



VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
STATYBOS FAKULTETAS
STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

Agnė Gervytė

**TAMPRIOS PLASTINĖS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS OPTIMIZAVIMAS
KOMPIUTERINĖS ANALIZĖS METODAIS**

**OPTIMIZATION OF ELASTIC PLASTIC BAR STRUCTURE BY
COMPUTER ANALYSIS METHODS**

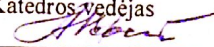
Baigiamasis magistro darbas

Statinių konstrukcijų studijų programa, valstybinis kodas 621H21001
Statinių projektavimo ir optimizacijos kompiuterinių technologijų specializacija
Statybos inžinerijos kryptis

Vilnius, 2013

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
STATYBOS FAKULTETAS
STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

TVIRTINU
Katedros vedėjas



(Parašas)

prof. habil. dr. Juozas Atkočiūnas
(Vardas, pavardė)

2013 06 12

(Data)

Agnė Gervytė

TAMPRIOS PLASTINĖS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS OPTIMIZAVIMAS
KOMPIUTERINĖS ANALIZĖS METODAIS

OPTIMIZATION OF ELASTIC PLASTIC BAR STRUCTURE BY
COMPUTER ANALYSIS METHODS

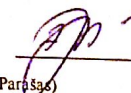
Baigiamasis magistro darbas

Statinių konstrukcijų studijų programa, valstybinis kodas 621H21001
Statinių projektavimo ir optimizacijos kompiuterinių technologijų specializacija
Statybos inžinerijos kryptis

Vadovas

doc. dr. Ela Jarmolajeva

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)



(Parašas)

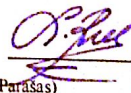
(Data)

2013 06 03

Lietuvių kalbos konsultantas

lekt. Lina Rutkienė

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)



(Parašas)

(Data)

2013-06-03

Vilnius, 2013

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS
STATYBOS FAKULTETAS
STATYBINĖS MECHANIKOS KATEDRA

Statybos inžinerijos studijų kryptis

Statinių konstrukcijų studijų programa, valstybinis kodas 621H21001

Statinių projektavimo ir optimizacijos kompiuterinių technologijų specializacija

TVIRTINU

Katedros vedėjas

[Signature]

(Parašas)

Juozas Atkočiūnas

(Vardas, pavardė)

2012 02 06

(Data)

BAIGIAMOJO MAGISTRO DARBO
UŽDUOTIS

.....Nr.

Vilnius

Studentui

Agnei Gervytei

(Vardas, pavardė)

Baigiamojo darbo tema: Tamprios plastinės rėminės konstrukcijos optimizavimas kompiuterinės analizės metodais

patvirtinta 2012 m. spalio 23 d. dekanų potvarkiu Nr. 521 st.

Baigiamojo darbo užbaigimo terminas 2012 m. gegužės 31 d.

BAIGIAMOJO DARBO UŽDUOTIS:

*Tyrinys apima magistro darbo tematiką. Tamprios
plastinės rėminės konstrukcijos skerspjūrio optimizavimo
uždavinio matematinio modelio formulavimas, algoritmo
sudarymas. Skaitinis eksperimentas. Optimizacijos uždavinio
matematinio modelio realizavimas Matlab kompiuteriniame
pakete. Optimizacijos skerspjūrio analizė
standartinės baigtinių elementų programos priemonėmis.
Išvados ir apibendrinimai.*

Baigiamojo darbo rengimo konsultantai:

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

Vadovas

[Signature]

(Parašas)

doc. dr. Ela Jarmolajeva

(Moksl. laipsnis/pedag. vardas, vardas, pavardė)

Užduotį gavau

[Signature]

(Parašas)

Agnei Gervytei

(Vardas, pavardė)

2012 - 02 - 06

(Data)

Vilniaus Gedimino technikos universiteto egzaminų
sesijų ir baigiamųjų darbų rengimo bei gynimo
organizavimo tvarkos aprašo 2011–2012 m. m.
2 priedas

VILNIAUS GEDIMINO TECHNIKOS UNIVERSITETAS

Agnė Gervytė 20074649

(Studento vardas ir pavardė, studento pažymėjimo Nr.)

Statybos fakultetas

(Fakultetas)

Statinių konstrukcijų programa, SPTfm-11

(Studijų programa, akademine grupe)

**BAIGIAMOJO DARBO (PROJEKTO)
SĄŽININGUMO DEKLARACIJA**

2013 m. birželio 12 d.
(Data)

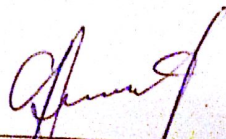
Patvirtinu, kad mano baigiamasis darbas (projektas) tema Tamprios plastinės reminės
konstrukcijos optimizavimas kompiuterinės analizės metodais

patvirtintas 20 12 m. spalio 24 d. dekanų potvarkiu Nr. 521, yra
savarankiškai parašytas. Šiame darbe (projekte) pateikta medžiaga nėra plagijuota. Tiesiogiai ar
netiesiogiai panaudotos kitų šaltinių citatos pažymėtos literatūros nuorodose.

Prenkant ir įvertinant medžiagą bei rengiant baigiamąjį darbą (projektą), mane konsultavo
mokslininkai ir specialistai: lekt. Lina Rutkienė

Mano darbo (projekto) vadovas doc. dr. Ela Jarmolajeva

Kitų asmenų indėlio į parengtą baigiamąjį darbą (projektą) nėra. Jokių įstatymų nenumatytų
piniginių sumų už šį darbą niekam nesu mokėjęs (-usi).


(Parašas)

Agnė Gervytė
(Vardas ir pavardė)

Vilniaus Gedimino technikos universitetas

Statybos fakultetas

Statybinės mechanikos katedra

ISBN ISSN

Egz. sk. 1

Data 2013-05-31

Statybos inžinerijos studijų programos baigiamasis magistro darbas

Pavadinimas **Tamprios plastinės rėminės konstrukcijos optimizavimas kompiuterinės analizės metodais**

Autorius **Agnė Gervytė**

Vadovas doc. dr. **Ela Jarmolajeva**

Kalba

☒ X

lietuvių



užsienio

Anotacija

Baigiamajame magistro darbe pateikiami plieninių konstrukcijų strypų skerspjūvių optimizavimo uždavinių matematiniai modeliai, kurie įvertina reikalavimus konstrukcijos stiprumui, standumui ir stabilumui. Optimizavimo uždavinių matematiniams modeliams sudaryti taikoma matematinio programavimo teorija ir ekstreminiai energiniai principai. Netiesinio matematinio programavimo uždavinio sprendimui taikoma *Matlab* programavimo aplinka. Dėl egzistuojančio ryšio tarp konstrukcijos tampraus atsako dydžių ir optimizuojamų parametrų uždavinys sprendžiamas iteracijų būdu.

Skaiciavimo algoritmas pritaikytas plokščiam vieno tarpatramio rėmui su santvara. Rėminė konstrukcija diskretizuojama baigtiniais strypiniais elementais. Nustatytas minimalus tūris konstrukcijos, kuri dar nėra pasiekusi visiško plastinio suirimo, tačiau atskiri jos elementai jau patyrė plastines deformacijas. Pagal gautąjį optimalų planą – ribines strypų įrąžas, parenkami standartiniai dėžiniai profiliuočiai.

Darbo apimtis – 100 p. teksto be priedų, 45 iliustr., 23 lent., 62 bibliografiniai šaltiniai.

Atskirai pridedami darbo priedai.

Prasminiai žodžiai: optimalus projektavimas, ekstreminiai energiniai principai, matematinis programavimas, baigtinių elementų metodas, tampri plastinė rėminė konstrukcija, stiprumas, standumas, stabilumas.

Vilnius Gediminas Technical University

Civil Engineering faculty

Structural mechanics department

ISBN ISSN

Copies No. 1

Date 31/05/2013

Building structure study programme bachelor (master) thesis.

Title: **Optimization of elastic plastic bar structure by computer analysis methods**

Author **Agne Gervyte**

Academic supervisor **dr. Ela Jarmolajeva**

Thesis language

☒ Lithuanian

☐ Foreign (English)

Annotation

A mathematical models for bars cross-sectional optimization of steel structure under strength, stiffness and stability constraints is presented in the final master thesis. Mathematical programming theory and extremum energy principles are used for creation of these models. Solving non-linear mathematical problem is subject to *MatLab* programming environment. Because of existing relationship between elastic response values and the optimized parameters of structure, the problem is calculated iteratively.

The calculation algorithm is applied to a frame with a truss span. Framing structure is discretized by finite bar elements. The minimum volume of the structure, which has not reached the full plastic collapse, but its individual members have experienced plastic deformation, is designed. According to obtained optimal project, standard tube profiles are chosen.

Thesis consist of: 100 p. text without appendixes, 45 pictures, 23 tables, 62 bibliographical entries.

Appendixes included.

Keywords: optimal design, extremum energy principles, mathematical programming, finite element method, elastic plastic framing structure, strength, stiffness, stability.

TURINYS

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS.....	9
LENTELIŲ SĄRAŠAS	11
SVARBIAUSI SUTARTINIAI ŽYMENYS	12
ĮVADAS.....	14
1. MOKSLINIŲ TYRIMŲ APŽVALGA TAMPRIŲ PLASTINIŲ KONSTRUKCIJŲ OPTIMIZAVIMO TEMA.....	17
1.1. Literatūros apžvalga ir analizė	17
1.2. Bendrosios žinios apie netiesinius uždavinius	19
1.3. Bendrosios žinios apie taikomus matematinius modelius	21
2. BAIGTINIŲ ELEMENTŲ METODAS.....	23
2.1. Bendrosios žinios	23
2.2. Strypiniai baigtiniai elementai	24
2.3. Kevaliniai baigtiniai elementai.....	26
2.4. Tūriniai baigtiniai elementai	27
3. RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS OPTIMIZAVIMAS PAPRASTOSIOS PLASTIŠKOSIOS PLASTINĖS SUIRTIES METU	29
3.1. Bendrosios pastabos	29
3.2. Tamprios plastinės sistemos diskretizavimas	29
3.2.1. <i>Nagrinėjama konstrukcija</i>	29
3.2.2. <i>Pagrindinės prielaidos</i>	30
3.2.3. <i>Rėminės konstrukcijos apkrovimas</i>	30
3.2.4. <i>Rėminės konstrukcijos diskretinis modelis</i>	34
3.2.5. <i>Ieškomieji dydžiai</i>	41
3.2.6. <i>Ribinė strypo skerspjūvio įrąža</i>	42
3.2.7. <i>Takumo sąlygos</i>	46
3.2.8. <i>Ekstreminiai energiniai principai</i>	48
3.3. Optimizavimo uždavinio matematinis modelis.....	49
3.4. Skaitinis eksperimentas.....	52
4. OPTIMALIOS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS ĮTEMPTO – DEFORMUOTO BŪVIO ANALIZĖS UŽDAVINYS	59
4.1. Bendrosios pastabos	59
4.2. Analizės uždavinio matematinis modelis	60
4.3. Skaitinis eksperimentas.....	62

5.	APKROVOS IR POSLINKIŲ PRIKLAUSOMUMO ANALIZĖS UŽDAVINYS.....	70
5.1.	Bendrosios pastabos	70
5.2.	Analizės uždavinio matematinis modelis	70
5.3.	Skaitinis eksperimentas.....	71
6.	TAMPRIOS – PLASTINĖS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS OPTIMIZAVIMAS RIBOJANT POSLINKIUS	74
6.1.	Bendrosios pastabos	74
6.2.	Matematinis modelis.....	74
6.3.	Skaitinis eksperimentas.....	80
7.	OPTIMALIOS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS SPRENDINIO ANALIZĖ TAIKANT BAIGTINIŲ ELEMENTŲ KOMPIUTERINES PROGRAMAS	87
7.1.	Bendrosios pastabos	87
7.2.	Skaitinis eksperimentas.....	87
	IŠVADOS IR REKOMENDACIJOS	94
	LITERATŪROS SĄRAŠAS.....	96
	PRIEDAI	101
	A PRIEDAS. FUNKCINIAI SĄRYŠIAI TARP STAČIAKAMPIO VAMZDŽIO SKERSPJŪVIO PARAMETRŲ.....	102
	B PRIEDAS. PUSIAUSVYROS LYGČIŲ KOEFICIENTŲ MATRICA	105
	C PRIEDAS. KONSTRUKCIJOS PASIDUODAMUMO, TAKUMO SĄLYGŲ IR KONFIGŪRACIJOS MATRICŲ FRAGMENTAI.....	107
	D PRIEDAS. OPTIMIZAVIMO UŽDAVINIŲ PAPRASTOSIOS PLASTIŠKOSIOS SUIRTIES METU ĮVESTINĖS BYLOS	108
	E PRIEDAS. OPTIMALIOS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS ĮTEMPTO – DEFORMUOTO BŪVIO ANALIZĖS UŽDAVINIŲ ĮVESTINĖS BYLOS.....	112
	F PRIEDAS. APKROVOS IR POSLINKIŲ PRIKLAUSOMUMO ANALIZĖS UŽDAVINIŲ ĮVESTINĖS BYLOS	117
	G PRIEDAS. TAMPRIOS – PLASTINĖS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS OPTIMIZAVIMO RIBOJANT POSLINKIUS UŽDAVINIŲ ĮVESTINĖS BYLOS.....	127
	H PRIEDAS. <i>STAAD.PRO V8i</i> ĮVESTIES BYLA	136

PAVEIKSLŲ SĄRAŠAS

1.1 pav.	A. Čyro inicijuoti kieto deformuotojo kūno optimizacijos tyrimai	18
1.2 pav.	Medžiagos modeliai: a) netiesinis tamprusis modelis; b) tamprusis plastinis modelis.....	20
1.3 pav.	Idealiai tampios medžiagos modelis	21
2.1 pav.	Vienmačiai strypiniai baigtiniai elementai.....	24
2.2 pav.	Baigtiniai elementai: a) santvaros strypų tipo; b) sijų tipo.....	25
2.3 pav.	Kevalo geometrija: a) tikrasis plono kevalo modelis; b) diskretinis modelis.....	26
2.4 pav.	Baigtiniai elementai: a) plokšti; b) membranų ir plokštelių tipo	27
2.5 pav.	Tūriniai baigtiniai elementai (atitinkamai 5 ir 6 mazgų).....	27
2.6 pav.	Prizminiai baigtiniai elementai (atitinkamai 6 ir 15 mazgų)	27
2.7 pav.	Stačiakampio formos baigtiniai elementai (atitinkamai 8 ir 20 mazgų)	28
3.1 pav.	Rėminės konstrukcijos konfigūracija	29
3.2 pav.	Idealiai tampios plastinės medžiagos modelis.....	30
3.3 pav.	Rėminės konstrukcijos skaičiuojamoji schema	35
3.4 pav.	Tempiamas arba gniuždomas elementas ir jame pasireiškiančios linijinės deformacijos...	35
3.5 pav.	Lenkiamas elementas ir jame pasireiškiančios kampinės deformacijos	36
3.6 pav.	Išorinių jėgų, atitinkančių globaliuosius poslinkius, schema	38
3.7 pav.	Rėminės konstrukcijos diskretinis modelis	39
3.8 pav.	Išorinių jėgų, atitinkančių globaliuosius poslinkius, schema	43
3.9 pav.	Lenkiamas stačiakampio skerspjūvio elementas	43
3.10 pav.	Tempiamas stačiakampio skerspjūvio vamzdžio elementas.....	45
3.11 pav.	Gniuždomas stačiakampio skerspjūvio vamzdžio elementas	46
3.12 pav.	Optimalus įrašų pasiskirstymas rėme, kai įvertinamas konstrukcijos stiprumas: a) lenkimo momentų, kNm ; b) ašinių jėgų, kN	56
3.13 pav.	Optimalus įrašų pasiskirstymas rėme, kai yra įvertinamos stabilumo sąlygos: a) lenkimo momentų, kNm ; b) ašinių jėgų, kN	56
3.14 pav.	Optimalaus rėmo plastinio irimo mechanizmas.....	57
4.1 pav.	Deformuojamojo kūno elementai.....	59
4.2 pav.	Tampraus sprendinio įrašų diagramos neįvertinant stabilumo sąlygų: a) lenkimo momentų, kNm ; b) ašinių jėgų, kN	66
4.3 pav.	Tampraus sprendinio įrašų diagramos, kai yra įvertinamos stabilumo sąlygos:	66
4.4 pav.	Liekamieji lenkimo momentai, kNm , sujungti raudona linija ir tikrieji lenkimo momentai, kNm , sujungti oranžine linija: a) pirmasis skaičiavimo atvejis; b) antrasis skaičiavimo atvejis.....	69
5.1 pav.	Pagrindiniai analizės uždavinio dydžiai	70

5.2 pav. Apkrovos – poslinkių priklausomumo diagrama (pirmas atvejis)	72
5.3 pav. Apkrovos – poslinkių priklausomumo diagrama (antras atvejis)	73
6.1 pav. Skerspjūvių plotai, cm^2	82
6.2 pav. Lenkimo momentai (kNm), ribojant poslinkius, sujungti oranžine linija ir lenkimo momentai (kNm), iki plastiškos irties, sujungti brūkšnine raudona linija: a) pirmasis skaičiavimo atvejis; b) antrasis skaičiavimo atvejis	84
6.3 pav. Deformuotas būvis	85
7.1 pav. Kolonų ir santvaros viršutinės juostos plieno charakteristikos.....	87
7.2 pav. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio plieno charakteristikos	87
7.3 pav. Rėmo apkrovimo schema <i>SolidWorks Simulation</i> aplinkoje	88
7.4 pav. Rėmo apkrovimo schema <i>Staad.Pro V8i</i> aplinkoje	88
7.5 pav. Rėmo standi atrama <i>SolidWorks Simulation</i> aplinkoje	89
7.6 pav. Strypinių BE tinklas <i>SolidWorks Simulation</i> aplinkoje.....	89
7.7 pav. Strypiniai BE <i>Staad.Pro V8i</i> aplinkoje.....	89
7.8 pav. Lenkimo momentų diagrama, kNm ir mazgo pusiausvyra (<i>MatLab</i> rezultatai)	91
7.9 pav. Lenkimo momentų diagrama	91
7.10 pav. Lenkimo momentų ir poslinkių pasiskirstymas rėme (<i>SolidWorks Simulation</i> rezultatai)	91
7.11 pav. Įtempių pasiskirstymas rėme (<i>SolidWorks Simulation</i> rezultatai)	92

LENTELIŲ SĄRAŠAS

3.1 lentelė. Stogo konstrukcijų nuolatinė charakteristinė ir skaičiuotinė apkrova.....	31
3.2 lentelė. Sienos konstrukcijų nuolatinė charakteristinė ir skaičiuotinė apkrova	32
3.3 lentelė. Vamzdžių geometrinių rodiklių koeficientai	44
3.4 lentelė. Rėmo optimizavimo uždavinio statinė formuluotė	52
3.5 lentelė. Rėmo optimizavimo uždavinio statinė formuluotė <i>MatLab</i> aplinkoje.....	54
3.6 lentelė. Ribinių įrašų ir tikslo funkcijos konvergavimas	55
4.1 lentelė. Rėmo analizės uždavinio apribojimų sąlygos	62
4.2 lentelė. Rėmo optimizavimo uždavinio statinės formuluotės apribojimai <i>MatLab</i> aplinkoje	63
4.3 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų tikrosios ašinės jėgos, <i>kN</i> (pirmasis skaičiavimo atvejis)	69
4.4 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų liekamosios ašinės jėgos, <i>kN</i> (pirmasis skaičiavimo atvejis)	69
4.5 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų tikrosios ašinės jėgos, <i>kN</i> (antrasis skaičiavimo atvejis)	69
4.6 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų liekamosios ašinės jėgos, <i>kN</i> (antrasis skaičiavimo atvejis)	69
6.1 lentelė. Tiesiniai rėmo optimizavimo uždavinio (6.15) – (6.21) apribojimai	80
6.2 lentelė. Optimizavimo ribojant poslinkius rezultatai.....	82
6.3 lentelė. Optimizavimo, įvertinant standumo ir strypų stabilumo reikalavimus, rezultatai.....	82
6.4 lentelė. Rėminės konstrukcijos elementų charakteristikos (pirmas atvejis)	83
6.5 lentelė. Rėminės konstrukcijos elementų charakteristikos (antras atvejis).....	83
6.6 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų tikrosios ašinės jėgos, <i>kN</i> (pirmasis skaičiavimo atvejis)	84
6.7 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų tikrosios ašinės jėgos, <i>kN</i> (antrasis skaičiavimo atvejis)	84
6.8 lentelė. Rėminės konstrukcijos poslinkiai.....	85
7.1 lentelė. Analizės uždavinio metu gauti skerspjūvių plotai, cm^2	92
7.2 lentelė. Įvertinant stiprumą, standumą ir stabilumą gauti skerspjūvių plotai, cm^2	93
7.3 lentelė. <i>Staad.Pro V8i</i> gauti skerspjūvių plotai, cm^2	93

SVARBIAUSI SUTARTINIAI ŽYMENYS

Lotyniški rašmenys

A – skerspjūvio plotas

A – plokštės pusiausvyros lygčių koeficientų matrica

b – skerspjūvio plotis

D – bendrojo *Huko* dėsnio pasiduodamumo matrica

D – energijos sklaida

E – tamprumo (*Jungo*) modulis

EA – tempiamojo ar gniuždomojo strypo standis

EI – lenkiamojo strypo standis

F – išorinė koncentruota jėga

G – liekamųjų įrašų influentinė matrica

F – išorinių jėgų vektorius

H – įrašų interpoliacinė matrica, liekamųjų poslinkių influentinė matrica

h – strypo skerspjūvio aukštis

I – ploto inercijos momentas

K – bendrojo *Huko* dėsnio standumo matrica, diskretinės konstrukcijos standumo matrica

l_k – strypo (elemento) ilgis

M – lenkimo momentas

M_0 – ribinis lenkimo momentas

M – lenkimo momentų vektorius

N – tempiamojo ar gniuždomojo strypo ašinė jėga

N_0 – ribinė ašinė jėga

N_{cr} – kritinė ašinė jėga

N – ašinių jėgų vektorius

Q – skersinė jėga

S – apibendrintų įrašų vektorius

S_e – tampraus sprendinio įrašų vektorius

S_r – liekamųjų įrašų vektorius

S_0 – ribinių įrašų vektorius

$S_0^{\min}$ – minimalių ribinių įrašų vektorius

t – stačiakampio skerspjūvio sienelės storis

U_r – papildomo deformavimo energija

$\mathbf{u}$ – konstrukcijos ar jos mazgų poslinkių vektorius

$\mathbf{u}_e$ – tampraus sprendinio poslinkių vektorius

$\mathbf{u}_r$ – liekamųjų poslinkių vektorius

$\dot{\mathbf{u}}_r$ – liekamųjų poslinkių greičių vektorius

V – konstrukcijos tūris

W – darbas

W_{pl} – plastinis atsparumo momentas

Graikiški rašmenys

$\mathbf{\Gamma}$ – konstrukcijos konfigūracijos matrica

γ_{red} – redukcijos koeficientas

Δ – linijinė deformacija

ε – deformacija

Θ – pjūvio pasisukimo kampas

Θ – konstrukcijos elementų deformacijų vektorius

Θ_p – konstrukcijos elementų plastinių deformacijų vektorius

$\dot{\Theta}$ – konstrukcijos elementų deformacijų greičių vektorius

λ – *Lagranžo* daugiklių vektorius, plastinių daugiklių vektorius

σ_y – medžiagos takumo įtempis (tempiant)

Φ – tiesinių takumo sąlygų matrica

φ – kampinė deformacija

Santrumpos

BEM – baigtinių elementų metodas

BE – baigtiniai elementai

İDB – įtempimų ir deformacijų būvis

IVADAS

Optimalaus projektavimo tikslas yra toks konstrukcijos projektas, kuris užtikrintų konstrukcijos stiprumą, standumą ir stabilumą bei reikalautų minimalių sąnaudų konstrukcijai pagaminti ir eksploatuoti (Čyras *et al.* 2004).

Pastaruosius dešimtmečius buvo tobulinama konstrukcijų optimizavimo teorija, metodai ir skaičiavimo algoritmai bei jų sąsaja su kompiuterinio modeliavimo ir projektavimo programomis. Pastebėta, kad vienas iš efektyviausių konstrukcijų optimizavimo metodų yra tuomet, kada vienu metu taikoma matematinio programavimo teorija, ekstreminiai energiniai principai ir medžiagos plastinės savybės (Kalanta 1997; Popov, Karkauskas, 2005; Chakrabarty 2006; Atkočiūnas, Karkauskas 2010). Tapo akivaizdu, kad įvertinus konstrukcijos deformuoto būvio parametrus ir medžiagos plastines savybes gaunamas tiksliau išreikštas konstrukcijos darbas skirtinguose apkrovimo etapuose. Toks skaičiavimo metodų taikymas padeda ekonomiškai išnaudoti medžiagas ir sukurti daug racionalesnį konstrukcijos projektą (Kalanta 2007; Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

Konstrukcijos medžiagos masės (tūrio) minimumas yra vienas iš pagrindinių optimalumo kriterijų, taikomų konstrukcijų optimizavimo uždaviniuose (Makris, Provatidis 2002). Tikrajam tokios konstrukcijos įtempių ir deformacijų būviui nustatyti dažniausiai suformuluojami ekstreminiai energiniai principai. Pasirinkę pagrindiniais nežinomaisiais statinius kintamuosius (įrąžas ar įtempius) arba kinematinčius kintamuosius (poslinkius ar deformacijas) gauname ekstremumo uždavinius, kuriuos sudaro tikslo funkcija, kurios ieškomas ekstremumas, ir apribojimai, kurie apibrėžia tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį. Išsprendę tokius uždavinius, nustatome ne vien tik tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį, bet ir optimalius jos parametrus (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

Pagrindinė optimizacijos uždavinių priemonė yra ribinės pusiausvyros teorija, kurios prielaidos užtikrina konstrukcijos stiprumą. Tačiau dažnai stiprumo požiūriu optimali konstrukcija gali netenkinti eksploatacinių reikalavimų. Taip atsitinka, kai nepasiekusioje plastiškosios suirties konstrukcijoje atsiranda per didelės plastinės deformacijos ir poslinkiai. Inžinerinėje praktikoje tai vadinama ribiniu būviu. Išskiriami du plastiškai deformuojamųjų statybinių konstrukcijų ribiniai būviai. Tai ribiniai saugos būviai - susiję su plastiniu suirimu ir ribiniai tinkamumo būviai, susiję su deformacijų ribinėmis reikšmėmis (STR 2.05.08:2005).

Išvardintos priežastys komplikuoja ribinės pusiausvyros teorijos praktinį taikymą, tačiau to išvengti galima į optimizacijos uždavinių matematinius modelius įtraukiant ribinio tinkamumo būvio apribojimus arba kitaip deformatyvumo apribojimus. Konstrukcijos deformuoto būvio parametrų įvertinimas leidžia apriboti rėminės konstrukcijos pavienių mazgų ar atskirų jos elementų poslinkius, konstrukcinių elementų ribinius liaunius ir kitus parametrus.

Pagrindinis darbo tikslas – suformuluoti tamprios plastinės rėminės konstrukcijos skerspjūvio optimizavimo uždavinius, sudaryti jų matematinius modelius bei atlikti sprendimo algoritmų analizę. Atliekant skaitinį eksperimentą simbolinių matematinių perdirbimų programa, gauti optimalią rėminę konstrukciją, kuri tenkintų ribinius saugos ir tinkamumo būvius bei būtų pagaminta minimaliomis sąnaudomis.

Nagrinėjamas objektas

Optimizacijos objektas yra lengvo tipo rėminė konstrukcija, veikiama vienkartės, Vilniaus miestui būdingos sniego ir vėjo apkrovų. Konstrukcija projektuojama iš stačiakampio skerspjūvio vamzdžių, kurie turi funkcinį sąryšį tarp skerspjūvio parametrų ir priklauso nuo skerspjūvio tipo bei sienelės storio. Strypų skerspjūvių optimalumo kriterijus yra sunaudotos medžiagos tūris. Ieškoma rėminės konstrukcijos optimalaus projekto, kai yra ribojami tik tamprios plastinės rėminės konstrukcijos poslinkiai, o kitu atveju yra įvertinamas ir gniuždomų strypų stabilumas. Abiem atvejais yra analizuojamas konstrukcijos darbas plastinėje būsenoje ir stebimas plastinių lankstų atsiradimas.

Tyrimo metodai

Tamprios plastinės rėminės konstrukcijos skaičiavimui naudosime ekstreminius energinius principus. Energiniai principai formuojami tik tamprios plastinės sistemos būklei, kai sistema virsta plastiniu mechanizmu. Plastinį mechanizmą apibrėžia poslinkių ir deformacijų greičiai, kurie taip pat sąlygoja ir energines sąvokas.

Optimalų nagrinėjamo objekto projektą nustatysime taikydami matematinio programavimo metodus ir optimizavimo teoriją. Tam tikslui, uždaviniai apibrėžiami matematinėmis išraiškomis, t. y. sudaromi uždavinių matematiniai modeliai.

Optimizacijos uždavinių matematinių modelių skaičiavimo realizacijai naudosime simbolinių matematinių perdirbimų kompiuterinį paketą *MatLab*.

Rėminę konstrukciją modeliuosime taikydami baigtinių elementų metodą (BEM). Gautus optimalios konstrukcijos projekto rezultatus lyginsime su rezultatais, gautais skaičiuojant baigtinių elementų kompiuterinėmis programomis.

Darbo aktualumas

Tampriosios plastinės konstrukcijos – tai tokios konstrukcijos, kurių elementuose eksploatacijos metu pasireiškia ne tik tampriosios, bet ir plastinės deformacijos. Leidžiant konstrukcijoje išsivystyti tokio tipo deformacijoms, galima projektuoti ekonomiškesnes konstrukcijas, kurios atitinka stiprumo, standumo bei stabilumo reikalavimus. Taigi, projektuojant

konstrukciją yra svarbu įvertinti medžiagos plastinės savybes, o tam, kad tuo pačiu metu būtų galima užtikrinti konstrukcijos standumą ir stabilumą, yra tikslinga riboti konstrukcijos mazgų ar elementų poslinkius bei įvertinti gniuždomų strypų klupumo sąlygas pagal ribinio liaunio reikalavimus.

Darbo uždaviniai:

1. Sudaryti tamprios plastinės rėminės konstrukcijos diskretinį modelį, panaudojant strypinius baigtinius elementus.
2. Sudaryti tamprios plastinės rėminės konstrukcijos matematinį modelį, kuris įvertintų konstrukcijos stiprumą ir standumą, pritaikyti jį nagrinėjamai konstrukcijai ir atlikti analizės bei optimizacijos skaitinį eksperimentą.
3. Sudaryti tamprios plastinės rėminės konstrukcijos matematinį modelį, kuris įvertintų konstrukcijos stiprumą, standumą ir stabilumą, pritaikyti jį nagrinėjamai konstrukcijai ir atlikti analizės bei optimizacijos skaitinį eksperimentą.
4. Abiems atvejams nustatyti rėminės konstrukcijos plastinio deformavimosi trajektoriją.
5. Patikrinti gautąjį optimalų sprendinį.
6. Palyginti ir apibendrinti visus atliktų skaitinių eksperimentų rezultatus.

1. MOKSLINIŲ TYRIMŲ APŽVALGA TAMPRIŲ PLASTINIŲ KONSTRUKCIJŲ OPTIMIZAVIMO TEMA

1.1. Literatūros apžvalga ir analizė

Optimizacijos pradžia siekia senovės Graikijos laikus, kai matematikas *Euklidas* išsprendė vieną pirmųjų optimizacijos uždavinių. Jis nustatė, koku būdu galima nubrėžti ilgiausią ir trumpiausią atkarpą, kuri jungia tašką su apskritimu. Kiek vėliau nustatė, kokia turėtų būti lygiagretainio geometrinė forma, kad gautume jo maksimalų plotą. Visai tai pagrindė matematiniais metodais.

XVII – XVIII amžiuje žymūs matematikai G. Mongas ir J. Lagranžas pasiūlė optimizavimo metodus, kurių pagalba galima spręsti fizikos, mechanikos ir geometrijos uždavinius. Vėliau J. Lagranžas pasiūlė optimizavimo uždavinių su lygybiniais apribojimais sprendimo metodus.

1917 metais H. Hankokas išleido pirmąją optimizavimo knygą „Minimumų ir maksimumų teorija. 1951 metais H. V. Kunas ir A. V. Takeris atliko tiriamąjį darbą, kuriame nagrinėjo netiesinių matematinių uždavinių optimalumo kriterijus.

Tiriamuosius darbus konstrukcijų optimizacijos tema yra atlikę J. S. Aroras ir M. W. Huangas (Arora, Huang 1994), P. B. Thanedaris ir G. N. Vanderplaatas (Thanedar, Vanderplaats 1995), Y. M. Maalawis ir M. A. Badras (Maalawi, Badr 2009) bei daugelis kitų pasaulio mokslininkų. Šie autoriai pripažįsta, kad dauguma optimizavimo metodų tinka tik konkretaus tipo konstrukcijoms ir bendras konstrukcijų optimizavimo metodas dar nėra atrastas.

R. H. Woodo (Wood 1960), P. J. Dowlingo ir kt. (Dowling *et al.* 1988) knygose pateikiama konstrukcijos elementų optimizavimo ir projektavimo metodika.

S. Kozielio ir X. S. Yango (Koziel, Yang 2011) knygoje aprašomi naujausi pokyčiai, susiję su optimizacija ir modeliavimu, didelį dėmesį skiriant būtent kompiuterinės optimizacijos metodams ir algoritmams, kurie taikomi mokslo, inžinerijos ir pramonės srityse.

Tik neseniai mokslininkai sukūrė optimizavimo metodus, pagrįstus genetiniais (Erbatur *et al.* 2009), darnos paieškos (Saka 2009), dalelių spiečių (Li, Liu 2009), skruzdžių kolonijų optimizavimo (Camp *et al.* 2005) ir tabu paieškos (Kargahi *et al.* 2006) algoritmais. Mokslininkų nuomonė sutampa, kalbant apie efektyviausių metodų panaudojimą praktikoje.

Šiuolaikinių kompiuterinių technologijų galimybės leidžia projektuoti konstrukcijas taikant įvairius optimizacijos metodus ir algoritmus bei siekti suprojektuotų konstrukcijų maksimalaus ekonominio ar kito efekto. Įvertinant medžiagos plastines savybes galima padidinti konstrukcijos laikomąją galią ir taip ją suprojektuoti mažesnėmis sąnaudomis. Tokio tipo konstrukcijų optimizavimo teorijos svarba yra pripažinta visame pasaulyje, taip pat ir Lietuvoje.

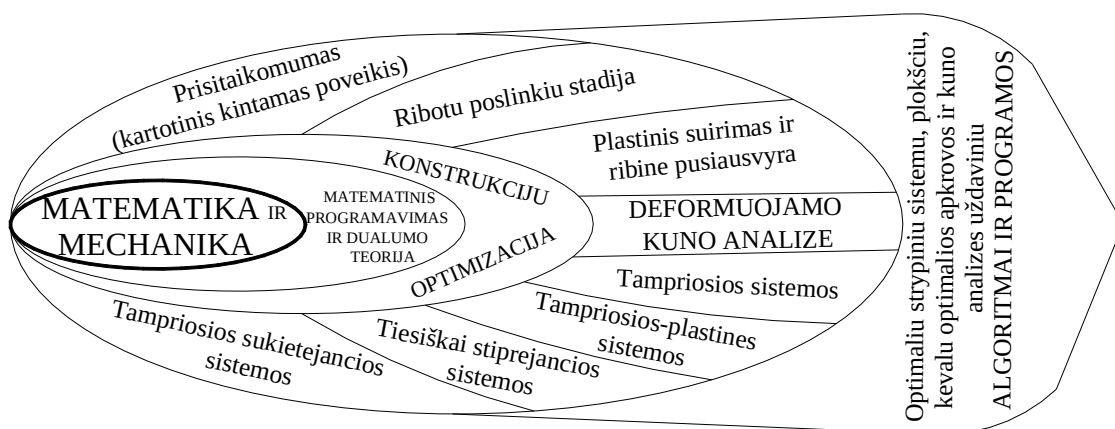
Pasaulinei plastiškumo teorijos mokslo plėtrai įtaką padarė šie mokslininkai: A. Nadai, P. Bridgmanas, A. Iljušinas, L. Kačanovas, R. Hillas, N. Malininas, V. Prageris, D. Druckeris, V. Sokolovskis, V. Voigtas, E. Lee, L. Prandtlis, J. Rice'as ir kiti.

D. Druckeris ir R. Shildas savo tiriamajame darbe pateikia bendrąją optimalių konstrukcijų analizę, kai medžiaga dirba plastiniame būvyje, o optimalumo kriterijumi pasirinktas energijos disipacijos greičio pastovumas tūrio vienetu. Lietuvių akademiko A. Čyro (Čyras 1983; Čyras *et al.* 2004), P. A. Makriso, G. Provatidiso (Makris, Provatidis 2002), P. A. Makriso ir kt. (Makris *et al.* 2006) darbuose optimalumo kriterijus yra papildomos deformavimo energijos minimumas.

Kai yra įvertinama tik laikomoji konstrukcijos galia, nuo pridėtos išorinės apkrovos gali pasireikšti pernelyg didelės plastinės deformacijos, t. y. konstrukcijos mazguose ar elementuose gali atsirasti neleistini poslinkiai. Ribojant pavienių mazgų ar elementų poslinkius, galima užtikrinti konstrukcijos standumą. Tokią metodiką tiriamuosiuose darbuose taiko R. B. Baušys, R. P. Karkauskas (1987), R. B. Baušys ir kt. (1989), R. Karkauskas ir A. Norkus (2001) P. A. Makrisas, C. G. Provatidisas (Makris, Provatidis 2002) ir kt.

Pirmieji tiriamieji darbai Lietuvoje apie matematinio programavimo metodų taikymą konstrukcijoms optimizuoti paskelbti Vilniaus inžineriniame statybos institute 1963 m. Šios srities darbai, kuriems vadovavo A. Čyras, A. Čižas, D. Maciulevičius, plačiai žinomi ne tik mūsų šalyje, bet ir užsienyje.

A. Čyras statybinės mechanikos plėtrą gana greitai susiejo su šiuolaikine taikomąja matematika ir kompiuterine technika. Jis pirmasis Rytų Europoje ir buvusioje Sovietų Sąjungoje pradėjo naudoti matematinio programavimo metodus konstrukcijų optimizacijai. Jau 1965 metais doc. A. Čyras apgynė šios srities technikos mokslų daktaro disertaciją (habilitaciją) „Matematinio programavimo metodai skaičiuojant tamprias – plastines vienmates sistemas“. Įsidėmėtina, kad disertacijoje vienas skyrius buvo skirtas besiformuojančiai perspektyviai mechanikos kryptiai – stochastiniams tampriųjų – plastinių sistemų skaičiavimo ir optimizavimo metodams.



1.1 pav. A. Čyro iniciuoti kieto deformuotojo kūno optimizacijos tyrimai (Atkočiūnas, Čižas 2002)

Nemažą indėlį į tampriųjų plastinių konstrukcijų optimizacijos teoriją, praktinį matematinio programavimo taikymą, algoritmų kūrimą įnešę gausus A. Čyro mokinių būrys – J. Atkočiūnas, R. Karkauskas, S. Kalanta, J. Nagevičius, K. Vislavičius, A. Daniūnas, A. Norkus ir kiti bei prof. A. Čižas ir jo mokiniai – V. Kamaitis, S. Stupakas, M. Šukšta ir kiti (Atkočiūnas, Čižas 2002).

1.2. Bendrosios žinios apie netiesinius uždavinius

Tiesiniai uždaviniai gali būti traktuojami kaip sudėtingų reiškinių paprasčiausi modeliai, tačiau realiaame gyvenime dauguma fizinių reiškinių, tarp jų ir nusakantys mechanikos struktūras, yra netiesiniai (Barauskas *et al.* 2004; Kindmann, Kraus 2011).

Dėl didelės įvairovės matematinių modelių bei jų sprendimo algoritmų netiesinių reiškinių skaitinis modeliavimas yra sudėtingas uždavinys. Dar sudėtingiau yra sukurti vieną universalų modelį ar algoritmą, kuris būtų efektyvus visiems netiesiškumo atvejams.

Netiesinis uždavinys – tai algebrinis uždavinys ar lygčių sistema, kurios koeficientai priklauso nuo uždavinio nežinomųjų konkrečių reikšmių. Šio uždavinio sprendinys yra apskaičiuojamas tikslingai sprendžiant tiesinių uždavinių seką.

Reikia paminėti, kad uždavinys tampa netiesiniu, jeigu negalima priimti bent vienos prielaidos iš žemiau išvardintų tiesinio uždavinio prielaidų. Šios prielaidos turi griežtas formuluotes, tad atsiranda atvejų, kada jų tenka atsisakyti ir tokiu būdu uždavinys tampa netiesinis. Taigi, deformuojamo kūno mechanikos uždavinio pagrindinės prielaidos, dėl kurių uždavinys išlieka tiesinis yra šios.

- 1) Prielaida apie tamprųjį (tiesinį) kūną, apibrėžianti tiesinį sąryšį tarp įtempių ir deformacijų (*Huko dėsnis*).
- 2) Prielaida apie mažus poslinkius. Pagal ją, poslinkiai yra maži, lyginant su kūno matmenimis, o tai leidžia nepaisyti tūrio pokyčių nustatant energines išraiškas bei užrašyti pusiausvyros lygtis nedeformuotam kūnui. Erdvinio kūno pusiausvyros lygtys užrašomos pagal *Navjė* lygtis.
- 3) Prielaida apie mažas deformacijas. Pagal ją, deformacijos yra mažos, lyginant su vienetu, o tai leidžia nustatyti tiesinį sąryšį tarp poslinkių ir deformacijų. Erdviniam kūnui toks sąryšis užrašomas geometrinėmis *Košio* lygtimis.
- 4) Prielaida apie pastovias kraštinės sąlygas, nes laikui bėgant kraštinės sąlygos gali keistis ir taip sukelti netiesinius nagrinėjamos konstrukcijos pokyčius.

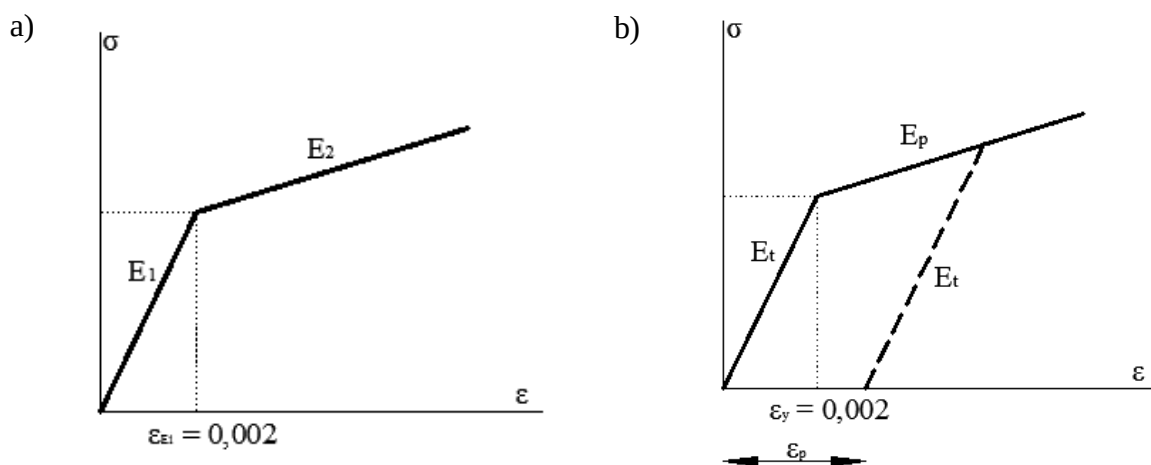
Literatūroje yra aprašomi tokie dažniausiai pasitaikantys pavieniai netiesiškumo atvejai:

- 1) **Medžiagos (fizinis) netiesiškumas.** Įvertina netiesinių įtempių ir deformacijų ryšį, o linijiniai poslinkiai u ir kampiniai posūkiai φ bei linijinės deformacijos ε ir kampinės deformacijos γ laikomos mažomis.
- 2) **Geometrinis netiesiškumas,** esant dideliems poslinkiams. Įvertina didelius poslinkius u ar φ , o deformacijos ε ar γ yra laikomos mažomis.
- 3) **Geometrinis netiesiškumas,** esant didelėms deformacijoms. Įvertina didelės deformacijos ε ar γ , o poslinkiai u ar φ laikomi mažais.
- 4) **Struktūrinis (konstrukcinis) netiesiškumas.** Įvertina kraštinių sąlygų kitimus ir dėl to pakitusią kūno elgseną.

Inžinerinėje praktikoje didelę reikšmę turi netiesinio tamprumo ir plastiškumo savybių įvertinimas, tačiau fiziškai netiesinei (plastinei) sistemai negalima taikyti superpozicijos principo.

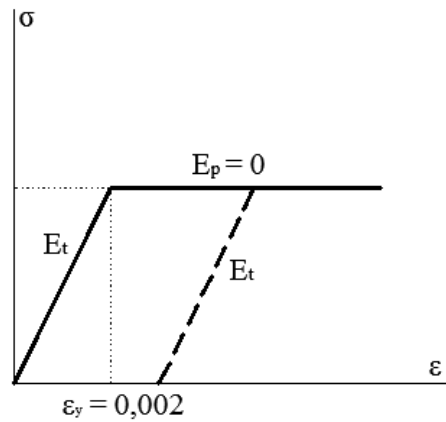
Netiesiškai tampri medžiaga apibūdinama netiesiškai tampriu modeliu, kuris vaizduojamas netiesine (bitiesine) diagrama (žr. 1.2 a pav.). Kai įtempiai mažesni už takumo ribą $\sigma \leq \sigma_{E1} = 2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$ (arba deformacijos $\varepsilon \leq \varepsilon_{E1} = 0,002$), medžiagos tamprumo modulis $E(t) = E_1 = 10^{11} \text{ Pa}$, o viršijus ribą, kai $\sigma > \sigma_y$, $E(t) = E_2 = 10^9 \text{ Pa}$.

Tamprioji plastinė medžiaga apibūdinama tampriuojų plastiniu modulių, kuris vaizduojamas deformavimo diagrama (žr. 1.2 b pav.). Įtempiams pasiekus takumo ribą σ_y , medžiagoje kaupiasi plastinės deformacijos. Nukrovus strypą plastinės deformacijos išlieka, o grąžinus į pradinę padėtį atsiranda liekamosios deformacijos ε_p . Kai įtempiai mažesni už takumo ribą $\sigma \leq \sigma_y = 2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$, medžiaga apibūdinama tamprumo modulių $E(t) = E_t = 10^{11} \text{ Pa}$, o viršijus ribą, kai $\sigma > \sigma_y$ – tampriuojų plastiniu modulių $E(t) = E_p = 10^9 \text{ Pa}$.



1.2 pav. Medžiagos modeliai: a) netiesinis tamprusis modelis; b) tampriasis plastinis modelis (Barauskas *et al.* 2004)

Idealiai tampri plastinė medžiaga apibūdinama tiesiškai tampriu moduli, kuris vaizduojamas deformavimo diagrama (žr. 1.3 pav.). Kai įtempiai mažesni už takumo ribą $\sigma \leq \sigma_{E1} = 2 \cdot 10^8 \text{ Pa}$, medžiagos tamprumo modulis $E(t) = E_t = 10^{11} \text{ Pa}$, o viršijus ribą, kai $\sigma > \sigma_y$, $E(t) = E_p = 0$.



1.3 pav. Idealiai tamprios medžiagos modelis (Barauskas *et al.* 2004)

Šiame darbe bus įvertinamas pavienis fizinis netiesiškumas, kai medžiaga yra idealiai tampri plastinė. Sudarant tokio uždavinio modelius iš visų mechanikos lygčių tik fizinės lygtys yra netiesinės. Kadangi likę sąryšiai išlieka tiesiniai, tai fizinio netiesiškumo efektas sukelia tam tikrus kiekybinius būvio pasikeitimus, konstrukcijos struktūra ir geometrija nekinta.

Idealus plastiškumas yra pirmasis priartėjimas prie realaus konstrukcijos darbo po tamprumo stadijos. Eksperimentiniais duomenimis įrodyta, kad ribinės pusiausvyros metodo taikymas konstrukcijai skaičiuoti duoda konkretų ekonominį poveikį, lyginant su tamprios būklės skaičiavimais.

1.3. Bendrosios žinios apie taikomus matematinius modelius

Matematinis modelis – tai matematinių išraiškų (sąryšių) sistema, kuri apibrėžia pagrindines modeliuojamo objekto savybes, rodiklius ir ryšius tarp jų. Optimizavimo uždavinio matematinį modelį sudaro tikslo funkcija $f(x)$, išreiškianti pasirinktą optimalumo kriterijų, taip pat sąryšiai, nusakantys specifines sąlygas, kurias turi tenkinti nagrinėjamo uždavinio sprendinys. Paprasčiausių uždavinių matematiniai modeliai užrašomi taip (Žilinskas 2007):

$$\text{Rasti} \quad f(x) \rightarrow \max, \quad (1.1)$$

$$\text{kai} \quad g_i(x) = b_i, \text{ kur } i = 1, 2, \dots, m_l, \quad (1.2)$$

$$g_i(x) \leq b_i, \text{ kur } i = m_l + 1, m_l + 1, \quad (1.3)$$

$$x \geq 0. \quad (1.4)$$

$$\text{Rasti} \quad f(x) \rightarrow \min, \quad (1.5)$$

$$\text{kai} \quad g_i(x) = b_i, \text{ kur } i = 1, 2, \dots, m_l, \quad (1.6)$$

$$g_i(x) \geq b_i, \text{ kur } i = m_l + 1, m_l + 1, \quad (1.7)$$

$$x \geq 0. \quad (1.8)$$

Tokio tipo ekstremumo uždaviniai, kai siekiama nustatyti tikslo funkcijos ekstremalią reikšmę esant tam tikriems apribojimams, vadinami matematinio programavimo uždaviniais. (1.1) – (1.4) arba (1.5) – (1.8) apribojimų sistemos nusako optimizavimo uždavinio leistinių sprendinių sritį. Kiekvienas šios srities taškas yra vienas iš leistinių sprendinių.

Kai ekstreminis principas formuluojamas statiniais kintamaisiais (įrašomis ar įtempiais), tai tamprios plastinės būklės iki visiškos plastiškosios suirties energinis dydis yra tamprus liekamųjų įrašų potencialas; visiškos plastiškosios suirties metu – energijos disipacijos greitis. Šios formuluotės apribojimuose būtinai turi būti pusiausvyros lygtys, kadangi yra ieškomas tikrasis konstrukcijos įtempių būvis bei nelygybių takumo sąlygos, kurios įvertina medžiagos plastines savybes.

Ekstreminį principą formuluojant kinematiniais kintamaisiais (poslinkiais ir deformacijomis) tamprios plastinės būklės iki visiškos plastiškosios suirties energinis dydis yra liekamųjų poslinkių išorinių jėgų papildomas darbas; visiškos plastiškosios suirties metu – išorinių jėgų galingumas. Geometrinės poslinkių ir deformacijų darnos lygtys yra privalomos šios formuluotės apribojimų sąlygose.

2. BAIGTINIŲ ELEMENTŲ METODAS

2.1. Bendrosios žinios

Baigtinių elementų metodo raidos pradžia siekia 1941 – 1942 metus, kai mokslininkai Hrennikoffas ir Courantas savo darbuose pateikė skirtingą baigtinių elementų metodo koncepciją, tačiau abiejuose darbuose pagrindinė idėja buvo vienalytės srities sudalijimas į elementus.

Lietuvoje skaitinio modeliavimo klausimus, susijusius su įvairiomis mechanikos problemomis, pradėjo tyrinėti akad. A. Čyras ir jo mokslinės mokyklos atstovai. Besivystant kompiuterinėms technologijoms, paplito skaitiniai metodai, kurie yra taikomi inžineriniams uždaviniams spręsti. Skaitinių metodų srityje sėkmingai dirba M. Sapagovas, R. Barauskas, R. Čiegis, R. Belevičius, R. Kačianauskas, R. Baušys, M. Bogdevičius, S. Kalanta ir kiti.

Baigtinių elementų metodas (BEM) – vienas iš plačiausiai taikomų metodų, skirtų mechaninių, šiluminių, hidraulinių, elektromagnetinių ir kitokių fizinių sistemų uždaviniams spręsti bei dinaminiais procesams modeliuoti (Barauskas *et al.* 2004; Wriggers 2008; Babuška *et al.* 2010; Kindmann, Kraus 2011).

Skaičiuojant baigtinių elementų metodu, daroma prielaida, kad kiekviename baigtiniame elemente nagrinėjamas nežinomasis kinta pagal nesudėtingą dėsnį, o jo diferencialinė lygtis pakeičiama į algebrinių lygčių sistemą. Sujungus visų elementų algebrinių lygčių sistemas, gaunama bendra sistema, kurią išsprendus gaunamas atsakymas

BEM pagrindu yra sukurta nemažai universalių bei specializuotų kompiuterinių programų, pvz.: *ANSYS*, *ALGOR*, *NASTRAN*, *COSMOS*, *SOLIDWORKS Simulation* ir kt. Kartu su automatizuoto geometrinio projektavimo ir integruotomis programomis (*AutoCAD*, *MicroStation* ir kt.) baigtinių elementų programos sudaro galingą kompiuterinės matematinės įrangos kompleksą, skirtą inžinerinėms sistemoms geometriškai ir fiziškai modeliuoti.

Labai svarbu yra suprasti baigtinių elementų modelių sudarymo principus programuojant viena iš aukšto lygio programavimo kalbų (*FORTRAN*, *Pascal C* ir kt.) arba matematinei analizei orientuotose programavimo terpėse (*MatLab*, *MathCAD*, *Maple* ir kt.) ir suvokti modelių taikymo galimybes (Barauskas *et al.* 2004; Bhatti 2005).

BEM plačiausiai taikomas įvairius fizikinius reiškinius ir procesus apibūrinančioms diferencialinėms lygtims, dalinėms išvestinėms spręsti. Skaičiavimai BEM metodu taikomi šiais etapais (Barauskas *et al.* 2004):

- 1) bet kuri sudėtingos geometrinės formos sritis pavaizduojama baigtiniu nesudėtingos formos elementų skaičiumi;

- 2) kiekvieno elemento srityje diferencialinė lygtis dalinėmis išvestinėmis apytiksliai pakeičiama algebrinių lygčių sistema;
- 3) elementų algebrinės lygtys jungiamos į bendrą vienareikšmiškai išsprendžiamą algebrinių lygčių sistemą.

Visos inžinerinės konstrukcijos ar atskiri jos elementai yra kontinualieji. Jie turi tris matmenis ir erdvėje užima apibrėžtą tūrį. Skaičiuojant tokių konstrukcijų įtempių ir deformacijų būvį baigtinių elementų metodu, nepriklausomai nuo konstrukcijų elementų formos, galima ją diskretizuoti strypiniais, kevaliniais, tūriniais ar kitais baigtiniais elementais (Saouma 2000; Barauskas *et al.* 2004; Bhavikatti 2005; Wriggers 2008).

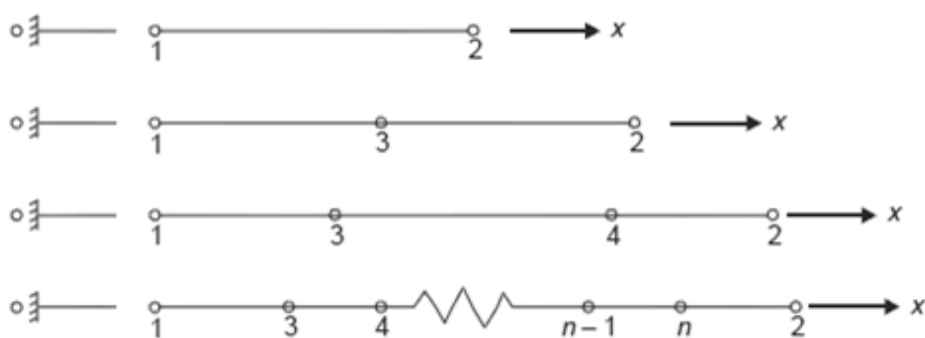
Taigi, baigtiniai elementai gali būti strypiniai ar plokštuminiai (dvimačiai), tūriniai (trimačiai), kurie apibrėžia elemento geometriją bei specialūs baigtiniai elementai, kurie apibrėžia kraštines sąlygas. Pavyzdžiui, specialus elementas, kuris nusako tarpą tarp kitų dviejų elementų; standus elementas, kuris naudojamas nepaslankių elementų prie modelio tvirtinimui arba paties modelio nepaslankiam įtvirtinimui.

Tokių tipų baigtinius elementus turi ir palaiko daugelis skaitinio modeliavimo kompiuterinių programų.

2.2. Strypiniai baigtiniai elementai

Konstrukcijos diskretizavimas vienmačiais strypiniais baigtiniais elementais yra vienas populiariausių metodų. Toks konstrukcijų supaprastinimas, sudalijant jas į strypus ar strypines struktūras, yra žymiai priimtinesnis ir patogesnis inžinieriams. Iš strypų struktūrų sudaroma daug inžinerinių konstrukcijų skaičiuojamųjų schemų. Tai įvairūs pastatai ir inžineriniai statiniai: tiltai, bokštai ir kt. (Dulmanas, Karkauskas 1991; Kalanta, Grigusevičius 2004).

Strypas – tai kūnas, kurio matmenys dviem erdvės kryptimis yra mažesni negu trečiasis matmuo. Didžiausias matmuo apibūdina strypo ilgį, o likę du – skerspjūvio matmenys. Strypo skaičiuojamąją schemą sudaro jo išilginė ašis, pagal kurią kinta strypo savybių rodikliai, apkrovos ir būvio kintamieji. Galimi vienmačio strypinio baigtinio elemento variantai yra parodyti 2.1 pav.



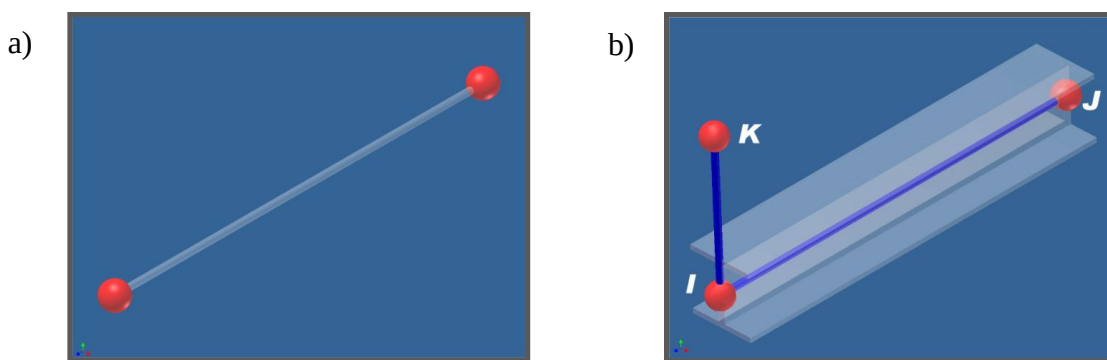
2.1 pav. Vienmačiai strypiniai baigtiniai elementai (Bhavikatti 2005)

Santvaros strypų ir sijų tipo baigtiniai elementai

Iš strypinių baigtinių elementų grupių, kurios naudojamos skaitinio modeliavimo realizacijai kompiuterinėmis technologijomis, išskirsime dvi – tai santvaros strypų ir sijų tipo baigtiniai elementai (žr. 2.2 pav.).

Santvaros strypų tipo baigtiniai elementai (žr. 2.2 a pav.) yra ilgi ir ploni, turi du mazgus ir gali būti orientuoti trimatėje erdvėje. Santvaros elemente veikia tik ašinė jėga. Elementas turi tris laisvės laipsnius, kurie apibrėžia linijinius poslinkius visomis koordinačių kryptimis. Santvaros tipo elementai dažniausiai naudojami karkasiniams pastatams, tiltams, bokštams ir kitiems statiniams modeliuoti bei skaičiuoti.

Sijų tipo baigtiniai elementai (žr. 2.2 b pav.) taip pat yra ilgi ir ploni, turi tris mazgus ir gali būti orientuoti trimatėje erdvėje. Tačiau elementai turi jau šešis laisvės laipsnius, kurie apibrėžia kiekvieno mazgo linijinius ir kampinius poslinkius. Tai ir yra didžiausias skirtumas tarp šių elementų. I ir J mazgai nusako elemento geometriją, o K – skerspjūvio orientaciją. Mazgų orientacija leidžia nustatyti sijos stipriąją ir silpnąją lenkimo ašis. Paveikslėlyje pavaizduotas dvitėjis yra tik vizualizacija, elementas yra sudarytas iš tamsiai mėlynų strypų. Mazgas K gali būti orientuotas virš mazgo I arba horizontalioje linijoje kartu su mazgu I .



2.2 pav. Baigtiniai elementai: a) santvaros strypų tipo; b) sijų tipo (DeepSoft, Inc 2013)

Srypinėms konstrukcijoms skaičiuoti yra sukurta įvairaus sudėtingumo teorijų, kurios grindžiamos prielaidomis ir hipotezėmis. Klasikinė, dar vadinama techniškąja, yra plokščių pjūvių hipotezė. Paprasčiausia iš jų yra *Oilerio* ir *Bernulio* teorija, kurioje nagrinėjamas strypo lenkimas, o į šlyties deformaciją neatsižvelgiama. Šlytį įvertina *Timošenko* teorija.

Šiame darbe nagrinėjama rėminė konstrukcija yra sudalinama į strypinius baigtinius elementus. Jos kolonos ir santvaros viršutinė juosta aproksimuojamos tik lenkiamais elementais, o santvaros apatinė juosta ir tinklelis – tempiamais ar gniuždomais elementais.

