \\ \dot{V} = -\frac{1}{m} \left(\frac{1}{2} \rho c_w A (V + V_o)^2 + \frac{2}{5} fld \sqrt{2/l-1} (p+3p) \right) \end{array} \right. \quad (15)$$

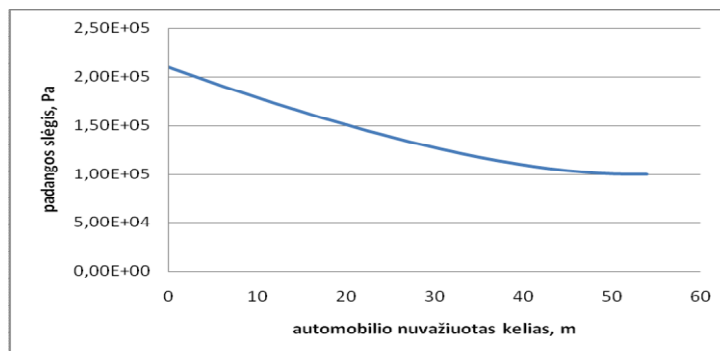
Pagal atliktą kompiuterinį eksperimentą gaunami tokie automobilio su pradrurta padanga dinamikos matematinio modelio rezultatai (25–32 pav.):



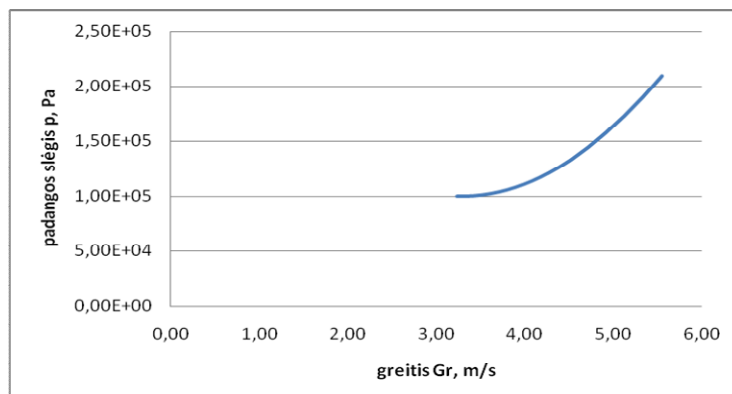
25 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=20$ km/h



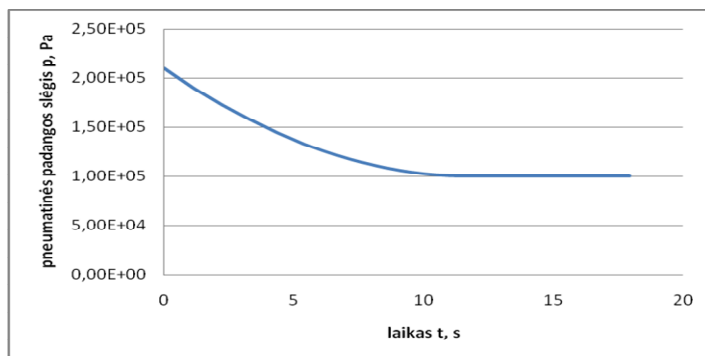
26 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo techninių dujų debito G_{out} , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^\circ\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, automobilio pradinis greitis $V_o=20\text{ km/h}$



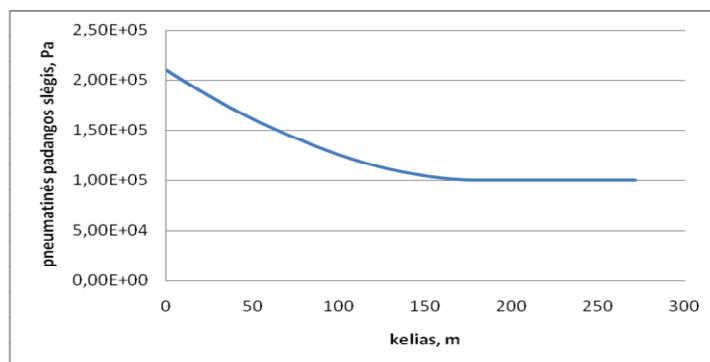
27 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo automobilio nuvažiuoto kelio S , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^\circ\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, automobilio pradinis greitis $V_o=20\text{ km/h}$