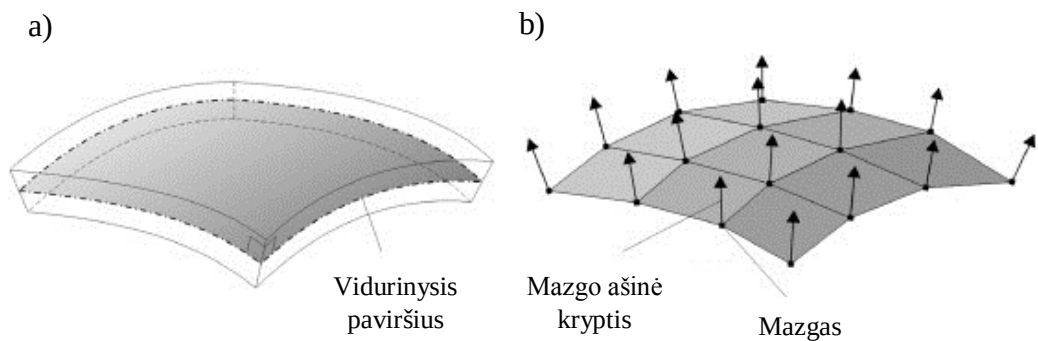
2.3. Kevaliniai baigtiniai elementai

Iš kevalinių baigtinių elementų grupių, kurios naudojamos skaitinio modeliavimo realizacijai kompiuterinėmis technologijomis, išskirsime tris – tai plokšti bei membranų ir plokštelių tipo elementai (žr. 2.4 pav.). Šie elementai yra dvimačiai.

Plokšti elementai (žr. 2.4 a pav.) turi tris arba keturis mazgus (atitinkamai, kokia yra baigtinio elemento forma) ir du laisvės laipsnius Y bei Z kryptimis. Elementai naudojami plokščių, orientuotų Y ir Z koordinačių plokštumoje, įtempių ir deformacijų analizei. Tokio tipo elementais galima modeliuoti sukimosi ašiai simetrinius kūnus, tokius kaip raketų aptakai, radialiniai sandarikliai ir kt. bei plačius, pastovaus skerspjūvio plotus, tokius kaip užtvanka.

Membraniniai elementai (žr. 2.4 b pav.) turi tris arba keturis mazgus (atitinkamai, kokia yra baigtinio elemento forma) ir gali būti orientuoti trimatėje erdvėje. Jie skirti modeliuoti plonas membranas, tai – audiniai ar ploni metaliniai kevalai. Šio tipo elementai priešinasi membraninėms ir lenkimo apkrovoms, jie negali pasisukti, tik pasislinkti (galimi tik linijiniai poslinkiai). Membranų storis yra labai mažas, palyginti su elemento pločiu ir aukščiu. Paveikslėlyje vaizduojamas tik elemento vidurinis paviršius, kurio storis yra artimas nuliui.

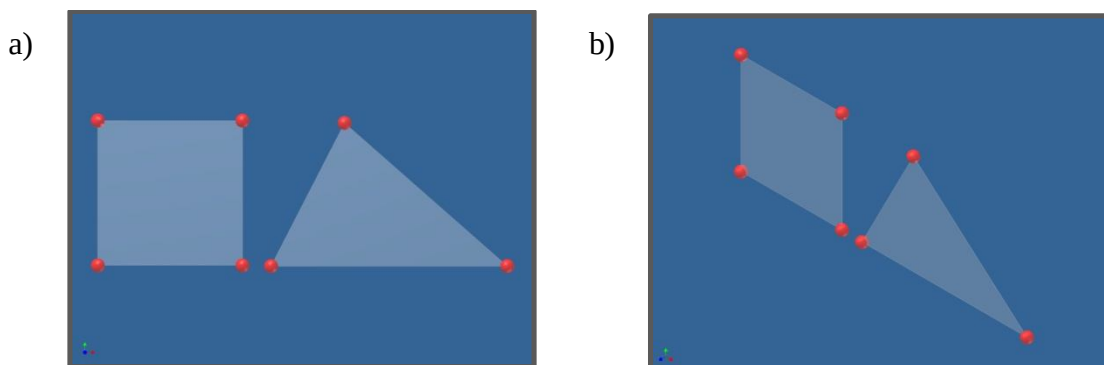
Linhardas ir kt. savo moksliniame darbe (Linhart *et al.* 2007) analizuoja ploną *Kirchhoffo* – *Levo* tipo kevalą, kurį sudalina į membraninius baigtinius elementus. Atlieka statinę, geometriškai netiesinę ir kitas analizes. Kevalo schema ir diskretinis modelis pateikti 2.3 paveiksle.



2.3 pav. Kevalo geometrija: a) tikrasis plono kevalo modelis; b) diskretinis modelis (Linhart *et al.* 2007)

Plokštelių tipo elementai (žr. 2.4 b pav.) taip pat turi tris arba keturis mazgus (atitinkamai, kokia yra baigtinio elemento forma) ir gali būti orientuoti trimatėje erdvėje. Paprastai jais modeliuojami kūnai, kurie gali būti sudalijami į kevalinius elementus, tai – slėginiai indai, automobilių detalės, laivų ir lėktuvų korpusai bei kt. Jie turi šešis laisvės laipsnius, kurie apibrėžia kiekvieno mazgo linijinius ir kampinius poslinkius. Tačiau kampiniai posūkiai iš plokštumos –

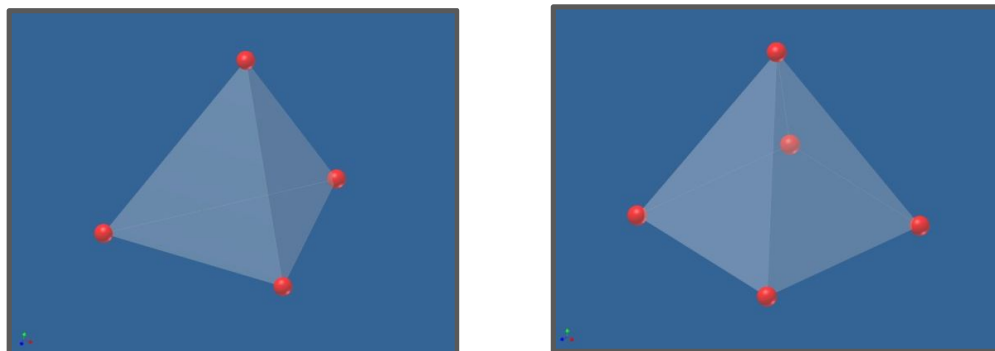
neleidžiami. Paveikslėlyje vaizduojamas tik elemento vidurinis paviršius, kurio storis yra artimas nuliui.



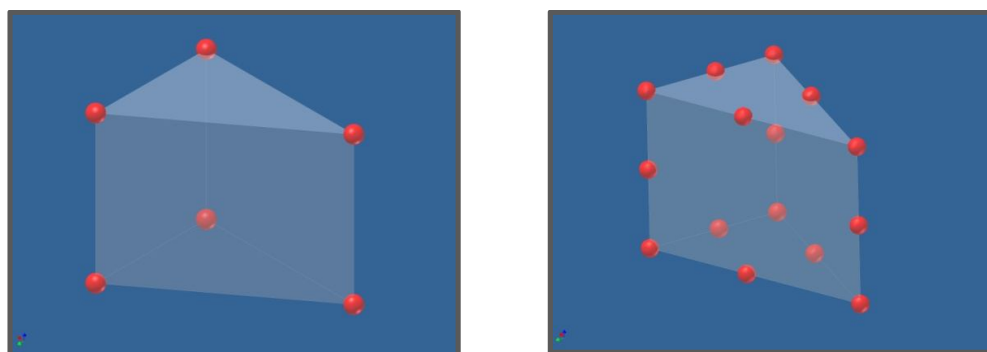
2.4 pav. Baigtiniai elementai: a) plokštį; b) membranų ir plokštelių tipo (DeepSoft, Inc 2013)

2.4. Tūriniai baigtiniai elementai

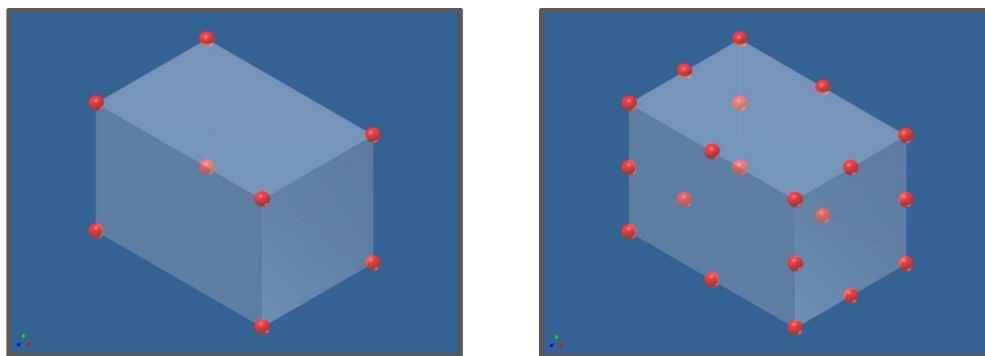
Iš tūrinių baigtinių elementų grupių, kurios naudojamos skaitinio modeliavimo realizacijai kompiuterinėmis technologijomis, išskirsime aštuonias – tai tetraedro (4 mazgų), piramidės (5 mazgų) (žr. 2.5 pav.), prizmės (6 arba 15 mazgų) (žr. 2.6 pav.) ir stačiakampio (8 arba 20 mazgų) (žr. 2.7 pav.) formų elementai. Šie elementai yra trimačiai.



2.5 pav. Tūriniai baigtiniai elementai (atitinkamai 5 ir 6 mazgų) (DeepSoft, Inc 2013)



2.6 pav. Prizminiai baigtiniai elementai (atitinkamai 6 ir 15 mazgų) (DeepSoft, Inc 2013)



2.7 pav. Stačiakampio formos baigtiniai elementai (atitinkamai 8 ir 20 mazgų) (DeepSoft, Inc 2013)

Šie elementai gali tik tiesiškai pasislinkti. Dažniausiai jie yra naudojami modeliuoti tūriniams kūnams, kurių nebuvo galima sumodeliuoti iš plokščių elementų.

2.3 ir 2.4 poskyriuose buvo trumpai supažindinta su kevaliniais bei tūriniais baigtiniais elementais, tačiau jie magistrinio darbo skaičiavimuose nenaudojami.

3. RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS OPTIMIZAVIMAS PAPRASTOSIOS PLASTIŠKOSIOS PLASTINĖS SUIRTIES METU

3.1. Bendrosios pastabos

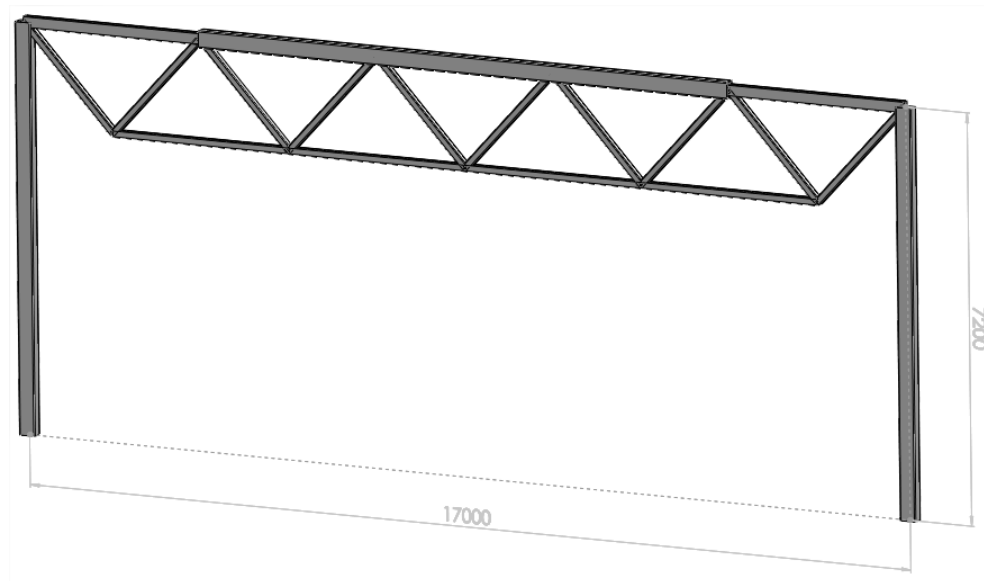
Konstrukcijos eksploatavimo metu dėl išorinės apkrovos gali atsirasti neriboto dydžio plastinės deformacijos, kurios savo ruožtu pažeidžia normalios eksploatacijos reikalavimus. Tokia konstrukcijos būseną yra vadinama paprastąja plastiškąja suirtimi. Konstrukcijos darbas plastiniame būvyje yra išreiškiamas, atliekant ryšio tarp apkrovos ir apibendrintųjų poslinkių kokybinę analizę (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

3.2. Tamprios plastinės sistemos diskretizavimas

Nagrinėjant strypines sistemas, diskretinio modelio sąvoka suprantama kaip vienalytės strypinės sistemos padalinimas į atskirus elementus, kurių galiniuose pjūviuose nustatomos įrąžų, deformacijų, poslinkių ir išorinių jėgų reikšmės. Kiekvienas toks elementas suvokiamas kaip strypinis baigtinis elementas (Čyras 1989).

3.2.1. Nagrinėjama konstrukcija

Nagrinėjama rėminė konstrukcija, veikiamą vienkartės, Vilniaus miestui būdingos sniego ir vėjo apkrovų. Konstrukcija projektuojama iš standartinių stačiakampio skerspjuvio vamzdžių. Parenkama plieno takumo riba σ_y kolonoms ir santvaros viršutinei juostai yra 275 MPa, o santvaros apatinei juostai ir tinkleliui – 235 MPa. Medžiagos tamprumo (*Jungo*) modulis $E = 210$ GPa. Konstrukcijos konfigūracija pavaizduota 3.1 pav.

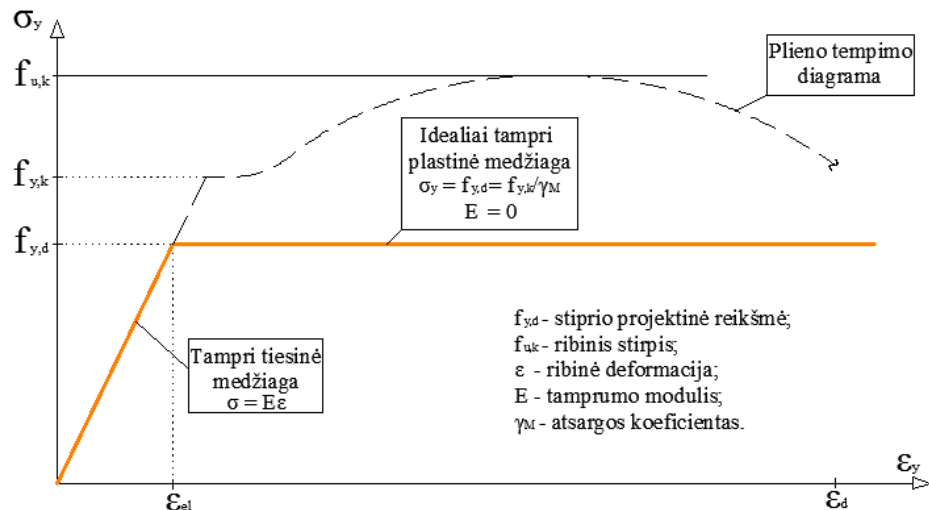


3.1 pav. Rėminės konstrukcijos konfigūracija

3.2.2. Pagrindinės prielaidos

Skaičiavimo teorija turi būti paprasta ir lengvai taikoma praktikoje, todėl reikia atlikti nagrinėjamos rėminės konstrukcijos idealizaciją, kuri kuo labiau atspindėtų konstrukcijos tikrąjį būvį. Diskretizuojant rėmą, uždavinių skaičiavimo modeliai sudaromi iš anksto priėmus tokias prielaidas (Kalanta 2003; Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

- 1) konstrukcijos medžiagos darbas atitinka fizikinį idealiai tamprios plastinės medžiagos modelį;



3.2 pav. Idealiai tamprios plastinės medžiagos modelis (Kindmann, Kraus 2011)

Pirmoji pasvirusi diagramos dalis rodo tamprios medžiagos darbą (*Huko dėsnis*), kurį apibūdina tamprumo modulis $E = tg \alpha$, o antroji horizontalioji – idealųjį plastiškąjį medžiagos darbą, kai neribotai didėja plastinės deformacijos, esant pastoviams ribiniams takumo įtempiams σ_y .

- 2) apkrovos veikimo pobūdis kvazistatinis (kinta lėtai, be dinaminių efektų), o jos pridėjimo būdas – vienkartinis;
- 3) laikoma, kad plastiškosios irties pradžioje konstrukcijos deformacijos yra gana mažos, todėl pusiausvyros lygtys yra sudaromos taikant nedeformuotą sistemos schemą (sprendžiamas geometriškai tiesinis uždavinys);
- 4) galioja plokščių pjūvių hipotezė: apkrovus konstrukciją, nedeformuoto strypo neutraliosios linijos normalė išlieka tiesi ir statmena deformuotai neutraliajai linijai.

3.2.3. Rėminės konstrukcijos apkrovimas

Rėminės konstrukcijos stogo apkrovą sudaro nuolatinis stogo konstrukcijos svoris (žr. 3.1 lent.) ir sniego apkrova, kuri, kaip buvo minėta įvade, yra būdinga Vilniaus miestui. Sniego apkrova

yra skaičiuojama remiantis LST EN 1991-1-3 projektavimo normų reikalavimais. Nuolatinei stogo konstrukcijų apkrovai yra taikomas dalinis koeficientas $\gamma_G = 1,35$. Sniego apkrova yra kintama, todėl jai taikomas dalinis koeficientas lygus $\gamma_Q = 1,30$.

3.1 lentelė. Stogo konstrukcijų nuolatinė charakteristinė ir skaičiuotinė apkrova

Stogo konstrukcijos elementai ir masė	Charakteristinė apkrova, kN/m^2	γ_G	Skaičiuotinė apkrova, kN/m^2
1. Du sluoksniai prilydomos ritininės dangos, kurios svoris $8,0 \text{ kg/m}^2$	0,080	1,35	0,108
2. PAROC ROB 50, kurios $\rho = 170 \text{ kg/m}^3$, $t = 40 \text{ mm}$	0,068	1,35	0,092
3. PAROC ROS30, kurios $\rho = 100 \text{ kg/m}^3$, $t = 160 \text{ mm}$	0,160	1,35	0,216
4. Garo izoliacija – polietileno plėvelė	0,010	1,35	0,014
5. Profiliuotas plieninės skardos lakštas, $t = 2 \text{ mm}$	0,370	1,35	0,500
6. Komunikacijos	0,500	1,35	0,675
Iš viso:	1,188		1,610

Sniego apkrovos skaičiavimas

$$S_{k,0} = s_k \cdot \mu_i \cdot C_e \cdot C_t = 1,6 \cdot 0,8 \cdot 1,0 \cdot 1,0 = 1,28 \text{ kN/m}^2. \quad (3.1)$$

čia μ_i – sniego apkrovos formos koeficientas (žr. EN 1-1-3 5.3 skirsnį, B priedą). Pasirenkame 0,8;

s_k – charakteristinė sniego apkrovos reikšmė ant žemės;

C_e – ekspozicijos koeficientas (žr. EN 1-1-3 5.1 lentelę). Pasirenkame 1,0;

C_t – šilumos koeficientas. Pasirenkame 1,0.

Sniego apkrovos skaičiuojamoji reikšmė:

$$S = s_k \cdot \gamma_Q = 1,28 \cdot 1,3 = 1,66 \text{ kN/m}^2. \quad (3.2)$$

Tada bendra stogo konstrukcijos apkrova: $g_{d,s} = 1,66 + 1,61 = 3,27 \text{ kN/m}^2$.

Apskaičiuota stogo konstrukcijos apkrova yra išskirstyta ir veikianti į ploto vienetą. Kadangi projektuojame plokščią, vieno tarpatramio rėmą su santvara, išskirstytą apkrovą perskaičiuojame į koncentruotas jėgas, veikiančias santvaros viršutinėje juostoje. Atliekame tokius veiksmus:

- 1) gautą išskirstytos apkrovos į ploto vienetą reikšmę dauginame iš atstumo tarp pakloto ilginių (pagal erdvinį pastato modelį, kuris buvo nagrinėtas bakalauro darbe, atstumas tarp ilginių yra 1,7 m). Tada gauname išskirstytą apkrovą, veikiančią į tiesinį metrą $q_{d,s} = 3,27 \cdot 1,7 = 5,56 \text{ kN/m}$;
- 2) apskaičiuotą reikšmę dauginame iš santvaros žingsnio (pagal erdvinį pastato modelį, kuris buvo nagrinėtas bakalauro darbe, santvaros žingsnis – 6,0 m) ir taip gauname

koncentruotą $F_s = 5,56 \cdot 6,0 = 33,5 \text{ kN}$ jėgą, veikiančią santvaros viršutinės juostos ir tinklėlio mazguose bei pakloto ilginių prijungimo vietose.

Rėminės konstrukcijos išorinių sienų apkrovą sudaro nuolatinis sienos konstrukcijos svoris (žr. 3.2 lent.) ir vėjo apkrova būdinga Vilniaus miestui. Vėjo apkrova yra skaičiuojama remiantis LST EN 1991-1-4 projektavimo normų reikalavimais. Nuolatinei sienų konstrukcijų apkrovai taikomas dalinis koeficientas $\gamma_G = 1,35$. Vėjo apkrova yra kintama, todėl jai taikomas dalinis koeficientas $\gamma_Q = 1,30$.

3.2 lentelė. Sienos konstrukcijų nuolatinė charakteristinė ir skaičiuotinė apkrova

Stogo konstrukcijos elementai ir masė	Charakteristinė apkrova, kN/m^2	γ_G	Skaičiuotinė apkrova kN/m^2
1. Profiliuotas plieninis lakštas	0,110	1,35	0,149
2. PAROC WAS 25t, kurios $\rho = 12 \text{ kg/m}^3$, $t = 50 \text{ mm}$	0,006	1,35	0,008
3. PAROC UNS 37z, kurios $\rho = 250 \text{ kg/m}^3$, $t = 100 \text{ mm}$	0,250	1,35	0,338
4. Ilginiai	0,100	1,35	0,135
5. Profiliuotas plieninis lakštas	0,110	1,35	0,149
Iš viso:	0,566		0,764

Vėjo apkrovos skaičiavimas

Pagrindinis vėjo greitis:

$$v_b = c_{dir} \cdot c_{season} \cdot v_{b,0} = 1,0 \cdot 1,0 \cdot 24 = 24 \text{ m/s.} \quad (3.3)$$

čia v_b – pagrindinis vėjo greitis, apibrėžtas kaip vėjo krypties ir metų laiko funkcija, vėjui pučiant 10 m aukštyje virš II kategorijos vietovės žemės paviršiaus;

$v_{b,0}$ – svarbiausioji pagrindinio vėjo greičio reikšmė, lygi 24 m/s;

c_{dir} – krypties koeficientas, lygus 1,0 (EN 1-1-4 4.2 punktas);

c_{season} – metų laikų koeficientas, lygus 1,0 (EN 1-1-4 4.2 punktas).

Vietovės šiurkštumo koeficientas randamas:

$$c_r(z) = k_r \cdot \ln\left(\frac{z}{z_0}\right) = 0,17 \cdot \left(\frac{1,0}{0,01}\right) = 0,782; \quad (3.4)$$

čia z – vėjo slėgio altitudė, lygi 1 m (I vietovės kategorija EN 1-1-4 4.1 lentelė);

z_0 – šiurkščiojo ruožo ilgis, lygus 0,01 (I vietovės kategorija EN 1-1-4 4.1 lentelė);

k_r – vietovės koeficientas, priklausantis nuo šiurkščiojo ruožo ilgio z_0 .

Vietovės koeficientas, priklausantis nuo šiurkščiojo ruožo ilgio z_0 apskaičiuojamas pagal:

$$k_r = 0,19 \cdot \left(\frac{z}{z_{0,II}} \right)^{0,07} = 0,19 \cdot \left(\frac{0,01}{0,05} \right)^{0,07} = 0,17; \quad (3.5)$$

čia $z_{0,II} = 0,05 \text{ m}$ (II vietovės kategorija, EN 1-1-4 4.1 lentelė).

Vidutinis vėjo greitis $v_m(z)$ virš vietovės, aukštyje z , priklausantis nuo vietovės šiurkštumo ir kalvotumo bei nuo pagrindinio vėjo greičio v_b , apskaičiuojamas pagal tokią formulę:

$$v_m(z) = c_r(z) \cdot c_0(z) \cdot v_b = 0,782 \cdot 1,0 \cdot 24 = 18,76 \text{ m/s}; \quad (3.6)$$

čia $c_0(z)$ – kalvotumo koeficientas, imamas lygus 1,0 (EN 1-1-4 4.3.1 punktas).

Viršutinio greičio slėgį $q_p(z)$, kuris apima vidutinį ir trumpalaikius greičio svyravimus, reikia nustatyti aukštyje z :

$$q_p(z) = c_e(z) \cdot q_p = 1,8 \cdot 0,36 = 0,648 \text{ kN/m}^2; \quad (3.7)$$

čia $c_e(z)$ – ekspozicijos koeficientas, lygus 1,8 (EN 1-1-4 4.1 lentelė);

q_p – viršūninio greičio slėgis.

Viršūninio greičio slėgis, apskaičiuojamas pagal:

$$q_p = \frac{1}{2000} \cdot \rho \cdot v_b^2 = \frac{1}{2000} \cdot 1,25 \cdot 24^2 = 0,36 \text{ kN/m}^2; \quad (3.8)$$

čia ρ – oro tankis, lygus 1,25 kg/m³.

Vėjo slėgį w_e , veikiančią išorinius paviršius, reikia apskaičiuoti pagal:

$$w_e = q_p(z) \cdot c_{pe,10} = 0,648 \cdot 1,0 = 0,648 \text{ kN/m}^2; \quad (3.9)$$

čia $c_{pe,10}$ – išorinio slėgio koeficientas, įvertiname tik D ir E ruožus, $h/d = 7,2 / 72 = 0,1$, tai $c_{pe,10} = 0,8$ (EN 1-1-4 7 skyrius);

Vėjo slėgio skaičiuotinė reikšmė:

$$w_d = w_e \cdot \gamma_Q = 0,648 \cdot 1,3 = 0,842 \text{ kN/m}^2. \quad (3.10)$$

Apskaičiuotos sienos konstrukcijos ir vėjo apkrovos taip pat yra veikiančios į ploto vienetą, todėl taikydami ankstesnę metodiką, skaičiuojame kolonomis tenkančią apkrovą nuo sienos konstrukcijos:

- 1) išskirstytos apkrovos į ploto vienetą reikšmę dauginame iš santvarų žingsnio (pagal erdvinį pastato modelį, kuris buvo nagrinėtas bakalauro darbe, santvaros žingsnis – 6,0 m). Tada gauname išskirstytą apkrovą, veikiančią per visą kolonos aukštį vertikalia kryptimi $q_{d,k,v} = 0,76 \cdot 6,0 = 4,56 \text{ kN/m};$

- 2) apskaičiuotą reikšmę dauginame iš kolonos aukščio (kolonos aukštis – 7,2 m) ir tokiu būdu gauname koncentruotą jėgą $F_{k,v} = 4,56 \cdot 7,2 = 33,0 \text{ kN}$, veikiančią kolonų viršutiniuose mazguose;
- 3) vėjo apkrovos į ploto vienetą reikšmę dauginame iš atstumo tarp ilginių (pagal erdvinį pastato modelį, kuris buvo nagrinėtas bakalauro darbe, atstumas tarp ilginių 2,4 m). Gauname išskirstytą apkrovą, veikiančią per visą kolonos aukštį horizontalia kryptimi $q_{d,k,h} = 0,84 \cdot 2,4 = 2,02 \text{ kN / m}$;
- 4) apskaičiuotą reikšmę dauginame iš kolonų žingsnio (pagal erdvinį pastato modelį, kuris buvo nagrinėtas bakalauro darbe, kolonų žingsnis – 6,0 m) ir gauname horizontalią koncentruotą jėgą $F_{k,h} = 2,02 \cdot 6,0 = 12,0 \text{ kN}$, veikiančią kolonose bei ilginių prijungimo vietose.

Nagrinėjamos rėminės konstrukcijos skaičiuojamoji schema pavaizduota 3.3 paveiksle.

3.2.4. Rėminės konstrukcijos diskretinis modelis

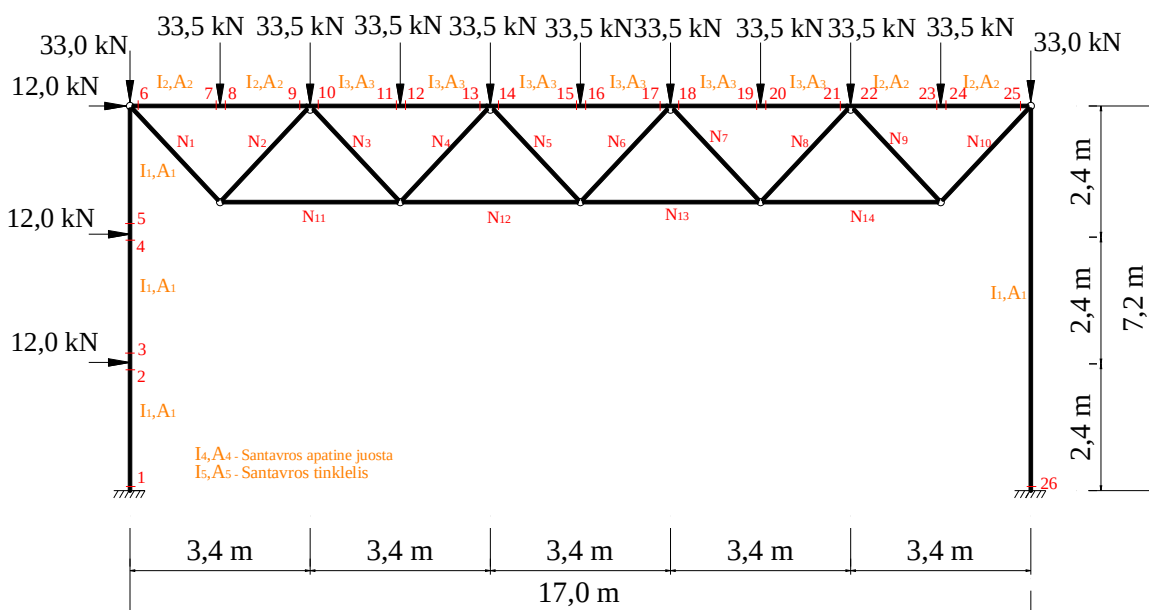
Diskretinis modelis iš pusiausvyrų baigtinių elementų sudaromas pagal tokius etapus:

- 1) parenkami skaičiuojamieji pjūviai, kuriais gali būti ne tik strypų sujungimo vietos, standumo pokyčio ribos, koncentruotų jėgų veikimo vietos, bet ir išskirstytos apkrovos ribos. Priklausomai nuo to, jeigu veikia išskirstyta apkrova, baigtiniame elemente parenkami trys mazgai: strypo galuose ir viduryje.
- 2) skaičiuojamoji sistema yra suskirstoma į pavienius baigtinius elementus;
- 3) parenkami sistemos vidiniai ryšiai, kurie jungia elementus su mazgais;
- 4) kiekvienam baigtinio elemento pjūviui nustatomos jame veikiančios įrašos S_k ir užrašomos vektoriaus pavidalu;
- 5) įvertinamos kraštinės sąlygos;
- 6) skaičiuojamas diskretinio modelio statinio neišsprendžiamumo laipsnis k ir laisvės laipsnių skaičius m .

Rėminės konstrukcijos diskretinis modelis sudaromas globalioje stačiakampėje koordinatų sistemoje x, y, z . Šis modelis sudarytas iš baigtinės aibės skaičiuojamųjų baigtinių elementų su indeksu $k = 1, 2, \dots, s$ (s – skaičiuojamųjų elementų skaičius), kuriuose išskiriami mazgai $j = 1, 2, \dots, n$ (n – skaičiuojamųjų mazgų skaičius), pagal S. Kalantos (2003) metodiką. Tokiame baigtiniame elemente gali būti fiksuojami du arba trys mazgai, priklausomai nuo apkrovos tipo.

Atliekant tokį procesą, konstrukcija pakeičiama diskretiniu modeliu, kuriam pagal tam tikrus reikalavimus yra parenkami apibendrinti įrašų, deformacijų, poslinkių ir išorinių jėgų kintamieji, užrašomos statinės (pusiausvyros) ir kinematinės (geometrinės) lygtys.

Diskretizuojama rėminė konstrukcija pavaizduota 3.3 paveikslėlyje.



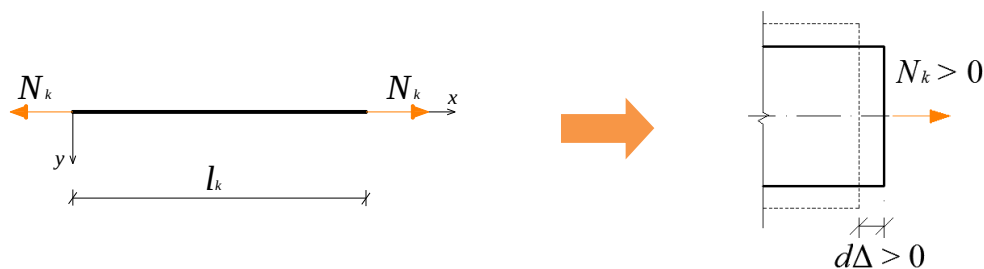
3.3 pav. Rėminės konstrukcijos skaičiuojamoji schema

Įrašos ir deformacijos

Deformuojamos rėminės konstrukcijos elementų skerspjūviuose atsiranda vidinės jėgos – įrašos. Lenkiamos plokščios strypinės sistemos elemento pjūvyje j įrašų vektorius gali būti apibūdinamas trimis komponentais: lenkimo momentu, skersine bei ašine jėgomis. Santvaros elementų pjūviui j galima sudaryti tik ašinių jėgų vektorių. Sistemos elementai, veikiami įrašų, deformuojasi. Kiekvieną įrašų rūšį atitinka tam tikra deformacijų rūšis.

Santvara jau iš savo prigimties yra diskretinė ir kiekvienas jos strypas yra kaip pavienis baigtinis elementas. Diskretizuojamos santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypai modeliuojami kaip tempiami arba gniuždomi elementai, kurių įtempių būvis nusakomas jų galuose veikiančiomis pastoviomis ašinėmis jėgomis $S_k = N_k$ (žr. 3.4 pav.), kurios sukelia strypų deformacijas – linijinius poslinkius (žr. 3.4 pav.).

Ašinė jėga teigiama, kai strypas yra tempiamas ir neigiama, kai – gniuždomas. Strypų deformacijoms taikoma tokia pat ženklų taisyklė.



3.4 pav. Tempiamas arba gniuždomas elementas ir jame pasireiškiančios linijinės deformacijos

Kintamieji yra vektoriai, apibrėžiantys santvaros apatinės juostos ir tinklelio įtempių būvį kiekviename baigtiniame elemente k . Kintamieji nusakomi tokiais vektoriais:

- tikrųjų ašinių jėgų $N \equiv [N_k]^T$, kur $k = 1, 2, \dots, s$;
- liekamųjų ašinių jėgų $N_r \equiv [N_{r,k}]^T$, kur $k = 1, 2, \dots, s$;
- tampraus atsako ašinių jėgų $N_e \equiv [N_{e,k}]^T$, kur $k = 1, 2, \dots, s$.

Aptartiems kintamiesiems galioja toks priklausomumas:

$$N = N_r + N_e. \quad (3.11)$$

Ašinių jėgų dualieji kintamieji yra linijinės deformacijos kiekviename baigtiniame elemente k . Kintamieji nusakomi tokiais vektoriais:

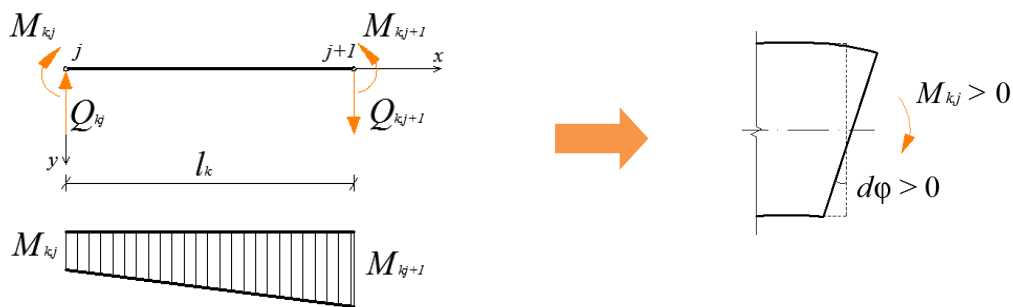
- tikrųjų linijinių deformacijų $\Theta \equiv \Delta \equiv [\Delta_k]^T$, kur $k = 1, 2, \dots, s$;
- liekamųjų linijinių deformacijų $\Theta_r \equiv \Delta_r \equiv [\Delta_{r,k}]^T$, kur $k = 1, 2, \dots, s$;
- tampraus atsako linijinių deformacijų $\Theta_e \equiv \Delta_e \equiv [\Delta_{e,k}]^T$, kur $k = 1, 2, \dots, s$.

Tarp linijinių deformacijų galioja toks priklausomumas:

$$\Delta = \Delta_r + \Delta_e. \quad (3.12)$$

Santvaros viršutinė juosta yra nekarpyta, todėl juostos strypai modeliuojami kaip lenkiami elementai su tiesine lenkimo momentų funkcija ir dviem mazgais, kurių įtempių būvis apibrėžiamas jų galuose veikiančiais lenkimo momentais $S_k = [M_{k,j} \ M_{k,j+1}]^T$ (žr. 3.5 pav.). Tokiais pačiais elementais modeliuojamos ir rėmo kolonos. Lenkimo momentai baigtinio elemento galuose iššaukia strypų kampines deformacijas – posūkius (žr. 3.5 pav.).

Teigiamas lenkimo momentas yra veikiantis pagal laikrodžio rodyklę, o veikiantis prieš laikrodžio rodyklę – neigiamas. Tokia pat ženklų taisyklė taikoma ir kampinėms deformacijoms.



3.5 pav. Lenkiamas elementas ir jame pasireiškiančios kampinės deformacijos

Šiuo atveju kintamieji yra vektoriai, apibrėžiantys santvaros viršutinės juostos ir kolonų įtempių būvį kiekviename baigtinio elemento k skaičiuojamajame pjūvyje n lenkimo momentui j :

- tikrųjų lenkimo momentų $\mathbf{M} \equiv [\mathbf{M}_j]^T$, kur $j = 1, 2, \dots, n$;
- liekamųjų lenkimo momentų $\mathbf{M}_r \equiv [\mathbf{M}_{r,j}]^T$, kur $j = 1, 2, \dots, n$;
- tampraus atsako lenkimo momentų $\mathbf{M}_e \equiv [\mathbf{M}_{e,j}]^T$, kur $j = 1, 2, \dots, n$.

Tarp lenkimo momentų galioja toks priklausomumas:

$$\mathbf{M} = \mathbf{M}_r + \mathbf{M}_e. \quad (3.13)$$

Lenkimo momentų dualieji kintamieji yra kampinės deformacijos kiekviename baigtinio elemento k skaičiuojamajame pjūvyje n posūkiui j . Kintamieji nusakomi tokiais vektoriais:

- tikrųjų kampinių deformacijų $\Theta \equiv \varphi \equiv [\varphi_j]^T$, kur $j = 1, 2, \dots, n$;
- liekamųjų kampinių deformacijų $\Theta_r \equiv \varphi_r \equiv [\varphi_{r,j}]^T$, kur $j = 1, 2, \dots, n$;
- tampraus atsako kampinių deformacijų $\Theta_e \equiv \varphi_e \equiv [\varphi_{e,j}]^T$, kur $j = 1, 2, \dots, n$.

Tarp kampinių deformacijų galioja toks priklausomumas:

$$\varphi = \varphi_r + \varphi_e. \quad (3.14)$$

Santvaros diskretinio modelio būdingi taškai yra skaičiuojamosios schemos lankstiniai mazgai į kuriuos sueina jos tinklo strypai bei koncentruotų jėgų pridėjimo vietos. Kolonose – koncentruotų jėgų pridėjimo vietos ir atraminiai mazgai. Paženklinę visus mazgus raidėmis ir tariamai juos išpjovę, suskaidome visą sistemą į atskirus elementus ir mazgus. Taigi, analizuojama rėminė konstrukcija yra sudalinama į 28 pusiausvius, geometriškai darnius, strypinius baigtinius elementus, sujungtus dvidešimtyje mazgų (žr. 3.7 pav.). Pagal išpjautus mazgus yra užrašomos konstrukcijos pusiausvyros lygtys.

Poslinkiai ir išorinės jėgos

Nagrinėjamos rėminės konstrukcijos diskretinio modelio elementai, veikiami išorinės apkrovos, pasislenka ir pasisuka. Naujos jų padėties nusakomos linijiniais arba kampiniais poslinkiais.

Linijinis poslinkis – tai atstumas, kuriuo pasislenka nagrinėjamo strypo taškas arba sistemos mazgas tiesia kryptimi. Kampinis poslinkis (posūkis) – tai kampas, kuriuo pasisuka strypo arba standaus mazgo ašis, pereidama į naują padėtį (Čyras 1989).

Strypų, standžių ir lankstinių mazgų nepriklausomų poslinkių komponentų skaičius lygus šių elementų laisvės laipsniui m . Analizuojamos rėminės konstrukcijos skaičiuojamosios schemos poslinkių vektorių sudaro rėmo mazgų poslinkių ir strypų elementų poslinkių komponentai. Apibendrinus poslinkius, jie nusakomi tokiais vektoriais:

- tikrųjų poslinkių $\mathbf{u} \equiv [u_i]^T$, kur $i = 1, 2, \dots, m$;
- liekamųjų poslinkių $\mathbf{u}_r \equiv [u_{r,i}]^T$, kur $i = 1, 2, \dots, m$;
- tampraus atsako poslinkių $\mathbf{u}_e \equiv [u_{e,i}]^T$, kur $i = 1, 2, \dots, m$.

Tarp apibendrintųjų poslinkių vektorių galioja toks ryšys:

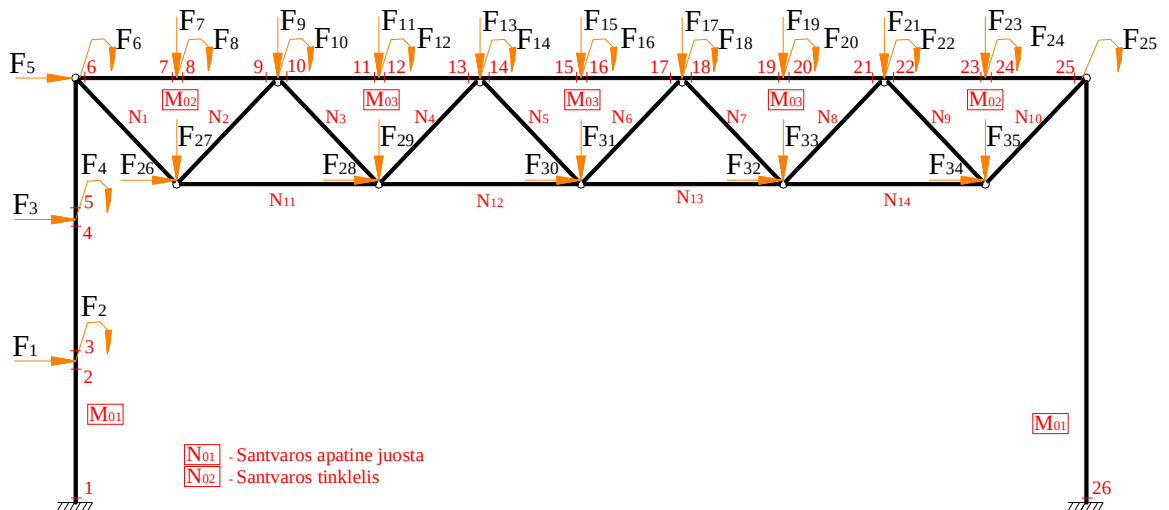
$$\mathbf{u} = \mathbf{u}_r + \mathbf{u}_e. \quad (3.15)$$

Apibendrintajam poslinkių vektoriui dualus yra išorinių jėgų vektorius:

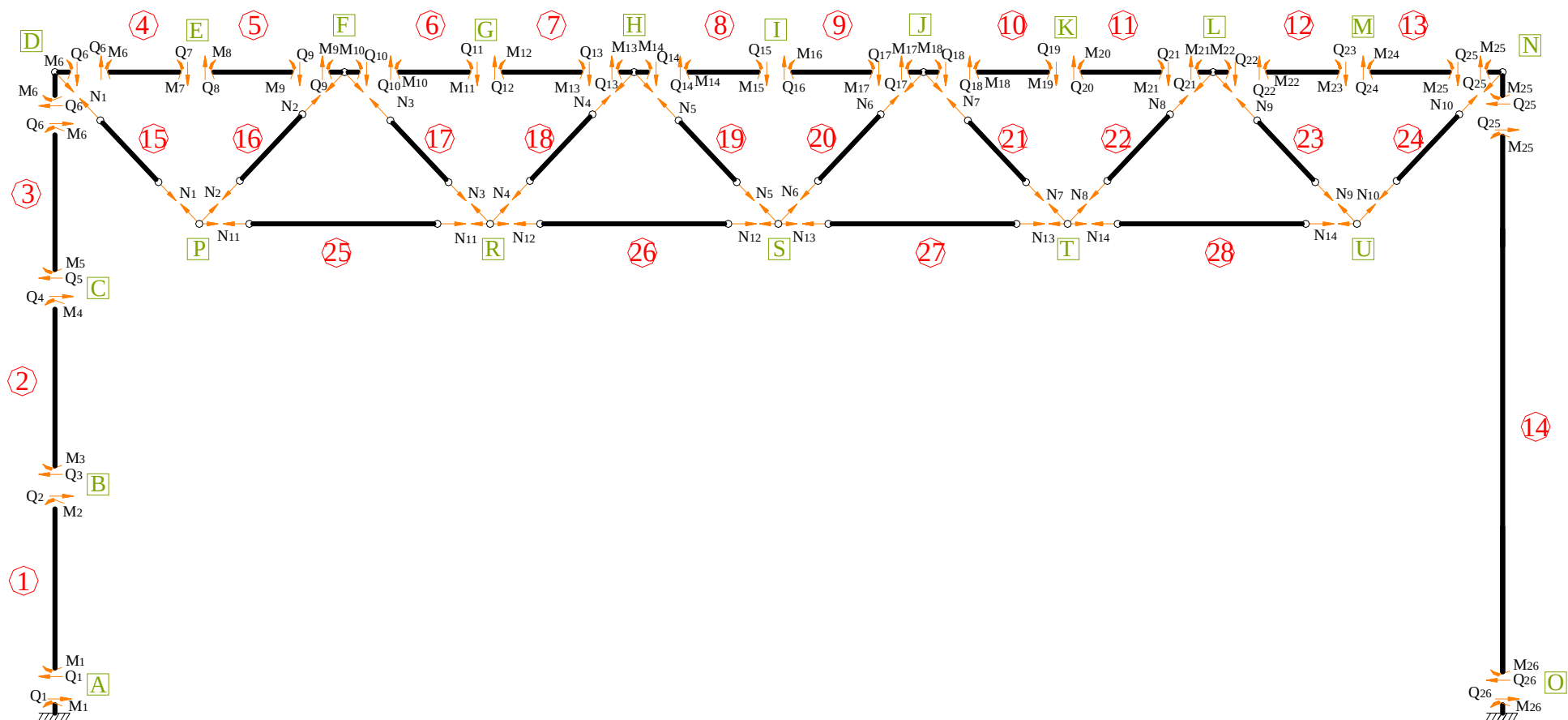
$$\mathbf{F} \equiv [F_i]^T. \quad (3.16)$$

Ženklų taisyklė yra parenkama pagal koordinatų sistemą, kuri yra bendra visam diskretiniam modeliui. Koncentruotos jėgos ir linijiniai poslinkiai yra teigiami, kai sutampa su koordinatų sistemos teigiama ašimi. Išorinių jėgų momentai ir elementų kampiniai poslinkiai yra teigiami, jeigu veikia pagal laikrodžio rodyklę.

3.6 paveiksle pavaizduoti išorinės apkrovos apibendrinto vektoriaus komponentai, suderinti su diskretinio modelio globaliaisiais poslinkiais bei jų teigiamos kryptys.



3.6 pav. Išorinių jėgų, atitinkančių globaliuosius poslinkius, schema



3.7 pav. Rėminės konstrukcijos diskretinis modelis

Rėminės konstrukcijos laisvės laipsnis

Tarp diskretinio modelio laisvumo laipsnio (laisvųjų poslinkių skaičiaus) $L.L.$ (m), skaičiuojamųjų vidinių įrašų skaičiaus $Ir.sk.$ (n) ir skaičiuojamosios schemos statinio neišsprendžiamumo laipsnio k egzistuoja toks ryšys:

$$L.L. = Ir.sk. - k; \quad (3.17)$$

$$k = 3K - ln; \quad (3.18)$$

čia $L.L.$ – laisvės laipsnis;

$Ir.sk.$ – skaičiuojamųjų įrašų skaičius;

k – statinio neišsprendžiamumo laipsnis;

ln – skaičiuojamosios schemos lankstų skaičius.

Naudojantis (3.17) ir (3.18) formulėmis atliekamas patikrinimas, ar gerai nustatytas diskretinio modelio laisvės, statinio neišsprendžiamumo laipsnių ir skaičiuojamųjų įrašų skaičiaus sąryšis.

$$k = 3K - ln = 3 \cdot 10 - 25 = 5;$$

$$L.L. = Ir.sk. - k = 40 - 5 = 35.$$

Gautas diskretinio modelio laisvės laipsnis 35 sutampa su išorinių jėgų, atitinkančių globaliuosius poslinkius, skaičiumi (3.6 pav.). Laisvės laipsnis m rodo strypų elementų ir mazgų galimų nepriklausomų linijinių bei kampinių poslinkių skaičių – nepriklausomų statikos lygčių skaičių.

Statikos lygtys

Statikos lygtimis išreiškiama sistemos mazgus veikiančios išorinės apkrovos ir įrašų pusiausvyra bei sistemos diskretinio modelio elementus veikiančių vidinių jėgų ryšys (Čyras 1989).

Nusakant pavienių strypų elementų pusiausvyrą, užrašome strypų vidinių jėgų tarpusavio ryšio lygtis pagal galimų poslinkių kryptis.

Santvaros apatinės juostos ir tinklelio elementams užrašomos tokios nepriklausomos ašinių jėgų pusiausvyros lygtys:

$$-N_{k,j} + N_{k,j+1} = 0. \quad (3.19)$$

Santvaros viršutinės juostos ir kolonų elementams užrašomos lenkimo momentų ir skersinių jėgų, veikiančių elementų galiniuose pjūviuose, pusiausvyros lygtys:

$$M_{k,j} + M_{k,j+1} + Q_{k,j}l_k = 0. \quad (3.20)$$

Norint sumažinti lenkiamo elemento nežinomų įrašų skaičių, galima eliminuoti skersines jėgas, panaudojant momentų ir skersinių jėgų, veikiančių elementų galiniuose pjūviuose, pusiausvyros lygtį, kuri tokio tipo elementui užrašoma pagal (3.20) formulę.

Iš (3.20) lygties išreiškę skersinę jėgą, gauname tokią lygtį:

$$Q_{k,j} = -\frac{1}{l_k} M_{k,j} + \frac{1}{l_k} M_{k,j+1}. \quad (3.21)$$

Eliminavus skersines jėgas, pjūvyje nežinomaisiais lieka tik lenkimo momentai.

Taigi, užrašę ašinių jėgų bei lenkimo momentų algebrines pusiausvyros lygtis ir apjungę jas į bendrą lygčių sistemą, gauname rėminės konstrukcijos statikos lygtis, t. y. strypų elementų vidinių jėgų tarpusavio ryšio lygtis, kurios yra gali būti užrašomos tokia matricine forma:

$$AS = F. \quad (3.22)$$

3.2.5. Ieškomieji dydžiai

Skaičiuojant rėminę konstrukciją, laikome, kad yra žinoma jos geometrija, atraminių ryšių pobūdis, išorinė apkrova, jos pridėjimo vieta ir kryptis. Tada pagrindiniais nežinomaisiais tampa strypų įrašos bei mazgų poslinkiai. Papildomais nežinomaisiais gali būti ir strypų deformacijos. Užrašysime šiuos dydžius vektorine forma nagrinėjamam rėmui su santvara.

Konstrukcijos diskretinis modelis turi būti adekvatus įrašų darbui, todėl kolonos ir santvaros viršutinės juostos strypai aproksimuojami tik lenkiamais elementais, santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypai – tempiamais arba gniuždomais elementais. Kiekvieno strypo įrašas yra skaliarinis dydis. Diskretinio modelio lenkimo momentai ir ašinės jėgos sudaro nežinomųjų įrašų vektorių. Nežinomųjų įrašų skaičius yra $n = 40$ (žr. 3.3 pav.). Bendru pavidalu vektorius užrašomas taip:

$$S \equiv [M_1 M_2 M_3 M_4 M_5 M_6 M_7 M_8 M_9 M_{10} M_{11} M_{12} M_{13} M_{14} M_{15} M_{16} M_{17} M_{18} M_{19} M_{20} \\ M_{21} M_{22} M_{23} M_{24} M_{25} M_{26} N_1 N_2 N_3 N_4 N_5 N_6 N_7 N_8 N_9 N_{10} N_{11} N_{12} N_{13} N_{14}]^T.$$

Nuo šių įrašų nagrinėjamoje rėminėje konstrukcijoje atsiranda linijinės bei kampinės deformacijos – strypai pailgėja, patrupėja ir pasisuka. Deformacijų skaičių atitinka diskretinio modelio laisvės laipsnių skaičius m , kuris šiuo atveju yra lygus 35. Šios deformacijos yra skaliariniai dydžiai, kurie sudaro visos konstrukcijos deformacijų vektorių:

$$\Theta \equiv [\Delta_1 \varphi_2 \Delta_3 \varphi_4 \Delta_5 \varphi_6 \Delta_7 \varphi_8 \Delta_9 \varphi_{10} \Delta_{11} \varphi_{12} \Delta_{13} \varphi_{14} \Delta_{15} \varphi_{16} \Delta_{17} \varphi_{18} \Delta_{19} \varphi_{20} \\ \Delta_{21} \varphi_{22} \Delta_{23} \varphi_{24} \varphi_{25} \Delta_{26} \Delta_{27} \Delta_{28} \Delta_{29} \Delta_{30} \Delta_{31} \Delta_{32} \Delta_{33} \Delta_{34} \Delta_{35}]^T.$$

Konstrukcijos deformacijos sukelia mazgų poslinkius ir jie pasislenka į naujas padėtis. Šie poslinkiai yra linijiniai – sukelti ašinių jėgų ir kampiniai – sukelti lenkimo momentų. Poslinkių

dydžiai yra skaliariniai. Strypų, standžių bei lankstinių mazgų poslinkių skaičius yra lygus diskretinio modelio laisvės laipsniui m , todėl visos konstrukcijos apibendrintą poslinkių vektorių užrašome taip:

$$\mathbf{u} \equiv [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8 \ u_9 \ u_{10} \ u_{11} \ u_{12} \ u_{13} \ u_{14} \ u_{15} \ u_{16} \ u_{17} \ u_{18} \ u_{19} \ u_{20} \\ u_{21} \ u_{22} \ u_{23} \ u_{24} \ u_{25} \ u_{26} \ u_{27} \ u_{28} \ u_{29} \ u_{30} \ u_{31} \ u_{32} \ u_{33} \ u_{34} \ u_{35}]^T.$$

Išorinių jėgų vektorius yra žinomas, tačiau jo komponentai turi atitikti poslinkių vektoriaus komponentus. Vadinasi, jeigu atitinkamomis kryptimis kai kuriuose mazguose nėra pridėtų išorinių jėgų, tai jų komponentai yra lygūs nuliui. Išorinių jėgų pridėjimo vietos ir jų teigiamos kryptys yra pavaizduotos 3.6 paveiksle. Nagrinėjamo rėmo atveju apibendrintas išorinių jėgų vektorius užrašomas taip:

$$\mathbf{F} \equiv [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6 \ F_7 \ F_8 \ F_9 \ F_{10} \ F_{11} \ F_{12} \ F_{13} \ F_{14} \ F_{15} \ F_{16} \ F_{17} \ F_{18} \ F_{19} \ F_{20} \\ F_{21} \ F_{22} \ F_{23} \ F_{24} \ F_{25} \ F_{26} \ F_{27} \ F_{28} \ F_{29} \ F_{30} \ F_{31} \ F_{32} \ F_{33} \ F_{34} \ F_{35}]^T.$$

Įrašę 3.3 pav. pavaizduotas išorinių jėgų reikšmes, gauname apibendrintą išorinių jėgų vektorių, kurį įvedame į *MatLab* kompiuterinę programą.

```
% Suformuojame apribojimu lygybiu laisvuju nariu vektoriu:
F=[12;0;12;0;12;
    0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;0;
    0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
```

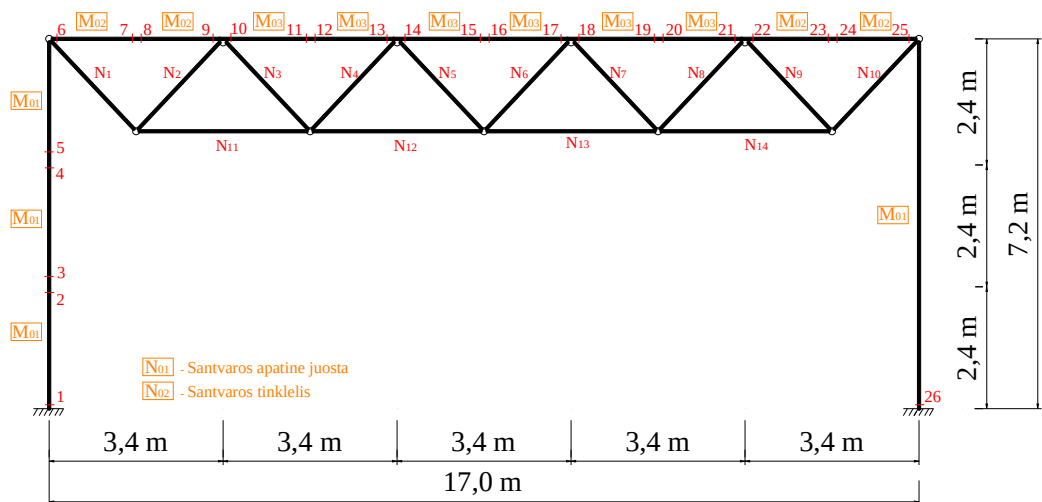
Reikia pabrėžti, kad visais atvejais išorinių jėgų ir poslinkių komponentų skaičius bei užrašymo seka turi sutapti.

3.2.6. Ribinė strypo skerspjuvio įraša

Norint įvertinti konstrukcijos medžiagos darbą plastinėje būsenoje, reikia apibrėžti jos strypų plastiškumo charakteristikas bei sąlygas, kuriomis būtų nusakomos elementų takumo sąlygos.

Ribinė įraša – tai tokia įtempių atstojamoji, kai, esant vienai deformacijų rūšiai, įtempių dydžiai visame skerspjuvyje pasiekia takumo ribą. Elementas tokios įrašos kryptimi gali laisvai deformuotis, nes skerspjuvis netenka ryšio, atitinkančio šią įrašą (Čyras *et al.* 1986; Čyras 1989; Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

Nagrinėjamas rėmas projektuojamas iš stačiakampio skerspjūvio vamzdžių su vienodo dydžio ribinėmis įrąžomis tam tikroms konstrukcijos elementų grupėms: M_{01} ribinis lenkimo momentas apibrėžia kolonas, M_{02} – santvaros viršutinės juostos kraštinius strypus, M_{03} – likusią santvaros viršutinę juostą (santvaros viršutinė juosta skaičiuojama kaip nekarpyta), N_{01} – ribinė ašinė jėga apibrėžia santvaros apatinę juostą, N_{02} – santvaros tinklelį (žr. 3.8 pav.).



3.8 pav. Ribinių įrašų schema

Detaliau aptarsime lenkiamo, gniuždomo arba tempiamo elementų skerspjūvių ribines įrašas.

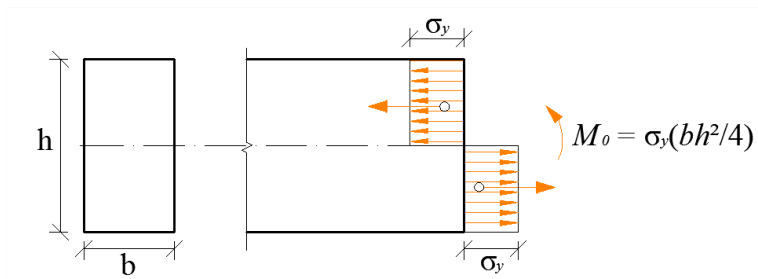
Strypo skerspjūvio įtempių būvis bet kuriame k elemento mazge j apibūdinamas apibendrintu įrašų vektoriumi $S_{kj} \equiv [M_{k,j} \ Q_{k,j} \ N_{k,j}]^T$. Jo laikomoji galia yra išreiškiama ribine įraša S_{0k} . Ši įraša priklauso nuo takumo įtempių σ_y ir skerspjūvio būdingojo matmens, pvz.: aukščio.

Lenkiamas elementas

Kad suprasti ribinio lenkimo momento esmę, nustatysime jį stačiakampio skerspjūvio elementui. Tokio tipo elementas plastiškai suyra, kai viršutinėje ir apatinėje skerspjūvio dalyse yra pasiekiami takumo įtempiai. Skerspjūvio darbo schema parodyta 3.9 paveiksle.