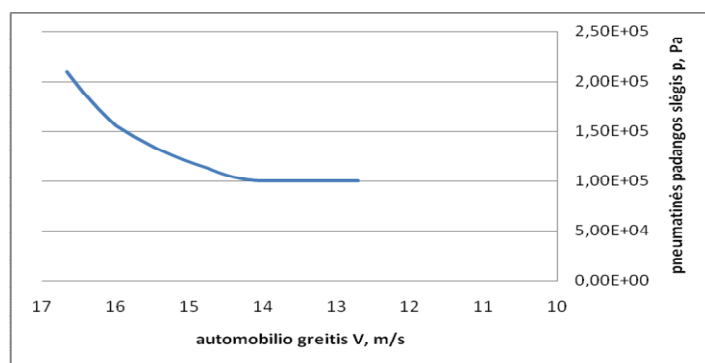
28 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo automobilio greičio V , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^\circ\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, automobilio pradinis greitis $V_o=20\text{ km/h}$



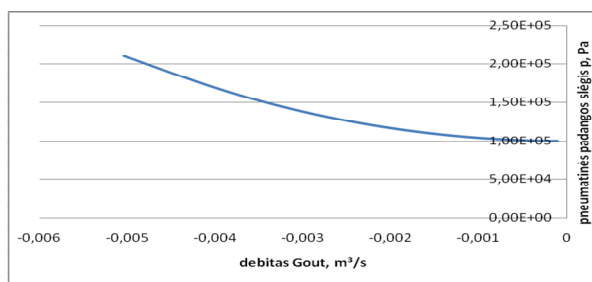
29 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, automobilio pradinis greitis $V_0=60\text{ km/h}$



30 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo nuvažiuoto kelio S , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, automobilio pradinis greitis $V_0=60\text{ km/h}$



31 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo automobilio greičio V , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, automobilio pradinis greitis $V_0=60\text{ km/h}$

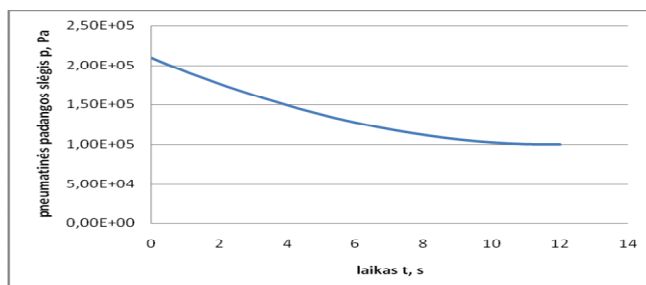


32 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo debito G_{out} , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h

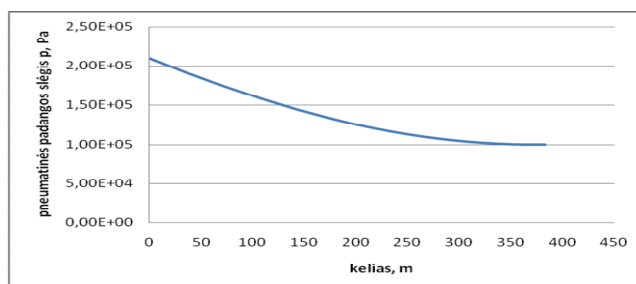
Tyrimai buvo atlikti esant tokiems pradinėms sąlygoms: atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, atmosferos slėgis $p_{\infty}=1 \cdot 10^5$ Pa, automobilio padangų slėgis $p_{\infty}=2,1 \cdot 10^5$ Pa, pradurtos padangos skylės skersmuo $d=4$ mm.

Skaičiavimo rezultatai parodo, kad automobilio, važiuojančio pradinių greičių 5,5 m/s (20 km/h) pradurta padanga nusileidžia per 11 s (25 pav.); per nuvažiuotą kelio atstumą, kuris lygus 50 m, greitis sumažėjo nuo 5,5 m/s iki 3,43 m/s (28 pav.). Pradurto rato išeinančių dujų debito G_{out} pokytį sudaro nuo $5,04 \times 10^{-4}$ m³/s iki $3,51 \times 10^{-4}$ m³/s (26 pav.). Kai automobilis važiuoja 60 km/h greičių arba 16,7 m/s padangos nusileidimo laikas t sudaro taip pat 11 s (29 pav.); per nuvažiuota kelio atstumą $S=180$ m (30 pav.), greičio pokytis sudaro 2,7 m/s (31 pav.); padangos išeinančių dujų debitas G_{out} pasikeičia nuo 0,0050 m³/s iki 0,0012 m³/s (32 pav.).