3.9 paveiksle pavaizduoti įtempiai yra priešingo ženklo, tada jų atstojamųjų lenkimo momentas yra apskaičiuojamas taip:

$$M_0 = \left(\sigma_y b \frac{h}{2} \right) \frac{h}{2} = \sigma_y \frac{bh^2}{4} = \sigma_y W_{pl}. \quad (3.23)$$



3.9 pav. Lenkiamas stačiakampio skerspjūvio elementas (Čyras 1989)

Gautasis lenkimo momentas yra vadinamas ribiniu lenkimo momentu, kuris yra skaliarinis dydis ir visuomet yra teigiamas, kadangi strypo stiprumas nepriklauso nuo to, į kurią pusę jį lenkia apkrova.

Nagrinėjamos rėminės konstrukcijos kolonos ir santvaros viršutinė juosta projektuojami iš stačiakampio skerspjūvio vamzdžių, kuriems apskaičiuoti ribinį lenkimo momentą dėl skerspjūvio geometrijos, yra sudėtingas uždavinys. Todėl šių elementų skerspjūvių pradiniai geometriniai rodikliai, reikalingi *MatLab* kompiuterinės programos įvestinei m-by lai, skaičiuojami pagal formules, kurios išreiškia funkcinių sąryši tarp šio skerspjūvio parametrų (Karkauskas, Nagevičius 2007; Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

$$I_x = a_1 A^{b_1}; \quad (3.24)$$

$$W_{pl} = a_3 A^{b_3}; \quad (3.25)$$

čia I_x – skerspjūvio inercijos momentas;

W_{pl} – skerspjūvio plastinis atsparumo momentas;

A – pradinis skerspjūvio plotas;

a_1, b_1, a_3, b_3 – geometriniai skerspjūvio charakteristikų koeficientai, priklausantys nuo skerspjūvio tipo ir sienelės storio.

Atlikus dažniausiai naudojamų karštojo valcavimo stačiakampio skerspjūvio vamzdžių sortimentų analizę, gautos geometrinių skerspjūvio charakteristikų koeficientų reikšmės pateiktos 3.3 lentelėje. Funkciniai sąryšiai tarp stačiakampio vamzdžio skerspjūvio parametrų pateikti A priede.

3.3 lentelė. Vamzdžių geometrinių rodiklių koeficientai

Skerspjūvio tipas	Sienelės storis, mm	a_1	b_1	a_3	b_3
Stačiakampis skerspjūvis	5	0,0668	2,9665	0,2303	1,9851
Stačiakampis skerspjūvis	6,3	0,0512	2,9099	0,1979	1,9619
Stačiakampis skerspjūvis	8	0,0286	2,9470	0,1488	1,9779
Stačiakampis skerspjūvis	10	0,0185	2,9558	0,1227	1,9782

Ribinio lenkimo momento susidarymo atveju, strypas netenka galios priešintis lenkimo deformacijai. Tada strypo galai plastiškai deformuojasi ir gali laisvai pasisukti bet kokio dydžio kampų. Tokiu būdu strypo skerspjūvis įgyja tam tikrų lanksto savybių ir gali tapti plastiškuoju

lankstu. Toks lankstas perduoda ribinį lenkimo momentą strypo galams ir leidžia jiems laisvai pasisukti bet koku kampu, tačiau tik veikiančio lenkimo momento kryptimi.

Lenkiamo elemento stabilumas išreiškiamas ribinio lenkimo momento minimalia reikšme $M_{0,cr}^{\min}$, kuri gali būti užrašoma kiekvienam elementui k . Ši reikšmė, įvertinant gniuždomų strypų klupumo sąlygas pagal ribinio liaunio reikalavimus (STR 2.05.08:2005), skaičiuojama pagal tokią formulę (Karkauskas, Nagevičius 2007):

$$M_{0,cr}^{\min} = \sigma_y a_3 \left(\frac{l_b^2}{a_1 \lambda_{lim}^2} \right)^{\frac{b_3}{b_1-1}}; \quad (3.26)$$

čia l_b – elemento klupamasis ilgis;

λ_{lim} – elemento ribinis liaunis, nustatomi pagal STR 2.05.08:2005 nurodymus.

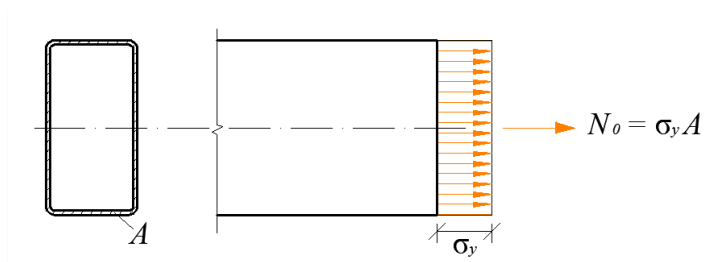
Kolonomis ir santvaros viršutinei juostai apskaičiuotas ribinis liaunis – $\lambda_{lim} = 150$.

Tempiamas elementas

Tempiamas elementas plastiškai suyra, kai visame skerspjūvyje yra pasiekiami takumo įtempiai. Skerspjūvio darbo schema parodyta 3.10 paveiksle. Esant tempiamajai deformacijai, ribinė įrąža yra ribinė ašinė jėga.

3.10 paveiksle pavaizduoti įtempiai yra vienodo ženklo ir jų atstojamoji ašinė jėga yra apskaičiuojama taip:

$$N_0 = \sigma_y A. \quad (3.27)$$



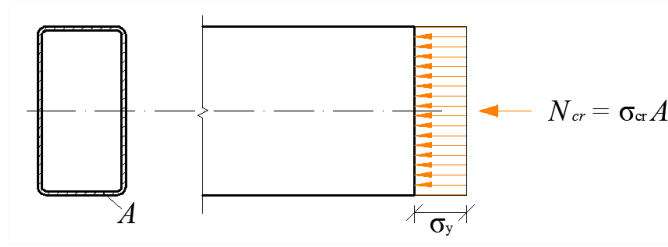
3.10 pav. Tempiamas stačiakampio skerspjūvio vamzdžio elementas

Gniuždomas elementas

Gniuždomas elementas plastiškai suyra, kai visame skerspjūvyje yra pasiekiami takumo įtempiai. Skerspjūvio darbo schema parodyta 3.11 paveiksle. Esant gniuždomajai deformacijai, ribinė įrąža yra ribinė ašinė klupumo jėga.

3.11 paveiksle pavaizduoti įtempiai yra vienodo ženklo ir jų atstojamoji ašinė jėga yra apskaičiuojama taip (STR 2.05.08:2005):

$$N_0 = N_{cr} = \chi \sigma_y A = \sigma_{cr} A. \quad (3.28)$$



3.11 pav. Gniuždomas stačiakampio skerspjūvio vamzdžio elementas

3.28 formulėje esantis redukcijos koeficientas χ priklauso nuo strypo bedimensio liaunio $\bar{\lambda}$, kuris pagal STR 2.05.08:2005 gali būti apskaičiuojamas taip:

$$\bar{\lambda} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_E} \right) = \frac{l_b}{i} \frac{1}{\lambda_E} = \frac{l_b}{\sqrt{I_x/A}} \frac{1}{\pi \sqrt{E/\sigma_y}}; \quad (3.29)$$

čia $\lambda_E = \pi \sqrt{E/\sigma_y}$ – Eulerio liaunis.

Tuomet redukcijos koeficientą χ galima apskaičiuoti pagal LST EN 1993-1-1 pateiktą formulę:

$$\chi = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \text{ bet } \chi \leq 1; \quad (3.30)$$

$$\varphi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right]; \quad (3.31)$$

čia $\alpha = 0,21$ – karštojo formavimo vamzdžiams.

Reikia paminėti, kad elemente veikiant ribinei tempiamajai ašinei jėgai arba ribinei gniuždomajai ašinei jėgai, visame jo skerspjūvyje atitinkamai nuo deformacijos tipo atsiranda plastinės deformacijos, dėl kurių strypas gali neribotai deformuotis viena kryptimi.

Ribiniai lenkimo momentai M_0 ir ašinės jėgos N_0 yra strypo skerspjūvio plastiškumo charakteristikos. Apjungę šias plastiškumo charakteristikas, gauname nagrinėjamos konstrukcijos ribinių įrašų vektorių $\mathbf{S}_0 = [M_{01} \ M_{02} \ M_{03} \ N_{01} \ N_{02}]^T$. Strypinėse tampriosiose plastiškiose sistemose skersinių jėgų įtaka skerspjūvio laikomajai galiai yra maža, todėl charakteristika Q_0 nevartojama.

3.2.7. Takumo sąlygos

Kūno medžiagos elgsena, esant sudėtingam įtempių būviui, išreiškiama takumo funkcija, kurios argumentas yra įrašos. Ši funkcija yra skaliarinė vienalytė ir gaubtoji kiekvienam skaičiuojamojo elemento k pjūviui j (Atkočiūnas, Karkauskas 2010). Sakome, kad veikiančių įrašų deriniai neturi viršyti apibendrintos ribinės įrašos, tada gauname tokią išraišką:

$$f_{kj}(S_{kj}) \leq S_{0k}. \quad (3.31)$$

Vienalytę iškiląją netiesinę funkciją apytiksliai pakeičiame tiesinių funkcijų skaičiumi. Tuomet gauname tiesines takumo sąlygas:

$$\Phi_{kj}(S_{kj}) \leq S_{0k}. \quad (3.32)$$

Takumo sąlygas (3.31) galima užrašyti kiekvienam skaičiuojamojo elemento taškui arba pačiam elementui. Žinant, kad visos takumo sąlygos gali būti išreiškiamos takumo sąlygų vektorine funkcija $f \equiv [f_j]^T$, konstrukcijos diskretinio modelio takumo sąlygos užrašomos taip:

$$f(S) \leq S_0. \quad (3.33)$$

Tuomet diskretinės tiesinės takumo sąlygos gautos, surašius takumo sąlygų (3.32) matricas Φ_{kj} į bendrą kvazidiagonaliąją takumo sąlygų matricą Φ atrodo taip:

$$\Phi S \leq S_0. \quad (3.34)$$

Takumo matrica Φ turi t eilučių (bendras takumo sąlygų skaičius) ir n stulpelių (bendras įrąžų skaičius). Ši išraiška priklauso nuo nagrinėjamos konstrukcijos elementų skerspjūvio formos bei pasirinktos stiprumo teorijos hipotezės.

Elemento takumo sąlygos esant vienai įrąžų rūšiai

Nagrinėjamo elemento takumo sąlygos reiškia, kad strypo skerspjūvyje veikiančių įrąžų tam tikri deriniai turi būti ne didesni už ribinę įrąžą (Čyras 1989). Paprasčiausiai takumo sąlygas galima užrašyti, kai atskiro elemento ar visos konstrukcijos darbui įtakos turi tik viena įrąžų rūšis.

Diskretinio modelio lenkiamieji elementai (kolonų ir santvaros viršutinės juostos) negali atlaikyti didesnio lenkimo momento už ribinį lenkimo momentą. Esant tokiam atvejui yra įvertinamas tik lenkimo momentų darbas. Tada takumo sąlygos lenkiamam elementui užrašomos taip:

$$|M_j| \leq M_{0j}, \text{ kur } j = 1, 2, \dots, n. \quad (3.35)$$

Šią nelygybę galima pakeisti dviem lygybėmis, kur vietoje absoliutinio įrąžos $|M_j|$ dydžio bus jos komponentai M_j su teigiamu arba neigiamu ženklu. Gauname tokias nelygybes:

$$\left. \begin{aligned} M_j &\leq M_{0,j}, \\ -M_j &\leq M_{0,j}, \end{aligned} \right\} j = 1, 2, \dots, n. \quad (3.36)$$

Norint įvertinti gniuždomų strypų klupumo sąlygas pagal ribinio liaunio reikalavimus (STR 2.05.08:2005), vietoje ribinio lenkimo momento M_{0j} rašome ribinio lenkimo momento minimalią reikšmę $M_{0cr}^{\min}$, apskaičiuojamą pagal (3.26) formulę. Tuomet gauname tokias sąlygas:

$$\left. \begin{array}{l} M_j \leq M_{0,cr}^{\min} \\ -M_j \leq M_{0,cr}^{\min} \end{array} \right\} j = 1, 2, \dots, n. \quad (3.37)$$

Santvaros apatinės juostos ir tinklelio laikomoji galia įvertinama ribine ašine jėga, kurios tempiamas ir gniuždomas dydžiai yra skirtingi. Šie elementai negali atlaikyti didesnės ašinės jėgos negu atitinkama ribinė ašinė jėga. Gaunamos dvi takumo sąlygos:

$$\left. \begin{array}{l} N_j \leq N_{0,j} \\ -N_j \leq N_{cr,j} \end{array} \right\} j = 1, 2, \dots, n. \quad (3.38)$$

Šių nelygybių takumo sąlygų matrica visais atvejais užrašoma taip:

$$\Phi_{kj} = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}. \quad (3.39)$$

Skyrelyje aprašytos takumo sąlygos nagrinėjamai tampriai plastinei rėminei konstrukcijai atlieka tokį patį vaidmenį kaip ir fizinės lygtys tampriajai sistemai. Kadangi takumo sąlygos yra nelygybių pavidalo, todėl tamprių plastinių rėminių konstrukcijų skaičiavimo uždaviniai tampa matematiškai sudėtingesni.

3.2.8. Ekstreminiai energiniai principai

Energiniai principai formuojami tik tamprios plastinės sistemos būklei, kai sistema virsta plastiniu mechanizmu. Plastinį mechanizmą apibrėžia poslinkių ir deformacijų greičiai, kurie taip pat sąlygoja ir energines sąvokas.

Plastinio deformavimo metu sistemoje išsklaidoma vidinių jėgų energija; išsklaidymo prieaugis per laiko vienetą vadinamas vidinių jėgų energijos disipacijos greičiu ir yra lygus ribinių irų ir plastinių deformacijų vektorių skaliarinei sandaugai (Čyras *et al.* 1986; Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\dot{D} = \mathbf{S}_0^T \dot{\boldsymbol{\Theta}}. \quad (3.40)$$

Energijos disipacijos greitis yra teigiamas skaliarinis dydis. Tai vidinių jėgų energijos dalis, kuri nukrovus konstrukciją, yra negrįžtama ir virsta šilumine energija.

Plastinio deformavimo metu konstrukcijos mazguose pridėta išorinė apkrova atlieka darbą, kurio prieaugis per laiko vienetą vadinamas išorinių jėgų galingumu ir yra lygus išorinės apkrovos

ir mazgų poslinkių greičių vektorių skaliarinei sandaugai (Čyras *et al.* 1986; Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\dot{W} = \dot{\mathbf{u}}^T \mathbf{F}. \quad (3.41)$$

Išorinių jėgų galingumas yra teigiamas skaliarinis dydis, nes išorinės apkrovos ir poslinkių greičių vektorių komponentų ženklai yra suderinti.

3.3. Optimizavimo uždavinio matematinis modelis

Plieninei rėminei konstrukcijai, patyrusiai plastines deformacijas, optimizavimo uždavinys paprastosios plastiškosios suirties metu formuojamas žinant konstrukcijos konfigūraciją, veikiančias išorines apkrovas, jų pridėjimo vietas, kryptį, dydį ir optimalumo kriterijų, pagal kurį bus nustatomos optimalios atlaikomosios (ribinės) įrašos $\mathbf{S}_0$ (skerspjuvių plotai A).

Optimizacijos uždavinio plastiškosios suirties metu sudarymui naudojame tokį ekstreminį energinį principą. *Iš visų statiškai leistinų įrašų vektorių plastiškosios suirties metu, tikrasis yra tas, kuriam esant energijos sklaidos greitis yra minimalus.* Statiškai leistinas įrašų vektorius – tai toks vektorius $\mathbf{S}$, kuris tenkina pusiausvyros lygtis ir takumo sąlygas.

Ribinių įrašų optimalaus pasiskirstymo uždavinyje tikslo funkciją sudaro energijos disipacijos minimumas, kuris, esant žinomiems tam tikriems deformacijų greičių apribojimams, išreiškia ir tam tikrą konstrukcijos optimalumo kriterijų, šiuo atveju – minimalų konstrukcijos svorį. Tuomet bendru atveju šio uždavinio matematinis modelis užrašomas taip (Čyras *et al.* 2004; Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\lambda^T \mathbf{S}_0 \rightarrow \min, \quad (3.42)$$

$$\text{Apribojimai:} \quad \Gamma \mathbf{S}_0 - \Phi \mathbf{S} \geq \mathbf{0}, \quad (3.43)$$

$$\mathbf{A} \mathbf{S} = \mathbf{F}. \quad (3.44)$$

Kiekvienas (3.42) tikslo funkcijos optimalumo kriterijaus koeficientų vektoriaus $\lambda = [\lambda_1 \ \lambda_2 \ \dots \ \lambda_{n_0}]^T$ komponentas rodo, kokią santykinę įtaką ribinių įrašų pasiskirstymui turi atitinkamo konstrukcijos elemento ribinė įraša. Laisvai parinkus vektoriaus komponentus, gauname optimalumo kriterijaus išraiškas, kurios atitinka minimalų konstrukcijos tūrį, svorį, kainą ir kt.

Ieškomos ribinės įrašos išreiškiamos $\mathbf{S} = [S_{01} \ S_{02} \ \dots \ S_{n_0}]^T$ vektoriumi, kurio komponentų skaičius yra lygus optimizuojamų parametru skaičiui n_0 .

Strypinių sistemų optimizavimas atliekamas, panaudojant tiesines (3.43) takumo sąlygas, kurios išreiškia skerspjuvių stiprumą.

Kadangi (3.42) tikslo funkcijos nežinomieji λ neįeina į apribojimų sąlygas, tai šios funkcijos ekstremumas gali būti surastas prie bet kokių fiksuotų nežinomųjų reikšmių. Sakome, kad nežinomieji yra proporcingi strypų, turinčių tą pačią ribinę įrąžą, ilgiams (žr. 3.8 pav.), tuomet gauname tokį konstrukcijos strypų optimizavimo plastiškosios suirties metu matematinį modelį (Čyras *et al.* 2004; Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\text{Rasti} \quad L^T S_0 \rightarrow \min, \quad (3.45)$$

$$\text{kai} \quad \Gamma S_0 - \Phi S \geq 0, \quad (3.46)$$

$$AS = F, \quad (3.47)$$

$$S_0 \geq 0. \quad (3.48)$$

Kartais pagal (3.45) – (3.48) matematinį modelį gauti optimalių konstrukcijų projektai gali tenkinti tik konstrukcijos stiprumą, o standumas ir stabilumas gali būti prarasti dėl atsiradusių per didelių plastinių deformacijų ir poslinkių.

Taigi, uždavinio stiprumo, standumo ir stabilumo apribojimų sąlygos turi atitikti konstrukcijos tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį konstrukcijai dar visiškai plastiškai nesuirus. Į $S_0^{\min}$ vektorių apjungus visus apribojimus, aptartus 3.2.6 skyrelyje, gauname tokį optimizacijos uždavinio paprastosios plastiškosios suirties metu matematinį modelį (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\text{Rasti} \quad L^T S_0 \rightarrow \min, \quad (3.49)$$

$$\text{kai} \quad \Gamma S_0 - \Phi S \geq 0, \quad (3.50)$$

$$AS = F, \quad (3.51)$$

$$S_0 \geq S_0^{\min}. \quad (3.52)$$

Tačiau tokių apribojimų įvedimas riboja laisvą konstrukcijos plastinių deformacijų plitimą, todėl atsiranda mažiau plastinių lankstų ir konstrukcijos analizės apimtis plastinėje būsenoje sumažėja.

(3.45) – (3.48) ir (3.49) – (3.52) matematiniai modeliai yra optimizavimo uždavinio paprastosios plastiškosios suirties metu statinės formuluotės. Išsprendus šiuos tiesinio matematinio programavimo uždavinius, surasime nežinomuosius: įrąžas S ir ribines įrąžas S_0 .

Magistriniame darbe optimizavimo ir analizės (analizės uždavinio matematinis modelis ir sprendimo algoritmas pateiktas ketvirtame skyriuje) uždavinius spręsimė dviem atvejais:

- 1) įvertinant narinėjamos rėminės konstrukcijos stiprumą ir standumą;
- 2) įvertinant nagrinėjamos rėminės konstrukcijos stiprumą, standumą ir stabilumą.

Tikslo funkcijos sudarymas

Koeficientai L yra proporcingi strypų ilgiams, turintiems tą pačią ribinę įrašą (žr. 3.8 pav.).

Konstrukcijos elementų ilgių $L = [L_1 \ L_2 \ \dots \ L_{n_0}]^T$ vektorius *MatLab* aplinkoje užrašomas taip: $\text{ilg}=[14.4 \ 6.8 \ 10.2 \ 13.6 \ 24.8];$. Optimizuojamų parametrų skaičius $n_0 = 5$ (žr. 3.8 pav.), tada diskretinio modelio ribinių įrašų vektorius yra $S_0 = [M_{01} \ M_{02} \ M_{03} \ N_{01} \ N_{02}]^T$. Taigi, abiemis skaičiavimo atvejams optimizacijos uždavinio optimalumo kriterijus (tikslo funkcija) užrašoma taip:

$$L^T S_0 = (14,4 \cdot M_{01} + 6,8 \cdot M_{02} + 10,2 \cdot M_{03} + 13,6 \cdot N_{01} + 24,8 \cdot N_{02}) \rightarrow \min.$$

Diskretinio modelio įrašų ir poslinkių vektoriai

$$S = [M_1 \ M_2 \ M_3 \ M_4 \ M_5 \ M_6 \ M_7 \ M_8 \ M_9 \ M_{10} \ M_{11} \ M_{12} \ M_{13} \ M_{14} \ M_{15} \ M_{16} \ M_{17} \ M_{18} \ M_{19} \ M_{20} \\ M_{21} \ M_{22} \ M_{23} \ M_{24} \ M_{25} \ M_{26} \ N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6 \ N_7 \ N_8 \ N_9 \ N_{10} \ N_{11} \ N_{12} \ N_{13} \ N_{14}]^T.$$

$$u = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8 \ u_9 \ u_{10} \ u_{11} \ u_{12} \ u_{13} \ u_{14} \ u_{15} \ u_{16} \ u_{17} \ u_{18} \ u_{19} \ u_{20} \\ u_{21} \ u_{22} \ u_{23} \ u_{24} \ u_{25} \ u_{26} \ u_{27} \ u_{28} \ u_{29} \ u_{30} \ u_{31} \ u_{32} \ u_{33} \ u_{34} \ u_{35}]^T.$$

Taigi, turime, kad $n = 40$, o $m = 35$.

Nagrinėjamo rėmo apibendrintas išorinių jėgų vektorius:

$$F = [F_1 \ F_2 \ F_3 \ F_4 \ F_5 \ F_6 \ F_7 \ F_8 \ F_9 \ F_{10} \ F_{11} \ F_{12} \ F_{13} \ F_{14} \ F_{15} \ F_{16} \ F_{17} \ F_{18} \ F_{19} \ F_{20} \\ F_{21} \ F_{22} \ F_{23} \ F_{24} \ F_{25} \ F_{26} \ F_{27} \ F_{28} \ F_{29} \ F_{30} \ F_{31} \ F_{32} \ F_{33} \ F_{34} \ F_{35}]^T.$$

Minimalių ribinių įrašų vektorius

Minimalių įrašų vektorius $S_0^{\min} = S_{0,cr}^{\min}$ sudaromas antrajam skaičiavimo atvejui, kai yra įvertinamas rėminės konstrukcijos gniuždomų strypų stabilumas. Šios reikšmės skaičiuojamos pagal 3.2.5 skyrelį formules, o vektorius atrodo taip: $S_{0,cr}^{\min} = [M_{01,cr} \ M_{02,cr} \ M_{03,cr} \ N_{01} \ N_{02,cr}]^T$.

Kinematinė optimizavimo uždavinio formuluotė

Panaudodami dualaus uždavinio sudarymo metodiką, matematiniu keliu iš (3.45) – (3.48) uždavinio gauname kinematinę rėmo formuluotę. Šios formuluotės matematinis modelis užrašomas taip (Čyras *et al.* 2004; Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\text{Rasti} \quad \dot{u}^T F \rightarrow \max, \quad (3.53)$$

$$\text{kai} \quad \Phi^T \dot{\lambda} - A^T \dot{u} = 0, \quad (3.54)$$

$$L - \Gamma^T \dot{\lambda} - y = 0, \quad (3.55)$$

$$\dot{\lambda} \geq 0, \quad (3.56)$$

$$\dot{y} \geq 0. \quad (3.57)$$

Gautoji uždavinio kinematinė formuluotė tenkina ekstreminio energinio principo apie išorinių jėgų galingumą maksimumą. Išsprendus (3.53) – (3.57) uždavinį rasime poslinkių greičių $\dot{u}$ reikšmes ir plastiškųjų deformacijų greičių $\dot{\Phi}$ reikšmes. Pagal jas galima sudaryti konstrukcijos suirimo schemą (plastinį irimo mechanizmą). Atliekant skaitinį eksperimentą, (3.53) – (3.57) uždavinio matematinio modelio atskirai spręsti nereikia, nes tiesinio matematinio programavimo uždavinio sprendimo algoritmai dualų uždavinį sudaro automatiškai.

3.4. Skaitinis eksperimentas

Statinės formuluotės uždavinio sprendimas pagal (3.45) – (3.48) matematinį modelį yra iliustruojamas 3.4 lentele pagal literatūroje pateikiamą metodiką (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

3.4 lentelė. Rėmo optimizavimo uždavinio statinė formuluotė

	M_1	M_2	...	M_{26}	N_1	N_2	...	N_{14}	M_{01}	M_{02}	M_{03}	N_{01}	N_{02}	
	1	2			...			40	41	42	43	44	45	
1														46
2														0
...														
80														
81														
82														F
...														
115														
116									1					0
117										1				0
118											1			0
119												1		0
120													1	0
121									14,4	6,8	10,2	13,6	24,8	min

Šioje lentelėje pateiktos uždavinio apribojimų sąlygos ir tikslo funkcija. Pirmieji 40 stulpelių atitinka ieškomus rėmo lenkimo momentus (26 reikšmės) ir ašines jėgas (14 reikšmių), jų išdėstymas nurodomos Φ matricos koeficientais 1 – 80 eilutėse. Kiti 5 stulpeliai atitinka ieškomas ribines įrašas, jų išdėstymas nurodomos Γ matricos koeficientais taip pat 1 – 80 eilutėse. 81 – 115 eilutėse užrašytos rėmo pusiausvyros lygtys (pusiausvyros lygčių koeficientų matrica pateikta B priede), o 116 – 120 eilutėse – sąlygos, apribojančios ribinių įrašų ženklus (pirmuoju skaičiavimo

atveju) arba minimalias jų reikšmes (antruoju skaičiavimo atveju). Uždavinio tikslo funkcijos koeficientai, atitinkantys optimizuojamų elementų ilgius, pateikti 121 eilutėje, jų išdėstymą nurodo ieškomos ribinės įrašos.

Uždavinius sprendžiame pasinaudodami simbolinių matematinių perdėbimų kompiuteriniu paketu *MatLab* (Jankovski, Atkočiūnas 2007; Oluwale 2011).

MatLab – tai aukšto lygio mokslinių techninių skaičiavimų kalba. Ši kalba yra tipinė programavimo kalba, kuri turi operatorius ir funkcijas. Funkcijų realizacija BASIC, PASCAL, C kalbomis gali reikalauti daug laiko ir pastangų, o *MatLab* programavimo kalba turi priemones, kurios leidžia realizuoti įvairias programavimo rūšis: procedūrinę, operatorinę, funkcinę, loginę, objektinę, struktūrinę, vaizdinę. Programos *MatLab* kalba yra tekstinė m-byla, kurioje saugoma kodų programa. Šios kalbos kintamųjų iš karto aprašyti nereikia, sistema nustato jų tipą pagal reikšmę.

(3.45) – (3.48) ir (3.49) – (3.52) uždavinius sprendžiame taikydami simbolinių matematinių perdėbimų kompiuterinio paketo *MatLab* paprogramę **linprog**. *MatLab* aplinkoje bet koks tiesinio optimizavimo uždavinys turi būti suvestas į tokio pavidalo matematinio programavimo uždavinį:

$$\text{Rasti} \quad \mathbf{c}^T \mathbf{X} \rightarrow \min, \quad (3.58)$$

$$\text{kai} \quad \mathbf{A}_{eq} \mathbf{X} = \mathbf{b}_{eq}, \quad (3.59)$$

$$\mathbf{A}_{nq} \mathbf{X} \leq \mathbf{b}_{nq}, \quad (3.60)$$

čia $\mathbf{X}$ – uždavinio nežinomųjų vektorius;

$\mathbf{c}$ – tikslo funkcijos koeficientų, esančių prie nežinomųjų, vektorius;

$\mathbf{A}_{eq}$ ir $\mathbf{A}_{nq}$ – atitinkamai apribojančių nelygybių ir apribojančių lygybių koeficientų matricos;

$\mathbf{b}_{eq}$ ir $\mathbf{b}_{nq}$ – apribojančių nelygybių ir apribojančių lygybių laisvųjų narių vektoriai.

Kreipinio į paprogramę sintaksė:

```
% Tiesinio programavimo uždavinio sprendimas:
[x,fval,exitflag,output,lambda] = linprog(f,Aeq,bnq,Aeq,beq);
```

Išsprendus (3.45) – (3.48) ir (3.49) – (3.52) uždavinius, gauname tokius paprogramės **linprog** darbo rezultatus:

$\mathbf{X}$ – nežinomųjų reikšmės;

$fval$ – tikslo funkcijos reikšmė;

$exitflag > 0$, optimalus uždavinio planas (sprendinys);

= 0, leistinas taškas;

< 0, nėra sprendinio.

Čia pirmosios penkiolika reikšmių yra lenkimo momentai $1 - 26$ pjūviuose (3.7, 3.8 pav.), likusios keturiolika reikšmių yra ašinės jėgos $N_1 - N_{14}$ strypuose. Paskutinės penkios reikšmės yra ribinės įrašos atitinkamai pagal pasirinktas ribines įrašas strypuose (3.8 pav.). Pagal gautus rezultatus nubraižytos plastinio irimo lenkimo momentų ir ašinių jėgų diagramos. Jos pateiktos 3.12 paveiksle.

Iteracinio skaičiavimo rezultatai pagal (3.49) – (3.52) matematinį modelį pateikti 3.6 lentelėje. Pradiniai skerspjūvių plotai *MatLab* aplinkoje užrašomi tokiu pavidalu.

$A1pr=150; A2pr=100; A3pr=120; A4pr=50; A5pr=50;$

Ribinių įrašų ir tikslo funkcijos, atitinkančios šiuos pradinius skerspjūvių plotus, iteracinio skaičiavimo rezultatai pateikti 3.6 lentelėje.

3.6 lentelė. Ribinių įrašų ir tikslo funkcijos konvergavimas

Iteracija	M_{01}	M_{02}	M_{03}	N_{01}	N_{02}	$L^T S_0$
0	680,65	591,33	849,20	11750	11750	47368
1	199,42	46,52	427,46	400,0	406,25	23063
2	199,42	46,52	427,46	400,0	406,25	23063
3	199,42	46,52	427,46	400,0	406,25	23063

Buvo atliktos 5 iteracijos, tačiau jau po trijų iteracijų įvyko sprendinių konvergencija. Per paskutinę iteraciją gautos tokios statinės formuluotės nežinomųjų S ir S_0 reikšmės:

$$[S \ S_0] = \begin{bmatrix} -61,15 & -11,94 & 8,43 & 0 & 22,39 & 29,18 & 159,68 & 295,80 & 311,55 & 295,80 & 159,68 \\ 29,18 & 22,39 & 0 & -68,49 & 127,57 & -127,57 & 127,57 & -127,57 & 0 & 0 & -127,57 & 127,57 \\ -127,57 & 127,57 & 174,0 & 348,0 & 348,0 & 174,0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

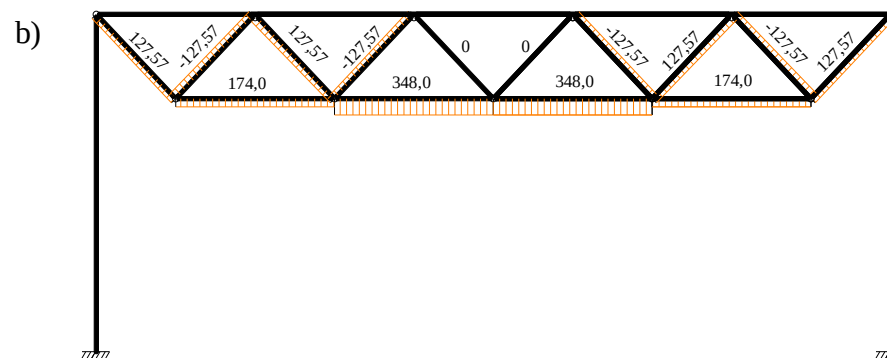
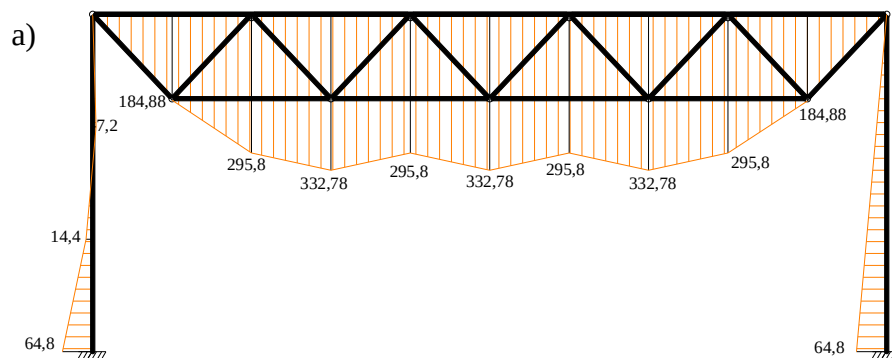
Čia pirmosios penkiolika reikšmių yra lenkimo momentai $1 - 26$ pjūviuose (3.7, 3.8 pav.), likusios keturiolika reikšmių yra ašinės jėgos $N_1 - N_{14}$ strypuose. Pagal gautus rezultatus nubraižytos plastinio irimo lenkimo momentų ir ašinių jėgų diagramos. Jos pavaizduotos 3.13 pav.

Kinematinės formuluotės uždavinio sprendiniai (poslinkių greičiai, plastiniai daugikliai, deformacijų greičiai) yra gauti iš statinės formuluotės uždavinio sprendinio, pritaikius dualiąsias sąlygas. Pirmojo atvejo sprendiniai yra tokie:

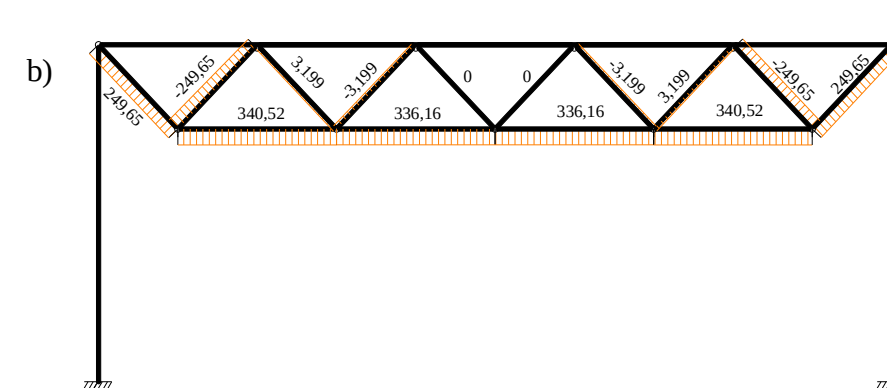
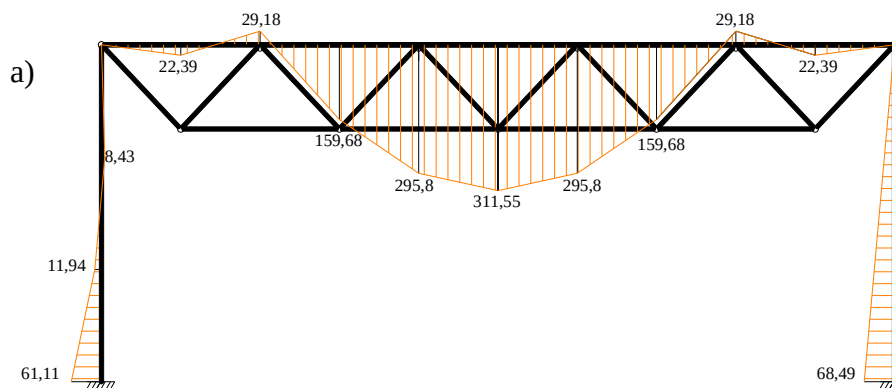
$$\dot{u} = \begin{bmatrix} 17,28 & 7,20 & 34,56 & 7,20 & 51,84 & 8,50 & 14,45 & 8,50 & 28,90 & 5,10 & 37,57 & 3,95 & 42,32 & 2,79 & 47,07 \\ 0,00 & 42,32 & -2,79 & 37,57 & -3,95 & 28,90 & -5,10 & 14,45 & -8,50 & -8,50 & -6,80 & 14,45 & -6,80 & 35,61 \\ 0,00 & 42,32 & 6,80 & 35,61 & 6,80 & 14,45 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T;$$

$$\dot{\lambda} = \begin{bmatrix} 0 & 7,20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,40 & 0 & 0 & 0 & 1,15 & 0 & 1,15 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 2,79 & 0 \\ 2,79 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1,15 & 0 & 1,15 & 0 & 0 & 0 & 3,40 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 7,20 & 5,93 & 0 & 0 & 5,93 & 0,27 \\ 0 & 0 & 0,27 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0,27 & 0,27 & 0 & 0 & 5,93 & 5,93 & 0 & 0 & 6,80 & 0 & 6,80 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T;$$

$$\dot{\phi} = \begin{bmatrix} -7,20 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 3,40 & 0 & 1,15 & 1,15 & 0 & 0 & 2,79 & 2,79 & 0 & 0 & 1,15 & 1,15 & 0 & 3,40 & 0 & 0 & 0 \\ -7,20 & 5,93 & -5,93 & 0,27 & -0,27 & 0 & 0 & -0,27 & 0,27 & -5,93 & 5,93 & 0 & 6,80 & 6,80 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^T.$$

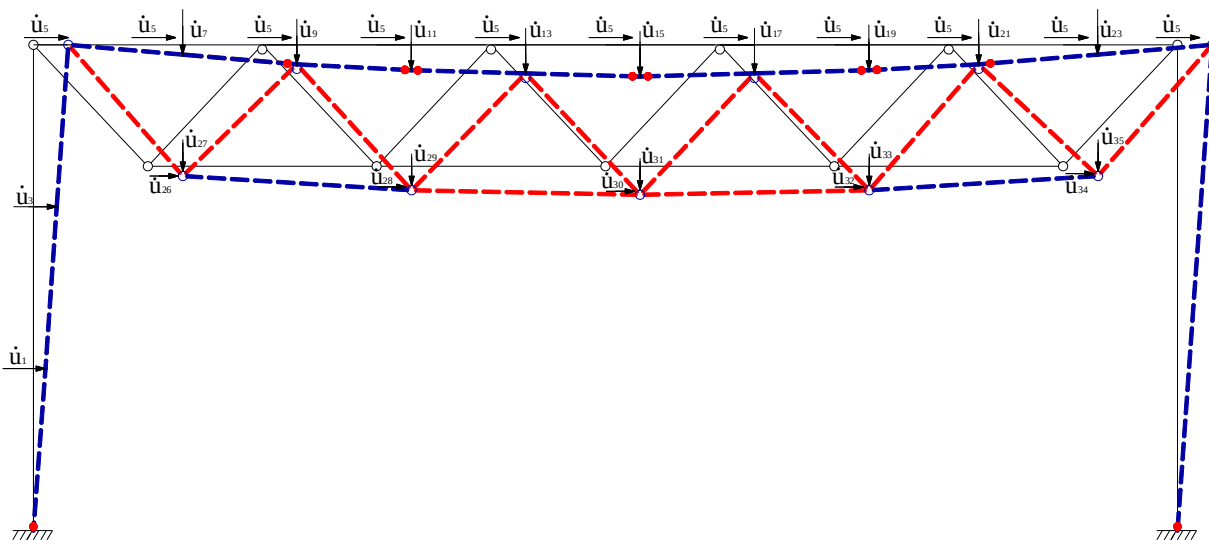


3.12 pav. Optimalus įrašų pasiskirstymas rėme, kai įvertinamas konstrukcijos stiprumas: a) lenkimo momentų, kNm ; b) ašinių jėgų, kN



3.13 pav. Optimalus įrašų pasiskirstymas rėme, kai yra įvertinamos stabilumo sąlygos: a) lenkimo momentų, kNm ; b) ašinių jėgų, kN

3.14 pav. pateiktas pirmojo skaičiavimo atvejo konstrukcijos plastinio irimo mechanizmas. Raudona spalva pažymėtos plastinių lankstų atsivėrimo vietos ir tekantys santvaros strypai.



3.14 pav. Optimalaus rėmo plastinio irimo mechanizmas

Reikia nustatyti, ar gautas plastinio irimo mechanizmas (žr. 3.14 pav.) yra vienintelis, perteklinis ar dalinis.

Gautame kinematinės formuluotės uždavinio plane yra 20 nelygių nuliui plastinių daugiklių $\dot{\lambda}_i$, atitinkančių 2, 17, 21, 23, 29, 31, 37, 39, 43, 52, 53, 56, 57, 60, 66, 67, 70, 71, 75, 77 ir takumo sąlygas (užrašytas atitinkamai 1, 9, 11, 12, 15, 16, 19, 20, 22, 26 pjūviams ir $N_1, N_2, N_3, N_4, N_7, N_8, N_9, N_{10}, N_{12}, N_{13}$ strypams). Nagrinėjamas rėmas yra 5 kartus statiškai neišsprendžiamas ($k = 5$). Optimizuojame penkis parametrus ($n_0 = 5$). Kadangi $k + n_0 = 5 + 5 = 10$, o nelygių nuliui plastinių daugiklių $\dot{\lambda}_i$ skaičius yra 20, tai atrodytų, kad gautas sprendinys vienareikšmiškai išreiškia įrąžų pasiskirstymą rėme ir nevienareikšmiškai – plastinio irimo mechanizmą. Tačiau taip nėra, nes dalis statinės formuluotės uždavinio apribojimų sąlygų, išreiškiančių tas pačias pjūvių ir strypų takumo sąlygas yra tos pačios. Todėl turime 10 tų pačių takumo sąlygų $t_0 = 10$. Jas reikia papildomai įvertinti ir nelygių nuliui plastinių daugiklių $\dot{\lambda}_i$ skaičių sumažinti šiuo dydžiu, t. y. $20 - t_0 = 20 - 10 = 10$. Taigi, rėmo plastinio irimo mechanizmas yra pilnutinis, o jį atitinkantis įrąžų pasiskirstymas – vienintelis.

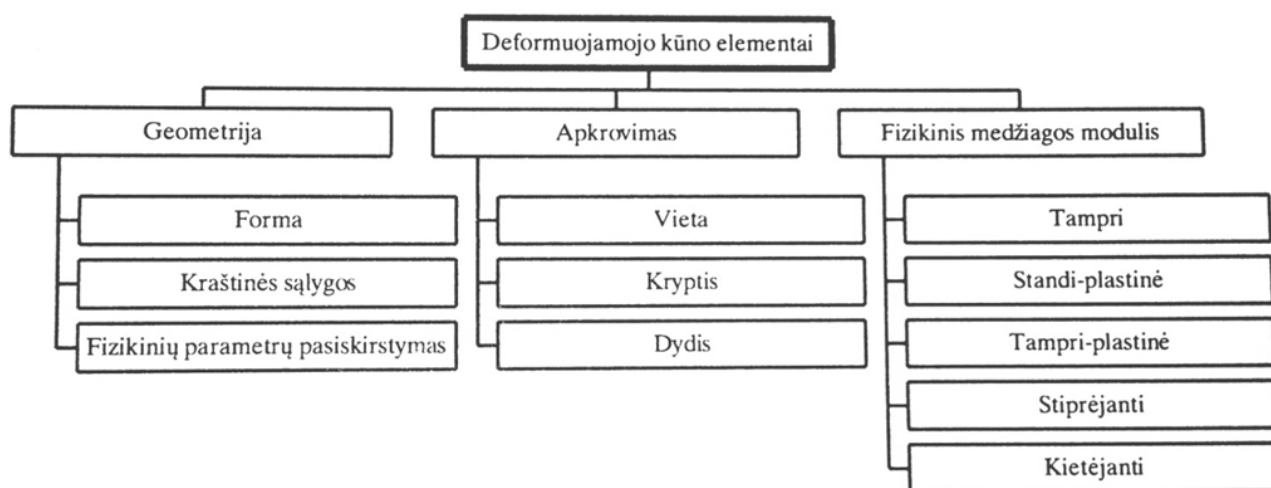
Antrajam atvejui kinematinės formuluotės optimizavimo uždavinio nesprenžčiame, bet išsprendę statinės formuluotės optimizavimo uždavinį, gauname ribinių lenkimo momentų ir ašinių jėgų apatines ribas, kurios bus reikalingos tolimesniems skaičiavimams.

Apibendrinimas

Išnagrinėjus optimizavimo (optimalaus ribinių įrašų pasiskirstymo) uždavinio paprastosios plastiškosios suirties metu matematinio modelio sudarymo principus bei šį uždavinį išsprendę dviem atvejais, galime teigti, kad gauti rezultatai gali būti taikomi projektuojant konstrukcijas, jeigu yra neatsižvelgiama į eksploatacijos reikalavimus, nes standumo sąlygos yra netenkinamos, dėl per didelių plastinių deformacijų ir poslinkių.

4. OPTIMALIOS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS ĮTEMPTO – DEFORMUOTO BŪVIO ANALIZĖS UŽDAVINYS

Statybos inžinerijoje pagrindinis tikslas – nustatyti konstrukcijos stiprumą, standumą ir stabilumą. Kiekvieno šių uždavinių parametrai apibrėžia tris pagrindinius konstrukcijos elementus: apkrovą, nagrinėjamo kūno geometriją ir medžiagos modelį (žr. 4.1 pav.). Taigi, analizės uždavinį galima išspręsti tada, kai visi elementų parametrai yra žinomi. Analizės uždaviniais jie vadinami todėl, kad sprendžiant tokių uždavinių nustatomas tik kūno įtempių ir deformacijų būvis, t. y. kūnas analizuojamas mechaniniu požiūriu: lyginant su eksploataciniais reikalavimais, įsitikinama, ar konstrukcija yra pakankamai stipri, standi ir stabili (Atkočiūnas, Nagevičius 2004).



4.1 pav. Deformuojamojo kūno elementai (Atkočiūnas, Nagevičius 2004)

Tačiau kartais statybos inžinerijoje reikia nustatyti ir žinoti konstrukcijos, patyrusios plastinį deformavimą, bet dar nepradėjusios plastiškai irti, tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį. Tokie uždaviniai plastiškumo teorijoje taip pat vadinami analizės uždaviniais.

4.1. Bendrosios pastabos

Plastiškai irstanti sistema yra ribinės pusiausvyros būvio. Tuomet bet koks nedidelis apkrovos padidėjimas sukelia neriboto dydžio poslinkius bei deformacijas ir spręsti apie ribinio būvio absoliutines deformacijų ir poslinkių reikšmes negalima, nes, susidariusi plastiniam mechanizmui, gali būti labai daug deformuoto būvio padėčių. Galima nustatyti šių visų padėčių tarpusavio ryšį tiksliai esant deformacijų ir poslinkių prieaugiams, kurie nelemia tikrųjų plastinių deformacijų ir poslinkių reikšmių (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

Tampriojo – plastinio deformavimosi stadijoje konstrukcijos analizės uždavinys sprendžiamas pritaikius pagal ekstreminius energinius principus sudarytus uždavinio statinės ir kinematinės formuluočių matematinius modelius (Atkočiūnas, Čižas 2009).

4.2. Analizės uždavinio matematinis modelis

Tampriosios plastinės sistemos liekamųjų įrašų tikrajam būviui rasti naudojame ekstreminį energinį principą apie minimalią papildomą deformavimo energiją. *Iš visų statiškai leistinų liekamųjų įrašų vektorių konstrukcijoje, nepasiekusioje pilnojo plastiškojo suirimo, tikrasis yra tas, kuris atitinka minimalią papildomo deformavimo energiją.*

Papildomo deformavimo energija yra išreiškiama vektorių $\mathbf{S}_r$ ir $\boldsymbol{\Theta}_{re}$ skaliarinės sandaugos puse (Čyras 1989; Čyras et al. 2004; Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$U_r = \frac{1}{2} \mathbf{S}_r^T \boldsymbol{\Theta}_{re}. \quad (4.1)$$

I gautą (4.1) priklausomumą įrašius tampriosios sistemos fizikinį dėsnį ($\boldsymbol{\Theta}_{re} = \mathbf{D}\mathbf{S}_r$), gaunama papildomo deformavimo energija, išreikšta liekamųjų įrašų kvadratine forma:

$$U_r = \frac{1}{2} \mathbf{S}_r^T \mathbf{D}\mathbf{S}_r. \quad (4.2)$$

Taigi, žinant konstrukcijos fizikinius parametrus ir išorinę apkrovą yra sprendžiamas analizės uždavinys, t. y. ieškoma tikrojo įtempių ir deformacijų būvio sistemai visiškai plastiškai nesuirus. Suformuluotą energinį principą atitinka šis ekstremumo uždavinio matematinis modelis (Čyras et al. 2004; Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\text{Rasti} \quad \frac{1}{2} \mathbf{S}_r^T \mathbf{D}\mathbf{S}_r \rightarrow \min, \quad (4.3)$$

$$\text{kai} \quad -\boldsymbol{\Phi} \mathbf{S}_r \geq \boldsymbol{\Phi} \mathbf{S}_e - \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{S}_0, \quad (4.4)$$

$$\mathbf{A}\mathbf{S}_r = \mathbf{0}. \quad (4.5)$$

(4.3) – (4.5) uždavinys vadinamas liekamųjų įrašų analizės uždaviniu ir yra priskiriamas iškilojo matematinio programavimo uždavinių klasei (Bazaraa et al. 2006). Išsprendus uždavinį gaunamos tikrosios įrašos $\mathbf{S} = \mathbf{S}_r + \mathbf{S}_e$ ir tikrieji poslinkiai $\mathbf{u} = \mathbf{u}_r + \mathbf{u}_e$, o tai yra tikrasis rėminės konstrukcijos įtempių ir deformacijų būvis (IDB).

Tikslo funkcijos sudarymas

Analizės uždavinio tikslo funkcija yra kvadratinė forma, kurios *Hesės* matrica $[\mathbf{H}(U_r)] = \mathbf{D}$ yra teigiamai apibrėžta, nes kvazidiagonalioji pasiduodamumo matrica yra sudaryta iš atskirų elementų pasiduodamumo matricių:

$$\mathbf{d}_k = \begin{bmatrix} \frac{l}{3EI} & -\frac{l}{6EI} & 0 \\ -\frac{l}{6EI} & \frac{l}{3EI} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{l}{EA} \end{bmatrix}. \quad (4.6)$$

Tai reiškia, kad pasiduodamumo matrica $\mathbf{D}$ tai pat yra teigiamai apibrėžta, o U_r yra įgaubtoji funkcija. Dažniausiai takumo sąlygos yra netiesinės įgaubtosios funkcijos, o statikos lygtys – tiesinės. (4.3) – (4.5) matematinio modelio apribojimai yra iškilosios funkcijos. Vadinasi, šis uždavinys yra iškilojo matematinio programavimo uždavinys, kurio įgaubtosios funkcijos globalinį minimumą galima surasti. Taigi, (4.3) – (4.5) uždavinio sprendinys yra vienintelis liekamųjų įrašų vektorius $\mathbf{S}_r$.

Apkrovos vektorius

Išorinės apkrovos vektoriaus reikšmės sumažiname 0,01 % ir gauname naują išorinės apkrovos vektorių, kurį naudojame sprendžiant rėminės konstrukcijos analizės uždavinį. Apkrovą sumažinantis redukcijos koeficientas $\gamma_{red} = 0,99$.

Pradiniai skerspjuvių parametrai

Konstrukcijos elementų ribinės įrašos yra žinomos ir buvo apskaičiuotos trečiame skyriuje. Optimalių skerspjuvių parametrai išreiškiami per ribines įrašas $\mathbf{S}_0$ ir apskaičiuojami panaudojant (3.24) ir (3.25) formules. Formulėse esančių koeficientų reikšmės imamos iš 3.3 lentelės. Konstrukcijos pasiduodamumo matrica yra pateikta C priede.

Diskretinio modelio liekamųjų įrašų bei poslinkių vektoriai

Pagrindiniai uždavinio nežinomieji išreiškiami liekamųjų įrašų vektoriumi $\mathbf{S}_r$:

$$\mathbf{S}_r = [M_{r1} \ M_{r2} \ M_{r3} \ M_{r4} \ M_{r5} \ M_{r6} \ M_{r7} \ M_{r8} \ M_{r9} \ M_{r10} \ M_{r11} \ M_{r12} \ M_{r13} \ M_{r14} \ M_{r15} \ M_{r16} \ M_{r17} \\ M_{r18} \ M_{r19} \ M_{r20} \ M_{r21} \ M_{r22} \ M_{r23} \ M_{r24} \ M_{r25} \ M_{r26} \ N_{r1} \ N_{r2} \ N_{r3} \ N_{r4} \ N_{r5} \ N_{r6} \ N_{r7} \ N_{r8} \\ N_{r9} \ N_{r10} \ N_{r11} \ N_{r12} \ N_{r13} \ N_{r14}]^T;$$

ir liekamųjų poslinkių vektoriumi $\mathbf{u}_r$:

$$\mathbf{u}_r = [u_{r1} \ u_{r2} \ u_{r3} \ u_{r4} \ u_{r5} \ u_{r6} \ u_{r7} \ u_{r8} \ u_{r9} \ u_{r10} \ u_{r11} \ u_{r12} \ u_{r13} \ u_{r14} \ u_{r15} \ u_{r16} \ u_{r17} \ u_{r18} \ u_{r19} \ u_{r20} \\ u_{r21} \ u_{r22} \ u_{r23} \ u_{r24} \ u_{r25} \ u_{r26} \ u_{r27} \ u_{r28} \ u_{r29} \ u_{r30} \ u_{r31} \ u_{r32} \ u_{r33} \ u_{r34} \ u_{r35}]^T.$$

Taigi, turime, kad $n = 40$, o $m = 35$.

Kinematinė analizės uždavinio formuluotė

Tampriosios plastinės sistemos liekamasis deformuotas būvis nustatomas pagal analizės uždavinio kinematinę formuluotę, gaunamą, pasitelkus matematinio programavimo dualumo teoriją. *Lagranžo* funkcijai sudaryti parenkami daugikliai: esant takumo sąlygoms, apriboti pagal ženklą daugikliai (vektoriaus $\lambda \geq 0$), o esant statikos lygtims – neapriboti (vektoriaus $\mathbf{u}_r$). Taigi, tiesioginio (4.3) – (4.5) uždavinio dualaus ekstremumo uždavinio matematinis modelis yra užrašomas taip (Čyras *et al.* 2004; Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\text{Rasti} \quad \frac{1}{2} \mathbf{S}_r^T \mathbf{D} \mathbf{S}_r + \lambda^T (\Phi \mathbf{S}_e - \Gamma \mathbf{S}_0) \rightarrow \max, \quad (4.7)$$

$$\text{kai} \quad \mathbf{D} \mathbf{S}_r + \Phi^T \lambda - \mathbf{A}^T \mathbf{u}_r = \mathbf{0}, \quad (4.8)$$

$$\lambda \geq \mathbf{0}. \quad (4.9)$$

(4.7) – (4.9) uždavinys yra netiesinio išskilojo matematinio programavimo uždavinys, kurio nežinomieji yra liekamųjų įrašų $\mathbf{S}_r$, plastinių daugiklių λ , liekamųjų poslinkių $\mathbf{u}_r$ vektoriai. Taigi, išsprendus (4.7) – (4.9) uždavinį, randami ne tik liekamųjų poslinkių $\mathbf{u}_r$ ir plastinių deformacijų Φ_p vektoriai, bet ir liekamųjų įrašų $\mathbf{S}_r$ vektoriai.

4.3. Skaitinis eksperimentas

Statinės formuluotės uždavinio apribojimų sąlygos pagal (4.3) – (4.5) matematinį modelį yra iliustruojamos 4.1 lentelė pagal literatūroje pateikiamą metodiką (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

4.1 lentelė. Rėmo analizės uždavinio apribojimų sąlygos

	M_{r1}	M_{r2}	...	M_{r26}	N_{r1}	N_{r2}	...	N_{r14}	
	1	2			...			40	
1	Φ								
2									
...									
80									
81	A								
82									
...									
115									

≤

41
$\Gamma \mathbf{S}_0 - \Phi \mathbf{S}_e$

=

0

4.1 lentelėje ieškomosios ribinės įrašos yra surašytos 1 – 40 stulpeliuose, o apribojimų sąlygų žinomieji – 41 stulpelyje. Ieškomųjų dydžių išdėstymas nurodomos Φ matricos koeficientais 1 – 80 eilutėse. 81 – 115 eilutėse užrašyti rėmo pusiausvyros lygčių koeficientai prie nežinomųjų (pusiausvyros lygčių koeficientų matrica pateikta B priede).

Uždavinį sprendžiame taikydami simbolinių matematinių perdirbimų kompiuterinio paketo *MatLab* paprogramę **quadprog**. Paprogramė **quadprog** realizuoja tokio pavidalo kvadratinio matematinio programavimo uždavinį:

$$\text{Rasti} \quad \frac{1}{2} \mathbf{X}^T \mathbf{H} \mathbf{X} \rightarrow \min, \quad (4.10)$$

$$\text{kai} \quad \mathbf{A}_{nq} \mathbf{X} \leq \mathbf{b}_{nq}, \quad (4.11)$$

$$\mathbf{A}_{eq} \mathbf{X} = \mathbf{b}_{eq}, \quad (4.12)$$

čia $\mathbf{X}$ – uždavinio nežinomųjų vektorius;

$\mathbf{H}$ – tikslo funkcijos kvadratinės formos Hesės matrica, kuri konstrukcijos analizės uždavinyje sutampa su pasiduodamumo matrica $\mathbf{D}$;

$\mathbf{A}_{eq}$ ir $\mathbf{A}_{nq}$ – atitinkamai apribojančių nelygybių ir apribojančių lygybių koeficientų matricos;

$\mathbf{b}_{eq}$ ir $\mathbf{b}_{nq}$ – apribojančių nelygybių ir apribojančių lygybių laisvųjų narių vektoriai.

Remiantis 4.1 lentele apribojimų sąlygų įvedimas į *MatLab* programos bylą pavaizduotas 4.2 lentelėje. Skaičiavimo atvejams skiriasi ribinės įrašos, kurios buvo apskaičiuotos 3.3 poskyryje. Pirmuoju skaičiavimo atveju ribinės įrašos gautos įvertinant konstrukcijos stiprumą, o antruoju – stiprumą ir stabilumą. Apkrovos vektorius $\mathbf{F}$ pateiktas 3.2.5 skyrelyje.

4.2 lentelė. Rėmo optimizavimo uždavinio statinės formuluotės apribojimai *MatLab* aplinkoje

```
% Skaiciuojame tamprias irazas:
Se=((D^(-1))*A')*(A*(D^(-1))*A')^(-1)*Fs
% Skaiciuojame tamprius poslinkius:
Ue=(A*inv(D)*(A'))\Fs
```

	M_{r1}	M_{r2}	...	M_{r26}	N_{r1}	N_{r2}	...	N_{r14}
	1	2			...			40
1								
2								
...								
80								
81								
82								
...								
115								

$\mathbf{A}_{nq} = \mathbf{F}_i;$

$\mathbf{A}_{eq} = (-\mathbf{A});$

$\leq$

$=$

41
$\mathbf{b}_{nq} = (\mathbf{G}_i * \mathbf{S}_0) - (\mathbf{F}_i * \mathbf{S}_e);$
$\mathbf{b}_{eq} = \text{zeros}(35, 1);$

Šio uždavinio tiesioginis sprendinys yra liekamųjų įrašų vektorius $S_r = X$. Norint gauti liekamuosius poslinkius ir deformacijas, paprogramės kreipinyje reikia numatyti dualaus uždavinio *Lagranžo* daugiklių vektoriaus **lambda** skaičiavimą. Tuomet kreipinio į paprogramę **quadprog** sintaksė yra tokia:

```
% Kvadratinio programavimo uždavini0 sprendimas:
[x,fval,exitkvad,output,lambda]=quadprog(D,[ ],Anq,bnq,Aeq,beq);
```

Paprogramės **quadprog** darbo rezultatai:

X – nežinomųjų reikšmės;

fval – tikslo funkcijos reikšmė;

exitflag > 0, optimalus uždavinio planas (sprendinys);

= 0, leistinas taškas;

< 0, nėra sprendinio.

lambda – *Lagranžo* daugikliai, kurie tenkina tiesioginio uždavinio (statinės formuluotės) apribojimų sąlygas. Taigi jie yra kinematinės formuluotės (4.7) – (4.9) uždavinio nežinomieji: vektoriuje **lambda.eqlin** yra sukaupiti apribojamųjų lygybių daugikliai, t. y. liekamieji poslinkiai u_r , o vektoriuje **lambda.ineqlin** – apribojamųjų nelygybių daugikliai, t. y. daugikliai λ , su kuriais skaičiuojamos plastinės deformacijos $\Theta_p = \Phi^T \lambda$. *MatLab* aplinkoje spausdiname rezultatus:

```
% Spausdiname rezultatus:
IRAZOS=[Se,x,Se+x];
POSLINKIAI=[Ue lambda.eqlin Ue+lambda.eqlin];
PLASTDAUG=lambda.ineqlin;
PLASTDEF=Fi'*lambda.ineqlin;
```

Įvestinės bylos, kurios reikalingos analizės uždavinio sprendimui *MatLab* aplinkoje, yra pateiktos E priede.

Skaičiavimo rezultatų analizė

Tampriosios būklės sprendinio poslinkiai ir įrašos skaičiuojami pagal tokias formules:

$$u_e = (ADA^T)^{-1} \cdot F; \quad (4.13)$$

$$S_e = D^{-1} A^T u_e. \quad (4.14)$$

Pirmuoju atveju gauname tokius tampraus sprendinio įrašų ir poslinkių vektorius:

$S_e = [-79,20 \ -24,0 \ 2,40 \ 0 \ 2,35 \ 42,20 \ 8,43 \ 45,40 \ 8,43 \ 42,2 \ 2,35 \ 27,99 \ 0 \ -50,40 \ 237,1$
 $-237,10 \ 116,38 \ -116,38 \ 0 \ 0 \ -116,38 \ 116,38 \ -237,1 \ 237,1 \ 323,4 \ 482,15 \ 482,15 \ 323,4]^T$;

$$\mathbf{u}_e = [0,0529 \ 0,0374 \ 0,1560 \ 0,0453 \ 0,2632 \ 0,0047 \ 0,0076 \ 0,0040 \ 0,0135 \ 0,0031 \ 0,0183 \\ 0,0022 \ 0,0209 \ 0,0011 \ 0,0221 \ 0,0000 \ 0,0209 \ -0,0011 \ 0,0183 \ -0,0022 \ 0,0135 \ -0,0031 \\ 0,0076 \ -0,0040 \ -0,0047 \ -0,0036 \ 0,0067 \ -0,0022 \ 0,0172 \ 0,0000 \ 0,0209 \ 0,0022 \ 0,0172 \\ 0,0036 \ 0,0067]^T.$$

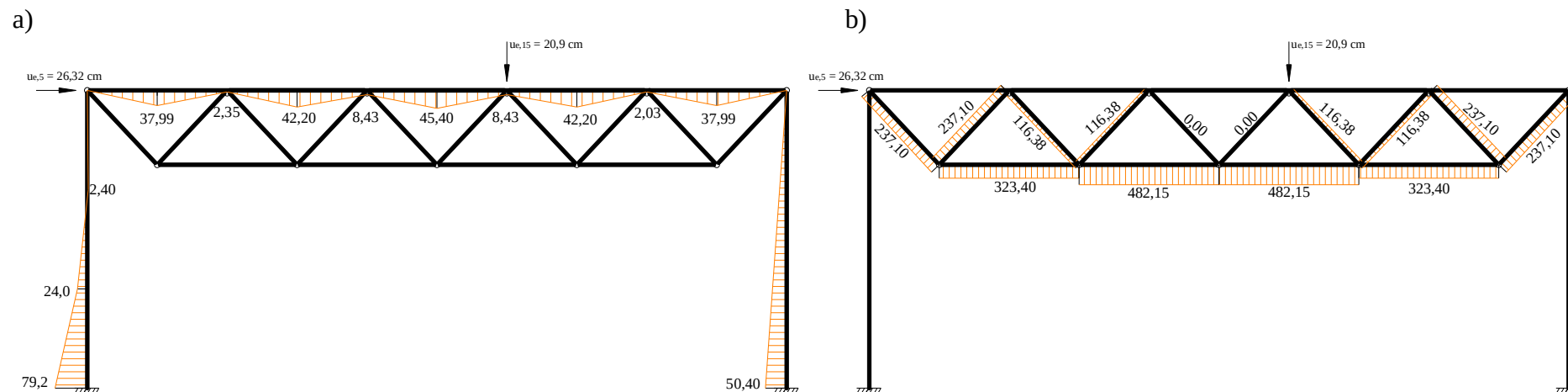
Antruoju atveju gauname tokius tamprus sprendinio įrašų ir poslinkių vektorius:

$$\mathbf{S}_e = [-78,41 \ -23,76 \ 2,38 \ 0 \ 25,25 \ -22,70 \ 29,88 \ 9,25 \ 45,85 \ 9,25 \ 29,88 \ -22,70 \ 25,25 \ 0 \ -49,90 \\ 244,67 \ -244,67 \ 104,92 \ -104,92 \ 0 \ 0 \ -104,92 \ 104,92 \ -224,67 \ 244,67 \ 333,72 \ 476,83 \\ 476,83 \ 333,72]^T;$$

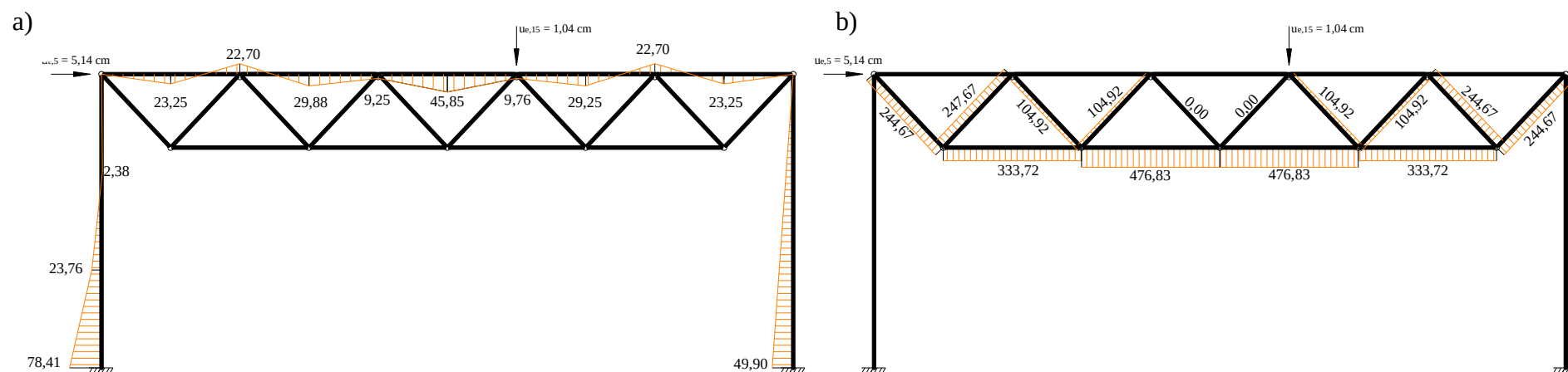
$$\mathbf{u}_e = [0,0103 \ 0,0073 \ 0,0304 \ 0,0088 \ 0,0514 \ 0,0042 \ 0,0056 \ 0,0014 \ 0,0063 \ 0,0012 \ 0,0084 \\ 0,0011 \ 0,0098 \ 0,0006 \ 0,0104 \ 0,0000 \ 0,0098 \ -0,006 \ 0,0084 \ -0,0011 \ 0,0063 \ -0,0012 \\ 0,0056 \ -0,0014 \ -0,0042 \ -0,0026 \ 0,0032 \ -0,0015 \ 0,0080 \ 0,0000 \ 0,0098 \ 0,0015 \ 0,0080 \\ 0,0026 \ 0,0032]^T.$$

Apibendrinimas

Tamprus atsako įrašų palyginimui yra braižomos lenkimo momentų ir ašinių jėgų diagramos. Pirmojo skaičiavimo atvejo rezultatų diagrama pavaizduota 4.2 pav., o antrojo – 4.3 pav. Iš rezultatų matyti, kad tamprus atsako įrašos yra beveik tokio paties pobūdžio ir jų reikšmės yra artimos. Tačiau poslinkiai skiriasi žymiai, antruoju atveju apskaičiuoti tamprus atsako poslinkiai yra mažesni, dėl optimizavimo uždavinyje įvestų stabilumo sąlygų (žr. 4.2, 4.3 pav.).



4.2 pav. Tampraus sprendinio įrašų diagramos neįvertinant stabilumo sąlygų: a) lenkimo momentų, kNm ; b) ašinių jėgų, kN



4.3 pav. Tampraus sprendinio įrašų diagramos, kai yra įvertinamos stabilumo sąlygos: a) lenkimo momentų, kNm ; b) ašinių jėgų, kN

Statinės formuluotės uždavinio skaičiavimo rezultatai yra surašyti diagramoje, pateiktoje 4.4 paveiksle. Tikrųjų lenkimo momentų ir ašinių jėgų reikšmės yra lygios tampraus sprendinio ir analizės uždavinio rezultatų sumai, t. y. $S = S_r + S_e$. 4.4 paveiksle tikrųjų lenkimo momentų $M = M_e + M_r$ reikšmės pavaizduotos ištisine linija, o liekamųjų – punktyrine. Atitinkamai pagal sužymėtus santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypus, tikrosios ašinės jėgos $N = N_e + N_r$ pateikiamos 4.3 lentelėje, liekamosios – 4.4 lentelėje, antrajam skaičiavimo atvejui atitinkamai 4.5 ir 4.6 lentelėse.

Plastinės deformacijas ir liekamuosius poslinkius galime gauti išsprendę kinematinės formuluotės (4.7) – (4.9) uždavinį. Tačiau to galima išvengti, nes paprogramė **quadprog** gali apskaičiuoti ir dualaus kvadratinio programavimo uždavinio rezultatus. Taigi, gautos liekamųjų ir tikrųjų poslinkių reikšmės pirmuoju skaičiavimo atveju yra šios:

$$\mathbf{u}_r = [0,0372 \ 0,0116 \ 0,0585 \ 0,0066 \ 0,0718 \ 0,0448 \ 0,0746 \ 0,0420 \ 0,1395 \ 0,0334 \ 0,1187 \\ 0,0221 \ 0,2148 \ 0,0110 \ 0,2242 \ 0,0000 \ 0,2148 \ -0,0110 \ 0,1867 \ -0,0221 \ 0,1395 \ -0,0334 \\ 0,0746 \ -0,0420 \ -0,0448 \ -0,0369 \ 0,1041 \ -0,0376 \ 0,1772 \ 0,0000 \ 0,2148 \ 0,0376 \ 0,1772 \\ 0,0369 \ 0,0354]^T;$$

$$\mathbf{u} = [0,0901 \ 0,0491 \ 0,2145 \ 0,0519 \ 0,3350 \ 0,0496 \ 0,0822 \ 0,0460 \ 0,1530 \ 0,0366 \ 0,2049 \\ 0,0243 \ 0,2357 \ 0,0122 \ 0,2463 \ 0,0000 \ 0,2357 \ -0,0122 \ 0,2049 \ -0,0243 \ 0,1530 \ -0,0366 \\ 0,0822 \ -0,0460 \ -0,0496 \ -0,0405 \ -0,1109 \ -0,0398 \ 0,1944 \ 0,0000 \ 0,2357 \ 0,0398 \ 0,1944 \\ 0,0405 \ 0,0421]^T.$$

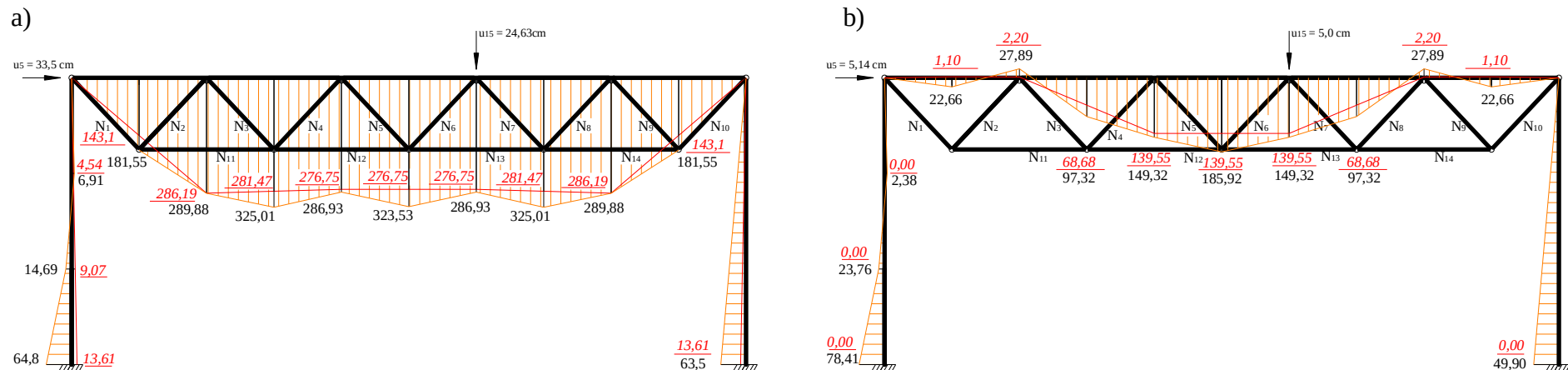
Didžiausia rėmo poslinkio reikšmė vertikalia kryptimi yra $u_{15} = 24,63 \text{ cm}$, o horizontalia kryptimi – $u_5 = 33,50 \text{ cm}$.

Antrojo skaičiavimo atveju, gauname tokias reikšmes:

$$\mathbf{u}_r = [0,0000 \ 0,0000 \ 0,0000 \ 0,0000 \ 0,0000 \ 0,0050 \ 0,0087 \ 0,0053 \ 0,0185 \ 0,0063 \ 0,0288 \\ 0,0056 \ 0,0365 \ 0,0032 \ 0,0393 \ 0,0000 \ 0,0365 \ -0,0032 \ 0,0288 \ -0,0056 \ 0,0185 \ -0,0063 \\ 0,0087 \ -0,0053 \ -0,0050 \ -0,0099 \ 0,0092 \ -0,0099 \ 0,0275 \ 0,0000 \ 0,0365 \ 0,0099 \ 0,0275 \\ 0,0099 \ 0,0092]^T;$$

$$\mathbf{u} = [0,0103 \ 0,0073 \ 0,0304 \ 0,0088 \ 0,0514 \ 0,0092 \ 0,0143 \ 0,0068 \ 0,0248 \ 0,0075 \ 0,0372 \\ 0,0067 \ 0,0463 \ 0,0038 \ 0,0497 \ 0,0000 \ 0,0463 \ -0,0038 \ 0,0372 \ -0,0067 \ 0,0248 \ -0,0075 \\ 0,0143 \ -0,0068 \ -0,0092 \ -0,0125 \ -0,0124 \ -0,0114 \ 0,0356 \ 0,0000 \ 0,0463 \ 0,0114 \ 0,0356 \\ 0,0125 \ 0,0124]^T.$$

Didžiausia rėmo poslinkio reikšmė vertikalia kryptimi yra $u_{15} = 4,97 \text{ cm}$, o horizontalia kryptimi – $u_5 = 5,14 \text{ cm}$.



4.4 pav. Liekamieji lenkimo momentai, kNm , sujungti raudona linija ir tikrieji lenkimo momentai, kNm , sujungti oranžine linija: a) pirmasis skaičiavimo atvejis; b) antrasis skaičiavimo atvejis

4.3 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų tikrosios ašinės jėgos, kN (pirmasis skaičiavimo atvejis)

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{14}
127,57	-127,57	127,57	-127,57	0	0	-127,57	127,57	-127,57	127,57	174,0	348,0	348,0	174,0

4.4 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų liekamosios ašinės jėgos, kN (pirmasis skaičiavimo atvejis)

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{14}
-123,42	123,42	4,07	-4,07	0	0	-4,07	4,07	123,42	-123,42	-168,35	-162,79	-162,79	-168,35

4.5 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų tikrosios ašinės jėgos, kN (antrasis skaičiavimo atvejis)

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{14}
246,75	-246,75	46,50	-46,50	0	0	-46,50	46,50	-246,75	246,75	336,57	400,0	400,0	336,57

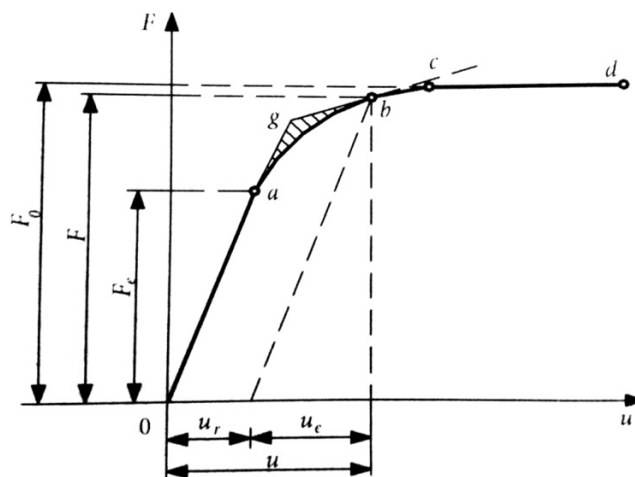
4.6 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų liekamosios ašinės jėgos, kN (antrasis skaičiavimo atvejis)

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{14}
0,885	-0,885	-57,01	57,01	0	0	57,01	-57,01	-0,885	0,885	1,207	-76,55	-76,55	1,207

5. APKROVOS IR POSLINKIŲ PRIKLAUSOMUMO ANALIZĖS UŽDAVINYS

5.1. Bendrosios pastabos

Sprendžiant apkrovos ir poslinkių priklausomumo analizės uždavinį, yra ieškoma, kada konstrukcijoje atsiveria pirmasis plastiškasis lankstas ir toliau stebima įtempių ir deformacijų būvio dinamika. Gaunama plastinio deformavimosi trajektorija, kuri vaizduoja ryšį tarp išorinės apkrovos ir poslinkių parametrų konstrukcijai patiriant plastines deformacijas, bet dar nesuyrant. Vadinasi, nagrinėjama tampri plastinė diskretinė sistema, veikiamą išorinės apkrovos, kurios pridėjimo vieta, kryptis ir dydžiai yra žinomi. Ši apkrova yra mažesnė už ribinę, tačiau sukelia plastines deformacijas: $F_e \leq F \leq F_0$ (žr. 5.1 pav.).



5.1 pav. Pagrindiniai analizės uždavinio dydžiai (Atkočiūnas, Karkauskas 2010)

5.1 paveikslas vaizduoja konstrukcijos darbo stadijas. Šiame apibendrintų jėgų ir poslinkių grafike galime išskirti tris konstrukcijos darbo stadijas. $0a$ atkarpa atitinka konstrukcijos darbą tamprioje stadijoje. Vėliau atsiranda plastinės deformacijos, kurios panaikina tiesinį ryšį tarp išorinių jėgų ir poslinkių. Šią stadiją vaizduoja kreivė ab . Dar vėliau konstrukcija virsta plastiniu mechanizmu, – poslinkiai didėja, kai išorinė apkrova, atitinkanti ribinę, yra pastovi (atkarpa bc).

5.2. Analizės uždavinio matematinis modelis

Kinematinės formuluotės (4.7) – (4.9) uždavinio nežinomųjų skaičių galima sumažinti. Iš šio uždavinio apribojimų lygybių galime išreikšti liekamųjų įrašų vektorių S_r , nes pasididamumo matrica D yra kvadratinė:

$$S_r = D^{-1}(A^T u_r - \Phi^T \lambda). \quad (5.1)$$

Šią išraišką statome į (4.3) – (4.5) uždavinio apribojimų lygybių lygtį ir gauname:

$$\mathbf{u}_r = (\mathbf{A}\mathbf{K}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{K}\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda}. \quad (5.2)$$

Liekamųjų poslinkių influentinė matrica:

$$\bar{\mathbf{H}} = (\mathbf{A}\mathbf{K}\mathbf{A}^T)^{-1} \mathbf{A}\mathbf{K}. \quad (5.3)$$

Tuomet įrašę liekamųjų poslinkių influentinės matricos (5.3) išraišką į (5.2), gausime liekamuosius poslinkius:

$$\mathbf{u}_r = \bar{\mathbf{H}}\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda}. \quad (5.4)$$

Liekamųjų įrašų vektorių gausime įrašę (5.4) išraišką į (5.1):

$$\mathbf{S}_r = \bar{\mathbf{G}}\boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda}. \quad (5.5)$$

Sutvarkius kinematinės formuluotės tikslo funkciją, rėmo įtempių ir deformacijos būvio dinamikos analizę atliekame pagal šį modifikuotą analizės uždavinio matematinį modelį (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\text{Rasti} \quad -\frac{1}{2} \boldsymbol{\lambda}^T \boldsymbol{\Phi} \bar{\mathbf{G}}^T \mathbf{D} \bar{\mathbf{G}} \boldsymbol{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda} + \boldsymbol{\lambda}^T (\boldsymbol{\Phi} \mathbf{S}_e - \boldsymbol{\Gamma} \mathbf{S}_0) \rightarrow \max, \quad (5.6)$$

$$\text{kai} \quad \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}. \quad (5.7)$$

(5.6) – (5.7) analizės uždavinys yra kvadratinio programavimo uždavinys, kurio nežinomieji yra tik $\boldsymbol{\lambda}$ daugikliai. Panaudodami (5.4) ir (5.5) išraiškas, apskaičiuojame liekamųjų poslinkių ir liekamųjų įrašų reikšmes, t. y. visus analizės uždavinio nežinomuosius. Akivaizdu, kad (5.6) – (5.7) uždavinio apimtis yra mažesnė negu (4.7) – (4.9) uždavinio.

5.3. Skaitinis eksperimentas

Uždavinį sprendžiame taikydami simbolinių matematinių perdirbimų kompiuterinio paketo *MatLab* paprogramę **quadprog**. Sudarome *Hesės* matricą:

```
% Sudarome Hesės matricą V:
V=Fi*G'*D*G*Fi';
% Suvedame kvadratine matrica V1:
V1=(Gie*S0)-(Fi*Se);
```

Tuomet kreipinio į paprogramę **quadprog** sintaksė yra tokia:

```
% Kvadratinio programavimo uždavinio sprendimas:
[x,fval,exitkvad,output]=quadprog(V,V1,Anq,bnq,[],[]);
```

Įvestinės bylos, kurios reikalingos analizės uždavinio sprendimui *MatLab* aplinkoje, yra pateiktos F priede. Įvestinėse bylose yra pateiktos visos matricos, reikalingos (5.6) – (5.7) matematiniam modeliui realizuoti: pusiausvyros lygčių koeficientų matrica **A**, takumo sąlygų matrica **Φ** ir pasiduodamumo matrica **D**. Gauti analizės rezultatai, kai yra įvertinamas tik nagrinėjamos rėminės konstrukcijos stiprumas, yra išsamiau išnagrinėti ir pateikti F priedo F.1 lentelėje.

Antruoju atveju analizės uždavinys sprendžiamas tam, kad nustatyti ribojamųjų poslinkių viršutines ir apatines ribas (tolimesniam uždaviniui spręsti). Uždavinio apribojimų sąlygose naudojame jau iš atliktos optimizacijos uždavinio gautas ribinių įrašų reikšmes S_0 ir redukuotą apkrovą $\tilde{F} = \gamma_{red} F$, kur γ_{red} – apkrovos redukcijos faktorius, mažesnis už 1.

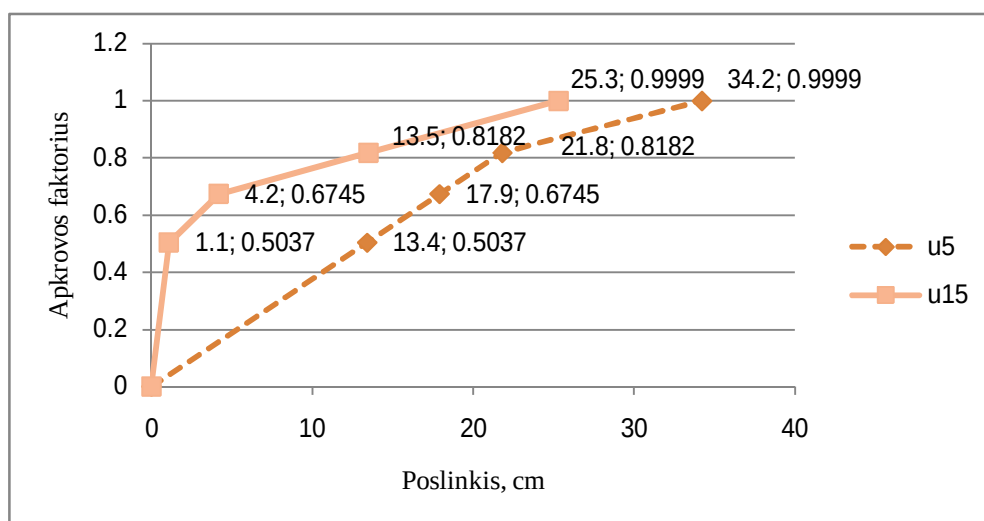
Skaičiavimo rezultatų analizė

5.2 paveiksle laužytomis linijomis pavaizduotas rėmo išorinės apkrovos ir vertikaliojo bei horizontaliojo poslinkių u_{15} , u_5 priklausomumas, įvertinant tamprą plastinį konstrukcijos darbą (neįvertinant geometrijos pasikeitimo). 5.3 paveiksle pavaizduotas rėmo išorinės apkrovos ir vertikaliojo bei horizontaliojo poslinkių u_{15} , u_5 priklausomumas, įvertinant tamprą plastinį konstrukcijos darbą bei gniuždomų strypų stabilumą.

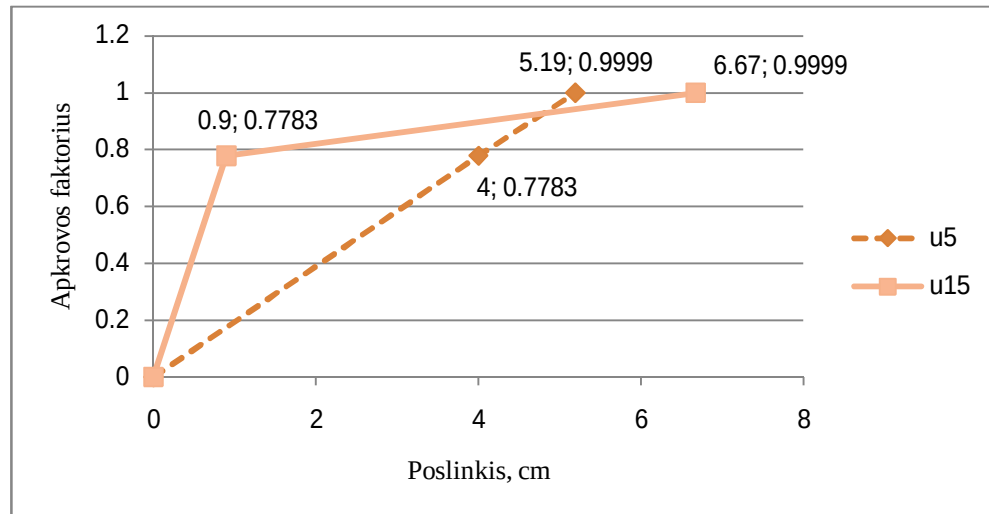
Iš parodyto ryšio tarp apkrovos ir poslinkio akivaizdu, kad pjūviuose atsirandant plastinėms deformacijoms, bendrasis rėmo standumas mažėja.

Pirmuoju atveju didžiausia vertikaliojo poslinkio reikšmė $u_{15} = 25,7 \text{ cm}$, ji beveik 23 kartus didesnė už tampraus sprendinio poslinkį $u_{e15} = 1,13 \text{ cm}$. Didžiausia horizontaliojo poslinkio vertė – $u_5 = 34,18 \text{ cm}$, beveik 3 kartus didesnė už tampraus sprendinio poslinkį $u_{e5} = 13,39 \text{ cm}$.

Antruoju atveju didžiausia vertikaliojo poslinkio reikšmė $u_{15} = 2 \text{ cm}$, o horizontaliojo – $u_5 = 4 \text{ cm}$.



5.2 pav. Apkrovos – poslinkių priklausomumo diagrama (pirmas atvejis)



5.3 pav. Apkrovos – poslinkių priklausomumo diagrama (antras atvejis)

Apibendrinimas

Konstrukcijos įtempių ir deformacijų dinamikos analizė yra labai svarbi optimaliai ją projektuojant. Analizės rezultatai leidžia įvertinti konstrukcijos darbo ypatumus įvairiuose apkrovimo etapuose ir priimti teisingus sprendimus, užtikrinančius konstrukcijos normalios eksploatacijos reikalavimus.

6. TAMPRIOS – PLASTINĖS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS OPTIMIZAVIMAS RIBOJANT POSLINKIUS

Viena pagrindinių optimalios konstrukcijos projektavimo problemų yra konstrukcijos standumo užtikrinimas, nes dažniausiai sprendžiant konstrukcijos optimizacijos uždavinius įvertinama tik konstrukcijos laikomoji galia ir gali įvykti taip, kad nedidelis apkrovos padidėjimas sukels neriboto dydžio poslinkius bei deformacijas ir taip pažeis normalios eksploatacijos reikalavimus. Įvyks konstrukcijos paprastoji plastiškoji suirtis (Makris, Provatidis 2002; Karkauskas, Nagevičius 2007; Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

6.1. Bendrosios pastabos

Optimizacijos pagal plastinės suirties kriterijų rezultatai ne visuomet yra lemiami, nes konstrukcijos eksploatacinės galimybės gali būti prarastos net ir nepasiekus plastinio irimo, dėl per didelių plastinių deformacijų ir kartu su jomis atsiradusių poslinkių. Tai akivaizdu iš 5.2 pav. ir 5.3 pav. pateiktų apkrovos ir poslinkių priklausomumo grafikų. Todėl yra svarbu įvertinti konstrukcijos deformuoto būvio parametrus. Juos galime įvertinti ribojant pavienių mazgų ar elementų poslinkius, atsižvelgiant į statybos normų reikalavimus.

Tačiau, kai pavieniai tamprios plastinės konstrukcijos taškų poslinkiai yra ribojami standumo sąlygomis, tamprioji plastinė sistema gali nepasiekti plastinio būvio, susijusio su plastiškąja suirtimi. Taigi, tokio tipo uždavinio matematinis modelis yra sudaromas tampriajai plastinei sistemai, kurios atskiri elementai arba jų grupės patiria plastines deformacijas.

6.2. Matematinis modelis

Optimizavimo uždavinys ribojant poslinkius yra formuluojamas žinant konstrukcijos konfigūraciją, veikiančias išorines apkrovas, pridėjimo vietą, kryptį ir dydį; yra parinktos apatinės ir viršutinės poslinkių kitimo, kurias galima nustatyti išsprendus analizės uždavinį pagal (5.6) – (5.7) matematinį modelį, ribos; pagal konstrukcinius reikalavimus yra parinktos elementų ribinių įrąžų apatinės kitimo ribos; optimalumo kriterijaus pavidalas ir jo koeficientai.

Reikia rasti ribinių įrąžų pasiskirstymą, atitinkantį minimalaus tūrio konstrukcijos, nepasiekusios plastinio irimo, reikalavimus.

Siūloma įvesti tokius ribinio tinkamumo būvio apribojimus (Karkauskas, Nagevičius 2007, Karkauskas, Norkus 2006):

- 1) eksploataciniai apribojimai, kurie apima sąlygas, apibūdinančias konstrukcijos tikrąjį įtempį ir deformacijų būvį. Jos gaunamos remiantis papildomo deformavimo energijos minimumo

principu, suformuluotos iš dualių ekstremumo uždavinių poros, visų apribojimų bei *Kuno* ir *Takerio* sąlygų (Jarmolajeva, Merkevičiūtė 2002; Bazaraa, Sherali, Shetty 2006);

- 2) deformatyvumo apribojimai, kurie apima sąlygas, kuriomis ribojami poslinkiai tam tikrose konstrukcijos vietose, tam tikromis kryptimis:

$$\mathbf{u}^- \leq (\mathbf{u}_r + \mathbf{u}_e) \leq \mathbf{u}^+; \quad (6.1)$$

čia $\mathbf{u}^+ > 0$ ir $\mathbf{u}^- < 0$ – poslinkių viršutinių ir apatinių ribų normatyvinės reikšmės.

- 3) norminiuose dokumentuose apibrėžti technologiniai ar konstrukciniai reikalavimai elementų stabilumui ar ribinių lenkimo momentų žemutinei kitimo ribai $\mathbf{M}_0^{\min}$.

Tuomet bendrasis strypinių konstrukcijų optimizavimo uždavinio ribojant poslinkius matematinis modelis BEM terminologijoje užrašomas taip (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\text{Rasti} \quad \mathbf{L}^T \mathbf{S}_0 \rightarrow \min, \quad (6.2)$$

$$\text{kai} \quad \mathbf{\Gamma} \mathbf{S}_0 - \mathbf{\Phi} \bar{\mathbf{G}} \mathbf{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{\Phi} \mathbf{S}_e, \quad (6.3)$$

$$\mathbf{A} \mathbf{S}_r = \mathbf{0}, \quad (6.4)$$

$$\mathbf{D} \mathbf{S}_r - \mathbf{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{A}^T \mathbf{u}_r = \mathbf{0}, \quad (6.5)$$

$$\boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{\Gamma} \mathbf{S}_0 - \mathbf{\Phi} (\bar{\mathbf{G}} \mathbf{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda} + \mathbf{S}_e)) = \mathbf{0}, \quad (6.6)$$

$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}, \quad (6.7)$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{u}_r + \mathbf{u}_e) \leq \mathbf{u}^+, \quad (6.8)$$

$$\mathbf{P}(\mathbf{u}_r + \mathbf{u}_e) \geq \mathbf{u}^-, \quad (6.9)$$

$$\mathbf{S}_0 \geq \mathbf{S}_0^{\min}, \quad (6.10)$$

$$\mathbf{u}_e = \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}, \quad (6.11)$$

$$\mathbf{S}_e = \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}. \quad (6.12)$$

čia $\mathbf{P}$ – poslinkių loginė matrica, kurios elementai yra: jeigu diskrečiojo modelio j -ojo pjūvio (elemento mazginio taško) poslinkis i -tąja kryptimi yra apribotas; priešingu atveju $p_{ij} = 0$.

Tai yra netiesinio matematinio programavimo uždavinys, sprendžiamas iteracijų būdu. *Kuno* ir *Takerio* papildomumo sąlyga (6.6) pagimdo daugiaekstremiškumą ir dar labiau komplikuoja uždavinio sprendimą. Siūloma jį modifikuoti, eliminuojant liekamąsias įrašas $\mathbf{S}_r$ ir liekamuosius poslinkius $\mathbf{u}_r$. Išsprendus (6.4) ir (6.5) sąlygų lygčių sistemą, gaunama:

$$\mathbf{S}_r = \mathbf{G} \mathbf{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda}; \quad (6.13)$$

$$\mathbf{u}_r = \mathbf{H} \mathbf{\Phi}^T \boldsymbol{\lambda}. \quad (6.14)$$

Įrašius liekamųjų dydžių vektorius į pradinį optimizacijos uždavinį, gaunama tokia (6.2) – (6.12) matematinio modelio modifikacija (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\text{Rasti} \quad \mathbf{L}^T \mathbf{S}_0 \rightarrow \min, \quad (6.15)$$

$$\text{kai} \quad \mathbf{\Gamma} \mathbf{S}_0 - \mathbf{\Phi} \mathbf{G} \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{\Phi} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}, \quad (6.16)$$

$$\boldsymbol{\lambda}^T (\mathbf{\Gamma} \mathbf{S}_0 - \mathbf{\Phi} \mathbf{G} \boldsymbol{\lambda} - \mathbf{\Phi} \mathbf{D}^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}) = \mathbf{0}, \quad (6.17)$$

$$\boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{0}, \quad (6.18)$$

$$\mathbf{P} \mathbf{H} \boldsymbol{\lambda} \geq \mathbf{u}^+ + \mathbf{P} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}, \quad (6.19)$$

$$\mathbf{P} \mathbf{H} \boldsymbol{\lambda} \leq \mathbf{u}^- + \mathbf{P} \mathbf{K}^{-1} \mathbf{F}, \quad (6.20)$$

$$\mathbf{S}_0 \geq \mathbf{S}_0^{\min}. \quad (6.21)$$

Akivaizdžiai matosi, kad šio uždavinio apimtis yra mažesnė. Tačiau jis vis tiek sprendžiamas iteracijų būdu, nes į uždavinį įeinantys tampraus atsako dydžiai $\mathbf{S}_e$ ir $\mathbf{u}_e$ yra funkciškai priklausomi nuo optimizuojamų konstrukcijos parametrų, jų įvedimas į tampriosios plastinės konstrukcijos optimizavimo uždavinį komplikuočių uždavinio formulavimą. Kiekvienos iteracijos metu tampriojo atsako parametrai perskaičiuojami pagal gautus konstrukcijos optimizavimo rezultatus ir skaičiavimas tęsiamas tol, kol uždavinio sprendimo procesas pasiekia konvergenciją.

Tačiau projektuojant patikimą konstrukciją reikia užtikrinti ne tik, kad visa konstrukcija ir atskiri jos elementai būtų pakankamai stiprūs ir standūs, bet ir pakankamai stabilūs. Tam tikslui R. Karkauskas ir J. Nagevičius savo moksliniame darbe (Karkauskas, Nagevičius 2007) pateikia metodiką, kaip įvertinti gniuždomų strypų stabilumą pagal ribinio liaunio reikalavimus, kurie yra apibrėžti statybos techniniame reglamente.

Konstrukciniai apribojimai išreiškia minimalius skerspjuvių parametrus (apatines ribinių įrąžų ribas), o deformatyvumo – rėmo mazgų ar atskirų jo elementų poslinkių kitimo ribas. Tinkamas jų parinkimas riboja laisvą konstrukcijos plastinių deformacijų plitimą, todėl optimali konstrukcija yra neyranti tamprioji plastinė.

Tikslo funkcijos sudarymas

Optimizavimo uždavinio optimalumo kriterijus yra išreiškiamas tiesine funkcija, kurios koeficientai lygūs ilgiams, gauname:

$$\mathbf{L}^T \mathbf{S}_0 = (14, 4M_{01} + 6, 8M_{02} + 10, 2M_{03} + 13, 6N_{01} + 24, 8N_{02}) \rightarrow \min.$$

Diskretinio modelio įrąžų ir poslinkių vektoriai

$$\mathbf{S} = [M_1 \ M_2 \ M_3 \ M_4 \ M_5 \ M_6 \ M_7 \ M_8 \ M_9 \ M_{10} \ M_{11} \ M_{12} \ M_{13} \ M_{14} \ M_{15} \ M_{16} \ M_{17} \ M_{18} \ M_{19} \ M_{20} \\ M_{21} \ M_{22} \ M_{23} \ M_{24} \ M_{25} \ M_{26} \ N_1 \ N_2 \ N_3 \ N_4 \ N_5 \ N_6 \ N_7 \ N_8 \ N_9 \ N_{10} \ N_{11} \ N_{12} \ N_{13} \ N_{14}]^T.$$

$$\mathbf{u} = [u_1 \ u_2 \ u_3 \ u_4 \ u_5 \ u_6 \ u_7 \ u_8 \ u_9 \ u_{10} \ u_{11} \ u_{12} \ u_{13} \ u_{14} \ u_{15} \ u_{16} \ u_{17} \ u_{18} \ u_{19} \ u_{20} \\ u_{21} \ u_{22} \ u_{23} \ u_{24} \ u_{25} \ u_{26} \ u_{27} \ u_{28} \ u_{29} \ u_{30} \ u_{31} \ u_{32} \ u_{33} \ u_{34} \ u_{35}]^T.$$

Taigi, turime, kad $n = 40$, o $m = 35$.

Ribinių įrašų apatinės ribos parinkimas

Analizuojamo rėmo ribinių įrašų apatinių ribų vektorių $\mathbf{S}_0^{pl}$ gauname, pasitelkę minimalaus svorio strypų konstrukcijos optimizavimo uždavinio (3.45) – (3.48) matematinio modelio statinę formuluotę. Gauname tokį ribinių įrašų apatinės ribos vektorių ir apatinę tikslo funkcijos reikšmę:

$$\mathbf{S}_0^{pl} = [M_{01}^{pl} \ M_{02}^{pl} \ M_{03}^{pl} \ N_{01}^{pl} \ M_{02}^{pl}]^T = [64,80 \ 295,80 \ 332,78 \ 348,0 \ 127,57]^T,$$

$$\mathbf{L}^T \mathbf{S}_0^{pl} = (14,4 \cdot 64,80 + 6,8 \cdot 295,80 + 10,2 \cdot 332,78 + 13,6 \cdot 348,0 + 24,8 \cdot 127,57) = 14235,45 \text{ kNm}^2.$$

Antruoju skaičiavimo atveju išsprendus rėminės konstrukcijos optimizacijos (3.49) – (3.52) uždavinį, gauname tokį ribinių įrašų apatinės ribos vektorių ir apatinę tikslo funkcijos reikšmę:

$$\mathbf{S}_0^{pl} = [M_{01}^{pl} \ M_{02}^{pl} \ M_{03}^{pl} \ N_{01}^{pl} \ M_{02}^{pl}]^T = [199,42 \ 46,52 \ 427,46 \ 400,0 \ 406,25]^T;$$

$$\mathbf{L}^T \mathbf{S}_0^{pl} = (14,4 \cdot 199,42 + 6,8 \cdot 46,52 + 10,2 \cdot 427,46 + 13,6 \cdot 400,0 + 24,8 \cdot 406,25) = 23063,10 \text{ kNm}^2.$$

Standumo apribojimai (1 atvejis)

Išsprendę (5.6) – (5.7) analizės uždavinį, nustatome rėmo viršutines ribas $\mathbf{u}_{\max}$, t. y. poslinkių dydžius prieš pat plastiškąją suirtį, $\mathbf{u}_{\max}^+$, jei $\mathbf{u}_{\max}^+ > 0$ arba $\mathbf{u}_{\max}^-$, jei $\mathbf{u}_{\max}^- < 0$. Tuomet mažindami redukcijos faktorių γ_{red} apskaičiuojame poslinkių dydžius $\mathbf{u}_{\min}$, kai atsiveria pirmasis plastiškasis lankstas. $\mathbf{u}_{\min}$ atitinka tampraus atsako dydžius: $\mathbf{u}_{\min}^+$, jei $\mathbf{u}_{\min}^+ > 0$ arba $\mathbf{u}_{\min}^-$, jei $\mathbf{u}_{\min}^- < 0$.

Taigi, uždavinio matematinio modelio poslinkių apribojimų sąlygose duotos jų kitimo ribos turi pakliūti tarp šių reikšmių:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^+ > 0, \text{ tai } \mathbf{u}_{\min}^+ \leq \mathbf{u}^+ \leq \mathbf{u}_{\max}^+; \\ \mathbf{u}^- < 0, \text{ tai } \mathbf{u}_{\min}^- \geq \mathbf{u}^- \geq \mathbf{u}_{\max}^-. \end{aligned} \quad (6.22)$$

Šios sąlygos užtikrina tamprios plastinės konstrukcijos darbą ir tai leidžia ją optimizuoti pagal (6.15) – (6.21) matematinį modelį. Kitu atveju, uždavinys neturėtų sprendinio.

Ribojami charakteringų pjūvių poslinkiai: horizontalus rėmo poslinkis kolonų viršuje, kurio ribinė reikšmė 21 cm ($u_5^+ = 0,21$, $u_5^- = 0$) ir vertikalus santvaros įlinkis, kurio ribinė reikšmė yra 15 cm ($u_{15}^+ = 0,15$, $u_{15}^- = 0$).

Turėdami ribinių įrašų apatinių ribų vektorių ir apkrovos redukcijos faktorių $\gamma_{red} = 0,9999$, sprendžiame apkrovos ir poslinkių priklausomumo analizės uždavinį pagal (5.6) – (5.7) matematinį modelį. Su šiuo redukcijos faktoriumi rėmo poslinkių viršutinės ribos:

horizontaliają kryptimi – kolonos viršuje:

$$\mathbf{u}_{\max 15}^+ = \mathbf{u}_{e15} + \mathbf{u}_{r15} = 2,2 + 23,0 = 25,2 \text{ cm};$$

vertikaliają kryptimi – santvaros viduryje:

$$\mathbf{u}_{\max 5}^+ = \mathbf{u}_{e5} + \mathbf{u}_{r5} = 26,6 + 7,6 = 34,2 \text{ cm}.$$

Mažinant apkrovos faktorių iki $\gamma_{red.} = 0,5037$, nustatome rėmo poslinkių apatines ribas (susidarant pirmajam plastiniam lankstui):

horizontaliają kryptimi – kolonos viršuje:

$$\mathbf{u}_{\min 15}^+ = \mathbf{u}_{e15} + \mathbf{u}_{r15} = 1,1 + 0,0 = 1,1 \text{ cm};$$

vertikaliają kryptimi – santvaros viduryje:

$$\mathbf{u}_{\min 5}^+ = \mathbf{u}_{e5} + \mathbf{u}_{r5} = 13,4 + 0,0 = 13,4 \text{ cm}.$$

Taigi, esant tokioms uždavinio sąlygoms, pateiktos poslinkių kitimo ribos yra tarp šių reikšmių ir tenkina (6.22) būtinąją sąlygą, vadinasi, tampriosios plastinės konstrukcijos darbas yra užtikrintas:

$$\mathbf{u}_{\min 15}^+ = 1,1 < \mathbf{u}_{15}^+ = 15,0 < \mathbf{u}_{\max 15}^+ = 25,2;$$

$$\mathbf{u}_{\min 5}^+ = 13,4 < \mathbf{u}_5^+ = 21,0 < \mathbf{u}_{\max 5}^+ = 34,2.$$

Pradinis taškas parenkamas taip, kad poslinkių reikšmės, apskaičiuotos su pradinio taško ribiniais momentais, būtų didesnės už plastinio irimo metu gautąsias poslinkių reikšmes, t. y. būtų didesnės už tamprias ir mažesnės už suirties metu gautąsias. Todėl pradinio taško vektorius $\mathbf{S}_0^{pr}$ visuomet turi būti didesnis už $\mathbf{S}_0^{pl} - \mathbf{S}_0^{pr} = [80 \ 320 \ 350 \ 400 \ 470]^T$.

Išsprendę analizės uždavinį su šiuo pradiniu ribinių įrašų vektoriumi gauname, kad pradinės ribojamųjų poslinkių reikšmės atitinka būtinąsias sąlygas (6.22), nes:

$$1,1 < \mathbf{u}_{15}^{pr} = 13,3 < 25,2;$$

$$13,4 < \mathbf{u}_5^{pr} = 17,4 < 34,2.$$

Standumo apribojimai (2 atvejis)

Ribojami charakteringų pjūvių poslinkiai: horizontalus rėmo poslinkis kolonų viršuje, kurio ribinė reikšmė 4 cm ($u_5^+ = 0,04$, $u_5^- = 0$) ir vertikalus santvaros įlinkis, kurio ribinė reikšmė yra 2 cm ($u_{15}^+ = 0,02$, $u_{15}^- = 0$).

Turėdami ribinių įrašų apatinių ribų vektorių ir apkrovos redukcijos faktorių $\gamma_{red} = 0,9999$, sprendžiame apkrovos ir poslinkių priklausomumo analizės uždavinį pagal (5.6) – (5.7) matematinį modelį. Su šiuo redukcijos faktoriumi rėmo poslinkių viršutinės ribos:

horizontaliaja kryptimi – kolonos viršuje:

$$u_{5,max}^+ = u_{5,e} + u_{5,r} = 5,19 + 0,00 = 5,19 \text{ cm};$$

vertikaliaja kryptimi – santvaros viduryje:

$$u_{15,max}^+ = u_{15,e} + u_{15,r} = 1,21 + 5,46 = 6,67 \text{ cm}.$$

Apkrovos faktorių mažiname iki $\gamma_{red} = 0,7783$, kai atsiveria pirmasis plastinis lankstas santvaros apatinės juostos strypuose N_{12} ir N_{13} , o poslinkių reikšmės:

horizontaliaja kryptimi – kolonos viršuje:

$$u_{5,min}^+ = u_{5,e} + u_{5,r} = 4,00 + 0,00 = 3,80 \text{ cm};$$

vertikaliaja kryptimi – santvaros viduryje:

$$u_{15,min}^+ = u_{15,e} + u_{15,r} = 0,90 + 0,00 = 0,90 \text{ cm}.$$

Taigi esant tokioms uždavinio sąlygoms, pateiktos poslinkių kitimo ribos yra tarp šių reikšmių ir tenkina (6.22) būtinąją sąlygą, vadinasi, tampriosios plastinės konstrukcijos darbas yra užtikrintas:

$$u_{min15}^+ = 0,9 < u_{15}^+ = 2,0 < u_{max15}^+ = 6,67;$$

$$u_{min5}^+ = 3,80 < u_5^+ = 4,0 < u_{max5}^+ = 5,19.$$

Optimizacijos procesui parenkamos startinės ribinių įrašų reikšmės, kurios yra 20 % didesnės negu S_0^{pl} . Pradinio taško vektorius S_0^{pr} visuomet turi būti didesnis už S_0^{pl} – $S_0^{pr} = [220 \ 80 \ 450 \ 450 \ 450]^T$.

Išsprendę analizės uždavinį su šiuo pradiniu ribinių įrašų vektoriumi gauname, kad pradinės ribojamųjų poslinkių reikšmės atitinka būtinąsias sąlygas (6.22), nes:

$$4,00 < u_{15}^{pr} = 4,48 < 5,19;$$

$$0,9 < u_5^{pr} = 3,94 < 6,67.$$

6.3. Skaitinis eksperimentas

Statinės formuluotės uždavinio (6.15) – (6.21) matematinio modelio apribojimai yra iliustruojamas 6.1 lentelė pagal literatūroje pateikiamą metodiką (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

6.1 lentelė. Tiesiniai rėmo optimizavimo uždavinio (6.15) – (6.21) apribojimai

	λ_1	λ_2	...	λ_{80}	M_{01}	M_{02}	M_{03}	N_{01}	N_{02}		
	1	2	...	80	81	82	83	84	85		
1	$-\Phi G$				Γ					$\geq$	86
2											
...											
80											
81	E				0					$\geq$	ΦS_i
82											
...											
160											
161	$\bar{H}_5 \Phi^T$									$\leq$	I atvejis
162										$\bar{H}_{15} \Phi^T$	$\leq$
163	0				1					$\geq$	$0,21 - u_{e5}$
164						1				$\geq$	$0,15 - u_{e15}$
165							1			$\geq$	80
166								1		$\geq$	320
167									1	$\geq$	350
168	0				14,4	6,8	10,2	13,6	24,8	$\geq$	400
										$\geq$	470
										$\Rightarrow$	min

$0,02 - u_{e5}$
$0,04 - u_{e15}$
220
80
450
450
450

Šioje lentelėje pirmuosiuose 80 stulpelių yra surašyti ieškomieji dydžiai – plastiniai daugikliai λ , kurių išdėstymas nurodomas matricos Γ koeficientais. Likę penki stulpeliai atitinka ieškomąsias ribines įrašas. Diskretinio modelio takumo sąlygos užrašytos pirmose 80 eilučių, 81 – 160 eilutėse – sąlygos, ribojančios plastinių daugiklių ženklus. 161 ir 162 yra užrašytos poslinkių apribojimų sąlygos, 163 – 167 eilutėse – sąlygos, apribojančios minimalias ribinių lenkimo momentų reikšmes. Tikslų funkcijos koeficientai, atitinkantys optimizuojamų elementų ilgus, užrašyti 168 eilutėje.

Šį uždavinį spręsimė, taikydami *MatLab* paketo paprogramę **fmincon**. Ši paprogramė realizuoja netiesinį sąlyginį optimizavimo uždavinį, kurio bendrasis matematinis modelis yra:

$$\text{Rasti} \quad f(X) = f(X_1, X_2, \dots, X_n) \rightarrow \min, \quad (6.23)$$

$$\text{kai} \quad C_{nq}(X) \equiv C_{nq}(X_1, X_2, \dots, X_n) \leq 0, \quad (6.24)$$

$$C_{eq}(X) \equiv C_{eq}(X_1, X_2, \dots, X_n) = 0, \quad (6.25)$$

$$A_{nq} X \leq b_{nq}, \quad (6.26)$$

$$A_{eq} X = b_{eq}, \quad (6.27)$$

$$lb \leq X \leq ub. \quad (6.28)$$

čia $X = [X_1, X_2, \dots, X_n]^T$ – uždavinio nežinomųjų vektorius;

$C_{nq}(X)$ – uždavinio netiesinių apribojamųjų nelygybių vektorinė funkcija;

$C_{eq}(X)$ – uždavinio netiesinių apribojamųjų lygybių vektorinė funkcija;

A_{eq} ir A_{nq} – atitinkamai apribojančių nelygybių ir apribojančių lygybių koeficientų matricos;

b_{eq} ir b_{nq} – apribojančių nelygybių ir apribojančių lygybių laisvųjų narių vektoriai;

lb ir ub – nežinomųjų X apatinių ir viršutinių ribų vektoriai.

Kreipinio į paprogramę sintaksė yra tokia:

```
% 2.9 Netiesinio uždavinio sprendimas paprograme fmincon
% Tam tikslui sudaryti funkcijas (function handle):
% myfunpos - tikslo funkcijai skaiciuoti
% myconpos - netiesiniams apribojimams skaiciuoti
[x,fval,exitflag,output,lambda]=fmincon(@myfunpos1,x0,Aeq,bnq,Aeq,beq,lb,ub,@myconpos1)
```

čia **@myfunpos** – nuoroda į funkciją (*function handle*), kuri leidžia paprogramei **fmincon** pritaikyti visą informaciją, kuri būtina tikslo funkcijos $f(X)$ reikšmei apskaičiuoti;

@myconpos – analogiška nuoroda, kuri leidžia paprogramei **fmincon** pritaikyti visą informaciją, kuri būtina netiesinių funkcijų $C_{nq}(X)$ ir $C_{eq}(X)$ reikšmėms apskaičiuoti;

X0 – nežinomųjų X pradinių reikšmių vektorius (gali būti nulinis).

Paprogramės „**fmincon**“ darbo rezultatai:

X – nežinomųjų reikšmės;

fval – tikslo funkcijos reikšmė;

exitflag > 0, optimalus uždavinio planas (sprendinys);

= 0, leistinas taškas;

< 0, nėra sprendinio.

Sudaryta skaičiavimo valdymo programa taiko paprogramę **myfunpos** (*function handle* tipo) tikslo funkcijai apskaičiuoti ir paprogramę **myconpos** (*function handle* tipo) uždavinio (6.13) – (6.21) netiesinėms sąlygoms $C_{eq}(X)=0$, reiškiančioms matematinio programavimo griežtumo sąlygas:

$$C_{eq}(X) \equiv \lambda^T (\Gamma S_0 - \Phi G \lambda - \Phi D^{-1} A^T K^{-1} F). \quad (6.29)$$

Įvestinės bylos, kurios reikalingos optimizavimo uždavinių ribojant poslinkius sprendimui *MatLab* aplinkoje, yra pateiktos G priede.

Skaičiavimo rezultatų analizė

Atlikus analizuojamo rėmo iteracinį skaičiavimą (pasirinktas tikslumas $eps = 0,5\%$), optimalus projektas pirmuoju atveju, kada ribojami tik konstrukcijos poslinkiai, buvo pasiektas po 5 iteracijų.

Antruoju atveju, kai ribojami poslinkiai ir įvertinamas gniuždomų strypų stabilumas – po 2 iteracijų. Pirmuoju atveju iš viso susidaro 5 plastiniai lankstai – 2 ir 9 santvaros tinklelio strypuose, 12 ir 13 santvaros apatinės juostos strypuose ir kolonos bazės 26 mazge, o antruoju atveju susidaro 2 plastiniai lankstai – 12 ir 13 santvaros apatinės juostos strypuose. Optimizacijos iteracinio proceso metu projektuojamųjų parametrų kitimo dinamika yra pateikta 6.2 ir 6.3 lentelėse: nulinėje eilutėje surašytos startinės ribinių įrašų (kNm , kN) ir tikslo funkcijos reikšmės (kNm^2), optimalus rėmo projektas pateiktas abiejų lentelių paskutinėse eilutėse.

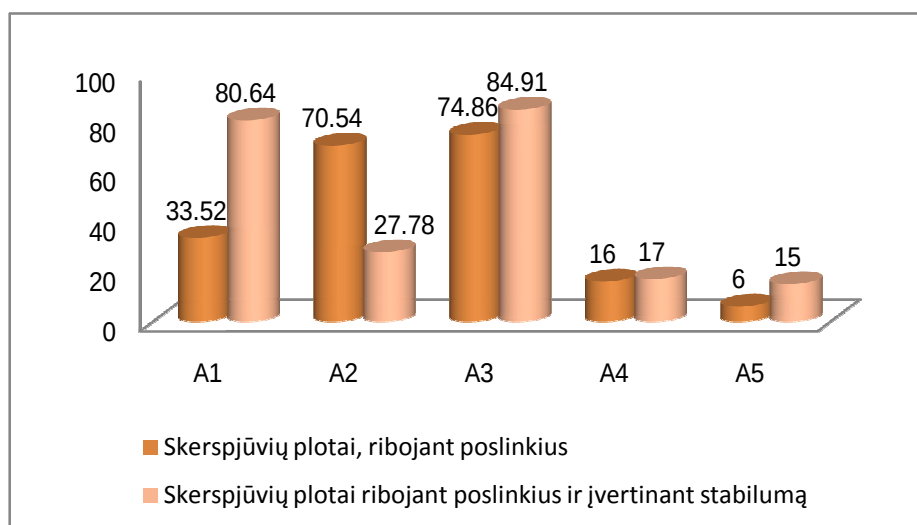
6.2 lentelė. Optimizavimo ribojant poslinkius rezultatai

Iteracija	M_{01}	M_{02}	M_{03}	N_{01}	N_{02}	$L^T S_0$
0	80,0	320,0	350,0	400,0	170,0	16554
1	76,73	295,8	332,78	420,30	157,65	16136
2	78,78	290,6	334,35	526,24	192,63	21411
3	77,88	295,8	332,78	348,0	127,57	14424
4	78,61	295,8	332,78	438,82	160,86	16495
5	77,96	295,8	332,78	438,86	160,86	16486

6.3 lentelė. Optimizavimo, įvertinant standumo ir strypų stabilumo reikalavimus, rezultatai

Iteracija	M_{01}	M_{02}	M_{03}	N_{01}	N_{02}	$L^T S_0$
0	240,0	80,0	450,0	450,0	450,0	25870
1	199,43	46,52	427,46	459,74	406,25	23876
2	199,43	46,52	427,46	459,87	406,25	23877

Iš rezultatų matyti, kad ribojant konstrukcijos poslinkius ir įvertinant stabilumą, optimalus projektas pasiekiamas po mažiau iteracijų. Tai lemia konstrukcijos gniuždomų strypų stabilumo ribojimai, kurie riboja laisvą plieno netamprių deformacijų plitimą, kartu sumažindami ir intervalą nuo pirmojo plastinio lanksto susidarymo iki konstrukcijos plastiškosios suirties (žr. 5.2 ir 5.3 pav.).



6.1 pav. Skerspjūvių plotai, cm^2

Pirmuoju atveju, kai apribojimais įvertinami tik standumo reikalavimai, skerspjūvių plotai gaunami žymiai mažesni, nei tada, kai įvertinami stabilumo reikalavimai (žr. 6.1 pav.). Tačiau reikia pabrėžti, kad gautas optimalus projektas, su mažesniais skerspjūvių plotais, netenkina ribinio tinkamumo būvio.

Pagal gautąjį optimalų planą (skerspjūvių plotus), iš sortimentų pagal skerspjūvių plotus parenkami artimiausi karštojo valcavimo stačiakampio skerspjūvio vamzdžiai. Rėminės konstrukcijos kolonomis ir santvaros viršutinei juostai – stačiakampio skerspjūvio vamzdžiai, santvaros apatinei juostai ir tinkleliui – kvadratinio skerspjūvio vamzdžiai (žr. 6.4 ir 6.5 lent.).

6.4 lentelė. Rėminės konstrukcijos elementų charakteristikos (pirmas atvejis)

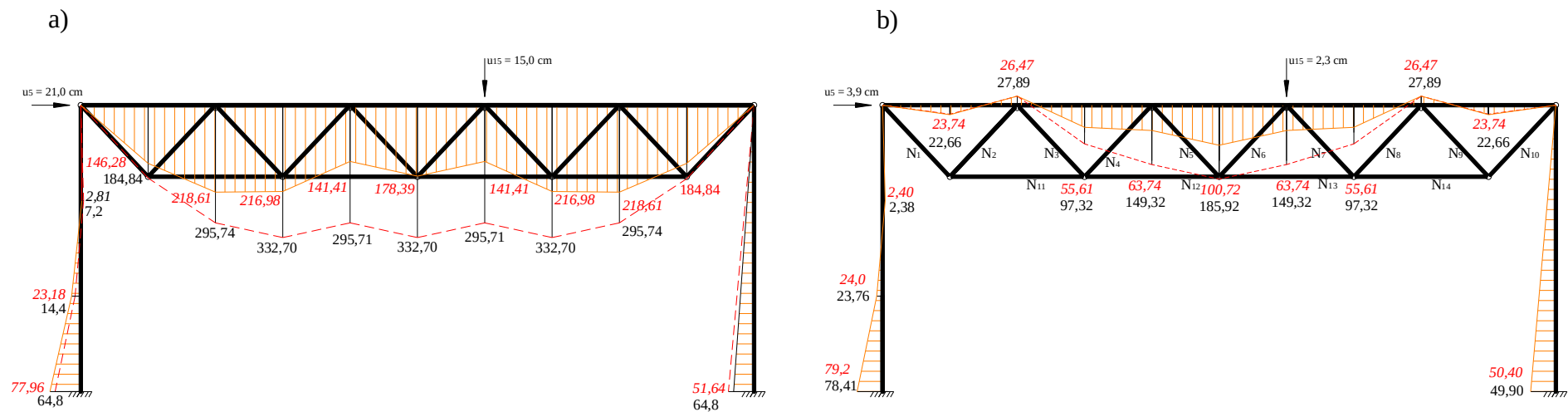
Elementas	Profilio Nr.	A, cm^2	W_{pl}, cm^3	I_y, cm^4	Masė, kg/m
<i>Kolonos</i>					
M_{01}	RHS 220x120x6.3	38,89	185,85	979,19	31,3
<i>Santvara</i>					
Viršutinė juosta M_{02}	RHS 300x100x8	72,57	285,25	1224,41	57,0
Viršutinė juosta M_{03}	RHS 300x200x8	75,24	574,46	5041,67	59,1
Apatinė juosta N_{01}	RHS 90x90x5	16,36	51,41	192,93	12,8
Tinklelis N_{02}	RHS 50x50x4	6,95	11,73	23,74	5,45

6.5 lentelė. Rėminės konstrukcijos elementų charakteristikos (antras atvejis)

Elementas	Profilio Nr.	A, cm^2	W_{pl}, cm^3	I_y, cm^4	Masė, kg/m
<i>Kolonos</i>					
M_{01}	RHS 300x100x10	92,57	698,08	6057,73	72,7
<i>Santvara</i>					
Viršutinė juosta M_{02}	RHS 200x120x5	30,36	141,45	750,14	23,8
Viršutinė juosta M_{03}	RHS 300x200x10	92,57	698,08	6057,73	72,7
Apatinė juosta N_{01}	RHS 120x120x5	22,36	95,45	485,47	17,6
Tinklelis N_{02}	RHS 120x120x6	26,43	111,61	562,16	20,8

Pirmojo skaičiavimo metu gautų paskutinės iteracijos tampriųjų, liekamųjų ir tikrųjų lenkimo momentų ir ašinių jėgų reikšmės yra pateiktos G priedo G.1 lentelėje. G.1 lentelėje palyginimui yra pateiktos rėmo įrašų analizės, atliktos esant ribinėms įrašoms, gautoms plastinio irimo metu, rezultatai prieš pat plastiškąją suirtį. G.2 lentelėje pateiktos tampriųjų, liekamųjų ir tikrųjų poslinkių reikšmės. Palyginimui pateiktos analizės metu gautos poslinkių reikšmės.