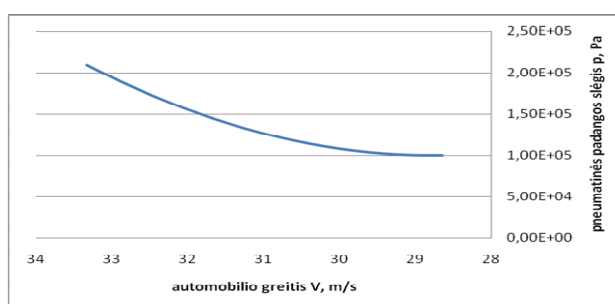
33-36 pav. pateiktos pradurtos padangos slėgio p priklausomybė nuo laiko t , automobilio nuvažiuoto kelio S , greičio V ir techninių dujų debito G_{out} , kai automobilio, važiuojančio asfaltbetonine danga, pradinis greitis $V_o=120$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,013$.



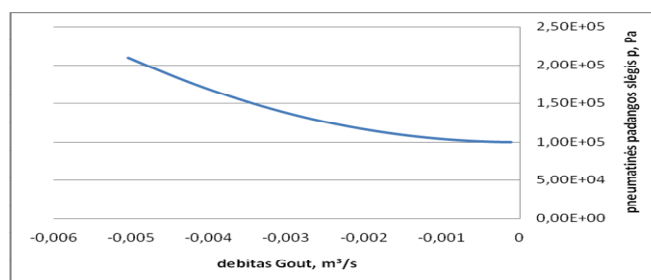
33 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=120$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,013$



34 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo nuvažiuoto kelio S , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, automobilio pradinis greitis $V_0=120\text{ km/h}$, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,013$



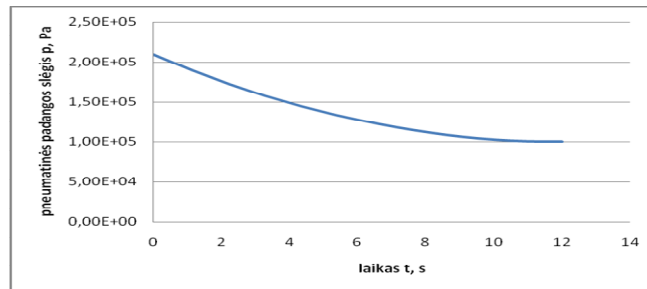
35 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo greičio V , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, automobilio pradinis greitis $V_0=120\text{ km/h}$, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,013$



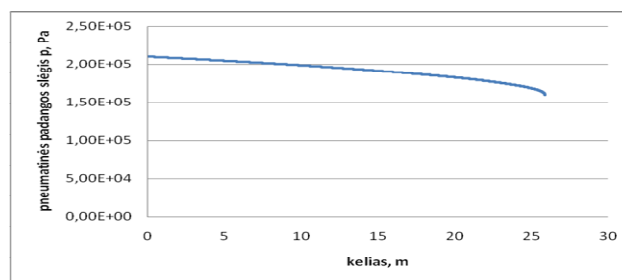
36 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo debito G_{out} , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, automobilio pradinis greitis $V_0=120\text{ km/h}$, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,013$

Rezultatai rodo, kad per $t=12\text{ s}$ (33 pav.), kai padanga nusileidžia, automobilis pravažiuoja $S=383\text{ m}$ atstumą (34 pav.) ir greitis V sumažėjo iki $28,6\text{ m/s}$ (35 pav.). Techninių dujų debito G_{out} priklausomybė parodyta 36 pav.

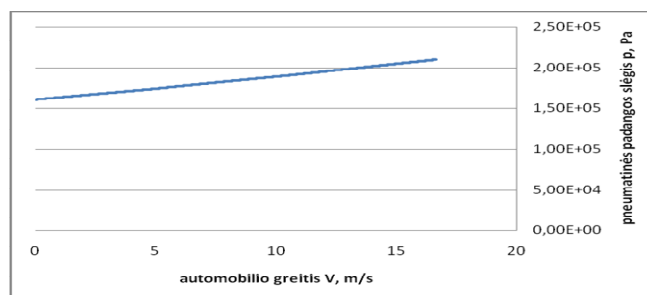
37-40 pav. pateiktos pradurtos padangos slėgio p priklausomybė nuo laiko t , automobilio nuvažiuoto kelio S , greičio V ir techninių dujų debito G_{out} , kai automobilio, važiuojančio bekeliu, pradinis greitis $V_o=60$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,35$.



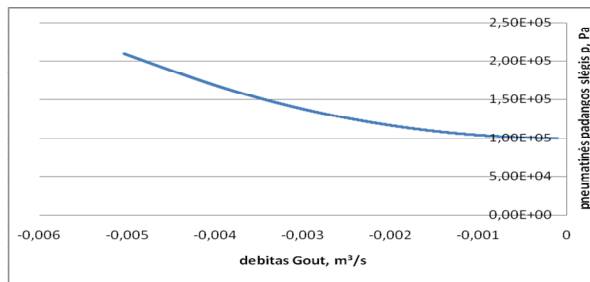
37 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,35$



38 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo nuvažiuoto kelio S , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,35$



39 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo greičio V , kai atmosferos oro temperatūra $T=13$ °C, skylės skersmuo $d=4$ mm, automobilio pradinis greitis $V_o=60$ km/h, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,35$



40 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo debito G_{out} , kai atmosferos oro temperatūra $T=13\text{ }^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d=4\text{ mm}$, automobilio pradinis greitis $V_o=60\text{ km/h}$, riedėjimo varžos koeficientas $f=0,35$

Iš grafikų matome, kad automobilis, pravažiavus $25,8\text{ m}$ atstumą (38 pav.) per $3,12\text{ s}$ (tuo momentu pradurtos padangos slėgis tesudaro $p = 1,6 \cdot 10^5\text{ Pa}$) sustoja, t. y. jo greitis $V=0\text{ km/h}$ (39 pav.); padangos slėgio susilyginimo su atmosferiniu slėgiu procesas užtrunka $t=12\text{ s}$ (37 pav.); padangos slėgio priklausomybė nuo dujų debito parodyta 40 pav.

IŠVADOS

1. Sudaryto važiuojančio automobilio su pradurta padanga sistemos matematiniam modeliui spręsti sukurta programinė įranga sistemoje *Compaq Visual Fortran 6*.
2. Patikslinto pneumatinio rato dinaminio modelio kompiuterinio eksperimento rezultatai žymiai skiriasi nuo pirminio modelio, kai skaičiuojama esant $V_p = const$, t. y. kai $T = 13\text{ }^{\circ}\text{C}$, $d = 4\text{ mm}$, $\Omega = 46\text{ rad/s}$ oro ištekėjimo laikas $t = 16\text{ s}$, kai $V_p = const$, $t = 8,8\text{ s}$; kai $T = 13\text{ }^{\circ}\text{C}$, $d = 7\text{ mm}$, $\Omega = 46\text{ rad/s}$ rato oro ištekėjimo laikas $t = 5,6\text{ s}$, kai $V_p = const$, $t = 2,6\text{ s}$.
3. Skaičiavimo rezultatai parodo, kad atmosferos oro temperatūrų įtaka dujų išėjimo laikui t nežymi ir svyruoja ribose nuo $\approx 14,8\text{ s}$ ($T = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$) iki $\approx 17,5\text{ s}$ ($T = -50\text{ }^{\circ}\text{C}$). Esant nedideliems kampiniams greičiams ($\Omega = 46\text{ rad/s}$, $d = 4\text{ mm}$) dujų ištekėjimo laikas t tesudaro $\approx 15\text{ s}$ (13 pav.), o kai $\Omega = 157,41\text{ rad/s}$, $t \approx 25\text{ s}$ (22 pav.). Padangos skylės skersmuo irgi turi įtakos laikui t : esant $T = 50\text{ }^{\circ}\text{C}$, $d = 4\text{ mm}$, $\Omega = 46\text{ rad/s}$, t tesudaro $\approx 15\text{ s}$ (13 pav.); esant $T = 13\text{ }^{\circ}\text{C}$, $d = 10\text{ mm}$, $\Omega = 46\text{ rad/s}$, $t \approx 2,5\text{ s}$ (17 pav.).
4. Sukurtas pneumatinio rato bendras matematinis modelis, kuriuo galima eksperimentuoti su įvairių (taip pat ir aviacinių) transporto priemonių radialinėmis padangomis. Pirminis supaprastintas modelis leidžia tirti ir radialines, ir diagonalines padangas, bet rezultatai gaunami ne visai tikslus, nes nėra įvertinamas tūrinis kitimas atveju, kai slėgis susilygina su atmosferiniu.
5. Sudarytas matematinis modelis žymiai skiriasi nuo kitų autorių naudojamų modelių, kur visai nebuvo tiriamas toks atvejis, kaip pneumatinių padangų slėgio kitimo poveikis automobilio dinamikai.
6. Tobulinant modelį galima tirti transporto priemonės reakciją padangai pradūrus, t.y. apskaičiuoti automobilio pokrypio kampus arba svorio centro judėjimo trajektoriją, atveju, kai visi ratai atitruko nuo horizontalaus kelio paviršiaus (pvz., nulėkimas nuo kelio, viaduko ir pan.), arba automobilio apsivertimo kampą.