Lenkimo momentų diagramos pavaizduotos 6.2 paveiksle. Ištininė linija atitinka lenkimo momentų pasiskirstymą, kai rėmo poslinkiai yra apriboti. Brūkšninė linija vaizduoja lenkimo momentų pasiskirstymą prieš pat plastiškąją suirtį. Šią būklę atitinkančios įrašų reikšmės diagramoje yra pateiktos pasviruoju šriftu. Atitinkamai pagal sužymėtus santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypus, tikrosios ašinės jėgos pateikiamos 6.6 lentelėje, antrajam skaičiavimo atvejui atitinkamai 6.7 lentelėje.



6.2 pav. Lenkimo momentai (kNm), ribojant poslinkius, sujungti oranžine linija ir lenkimo momentai (kNm), iki plastiškos irties, sujungti brūkšnine raudona linija: a) pirmasis skaičiavimo atvejis; b) antrasis skaičiavimo atvejis

6.6 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų tikrosios ašinės jėgos, kN (pirmasis skaičiavimo atvejis)

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{14}
160,86	-160,86	160,86	-160,86	0	0	-160,86	160,86	-160,86	160,86	219,41	438,82	438,82	219,41

6.7 lentelė. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio strypų tikrosios ašinės jėgos, kN (antrasis skaičiavimo atvejis)

N_1	N_2	N_3	N_4	N_5	N_6	N_7	N_8	N_9	N_{10}	N_{11}	N_{12}	N_{13}	N_{14}
248,56	-248,56	82,68	-82,68	0	0	-82,68	82,68	-248,56	248,56	339,04	451,81	451,81	339,04

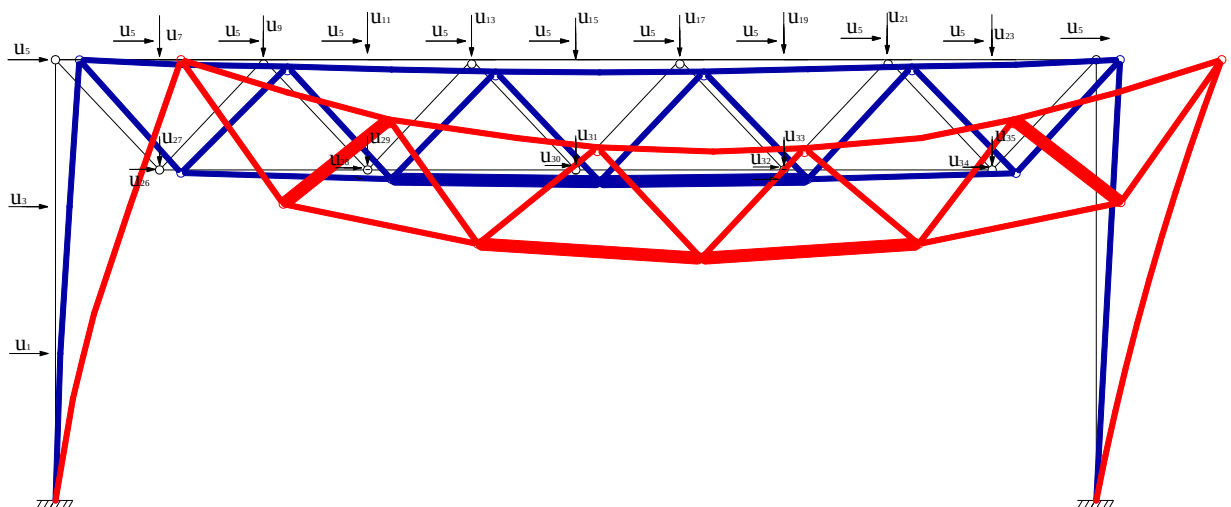
Pagal gautas linijinių poslinkių reikšmes, 6.3 paveiksle raudona spalva nubraižyta rėmo deformuota schema, kai yra įvertinamas konstrukcijos stiprumas ir standumas, storesnė raudona linija rodo strypus, kurie jau patyrė plastines deformacijas ir pradėjo tekėti. Vienas plastinis lankstas susidarė kairiosios kolonos atraminiame mazge (1 pjūvis, žr. 3.3 pav.).

Mėlyna spalva nubraižyta rėmo deformuota schema, kai yra įvertinamas konstrukcijos stiprumas, standumas ir stabilumas. Storesnė mėlyna linija rodo strypus, kurie pasireiškus plastinėms deformacijoms, pradėjo tekėti, tai – santvaros N_{12} ir N_{13} strypai (žr. 3.3 pav.).

Rėmo poslinkių palyginimas pateiktas 6.6 lentelėje. Gautų rezultatų analizė rodo, kad ribinės poslinkių reikšmės turi įtakos optimizuojant konstrukcijas, nes kai kurių mazgų poslinkių reikšmės yra ribinės arba joms artimos.

6.8 lentelė. Rėminės konstrukcijos poslinkiai

	Ribojant poslinkius	Ribojant poslinkius ir įvertinant stabilumą
Horizontalus poslinkis	$u_{5,\max} = 21,0 \text{ cm}$	$u_{5,\max} = 3,93 \text{ cm}$
Vertikalus įlinkis	$u_{15,\max} = 15,0 \text{ cm}$	$u_{15,\max} = 2,07 \text{ cm}$



6.3 pav. Deformuotas būvis

Primename, kad pirmuoju atveju buvo ribojamas horizontalus rėmo poslinkis kolonų viršuje, kurio ribinė reikšmė 21 cm ($u_5^+ = 0,21$, $u_5^- = 0$) ir vertikalus santvaros įlinkis, kurio ribinė reikšmė yra 15 cm ($u_{15}^+ = 0,15$, $u_{15}^- = 0$). Iš lentelės matyti, kad poslinkių dydžiai pasiekia ribinius. Ribinių poslinkių reikšmės parenkamos gana didelės tam, kad iteracijų būdu būtų galima išsamiau išnagrinėti konstrukcijos darbą ir plastinių lankstų atsiradimą prieš pat jai plastiškai suyrant.

Antruoju atveju – horizontalus rėmo poslinkis kolonų viršuje, kurio ribinė reikšmė 4 cm ($u_5^+ = 0,04$, $u_5^- = 0$) ir vertikalus santvaros įlinkis, kurio ribinė reikšmė yra 2 cm ($u_{15}^+ = 0,02$, $u_{15}^- = 0$). Poslinkių dydžių reikšmės yra artimos ribinėms ir atitinka normatyviniuose dokumentuose reglamentuojamas ribinių įlinkių ir poslinkių reikšmes tokio tipo konstrukcijai, tačiau konstrukcijos darbas plastinėje būsenoje mažai pastebimas, nes atsiranda tik 2 plastiniai lankstai (du santvaros strypai ima tekėti).

Gautas optimalus visų rėmo elementų tūris ir bendra rėmo masė atitinkamai abiem atvejais:

$$V = \mathbf{L}^T \mathbf{A} \cdot 10^{-4} = 0,2251 \text{ m}^3;$$

$$G = 1766 \text{ kg};$$

$$V = \mathbf{L}^T \mathbf{A} \cdot 10^{-4} = 0,3443 \text{ m}^3;$$

$$G = 2705 \text{ kg}.$$

Apibendrinimas

Atlikus rezultatų analizę, galima teigti, kad konstrukcijos optimizavimas ribojant poslinkius ne visada tenkina eksploatacijos reikalavimus. Tačiau būtina pabrėžti, kad uždavinio rezultatai priklauso nuo pasirinkamų ribojamųjų poslinkių ribinių reikšmių. Kadangi pirmuoju atveju buvo norima iširti konstrukcijos elgseną plastiniame būvyje, tai ribinės poslinkių reikšmės priimtose didesnės, negu yra apibrėžta statybos techniniame reglamente ar kituose norminiuose dokumentuose tokio tipo konstrukcijoms.

Antruoju atveju, kai poslinkių ribinės reikšmės pasirenkamos pagal eksploatacijos reikalavimus ir yra įvertinamas gniuždomų strypų stabilumas, gaunama optimaliai suprojektuota rėminė konstrukcija, kuri tenkina ribinius saugos ir tinkamumo reikalavimus, t. y. konstrukcijos stiprumo, standumo ir stabilumo reikalavimus.

7. OPTIMALIOS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS SPRENDINIO ANALIZĖ TAKANT BAIGTINIŲ ELEMENTŲ KOMPIUTERINES PROGRAMAS

7.1. Bendrosios pastabos

Rėminės konstrukcijos įtempto – deformuoto būvio nustatymui gali būti taikomi įvairūs metodai, tačiau vienas populiariausių yra skaitinis eksperimentas. Šis eksperimentas yra alternatyva realiam eksperimentui, kuris, deja, yra labai brangus. Skaitinį eksperimentą, skirtą nusakyti tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį, galima atlikti taikant baigtinių elementų metodą.

Baigtinių elementų metodo analizės rezultatų tikslumą sąlygoja tokie veiksniai, kaip konstrukcijos geometrija, baigtinių elementų tinklelio tankis, kraštinės sąlygos ir kt.

Rėminės konstrukcijos įtempto deformuoto būvio nustatymas, taikant baigtinių elementų metodą, nėra paprastas uždavinys. Norint gauti tikslius skaitinio eksperimento rezultatus, būtina teisingai apibrėžti analizuojamos konstrukcijos kraštinės sąlygas, parinkti teisingą baigtinių elementų tipą, jų dydį ir kiekį.

7.2. Skaitinis eksperimentas

Skaitinį eksperimentą atliekame taikydami standartines baigtinių elementų metodo kompiuterines programas *SolidWorks Simulation* ir *Staad.Pro V8i*. Gautus skaičiavimo rezultatus lyginame su *MatLab* programa gautu konstrukcijos įtempto deformuoto – būvio tampriu sprendiniu.

Tam tikslui, rėminę konstrukciją sudaliname į strypinius baigtinius elementus ir darome prielaidą, kad konstrukcijos medžiaga dirba idealiai tampriai, t. y. jai galioja *Huko* dėsnis.

Property	Value	Units
Elastic Modulus in X	2.100000031e+011	N/m ²
Poisson's Ration in XY	0.28	N/A
Shear Modulus in XY	7.9e+010	N/m ²
Mass Density	7800	kg/m ³
Tensile Strength in X	410000000	N/m ²
Compressive Strength in X		N/m ²
Yield Strength	275000000	N/m ²

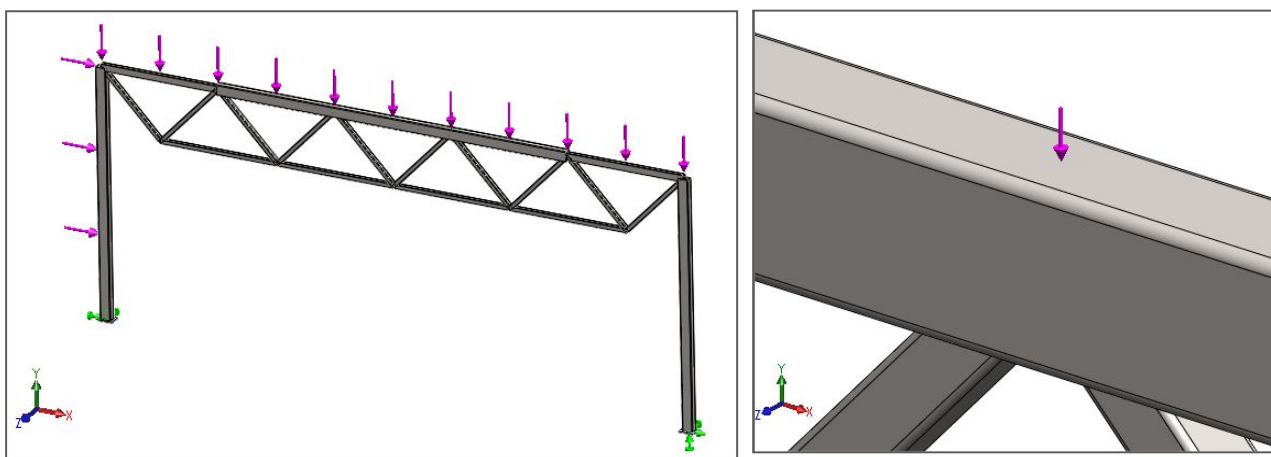
7.1 pav. Kolonų ir santvaros viršutinės juostos plieno charakteristikos

Property	Value	Units
Elastic modulus	2.100000031e+011	N/m ²
Poisson's ratio	0.28	N/A
Shear modulus	7.9e+010	N/m ²
Mass density	7800	kg/m ³
Tensile strength	360000000	N/m ²
Compressive Strength in X		N/m ²
Yield strength	235000000	N/m ²

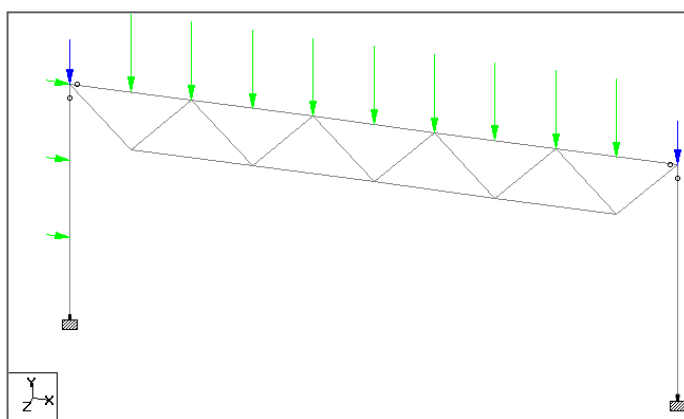
7.2 pav. Santvaros apatinės juostos ir tinklelio plieno charakteristikos

Apkrovimo sąlygos

Rėmas su santvara apkraunamas mazgine apkrova (žr. 7.3, 7.4 pav.). Reikia pabrėžti, kad apkraunant rėmą *SolidWorks Simulation* aplinkoje (žr. 7.4 pav.), koncentruota jėga pridedama ant trimačio elemento (šiuo atveju santvaros viršutinės juostos) viršaus, o ne ašinių linijų sankirtos mazge. Tokiu būdu gaunami tikslesni skaičiavimo rezultatai ir apkrovos pobūdis yra realesnis.



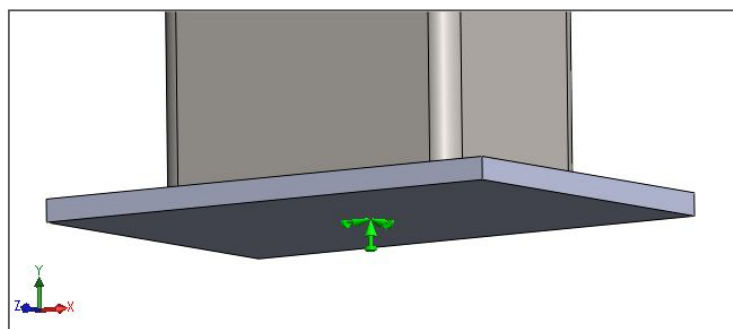
7.3 pav. Rėmo apkrovimo schema *SolidWorks Simulation* aplinkoje



7.4 pav. Rėmo apkrovimo schema *Staad.Pro V8i* aplinkoje

Atraminės sąlygos

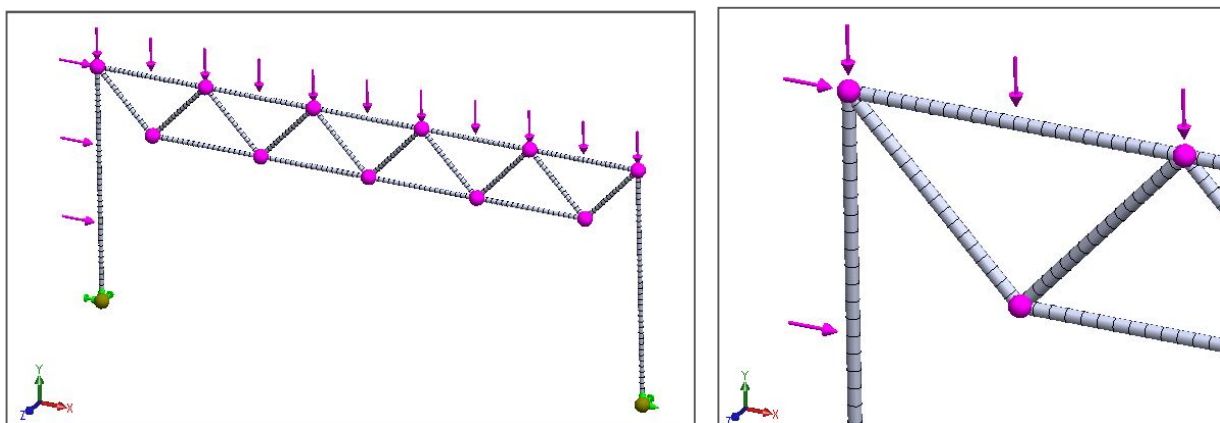
Rėmo kolonų bazės mazgai yra standžiai įtvirtinti. Reikia pabrėžti, kad *SolidWorks Simulation* aplinkoje, kai konstrukcija yra sudalinama į strypinius (vienmačius) baigtinius elementus, atraminius mazgus reikia įtvirtinti skerspjūvio centre (žr. 7.5 pav.), kitu atveju, kai konstrukcija sudalinama į dvimačius ar trimačius elementus – skerspjūvio kontūre.



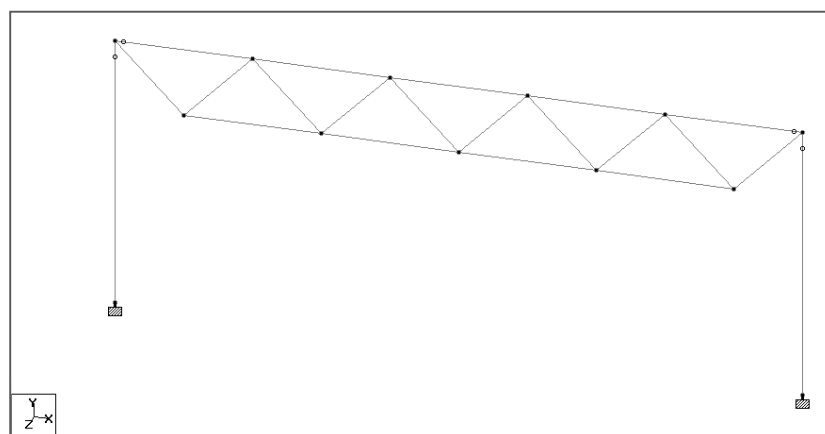
7.5 pav. Rėmo standi atrama *SolidWorks Simulation* aplinkoje

Strypinių baigtinių elementų generavimas

Analizuojamas rėmas *SolidWorks Simulation* aplinkoje modeliuojamas iš strypinių baigtinių elementų tinklo. Tokio tipo baigtiniais elementais rėmas yra modeliuojamas ir *Staad.Pro V8i* aplinkoje, tačiau šioje programoje atskirai generuoti baigtinių elementų tinklo nereikia, nes braižant modelio geometriją, linijos, jungiančios mazgus, ir yra traktuojamos kaip strypiniai baigtiniai elementai.



7.6 pav. Strypinių BE tinklas *SolidWorks Simulation* aplinkoje

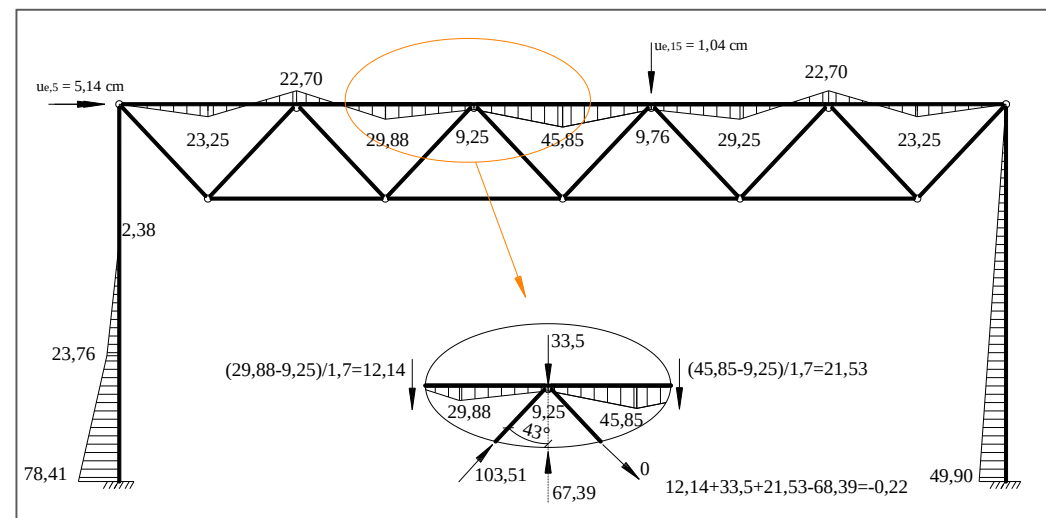
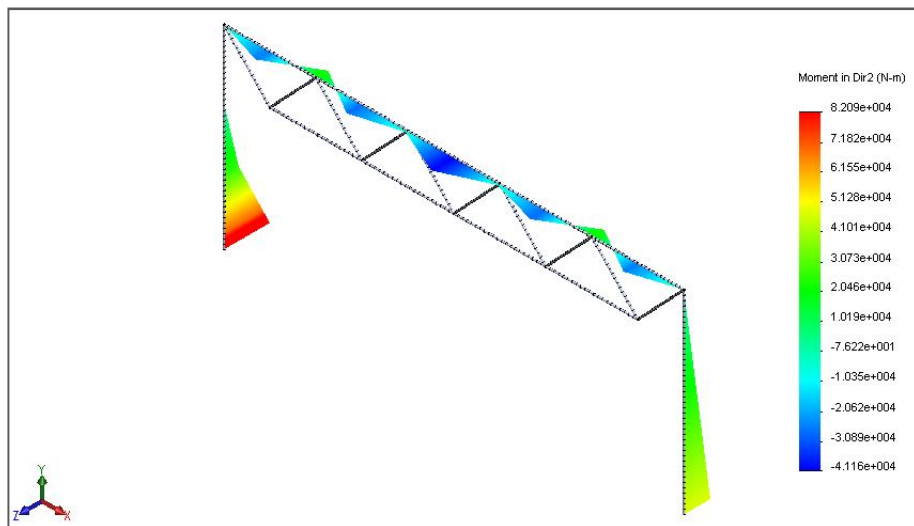


7.7 pav. Strypiniai BE *Staad.Pro V8i* aplinkoje

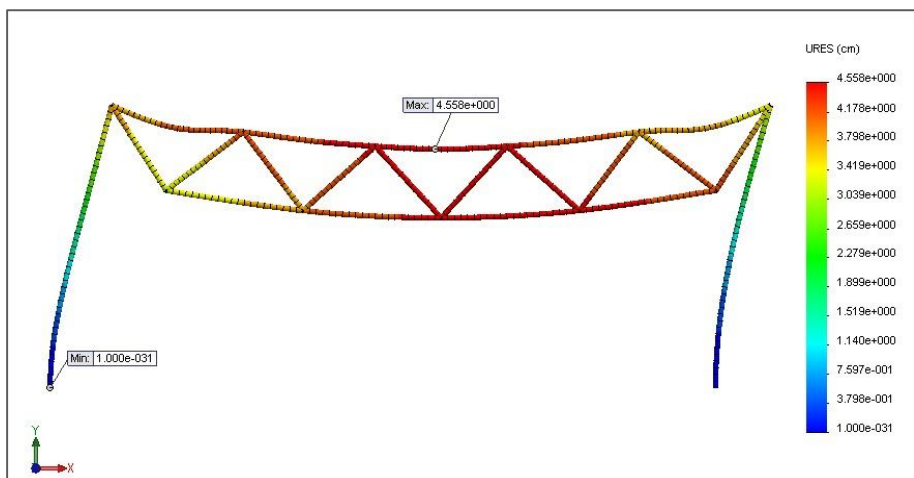
Skaičiavimo rezultatų analizė

Taigi, atlikus modeliavimo procesą ir suskaidžius konstrukciją į baigtinius elementus, sprendžiamas analizės uždavinys, kurio metu ieškoma rėminės konstrukcijos tikrojo įtempių ir deformacijų būvio. *SolidWorks Simulation* aplinkoje nežinomieji yra įtempiai, kuriais remiantis galima daryti prielaidas ir išvadas apie konstrukcijos laikomąją galią. Taip pat gaunami įrąžų ir poslinkių dydžiai, kuriuos lyginsime su *MatLab* programa gautais tampraus sprendinio antrojo atvejo rezultatais.

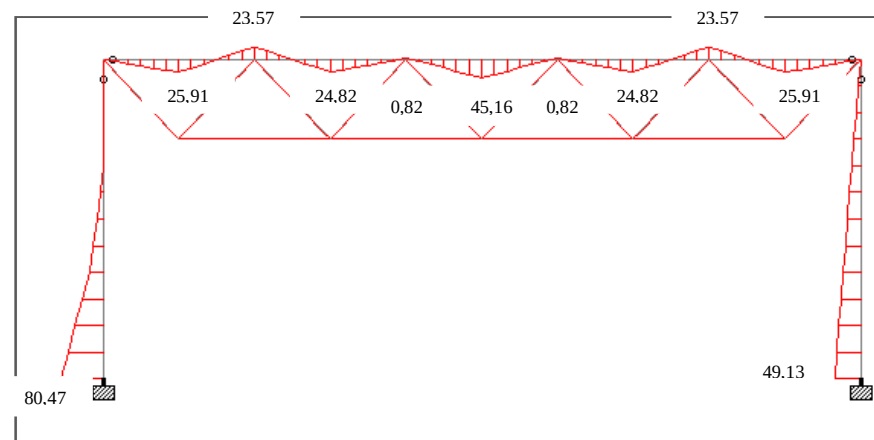
Staad.Pro V8i aplinkoje atlikta skerspjūvių optimizacija ir gauti jų plotai lyginami su *MatLab* programa gautais tampraus sprendinio antrojo atvejo rezultatais. Programoje baigtiniai elementai sugrupuoti taip, kad atitiktų *MatLab* programoje įvestas ribinių įrąžų grupes.



7.8 pav. Lenkimo momentų diagrama, kNm ir mazgo pusiausvyra (*MatLab* rezultatai)



7.10 pav. Lenkimo momentų ir poslinkių pasiskirstymas rėme (*SolidWorks Simulation* rezultatai)



7.9 pav. Lenkimo momentų diagrama (*Staad.Pro V8i* rezultatai)

7.2 lentelė. Įvertinant stiprumą, standumą ir stabilumą gauti skerspjūvių plotai , cm^2

Kolona A_1	Santvaros viršutinė juosta A_2	Santvaros viršutinė juosta A_3	Santvaros apatinė juosta A_4	Santvaros tinklelis A_5
80,64	33,5	61,2	16,0	15,0

Charakteringų pjūvių poslinkiai: $u_{horiz.} = 3,93 \text{ cm}$, $u_{vert.} = 0,95 \text{ cm}$.

7.3 lentelė. *Staad.Pro V8i* gauti skerspjūvių plotai , cm^2

Kolona A_1	Santvaros viršutinė juosta A_2	Santvaros viršutinė juosta A_3	Santvaros apatinė juosta A_4	Santvaros tinklelis A_5
61,2	33,5	61,2	18,4	14,9

Charakteringų pjūvių poslinkiai: $u_{horiz.} = 5,46 \text{ cm}$, $u_{vert.} = 2,92 \text{ cm}$.

Iš gautų rezultatų matyti, kad *Staad.Pro V8i* gauti kolonų ir santvaros viršutinės juostos skerspjūvių plotai yra mažesni negu įvertinant stiprumą, standumą ir stabilumą ar analizės uždavinyje. Tam įtakos turi gniuždomų strypų stabilumo sąlygų įtraukimas į matematinių modelių apribojimų sąlygas.

IŠVADOS IR REKOMENDACIJOS

Teorinės dalies apibendrinimas, išvados ir rekomendacijos

Atlikus optimizacijos uždavinių sudarymo principų analizę, nustatyta, kad:

- o tamprių plastinių sistemų matematinių modelių sudarymas pagrįstas ekstreminiais energiniais principais. Šie principai apibrėžia tikrąjį įrąžų ir deformacijų būvį prieš pat plastiškąją suirtį, o paprastosios plastiškosios suirties metu – įrąžų ir deformacijų greičių būvį;
- o skirtingų tipų uždaviniams ekstreminiai energiniai principai yra skirtingi. Jie matematiškai išreiškiami dualiomis matematinio programavimo uždavinių poromis. Šių uždavinių tikslo funkcija išreiškia energinės išraiškos minimumą arba maksimumą, o apribojimų sąlygos – statikos lygtis ir nelygybių pavidalo takumo sąlygas;
- o tamprių plastinių rėminių konstrukcijų skaičiavimo uždaviniai ir jų matematiniai modeliai sudaro matematinio programavimo uždavinius. Jiems spręsti naudojami tiesinio arba iškiolojo programavimo algoritmai.

Skaitinio eksperimento apibendrinimas, išvados ir rekomendacijos

- o Sudarytas rėminės konstrukcijos, patyrusios plastines deformacijas, optimalaus projektavimo ir analizės uždavinių skaičiavimo algoritmas, kai yra įvertinamos plieno netampriosios savybės bei konstrukcijos stiprumas, standumas ir stabilumas.
- o Parodyta, kad tokiu atveju konstrukcijos optimalaus projekto paieška yra sudėtingas uždavinys dėl egzistuojančio ryšio tarp konstrukcijos tampraus atsako dydžių ir optimizuojamų parametrų, kurie lemia ribinių įrąžų dydžius. Todėl šie uždaviniai turi būti sprendžiami iteracijų būdu.
- o Skaičiavimo algoritmas pritaikytas plokščiam vieno tarpatramio rėmui su santvara. Projektuojama parenkant standartinius profiliuočius. Atlikti du skaitiniai eksperimentai: pirmuoju atveju įvertinamas rėminės konstrukcijos stiprumas ir standumas, antruoju – stiprumas, standumas ir stabilumas.
- o Atlikta tamprios plastinės rėminės konstrukcijos diskretizacija, taikant baigtinių elementų metodą – rėmas sudalintas į vienmačius strypinius baigtinius elementus. Diskretizuojant sistemą yra svarbu atsižvelgti į apkrovos pobūdį, kadangi tamprios plastinės sistemos įrąžų ir deformacijų būvis priklauso nuo apkrovimo eigos.

- Sukurtas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos projektavimo algoritmas pagal optimizavimo ir analizės uždavinių ciklą sudalintas į keturis pagrindinius etapus:
 1. ištirtas, sudarytas ir išspręstas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos ribinių įrašų pasiskirstymo uždavinio matematinis modelis bei nustatytos optimalios atlaikomosios ribinės įrašos S_0 , kurios panaudotos kituose uždavinių sprendimo etapuose;
 2. ištirtas, sudarytas ir išspręstas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos tikrųjų įrašų ir poslinkių uždavinio matematinis modelis. Reikia pabrėžti, kad sprendžiant šį analizės uždavinį iki plastiškosios suirimo būklės, pirmiausia reikia apskaičiuoti konstrukcijos tamprųjų sprendinį, nes tikrųjų įrašų ir poslinkių reikšmės gaunamos sumuojant liekamąsias įrašas ir poslinkius su atitinkamomis tampraus sprendinio įrašų bei poslinkių reikšmėmis;
 3. ištirtas, sudarytas ir išspręstas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos apkrovos ir poslinkių priklausomumo analizės uždavinys. Gauta ir sudaryta plastinio deformavimosi trajektorija, kuri vaizduoja ryšį tarp išorinės apkrovos ir poslinkių parametrų konstrukcijai patiriant plastines deformacijas, bet dar nesuyrant. Pagal plastinę deformavimosi trajektoriją nustatytos poslinkių ribinės reikšmės, reikalingos 4 etapo uždaviniui spręsti;
 4. ištirtas, sudarytas ir išspręstas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos optimizavimo uždavinio matematinis modelis, kuris įvertina ne tik saugos (stiprumo), bet ir tinkamumo (standumo bei stabilumo) būvio reikalavimus. Pagal apskaičiuotus skerspjūvių plotus gautas optimalus visų rėmo elementų tūris ir bendra rėmo masė. Aptarti optimalaus sprendinio paieškos iteracijų proceso ypatumai.
- Optimizacijos uždavinių matematinių modelių realizacijai tinka simbolinių matematinių perdirbimų kompiuterinis paketas *MatLab*. Šis paketas turi tradicinių programavimo kalbų galimybes, palaiko vektorinius ir matricinius veiksmus, turi specializuotas skaičiavimo funkcijas, tokias kaip standartinių ar didelio masto optimizacijos uždavinių algoritmų ir tiesinio bei netiesinio matematinio programavimo uždavinių sprendimas.
- Skaitinių eksperimentų rezultatai standartinėmis baigtinių elementų kompiuterinėmis programomis įrodo, kad optimizavimo ir analizės uždavinių algoritmas sudarytas teisingai ir yra efektyvus ieškant optimalios konstrukcijos projekto.
- Sudaryti optimizavimo ir analizės uždavinių algoritmo principai gali būti pritaikyti ir kitokio tipo konstrukcijoms.

LITERATŪROS SĄRAŠAS

- Arora J. S., Huang M. W. 1994. Methods for optimization of nonlinear problems with discrete variables: a review. *Structural Optimization* 8, p. 69-85.
- Atkočiūnas J., Čižas E. A. 2009. *Netamprių konstrukcijų mechanika*. Vilnius: Technika. 267 p.
- Atkočiūnas J., Karkauskas R. 2010. *Tampriųjų plastinių strypinių konstrukcijų optimizavimas*. Vilnius: Technika. 376 p.
- Atkočiūnas J., Čižas A. 2002. Aleksandras Čyras ir optimizacija statybinėje mechanikoje: analitinė apžvalga. Vilnius: Technika. 85 p.
- Atkočiūnas J., Nagevičius J. 2004. Tamprumo teorijos pagrindai. Vadovėlis. Vilnius: Technika. 515p.
- Babuška I., Whiteman J. R., Strouboulis T. 2011. *Finite Elements. An introduction to the method error estimation*. Oxford: Oxford University Press. 323 p.
- Barauskas R., Belevičius R., Kačianauskas R. 2004. *Baigtinių elementų metodo pagrindai*. Vadovėlis. Vilnius: Technika. 612 p.
- Baušys R. B., Karkauskas R. P. 1987. Tamprių-plastiškų rėmų optimizacija, esant standumo apribojimams. *Lietuvos mechanikos rinkinys* Nr. 29, p. 33-43 (rusų k.).
- Baušys R. B., Karkauskas R. P., Čyras A. A. 1989. Apie tamprių-plastiškų sistemų optimizacijos, esant ribotiems poslinkiams, sprendimo algoritmą. *Lietuvos mechanikos rinkinys* Nr. 31, p. 43-53 (rusų k.).
- Bazaraa Mokhtar S., Sherali Hanif D., Shetty C. M. 2006. *Nonlinear Programming: Theory and Algorithms*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto: John Wiley. 864 p.
- Bhatti A. M. 2005. *Fundamental finite element analysis and applications*. John & Sons, Inc. 700p.
- Bhavikatti S. S. 2005. *Finite element analysis*. New age international publishers. 334 p.
- Camp C. V., Bichon B. J. ir Stovall S. P. 2005. Design of steel frames using ant colony optimization. *J. Struct. Div., ASCE*, 131(3), p. 369 – 379.

- Chakrabarty J. 2006. *Theory of plasticity*. Amsterdam: Elsevier. 877 p.
- Čyras A. 1989. *Statybinė mechanika*. Vilnius: Mokslas. 445 p.
- Čyras A. et al. 2004. *Standžių plastinių sistemų optimizacijos teorija ir metodai*. Vilnius: Technika 354 p.
- Čyras A., Karkauskas A., Krutinis A. 1983. *Statybinė mechanika. Tampriųjų lenkiamųjų strypinių sistemų statika*. Paskaitų konspektas PCS specialybės studentams. Vilnius. 88 p.
- Čyras A., Karkauskas R., Krutinis A. 1986. *Tampriųjų plastinių strypinių sistemų optimizacija ir analizė*. Paskaitų konspektas PCS specialybės studentams. Vilnius. 88 p.
- Dowling P. J., Knowles P., Owens G. W. 1988. *Structural Steel Design*. The Steel Construction Institute, UK.
- Dulmanas V., Karkauskas R. 1991. *Tampriųjų strypinių sistemų skaičiavimas baigtinių elementų metodu: mokomoji knygelė inžinerinių specialybių studentams*. Vilnius, 92 p.
- Erbatur F., Hasancebi O., Tutuncu I., Kilic H. 2009. Optimal design of planar frames with genetic algorithms. *Computers and Structures*, 75, p. 209-224.
- Gallagher R. H., Zienkiewicz O. C. 1973. *Optimum structural design: theory and applications*. Brisol, John Wiley & Sons.
- Gallagher R. H. 1973. *Fully Stressed Design in Optimum Structural Design: Theory and Applications*. Editors Gallagher, R.H., and Zienkiewicz, O.C., Bristol, John Wiley & Sons.
- Gerdžiūnas P., Plakys V. 2005. *Bendrieji akademinių darbų įforminimo reikalavimai*. Vilnius: Technika. 75 p.
- Gil L., Andreu A. 2001. Shape and cross-section optimization of a truss structure. *Computer and Structures* 79, p. 681-689.
- Haftka R. T., Gurdal Z. 1992. *Elements of Structural Optimization*. 3rd revised and expanded ed. London, Kluwer Academic Publishers.
- Jankovski V., Atkočiūnas J. 2009. *Tampriųjų-plastinių plieninių rėmų projektavimas MATLAB aplinkoje*. Statybinės konstrukcijos: konferencija.

- Jarmolajeva E., Merkevičiūtė D. 2002. Kuno ir Takerio sąlygos statybinės mechanikos, tamprumo teorijos ir plastiškumo teorijos uždaviniuose. *X Lietuvos skaičiuojamosios mechanikos asociacijos seminaras*. Vilnius.
- Kalanta S. 1997. New formulations of optimization problems of elasto-plastic bar structures under displacement constraints. *Mechanika* 4(11), p. 11-16.
- Kalanta S. 2003. *Taikomosios optimizacijos pagrindai. Tiesinių uždavinių formulavimas ir sprendimo metodai*. Vadovėlis. Vilnius: Technika. 336 p.
- Kalanta S. Grigusevičius A. 2004. Modeling of elastic-plastic beam structures optimization problems by finite element method. Modern building materials, structures and techniques: 8th International conference. Vilnius.
- Kaliszky S. 1996. Elastoplastic Analysis with Limited Plastic Deformations and Displacements. *Department of Civil Engineering Mechanics*. Technical University of Budapest. p. 39-50.
- Kargahi M., Anderson J. C., Dessouky M. M. 2006. Structural weight optimization of frames using tabu search. I: Optimization Procedure. *Journal of Structural Engineering*, ASCE, 132(12), p. 1858-1868.
- Karkauskas R., Krutinis A., Atkočiūnas J., Kalanta S., Nagevičius J. 1995. *Statybinės mechanikos uždavinių sprendimas kompiuteriais*. Vilnius: Mokslo ir enciklopedijų leidykla. 264 p.
- Karkauskas R., Nagevičius J. 2007. Optimization of steel frame considering inelastic strains and maintenance requirements. *Journal of Technological and Economic Development of Economy*, p. 32 – 40.
- Karkauskas R., Norkus A. 2001. Optimization of geometrically nonlinear elastic-plastic structures under stiffness constraints. *Mechanics research communications*. Oxford : Elsevier Ltd. ISSN 0093-6413. Vol. 28, p. 505-512.
- Karkauskas R., Norkus A. 2006. Truss optimization under stiffness, stability constraints and random loading. *Mechanics research communications*. Oxford : Elsevier Ltd. ISSN 0093-6413. Vol. 33, p. 177-189.
- Kindmann R., Kraus M. 2011. *Steel Structures. Design using FEM*. Berlin: Ernst & Sohn. 540 p.

- Koziel S., Yang X. S. 2011. *Computational Optimization, Methods and Algorithms*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 283 p.
- Levy R., Lev O.E. 1987. *Recent developments in structural optimization*. ASCE, 112, p. 1939-1962.
- Li L. J., Huang Z. B., Liu F. 2009. A heuristic particle swarm optimization method for truss structures with discrete variables. *Computers and Structures*, 87(7-8), p. 435-443.
- Linhard J., Wuchner R., Bletzinger K. U. 2007. „Upgrading“ membranes to shells – the CEG rotation free shell element and its application in structural analysis. *Finite Elements in Analysis and Design*. p. 63-74.
- LST EN 1993-1-1:2005 Eurokodas 3. *Plieninių konstrukcijų projektavimas*. 1 – 1 dalis. Bendrosios ir pastatų taisyklės. Vilnius: Lietuvos standartizacijos departamentas.
- LST EN 1993-1-3:2005 Eurokodas 1. *Poveikiai konstrukcijoms*. 1 – 3 dalis. Bendrieji poveikiai. Sniego apkrovos. Vilnius: Lietuvos standartizacijos departamentas.
- LST EN 1993-1-4:2005 Eurokodas 1. *Poveikiai konstrukcijoms*. 1 – 4 dalis. Bendrieji poveikiai. Vėjo poveikiai. Vilnius: Lietuvos standartizacijos departamentas.
- Maalawi Y. M., Badr M. A. 2009. Design optimization of mechanical elements and structures: a review with applications. *Journal of Applied Sciences Research*, 5(2), p. 221-231.
- Makris P. A., Provatidis C. G. 2002. Weight minimization of displacement-constrained truss structures using a strain energy criterion. *Comput. Methods Appl. Mech. Engrg.*, 191, p. 2159-2177.
- Makris P. A., Provatidis C. G., Rellakis D. A. 2006. Discrete variable optimization of frames using a strain energy criterion. *Struct Multidisc Optim*, 31, p. 410-417.
- Oluwole O. 2011. *Finite element modeling for materials engineers using MATLAB*. Springer – Verlag London. 105 p.
- Pedersen N. L., Nielsen A. K. 2001. *Optimization of practical trusses with constraints on eigenfrequencies, displacements, stresses and buckling*. Report no. 664, Technical University of Denmark.

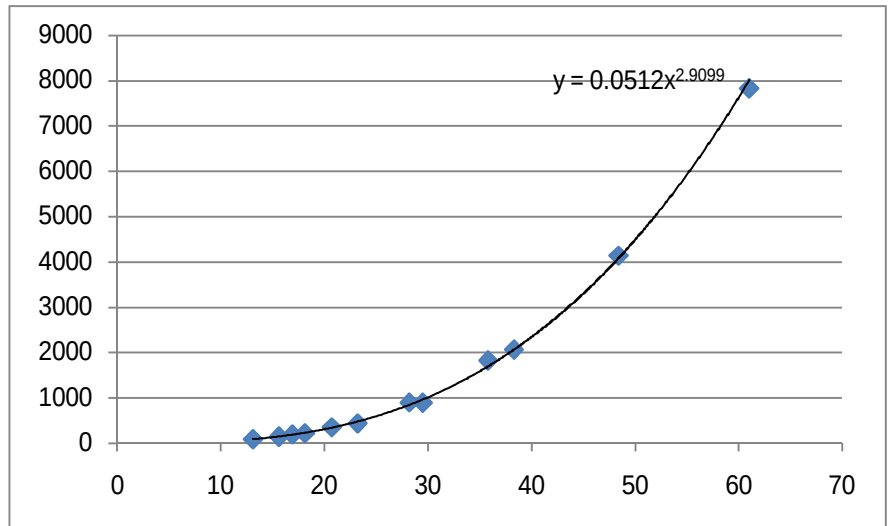
- Popov M., Karkauskas R. 2005. Konstrukcijų analizės kompiuterinių technologijų integracija santvarų optimizacijoje. 8-oji Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencija „Lietuva be mokslo – Lietuva be ateities“. Vilnius.
- Rimkus L., Skaržauskas V. 2002. *Plokščių strypinių sistemų statybinė mechanika*: uždavinių sprendimo vadovas. Vilnius: Technika. 165 p.
- Saka M. P. 2009. Optimum designs of steel sway frames to BS5950 using harmony search algorithm. *Journal of Constructional Steel Research*, 65, p. 36-43.
- Saouma V. E. 2000. *Finite Element I. Framed structures*. University of Colorado, CO 80309-0428.
- STR 2.05.08:2005. *Plieninių konstrukcijų projektavimas*. Pagrindinės nuostatos. Vilnius: LR aplinkos ministerija.
- Thanedar P. B., Vanderplaats G. N. 1995. Survey of discrete structural optimization of structural design. *J. Struct. Eng., ASCE*. 120(2), p. 301-306.
- Turskienė S. 2004. *Kompiuterių matematikos sistemų programavimo galimybės*: mokomoji knyga. Šiauliai: Šiaulių universiteto leidykla, 133 p. ISBN 9986-38-523-7.
- Wood R. H. 1960. *An economical design on rigid steel frames for multi-storey buildings*. National building studies, Department of Scientific and Industrial Research. Research Paper No. 10.
- Wriggers P. 2008. *Nonlinear Finite Element Methods*. Springer-Verlag Berlin Heidelberg. 553 p.
- Zienkiewicz O. C., Taylor R. L. 2005. *Finite Element Method*. Elsevier Ltd. 435 p.
- Žilinskas A. 2000. *Matematinis programavimas*. Kaunas: VDU leidykla. 228 p.
- Žilinskas K. 2007. *Matematinis programavimas. I dalis. Tiesinis programavimas*: mokomoji knyga. Šiauliai: Šiaulių universiteto leidykla, 194 p.

PRIEDAI

A PRIEDAS. Funkciniai sąryšiai tarp stačiakampio vamzdžio skerspjūvio parametrų

A.1 lentelė. Funkcinis sąryšis tarp stačiakampio vamzdžio skerspjūvio ($t = 6,3$ mm) inercijos momento ir ploto parametrų

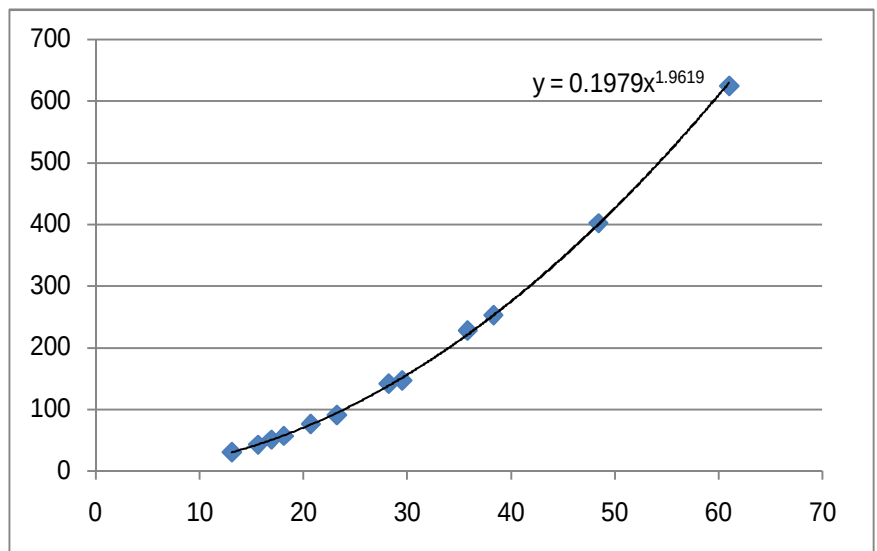
Stačiakampio formos $t = 6.3$ mm	
A	I
13.1	93.3
15.6	150
16.9	197
18.1	225
20.7	358
23.2	440
29.5	898
28.2	903
35.8	1830
38.3	2070
48.4	4140
61	7830



$$I = 0,0512A^{2,9099}.$$

A.2 lentelė. Funkcinis sąryšis tarp stačiakampio vamzdžio skerspjūvio ($t = 6,3$ mm) plastinio atsparumo momento ir ploto parametrų

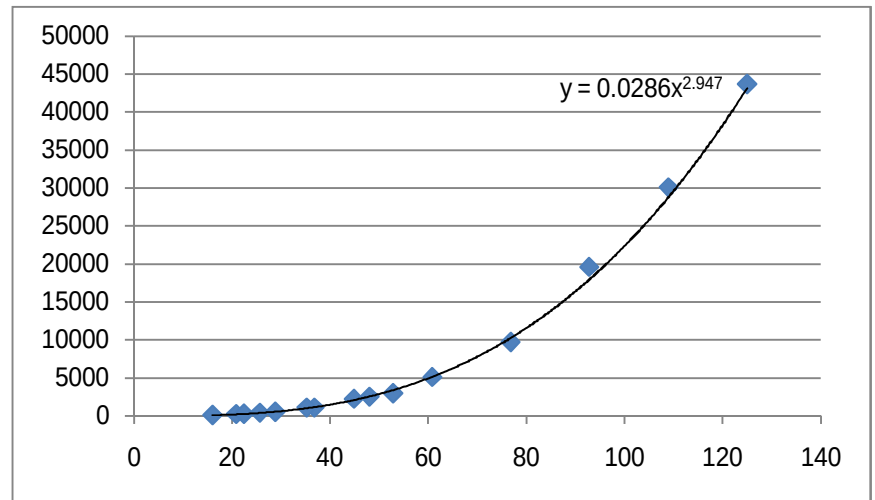
Stačiakampio formos $t = 6.3$ mm	
A	W_{pl}
13.1	31.1
15.6	43.2
16.9	51.3
18.1	57.3
20.7	76.7
23.2	91
29.5	147
28.2	142
35.8	228
38.3	253
48.4	402
61	624



$$W_{pl} = 0,1979A^{1,9619}.$$

A.3 lentelė. Funkcinis sąryšis tarp stačiakampio vamzdžio skerspjūvio ($t = 8 \text{ mm}$) inercijos momento ir ploto parametrų

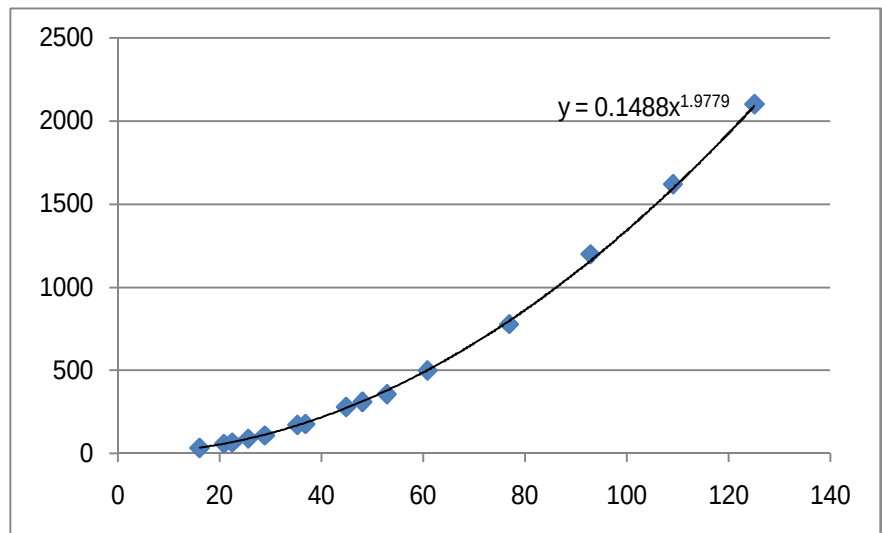
Stačiakampio formos $t = 8 \text{ mm}$	
A	I
16	106
20.8	230
22.4	264
25.6	425
28.8	525
36.8	1090
35.2	1090
44.8	2230
48	2530
52.8	2970
60.8	5110
76.8	9720



$$I = 0,0286 A^{2,9470}.$$

A.4 lentelė. Funkcinis sąryšis tarp stačiakampio vamzdžio skerspjūvio ($t = 8 \text{ mm}$) plastinio atsparumo momento ir ploto parametrų

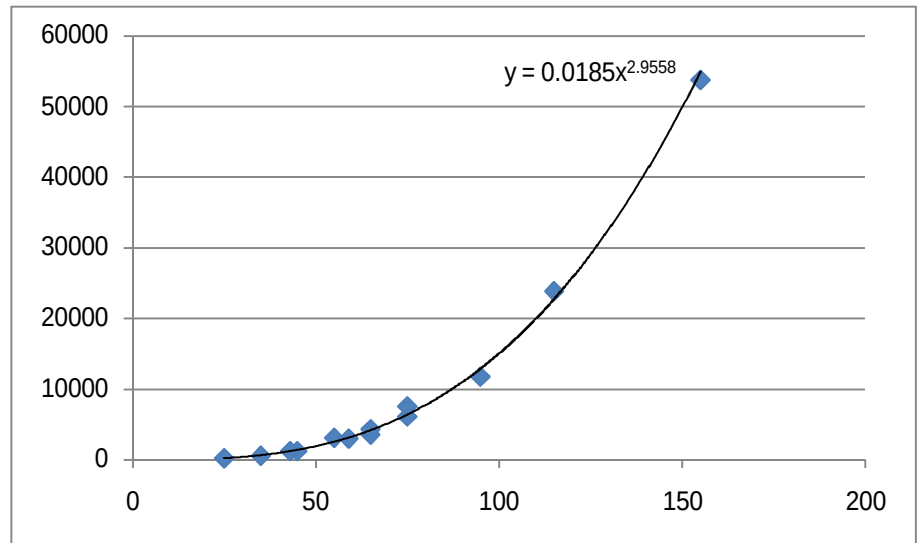
Stačiakampio formos $t = 8 \text{ mm}$	
A	W_{pl}
16	36.5
20.8	61.4
22.4	68.7
25.6	92.7
28.8	111
36.8	180
35.2	175
44.8	282
48	313
52.8	359
60.8	501
76.8	779



$$W_{pl} = 0,1488 A^{1,9779}.$$

A.5 lentelė. Funkcinis sąryšis tarp stačiakampio vamzdžio skerspjūvio ($t = 10 \text{ mm}$) inercijos momento ir ploto parametrų

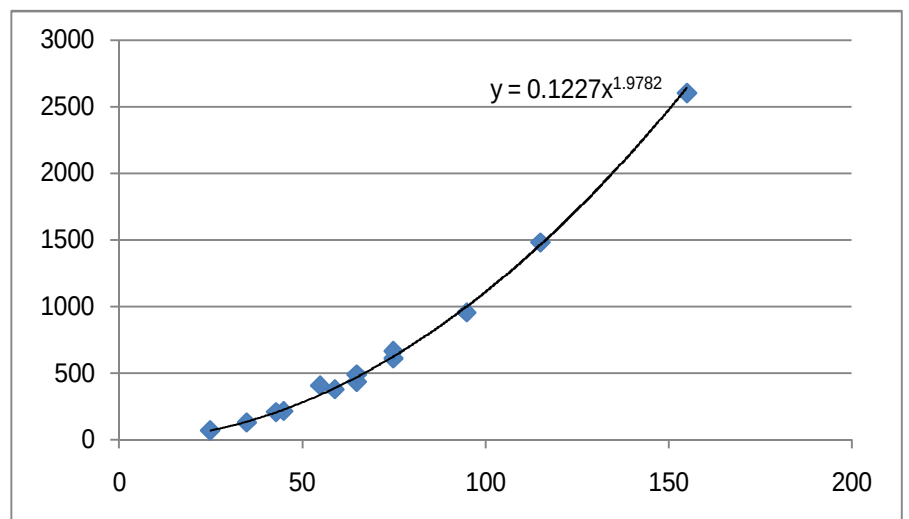
Stačiakampio formos $t = 10 \text{ mm}$	
A	I
24.9	259
34.9	609
44.9	1280
42.9	1280
54.9	3140
58.9	3030
64.9	3570
64.9	4370
74.9	6170
74.9	7610
94.9	11800
115	23900
155	53800



$$I = 0,0185 A^{2,9558}.$$

A.6 lentelė. Funkcinis sąryšis tarp stačiakampio vamzdžio skerspjūvio ($t = 10 \text{ mm}$) plastinio atsparumo momento ir ploto parametrų

Stačiakampio formos $t = 10 \text{ mm}$	
A	W_{pl}
24.9	71.2
34.9	131
44.9	216
42.9	209
54.9	408
58.9	379
64.9	436
64.9	491
74.9	611
74.9	666
94.9	956
115	1480
155	2600



$$W_{pl} = 0,1227 A^{1,9782}.$$

B PRIEDAS. Pusiausvyros lygčių koeficientų matrica

[illegible]

B PRIEDO tęsinys. Pusiausvyros lygčių koeficientų matrica

[illegible]

C PRIEDAS. Konstrukcijos pasiduodamumo, takumo sąlygų ir konfiguracijos matricų fragmentai

C.1 lentelė. Pasiduodamumo matricos fragmentas

D <40x40 double>																
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
1	4.7668e-05	2.3834e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	2.3834e-05	4.7668e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	0	4.7668e-05	2.3834e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	0	2.3834e-05	4.7668e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	0	0	4.7668e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	0	0	0	7.2828e-05	3.6414e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	0	0	3.6414e-05	7.2828e-05	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	0	0	0	0	7.2828e-05	3.6414e-05	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	0	0	0	3.6414e-05	7.2828e-05	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.6548e-06	3.8274e-06	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.8274e-06	7.6548e-06	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.6548e-06	3.8274e-06	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.8274e-06	7.6548e-06	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.6548e-06	3.8274e-06	0
15	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.8274e-06	7.6548e-06	0
16	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	7.6548e-06
17	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	3.8274e-06

C.2 lentelė. Takumo sąlygų matricos fragmentas

Fi <80x40 double>													
	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
1	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
2	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
3	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
4	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
5	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
6	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
7	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
8	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
9	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
10	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0	0
11	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0
12	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
13	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
14	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0	0
15	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
16	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0	0
17	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
18	0	0	0	0	0	0	0	0	-1	0	0	0	0

C.3 lentelė. Konfiguracijos matricos fragmentas

Gie <80x5 double>					
	1	2	3	4	5
1	1	0	0	0	0
2	1	0	0	0	0
3	1	0	0	0	0
4	1	0	0	0	0
5	1	0	0	0	0
6	1	0	0	0	0
7	1	0	0	0	0
8	1	0	0	0	0
9	1	0	0	0	0
10	1	0	0	0	0
11	0	1	0	0	0
12	0	1	0	0	0
13	0	1	0	0	0
14	0	1	0	0	0
15	0	1	0	0	0
16	0	1	0	0	0
17	0	1	0	0	0
18	0	1	0	0	0

```

close all;
clear all;
clc;
% Optimizacijos plastiskojo suirimo metu kursinis projektas
% Sudarau pradinius duomenis
% Tikslų funkcijos koeficientų vektorius
c=zeros(45,1);
c(41,1)=14.4;
c(42,1)=6.8;
c(43,1)=10.2;
c(44,1)=13.6;
c(45,1)=24.8;
% Suformuoju apribojimų lygybių koeficientų matricą
Aeq=zeros(35,45);
A(1,1)=-1/2.4; A(1,2)=1/2.4; A(1,3)=1/2.4; A(1,4)=-1/2.4;
A(2,2)=-1; A(2,3)=1;
A(3,3)=-1/2.4; A(3,4)=1/2.4; A(3,5)=1/2.4;
A(4,4)=-1; A(4,5)=1;
A(5,5)=-1/2.4; A(5,26)=-1/7.2;
A(6,6)=1;
A(7,6)=-1/1.7; A(7,7)=1/1.7; A(7,8)=1/1.7; A(7,9)=-1/1.7;
A(8,7)=-1; A(8,8)=1;
A(9,8)=-1/1.7; A(9,9)=1/1.7; A(9,10)=1/1.7; A(9,11)=-1/1.7; A(9,28)=-cosd(43); A(9,29)=-cosd(43);
A(10,9)=-1; A(10,10)=1;
A(11,10)=-1/1.7; A(11,11)=1/1.7; A(11,12)=1/1.7; A(11,13)=-1/1.7;
A(12,11)=-1; A(12,12)=1;
A(13,12)=-1/1.7; A(13,13)=1/1.7; A(13,14)=1/1.7; A(13,15)=-1/1.7;
A(13,30)=-cosd(43); A(13,31)=-cosd(43);
A(14,13)=-1; A(14,14)=1;
A(15,14)=-1/1.7; A(15,15)=1/1.7; A(15,16)=1/1.7; A(15,17)=-1/1.7;
A(16,15)=-1; A(16,16)=1;
A(17,16)=-1/1.7; A(17,17)=1/1.7; A(17,18)=1/1.7; A(17,19)=-1/1.7;
A(17,32)=-cosd(43); A(17,33)=-cosd(43);
A(18,17)=-1; A(18,18)=1;
A(19,18)=-1/1.7; A(19,19)=1/1.7; A(19,20)=1/1.7; A(19,21)=-1/1.7;
A(20,19)=-1; A(20,20)=1;
A(21,20)=-1/1.7; A(21,21)=1/1.7; A(21,22)=1/1.7; A(21,23)=-1/1.7;
A(21,34)=-cosd(43); A(21,35)=-cosd(43);
A(22,21)=-1; A(22,22)=1;
A(23,22)=-1/1.7; A(23,23)=1/1.7; A(23,24)=1/1.7; A(23,25)=-1/1.7;
A(24,23)=-1; A(24,24)=1;
A(25,25)=-1;
A(26,27)=cosd(47); A(26,28)=-cosd(47); A(26,37)=-1;
A(27,27)=cosd(43); A(27,28)=cosd(43);
A(28,29)=cosd(47); A(28,30)=-cosd(47); A(28,37)=1; A(28,38)=-1;
A(29,29)=cosd(43); A(29,30)=cosd(43);
A(30,31)=cosd(47); A(30,32)=-cosd(47); A(30,38)=1; A(30,39)=-1;
A(31,31)=cosd(43); A(31,32)=cosd(43);
A(32,33)=cosd(47); A(32,34)=-cosd(47); A(32,39)=1; A(32,40)=-1;
A(33,33)=cosd(43); A(33,34)=cosd(43);
A(34,35)=cosd(47); A(34,36)=-cosd(47); A(34,40)=1;
A(35,35)=cosd(43); A(35,36)=cosd(43);
Aeq(1:35,1:40)=A;
% Suformuoju apribojimų lygybių laisvųjų narių vektorius
beq=[12;0;12;0;12;
0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;0;
0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
% Suformuoju apribojimų, išreikštų nelygybėmis, koeficientų prie nežinomųjų vektorius
Anq=zeros(85,45);
Fi(1,1)=1; Fi(2,1)=-1; Fi(3,2)=1; Fi(4,2)=-1; Fi(5,3)=1; Fi(6,3)=-1;
Fi(7,4)=1; Fi(8,4)=-1; Fi(9,5)=1; Fi(10,5)=-1; Fi(11,6)=1; Fi(12,6)=-1;
Fi(13,7)=1; Fi(14,7)=-1; Fi(15,8)=1; Fi(16,8)=-1; Fi(17,9)=1; Fi(18,9)=-1;
Fi(19,10)=1; Fi(20,10)=-1; Fi(21,11)=1; Fi(22,11)=-1; Fi(23,12)=1; Fi(24,12)=-1;
Fi(25,13)=1; Fi(26,13)=-1; Fi(27,14)=1; Fi(28,14)=-1; Fi(29,15)=1; Fi(30,15)=-1;
Fi(31,16)=1; Fi(32,16)=-1; Fi(33,17)=1; Fi(34,17)=-1; Fi(35,18)=1; Fi(36,18)=-1;
Fi(37,19)=1; Fi(38,19)=-1; Fi(39,20)=1; Fi(40,20)=-1; Fi(41,21)=1; Fi(42,21)=-1;
Fi(43,22)=1; Fi(44,22)=-1; Fi(45,23)=1; Fi(46,23)=-1; Fi(47,24)=1; Fi(48,24)=-1;
Fi(49,25)=1; Fi(50,25)=-1; Fi(51,26)=1; Fi(52,26)=-1; Fi(53,27)=1; Fi(54,27)=-1;
Fi(55,28)=1; Fi(56,28)=-1; Fi(57,29)=1; Fi(58,29)=-1; Fi(59,30)=1; Fi(60,30)=-1;