LITERATŪROS SĄRAŠAS

1. V. Z. Aladjev, M. A. Bogdevičius. 2006. Maple: programming, physical and engineering problems. Vilnius: 403 p.
2. R. Barauskas, R. Belevičius, R. Kačianauskas. 2004. Baigtinių elementų metodo pagrindai. Vilnius: Technika, 610 p.
3. M. Bogdevičius, O. Prentkovskis. 2003. Hidraulinių ir pneumatinių sistemų dinamika. Vilnius: Technika, 261 p.
4. R. Belevičius, R. Kutas. 2000. Fortranas. Vilnius: 240 p.
5. L. Gastila. 1978. Automobiliai ir traktoriai. Teorija ir konstravimo pagrindai. Vilnius: Mokslas, 278 p.
6. R. Guclu. 2005. Fuzzy logic control of seat vibrations of a non-linear full vehicle model, *Nonlinear Dynamics* 40: 21–34.
7. A. Liberzon, D. Rubinstein, P. Gutman. 2001. Active suspension for single wheel station of off-road track vehicle, *International journal of robust and nonlinear control* 11: 977–999.
8. V. Mitunevičius. 1999. Automobilių dinamikos pagrindai: sąvokos, apibrėžimai ir bendrieji taikymo principai. Vilnius: 75 p.
9. V. Ostaševičius. 1998. Mechaninių konstrukcijų dinamika ir modeliavimas. Kaunas: Technologija, 367 p.
10. R. Pečeliūnas, O. Prentkovskis, G. Garbinčius, S. Nagurnas, S. Pukalskas. 2005. Experimental research into motor vehicle oscillations in the case of changeable deceleration, *Transport* 20(5): 171–175.
11. R. J. Pnnington. 2006. A wave model of a circular tyre. Part 1: belt modelling, *Journal of Sound and Vibration* 290: 101–132.
12. R. J. Pnnington. 2006. A wave model of a circular tyre. Part 2: side-wall and force transmission modelling, *Journal of Sound and Vibration* 290: 133–168.
13. O. Prentkovskis, M. Bogdevičius. 2002. Dynamics of a motor vehicle taking into consideration the interaction of wheels and road pavement surface, *Transport* 17(6): 244–253.
14. O. Prentkovskis, E. Sokolovskij. 2008. Computer – run simulation of rollover of the motor vehicle, *Transport and Telecommunication* 9(1): 14–20.
15. J. Radvilavičiūtė. 2002. Fortran. Vilnius: 61 p.

16. V. Rouillard. 2008. Generating road vibration test schedules from pavement profiles for packaging optimization, *Packaging technology and science* 21: 501–514.
17. W. Schiehlen, J. Fehr, K. Yun Jung. 2007. Covariance analysis for active vehicle suspensions, *PAMM (Proc. Appl. Math. Mech.)* 7: 4120001–4120002.
18. S. Slavinskas, A. Kirka, K. Giedra. 2006. *Automobiliai*. Kaunas, 536 p.
19. L. Sousa, P. Veríssimo, J. Ambrósio. 2008. Development of generic multibody road vehicle models for crashworthiness, *Multibody System Dynamics* 19: 133–158.
20. M. Vianello, G. Arcidiacono, R. Capitani. 2001. Simulated experimental design used to define the characteristic curves of car shock-absorbers, *Quality and reliability engineering international* 17: 71–84 .

PRIEDAI

A priedas

Publikacijos konferencijoje kopija

Automobilio rato dinamikos matematinis modelis

Svetlana Koval

Vilniaus Gedimino Technikos Universitetas, magistrantė

1. Įvadas

Automobilis yra pati patogiausia ir populiariausia transporto priemonė, bet deja, sukelianti visiems kelio dalyviams nemažai rūpesčių.

Literatūroje gana plačiai nagrinėjami transporto priemonių bei jų atskirų dalių matematiniai modeliai, kuriais sprendžiami žmogaus komforto bei saugumo gerinimo, autoįvykių ir dinaminių savybių tobulinimo uždaviniai.

Šiame straipsnyje nagrinėjama dinaminės sistemos judėjimo charakteristika ir tiriamas atvejis, kai automobiliui važiuojančiam tiesiu keliu, praduriama padanga; pateikiamas pneumatinio rato slėgio p kritimo laikas t , įvertinant kampinį greitį Ω , atmosferos temperatūrą T ir skylės matmenis d .

Kuo tiksliau pavyks sumodeliuoti pneumatinę padangą-ratą, tuo tikslesnis gausis skaičiuojamosios sistemos „ratas-skyklė-atmosfera“ dinamikos matematinis modelis.

2. Apžvalga

Automobilio rato dinamikos modeliui sudaryti pasinaudota R. J. Pinnington, A wave model of a circular tyre, *Journal of sound and vibration*. Šiame straipsnyje nagrinėjamas sukamos padangos su kelio danga kontakto zonoje susidariusio triukšmo priežastis ir priklausomybės. Problemai spręsti yra sudarytas padangos dinaminis modelis, susidedantis iš rato šoninės sienelės ir rato juostos modelių, kur įvertinami padangos slėgis, matmenys, juostos bangos ilgis, medžiagos sudėtis, sukimo inercija, įtempimai, veikiantys padangą, sukimosi greitis, kirpimo sąlygos. Iš padangos judėjimo lygčių išvedama išraiška vienmateriai bangai, besiskleidžiančiai aplink juostas, ir išraiška stovinčiai bangai, veikiančiai skersai juostos. Išraiškų sprendimas duoda šešių laipsnių bangos lygtį, iš kurios gaunamos dažnio funkcijos trijų porų bangoms.

R.J.Pinnington sudarytas modelis yra nepilnas, nes oro slėgis įvertintas netiesiogiai iš judėjimo lygčių. Padangos oro slėgis surištas su įtempimo jėga, kuri veikia rato juostą ir šoninę sienelę.

Mano sukurtame pneumatinio rato dinamikos modelyje yra gautos oro slėgio kitimo priklausomybės, įvertinant važiavimo greitį, atmosferos oro temperatūrą ir slėgį, padangos geometriją, skylės matmenis. Aprašant judėjimo lygtis, galima tirti viso automobilio su pradurta padanga važiavimo charakteristikas, t.y. gauti riedėjimo pasipriešinimo priklausomybes.

3. Pneumatinio rato dinamikos matematinio modelio sudarymas

Pradurtos automobilio padangos įvykis nagrinėjamas, kaip pneumatinė sistema, kur rato slėgio pokytį bendrai sudaro įtekančių ir ištekančių dujų debitų balanso išraiška:

$$\dot{p} = \frac{\gamma RT}{V} (G_{in} - G_{out}) - \frac{\gamma p}{V} \dot{V} = 0 \quad (1)$$

čia: \dot{p} - slėgio pokytis, γ - Puasono koeficientas, $\gamma = 1.4$, R – techninių dujų universalioji konstanta, $R = 287 \text{ J/kg} \cdot \text{K}$, T – atmosferos temperatūra, K , V – padangos tūris, m^3 , G_{in} , G_{out} – įtekančių ir ištekančių dujų debitai, p – padangos slėgis.

Įtekančių ir ištekančių dujų debitai lygus:

$$G = \begin{cases} \mu S p \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{RT}} \cdot \varphi \left(\sigma = \frac{p_{\infty}}{p} \right), & p \geq p_{\infty} \\ \mu S p \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{RT}} \cdot \varphi \left(\sigma = \frac{p}{p_{\infty}} \right), & p_{\infty} > p \end{cases} \quad (2)$$

čia: φ – koeficientas, priklausantis nuo σ :

$$\varphi(\sigma) = \sqrt{\sigma^{2/\gamma} - \sigma^{\gamma-1/\gamma}} \quad (3)$$

Rato įtekančių dujų debitas $G_{in} = 0$, ir pradžia priimama, kad $V = \text{const}$, todėl gaunama tokio pavidalo uždavinio sprendimo lygtis:

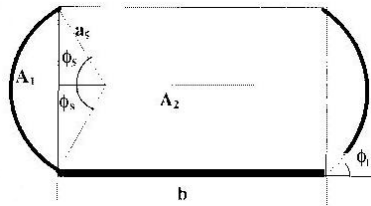
$$\dot{p} = -\frac{\gamma RT}{V} \mu S_{out} p \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{RT} \cdot \left(\frac{p_{\infty}^{2/\gamma}}{p} - \frac{p^{\gamma-1/\gamma}}{p_{\infty}} \right)} \quad (4)$$

Pradurtos pneumatinės padangos oro ištekėjimo kitimo modeliui tokie skaičiavimai bus netikslūs, todėl reikia įvertinti ir tūrio kitimą.