```

```

Fi(61,31)=1; Fi(62,31)=-1; Fi(63,32)=1; Fi(64,32)=-1; Fi(65,33)=1; Fi(66,33)=-1;
Fi(67,34)=1; Fi(68,34)=-1; Fi(69,35)=1; Fi(70,35)=-1; Fi(71,36)=1; Fi(72,36)=-1;
Fi(73,37)=1; Fi(74,37)=-1; Fi(75,38)=1; Fi(76,38)=-1; Fi(77,39)=1; Fi(78,39)=-1;
Fi(79,40)=1; Fi(80,40)=-1;
Anq(1:80,1:40)=Fi;
% Suformuojame konfiguracionos matrica
Gie(1,1)=1; Gie(2,1)=1; Gie(3,1)=1; Gie(4,1)=1; Gie(5,1)=1; Gie(6,1)=1;
Gie(7,1)=1; Gie(8,1)=1; Gie(9,1)=1; Gie(10,1)=1;
Gie(11,2)=1; Gie(12,2)=1; Gie(13,2)=1; Gie(14,2)=1; Gie(15,2)=1; Gie(16,2)=1;
Gie(17,2)=1; Gie(18,2)=1;
Gie(19,3)=1; Gie(20,3)=1; Gie(21,3)=1; Gie(22,3)=1; Gie(23,3)=1; Gie(24,3)=1;
Gie(25,3)=1; Gie(26,3)=1; Gie(27,3)=1; Gie(28,3)=1; Gie(29,3)=1; Gie(30,3)=1;
Gie(31,3)=1; Gie(32,3)=1; Gie(33,3)=1; Gie(34,3)=1; Gie(35,3)=1; Gie(36,3)=1;
Gie(37,3)=1; Gie(38,3)=1; Gie(39,3)=1; Gie(40,3)=1; Gie(41,3)=1; Gie(42,3)=1;
Gie(43,2)=1; Gie(44,2)=1; Gie(45,2)=1; Gie(46,2)=1; Gie(47,2)=1; Gie(48,2)=1;
Gie(49,2)=1; Gie(50,2)=1;
Gie(51,1)=1; Gie(52,1)=1;
Gie(53,5)=1; Gie(54,5)=1; Gie(55,5)=1; Gie(56,5)=1; Gie(57,5)=1; Gie(58,5)=1;
Gie(59,5)=1; Gie(60,5)=1; Gie(61,5)=1; Gie(62,5)=1; Gie(63,5)=1; Gie(64,5)=1;
Gie(65,5)=1; Gie(66,5)=1; Gie(67,5)=1; Gie(68,5)=1; Gie(69,5)=1; Gie(70,5)=1;
Gie(71,5)=1; Gie(72,5)=1;
Gie(73,4)=1; Gie(74,4)=1; Gie(75,4)=1; Gie(76,4)=1; Gie(77,4)=1; Gie(78,4)=1;
Gie(79,4)=1; Gie(80,4)=1;
Gie=-Gie;
Anq(1:80,41:45)=Gie;
Anq(81,41)=-1;
Anq(82,42)=-1;
Anq(83,43)=-1;
Anq(84,44)=-1;
Anq(85,45)=-1;
% Suformuojame nelygybiu laisvuju nariu vektoriu
bnq=zeros(85,1);
% Kreipinio i paprograme sintakse
[x,fval,exitflag]=linprog(c,Anq,bnq,Aeq,Aeq,beq)
% Statiniai formuluotes nezinomieji
% Nustatysime optimizacijos uzdavinio kinematinės formuluotes dydžius, siuo atveju kreipinys i
paprograme linprog turi buti uzrasomas taip
[x,fval,exitflag,output,lambda]=linprog(c,Anq,bnq,Aeq,Aeq,beq)
% Kinematinės formuluotes rezultatai
POSGR=-lambda.eqlin
PLASTDAUG=lambda.ineqlin
DEFGR=Fi'*lambda.ineqlin(1:80,1)

```

Kai įvertinamas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos stiprumas ir stabilumas, byla atrodo

taip:

```

close all; clear all; clc;
% ===== Remo optimizacija plastiskosios irties metu =====
% Vienkarte apkrova
% Pagal matematini modeli:
% Rasti min [L]'{S0}
%
% kai [Gie]{S0}-[Fi]{S}>=0
% [A]{S}={F}
% {S0}>={S0min}
%
itask=5 % Numatomas iteraciju skaicius
% 1. Ivedame pradinis duomenis:
sigmay=275e3;
A1pr=150; A2pr=100; A3pr=120; A4pr=50; A5pr=50;
%
% Kolonos M01 koeficientu reikšmes:
a1RHS1=0.0185; b1RHS1=2.9558;
a3RHS1=0.1227; b3RHS1=1.9782;
% Santvaros virsutines juostos M02 ir M03 koeficientu reikšmes:
a1RHS=0.0668; b1RHS=2.9665;
a3RHS=0.2303; b3RHS=1.9851;
%
w1=a3RHS1*A1pr^b3RHS1; w2=a3RHS*A2pr^b3RHS; w3=a3RHS*A3pr^b3RHS;
% Pradiniai ribiniai lenkimo momentai:
m01=sigmay*w1/10^6;
m02=sigmay*w2/10^6;
m03=sigmay*w3/10^6;
n01=235e3*A4pr*10e-4;
n02=235e3*A5pr*10e-4;
m0pr=[m01;m02;m03;n01;n01];
% Gniuždomu elemntu ribinis liaunis:
alfa=0.5;

```

```

% Pagrindines kolonos:
liaun1=180-60*alfa;
% Plokscios santvaros virsutine juosta:
liaun23=180-60*alfa;
%
% Klupdomu strypu skaiciuojamieji ilgiai:
% Kolonos:
l=7.2; miu=0.7;
leff1=l*miu;
% Santvaros virsutines juostos M02:
leff2=3.4;
% Santvaros virsutines juostos M03:
leff3=10.2;
%
% Suformuojame konfiguracionos matrica:
Gie(1,1)=1; Gie(2,1)=1; Gie(3,1)=1; Gie(4,1)=1; Gie(5,1)=1; Gie(6,1)=1;
Gie(7,1)=1; Gie(8,1)=1; Gie(9,1)=1; Gie(10,1)=1;
Gie(11,2)=1; Gie(12,2)=1; Gie(13,2)=1; Gie(14,2)=1; Gie(15,2)=1; Gie(16,2)=1;
Gie(17,2)=1; Gie(18,2)=1;
Gie(19,3)=1; Gie(20,3)=1; Gie(21,3)=1; Gie(22,3)=1; Gie(23,3)=1; Gie(24,3)=1;
Gie(25,3)=1; Gie(26,3)=1; Gie(27,3)=1; Gie(28,3)=1; Gie(29,3)=1; Gie(30,3)=1;
Gie(31,3)=1; Gie(32,3)=1; Gie(33,3)=1; Gie(34,3)=1; Gie(35,3)=1; Gie(36,3)=1;
Gie(37,3)=1; Gie(38,3)=1; Gie(39,3)=1; Gie(40,3)=1; Gie(41,3)=1; Gie(42,3)=1;
Gie(43,2)=1; Gie(44,2)=1; Gie(45,2)=1; Gie(46,2)=1; Gie(47,2)=1; Gie(48,2)=1;
Gie(49,2)=1; Gie(50,2)=1;
Gie(51,1)=1; Gie(52,1)=1;
Gie(53,5)=1; Gie(54,5)=1; Gie(55,5)=1; Gie(56,5)=1; Gie(57,5)=1; Gie(58,5)=1;
Gie(59,5)=1; Gie(60,5)=1; Gie(61,5)=1; Gie(62,5)=1; Gie(63,5)=1; Gie(64,5)=1;
Gie(65,5)=1; Gie(66,5)=1; Gie(67,5)=1; Gie(68,5)=1; Gie(69,5)=1; Gie(70,5)=1;
Gie(71,5)=1; Gie(72,5)=1;
Gie(73,4)=1; Gie(74,4)=1; Gie(75,4)=1; Gie(76,4)=1; Gie(77,4)=1; Gie(78,4)=1;
Gie(79,4)=1; Gie(80,4)=1;
% Suformuojame apribojimu lygybiu pusiausvyros lygciu koeficientu matrica:
A(1,1)=-1/2.4; A(1,2)=1/2.4; A(1,3)=1/2.4; A(1,4)=-1/2.4;
A(2,2)=-1; A(2,3)=1;
A(3,3)=-1/2.4; A(3,4)=1/2.4; A(3,5)=1/2.4;
A(4,4)=-1; A(4,5)=1;
A(5,5)=-1/2.4; A(5,26)=-1/7.2;
A(6,6)=1;
A(7,6)=-1/1.7; A(7,7)=1/1.7; A(7,8)=1/1.7; A(7,9)=-1/1.7;
A(8,7)=-1; A(8,8)=1;
A(9,8)=-1/1.7; A(9,9)=1/1.7; A(9,10)=1/1.7; A(9,11)=-1/1.7; A(9,28)=-cosd(43); A(9,29)=-cosd(43);
A(10,9)=-1; A(10,10)=1;
A(11,10)=-1/1.7; A(11,11)=1/1.7; A(11,12)=1/1.7; A(11,13)=-1/1.7;
A(12,11)=-1; A(12,12)=1;
A(13,12)=-1/1.7; A(13,13)=1/1.7; A(13,14)=1/1.7; A(13,15)=-1/1.7;
A(13,30)=-cosd(43); A(13,31)=-cosd(43);
A(14,13)=-1; A(14,14)=1;
A(15,14)=-1/1.7; A(15,15)=1/1.7; A(15,16)=1/1.7; A(15,17)=-1/1.7;
A(16,15)=-1; A(16,16)=1;
A(17,16)=-1/1.7; A(17,17)=1/1.7; A(17,18)=1/1.7; A(17,19)=-1/1.7;
A(17,32)=-cosd(43); A(17,33)=-cosd(43);
A(18,17)=-1; A(18,18)=1;
A(19,18)=-1/1.7; A(19,19)=1/1.7; A(19,20)=1/1.7; A(19,21)=-1/1.7;
A(20,19)=-1; A(20,20)=1;
A(21,20)=-1/1.7; A(21,21)=1/1.7; A(21,22)=1/1.7; A(21,23)=-1/1.7;
A(21,34)=-cosd(43); A(21,35)=-cosd(43);
A(22,21)=-1; A(22,22)=1;
A(23,22)=-1/1.7; A(23,23)=1/1.7; A(23,24)=1/1.7; A(23,25)=-1/1.7;
A(24,23)=-1; A(24,24)=1;
A(25,25)=-1;
A(26,27)=cosd(47); A(26,28)=-cosd(47); A(26,37)=-1;
A(27,27)=cosd(43); A(27,28)=cosd(43);
A(28,29)=cosd(47); A(28,30)=-cosd(47); A(28,37)=1; A(28,38)=-1;
A(29,29)=cosd(43); A(29,30)=cosd(43);
A(30,31)=cosd(47); A(30,32)=-cosd(47); A(30,38)=1; A(30,39)=-1;
A(31,31)=cosd(43); A(31,32)=cosd(43);
A(32,33)=cosd(47); A(32,34)=-cosd(47); A(32,39)=1; A(32,40)=-1;
A(33,33)=cosd(43); A(33,34)=cosd(43);
A(34,35)=cosd(47); A(34,36)=-cosd(47); A(34,40)=1;
A(35,35)=cosd(43); A(35,36)=cosd(43);
% Suformuojame apribojimu lygybiu laisvuju nariu vektoriu:
F=[12;0;12;0;12;
    0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;0;
    0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
% 2. Optimizavimo ciklo pradzia
for iteracija=1:itask
% 2.1 Suformuojame apribojimu, isreikstu nelygybemis, koeficientu prie nezinomuju vektoriu:
Fi(1,1)=1; Fi(2,1)=-1; Fi(3,2)=1; Fi(4,2)=-1; Fi(5,3)=1; Fi(6,3)=-1;
Fi(7,4)=1; Fi(8,4)=-1; Fi(9,5)=1; Fi(10,5)=-1; Fi(11,6)=1; Fi(12,6)=-1;

```

```

Fi(13,7)=1; Fi(14,7)=-1; Fi(15,8)=1; Fi(16,8)=-1; Fi(17,9)=1; Fi(18,9)=-1;
Fi(19,10)=1; Fi(20,10)=-1; Fi(21,11)=1; Fi(22,11)=-1; Fi(23,12)=1; Fi(24,12)=-1;
Fi(25,13)=1; Fi(26,13)=-1; Fi(27,14)=1; Fi(28,14)=-1; Fi(29,15)=1; Fi(30,15)=-1;
Fi(31,16)=1; Fi(32,16)=-1; Fi(33,17)=1; Fi(34,17)=-1; Fi(35,18)=1; Fi(36,18)=-1;
Fi(37,19)=1; Fi(38,19)=-1; Fi(39,20)=1; Fi(40,20)=-1; Fi(41,21)=1; Fi(42,21)=-1;
Fi(43,22)=1; Fi(44,22)=-1; Fi(45,23)=1; Fi(46,23)=-1; Fi(47,24)=1; Fi(48,24)=-1;
Fi(49,25)=1; Fi(50,25)=-1; Fi(51,26)=1; Fi(52,26)=-1; Fi(53,27)=1; Fi(54,27)=-1;
Fi(55,28)=1; Fi(56,28)=-1; Fi(57,29)=1; Fi(58,29)=-1; Fi(59,30)=1; Fi(60,30)=-1;
Fi(61,31)=1; Fi(62,31)=-1; Fi(63,32)=1; Fi(64,32)=-1; Fi(65,33)=1; Fi(66,33)=-1;
Fi(67,34)=1; Fi(68,34)=-1; Fi(69,35)=1; Fi(70,35)=-1; Fi(71,36)=1; Fi(72,36)=-1;
Fi(73,37)=1; Fi(74,37)=-1; Fi(75,38)=1; Fi(76,38)=-1; Fi(77,39)=1; Fi(78,39)=-1;
Fi(79,40)=1; Fi(80,40)=-1;
% 2.2 Paprogramei linprog duomenų sudarymas cikle
ilg=[14.4 6.8 10.2 13.6 24.8];
f=zeros(1,45); f(1,41:45)=ilg;
Aeq=zeros(35,45); Aeq(1:35,1:40)=A; beq=F;
Anq=zeros(85,45); Anq(1:80,1:40)=Fi; Anq(1:80,41:45)=-Gie; bnq=zeros(85,1);
Anq(81,41)=-1; Anq(82,42)=-1; Anq(83,43)=-1; Anq(84,44)=-1; Anq(85,45)=-1;
% Skaiciuojame remo elementu ribiniu lenkimo momentu minimalias reikšmes:
M01cr=(sigmay*a3RHS1*(leff1^2/(a1RHS1*liaun1^2))^(b3RHS1/(b1RHS1-1)))/10;
M02cr=(sigmay*a3RHS*(leff2^2/(a1RHS*liaun23^2))^(b3RHS/(b1RHS-1)))/10;
M03cr=(sigmay*a3RHS*(leff3^2/(a1RHS*liaun23^2))^(b3RHS/(b1RHS-1)))/10;
% Ivedame apribojimus
bnq(81,1)=-M01cr;
bnq(82,1)=-M02cr;
bnq(83,1)=-M03cr;
bnq(84,1)=-400;
bnq(85,1)=-406.246;
%
% Tiesinio programavimo uždavinio sprendimas:
[x,fval,exitflag,output,lambda] = linprog(f,Anq,bnq,Aeq,beq);
% Nauji ribiniai momentai
M01=x(41,1); M02=x(42,1); M03=x(43,1); N01=x(44,1); N02=x(45,1);
% Nauji skerspjūviu plotai
A1=((M01*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS1))^(1/b3RHS1);
A2=((M02*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A3=((M03*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A4=(N01*10/235e3)/10e-4;
A5=(N02*10/235e3)/10e-4;
for i=1:5
    rez(iteracija,i)=x(40+i); rez(iteracija,6)=fval;
end; % Ciklo rezultatu uzrasymas
end; % Optimizavimo ciklo pabaiga
%
% Statines formuluotes rezultatu spausdinimas
rez % Tikslu funkcijos ir S0 rezultatu kitimo dinamika
Plotai=[A1 A2 A3 A4 A5] % Optimalus skerspjūvio plotai
Irazos=x(1:40,1) % Irazos irties metu
%
% Kinematinės formuluotes rezultatu spausdinimas
POSGR=-lambda.eqlin % Poslinkiu greiciai
PLASTDAUG=lambda.ineqlin % Plastiniai daugikliai
DEFGR=Fi'*lambda.ineqlin(1:80,1) % Deformacijų greiciai

```

E PRIEDAS. Optimalios rėminės konstrukcijos įtempto – deformuoto būvio analizės uždavinių įvestinės bylos

Kai įvertinamas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos stiprumas, byla atrodo taip:

```
close all;
clear all;
clc;
% REMO ANALIZE IKI PLASTISKOSIOS IRTIES
% Ivedame pradinis duomenis
% Ivedame Fs
Fdaug=0.99;
b=[12;0;12;0;12;
    0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;0;
    0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
% Suformuojame apkrovos vektoriu Fs
Fs=Fdaug*b;
% Plieno savybes
sigmay=275e3;
E=210e6;
% Ivedame ribinius lenkimo momentus
M01=64.8;
M02=295.8;
M03=332.775;
N01=348;
N02=127.566;
% Pradiniu duomeniu parengimas
sigmay=275e3; E=210e6;
a1IPE=0.7885; b1IPE=2.2320;
a3IPE=0.8411; b3IPE=1.6572;
a1RHS=0.0668; b1RHS=2.9665;
a3RHS=0.2303; b3RHS=1.9851;
% Pradiniai skerspjūviu plotai (cm2)
A1=(M01*10e5/(sigmay*a3IPE))^(1/b3IPE) % Kolona
A2=(M02*10e5/(sigmay*a3RHS))^(1/b3RHS) % Santvaros virsutine juosta
A3=(M03*10e5/(sigmay*a3RHS))^(1/b3RHS) % Santvaros virsutine juosta
A4=N01/sigmay % Santvaros apatine juosta
A5=N02/sigmay % Santvaros tinklelis
% Skaiciuojami inercijos momentai
I1=a1IPE*A1^b1IPE/1e8;
I2=a1RHS*A2^b1RHS/1e8;
I3=a1RHS*A3^b1RHS/1e8;
A4=N01/sigmay;
A5=N02/sigmay;
% Sudarome liekamuju irazu pusiausvyros salygu matrica [A]
A=zeros(35,40);
A(1,1)=-1/2.4; A(1,2)=1/2.4; A(1,3)=1/2.4; A(1,4)=-1/2.4;
A(2,2)=-1; A(2,3)=1;
A(3,3)=-1/2.4; A(3,4)=1/2.4; A(3,5)=1/2.4;
A(4,4)=-1; A(4,5)=1;
A(5,5)=-1/2.4; A(5,26)=-1/7.2;
A(6,6)=1;
A(7,6)=-1/1.7; A(7,7)=1/1.7; A(7,8)=1/1.7; A(7,9)=-1/1.7;
A(8,7)=-1; A(8,8)=1;
A(9,8)=-1/1.7; A(9,9)=1/1.7; A(9,10)=1/1.7; A(9,11)=-1/1.7; A(9,28)=-0.682; A(9,29)=-0.682;
A(10,9)=-1; A(10,10)=1;
A(11,10)=-1/1.7; A(11,11)=1/1.7; A(11,12)=1/1.7; A(11,13)=-1/1.7;
A(12,11)=-1; A(12,12)=1;
A(13,12)=-1/1.7; A(13,13)=1/1.7; A(13,14)=1/1.7; A(13,15)=-1/1.7;
A(13,30)=-0.682; A(13,31)=-0.682;
A(14,13)=-1; A(14,14)=1;
A(15,14)=-1/1.7; A(15,15)=1/1.7; A(15,16)=1/1.7; A(15,17)=-1/1.7;
A(16,15)=-1; A(16,16)=1;
A(17,16)=-1/1.7; A(17,17)=1/1.7; A(17,18)=1/1.7; A(17,19)=-1/1.7;
A(17,32)=-0.682; A(17,33)=-0.682;
A(18,17)=-1; A(18,18)=1;
A(19,18)=-1/1.7; A(19,19)=1/1.7; A(19,20)=1/1.7; A(19,21)=-1/1.7;
A(20,19)=-1; A(20,20)=1;
A(21,20)=-1/1.7; A(21,21)=1/1.7; A(21,22)=1/1.7; A(21,23)=-1/1.7;
A(21,34)=-0.682; A(21,35)=-0.682;
A(22,21)=-1; A(22,22)=1;
A(23,22)=-1/1.7; A(23,23)=1/1.7; A(23,24)=1/1.7; A(23,25)=-1/1.7;
A(24,23)=-1; A(24,24)=1;
A(25,25)=-1;
A(26,27)=0.682; A(26,28)=-0.682; A(26,37)=-1;
A(27,27)=0.682; A(27,28)=0.682;
```

```

A(28,29)=0.682; A(28,30)=-0.682; A(28,37)=1; A(28,38)=-1;
A(29,29)=0.682; A(29,30)=0.682;
A(30,31)=0.682; A(30,32)=-0.682; A(30,38)=1; A(30,39)=-1;
A(31,31)=0.682; A(31,32)=0.682;
A(32,33)=0.682; A(32,34)=-0.682; A(32,39)=1; A(32,40)=-1;
A(33,33)=0.682; A(33,34)=0.682;
A(34,35)=0.682; A(34,36)=-0.682; A(34,40)=1;
A(35,35)=0.682; A(35,36)=0.682;
% Sudarome pasiduodamumo matrica D
D=zeros(40,40);
D(1,1)=2.4/(3*E*I1); D(1,2)=2.4/(6*E*I1);
D(2,1)=2.4/(6*E*I1); D(2,2)=2.4/(3*E*I1);
D(3,3)=2.4/(3*E*I1); D(3,4)=2.4/(6*E*I1);
D(4,3)=2.4/(6*E*I1); D(4,4)=2.4/(3*E*I1);
D(5,5)=2.4/(3*E*I1);
D(6,6)=1.7/(3*E*I2); D(6,7)=1.7/(6*E*I2);
D(7,6)=1.7/(6*E*I2); D(7,7)=1.7/(3*E*I2);
D(8,8)=1.7/(3*E*I2); D(8,9)=1.7/(6*E*I2);
D(9,8)=1.7/(6*E*I2); D(9,9)=1.7/(3*E*I2);
D(10,10)=1.7/(3*E*I2); D(10,11)=1.7/(6*E*I2);
D(11,10)=1.7/(6*E*I2); D(11,11)=1.7/(3*E*I2);
D(12,12)=1.7/(3*E*I2); D(12,13)=1.7/(6*E*I2);
D(13,12)=1.7/(6*E*I2); D(13,13)=1.7/(3*E*I2);
D(14,14)=1.7/(3*E*I2); D(14,15)=1.7/(6*E*I2);
D(15,14)=1.7/(6*E*I2); D(15,15)=1.7/(3*E*I2);
D(16,16)=1.7/(3*E*I2); D(16,17)=1.7/(6*E*I2);
D(17,16)=1.7/(6*E*I2); D(17,17)=1.7/(3*E*I2);
D(18,18)=1.7/(3*E*I2); D(18,19)=1.7/(6*E*I2);
D(19,18)=1.7/(6*E*I2); D(19,19)=1.7/(3*E*I2);
D(20,20)=1.7/(3*E*I2); D(20,21)=1.7/(6*E*I2);
D(21,20)=1.7/(6*E*I2); D(21,21)=1.7/(3*E*I2);
D(22,22)=1.7/(3*E*I2); D(22,23)=1.7/(6*E*I2);
D(23,22)=1.7/(6*E*I2); D(23,23)=1.7/(3*E*I2);
D(24,24)=1.7/(3*E*I2); D(24,25)=1.7/(6*E*I2);
D(25,24)=1.7/(6*E*I2); D(25,25)=1.7/(3*E*I2);
D(26,26)=7.2/(3*E*I1);
D(27,27)=2.47/(3*E*A5); D(28,28)=2.47/(3*E*A5);
D(29,29)=2.47/(3*E*A5); D(30,30)=2.47/(3*E*A5);
D(31,31)=2.47/(3*E*A5); D(32,32)=2.47/(3*E*A5);
D(33,33)=2.47/(3*E*A5); D(34,34)=2.47/(3*E*A5);
D(35,35)=2.47/(3*E*A5); D(36,36)=2.47/(3*E*A5);
D(37,37)=3.4/(3*E*A4); D(38,38)=3.4/(3*E*A4);
D(39,39)=3.4/(3*E*A4); D(40,40)=3.4/(3*E*A4);
% Skaiciuojame tamprias irazas
Se=((D^(-1))*A')*(A*(D^(-1))*A')^(-1)*Fs
% Skaiciuojame tamprius poslinkius
Ue=(A*inv(D)*(A'))\Fs
Aeq=(-A);
% Suformuoju apribojimu lygybiu laisvuju nariu vektoriu
beq=zeros(35,1);
% TAMPRIOJI PLASTINE ANALIZE
% Suformuojame takumo salygu matrica [Fi]
Fi=zeros(80,40);
Fi(1,1)=1; Fi(2,1)=-1; Fi(3,2)=1; Fi(4,2)=-1; Fi(5,3)=1; Fi(6,3)=-1;
Fi(7,4)=1; Fi(8,4)=-1; Fi(9,5)=1; Fi(10,5)=-1; Fi(11,6)=1; Fi(12,6)=-1;
Fi(13,7)=1; Fi(14,7)=-1; Fi(15,8)=1; Fi(16,8)=-1; Fi(17,9)=1; Fi(18,9)=-1;
Fi(19,10)=1; Fi(20,10)=-1; Fi(21,11)=1; Fi(22,11)=-1; Fi(23,12)=1; Fi(24,12)=-1;
Fi(25,13)=1; Fi(26,13)=-1; Fi(27,14)=1; Fi(28,14)=-1; Fi(29,15)=1; Fi(30,15)=-1;
Fi(31,16)=1; Fi(32,16)=-1; Fi(33,17)=1; Fi(34,17)=-1; Fi(35,18)=1; Fi(36,18)=-1;
Fi(37,19)=1; Fi(38,19)=-1; Fi(39,20)=1; Fi(40,20)=-1; Fi(41,21)=1; Fi(42,21)=-1;
Fi(43,22)=1; Fi(44,22)=-1; Fi(45,23)=1; Fi(46,23)=-1; Fi(47,24)=1; Fi(48,24)=-1;
Fi(49,25)=1; Fi(50,25)=-1; Fi(51,26)=1; Fi(52,26)=-1; Fi(53,27)=1; Fi(54,27)=-1;
Fi(55,28)=1; Fi(56,28)=-1; Fi(57,29)=1; Fi(58,29)=-1; Fi(59,30)=1; Fi(60,30)=-1;
Fi(61,31)=1; Fi(62,31)=-1; Fi(63,32)=1; Fi(64,32)=-1; Fi(65,33)=1; Fi(66,33)=-1;
Fi(67,34)=1; Fi(68,34)=-1; Fi(69,35)=1; Fi(70,35)=-1; Fi(71,36)=1; Fi(72,36)=-1;
Fi(73,37)=1; Fi(74,37)=-1; Fi(75,38)=1; Fi(76,38)=-1; Fi(77,39)=1; Fi(78,39)=-1;
Fi(79,40)=1; Fi(80,40)=-1;
Anq=Fi;
% Suformuojame konfiguracionos matrica
Gie=zeros(80,5);
Gie(1,1)=1; Gie(2,1)=1; Gie(3,1)=1; Gie(4,1)=1; Gie(5,1)=1; Gie(6,1)=1;
Gie(7,1)=1; Gie(8,1)=1; Gie(9,1)=1; Gie(10,1)=1;
Gie(11,2)=1; Gie(12,2)=1; Gie(13,2)=1; Gie(14,2)=1; Gie(15,2)=1; Gie(16,2)=1;
Gie(17,2)=1; Gie(18,2)=1;
Gie(19,3)=1; Gie(20,3)=1; Gie(21,3)=1; Gie(22,3)=1; Gie(23,3)=1; Gie(24,3)=1;
Gie(25,3)=1; Gie(26,3)=1; Gie(27,3)=1; Gie(28,3)=1; Gie(29,3)=1; Gie(30,3)=1;
Gie(31,3)=1; Gie(32,3)=1; Gie(33,3)=1; Gie(34,3)=1; Gie(35,3)=1; Gie(36,3)=1;
Gie(37,3)=1; Gie(38,3)=1; Gie(39,3)=1; Gie(40,3)=1; Gie(41,3)=1; Gie(42,3)=1;
Gie(43,2)=1; Gie(44,2)=1; Gie(45,2)=1; Gie(46,2)=1; Gie(47,2)=1; Gie(48,2)=1;
Gie(49,2)=1; Gie(50,2)=1;

```

Kai įvertinamas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos stiprumas ir stabilumas, byla atrodo taip:

114

```

A(15,14)=-1/1.7; A(15,15)=1/1.7; A(15,16)=1/1.7; A(15,17)=-1/1.7;
A(16,15)=-1; A(16,16)=1;
A(17,16)=-1/1.7; A(17,17)=1/1.7; A(17,18)=1/1.7; A(17,19)=-1/1.7;
A(17,32)=-cosd(43); A(17,33)=-cosd(43);
A(18,17)=-1; A(18,18)=1;
A(19,18)=-1/1.7; A(19,19)=1/1.7; A(19,20)=1/1.7; A(19,21)=-1/1.7;
A(20,19)=-1; A(20,20)=1;
A(21,20)=-1/1.7; A(21,21)=1/1.7; A(21,22)=1/1.7; A(21,23)=-1/1.7;
A(21,34)=-cosd(43); A(21,35)=-cosd(43);
A(22,21)=-1; A(22,22)=1;
A(23,22)=-1/1.7; A(23,23)=1/1.7; A(23,24)=1/1.7; A(23,25)=-1/1.7;
A(24,23)=-1; A(24,24)=1;
A(25,25)=-1;
A(26,27)=cosd(47); A(26,28)=-cosd(47); A(26,37)=-1;
A(27,27)=cosd(43); A(27,28)=cosd(43);
A(28,29)=cosd(47); A(28,30)=-cosd(47); A(28,37)=1; A(28,38)=-1;
A(29,29)=cosd(43); A(29,30)=cosd(43);
A(30,31)=cosd(47); A(30,32)=-cosd(47); A(30,38)=1; A(30,39)=-1;
A(31,31)=cosd(43); A(31,32)=cosd(43);
A(32,33)=cosd(47); A(32,34)=-cosd(47); A(32,39)=1; A(32,40)=-1;
A(33,33)=cosd(43); A(33,34)=cosd(43);
A(34,35)=cosd(47); A(34,36)=-cosd(47); A(34,40)=1;
A(35,35)=cosd(43); A(35,36)=cosd(43);
% Sudarome pasiduodamumo matrica [D]:
D=zeros(40,40);
D(1,1)=2.4/(3*E*I1); D(1,2)=2.4/(6*E*I1);
D(2,1)=2.4/(6*E*I1); D(2,2)=2.4/(3*E*I1);
D(3,3)=2.4/(3*E*I1); D(3,4)=2.4/(6*E*I1);
D(4,3)=2.4/(6*E*I1); D(4,4)=2.4/(3*E*I1);
D(5,5)=2.4/(3*E*I1);
D(6,6)=1.7/(3*E*I2); D(6,7)=1.7/(6*E*I2);
D(7,6)=1.7/(6*E*I2); D(7,7)=1.7/(3*E*I2);
D(8,8)=1.7/(3*E*I2); D(8,9)=1.7/(6*E*I2);
D(9,8)=1.7/(6*E*I2); D(9,9)=1.7/(3*E*I2);
D(10,10)=1.7/(3*E*I3); D(10,11)=1.7/(6*E*I3);
D(11,10)=1.7/(6*E*I3); D(11,11)=1.7/(3*E*I3);
D(12,12)=1.7/(3*E*I3); D(12,13)=1.7/(6*E*I3);
D(13,12)=1.7/(6*E*I3); D(13,13)=1.7/(3*E*I3);
D(14,14)=1.7/(3*E*I3); D(14,15)=1.7/(6*E*I3);
D(15,14)=1.7/(6*E*I3); D(15,15)=1.7/(3*E*I3);
D(16,16)=1.7/(3*E*I3); D(16,17)=1.7/(6*E*I3);
D(17,16)=1.7/(6*E*I3); D(17,17)=1.7/(3*E*I3);
D(18,18)=1.7/(3*E*I3); D(18,19)=1.7/(6*E*I3);
D(19,18)=1.7/(6*E*I3); D(19,19)=1.7/(3*E*I3);
D(20,20)=1.7/(3*E*I3); D(20,21)=1.7/(6*E*I3);
D(21,20)=1.7/(6*E*I3); D(21,21)=1.7/(3*E*I3);
D(22,22)=1.7/(3*E*I2); D(22,23)=1.7/(6*E*I2);
D(23,22)=1.7/(6*E*I2); D(23,23)=1.7/(3*E*I2);
D(24,24)=1.7/(3*E*I2); D(24,25)=1.7/(6*E*I2);
D(25,24)=1.7/(6*E*I2); D(25,25)=1.7/(3*E*I2);
D(26,26)=7.2/(3*E*I1);
D(27,27)=2.47/(3*E*A5); D(28,28)=2.47/(3*E*A5);
D(29,29)=2.47/(3*E*A5); D(30,30)=2.47/(3*E*A5);
D(31,31)=2.47/(3*E*A5); D(32,32)=2.47/(3*E*A5);
D(33,33)=2.47/(3*E*A5); D(34,34)=2.47/(3*E*A5);
D(35,35)=2.47/(3*E*A5); D(36,36)=2.47/(3*E*A5);
D(37,37)=3.4/(3*E*A4); D(38,38)=3.4/(3*E*A4);
D(39,39)=3.4/(3*E*A4); D(40,40)=3.4/(3*E*A4);
% Skaiciuojame tamprias irazas:
Se=((D^(-1))*A')*(A*(D^(-1))*A')^(-1)*Fs
% Skaiciuojame tamprius poslinkius:
Ue=(A*inv(D)*(A'))\Fs
Aeq=(-A);
% Suformuoju apribojimu lygybiu laisvuju nariu vektoriu:
beq=zeros(35,1);
% ===== TAMPRIOJI PLASTINE ANALIZE =====
% Suformuojame takumo salygu matrica [Fi]:
Fi=zeros(80,40);
Fi(1,1)=1; Fi(2,1)=-1; Fi(3,2)=1; Fi(4,2)=-1; Fi(5,3)=1; Fi(6,3)=-1;
Fi(7,4)=1; Fi(8,4)=-1; Fi(9,5)=1; Fi(10,5)=-1; Fi(11,6)=1; Fi(12,6)=-1;
Fi(13,7)=1; Fi(14,7)=-1; Fi(15,8)=1; Fi(16,8)=-1; Fi(17,9)=1; Fi(18,9)=-1;
Fi(19,10)=1; Fi(20,10)=-1; Fi(21,11)=1; Fi(22,11)=-1; Fi(23,12)=1; Fi(24,12)=-1;
Fi(25,13)=1; Fi(26,13)=-1; Fi(27,14)=1; Fi(28,14)=-1; Fi(29,15)=1; Fi(30,15)=-1;
Fi(31,16)=1; Fi(32,16)=-1; Fi(33,17)=1; Fi(34,17)=-1; Fi(35,18)=1; Fi(36,18)=-1;
Fi(37,19)=1; Fi(38,19)=-1; Fi(39,20)=1; Fi(40,20)=-1; Fi(41,21)=1; Fi(42,21)=-1;
Fi(43,22)=1; Fi(44,22)=-1; Fi(45,23)=1; Fi(46,23)=-1; Fi(47,24)=1; Fi(48,24)=-1;
Fi(49,25)=1; Fi(50,25)=-1; Fi(51,26)=1; Fi(52,26)=-1; Fi(53,27)=1; Fi(54,27)=-1;
Fi(55,28)=1; Fi(56,28)=-1; Fi(57,29)=1; Fi(58,29)=-1; Fi(59,30)=1; Fi(60,30)=-1;
Fi(61,31)=1; Fi(62,31)=-1; Fi(63,32)=1; Fi(64,32)=-1; Fi(65,33)=1; Fi(66,33)=-1;
Fi(67,34)=1; Fi(68,34)=-1; Fi(69,35)=1; Fi(70,35)=-1; Fi(71,36)=1; Fi(72,36)=-1;

```

```

Fi(73,37)=1; Fi(74,37)=-1; Fi(75,38)=1; Fi(76,38)=-1; Fi(77,39)=1; Fi(78,39)=-1;
Fi(79,40)=1; Fi(80,40)=-1;
Anq=Fi;
% Suformuojame konfiguracioni matrica:
Gie=zeros(80,5);
Gie(1,1)=1; Gie(2,1)=1; Gie(3,1)=1; Gie(4,1)=1; Gie(5,1)=1; Gie(6,1)=1;
Gie(7,1)=1; Gie(8,1)=1; Gie(9,1)=1; Gie(10,1)=1;
Gie(11,2)=1; Gie(12,2)=1; Gie(13,2)=1; Gie(14,2)=1; Gie(15,2)=1; Gie(16,2)=1;
Gie(17,2)=1; Gie(18,2)=1;
Gie(19,3)=1; Gie(20,3)=1; Gie(21,3)=1; Gie(22,3)=1; Gie(23,3)=1; Gie(24,3)=1;
Gie(25,3)=1; Gie(26,3)=1; Gie(27,3)=1; Gie(28,3)=1; Gie(29,3)=1; Gie(30,3)=1;
Gie(31,3)=1; Gie(32,3)=1; Gie(33,3)=1; Gie(34,3)=1; Gie(35,3)=1; Gie(36,3)=1;
Gie(37,3)=1; Gie(38,3)=1; Gie(39,3)=1; Gie(40,3)=1; Gie(41,3)=1; Gie(42,3)=1;
Gie(43,2)=1; Gie(44,2)=1; Gie(45,2)=1; Gie(46,2)=1; Gie(47,2)=1; Gie(48,2)=1;
Gie(49,2)=1; Gie(50,2)=1;
Gie(51,1)=1; Gie(52,1)=1;
Gie(53,5)=1; Gie(54,5)=1; Gie(55,5)=1; Gie(56,5)=1; Gie(57,5)=1; Gie(58,5)=1;
Gie(59,5)=1; Gie(60,5)=1; Gie(61,5)=1; Gie(62,5)=1; Gie(63,5)=1; Gie(64,5)=1;
Gie(65,5)=1; Gie(66,5)=1; Gie(67,5)=1; Gie(68,5)=1; Gie(69,5)=1; Gie(70,5)=1;
Gie(71,5)=1; Gie(72,5)=1;
Gie(73,4)=1; Gie(74,4)=1; Gie(75,4)=1; Gie(76,4)=1; Gie(77,4)=1; Gie(78,4)=1;
Gie(79,4)=1; Gie(80,4)=1;
% Sudarome ribiniu irazu vektoriui {S0}:
S0=[M01;M02;M03;N01;N02];
% Suformuojame nelygybiu laisvuju nariu vektoriui:
bnq=(Gie*S0)-(Fi*Se);
% Kvadratinio programavimo uzdavini0 sprendimas:
[x,fval,exitkvad,output,lambda]=quadprog(D,[],Anq,bnq,Aeq,beq);
% Spausdiname rezultatus:
IRAZOS=[Se,x,Se+x];
POSLINKIAI=[Ue lambda.eqlin Ue+lambda.eqlin];
PLASTDAUG=lambda.ineqlin;
PLASTDEF=Fi'*lambda.ineqlin;

```

F PRIEDAS. Apkrovos ir poslinkių priklausomumo analizės uždavinių įvestinės bylos

Kai įvertinamas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos stiprumas, byla atrodo taip:

```
close all;
clear all;
clc;
% REMO IDB ANALIZE
Ivedame pradinis duomenis
% Ivedame Fs
Fdaug=0.9999;
b=[12;0;12;0;12;
    0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;0;
    0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
Fs=Fdaug*b;
% Plieno savybes
sigmay=275e3;
E=210e6;
% Ivedame ribinius lenkimo momentus
M01=64.8;
M02=295.8;
M03=332.775;
N01=348;
N02=127.566;
% Skaiciuojame skerspjuviu plotus
sigmay=275e3; E=210e6;
a1IPE=0.7885; b1IPE=2.2320;
a3IPE=0.8411; b3IPE=1.6572;
a1RHS=0.0668; b1RHS=2.9665;
a3RHS=0.2303; b3RHS=1.9851;
% Pradiniai skerspjuviu plotai (cm2)
A1=(M01*10e5/(sigmay*a3IPE))^(1/b3IPE); % Kolona
A2=(M02*10e5/(sigmay*a3RHS))^(1/b3RHS); % Santvaros virsutine juosta
A3=(M03*10e5/(sigmay*a3RHS))^(1/b3RHS); % Santvaros virsutine juosta
A4=N01/sigmay; % Santvaros apatine juosta
A5=N02/sigmay; % Santvaros tinklelis
% Skaiciuojami inercijos momentai
I1=a1IPE*A1^b1IPE/1e8;
I2=a1RHS*A2^b1RHS/1e8;
I3=a1RHS*A3^b1RHS/1e8;
A4=N01/sigmay;
A5=N02/sigmay;
% Sudarome pusiausvyros koeficientu matrica
A=zeros(35,40);
A(1,1)=-1/2.4; A(1,2)=1/2.4; A(1,3)=1/2.4; A(1,4)=-1/2.4;
A(2,2)=-1; A(2,3)=1;
A(3,3)=-1/2.4; A(3,4)=1/2.4; A(3,5)=1/2.4;
A(4,4)=-1; A(4,5)=1;
A(5,5)=-1/2.4; A(5,26)=-1/7.2;
A(6,6)=1;
A(7,6)=-1/1.7; A(7,7)=1/1.7; A(7,8)=1/1.7; A(7,9)=-1/1.7;
A(8,7)=-1; A(8,8)=1;
A(9,8)=-1/1.7; A(9,9)=1/1.7; A(9,10)=1/1.7; A(9,11)=-1/1.7; A(9,28)=-0.682; A(9,29)=-0.682;
A(10,9)=-1; A(10,10)=1;
A(11,10)=-1/1.7; A(11,11)=1/1.7; A(11,12)=1/1.7; A(11,13)=-1/1.7;
A(12,11)=-1; A(12,12)=1;
A(13,12)=-1/1.7; A(13,13)=1/1.7; A(13,14)=1/1.7; A(13,15)=-1/1.7;
A(13,30)=-0.682; A(13,31)=-0.682;
A(14,13)=-1; A(14,14)=1;
A(15,14)=-1/1.7; A(15,15)=1/1.7; A(15,16)=1/1.7; A(15,17)=-1/1.7;
A(16,15)=-1; A(16,16)=1;
A(17,16)=-1/1.7; A(17,17)=1/1.7; A(17,18)=1/1.7; A(17,19)=-1/1.7;
A(17,32)=-0.682; A(17,33)=-0.682;
A(18,17)=-1; A(18,18)=1;
A(19,18)=-1/1.7; A(19,19)=1/1.7; A(19,20)=1/1.7; A(19,21)=-1/1.7;
A(20,19)=-1; A(20,20)=1;
A(21,20)=-1/1.7; A(21,21)=1/1.7; A(21,22)=1/1.7; A(21,23)=-1/1.7;
A(21,34)=-0.682; A(21,35)=-0.682;
A(22,21)=-1; A(22,22)=1;
A(23,22)=-1/1.7; A(23,23)=1/1.7; A(23,24)=1/1.7; A(23,25)=-1/1.7;
A(24,23)=-1; A(24,24)=1;
A(25,25)=-1;
A(26,27)=0.682; A(26,28)=-0.682; A(26,37)=-1;
A(27,27)=0.682; A(27,28)=0.682;
A(28,29)=0.682; A(28,30)=-0.682; A(28,37)=1; A(28,38)=-1;
```

```

A(29,29)=0.682; A(29,30)=0.682;
A(30,31)=0.682; A(30,32)=-0.682; A(30,38)=1; A(30,39)=-1;
A(31,31)=0.682; A(31,32)=0.682;
A(32,33)=0.682; A(32,34)=-0.682; A(32,39)=1; A(32,40)=-1;
A(33,33)=0.682; A(33,34)=0.682;
A(34,35)=0.682; A(34,36)=-0.682; A(34,40)=1;
A(35,35)=0.682; A(35,36)=0.682;
% Sudarome pasiduodamumu matrica D
D=zeros(40,40);
D(1,1)=2.4/(3*E*I1); D(1,2)=2.4/(6*E*I1);
D(2,1)=2.4/(6*E*I1); D(2,2)=2.4/(3*E*I1);
D(3,3)=2.4/(3*E*I1); D(3,4)=2.4/(6*E*I1);
D(4,3)=2.4/(6*E*I1); D(4,4)=2.4/(3*E*I1);
D(5,5)=2.4/(3*E*I1);
D(6,6)=1.7/(3*E*I2); D(6,7)=1.7/(6*E*I2);
D(7,6)=1.7/(6*E*I2); D(7,7)=1.7/(3*E*I2);
D(8,8)=1.7/(3*E*I2); D(8,9)=1.7/(6*E*I2);
D(9,8)=1.7/(6*E*I2); D(9,9)=1.7/(3*E*I2);
D(10,10)=1.7/(3*E*I2); D(10,11)=1.7/(6*E*I2);
D(11,10)=1.7/(6*E*I2); D(11,11)=1.7/(3*E*I2);
D(12,12)=1.7/(3*E*I2); D(12,13)=1.7/(6*E*I2);
D(13,12)=1.7/(6*E*I2); D(13,13)=1.7/(3*E*I2);
D(14,14)=1.7/(3*E*I2); D(14,15)=1.7/(6*E*I2);
D(15,14)=1.7/(6*E*I2); D(15,15)=1.7/(3*E*I2);
D(16,16)=1.7/(3*E*I2); D(16,17)=1.7/(6*E*I2);
D(17,16)=1.7/(6*E*I2); D(17,17)=1.7/(3*E*I2);
D(18,18)=1.7/(3*E*I2); D(18,19)=1.7/(6*E*I2);
D(19,18)=1.7/(6*E*I2); D(19,19)=1.7/(3*E*I2);
D(20,20)=1.7/(3*E*I2); D(20,21)=1.7/(6*E*I2);
D(21,20)=1.7/(6*E*I2); D(21,21)=1.7/(3*E*I2);
D(22,22)=1.7/(3*E*I2); D(22,23)=1.7/(6*E*I2);
D(23,22)=1.7/(6*E*I2); D(23,23)=1.7/(3*E*I2);
D(24,24)=1.7/(3*E*I2); D(24,25)=1.7/(6*E*I2);
D(25,24)=1.7/(6*E*I2); D(25,25)=1.7/(3*E*I2);
D(26,26)=7.2/(3*E*I1);
D(27,27)=2.47/(3*E*A5); D(28,28)=2.47/(3*E*A5);
D(29,29)=2.47/(3*E*A5); D(30,30)=2.47/(3*E*A5);
D(31,31)=2.47/(3*E*A5); D(32,32)=2.47/(3*E*A5);
D(33,33)=2.47/(3*E*A5); D(34,34)=2.47/(3*E*A5);
D(35,35)=2.47/(3*E*A5); D(36,36)=2.47/(3*E*A5);
D(37,37)=3.4/(3*E*A4); D(38,38)=3.4/(3*E*A4);
D(39,39)=3.4/(3*E*A4); D(40,40)=3.4/(3*E*A4);
% Skaiciuojame tamprias irazas
Se=((D^(-1))*A')*(A*(D^(-1))*A')^(-1)*Fs
% Skaiciuojame tamprius poslinkius
Ue=(A*inv(D)*(A'))\Fs
% Suformuojame apribojimu lygybiu laisvuju nariu vektoriui
beq=zeros(35,1);
% Suformuojame takumo salygu matrica [Fi]
Fi=zeros(80,40);
Fi(1,1)=1; Fi(2,1)=-1; Fi(3,2)=1; Fi(4,2)=-1; Fi(5,3)=1; Fi(6,3)=-1;
Fi(7,4)=1; Fi(8,4)=-1; Fi(9,5)=1; Fi(10,5)=-1; Fi(11,6)=1; Fi(12,6)=-1;
Fi(13,7)=1; Fi(14,7)=-1; Fi(15,8)=1; Fi(16,8)=-1; Fi(17,9)=1; Fi(18,9)=-1;
Fi(19,10)=1; Fi(20,10)=-1; Fi(21,11)=1; Fi(22,11)=-1; Fi(23,12)=1; Fi(24,12)=-1;
Fi(25,13)=1; Fi(26,13)=-1; Fi(27,14)=1; Fi(28,14)=-1; Fi(29,15)=1; Fi(30,15)=-1;
Fi(31,16)=1; Fi(32,16)=-1; Fi(33,17)=1; Fi(34,17)=-1; Fi(35,18)=1; Fi(36,18)=-1;
Fi(37,19)=1; Fi(38,19)=-1; Fi(39,20)=1; Fi(40,20)=-1; Fi(41,21)=1; Fi(42,21)=-1;
Fi(43,22)=1; Fi(44,22)=-1; Fi(45,23)=1; Fi(46,23)=-1; Fi(47,24)=1; Fi(48,24)=-1;
Fi(49,25)=1; Fi(50,25)=-1; Fi(51,26)=1; Fi(52,26)=-1; Fi(53,27)=1; Fi(54,27)=-1;
Fi(55,28)=1; Fi(56,28)=-1; Fi(57,29)=1; Fi(58,29)=-1; Fi(59,30)=1; Fi(60,30)=-1;
Fi(61,31)=1; Fi(62,31)=-1; Fi(63,32)=1; Fi(64,32)=-1; Fi(65,33)=1; Fi(66,33)=-1;
Fi(67,34)=1; Fi(68,34)=-1; Fi(69,35)=1; Fi(70,35)=-1; Fi(71,36)=1; Fi(72,36)=-1;
Fi(73,37)=1; Fi(74,37)=-1; Fi(75,38)=1; Fi(76,38)=-1; Fi(77,39)=1; Fi(78,39)=-1;
Fi(79,40)=1; Fi(80,40)=-1;
% Suformuojame konfiguracionos matrica
Gie=zeros(80,5);
Gie(1,1)=1; Gie(2,1)=1; Gie(3,1)=1; Gie(4,1)=1; Gie(5,1)=1; Gie(6,1)=1;
Gie(7,1)=1; Gie(8,1)=1; Gie(9,1)=1; Gie(10,1)=1;
Gie(11,2)=1; Gie(12,2)=1; Gie(13,2)=1; Gie(14,2)=1; Gie(15,2)=1; Gie(16,2)=1;
Gie(17,2)=1; Gie(18,2)=1;
Gie(19,3)=1; Gie(20,3)=1; Gie(21,3)=1; Gie(22,3)=1; Gie(23,3)=1; Gie(24,3)=1;
Gie(25,3)=1; Gie(26,3)=1; Gie(27,3)=1; Gie(28,3)=1; Gie(29,3)=1; Gie(30,3)=1;
Gie(31,3)=1; Gie(32,3)=1; Gie(33,3)=1; Gie(34,3)=1; Gie(35,3)=1; Gie(36,3)=1;
Gie(37,3)=1; Gie(38,3)=1; Gie(39,3)=1; Gie(40,3)=1; Gie(41,3)=1; Gie(42,3)=1;
Gie(43,2)=1; Gie(44,2)=1; Gie(45,2)=1; Gie(46,2)=1; Gie(47,2)=1; Gie(48,2)=1;
Gie(49,2)=1; Gie(50,2)=1;
Gie(51,1)=1; Gie(52,1)=1;
Gie(53,5)=1; Gie(54,5)=1; Gie(55,5)=1; Gie(56,5)=1; Gie(57,5)=1; Gie(58,5)=1;
Gie(59,5)=1; Gie(60,5)=1; Gie(61,5)=1; Gie(62,5)=1; Gie(63,5)=1; Gie(64,5)=1;
Gie(65,5)=1; Gie(66,5)=1; Gie(67,5)=1; Gie(68,5)=1; Gie(69,5)=1; Gie(70,5)=1;

```

```

Gie(71,5)=1; Gie(72,5)=1;
Gie(73,4)=1; Gie(74,4)=1; Gie(75,4)=1; Gie(76,4)=1; Gie(77,4)=1; Gie(78,4)=1;
Gie(79,4)=1; Gie(80,4)=1;
% Suformuoju nelygybiu laisvuju nariu vektoriu
S0=[M01;M02;M03;N01;N02];
% Ivedame standumo matrica
K=D^(-1);
% Liekamuju poslinkiu influentine matrica
H=(A*K*A')^(-1)*A*K;
% Liekamuju irazu influentine matrica
G=(K*A'*H)-K;
% Sudarome Heses matrica V
V=Fi*G'*D*G*Fi';
% Suvedame kvadratine matrica V1
V1=(Gie*S0)-(Fi*Se);
% Sudarome apribojimai
Anq=-eye(80);
bnq=zeros(80,1);
[x,fval,exitkvad,output]=quadprog(V,V1,Anq,bnq,[],[])
% Skaiciuojamas tikrasis itempiu ir deformaciju buvis
Sr=G*Fi'*x; Ur=H*Fi'*x;
% Sumines irazos ir poslinkiai
U=Ue+Ur; S=Se+Sr;
% Plastines deformacijos
Def=Fi'*x
% Spausiname rezultatus
IRAZOS=[Se Sr S]
POSLINKIAI=[Ue Ur U]

```

Kai įvertinamas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos stiprumas ir stabilumas, byla atrodo

taip:

```

close all; clear all; clc;
% ===== REMO ANALIZE IKI PLASTISKOSIOS IRTIES =====
% Pagal matematini modeli:
% Rasti min 1/2{Sr}'[D]{Sr}
% kai -[Fi]{Sr}>=[Fi]{Se}-[Gie]{S0}
% [A]{Sr}=0
% Ivedame pradinius duomenis:
% Ivedame Fs:
Fdaug=0.99;
b=[12;0;12;0;12;
 0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;0;
 0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
% Suformuojame apkrovos vektoriu Fs:
Fs=Fdaug*b;
% Plieno savybes:
sigmay=275e3; E=210e6;
% Ribiniai lenkimo momentai:
M01=199.4226;
M02=94.668;
M03=427.4630;
N01=400
N02=406.246;
% Kolonos M01 koeficientu reikšmes:
a1RHS1=0.0185; b1RHS1=2.9558;
a3RHS1=0.1227; b3RHS1=1.9782;
% Santvaros virsutinės juostos M02 ir M03 koeficientu reikšmes:
a1RHS=0.0668; b1RHS=2.9665;
a3RHS=0.2303; b3RHS=1.9851;
% Pradiniai skerspjuviu plotai (cm2):
A1=((M01*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS1))^(1/b3RHS1);
A2=((M02*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A3=((M03*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A4=N01/235e3;
A5=N02/235e3;
% Skaiciuojami inercijos momentai:
I1=a1RHS1*A1^b1RHS1/1e8;
I2=a1RHS*A2^b1RHS/1e8;
I3=a1RHS*A3^b1RHS/1e8;
% Sudarome liekamuju irazu pusiausvyros salygu matrica [A]:
A=zeros(35,40);
A(1,1)=-1/2.4; A(1,2)=1/2.4; A(1,3)=1/2.4; A(1,4)=-1/2.4;
A(2,2)=-1; A(2,3)=1;
A(3,3)=-1/2.4; A(3,4)=1/2.4; A(3,5)=1/2.4;
A(4,4)=-1; A(4,5)=1;
A(5,5)=-1/2.4; A(5,26)=-1/7.2;
A(6,6)=1;

```

```

A(7,6)=-1/1.7; A(7,7)=1/1.7; A(7,8)=1/1.7; A(7,9)=-1/1.7;
A(8,7)=-1; A(8,8)=1;
A(9,8)=-1/1.7; A(9,9)=1/1.7; A(9,10)=1/1.7; A(9,11)=-1/1.7;
A(9,28)=-cosd(43); A(9,29)=-cosd(43);
A(10,9)=-1; A(10,10)=1;
A(11,10)=-1/1.7; A(11,11)=1/1.7; A(11,12)=1/1.7; A(11,13)=-1/1.7;
A(12,11)=-1; A(12,12)=1;
A(13,12)=-1/1.7; A(13,13)=1/1.7; A(13,14)=1/1.7; A(13,15)=-1/1.7;
A(13,30)=-cosd(43); A(13,31)=-cosd(43);
A(14,13)=-1; A(14,14)=1;
A(15,14)=-1/1.7; A(15,15)=1/1.7; A(15,16)=1/1.7; A(15,17)=-1/1.7;
A(16,15)=-1; A(16,16)=1;
A(17,16)=-1/1.7; A(17,17)=1/1.7; A(17,18)=1/1.7; A(17,19)=-1/1.7;
A(17,32)=-cosd(43); A(17,33)=-cosd(43);
A(18,17)=-1; A(18,18)=1;
A(19,18)=-1/1.7; A(19,19)=1/1.7; A(19,20)=1/1.7; A(19,21)=-1/1.7;
A(20,19)=-1; A(20,20)=1;
A(21,20)=-1/1.7; A(21,21)=1/1.7; A(21,22)=1/1.7; A(21,23)=-1/1.7;
A(21,34)=-cosd(43); A(21,35)=-cosd(43);
A(22,21)=-1; A(22,22)=1;
A(23,22)=-1/1.7; A(23,23)=1/1.7; A(23,24)=1/1.7; A(23,25)=-1/1.7;
A(24,23)=-1; A(24,24)=1;
A(25,25)=-1;
A(26,27)=cosd(47); A(26,28)=-cosd(47); A(26,37)=-1;
A(27,27)=cosd(43); A(27,28)=cosd(43);
A(28,29)=cosd(47); A(28,30)=-cosd(47); A(28,37)=1; A(28,38)=-1;
A(29,29)=cosd(43); A(29,30)=cosd(43);
A(30,31)=cosd(47); A(30,32)=-cosd(47); A(30,38)=1; A(30,39)=-1;
A(31,31)=cosd(43); A(31,32)=cosd(43);
A(32,33)=cosd(47); A(32,34)=-cosd(47); A(32,39)=1; A(32,40)=-1;
A(33,33)=cosd(43); A(33,34)=cosd(43);
A(34,35)=cosd(47); A(34,36)=-cosd(47); A(34,40)=1;
A(35,35)=cosd(43); A(35,36)=cosd(43);
% Sudarome pasiduodamumo matrica [D]:
D=zeros(40,40);
D(1,1)=2.4/(3*E*I1); D(1,2)=2.4/(6*E*I1);
D(2,1)=2.4/(6*E*I1); D(2,2)=2.4/(3*E*I1);
D(3,3)=2.4/(3*E*I1); D(3,4)=2.4/(6*E*I1);
D(4,3)=2.4/(6*E*I1); D(4,4)=2.4/(3*E*I1);
D(5,5)=2.4/(3*E*I1);
D(6,6)=1.7/(3*E*I2); D(6,7)=1.7/(6*E*I2);
D(7,6)=1.7/(6*E*I2); D(7,7)=1.7/(3*E*I2);
D(8,8)=1.7/(3*E*I2); D(8,9)=1.7/(6*E*I2);
D(9,8)=1.7/(6*E*I2); D(9,9)=1.7/(3*E*I2);
D(10,10)=1.7/(3*E*I3); D(10,11)=1.7/(6*E*I3);
D(11,10)=1.7/(6*E*I3); D(11,11)=1.7/(3*E*I3);
D(12,12)=1.7/(3*E*I3); D(12,13)=1.7/(6*E*I3);
D(13,12)=1.7/(6*E*I3); D(13,13)=1.7/(3*E*I3);
D(14,14)=1.7/(3*E*I3); D(14,15)=1.7/(6*E*I3);
D(15,14)=1.7/(6*E*I3); D(15,15)=1.7/(3*E*I3);
D(16,16)=1.7/(3*E*I3); D(16,17)=1.7/(6*E*I3);
D(17,16)=1.7/(6*E*I3); D(17,17)=1.7/(3*E*I3);
D(18,18)=1.7/(3*E*I3); D(18,19)=1.7/(6*E*I3);
D(19,18)=1.7/(6*E*I3); D(19,19)=1.7/(3*E*I3);
D(20,20)=1.7/(3*E*I3); D(20,21)=1.7/(6*E*I3);
D(21,20)=1.7/(6*E*I3); D(21,21)=1.7/(3*E*I3);
D(22,22)=1.7/(3*E*I2); D(22,23)=1.7/(6*E*I2);
D(23,22)=1.7/(6*E*I2); D(23,23)=1.7/(3*E*I2);
D(24,24)=1.7/(3*E*I2); D(24,25)=1.7/(6*E*I2);
D(25,24)=1.7/(6*E*I2); D(25,25)=1.7/(3*E*I2);
D(26,26)=7.2/(3*E*I1);
D(27,27)=2.47/(3*E*A5); D(28,28)=2.47/(3*E*A5);
D(29,29)=2.47/(3*E*A5); D(30,30)=2.47/(3*E*A5);
D(31,31)=2.47/(3*E*A5); D(32,32)=2.47/(3*E*A5);
D(33,33)=2.47/(3*E*A5); D(34,34)=2.47/(3*E*A5);
D(35,35)=2.47/(3*E*A5); D(36,36)=2.47/(3*E*A5);
D(37,37)=3.4/(3*E*A4); D(38,38)=3.4/(3*E*A4);
D(39,39)=3.4/(3*E*A4); D(40,40)=3.4/(3*E*A4);
% Skaiciuojame tamprias irazas:
Se=((D^(-1))*A')*(A*(D^(-1))*A')^(-1)*Fs
% Skaiciuojame tamprius poslinkius:
Ue=(A*inv(D)*(A'))\Fs
Aeq=(-A);
% Suformuoju apribojimu lygybiu laisvuju nariu vektoriu:
beq=zeros(35,1);
% ===== TAMPRIJOJI PLASTINE ANALIZE =====
% Suformuojame takumo salygu matrica [Fi]:
Fi=zeros(80,40);
Fi(1,1)=1; Fi(2,1)=-1; Fi(3,2)=1; Fi(4,2)=-1; Fi(5,3)=1; Fi(6,3)=-1;
Fi(7,4)=1; Fi(8,4)=-1; Fi(9,5)=1; Fi(10,5)=-1; Fi(11,6)=1; Fi(12,6)=-1;

```

```

Fi(13,7)=1; Fi(14,7)=-1; Fi(15,8)=1; Fi(16,8)=-1; Fi(17,9)=1; Fi(18,9)=-1;
Fi(19,10)=1; Fi(20,10)=-1; Fi(21,11)=1; Fi(22,11)=-1; Fi(23,12)=1; Fi(24,12)=-1;
Fi(25,13)=1; Fi(26,13)=-1; Fi(27,14)=1; Fi(28,14)=-1; Fi(29,15)=1; Fi(30,15)=-1;
Fi(31,16)=1; Fi(32,16)=-1; Fi(33,17)=1; Fi(34,17)=-1; Fi(35,18)=1; Fi(36,18)=-1;
Fi(37,19)=1; Fi(38,19)=-1; Fi(39,20)=1; Fi(40,20)=-1; Fi(41,21)=1; Fi(42,21)=-1;
Fi(43,22)=1; Fi(44,22)=-1; Fi(45,23)=1; Fi(46,23)=-1; Fi(47,24)=1; Fi(48,24)=-1;
Fi(49,25)=1; Fi(50,25)=-1; Fi(51,26)=1; Fi(52,26)=-1; Fi(53,27)=1; Fi(54,27)=-1;
Fi(55,28)=1; Fi(56,28)=-1; Fi(57,29)=1; Fi(58,29)=-1; Fi(59,30)=1; Fi(60,30)=-1;
Fi(61,31)=1; Fi(62,31)=-1; Fi(63,32)=1; Fi(64,32)=-1; Fi(65,33)=1; Fi(66,33)=-1;
Fi(67,34)=1; Fi(68,34)=-1; Fi(69,35)=1; Fi(70,35)=-1; Fi(71,36)=1; Fi(72,36)=-1;
Fi(73,37)=1; Fi(74,37)=-1; Fi(75,38)=1; Fi(76,38)=-1; Fi(77,39)=1; Fi(78,39)=-1;
Fi(79,40)=1; Fi(80,40)=-1;
Anq=Fi;
% Suformuojame konfiguracioni matrica:
Gie=zeros(80,5);
Gie(1,1)=1; Gie(2,1)=1; Gie(3,1)=1; Gie(4,1)=1; Gie(5,1)=1; Gie(6,1)=1;
Gie(7,1)=1; Gie(8,1)=1; Gie(9,1)=1; Gie(10,1)=1;
Gie(11,2)=1; Gie(12,2)=1; Gie(13,2)=1; Gie(14,2)=1; Gie(15,2)=1; Gie(16,2)=1;
Gie(17,2)=1; Gie(18,2)=1;
Gie(19,3)=1; Gie(20,3)=1; Gie(21,3)=1; Gie(22,3)=1; Gie(23,3)=1; Gie(24,3)=1;
Gie(25,3)=1; Gie(26,3)=1; Gie(27,3)=1; Gie(28,3)=1; Gie(29,3)=1; Gie(30,3)=1;
Gie(31,3)=1; Gie(32,3)=1; Gie(33,3)=1; Gie(34,3)=1; Gie(35,3)=1; Gie(36,3)=1;
Gie(37,3)=1; Gie(38,3)=1; Gie(39,3)=1; Gie(40,3)=1; Gie(41,3)=1; Gie(42,3)=1;
Gie(43,2)=1; Gie(44,2)=1; Gie(45,2)=1; Gie(46,2)=1; Gie(47,2)=1; Gie(48,2)=1;
Gie(49,2)=1; Gie(50,2)=1;
Gie(51,1)=1; Gie(52,1)=1;
Gie(53,5)=1; Gie(54,5)=1; Gie(55,5)=1; Gie(56,5)=1; Gie(57,5)=1; Gie(58,5)=1;
Gie(59,5)=1; Gie(60,5)=1; Gie(61,5)=1; Gie(62,5)=1; Gie(63,5)=1; Gie(64,5)=1;
Gie(65,5)=1; Gie(66,5)=1; Gie(67,5)=1; Gie(68,5)=1; Gie(69,5)=1; Gie(70,5)=1;
Gie(71,5)=1; Gie(72,5)=1;
Gie(73,4)=1; Gie(74,4)=1; Gie(75,4)=1; Gie(76,4)=1; Gie(77,4)=1; Gie(78,4)=1;
Gie(79,4)=1; Gie(80,4)=1;
% Sudarome ribiniu irazu vektoriui {S0}:
S0=[M01;M02;M03;N01;N02];
% Suformuojame nelygybiu laisvuju nariu vektoriui:
bnq=(Gie*S0)-(Fi*Se);
% Kvadratinio programavimo uzdaviniu sprendimas:
[x,fval,exitkvad,output,lambda]=quadprog(D,[],Anq,bnq,Aeq,beq);
% Spausdiname rezultatus:
IRAZOS=[Se,x,Se+x];
POSLINKIAI=[Ue lambda.eqlin Ue+lambda.eqlin];
PLASTDAUG=lambda.ineqlin;
PLASTDEF=Fi'*lambda.ineqlin;

```

Atliktos analizės rezultatai surašyti į F.1 lentelę.