Mažėjant padangos slėgiui, kontakto ilgis su kelio danga didėja. Kontakto ilgio l_s ir slėgio p ryšys nustatomas iš [4]:

$$l_s = \frac{p a + \mu_1 \Omega^2 a^2}{p \left(\frac{1}{2\theta_s} + \frac{a \sin \phi_s}{b \phi_s} \right)} \quad (5)$$

čia: Ω – rato kampinis greitis, rad/s , μ_1 – diržo masė/ploto, $\mu_1 = 20 \text{ kg/m}^2$, kiti dydžiai paaiškinti 1 lentelėje ir 1 pav.



1 pav. Pneumatinės padangos skersinis pjūvis:

A_1, A_2 – skerspjūvio plotai, m^2 ; a_s - šoninės sienelės spindulys, m ; ϕ_1 - kontakto kampas, rad ; ϕ_s - šoninės sienelės kampas, rad ; b - juostos plotis, m .

Skersinio pjūvio plotas A_1 lygus:

$$A_1 = \left(\frac{l_s}{2\phi_s}\right)^2 (2\phi_s - \sin 2\phi_s) \quad (6)$$

Skersinio pjūvio plotas A_2 :

$$A_2 = bl_s \frac{\sin \phi_s}{\phi_s} \quad (7)$$

Gaunama rato dujų tūrio išraiška:

$$V = \left(\left(\frac{l_s}{2\phi_s}\right)^2 (2\phi_s - \sin 2\phi_s) + l_s \frac{\sin \phi_s}{\phi_s} b \right) h \quad (8)$$

4. Kompiuterinis eksperimentas

Sudėtingos diferencialinės lygties sistemos (4) sprendimui parenkame Oilerio metodą.

$$\begin{cases} \dot{p} = -\frac{\gamma RT}{V} \mu S_{out} p \sqrt{\frac{2\gamma}{\gamma-1} \frac{1}{RT} \cdot \left(\frac{p^{2/\gamma}}{p} - \frac{p^{V-1/\gamma}}{p} \right)} \\ l_s = \frac{pa + \mu \Omega^2 a^2}{p \left(\frac{1}{2\theta_s} + \frac{a \sin \phi_1}{b \phi_s} \right)} \\ V = \left(\left(\frac{l_s}{2\phi_s}\right)^2 (2\phi_s - \sin 2\phi_s) + l_s \frac{\sin \phi_s}{\phi_s} b \right) h \end{cases} \quad (9)$$

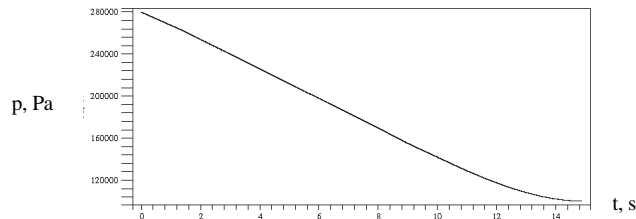
Tyrimams parenkamas tipinio lengvojo automobilio ratas su šiomis charakteristikomis:

Parametras	Simbolis	Dydis	Dimensija
Vidinis slėgis	p	280×1000	N/m^2
Juostos išorinis spindulys	a	0.3	m
Juostos plotis	b	0.18	m
Kontakto kampas	ϕ_1	0.36	rad
Šoninės sienelės kampas	ϕ_s	0.68	rad
Šoninės sienelės kampas	θ_s	$\pi/6$	rad

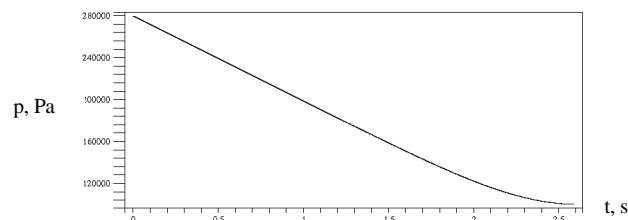
Juostos masė/plotas	μ_s	20	kg/m ²
---------------------	---------	----	-------------------

Kompiuteriniam eksperimentui atlikti sukurtos taikomosios programos sistemoje *Compaq Visual Fortran 6*.