F.1 lentelė. Įtempto ir deformuoto būvio dydžių dinamika

Apkrova	Lenkimo momentai (kNm) ir ašinės jėgos (kN)			Poslinkiai (m)		
F	S_e	S_r	S	u_e	u_r	u
0,5037F ₀	-39,89	0,00	-39,89	0,027	0,00	0,027
	-12,09	0,00	-12,09	0,019	0,00	0,019
	-12,09	0,00	-12,09	0,079	0,00	0,079
	1,21	0,00	1,21	0,023	0,00	0,023
	1,21	0,00	1,21	0,133	0,00	0,134
	0,00	0,00	0,00	0,002	2,12e-05	0,002
	19,56	0,16	19,72	0,004	3,44e-05	0,004
	19,56	0,16	19,72	0,002	1,81e-05	0,002
	1,88	0,31	2,19	0,007	5,82e-05	0,007
	1,88	0,31	2,19	0,002	8,85e-06	0,002
	22,15	0,13	22,29	0,009	6,478e-05	0,009
	22,15	0,13	22,29	0,001	3,73e-09	0,001
	5,18	-0,04	5,13	0,011	6,22e-05	0,011
	5,18	-0,04	5,13	0,001	-1,77e-06	0,001
	23,80	-0,04	23,76	0,011	6,07e-05	0,011
	23,80	-0,04	23,76	0,000	9,50e-18	0,000
	5,18	-0,04	5,13	0,011	6,22e-05	0,011
	5,18	-0,04	5,13	-0,001	1,77e-06	-0,001
	22,15	0,13	22,29	0,009	6,47e-05	0,009
	22,15	0,13	22,29	-0,001	-3,73e-09	-0,001
	1,88	0,31	2,19	0,007	5,82e-05	0,007
	1,88	0,31	2,19	-0,002	-8,85e-06	-0,002

F.1 lentelės tęsinys. Įtempto ir deformuoto būvio dydžių dinamika

	19,56	0,16	19,72	0,004	3,44e-05	0,004
	19,56	0,16	19,72	-0,002	-1,81e-05	-0,002
	0,00	0,00	0,00	-0,002	-2,12e-05	-0,002
	-25,39	0,00	-25,39	-0,002	6,69e-07	-0,002
	127,70	-0,13	127,57	0,003	-2,33e-06	0,003
	-127,70	0,13	-127,57	-0,001	-1,11e-07	-0,001
	62,83	0,15	62,98	0,009	6,02e-05	0,009
	-62,83	-0,15	-62,98	0,000	-1,62e-17	0,000
	0,00	0,00	0,00	0,011	6,22e-05	0,011
	0,00	0,00	0,00	0,001	1,11e-07	0,001
	-62,83	-0,15	-62,98	0,009	6,02e-05	0,009
	62,83	0,15	62,98	0,002	-6,69e-07	0,002
	-127,70	0,13	-127,57	0,003	-2,33e-06	0,003
	127,70	-0,13	127,57			
	174,18	-0,18	174,00			
	259,89	0,03	259,91			
	259,89	0,03	259,91			
	174,18	-0,18	174,00			
0,6745F ₀	-53,42	0,00	-53,42			
	-16,19	0,00	-16,19			
	-16,19	0,00	-16,19			
	1,62	0,00	1,62	0,036	0,000	0,036
	1,62	0,00	1,62	0,026	0,000	0,026
	0,00	0,00	0,00	0,106	0,000	0,106
	26,20	50,36	76,56	0,031	0,000	0,031
	26,20	50,36	76,56	0,180	0,000	0,179
	2,51	100,72	103,23	0,003	0,008	0,011
	2,51	100,72	103,23	0,005	0,013	0,018
	29,66	50,37	80,03	0,003	0,007	0,010
	29,66	50,37	80,03	0,009	0,023	0,032
	6,93	0,02	6,95	0,002	0,004	0,006
	6,93	0,02	6,95	0,012	0,027	0,039
	31,87	0,02	31,89	0,002	0,001	0,003
	31,87	0,02	31,89	0,014	0,027	0,042
	6,93	0,02	6,95	0,001	0,000	0,001
	6,93	0,02	6,95	0,015	0,027	0,042
	29,66	50,37	80,03	0,000	0,000	0,000
	29,66	50,37	80,03	0,014	0,027	0,042
	2,51	100,72	103,23	-0,001	0,000	-0,001
	2,51	100,72	103,23	0,012	0,027	0,039
	26,20	50,36	76,56	-0,002	-0,001	-0,003
	26,20	50,36	76,56	0,009	0,023	0,032
	0,00	0,00	0,00	-0,002	-0,004	-0,006
	-33,99	0,00	-33,99	0,005	0,013	0,018
	171,00	-43,44	127,57	-0,003	-0,007	-0,010
	-171,00	43,44	-127,57	-0,003	-0,008	-0,011
	84,14	43,43	127,57	-0,002	-0,001	-0,004
	-84,14	-43,43	-127,57	0,005	0,001	0,006
	0,00	0,00	0,00	-0,001	-0,002	-0,003
	0,00	0,00	0,00	0,012	0,025	0,037
	-84,14	-43,43	-127,57	0,000	0,000	0,000
	84,14	43,43	127,57	0,014	0,027	0,042
	-171,00	43,44	-127,57	0,001	0,002	0,003
	171,00	-43,44	127,57	0,012	0,025	0,037
	233,25	-59,25	174,00	0,002	0,001	0,004
	348,01	-0,010	<u>348,00</u>	0,005	0,001	0,006
	348,01	-0,010	<u>348,00</u>			
	233,25	-59,25	174,00			
0,8182F ₀	-64,80	0,00	<u>-64,80</u>	0,044	0,000	0,044
	-19,64	0,00	-19,64	0,031	0,000	0,031
	-19,64	0,00	-19,64	0,129	0,000	0,129
	1,96	0,00	1,96	0,037	0,000	0,037
	1,96	0,00	1,96	0,218	0,000	0,218

F.1 lentelės tęsinys. Įtempto ir deformuoto būvio dydžių dinamika

	0,00	0,00	0,00	0,004	0,025	0,029
	31,78	92,60	124,38	0,006	0,041	0,047
	31,78	92,60	124,38	0,003	0,023	0,026
	3,05	185,20	188,25	0,011	0,076	0,087
	3,05	185,20	188,25	0,003	0,017	0,020
	35,98	155,63	191,61	0,015	0,100	0,115
	35,98	155,63	191,61	0,002	0,011	0,012
	8,41	126,06	134,47	0,017	0,113	0,130
	8,41	126,06	134,47	0,001	0,005	0,006
	38,67	126,06	164,72	0,018	0,117	0,135
	38,67	126,06	164,72	0,000	0,000	0,000
	8,41	126,06	134,47	0,017	0,113	0,130
	8,41	126,06	134,47	-0,001	-0,005	-0,006
	35,98	155,63	191,61	0,015	0,100	0,115
	35,98	155,63	191,61	-0,002	-0,011	-0,012
	3,05	185,20	188,25	0,011	0,076	0,087
	3,05	185,20	188,25	-0,003	-0,017	-0,020
	31,78	92,60	124,38	0,006	0,041	0,047
	31,78	92,60	124,38	-0,003	-0,023	-0,026
	0,00	0,00	0,00	-0,004	-0,025	-0,029
	-41,24	0,00	-41,28	-0,003	-0,018	-0,021
	207,43	-79,87	127,57	0,006	0,017	0,022
	-207,43	79,87	-127,57	-0,002	-0,018	-0,020
	102,06	25,5	127,57	0,014	0,094	0,109
	-102,06	-25,50	-127,57	0,000	0,000	0,000
	0,00	0,00	0,00	0,017	0,113	0,130
	0,00	0,00	0,00	0,002	0,018	0,020
	-102,06	-25,50	-127,57	0,014	0,094	0,109
	102,06	25,50	127,57	0,003	0,018	0,021
	-207,43	79,87	-127,57	0,006	0,017	0,022
	207,43	-79,87	127,57			
	282,94	-108,94	174,00			
	422,15	-74,15	<u>348,00</u>			
	422,15	-74,15	<u>348,00</u>			
	282,94	-108,94	174,00			
0,9999F ₀	-79,19	14,39	-64,80	0,053	0,039	0,093
	-23,30	9,59	-14,40	0,038	0,012	0,050
	-23,30	9,59	-14,40	0,158	0,062	0,219
	2,40	4,80	7,20	0,046	0,007	0,053
	2,40	4,80	7,20	0,266	0,076	0,342
	0,00	0,00	0,00	0,005	0,046	0,051
	38,84	146,01	184,84	0,008	0,077	0,084
	38,84	146,01	184,84	0,004	0,043	0,047
	3,73	292,01	295,74	0,014	0,143	0,157
	3,73	292,01	295,74	0,003	0,034	0,038
	43,98	288,72	332,7	0,018	0,192	0,210
	43,98	288,72	332,7	0,002	0,023	0,025
	10,28	285,43	295,71	0,021	0,221	0,242
	10,28	285,43	295,71	0,001	0,011	0,013
	47,25	285,43	332,68	0,022	0,230	0,253
	47,25	285,43	332,68	0,000	0,000	0,000
	10,28	285,43	295,71	0,021	0,221	0,242
	10,28	285,43	295,71	-0,001	-0,011	-0,013
	43,98	288,72	332,70	0,018	0,192	0,210
	43,98	288,72	332,70	-0,002	-0,023	-0,025
	3,73	292,01	295,74	0,014	0,143	0,157
	3,73	292,01	295,74	-0,003	-0,034	-0,038
	38,84	146,01	184,84	0,008	0,077	0,084
	38,84	146,01	184,84	-0,004	-0,043	-0,047
	0,00	0,00	0,00	-0,005	-0,046	-0,051
	-50,39	-14,39	-64,79	-0,004	-0,038	-0,042
	253,50	-125,93	127,57	0,007	0,036	0,04
	-253,50	125,93	-127,57	-0,002	-0,039	-0,041

F.1 lentelės tęsinys. Įtempto ir deformuoto būvio dydžių dinamika

	124,73	2,84	127,57	0,017	0,182	0,199
	-124,73	-2,84	-127,57	0,000	0,000	0,000
	0,00	0,00	0,00	0,021	0,221	0,242
	0,00	0,00	0,00	0,002	0,039	0,041
	-124,73	-2,84	-127,57	0,017	0,182	0,199
	124,73	2,84	127,57	0,004	0,038	0,042
	-253,50	125,93	-127,57	0,004	0,036	0,043
	253,50	-125,93	127,57			
	345,77	-171,77	174,00			
	515,90	-167,90	<u>348,00</u>			
	515,90	-167,90	<u>348,00</u>			
	345,77	-171,77	174,00			

Pirmieji plastiškieji lankstai atsirado 2 ir 9 santvaros tinklelio strypuose, jie ėmė tekėti, nes pasiekė ribinę ašinę jėgą $-127,57 \text{ kN}$ (7 lentelėje ryškios reikšmės). Plastinės deformacijos tuose strypuose nelygios nuliui – $\Theta_2^-, \Theta_9^- = 0,4286$,. Tai reiškia, kad šiuose strypuose susidaro pirmieji plastiniai lankstai, kai apkrovos parametro reikšmė $F = 0,5037F_0$, o $F_e = 0,5036F_0 < 0,5037F_0$. Nors susidarė plastiniai lankstai, tačiau rėmas dar nesuiro ir toliau gali dirbti, būdamas tamprios būklės. Tačiau jo darbas pasikeis, nes apkrovai toliau didėjant, ašinė jėga tuose strypuose lieka pastovi – lygi ribinei. Šios ašinės jėgos 7 lentelėje pažymėtos ryškiai. Plastinė deformacija tuose strypuose toliau nebedidėja. Tačiau, toliau didėjant išorinei apkrovai, lenkimo momentai santvaroje, bei kolonose didės, o taip pat didės ir likusios ašinės jėgos santvaroje. Viena ar keliuose iš šių strypų atsiras plastinis lankstas. Tai įvyksta, kai apkrovos parametras $F=0,6745F_0$. Plastinės deformacijos buvusiuose strypuose sumažėja $\Theta_{28}, \Theta_{35} = \Theta_2^-, \Theta_9^- = 0,0142$, bet 12 ir 13 strypuose atsiranda deformacijos nelygios nuliui – $\Theta_{38}, \Theta_{39} = \Theta_{12}^+, \Theta_{13}^+ = 0,0017$. Tai reiškia, kad susidarė dar du plastiniai lankstai, kai apkrovos parametro reikšmė $F = 0,6745F_0$ (7 lentelėje pabrauktos reikšmės). Toliau didiname apkrovą iki $F = 0,8182F_0$ atsiranda septintas plastinis lankstas 1 pjūvyje, tame pjūvyje veikiantis lenkimo momentas tampa lygus ribiniam (7 lentelėje pabraukta ir pasviru šriftu). Plastinės deformacijos santvaros tinklelio strypuose ir apatinėje juostoje padidėja $\Theta_{28}, \Theta_{35} = \Theta_2^-, \Theta_9^- = 0,0291$, $\Theta_{38}, \Theta_{39} = \Theta_{12}^+, \Theta_{13}^+ = 0,0184$. 1 pjūvyje atsiranda deformacija nelygi nuliui – $\Theta_1^- = 2,11 \cdot 10^{-6}$.

Kai įvertinamas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos stiprumas ir stabilumas, byla atrodo taip:

```
close all;` clear all; clc;
% Santvaros tampriu irazu skaiciavimas
% Ivedame pradinius duomenis
% Ivedame Fs
Fdaug=0.9999;
b=[12;0;12;0;12;
   0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;0;
   0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
Fs=Fdaug*b;
% Plieno savybes
sigmay=275e3; E=210e6;
% Ribiniai lenkimo momentai:
M01=199.4226; M02=46.519; M03=427.463; N01=400; N02=406.246;
% Kolonos M01 koeficientu reiksmes:
```

```

a1RHS1=0.0185; b1RHS1=2.9558;
a3RHS1=0.1227; b3RHS1=1.9782;
% Santvaros virsutines juostos M02 ir M03 koeficientu reikšmes:
a1RHS=0.0668; b1RHS=2.9665;
a3RHS=0.2303; b3RHS=1.9851;
% Pradiniai skerspjūviu plotai (cm2):
A1=((M01*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS1))^(1/b3RHS1);
A2=((M02*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A3=((M03*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A4=N01/235e3;
A5=N02/235e3;
% Skaiciuojami inercijos momentai
I1=a1RHS1*A1^b1RHS1/1e8;
I2=a1RHS*A2^b1RHS/1e8;
I3=a1RHS*A3^b1RHS/1e8;
% Sudarome pusiausvyros koeficientu matrica
A=zeros(35,40);
A(1,1)=-1/2.4; A(1,2)=1/2.4; A(1,3)=1/2.4; A(1,4)=-1/2.4;
A(2,2)=-1; A(2,3)=1;
A(3,3)=-1/2.4; A(3,4)=1/2.4; A(3,5)=1/2.4;
A(4,4)=-1; A(4,5)=1;
A(5,5)=-1/2.4; A(5,26)=-1/7.2;
A(6,6)=1;
A(7,6)=-1/1.7; A(7,7)=1/1.7; A(7,8)=1/1.7; A(7,9)=-1/1.7;
A(8,7)=-1; A(8,8)=1;
A(9,8)=-1/1.7; A(9,9)=1/1.7; A(9,10)=1/1.7; A(9,11)=-1/1.7;
A(9,28)=-0.682; A(9,29)=-0.682;
A(10,9)=-1; A(10,10)=1;
A(11,10)=-1/1.7; A(11,11)=1/1.7; A(11,12)=1/1.7; A(11,13)=-1/1.7;
A(12,11)=-1; A(12,12)=1;
A(13,12)=-1/1.7; A(13,13)=1/1.7; A(13,14)=1/1.7; A(13,15)=-1/1.7;
A(13,30)=-0.682; A(13,31)=-0.682;
A(14,13)=-1; A(14,14)=1;
A(15,14)=-1/1.7; A(15,15)=1/1.7; A(15,16)=1/1.7; A(15,17)=-1/1.7;
A(16,15)=-1; A(16,16)=1;
A(17,16)=-1/1.7; A(17,17)=1/1.7; A(17,18)=1/1.7; A(17,19)=-1/1.7;
A(17,32)=-0.682; A(17,33)=-0.682;
A(18,17)=-1; A(18,18)=1;
A(19,18)=-1/1.7; A(19,19)=1/1.7; A(19,20)=1/1.7; A(19,21)=-1/1.7;
A(20,19)=-1; A(20,20)=1;
A(21,20)=-1/1.7; A(21,21)=1/1.7; A(21,22)=1/1.7; A(21,23)=-1/1.7;
A(21,34)=-0.682; A(21,35)=-0.682;
A(22,21)=-1; A(22,22)=1;
A(23,22)=-1/1.7; A(23,23)=1/1.7; A(23,24)=1/1.7; A(23,25)=-1/1.7;
A(24,23)=-1; A(24,24)=1;
A(25,25)=-1;
A(26,27)=0.682; A(26,28)=-0.682; A(26,37)=-1;
A(27,27)=0.682; A(27,28)=0.682;
A(28,29)=0.682; A(28,30)=-0.682; A(28,37)=1; A(28,38)=-1;
A(29,29)=0.682; A(29,30)=0.682;
A(30,31)=0.682; A(30,32)=-0.682; A(30,38)=1; A(30,39)=-1;
A(31,31)=0.682; A(31,32)=0.682;
A(32,33)=0.682; A(32,34)=-0.682; A(32,39)=1; A(32,40)=-1;
A(33,33)=0.682; A(33,34)=0.682;
A(34,35)=0.682; A(34,36)=-0.682; A(34,40)=1;
A(35,35)=0.682; A(35,36)=0.682;
% Sudarome pasiduodamumu matrica D
D=zeros(40,40);
D(1,1)=2.4/(3*E*I1); D(1,2)=2.4/(6*E*I1);
D(2,1)=2.4/(6*E*I1); D(2,2)=2.4/(3*E*I1);
D(3,3)=2.4/(3*E*I1); D(3,4)=2.4/(6*E*I1);
D(4,3)=2.4/(6*E*I1); D(4,4)=2.4/(3*E*I1);
D(5,5)=2.4/(3*E*I1);
D(6,6)=1.7/(3*E*I2); D(6,7)=1.7/(6*E*I2);
D(7,6)=1.7/(6*E*I2); D(7,7)=1.7/(3*E*I2);
D(8,8)=1.7/(3*E*I2); D(8,9)=1.7/(6*E*I2);
D(9,8)=1.7/(6*E*I2); D(9,9)=1.7/(3*E*I2);
D(10,10)=1.7/(3*E*I3); D(10,11)=1.7/(6*E*I3);
D(11,10)=1.7/(6*E*I3); D(11,11)=1.7/(3*E*I3);
D(12,12)=1.7/(3*E*I3); D(12,13)=1.7/(6*E*I3);
D(13,12)=1.7/(6*E*I3); D(13,13)=1.7/(3*E*I3);
D(14,14)=1.7/(3*E*I3); D(14,15)=1.7/(6*E*I3);
D(15,14)=1.7/(6*E*I3); D(15,15)=1.7/(3*E*I3);
D(16,16)=1.7/(3*E*I3); D(16,17)=1.7/(6*E*I3);
D(17,16)=1.7/(6*E*I3); D(17,17)=1.7/(3*E*I3);
D(18,18)=1.7/(3*E*I3); D(18,19)=1.7/(6*E*I3);
D(19,18)=1.7/(6*E*I3); D(19,19)=1.7/(3*E*I3);
D(20,20)=1.7/(3*E*I3); D(20,21)=1.7/(6*E*I3);
D(21,20)=1.7/(6*E*I3); D(21,21)=1.7/(3*E*I3);
D(22,22)=1.7/(3*E*I2); D(22,23)=1.7/(6*E*I2);

```

```

D(23,22)=1.7/(6*E*I2); D(23,23)=1.7/(3*E*I2);
D(24,24)=1.7/(3*E*I2); D(24,25)=1.7/(6*E*I2);
D(25,24)=1.7/(6*E*I2); D(25,25)=1.7/(3*E*I2);
D(26,26)=7.2/(3*E*I1);
D(27,27)=2.47/(3*E*A5); D(28,28)=2.47/(3*E*A5);
D(29,29)=2.47/(3*E*A5); D(30,30)=2.47/(3*E*A5);
D(31,31)=2.47/(3*E*A5); D(32,32)=2.47/(3*E*A5);
D(33,33)=2.47/(3*E*A5); D(34,34)=2.47/(3*E*A5);
D(35,35)=2.47/(3*E*A5); D(36,36)=2.47/(3*E*A5);
D(37,37)=3.4/(3*E*A4); D(38,38)=3.4/(3*E*A4);
D(39,39)=3.4/(3*E*A4); D(40,40)=3.4/(3*E*A4);
% Skaiciuojame tamprias irazas
Se=((D^(-1))*A')*(A*(D^(-1))*A')^(-1)*Fs
% Skaiciuojame tamprius poslinkius
Ue=(A*inv(D)*(A'))\Fs
% Suformuoju apribojimu lygybiu laisvuju nariu vektoriu
beq=zeros(35,1);
% Suformuojame takumo salygu matrica [Fi]
Fi=zeros(80,40);
Fi(1,1)=1; Fi(2,1)=-1; Fi(3,2)=1; Fi(4,2)=-1; Fi(5,3)=1; Fi(6,3)=-1;
Fi(7,4)=1; Fi(8,4)=-1; Fi(9,5)=1; Fi(10,5)=-1; Fi(11,6)=1; Fi(12,6)=-1;
Fi(13,7)=1; Fi(14,7)=-1; Fi(15,8)=1; Fi(16,8)=-1; Fi(17,9)=1; Fi(18,9)=-1;
Fi(19,10)=1; Fi(20,10)=-1; Fi(21,11)=1; Fi(22,11)=-1; Fi(23,12)=1; Fi(24,12)=-1;
Fi(25,13)=1; Fi(26,13)=-1; Fi(27,14)=1; Fi(28,14)=-1; Fi(29,15)=1; Fi(30,15)=-1;
Fi(31,16)=1; Fi(32,16)=-1; Fi(33,17)=1; Fi(34,17)=-1; Fi(35,18)=1; Fi(36,18)=-1;
Fi(37,19)=1; Fi(38,19)=-1; Fi(39,20)=1; Fi(40,20)=-1; Fi(41,21)=1; Fi(42,21)=-1;
Fi(43,22)=1; Fi(44,22)=-1; Fi(45,23)=1; Fi(46,23)=-1; Fi(47,24)=1; Fi(48,24)=-1;
Fi(49,25)=1; Fi(50,25)=-1; Fi(51,26)=1; Fi(52,26)=-1; Fi(53,27)=1; Fi(54,27)=-1;
Fi(55,28)=1; Fi(56,28)=-1; Fi(57,29)=1; Fi(58,29)=-1; Fi(59,30)=1; Fi(60,30)=-1;
Fi(61,31)=1; Fi(62,31)=-1; Fi(63,32)=1; Fi(64,32)=-1; Fi(65,33)=1; Fi(66,33)=-1;
Fi(67,34)=1; Fi(68,34)=-1; Fi(69,35)=1; Fi(70,35)=-1; Fi(71,36)=1; Fi(72,36)=-1;
Fi(73,37)=1; Fi(74,37)=-1; Fi(75,38)=1; Fi(76,38)=-1; Fi(77,39)=1; Fi(78,39)=-1;
Fi(79,40)=1; Fi(80,40)=-1;
% Suformuojame konfiguracijos matrica
Gie=zeros(80,5);
Gie(1,1)=1; Gie(2,1)=1; Gie(3,1)=1; Gie(4,1)=1; Gie(5,1)=1; Gie(6,1)=1;
Gie(7,1)=1; Gie(8,1)=1; Gie(9,1)=1; Gie(10,1)=1;
Gie(11,2)=1; Gie(12,2)=1; Gie(13,2)=1; Gie(14,2)=1; Gie(15,2)=1; Gie(16,2)=1;
Gie(17,2)=1; Gie(18,2)=1;
Gie(19,3)=1; Gie(20,3)=1; Gie(21,3)=1; Gie(22,3)=1; Gie(23,3)=1; Gie(24,3)=1;
Gie(25,3)=1; Gie(26,3)=1; Gie(27,3)=1; Gie(28,3)=1; Gie(29,3)=1; Gie(30,3)=1;
Gie(31,3)=1; Gie(32,3)=1; Gie(33,3)=1; Gie(34,3)=1; Gie(35,3)=1; Gie(36,3)=1;
Gie(37,3)=1; Gie(38,3)=1; Gie(39,3)=1; Gie(40,3)=1; Gie(41,3)=1; Gie(42,3)=1;
Gie(43,2)=1; Gie(44,2)=1; Gie(45,2)=1; Gie(46,2)=1; Gie(47,2)=1; Gie(48,2)=1;
Gie(49,2)=1; Gie(50,2)=1;
Gie(51,1)=1; Gie(52,1)=1;
Gie(53,5)=1; Gie(54,5)=1; Gie(55,5)=1; Gie(56,5)=1; Gie(57,5)=1; Gie(58,5)=1;
Gie(59,5)=1; Gie(60,5)=1; Gie(61,5)=1; Gie(62,5)=1; Gie(63,5)=1; Gie(64,5)=1;
Gie(65,5)=1; Gie(66,5)=1; Gie(67,5)=1; Gie(68,5)=1; Gie(69,5)=1; Gie(70,5)=1;
Gie(71,5)=1; Gie(72,5)=1;
Gie(73,4)=1; Gie(74,4)=1; Gie(75,4)=1; Gie(76,4)=1; Gie(77,4)=1; Gie(78,4)=1;
Gie(79,4)=1; Gie(80,4)=1;
% Suformuoju nelygybiu laisvuju nariu vektoriu
S0=[M01;M02;M03;N01;N02];
% Ivedame standumo matrica
K=D^(-1);
% Liekamuju poslinkiu influentine matrica
H=(A*K*A')^(-1)*A*K;
% Liekamuju irazu influentine matrica
G=(K*A'*H)-K;
% Sudarome Heses matrica V:
V=Fi*G'*D*G*Fi';
% Suvedame kvadratine matrica V1:
V1=(Gie*S0)-(Fi*Se);
% Sudarome apribojimai
Anq=-eye(80);
bnq=zeros(80,1);
% Kvadratinio programavimo uzdaviniu sprendimas:
[x,fval,exitkvad,output]=quadprog(V,V1,Anq,bnq,[],[]);
% Skaiciuojamas tikrasis itempiu ir deformaciju buvis:
Sr=G*Fi'*x; Ur=H*Fi'*x;
% Sumines irazos ir poslinkiai:
U=Ue+Ur; S=Se+Sr;
% Plastines deformacijos:
PLASTDEF=Fi'*x
% Spausiname rezultatus
IRAZOS = [Se Sr S]
POSLINKIAI = [Ue Ur U]

```

G PRIEDAS. Tamprios – plastinės rėminės konstrukcijos optimizavimo ribojant poslinkius uždavinių įvestinės bylos

Kai įvertinamas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos stiprumas ir standumas byla atrodo taip:

```
close all
clear all
clc
% Pradinės ribinių irazių reikšmės (kNm):
iii=10;
m01=80; m02=320; m03=350; n01=400; n02=470;
m0=[m01;m02;m03;n01;n02];
% Poslinkių viršutinės reikšmės (m):
U15vr=0.15; U5vr=0.21;
% Plieno savybės
sigmay=275e3; E=210e6;
% Apatinės ribinių irazių reikšmės (kNm):
M01=64.80;
M02=295.80;
M03=332.78;
N01=348.0;
N02=127.57;
% Skaiciuojame skerspjūvių plotus:
% Kolonos M01 koeficientų reikšmės:
a1RHS1=0.0185; b1RHS1=2.9558;
a3RHS1=0.1227; b3RHS1=1.9782;
% Santvaros viršutinės juostos M02 ir M03 koeficientų reikšmės:
a1RHS=0.0668; b1RHS=2.9665;
a3RHS=0.2303; b3RHS=1.9851;
% Pradiniai skerspjūvių plotai (cm2):
A1=((M01*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS1))^(1/b3RHS1);
A2=((M02*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A3=((M03*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
% Duotoji apkrova
F=[12;0;12;0;12;
    0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;0;
    0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
% Pradinių matricių [A] ir [Gie], kurios optimizavimo ciklo metu nekinta, parengimas
% Sudarome pusiausvyros koeficientų matricia
A=zeros(35,40);
A(1,1)=-1/2.4; A(1,2)=1/2.4; A(1,3)=1/2.4; A(1,4)=-1/2.4;
A(2,2)=-1; A(2,3)=1;
A(3,3)=-1/2.4; A(3,4)=1/2.4; A(3,5)=1/2.4;
A(4,4)=-1; A(4,5)=1;
A(5,5)=-1/2.4; A(5,26)=-1/7.2;
A(6,6)=1;
A(7,6)=-1/1.7; A(7,7)=1/1.7; A(7,8)=1/1.7; A(7,9)=-1/1.7;
A(8,7)=-1; A(8,8)=1;
A(9,8)=-1/1.7; A(9,9)=1/1.7; A(9,10)=1/1.7; A(9,11)=-1/1.7;
A(9,28)=-cosd(43); A(9,29)=-cosd(43);
A(10,9)=-1; A(10,10)=1;
A(11,10)=-1/1.7; A(11,11)=1/1.7; A(11,12)=1/1.7; A(11,13)=-1/1.7;
A(12,11)=-1; A(12,12)=1;
A(13,12)=-1/1.7; A(13,13)=1/1.7; A(13,14)=1/1.7; A(13,15)=-1/1.7;
A(13,30)=-cosd(43); A(13,31)=-cosd(43);
A(14,13)=-1; A(14,14)=1;
A(15,14)=-1/1.7; A(15,15)=1/1.7; A(15,16)=1/1.7; A(15,17)=-1/1.7;
A(16,15)=-1; A(16,16)=1;
A(17,16)=-1/1.7; A(17,17)=1/1.7; A(17,18)=1/1.7; A(17,19)=-1/1.7;
A(17,32)=-cosd(43); A(17,33)=-cosd(43);
A(18,17)=-1; A(18,18)=1;
A(19,18)=-1/1.7; A(19,19)=1/1.7; A(19,20)=1/1.7; A(19,21)=-1/1.7;
A(20,19)=-1; A(20,20)=1;
A(21,20)=-1/1.7; A(21,21)=1/1.7; A(21,22)=1/1.7; A(21,23)=-1/1.7;
A(21,34)=-cosd(43); A(21,35)=-cosd(43);
A(22,21)=-1; A(22,22)=1;
A(23,22)=-1/1.7; A(23,23)=1/1.7; A(23,24)=1/1.7; A(23,25)=-1/1.7;
A(24,23)=-1; A(24,24)=1;
A(25,25)=-1;
A(26,27)=cosd(47); A(26,28)=-cosd(47); A(26,37)=-1;
A(27,27)=cosd(43); A(27,28)=cosd(43);
A(28,29)=cosd(47); A(28,30)=-cosd(47); A(28,37)=1; A(28,38)=-1;
A(29,29)=cosd(43); A(29,30)=cosd(43);
A(30,31)=cosd(47); A(30,32)=-cosd(47); A(30,38)=1; A(30,39)=-1;
```

```

A(31,31)=cosd(43); A(31,32)=cosd(43);
A(32,33)=cosd(47); A(32,34)=-cosd(47); A(32,39)=1; A(32,40)=-1;
A(33,33)=cosd(43); A(33,34)=cosd(43);
A(34,35)=cosd(47); A(34,36)=-cosd(47); A(34,40)=1;
A(35,35)=cosd(43); A(35,36)=cosd(43);
% Konfiguracijos matrica
global Gie;
Gie=zeros(80,5);
Gie(1,1)=1; Gie(2,1)=1; Gie(3,1)=1; Gie(4,1)=1; Gie(5,1)=1; Gie(6,1)=1;
Gie(7,1)=1; Gie(8,1)=1; Gie(9,1)=1; Gie(10,1)=1;
Gie(11,2)=1; Gie(12,2)=1; Gie(13,2)=1; Gie(14,2)=1; Gie(15,2)=1; Gie(16,2)=1;
Gie(17,2)=1; Gie(18,2)=1;
Gie(19,3)=1; Gie(20,3)=1; Gie(21,3)=1; Gie(22,3)=1; Gie(23,3)=1; Gie(24,3)=1;
Gie(25,3)=1; Gie(26,3)=1; Gie(27,3)=1; Gie(28,3)=1; Gie(29,3)=1; Gie(30,3)=1;
Gie(31,3)=1; Gie(32,3)=1; Gie(33,3)=1; Gie(34,3)=1; Gie(35,3)=1; Gie(36,3)=1;
Gie(37,3)=1; Gie(38,3)=1; Gie(39,3)=1; Gie(40,3)=1; Gie(41,3)=1; Gie(42,3)=1;
Gie(43,2)=1; Gie(44,2)=1; Gie(45,2)=1; Gie(46,2)=1; Gie(47,2)=1; Gie(48,2)=1;
Gie(49,2)=1; Gie(50,2)=1;
Gie(51,1)=1; Gie(52,1)=1;
Gie(53,5)=1; Gie(54,5)=1; Gie(55,5)=1; Gie(56,5)=1; Gie(57,5)=1; Gie(58,5)=1;
Gie(59,5)=1; Gie(60,5)=1; Gie(61,5)=1; Gie(62,5)=1; Gie(63,5)=1; Gie(64,5)=1;
Gie(65,5)=1; Gie(66,5)=1; Gie(67,5)=1; Gie(68,5)=1; Gie(69,5)=1; Gie(70,5)=1;
Gie(71,5)=1; Gie(72,5)=1;
Gie(73,4)=1; Gie(74,4)=1; Gie(75,4)=1; Gie(76,4)=1; Gie(77,4)=1; Gie(78,4)=1;
Gie(79,4)=1; Gie(80,4)=1;
global ilg;
ilg=[14.4 6.8 10.2 13.6 24.8];
% Pradine tikslo funkcija
Tfs=ilg*m0
% 2. OPTIMIZAVIMO CIKLO PRADZIA
for iteracija = 1:iii
    % Skaiciuojami inercijos momentai
    I1=a1RHS1*A1^b1RHS1/1e8;
    I2=a1RHS*A2^b1RHS/1e8;
    I3=a1RHS*A3^b1RHS/1e8;
    A4=N01/235e3;
    A5=N02/235e3;
% 2.1 Matricu [D] ir [Fi], kurios optimizavimo ciklo metu kinta, parengimas
D=zeros(40,40);
D(1,1)=2.4/(3*E*I1); D(1,2)=2.4/(6*E*I1);
D(2,1)=2.4/(6*E*I1); D(2,2)=2.4/(3*E*I1);
D(3,3)=2.4/(3*E*I1); D(3,4)=2.4/(6*E*I1);
D(4,3)=2.4/(6*E*I1); D(4,4)=2.4/(3*E*I1);
D(5,5)=2.4/(3*E*I1);
D(6,6)=1.7/(3*E*I2); D(6,7)=1.7/(6*E*I2);
D(7,6)=1.7/(6*E*I2); D(7,7)=1.7/(3*E*I2);
D(8,8)=1.7/(3*E*I2); D(8,9)=1.7/(6*E*I2);
D(9,8)=1.7/(6*E*I2); D(9,9)=1.7/(3*E*I2);
D(10,10)=1.7/(3*E*I3); D(10,11)=1.7/(6*E*I3);
D(11,10)=1.7/(6*E*I3); D(11,11)=1.7/(3*E*I3);
D(12,12)=1.7/(3*E*I3); D(12,13)=1.7/(6*E*I3);
D(13,12)=1.7/(6*E*I3); D(13,13)=1.7/(3*E*I3);
D(14,14)=1.7/(3*E*I3); D(14,15)=1.7/(6*E*I3);
D(15,14)=1.7/(6*E*I3); D(15,15)=1.7/(3*E*I3);
D(16,16)=1.7/(3*E*I3); D(16,17)=1.7/(6*E*I3);
D(17,16)=1.7/(6*E*I3); D(17,17)=1.7/(3*E*I3);
D(18,18)=1.7/(3*E*I3); D(18,19)=1.7/(6*E*I3);
D(19,18)=1.7/(6*E*I3); D(19,19)=1.7/(3*E*I3);
D(20,20)=1.7/(3*E*I3); D(20,21)=1.7/(6*E*I3);
D(21,20)=1.7/(6*E*I3); D(21,21)=1.7/(3*E*I3);
D(22,22)=1.7/(3*E*I2); D(22,23)=1.7/(6*E*I2);
D(23,22)=1.7/(6*E*I2); D(23,23)=1.7/(3*E*I2);
D(24,24)=1.7/(3*E*I2); D(24,25)=1.7/(6*E*I2);
D(25,24)=1.7/(6*E*I2); D(25,25)=1.7/(3*E*I2);
D(26,26)=7.2/(3*E*I1);
D(27,27)=2.47/(3*E*A5); D(28,28)=2.47/(3*E*A5);
D(29,29)=2.47/(3*E*A5); D(30,30)=2.47/(3*E*A5);
D(31,31)=2.47/(3*E*A5); D(32,32)=2.47/(3*E*A5);
D(33,33)=2.47/(3*E*A5); D(34,34)=2.47/(3*E*A5);
D(35,35)=2.47/(3*E*A5); D(36,36)=2.47/(3*E*A5);
D(37,37)=3.4/(3*E*A4); D(38,38)=3.4/(3*E*A4);
D(39,39)=3.4/(3*E*A4); D(40,40)=3.4/(3*E*A4);
% 2.2 Takumos salygu matricos sudarymas
global Fi;
Fi=zeros(80,40);
Fi(1,1)=1; Fi(2,1)=-1; Fi(3,2)=1; Fi(4,2)=-1; Fi(5,3)=1; Fi(6,3)=-1;
Fi(7,4)=1; Fi(8,4)=-1; Fi(9,5)=1; Fi(10,5)=-1; Fi(11,6)=1; Fi(12,6)=-1;
Fi(13,7)=1; Fi(14,7)=-1; Fi(15,8)=1; Fi(16,8)=-1; Fi(17,9)=1; Fi(18,9)=-1;
Fi(19,10)=1; Fi(20,10)=-1; Fi(21,11)=1; Fi(22,11)=-1; Fi(23,12)=1; Fi(24,12)=-1;
Fi(25,13)=1; Fi(26,13)=-1; Fi(27,14)=1; Fi(28,14)=-1; Fi(29,15)=1; Fi(30,15)=-1;

```

```

Fi(31,16)=1; Fi(32,16)=-1; Fi(33,17)=1; Fi(34,17)=-1; Fi(35,18)=1; Fi(36,18)=-1;
Fi(37,19)=1; Fi(38,19)=-1; Fi(39,20)=1; Fi(40,20)=-1; Fi(41,21)=1; Fi(42,21)=-1;
Fi(43,22)=1; Fi(44,22)=-1; Fi(45,23)=1; Fi(46,23)=-1; Fi(47,24)=1; Fi(48,24)=-1;
Fi(49,25)=1; Fi(50,25)=-1; Fi(51,26)=1; Fi(52,26)=-1; Fi(53,27)=1; Fi(54,27)=-1;
Fi(55,28)=1; Fi(56,28)=-1; Fi(57,29)=1; Fi(58,29)=-1; Fi(59,30)=1; Fi(60,30)=-1;
Fi(61,31)=1; Fi(62,31)=-1; Fi(63,32)=1; Fi(64,32)=-1; Fi(65,33)=1; Fi(66,33)=-1;
Fi(67,34)=1; Fi(68,34)=-1; Fi(69,35)=1; Fi(70,35)=-1; Fi(71,36)=1; Fi(72,36)=-1;
Fi(73,37)=1; Fi(74,37)=-1; Fi(75,38)=1; Fi(76,38)=-1; Fi(77,39)=1; Fi(78,39)=-1;
Fi(79,40)=1; Fi(80,40)=-1;
%
% 2.3 TAMPRAUS ATSAKO i-tojoje iteracijoje SKAICIAVIMAS
global Se
K=A*inv(D)*A'; Ue=inv(K)*F; Se=(inv(D))*A'*Ue;
%
% 2.4 LIEKAMUJU DYDZIU i-tojoje iteracijoje SKAICIAVIMAS
An=Fi;
bn=Gie*m0-Fi*Se;
Aeq=-A;
beq=zeros(35,1);
% Sintakse
[xx,fval,exitflag,output,lambda]=quadprog(D,[],An,bn,Aeq,beq);
%
% 2.5 SUMINIUI IRAZU i-tojoje iteracijoje SKAICIAVIMAS
S=Se+xx; Ur=lambda.eqlin; U=Ur+Ue;
CIKSU=zeros(40,2); CIKSU(1:40,1)=S; CIKSU(1:35,2)=U;
% 2.6 Influentiniu matricu H ir G sudarymas optimizavimo ciklui
H=inv(K)*A*inv(D); G=inv(D)*A'*H-inv(D);
Hp=H*Fi';
global G;
% 2.7 Suadrome tiesiniu apribojamuju nelygybiu koeficientu matrica An ir
% laisvuju nariu vektoriui bn
% Ivedame apribojimu, isreikstu nelygybemis, kefcientu prie nezinomuju matrica
Anq=zeros(167,85); bnq=zeros(167,1);
% 80 eil. - takumo salygos / 80 stulp. - plast. daugikliai + ribiniai 5 rib. irazos
Anq(1:80,1:80)=Fi*G*Fi'; Anq(1:80,81:85)=-Gie;
bnq(1:80,1)=-Fi*Se; % Atitinkamai nelygybiu laisvuju nariu vektoriui
% Salygos, ribojancios plast. daugikliu zenklus, 80 eil.x 80 stulp.
for i=1:80;
    Anq(80+i,i)=-1;
% Poslinkiu apribojimu salygos, 2 eil. x 80 stulp.
Anq(161,i)=Hp(15,i); Anq(162,i)=Hp(5,i); end;
bnq=zeros(167,1);
bnq(161,1)=U15vr-Ue(15,1); bnq(162,1)=U5vr-Ue(5,1); % Atitinkamai nelygybiu laisvuju nariu vektoriui
% Salygos, ribojancios minimalias ribiniu lenkimo irazu reiksmes 5eil. x 80stulp.
Anq(163,81)=-1; Anq(164,82)=-1; Anq(165,83)=-1; Anq(166,84)=-1; Anq(165,85)=-1;
for i=1:5;
    Anq(162+i,80+i)=-1; end;
% Atitinkamai nelygybiu laisvuju nariu vektoriui
% bnq(163,1)=-M01; bnq(164,1)=-M02; bnq(165,1)=-M03; bnq(166,1)=-N01; bnq(167,1)=-N02;
% Tiesiniu apribojimu lygybiu nera, todėl
Aeq=[]; beq=[];
% Duomeniu grieztumo salygomis sudaryti parengimas
global z;
z=Fi*G*Fi'; lb=[]; ub=[]; x0=zeros(85,1);
% 2.9 Netiesinio uzdaviniu sprendimas paprograme fmincon
% Tam tikslui sudaryti funkcijas (function handle):
% myfunpos - tikslo funkcijai skaiciuoti
% myconpos - netiesiniams apribojimams skaiciuoti
[x,fval,exitflag,output,lambda]=fmincon(@myfunpos1,x0,Anq,bnq,Aeq,beq,lb,ub,@myconpos1);
Apr=Anq*x-bnq; xr=x(1:80,1); Ur=Hp*xr;
Ug=Hp*xr+Ue; Utarp=[Ur Ue Ug];
%
% 2.10 Duomeniu parengimas naujai iteracijai vykdyti
% Naujos ribiniu momentu reiksmes i+1 iteracijai
m01=x(81,1); m02=x(82,1); m03=x(83,1); n01=x(84,1); n02=x(85,1);
% Nauji skerspjuviu plotai i+1 iteracijai
A1=((m01*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS1))^(1/b3RHS1);
A2=((m02*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A3=((m03*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A4=(n01*10/235e3)/10e-4;
A5=(n02*10/235e3)/10e-4;
for i=1:5 rez(iteracija,i)=x(80+i);
rez(iteracija,6)=A1; rez(iteracija,7)=A2;
rez(iteracija,8)=A3; rez(iteracija,9)=A4;
rez(iteracija,10)=A5; rez(iteracija,11)=fval; rez(iteracija,12)=exitflag; end;
CikloM0irA=[m01 m02 m03 n01 n02 A1 A2 A3 A4 A5]
% 2.11 Tikslo salygu tikrinimas
% Tikrinama salyga: ar pasiektas pasirinktas tikslumas?
% eps=((fval-Tfs)*100)/fval; if abs(eps)<=0.5 break; end;
% Jei ne, tai optimizavimo procesas tesiamas toliau

```

```

Tfs=fval;
end;
% Jei taip, tai spausdinami visi iteracinio proceso optimizavimo rezultatai
rez
m0=[m01;m02;m03;n01;n02];
GalutiniaiM0irA=[m01 m02 m03 n01 n02 A1 A2 A3 A4 A5];
%
% Atliekame IDB analize prie galutiniu M0
% Galutines matricos [D] parengimas
% Skaiciuojami inercijos momentai
I1=a1HEA*A1^b1HEA/1e8;
I2=a1RHS*A2^b1RHS/1e8;
I3=a1RHS*A3^b1RHS/1e8;
A4=n01/sigmay;
A5=n02/sigmay;
% 2.1 Matricu [D] ir [Fi], kurios optimizavimo ciklo metu kinta, parengimas
D=zeros(40,40);
D(1,1)=2.4/(3*E*I1); D(1,2)=2.4/(6*E*I1);
D(2,1)=2.4/(6*E*I1); D(2,2)=2.4/(3*E*I1);
D(3,3)=2.4/(3*E*I1); D(3,4)=2.4/(6*E*I1);
D(4,3)=2.4/(6*E*I1); D(4,4)=2.4/(3*E*I1);
D(5,5)=2.4/(3*E*I1);
D(6,6)=1.7/(3*E*I2); D(6,7)=1.7/(6*E*I2);
D(7,6)=1.7/(6*E*I2); D(7,7)=1.7/(3*E*I2);
D(8,8)=1.7/(3*E*I2); D(8,9)=1.7/(6*E*I2);
D(9,8)=1.7/(6*E*I2); D(9,9)=1.7/(3*E*I2);
D(10,10)=1.7/(3*E*I2); D(10,11)=1.7/(6*E*I2);
D(11,10)=1.7/(6*E*I2); D(11,11)=1.7/(3*E*I2);
D(12,12)=1.7/(3*E*I2); D(12,13)=1.7/(6*E*I2);
D(13,12)=1.7/(6*E*I2); D(13,13)=1.7/(3*E*I2);
D(14,14)=1.7/(3*E*I2); D(14,15)=1.7/(6*E*I2);
D(15,14)=1.7/(6*E*I2); D(15,15)=1.7/(3*E*I2);
D(16,16)=1.7/(3*E*I2); D(16,17)=1.7/(6*E*I2);
D(17,16)=1.7/(6*E*I2); D(17,17)=1.7/(3*E*I2);
D(18,18)=1.7/(3*E*I2); D(18,19)=1.7/(6*E*I2);
D(19,18)=1.7/(6*E*I2); D(19,19)=1.7/(3*E*I2);
D(20,20)=1.7/(3*E*I2); D(20,21)=1.7/(6*E*I2);
D(21,20)=1.7/(6*E*I2); D(21,21)=1.7/(3*E*I2);
D(22,22)=1.7/(3*E*I2); D(22,23)=1.7/(6*E*I2);
D(23,22)=1.7/(6*E*I2); D(23,23)=1.7/(3*E*I2);
D(24,24)=1.7/(3*E*I2); D(24,25)=1.7/(6*E*I2);
D(25,24)=1.7/(6*E*I2); D(25,25)=1.7/(3*E*I2);
D(26,26)=7.2/(3*E*I1);
D(27,27)=2.47/(3*E*A5); D(28,28)=2.47/(3*E*A5);
D(29,29)=2.47/(3*E*A5); D(30,30)=2.47/(3*E*A5);
D(31,31)=2.47/(3*E*A5); D(32,32)=2.47/(3*E*A5);
D(33,33)=2.47/(3*E*A5); D(34,34)=2.47/(3*E*A5);
D(35,35)=2.47/(3*E*A5); D(36,36)=2.47/(3*E*A5);
D(37,37)=3.4/(3*E*A4); D(38,38)=3.4/(3*E*A4);
D(39,39)=3.4/(3*E*A4); D(40,40)=3.4/(3*E*A4);
% TAMPRIUJU DYDZIU SKAICIAVIMAS
An=Fi;
bn=Gie*m0-Fi*Se;
Aeq=-A;
beq=zeros(35,1);
[xx,fval,exitflag,output,lambda]=quadprog(D,[],An,bn,Aeq,beq);
xx
% Tikreiji IDB rezultatai
S=Se+xx
Ur=lambda.eqlin; U=Ur+Ue
GALSU=zeros(40,2); GALSU(1:40,1)=S; GALSU(1:35,2)=U; GALSU
DEFGR=Fi'*lambda.ineqlin(1:80,1)

% Paprograme netiesinio testo tikslo funkcijai skaiciuoti
function F=myfunpos1(x);
F=14.4*x(81,1)+6.8*x(82,1)+10.2*x(83,1)+13.6*x(84,1)+24.8*x(85,1);

% Paprograme netiesiniu apribojimu, isreikstu netiesinemis lygybemis Ceq ir
% Cnq, funkcijoms skaiciuoti
function [Cnq,Ceq]=myconpos1(x)
global Gie G Fi Se
Cnq=[];
Ceq=x(1:80,1)'*(Gie*x(81:85,1)-Fi*(G*Fi'*x(1:80,1)+Se));

```

Atliktos optimizacijos rezultatai surašyti į G.1 ir G.2 lenteles.