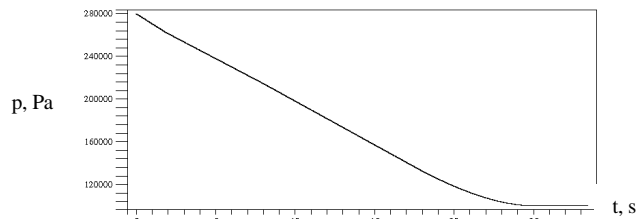
2-4 pav. pateiktos pneumatinės padangos oro slėgio p kritimas laiko t atžvilgiu, priklausomai nuo atmosferos oro temperatūros T , skylės skersmens d ir kampinio greičio Ω .



2 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T = 50^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d = 4\text{mm}$, kampinis greitis $\Omega = 46\text{rad/s}$



3 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T = 13^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d = 10\text{mm}$, kampinis greitis $\Omega = 46\text{rad/s}$



4 pav. Pneumatinės padangos oro slėgio p kitimo priklausomybė nuo laiko t , kai atmosferos oro temperatūra $T = 13^{\circ}\text{C}$, skylės skersmuo $d = 4\text{mm}$, kampinis greitis $\Omega = 157,41\text{rad/s}$

Skaičiavimo rezultatai parodo, kad atmosferos oro temperatūrų įtaka dujų išėjimo laikui t nežymi ir svyruoja ribose nuo $\approx 14,8\text{s}$ ($T = 50^{\circ}\text{C}$) iki $\approx 17,5\text{s}$ ($T = -50^{\circ}\text{C}$). Esant nedidelėms kampiniams greičiams ($\Omega = 46\text{rad/s}$, $d = 4\text{mm}$) dujų ištekėjimo laikas t tesudaro $\approx 15\text{s}$ (2 pav.), o prie $\Omega = 157,41\text{rad/s}$, $t \approx 25\text{s}$ (4 pav.). Padangos skylės skersmuo irgi įtakoja laikui t : prie $T = 50^{\circ}\text{C}$, $d = 4\text{mm}$, $\Omega = 46\text{rad/s}$, t tesudaro $\approx 15\text{s}$ (2 pav.); prie $T = 13^{\circ}\text{C}$, $d = 10\text{mm}$, $\Omega = 46\text{rad/s}$, $t \approx 2,5\text{s}$ (3 pav.).

5. Išvados

1. Sudaryto važiuojančio automobilio pradurtos padangos sistemos matematinio modelio sprendimui sukurta programinė įranga sistemoje *Compaq Visual Fortran 6*.
2. Patikslinto dinaminio modelio kompiuterinio eksperimento rezultatai žymiai skiriasi nuo modelio, kai skaičiuojama su $V = \text{const}$, t. y. Kai $T = 13^{\circ}\text{C}$, $d = 4\text{mm}$, $\Omega = 46\text{rad/s}$ oro ištekėjimo laikas $t = 16\text{s}$, kai $V = \text{const}$, $t = 8,8\text{s}$; kai $T = 13^{\circ}\text{C}$, $d = 7\text{mm}$, $\Omega = 46\text{rad/s}$ rato oro ištekėjimo laikas $t = 5,6\text{s}$, kai $V = \text{const}$, $t = 2,6\text{s}$.
3. Sukurtas pneumatinio rato bendras matematinis modelis, kuriuo remiantis galima eksperimentuoti su įvairių (taip pat ir aviacinių) transporto priemonių padangomis.

Literatūra

1. M. Bogdevičius, O. Prentkovskis. Hidraulinių ir pneumatinių sistemų dinamika. V „Technika“, 2003. 261 p.
2. T.D. Gillespie. Fundamentals of Vehicle Dynamics. Warrendale, PA 15096-0001
3. J. Radvilavičiūtė. Fortran. V., 2002. 61 p.
4. R. J. Pnnington, A wave model of a circular tyre. Part 1: belt modelling, *Journal of Sound and Vibration* 290 (2006) 101-132.
5. R. J. Pnnington, A wave model of a circular tyre. Part 2: side-wall and force transmission modelling, *Journal of Sound and Vibration* 290 (2006) 133-168.

Summary

In this article the description of the geometrical shape of the punctured pneumatic tyre and its physical mechanical characteristics is considered.

Some software for dynamical mathematical model parameters was created using *Compaq Visual Fortran 6*. Graphs of the parameters and analysis of result are presented.