G.1 lentelė. Rėmo įrašų ribojant poslinkius ir įvertinant konstrukcijos stiprumą palyginimas su įrašomis, gautomis iki plastiškosios suirties

Įraša	Ribojant poslinkius			Irties metu		
	S_e	S_r	S	S_e	S_r	S
M_1	-79,2	1,24	-77,96	-79,19	14,39	-64,80
M_2	-24,0	0,82	-23,18	-23,99	9,59	-14,40
M_3	-24,0	0,82	-23,18	-23,99	9,59	-14,40
M_4	2,40	0,41	2,81	2,40	4,80	7,20
M_5	2,40	0,41	2,81	2,40	4,80	7,20
M_6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
M_7	36,20	110,08	146,28	38,84	146,0	184,84
M_8	36,20	110,08	146,28	38,84	146,0	184,84
M_9	-1,55	220,15	218,61	3,73	292,01	295,74
M_{10}	-1,55	220,15	218,61	3,73	292,01	295,74
M_{11}	38,49	178,49	216,98	44,0	288,72	332,70
M_{12}	38,49	178,49	216,98	44,0	288,72	332,70
M_{13}	4,58	136,83	141,41	10,28	285,43	295,71
M_{14}	4,58	136,83	141,41	10,28	285,43	295,71
M_{15}	41,55	136,83	178,39	47,25	285,43	332,70
M_{16}	41,55	136,83	178,39	47,25	285,43	332,70
M_{17}	4,58	136,83	141,41	10,28	285,43	295,71
M_{18}	4,58	136,83	141,41	10,28	285,43	295,71
M_{19}	38,49	178,49	216,98	44,0	288,72	332,70
M_{20}	38,49	178,49	216,98	44,0	288,72	332,70
M_{21}	-1,55	220,15	218,61	3,73	292,01	295,74
M_{22}	-1,55	220,15	218,61	3,73	292,01	295,74
M_{23}	36,20	110,08	146,28	38,84	146,01	184,84
M_{24}	36,20	110,08	146,28	38,84	146,01	184,84
M_{25}	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
M_{26}	-50,40	-1,24	-51,64	-50,39	-14,39	-64,79
N_1	255,80	-94,94	160,86	253,50	-125,93	127,57
N_2	-255,80	94,94	-160,86	-253,50	125,93	-127,57
N_3	124,92	35,93	160,86	124,73	2,84	127,57
N_4	-124,92	-35,93	-160,86	-124,73	-2,84	-127,57
N_5	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
N_6	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
N_7	-124,92	-35,93	-160,86	-124,73	-2,84	-127,57
N_8	124,92	35,93	160,86	124,73	2,84	127,57
N_9	-255,80	94,94	-160,86	-253,50	125,93	-127,57
N_{10}	255,80	-94,94	160,86	253,50	-125,93	127,57
N_{11}	348,91	-129,50	219,41	345,77	-171,77	174,0
N_{12}	519,31	-80,49	438,82	515,90	-167,90	347,80
N_{13}	519,31	-80,49	438,82	515,90	-167,90	347,80
N_{14}	348,91	-129,50	219,41	345,77	-167,77	174,0

G.2 lentelė. Linijiniai rėmo poslinkiai, cm

Poslinkis	Ribojant poslinkius			Irties metu		
	u_e	u_r	u	u_e	u_r	u
$u_{1,x}$	4,12	0,26	4,38	5,35	3,94	9,28
$u_{3,x}$	12,15	0,41	12,6	15,75	6,19	21,94
$u_{5,x}$	20,5	0,51	21,0	26,58	7,59	34,18
$u_{7,y}$	0,63	4,71	5,33	0,77	7,65	8,42
$u_{9,y}$	1,09	8,67	9,76	1,36	14,31	15,68
$u_{11,y}$	1,48	11,32	12,79	1,84	19,17	21,02
$u_{13,y}$	1,69	12,75	14,44	2,11	22,07	24,18
$u_{15,y}$	1,79	13,21	15,0	2,23	23,04	25,27
$u_{17,y}$	1,69	12,75	14,44	2,11	22,07	24,18
$u_{19,y}$	1,48	11,32	12,79	1,84	19,17	21,02

G.2 lentelės tęsinys. Linijiniai rėmo poslinkiai, cm

$u_{21,y}$	1,09	8,67	9,76	1,36	14,31	15,68
$u_{23,y}$	0,63	4,71	5,33	0,77	7,65	8,42
$u_{26,x}$	-0,29	-1,96	-2,25	-0,37	-3,80	-4,17
$u_{27,y}$	0,55	6,80	7,35	0,68	3,65	4,33
$u_{28,x}$	-0,18	-2,0	-2,18	-0,22	-3,87	-4,09
$u_{29,y}$	1,39	10,71	12,1	1,74	18,19	19,93
$u_{30,x}$	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00	0,00
$u_{31,y}$	1,69	12,75	14,44	2,11	22,07	24,18
$u_{32,x}$	0,18	2,0	2,18	0,22	3,87	4,09
$u_{33,y}$	1,39	10,71	12,1	1,74	18,19	19,93
$u_{34,x}$	0,29	1,96	2,25	0,47	3,80	4,17
$u_{35,y}$	0,55	1,87	2,41	0,68	3,65	4,33

Kai įvertinamas tamprios plastinės rėminės konstrukcijos stiprumas, standumas ir stabilumas, byla atrodo taip:

```
close all; clear all; clc;
% ===== REMO OPTIMIZAVIMAS RIBOJANT POSLINKIUS =====
% Pagal matematini modeli:
% Rasti min [L]'{S0}
% kai [Gie]{S0} - [Fi][G][Fi]'{lambda} >= [Fi]{Se}
% {lambda}'([Gie]{S0} - [Fi]([G][Fi]'{lambda} + {Se})) = 0
% {lambda} >= 0
% [H][Fi]'{lambda} + ue <= u+
% [H][Fi]'{lambda} + ue >= u-
% {S} >= {S0min}
% Pradines ribiniu irazu reiksmes (kNm):
iii=10;
m01=240; m02=80; m03=450; n01=450; n02=450;
m0=[m01;m02;m03;n01;n02];
% Poslinkiu virsutines reiksmes (m):
U15vr=0.02; U5vr=0.04;
% Plieno savybes:
sigmay=275e3; E=210e6;
% Apatines ribiniu irazu reiksmes (kNm):
M01=199.426; M02=46.5190; M03=427.4630; N01=400; N02=406.2460;
% Skaiciuojame skerspjuviu plotus:
% Kolonos M01 koeficientu reiksmes:
a1RHS1=0.0185; b1RHS1=2.9558;
a3RHS1=0.1227; b3RHS1=1.9782;
% Santvaros virsutines juostos M02 ir M03 koeficientu reiksmes:
a1RHS=0.0668; b1RHS=2.9665;
a3RHS=0.2303; b3RHS=1.9851;
% Pradiniai skerspjuviu plotai (cm2):
Ak1=((m01*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS1))^(1/b3RHS1);
As2=((m02*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
As3=((m03*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
% Duotoji apkrova
F=[12;0;12;0;12;
0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;33.5;0;0;
0;0;0;0;0;0;0;0;0;0];
% Pradiniu matricu [A] ir [Gie], kurios optimizavimo ciklo metu nekinta, parengimas
% Sudarome pusiausvyros koeficientu matrica
A=zeros(35,40);
A(1,1)=-1/2.4; A(1,2)=1/2.4; A(1,3)=1/2.4; A(1,4)=-1/2.4;
A(2,2)=-1; A(2,3)=1;
A(3,3)=-1/2.4; A(3,4)=1/2.4; A(3,5)=1/2.4;
A(4,4)=-1; A(4,5)=1;
A(5,5)=-1/2.4; A(5,26)=-1/7.2;
A(6,6)=1;
A(7,6)=-1/1.7; A(7,7)=1/1.7; A(7,8)=1/1.7; A(7,9)=-1/1.7;
A(8,7)=-1; A(8,8)=1;
A(9,8)=-1/1.7; A(9,9)=1/1.7; A(9,10)=1/1.7; A(9,11)=-1/1.7; A(9,28)=-cosd(43); A(9,29)=-cosd(43);
A(10,9)=-1; A(10,10)=1;
A(11,10)=-1/1.7; A(11,11)=1/1.7; A(11,12)=1/1.7; A(11,13)=-1/1.7;
A(12,11)=-1; A(12,12)=1;
A(13,12)=-1/1.7; A(13,13)=1/1.7; A(13,14)=1/1.7; A(13,15)=-1/1.7;
A(13,30)=-cosd(43); A(13,31)=-cosd(43);
A(14,13)=-1; A(14,14)=1;
A(15,14)=-1/1.7; A(15,15)=1/1.7; A(15,16)=1/1.7; A(15,17)=-1/1.7;
A(16,15)=-1; A(16,16)=1;
A(17,16)=-1/1.7; A(17,17)=1/1.7; A(17,18)=1/1.7; A(17,19)=-1/1.7;
A(17,32)=-cosd(43); A(17,33)=-cosd(43);
A(18,17)=-1; A(18,18)=1;
```

```

A(19,18)=-1/1.7; A(19,19)=1/1.7; A(19,20)=1/1.7; A(19,21)=-1/1.7;
A(20,19)=-1; A(20,20)=1;
A(21,20)=-1/1.7; A(21,21)=1/1.7; A(21,22)=1/1.7; A(21,23)=-1/1.7;
A(21,34)=-cosd(43); A(21,35)=-cosd(43);
A(22,21)=-1; A(22,22)=1;
A(23,22)=-1/1.7; A(23,23)=1/1.7; A(23,24)=1/1.7; A(23,25)=-1/1.7;
A(24,23)=-1; A(24,24)=1;
A(25,25)=-1;
A(26,27)=cosd(47); A(26,28)=-cosd(47); A(26,37)=-1;
A(27,27)=cosd(43); A(27,28)=cosd(43);
A(28,29)=cosd(47); A(28,30)=-cosd(47); A(28,37)=1; A(28,38)=-1;
A(29,29)=cosd(43); A(29,30)=cosd(43);
A(30,31)=cosd(47); A(30,32)=-cosd(47); A(30,38)=1; A(30,39)=-1;
A(31,31)=cosd(43); A(31,32)=cosd(43);
A(32,33)=cosd(47); A(32,34)=-cosd(47); A(32,39)=1; A(32,40)=-1;
A(33,33)=cosd(43); A(33,34)=cosd(43);
A(34,35)=cosd(47); A(34,36)=-cosd(47); A(34,40)=1;
A(35,35)=cosd(43); A(35,36)=cosd(43);
% Konfiguracijos matrica
global Gie;
Gie=zeros(80,5);
Gie(1,1)=1; Gie(2,1)=1; Gie(3,1)=1; Gie(4,1)=1; Gie(5,1)=1; Gie(6,1)=1;
Gie(7,1)=1; Gie(8,1)=1; Gie(9,1)=1; Gie(10,1)=1;
Gie(11,2)=1; Gie(12,2)=1; Gie(13,2)=1; Gie(14,2)=1; Gie(15,2)=1; Gie(16,2)=1;
Gie(17,2)=1; Gie(18,2)=1;
Gie(19,3)=1; Gie(20,3)=1; Gie(21,3)=1; Gie(22,3)=1; Gie(23,3)=1; Gie(24,3)=1;
Gie(25,3)=1; Gie(26,3)=1; Gie(27,3)=1; Gie(28,3)=1; Gie(29,3)=1; Gie(30,3)=1;
Gie(31,3)=1; Gie(32,3)=1; Gie(33,3)=1; Gie(34,3)=1; Gie(35,3)=1; Gie(36,3)=1;
Gie(37,3)=1; Gie(38,3)=1; Gie(39,3)=1; Gie(40,3)=1; Gie(41,3)=1; Gie(42,3)=1;
Gie(43,2)=1; Gie(44,2)=1; Gie(45,2)=1; Gie(46,2)=1; Gie(47,2)=1; Gie(48,2)=1;
Gie(49,2)=1; Gie(50,2)=1;
Gie(51,1)=1; Gie(52,1)=1;
Gie(53,5)=1; Gie(54,5)=1; Gie(55,5)=1; Gie(56,5)=1; Gie(57,5)=1; Gie(58,5)=1;
Gie(59,5)=1; Gie(60,5)=1; Gie(61,5)=1; Gie(62,5)=1; Gie(63,5)=1; Gie(64,5)=1;
Gie(65,5)=1; Gie(66,5)=1; Gie(67,5)=1; Gie(68,5)=1; Gie(69,5)=1; Gie(70,5)=1;
Gie(71,5)=1; Gie(72,5)=1;
Gie(73,4)=1; Gie(74,4)=1; Gie(75,4)=1; Gie(76,4)=1; Gie(77,4)=1; Gie(78,4)=1;
Gie(79,4)=1; Gie(80,4)=1;
global ilg;
ilg=[14.4 6.8 10.2 13.6 24.8];
% Pradine tikslo funkcija
Tfs=ilg*m0
% 2. OPTIMIZAVIMO CIKLO PRADZIA
for iteracija = 1:iii
    % Skaiciuojami inercijos momentai
    I1=a1RHS1*Ak1^b1RHS1/1e8;
    I2=a1RHS*As2^b1RHS/1e8;
    I3=a1RHS*As3^b1RHS/1e8;
    As4=n01/235e3; As5=n02/235e3;
% 2.1 Matricu [D] ir [Fi], kurios optimizavimo ciklo metu kinta, parengimas
D=zeros(40,40);
D(1,1)=2.4/(3*E*I1); D(1,2)=2.4/(6*E*I1);
D(2,1)=2.4/(6*E*I1); D(2,2)=2.4/(3*E*I1);
D(3,3)=2.4/(3*E*I1); D(3,4)=2.4/(6*E*I1);
D(4,3)=2.4/(6*E*I1); D(4,4)=2.4/(3*E*I1);
D(5,5)=2.4/(3*E*I1);
D(6,6)=1.7/(3*E*I2); D(6,7)=1.7/(6*E*I2);
D(7,6)=1.7/(6*E*I2); D(7,7)=1.7/(3*E*I2);
D(8,8)=1.7/(3*E*I2); D(8,9)=1.7/(6*E*I2);
D(9,8)=1.7/(6*E*I2); D(9,9)=1.7/(3*E*I2);
D(10,10)=1.7/(3*E*I3); D(10,11)=1.7/(6*E*I3);
D(11,10)=1.7/(6*E*I3); D(11,11)=1.7/(3*E*I3);
D(12,12)=1.7/(3*E*I3); D(12,13)=1.7/(6*E*I3);
D(13,12)=1.7/(6*E*I3); D(13,13)=1.7/(3*E*I3);
D(14,14)=1.7/(3*E*I3); D(14,15)=1.7/(6*E*I3);
D(15,14)=1.7/(6*E*I3); D(15,15)=1.7/(3*E*I3);
D(16,16)=1.7/(3*E*I3); D(16,17)=1.7/(6*E*I3);
D(17,16)=1.7/(6*E*I3); D(17,17)=1.7/(3*E*I3);
D(18,18)=1.7/(3*E*I3); D(18,19)=1.7/(6*E*I3);
D(19,18)=1.7/(6*E*I3); D(19,19)=1.7/(3*E*I3);
D(20,20)=1.7/(3*E*I3); D(20,21)=1.7/(6*E*I3);
D(21,20)=1.7/(6*E*I3); D(21,21)=1.7/(3*E*I3);
D(22,22)=1.7/(3*E*I2); D(22,23)=1.7/(6*E*I2);
D(23,22)=1.7/(6*E*I2); D(23,23)=1.7/(3*E*I2);
D(24,24)=1.7/(3*E*I2); D(24,25)=1.7/(6*E*I2);
D(25,24)=1.7/(6*E*I2); D(25,25)=1.7/(3*E*I2);
D(26,26)=7.2/(3*E*I1);
D(27,27)=2.47/(3*E*As5); D(28,28)=2.47/(3*E*As5);
D(29,29)=2.47/(3*E*As5); D(30,30)=2.47/(3*E*As5);
D(31,31)=2.47/(3*E*As5); D(32,32)=2.47/(3*E*As5);

```

```

D(33,33)=2.47/(3*E*As5); D(34,34)=2.47/(3*E*As5);
D(35,35)=2.47/(3*E*As5); D(36,36)=2.47/(3*E*As5);
D(37,37)=3.4/(3*E*As4); D(38,38)=3.4/(3*E*As4);
D(39,39)=3.4/(3*E*As4); D(40,40)=3.4/(3*E*As4);
% 2.2 Takumos salygu matricos sudarymas
global Fi;
Fi=zeros(80,40);
Fi(1,1)=1; Fi(2,1)=-1; Fi(3,2)=1; Fi(4,2)=-1; Fi(5,3)=1; Fi(6,3)=-1;
Fi(7,4)=1; Fi(8,4)=-1; Fi(9,5)=1; Fi(10,5)=-1; Fi(11,6)=1; Fi(12,6)=-1;
Fi(13,7)=1; Fi(14,7)=-1; Fi(15,8)=1; Fi(16,8)=-1; Fi(17,9)=1; Fi(18,9)=-1;
Fi(19,10)=1; Fi(20,10)=-1; Fi(21,11)=1; Fi(22,11)=-1; Fi(23,12)=1; Fi(24,12)=-1;
Fi(25,13)=1; Fi(26,13)=-1; Fi(27,14)=1; Fi(28,14)=-1; Fi(29,15)=1; Fi(30,15)=-1;
Fi(31,16)=1; Fi(32,16)=-1; Fi(33,17)=1; Fi(34,17)=-1; Fi(35,18)=1; Fi(36,18)=-1;
Fi(37,19)=1; Fi(38,19)=-1; Fi(39,20)=1; Fi(40,20)=-1; Fi(41,21)=1; Fi(42,21)=-1;
Fi(43,22)=1; Fi(44,22)=-1; Fi(45,23)=1; Fi(46,23)=-1; Fi(47,24)=1; Fi(48,24)=-1;
Fi(49,25)=1; Fi(50,25)=-1; Fi(51,26)=1; Fi(52,26)=-1; Fi(53,27)=1; Fi(54,27)=-1;
Fi(55,28)=1; Fi(56,28)=-1; Fi(57,29)=1; Fi(58,29)=-1; Fi(59,30)=1; Fi(60,30)=-1;
Fi(61,31)=1; Fi(62,31)=-1; Fi(63,32)=1; Fi(64,32)=-1; Fi(65,33)=1; Fi(66,33)=-1;
Fi(67,34)=1; Fi(68,34)=-1; Fi(69,35)=1; Fi(70,35)=-1; Fi(71,36)=1; Fi(72,36)=-1;
Fi(73,37)=1; Fi(74,37)=-1; Fi(75,38)=1; Fi(76,38)=-1; Fi(77,39)=1; Fi(78,39)=-1;
Fi(79,40)=1; Fi(80,40)=-1;
%
% 2.3 TAMPRAUS ATSAKO i-tojoje iteracijoje SKAICIAVIMAS
global Se
K=A*inv(D)*A'; Ue=inv(K)*F; Se=(inv(D))*A'*Ue;
%
% 2.4 LIEKAMUJU DYDZIU i-tojoje iteracijoje SKAICIAVIMAS
An=Fi;
bn=Gie*m0-Fi*Se;
Aeq=-A;
beq=zeros(35,1);
% Sintakse
[xx,fval,exitflag,output,lambda]=quadprog(D,[],An,bn,Aeq,beq)
% 2.5 SUMINIUI IRAZU i-tojoje iteracijoje SKAICIAVIMAS
S=Se+xx; Ur=lambda.eqlin; U=Ur+Ue;
CIKSU=zeros(40,2); CIKSU(1:40,1)=S; CIKSU(1:35,2)=U; CIKSU
% 2.6 Influentiniu matricu H ir G sudarymas optimizavimo ciklui
H=inv(K)*A*inv(D); G=inv(D)*A'*H-inv(D);
Hp=H*Fi';
global G;
% 2.7 Suadrome tiesiniu apribojamuju nelygybiu koeficientu matrica An ir
% laisvuju nariu vektoriui bn
% Ivedame apribojimu, isreikstu nelygybemis, kefcientu prie nezinomuju matrica
Anq=zeros(167,85); bnq=zeros(167,1);
% 80 eil. - takumo salygos / 80 stulp. - plast. daugikliai + ribiniai 5 rib. irazos
Anq(1:80,1:80)=Fi*G*Fi'; Anq(1:80,81:85)=-Gie;
bnq(1:80,1)=-Fi*Se; % Atitinkamai nelygybiu laisvuju nariu vektoriui
% Salygos, ribojancios plast. daugikliu zenklus, 80 eil.x 80 stulp.
for i=1:80;
    Anq(80+i,i)=-1;
% Poslinkiu apribojimu salygos, 2 eil. x 80 stulp.
Anq(161,i)=Hp(15,i); Anq(162,i)=Hp(5,i);end;
bnq(161,1)=U15vr-Ue(15,1); bnq(162,1)=U5vr-Ue(5,1); % Atitinkamai nelygybiu laisvuju nariu vektoriui
% Salygos, ribojancios minimalias ribiniu lenkimo irazu reiksmes 5eil. x 80stulp.
% Anq(163,81)=-1; Anq(164,82)=-1; Anq(165,83)=-1; Anq(166,84)=-1; Anq(165,85)=-1;
for i=1:5;
    Anq(162+i,80+i)=-1; end;
% Atitinkamai nelygybiu laisvuju nariu vektoriui
bnq(163,1)=-M01; bnq(164,1)=-M02; bnq(165,1)=-M03; bnq(166,1)=-N01; bnq(167,1)=-N02;
% Tiesiniu apribjimu lygybiu nera, todėl
Aeq=[];beq=[];
% Duomeni grieztumo salygoms sudaryti parengimas
global z;
z=Fi*G*Fi'; lb=[]; ub=[]; x0=zeros(85,1);
% 2.9 Netiesinio uzdaviniu sprendimas paprograme fmincon
% Tam tikslui sudaryti funkcijas (function handle):
% myfunpos - tikslo funkcijai skaiciuoti
% myconpos - netiesiniams apribojimams skaiciuoti
[x,fval,exitflag,output,lambda]=fmincon(@myfunpos1,x0,Anq,bnq,Aeq,beq,lb,ub,@myconpos1)
Apr=Anq*x-bnq; xr=x(1:80,1); Ur=Hp*xr;
Ug=Hp*xr+Ue; Utarp=[Ur Ue Ug];
%
% 2.10 Duomeni parengimas naujai iteracijai vykdyti
% Naujos ribiniu momentu reiksmes i+1 iteracijai
m01=x(81,1); m02=x(82,1); m03=x(83,1); n01=x(84,1); n02=x(85,1);
% Nauji skerspjuvu plotai i+1 iteracijai
A1=((m01*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS1))^(1/b3RHS1);
A2=((m02*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A3=((m03*100)/((sigmay*10^(-4))*a3RHS))^(1/b3RHS);
A4=n01/sigmay;

```

```

A5=n02/sigmay;
for i=1:5 rez(iteracija,i)=x(80+i);
rez(iteracija,6)=A1; rez(iteracija,7)=A2;
rez(iteracija,8)=A3; rez(iteracija,9)=A4;
rez(iteracija,10)=A5; rez(iteracija,11)=fval; rez(iteracija,12)=exitflag; end;
CikloM0irA=[m01 m02 m03 n01 n02 A1 A2 A3 A4 A5]
% 2.11 Tikslu salygu tikrinimas
% Tikrinama salyga: ar pasiektas pasirinktas tikslumas?
% eps=((fval-Tfs)*100)/fval; if abs(eps)<=1 break; end;
% Jei ne, tai optimizavimo procesas tesiamas toliau
Tfs=fval;
end;
% Jei taip, tai spausdinami visi iteracinio proceso optimizavimo rezultatai
m0=[m01;m02;m03;n01;n02];
GalutiniaiM0irA=[m01 m02 m03 n01 n02 A1 A2 A3 A4 A5]
% Atliekame IDB analize prie galutiniu M0
% Galutines matricos [D] parengimas
% Skaiciuojami inercijos momentai
I1=a1RHS1*A1^b1RHS1/1e8;
I2=a1RHS*A2^b1RHS/1e8;
I3=a1RHS*A3^b1RHS/1e8;
A4=(n01*10/235e3)/10e-4;
A5=(n02*10/235e3)/10e-4;
% 2.1 Matricu [D] ir [Fi], kurios optimizavimo ciklo metu kinta, parengimas
D=zeros(40,40);
D(1,1)=2.4/(3*E*I1); D(1,2)=2.4/(6*E*I1);
D(2,1)=2.4/(6*E*I1); D(2,2)=2.4/(3*E*I1);
D(3,3)=2.4/(3*E*I1); D(3,4)=2.4/(6*E*I1);
D(4,3)=2.4/(6*E*I1); D(4,4)=2.4/(3*E*I1);
D(5,5)=2.4/(3*E*I1);
D(6,6)=1.7/(3*E*I2); D(6,7)=1.7/(6*E*I2);
D(7,6)=1.7/(6*E*I2); D(7,7)=1.7/(3*E*I2);
D(8,8)=1.7/(3*E*I2); D(8,9)=1.7/(6*E*I2);
D(9,8)=1.7/(6*E*I2); D(9,9)=1.7/(3*E*I2);
D(10,10)=1.7/(3*E*I3); D(10,11)=1.7/(6*E*I3);
D(11,10)=1.7/(6*E*I3); D(11,11)=1.7/(3*E*I3);
D(12,12)=1.7/(3*E*I3); D(12,13)=1.7/(6*E*I3);
D(13,12)=1.7/(6*E*I3); D(13,13)=1.7/(3*E*I3);
D(14,14)=1.7/(3*E*I3); D(14,15)=1.7/(6*E*I3);
D(15,14)=1.7/(6*E*I3); D(15,15)=1.7/(3*E*I3);
D(16,16)=1.7/(3*E*I3); D(16,17)=1.7/(6*E*I3);
D(17,16)=1.7/(6*E*I3); D(17,17)=1.7/(3*E*I3);
D(18,18)=1.7/(3*E*I3); D(18,19)=1.7/(6*E*I3);
D(19,18)=1.7/(6*E*I3); D(19,19)=1.7/(3*E*I3);
D(20,20)=1.7/(3*E*I3); D(20,21)=1.7/(6*E*I3);
D(21,20)=1.7/(6*E*I3); D(21,21)=1.7/(3*E*I3);
D(22,22)=1.7/(3*E*I2); D(22,23)=1.7/(6*E*I2);
D(23,22)=1.7/(6*E*I2); D(23,23)=1.7/(3*E*I2);
D(24,24)=1.7/(3*E*I2); D(24,25)=1.7/(6*E*I2);
D(25,24)=1.7/(6*E*I2); D(25,25)=1.7/(3*E*I2);
D(26,26)=7.2/(3*E*I1);
D(27,27)=2.47/(3*E*A5); D(28,28)=2.47/(3*E*A5);
D(29,29)=2.47/(3*E*A5); D(30,30)=2.47/(3*E*A5);
D(31,31)=2.47/(3*E*A5); D(32,32)=2.47/(3*E*A5);
D(33,33)=2.47/(3*E*A5); D(34,34)=2.47/(3*E*A5);
D(35,35)=2.47/(3*E*A5); D(36,36)=2.47/(3*E*A5);
D(37,37)=3.4/(3*E*A4); D(38,38)=3.4/(3*E*A4);
D(39,39)=3.4/(3*E*A4); D(40,40)=3.4/(3*E*A4);
% TAMPRIUJU DYDZIU SKAICIAVIMAS
An=Fi;
bn=Gie*m0-Fi*Se;
Aeq=-A;
beq=zeros(35,1);
[xx,fval,exitflag,output,lambda]=quadprog(D,[],An,bn,Aeq,beq);
% Tikreiji IDB rezultatai
S=Se+xx
Ur=lambda.eqlin; U=Ur+Ue
GALSU=zeros(40,2); GALSU(1:40,1)=S; GALSU(1:35,2)=U; GALSU
DEFGR=Fi'*lambda.ineqlin(1:80,1)

% Paprograme netiesinio testo tikslo funkcijai skaiciuoti
function F=myfunpos1(x);
F=14.4*x(81,1)+6.8*x(82,1)+10.2*x(83,1)+13.6*x(84,1)+24.8*x(85,1);

% Paprograme netiesiniu apribojimu, isreikstu netiesinemis lygybemis Ceq ir Cnq, funkcijoms
skaiciuoti
function [Cnq,Ceq]=myconpos1(x)
global Gie G Fi Se
Cnq=[];
Ceq=x(1:80,1)'*(Gie*x(81:85,1)-Fi*(G*Fi'*x(1:80,1)+Se))

```

H PRIEDAS. *Staad.Pro V8i* įvesties byla

STAAD PLANE
START JOB INFORMATION
ENGINEER DATE 20-Nov-12
END JOB INFORMATION
INPUT WIDTH 79
UNIT METER KN
JOINT COORDINATES
4 0 7.2 0; 5 3.4 7.2 0; 6 6.8 7.2 0; 7 10.2 7.2 0; 8 13.6 7.2 0; 9 17 7.2 0;
10 17 0 0; 11 1.7 5.4 0; 12 5.1 5.4 0; 13 8.5 5.4 0; 14 11.9 5.4 0;
15 15.3 5.4 0; 16 0 0 0;
MEMBER INCIDENCES
4 4 5; 5 5 6; 6 6 7; 7 7 8; 8 8 9; 9 10 9; 10 4 11; 11 11 5; 12 5 12; 13 12 6;
14 6 13; 15 13 7; 16 7 14; 17 14 8; 18 8 15; 19 15 9; 20 11 12; 21 12 13;
22 13 14; 23 14 15; 24 16 4;
DEFINE MATERIAL START
ISOTROPIC STEEL
E 2.05e+008
POISSON 0.3
DENSITY 76.8195
ALPHA 1.2e-005
DAMP 0.03
G 7.88462e+007
TYPE STEEL
STRENGTH FY 253200 FU 407800 RY 1.5 RT 1.2
ISOTROPIC STAINLESSSTEEL
E 1.9793e+008
POISSON 0.3
DENSITY 76.8195
ALPHA 1.8e-005
DAMP 0.03
ISOTROPIC PLIENAS
E 2.75e+008
POISSON 0.3
DENSITY 76.8195
DAMP 0.03
ISOTROPIC PLIENAS1
E 2.75e+008
POISSON 0.3
DENSITY 76.8195
DAMP 0.03
END DEFINE MATERIAL
MEMBER PROPERTY EUROPEAN
5 TO 7 9 24 TABLE ST TUB30020010
20 TO 23 TABLE ST TUB1201205
10 TO 19 TABLE ST TUB1201206
4 8 TABLE ST TUBE TH 0.005 WT 0.15 DT 0.25
CONSTANTS
MATERIAL PLIENAS MEMB 4 TO 9 24
MATERIAL PLIENAS1 MEMB 10 TO 23
MEMBER TRUSS
10 TO 23
MEMBER RELEASE
8 9 24 END MZ
4 START MZ
SUPPORTS
10 16 FIXED
LOAD 1 LOADTYPE None TITLE LOAD CASE 1
JOINT LOAD
4 FX 6
5 6 FY -43.5
4 9 FY -25
MEMBER LOAD
4 TO 6 CON GY -43.5 1.7
24 CON GX 12 2.4
JOINT LOAD
7 8 FY -43.5
MEMBER LOAD
7 8 CON GY -43.5 1.7
24 CON GX 12 4.8
PERFORM ANALYSIS
PARAMETER 1
CODE EN 1993-1-1:2005
BEAM 3 ALL
LZ 5.04 MEMB 9 24
LZ 3.4 MEMB 4 8

LZ 10.2 MEMB 5 TO 7
LZ 2.232 MEMB 10 TO 19
LZ 13.6 MEMB 20 TO 23
PY 275000 MEMB 4 TO 9 24
PY 275000 MEMB 10 TO 23
TRACK 2 ALL
CHECK CODE ALL
PERFORM ANALYSIS PRINT ALL
PARAMETER 2
CODE EN 1993-1-1:2005
SELECT OPTIMIZED
PARAMETER 3
CODE EN 1993-1-1:2005
GROUP AX MEMB 9 24
PARAMETER 4
CODE EN 1993-1-1:2005
GROUP AX MEMB 4 8
PARAMETER 5
CODE EN 1993-1-1:2005
GROUP AX MEMB 5 TO 7
PARAMETER 6
CODE EN 1993-1-1:2005
GROUP AX MEMB 10 TO 19
PARAMETER 7
CODE EN 1993-1-1:2005
GROUP AX MEMB 20 TO 23
PERFORM ANALYSIS
PARAMETER 8
CODE EN 1993-1-1:2005
CHECK CODE ALL
PARAMETER 9
CODE EN 1993-1-1:2005
DFF 0.001 MEMB 4 TO 8
DJ1 6 MEMB 6
DJ2 7 MEMB 6
FINISH



TAMPRIOS PLASTINĖS RĖMINĖS KONSTRUKCIJOS OPTIMIZAVIMAS ĮVERTINANT STIPRUMĄ, STANDUMĄ, STABILUMĄ

Agnė Gervytė¹, Ela Jarmolajeva²

VGTV Statybinės mechanikos katedra

El. p. ¹agne.gervyte@gmail.com; ²ela.jarmolajeva@vgtu.lt

Santrauka. Straipsnyje pateikiamas plieninių konstrukcijų strypų skerspjūvių optimizavimo uždavinio matematinis modelis, kuris įvertina reikalavimus konstrukcijos stiprumui, standumui ir stabilumui. Optimizavimo uždavinio matematiniam modeliui sudaryti taikoma matematinio programavimo teorija ir ekstreminiai energiniai principai. Netiesinio matematinio programavimo uždavinio sprendimui taikoma *Matlab* programavimo aplinka. Dėl egzistuojančio ryšio tarp konstrukcijos tampraus atsako dydžių ir optimizuojamų parametrų, uždavinys sprendžiamas iteracijų būdu. Skaičiavimo algoritmas pritaikytas plokščiam vieno tarpatramio rėmui su santvara. Rėminė konstrukcija diskretizuojama baigtiniais strypiniais elementais. Nustatytas minimalus tūris konstrukcijos, kuri dar nėra pasiekusi visiško plastinio suirimo, tačiau atskiri jos elementai jau patyrė plastines deformacijas. Pagal gautąjį optimalų planą – ribines strypų įrąžas, parenkami standartiniai dėžiniai profiliuotieji.

Reikšminiai žodžiai: optimizacija, tampri plastinė rėminė konstrukcija, stiprumas, standumas, stabilumas

1. Įvadas

Optimalaus projektavimo tikslas yra toks konstrukcijos projektas, kuris užtikrintų konstrukcijos stiprumą, standumą ir stabilumą bei reikalautų minimalių sąnaudų konstrukcijai pagaminti ir eksploatuoti (Čyras *et al.* 2004).

Pastaruosius dešimtmečius buvo tobulinama konstrukcijų optimizavimo teorija, metodai ir skaičiavimo algoritmai bei jų sąsaja su kompiuterinio modeliavimo ir projektavimo programomis. Pastebėta, kad vienas iš efektyviausių konstrukcijų optimizavimo metodų yra tuomet, kada vienu metu taikoma matematinio programavimo teorija, ekstreminiai energiniai principai ir medžiagos plastinės savybės (Atkočiūnas, Karkauskas 2010; Popov, Karkauskas, 2005; Kalanta 1997). Tapo akivaizdu, kad įvertinus konstrukcijos deformuoto būvio parametrus ir medžiagos plastines savybes gaunamas tiksliau išreikštas konstrukcijos darbas skirtinguose apkrovimo etapuose. Toks skaičiavimo metodų taikymas padeda ekonomiškai išnaudoti medžiagas ir sukurti daug racionalių konstrukcijos projektą (Atkočiūnas, Karkauskas 2010, Kalanta 2007).

Konstrukcijos medžiagos masės (tūrio) minimumas yra vienas iš pagrindinių optimalumo kriterijų, taikomų konstrukcijų optimizavimo uždaviniuose (Makris, Provatidis 2002). Tikrajam tokios konstrukcijos įtempių ir deformacijų būviui nustatyti dažniausiai suformuluojami ekstreminiai energiniai principai. Pasirinkę pagrindiniais nežinomaisiais statinius kintamuosius (įrąžas ar įtempius)

arba kinematinis kintamuosius (poslinkius ar deformacijas) gauname ekstremumo uždavinius, kuriuos sudaro tikslo funkcija, kurios ieškomas ekstremumas, ir apribojimai, kuriais aprašomas tikrasis įtempių ir deformacijų būvis. Išsprendę tokius uždavinius, nustatome ne vien tik tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį, bet ir optimalius jos parametrus (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

Pagrindinis optimizacijos uždavinių įrankis yra ribinės pusiausvyros teorija, kurios prielaidos užtikrina konstrukcijos stiprumą. Tačiau dažnai stiprumo požiūriu optimali konstrukcija gali netenkinti eksploatacinių reikalavimų. Taip atsitinka, kai nepasiekusioje plastiškosios iirties konstrukcijoje atsiranda per didelės plastinės deformacijos ir poslinkiai. Inžinerinėje praktikoje tai vadinama ribiniu būviu. Išskiriami du plastiškai deformuojamųjų statybinių konstrukcijų ribiniai būviai. Tai ribiniai saugos būviai – susiję su plastiniu suirimu ir ribiniai tinkamumo būviai, susiję su deformacijų ribinėmis reikšmėmis (STR 2.05.08:2005).

Išvardintos priežastys komplikuoja ribinės pusiausvyros teorijos praktinį taikymą, tačiau to išvengti galima į optimizacijos uždavinių matematinius modelius įtraukiant ribinio tinkamumo būvio apribojimus arba kitaip deformatyvumo apribojimus. Konstrukcijos deformuoto būvio parametrų įvertinimas leidžia apriboti rėminės konstrukcijos pavienių mazgų ar atskirų jos elementų poslinkius, konstrukcinių elementų ribinius liaunius ir kt.

Šių tyrinėjimų tikslas:

- plieninių rėminių konstrukcijų, įvertinant stiprumą, standumą ir stabilumą bei plieno netampriąsias sa-



Statybinės konstrukcijos. Konstrukcijų mechanika
Building constructions. Structural mechanics

<http://jmk.XXXXXXXXXX.vgtu.lt>

vybes, optimizacijos uždavinių skaičiavimo algoritmų sudarymas ir tobulinimas *MatLab* terpėje;

- tamprios plastinės rėminės konstrukcijos analizės ir optimizacijos skaitinis eksperimentas ribojant poslinkius;
- tamprios plastinės rėminės konstrukcijos analizės ir optimizacijos skaitinis eksperimentas ribojant poslinkius ir įvertinant gniuždomų strypų stabilumą.

Metodika iliustruojama lengvo tipo optimizacijos objektui, veikiama kvazistatinės vienkartinės apkrovos. Nagrinėjama rėminė konstrukcija iš dėžinių profiliuotųjų, kurie turi funkcinę priklausomybę tarp skerspjūvio parametru ir priklauso nuo skerspjūvio tipo bei sienelės storio. Strypų skerspjūvių optimalumo kriterijus yra su naudotos medžiagos tūris.

2. Rėminės konstrukcijos optimizavimo paprastosios plastinės suirties metu matematinis modelis

Plieninei rėminei konstrukcijai, patyrusiai plastines deformacijas, optimizavimo uždavinys paprastosios plastiškosios suirties metu formuluojamas žinant konstrukcijos konfigūraciją, veikiančias išorines apkrovas, jų pridėjimo vietas, kryptį, dydį ir optimalumo kriterijų, pagal kurį bus nustatomos optimalios atlaikomosios (ribinės) įrašos S_0 (skerspjūvių plotai A).

Uždavinio stiprumo, standumo ir stabilumo apribojimų sąlygos turi atitikti konstrukcijos tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį konstrukcijai dar visiškai plastiškai nesuirus. Taigi apjungus visus šiuos apribojimus ir pritaikius energijos disipacijos (sklaidos) išraiškos minimumą kaip tikslo funkciją, gaunamas toks optimizacijos uždavinio paprastosios plastiškosios suirties metu matematinis modelis (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\left. \begin{array}{l} \text{rasti} \\ \text{kai} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} L^T S_0 \rightarrow \min, \\ [\Gamma] S_0 - [\Phi] S \geq 0, \\ [A] S = F, \\ S_0 \geq S_0^{\min}, \end{array} \right\} \quad (1)$$

čia L – tikslo funkcijos koeficientų (konstrukcijos strypų, su vienoda ribine įrąža, suminių ilgių) vektorius; S_0 – ribinių įrašų vektorius; $[\Gamma]$ – konstrukcijos konfigūracijos matrica; $[\Phi]$ – konstrukcijos takumo sąlygų matrica; S – suminių įrašų vektorius; $[A]$ – pusiausvyros lygčių koeficientų prie nežinomųjų matrica; F – išorinės apkrovos vektorius; $S_0^{\min}$ – konstrukcinių apribojimų ribinių įrašų vektorius.

Išsprendus tiesinio matematinio programavimo uždavinį (1) surandame nežinomuosius S ir S_0 .

3. Optimalios rėminės konstrukcijos įtempto – deformuoto būvio analizės uždavinys

Plastiškai įstanti sistema yra ribinės pusiausvyros būvio. Tuomet bet koks nedidelis apkrovos padidėjimas sukelia neriboto dydžio poslinkius ir deformacijas ir spręsti apie ribinio būvio absoliutines deformacijų ir poslinkių reikšmes negalima, nes, susidarius plastiniam mechanizmui, gali būti labai daug deformuoto būvio padėčių. Galima nustatyti šių visų padėčių tarpusavio ryšį tiksliai esant deformacijų ir poslinkių prieaugiams, kurie nelemia tikrųjų plastinių deformacijų ir poslinkių reikšmių (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

Taigi, žinant konstrukcijos fizikinius parametrus ir išorinę apkrovą yra sprendžiamas analizės uždavinys, t.y. ieškoma tikrojo įtempių ir deformacijų būvio sistemai visiškai plastiškai nesuirus. Optimalių skerspjūvių parametrai išreiškiami per ribines įrąžas S_0 .

Optimalios rėminės konstrukcijos įtempto – deformuoto būvio analizės uždavinio matematinis modelis užrašomas taip (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\left. \begin{array}{l} \text{rasti} \\ \text{kai} \end{array} \right\} \left. \begin{array}{l} \frac{1}{2} S_r^T D S_r \rightarrow \min, \\ -[\Phi] S_r \geq [\Phi] S_e - [\Gamma] S_0, \\ [A] S_r = 0, \end{array} \right\} \quad (2)$$

čia S_r – liekamųjų įrašų vektorius; D – konstrukcijos pasiduoodamumo matrica; S_e – tamprųjų įrašų vektorius.

Uždavinys (2) priskiriamas iškilojo matematinio programavimo uždavinių klasei (Bazaraa, Sherali, Shetty 2006). Išsprendus uždavinį gaunamos tikrosios įrąžos $S = S_r + S_e$ ir tikrieji poslinkiai $u = u_r + u_e$, o tai ir yra tikrasis rėminės konstrukcijos įtempių ir deformacijų būvis (IDB).

Tiesioginis uždavinio (2) sprendinys yra liekamųjų įrašų vektorius S_r . Norint gauti liekamuosius poslinkius ir deformacijas, *MatLab* paprogramės kreipinyje reikia numatyti dualaus uždavinio *Lagranžo* daugiklių vektoriaus skaičiavimą. *Lagranžo* daugikliai tenkina tiesioginio uždavinio (statinės formuluotės) apribojimų sąlygas, todėl jie kartu yra ir kinematiniai nežinomieji: liekamieji poslinkiai u_r , ir daugikliai λ , su kuriais skaičiuojamos

plastinės deformacijos $\Theta_p = [\Phi]^T \lambda$.

4. Apkrovos ir poslinkių priklausomumo analizės uždavinys

Norint pilnai išspręsti optimizacijos uždavinį su saugos ir tinkamumo ribinių būvių apribojimo parametrais, reikalinga nustatyti ribojamųjų poslinkių viršutines ir apatines ribas. Tam tikslui yra sprendžiamas naujas uždavinys, apkrovos ir poslinkių priklausomumo analizės uždavinys,



Statybinės konstrukcijos. Konstrukcijų mechanika
Building constructions. Structural mechanics

<http://jmk.XXXXXXXXXX.vgtu.lt>

t.y. analizuojama rėmo, veikiamo kvazistatinės apkrovos įtempių ir deformacijų būvio dinamika.

Apkrovos ir poslinkių priklausomumo analizės uždavinio matematinis modelis užrašomas taip (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\left. \begin{array}{l} \text{rasti} \\ -\frac{1}{2} \lambda^T [\Phi] [\bar{G}]^T D [\bar{G}] [\Phi]^T \lambda + \\ + \lambda^T ([\Phi] S_e - [\Gamma] S_0) \rightarrow \max, \\ \text{kai} \\ \lambda \geq 0, \end{array} \right\} \quad (3)$$

čia: λ – Lagranžo funkcijos daugikliai; $[\bar{G}]$ – liekamųjų įrašų influentinė matrica; $[\bar{H}]$ – liekamųjų poslinkių influentinė matrica.

Uždavinys (3) yra kvadratinio programavimo uždavinys. Išsprendus šį uždavinį randame plastiškųjų daugiklių (deformacijų) dydžius. Panaudojant liekamųjų poslinkių $u_r = [\bar{H}] [\Phi]^T \lambda$ ir liekamųjų įrašų $S_r = [\bar{G}] [\Phi]^T \lambda$ išraiškas, galima apskaičiuoti visus analizės uždavinio nežinomuosius.

5. Tamprios plastinės rėminės konstrukcijos optimizavimas ribojant poslinkius

Optimizavimo uždavinys ribojant poslinkius yra formuluojamas žinant konstrukcijos konfigūraciją, veikiančias išorines apkrovas, pridėjimo vietą, kryptį ir dydį; yra parinktos apatinės ir viršutinės poslinkių kitimo, kurias galima nustatyti išsprendus analizės uždavinį pagal matematinį modelį (3), ribos; pagal konstrukcinius reikalavimus yra parinktos elementų ribinių įrašų apatinės kitimo ribos; optimalumo kriterijaus pavidalas ir jo koeficientai.

Reikia rasti ribinių įrašų pasiskirstymą, atitinkantį minimalaus tūrio konstrukcijos, nepasiekusios plastinio irimo, reikalavimus.

Siūloma įvesti tokius ribinio tinkamumo būvio apribojimus (Karkauskas, Nagevičius 2007, Karkauskas, Norkus 2006):

- eksploataciniai apribojimai, kurie apima sąlygas, apibūdinančias konstrukcijos tikrąjį įtempių ir deformacijų būvį. Jos gaunamos remiantis papildomo deformavimo energijos minimumo principu, suformuluotos iš dualių ekstremumo uždavinių poros, visų apribojimų bei Kuno ir Takerio sąlygų (Bazaraa, Sherali, Shetty 2006);
- deformatyvumo apribojimai, kurie apima sąlygas, kuriomis ribojami poslinkiai tam tikrose konstrukcijos vietose, tam tikromis kryptimis:

$$u^- \leq (u_r + u_e) \leq u^+ \quad (4)$$

čia $u^+ > 0$ ir $u^- < 0$ – poslinkių viršutinių ir apatinių ribų normatyvinės reikšmės.

- norminiuose dokumentuose apibrėžti technologiniai ar konstrukciniai reikalavimai elementų stabilumui

ar ribinių lenkimo momentų žemutinei kitimo ribai $S_0^{\min}$.

Tuomet bendrasis strypinių konstrukcijų optimizavimo uždavinio ribojant poslinkius matematinis modelis užrašomas taip (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\left. \begin{array}{l} \text{rasti} \\ L^T S_0 \rightarrow \min, \\ \text{kai} \\ [\Gamma] S_0 - [\Phi] [\bar{G}] [\Phi]^T \lambda \geq [\Phi] S_e, \\ [A] S_r = 0, \\ DS_r - [\Phi]^T \lambda - [A]^T u_r = 0, \\ \lambda^T ([\Gamma] S_0 - [\Phi] ([\bar{G}] [\Phi]^T \lambda + S_e)) = 0, \\ \lambda \geq 0, \\ [P] (u_r + u_e) \leq u^+, \\ [P] (u_r + u_e) \geq u^-, \\ S_0 \geq S_0^{\min}, \\ u_e = K^{-1} F, \\ S_e = D^{-1} [A]^T K^{-1} F, \end{array} \right\} \quad (5)$$

čia $[P]$ – poslinkių loginė matrica, įvertinanti kraštines sąlygas.

Tai yra netiesinio matematinio programavimo uždavinys, sprendžiamas iteracijų būdu. Ketvirtoji apribojimų sąlyga – Kuno ir Takerio papildomumo sąlyga pagimdo daugiaekstremiškumą ir dar labiau komplikuoja uždavinio sprendimą. Siūloma šį modelį modifikuoti, eliminuojant liekamąsias įrašas S_r ir liekamuosius poslinkius u_r . Turėdami liekamųjų įrašų ir liekamųjų poslinkių išraiškas $S_r = [\bar{G}] [\Phi]^T \lambda$ ir $u_r = [\bar{H}] [\Phi]^T \lambda$ ir įrašydami jas į pradinį optimizacijos uždavinį, gaunama tokia matematinio modelio (5) modifikacija (Atkočiūnas, Karkauskas 2010):

$$\left. \begin{array}{l} \text{rasti} \\ L^T S_0 \rightarrow \min, \\ \text{kai} \\ [\Gamma] S_0 - [\Phi] [\bar{G}] \lambda \geq [\Phi] D^{-1} [A]^T K^{-1} F, \\ \lambda^T ([\Gamma] S_0 - [\Phi] [\bar{G}] \lambda - \\ - [\Phi] D^{-1} [A]^T K^{-1} F) = 0, \\ \lambda \geq 0, \\ [P] [\bar{H}] \lambda \geq u^+ + [P] K^{-1} F, \\ [P] [\bar{H}] \lambda \leq u^- + [P] K^{-1} F, \\ S_0 \geq S_0^{\min}. \end{array} \right\} \quad (6)$$

Akiivaizdu, kad uždavinio (6) apimtis yra mažesnė, tačiau jis vis tiek sprendžiamas iteracijų būdu, nes į uždavinį įeinantys tampraus atsako dydžiai S_e ir u_e yra funkcškai priklausomi nuo optimizuojamų konstrukcijos parametrų, jų įvedimas į tampriosios plastinės konstrukci-

jos optimizavimo uždavinį apskunkintų uždavinio formulavimą. Kiekvienos iteracijos metu tampriojo atsako parametrai perskaičiuojami pagal gautus konstrukcijos optimizavimo rezultatus ir skaičiavimas tęsiamas tol, kol uždavinio sprendimo procesas pasiekia konvergenciją.

6. Optimizacijos uždavinio skaitmeninė realizacija

Aprašytų optimizacijos ir analizės uždavinių iteracijų proceso sprendimo iliustracijai pasirinkta plokščia rėminė konstrukcija. Palyginimui atlikti du skaitiniai eksperimentai. Pirmuoju atveju uždavinio matematiniam modelyje be stiprumo apribojimų yra įtrauktos sąlygos-apribojimai standumui, antruoju – įvertintas ir standumas, ir stabilumas.

Nagrinėjamos konstrukcijos konfigūracija bei apkrovimo pobūdis pavaizduoti skaičiuojamojoje schemoje (žr. 1 pav.).

Konstrukcijos elementai projektuojami iš karšto valcavimo dėžinių skerspjūvio profiliuotųjų.

Rėmas projektuojamas su vienodo dydžio ribinėmis įrąžomis tam tikroms konstrukcijos grupėms: M_{01} ribinė įrąža priklauso kolonomis, M_{02} – santvaros viršutinės juostos kraštinėms strypams, M_{03} – likusiai santvaros viršutinei juostai (santvaros viršutinė juosta priimama kaip nekarpyta), N_{01} – santvaros apatinei juostai, N_{02} – santvaros tinkleliui.

Rėmo strypų skerspjūvių pradiniai geometriniai rodikliai skaičiuojami pagal formules, kurios išreiškia funkcinę priklausomybę tarp skerspjūvio parametrų (Atkočiūnas, Karkauskas 2010).

$$I_x = a_1 A^{b_1}, \quad (7)$$

$$W_{pl} = a_3 A^{b_3}, \quad (8)$$

čia I_x – skerspjūvio inercijos momentas; W_{pl} – skerspjūvio plastinis atsparumo momentas; A – pradinis skerspjūvio plotas; a_1 , b_1 , a_3 , b_3 – geometriniai skerspjūvio charakteristikų koeficientai, priklausantys nuo skerspjūvio tipo ir sienelės storio. Koeficientai pateikti 1 lentelėje.

Plieno takumo riba σ_y , kolonomis ir santvaros viršutinei juostai – 275 MPa, santvaros apatinei juostai ir tinkleliui – 235 MPa. Medžiagos tamprumo (Jungo) modulis $E = 210$ GPa.

Rėminės konstrukcijos diskretizacijai naudojami geometriškai darnūs strypiniai baigtiniai elementai. Analizuojama konstrukcija yra sudaryta iš 28 baigtinių elementų, jos diskretinis modelis pavaizduotas 2 pav. Diskretinio modelio laisvės laipsnis yra $m = 35$.

Kadangi konstrukcijos diskretinis modelis turi būti adekvatus įrąžų darbui, kolonos ir santvaros viršutinė juosta aproksimuojami tik lenkiamaisiais elementais, santvaros apatinė juosta ir tinklelis aproksimuojami tempiamais arba gniuždomaisiais elementais. Taigi, konstrukcijos nežinomųjų įrąžų skaičius yra $n = 40$.

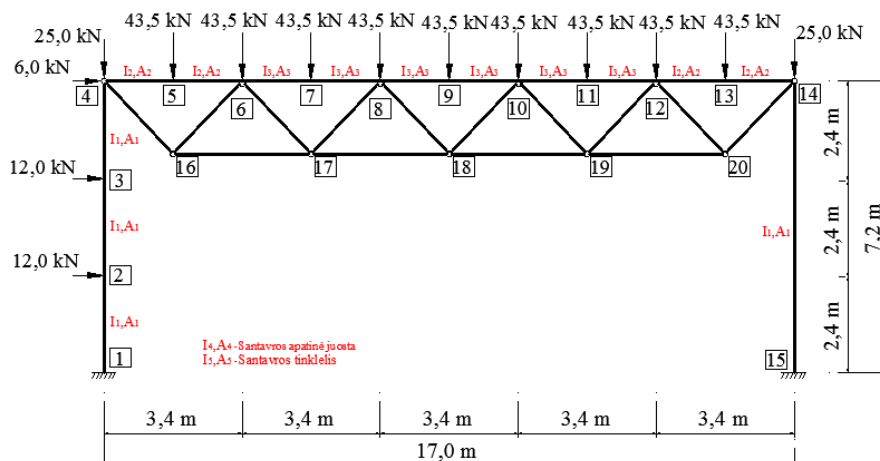
1 lentelė. Profilių geometrinių rodiklių koeficientai

Table 1. The coefficients of geometric characteristics of profile

Skerspjūvio tipas	Sienelės storis, mm	a_1	b_1	a_3	b_3
Stačiakampis skerspjūvis	5	0,0668	2,9665	0,2303	1,9851
Stačiakampis skerspjūvis	6,3	0,0512	2,9099	0,1979	1,9619
Stačiakampis skerspjūvis	8	0,0286	2,9470	0,1488	1,9779
Stačiakampis skerspjūvis	10	0,0185	2,9558	0,1227	1,9782

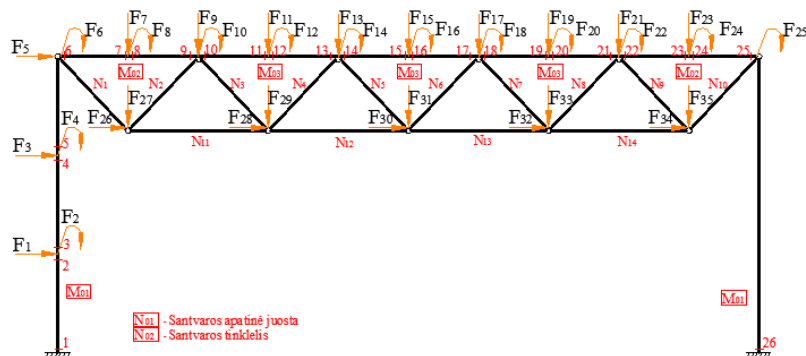
Apribojimų įvedimas

• Ribinių lenkimo momentų apatinių ribų parinkimas. Šios ribos yra nustatomos, sprendžiant rėmo optimizacijos uždavinį plastiškosios suirties metu pagal matematinį modelį (1). Matematiniam modelyje konstrukcinių apribojimų ribinės įrąžos $S_{0,cr}^{\min}$ yra susietos su rėmo elementų ribinių lenkimo momentų minimalių reikšmių vektoriumi $M_{0,cr}^{\min}$. Jos, įvertinant gniuždomų strypų klupumo sąly-



1 pav. Plieninės rėminės konstrukcijos skaičiuojamoji schema

Fig. 1. Steel framing structure computational schema



2 pav. Plieninės rėminės konstrukcijos diskretinis modelis

Fig. 2. Steel frame structure discrete model

gas sąlygas pagal ribinio liaunio reikalavimus (STR 2.05.08:2005), skaičiuojamos pagal tokią formulę (Karaukas, Nagevičius 2007):

$$M_{0,cr}^{\min} = \sigma_y a_3 \left(\frac{l_b^2}{a_1 \lambda_{lim}^2} \right)^{\frac{b_3}{b_1-1}} \quad (9)$$

čia l_b – elemento klupamasis ilgis ir λ_{lim} – elemento ribinis liaunis, nustatomi pagal STR 2.05.08:2005 nurodymus.

Kolonoms ir santvaros viršutinei juostai apskaičiuotas ribinis liaunis – $\lambda_{lim} = 150$.

Išsprendus rėminės konstrukcijos optimizacijos uždavinį plastiškosios suirties metu gautas toks ribinių lenkimo momentų apatinių ribų vektorius:

$\mathbf{M}_0^{pl} = [199,42 \ 46,52 \ 427,46 \ 0 \ 0]^T$. Reikia pabrėžti, kad šis vektorius vaizduoja tik ribinius lenkimo momentus, ribinės ašinės jėgos, kurios užima vektoriaus stulpelio paskutines vietas, skaičiuojamos pagal kitą punktą.

• Gniuždomų strypų ribinių įrašų nustatymas.

Kai strypas yra veikiamas gniuždymo deformacijos, jo ribinė įraša N_0 yra ašinė jėga klupumui N_{cr} ir yra išreikiama taip (STR 2.05.08:2005):

$$N_{cr} = \chi \sigma_y A = \sigma_{cr} A, \quad (10)$$

čia $\sigma_{cr} = \chi \sigma_y$ – skaičiuojamieji klupumo įtempiai; χ – redukcijos koeficientas, priklausantis nuo strypo bedimensio liaunio, kuris apskaičiuojamas taip:

$$\bar{\lambda} = \left(\frac{\lambda}{\lambda_E} \right) = \frac{l_b}{i} \frac{1}{\lambda_E} = \frac{l_b}{\sqrt{I_x/A}} \frac{1}{\pi \sqrt{E/\sigma_y}}, \quad (11)$$

čia λ – strypo liaunis, $\lambda_E = \pi \sqrt{E/\sigma_y}$, – Eulerio liaunis.

Tuomet redukcijos koeficientą galima skaičiuoti pagal EN3 pateiktą formulę:

$$\chi = \frac{1}{\varphi + \sqrt{\varphi^2 - \bar{\lambda}^2}}, \quad \text{bet } \chi \leq 1, \quad (12)$$

$$\varphi = 0,5 \left[1 + \alpha (\bar{\lambda} - 0,2) + \bar{\lambda}^2 \right], \quad (13)$$

čia $\alpha = 0,21$ – karštojo formavimo vamzdžiams.

Apskaičiuota, kad gniuždomų strypų ribinė ašinė jėga $N_{02}^{pl} = 406,25 \text{ kN}$.

Išsprendus optimizacijos uždavinį pagal matematinį modelį (1) gautas galutinis ribinių įrašų apatinių ribų vektorius yra toks:

$$\mathbf{S}_0^{pl} = [199,42 \ 46,52 \ 427,46 \ 400,0 \ 406,25]^T.$$

Tuomet tikslo funkcijos apatinė reikšmė – $\mathbf{L}^T \mathbf{S}_0^{pl} = 23063 \text{ kNm}^2$.

• Poslinkių viršutinių ir apatinių ribų parinkimas.

Tam tikslui yra sprendžiamas rėmo įtempto deformuoto būvio analizės uždavinys pagal matematinį modelį (3). Uždavinio apribojimų sąlygose naudojame jau iš atliktos optimizacijos gautas ribinių įrašų reikšmes $\mathbf{S}_0$ ir redukuotą apkrovą $\tilde{\mathbf{F}} = \gamma_{red} \mathbf{F}$, kur γ_{red} – apkrovos redukcijos faktorius, mažesnis už 1.

Analizės uždavinio sprendimu nustatome rėmo viršutines ribas $\mathbf{u}_{max}$, t. y. poslinkių dydžius prieš pat plastišką suirtį, $\mathbf{u}_{max}^+$, jei $\mathbf{u}_{max}^+ > 0$ arba $\mathbf{u}_{max}^-$, jei $\mathbf{u}_{max}^- < 0$.

Tuomet mažindami redukcijos faktorių γ_{red} apskaičiuojame poslinkių dydžius $\mathbf{u}_{min}$, kuomet atsiveria pirmasis plastiškasis lankstas. $\mathbf{u}_{min}$ atitinka tampraus atsako dydžius: $\mathbf{u}_{min}^+$, jei $\mathbf{u}_{min}^+ > 0$ arba $\mathbf{u}_{min}^-$, jei $\mathbf{u}_{min}^- < 0$.

Taigi, uždavinio matematinio modelio poslinkių apribojimų sąlygose duotos jų kitimo ribos turi pakliūti tarp šių reikšmių:

$$\begin{aligned} \mathbf{u}^+ > 0, \quad \text{tai } \mathbf{u}_{min}^+ &\leq \mathbf{u}^+ \leq \mathbf{u}_{max}^+ \\ \mathbf{u}^- < 0, \quad \text{tai } \mathbf{u}_{min}^- &\geq \mathbf{u}^- \geq \mathbf{u}_{max}^- \end{aligned} \quad (14)$$



Statybinės konstrukcijos. Konstrukcijų mechanika
Building constructions. Structural mechanics

<http://jmk.XXXXXXXX.vgtu.lt>

Šios sąlygos užtikrina tamprios plastinės konstrukcijos darbą ir tai leidžia ją optimizuoti pagal matematinį modelį (6). Kitu atveju, uždavinys neturės sprendinio.

Ribojami charakteringų pjūvių poslinkiai: horizontalus rėmo poslinkis kolonų viršuje, kurio ribinė reikšmė 4 cm ($u_5^+ = 0,04$, $u_5^- = 0$) ir vertikalus santvaros įlinkis, kurio ribinė reikšmė yra 2 cm ($u_{15}^+ = 0,02$, $u_{15}^- = 0$).

Turėdami ribinių įrašų apatinių ribų vektorių ir apkrovos redukcijos faktorių $\gamma_{red} = 0,9999$, sprendžiame apkrovos ir poslinkių priklausomumo analizės uždavinį pagal matematinį modelį (3). Su šiuo redukcijos faktoriu rėmo poslinkių viršutinės ribos:

horizontaliaja kryptimi – kolonos viršuje:

$$u_{5,max}^+ = u_{5,e} + u_{5,r} = 5,19 + 0,00 = 5,19 \text{ cm};$$

vertikaliaja kryptimi – santvaros viduryje:

$$u_{15,max}^+ = u_{15,e} + u_{15,r} = 1,21 + 5,46 = 6,67 \text{ cm}.$$

Apkrovos faktorių mažiname iki $\gamma_{red} = 0,7783$, kuomet atsiveria pirmasis plastinis lankstas santvaros apatinės juostos strypuose N_{12} ir N_{13} , o poslinkių reikšmės:

horizontaliaja kryptimi – kolonos viršuje:

$$u_{5,min}^+ = u_{5,e} + u_{5,r} = 4,00 + 0,00 = 4,00 \text{ cm};$$

vertikaliaja kryptimi – santvaros viduryje:

$$u_{15,min}^+ = u_{15,e} + u_{15,r} = 0,90 + 0,00 = 0,90 \text{ cm}.$$

Poslinkių kitimo ribos atitinka (14) sąlygą, vadinasi, tampriosios plastinės konstrukcijos darbas yra užtikrintas.

Optimizacijos procesui parenkamos startinės ribinių įrašų reikšmės, kurios yra 20 % didesnės negu S_0^{pl} .

$$S_0^{pr} = [220,0 \ 80,0 \ 450,0 \ 450,0 \ 450,0]^T.$$

Išsprendę analizės uždavinį su šiuo pradiniu ribinių įrašų vektoriumi gauname, kad pradinės ribojamųjų poslinkių reikšmės atitinka būtinąsias sąlygas (14), nes:

$$4,00 < u_5^{pr} = 4,48 < 5,19;$$

$$0,90 < u_{15}^{pr} = 3,94 < 6,67.$$

Skaičiavimo rezultatų analizė.

Atlikus analizuojamo rėmo iteracinį skaičiavimą, optimalus projektas pirmuoju atveju, kada ribojami tik konstrukcijos poslinkiai, buvo pasiektas po 5 iteracijų. Antruoju atveju, kuomet ribojami

poslinkiai ir yra įvertinamas gniuždomų strypų stabilumas – po 2 iteracijų. Pirmuoju atveju iš viso susidaro 5 plastiniai lankstai – 2 ir 9 santvaros tinklelio strypuose, 12 ir 13 santvaros apatinės juostos strypuose ir kolonos bazės 26 mazge, o antruoju atveju susidaro 2 plastiniai lankstai – 12 ir 13 santvaros apatinės juostos strypuose. Optimizacijos iteracinio proceso metu projektuojamųjų parametų kitimo dinamika yra pateikta 2 ir 3 lentelėse: nulinėje eilutėje surašytos startinės ribinių įrašų (kNm , kN) ir tikslo funkcijos reikšmės (kNm^2), optimalus rėmo projektas pateiktas paskutinėje eilutėje.

2 lentelė. Optimizavimo ribojant poslinkius rezultatai

Table 2. Results of optimization under displacements constraints

Ite-raci-ja	M_{01}	M_{02}	M_{03}	N_{01}	N_{02}	$L^T S_0$
0	80,0	320,0	350,0	400,0	170,0	16554
1	76,73	295,8	332,78	420,30	157,65	16136
2	78,78	290,6	334,35	526,24	192,63	21411
3	77,88	295,8	332,78	348,0	127,57	14424
4	78,61	295,8	332,78	438,82	160,86	16495
5	77,96	295,8	332,78	438,86	160,86	16486

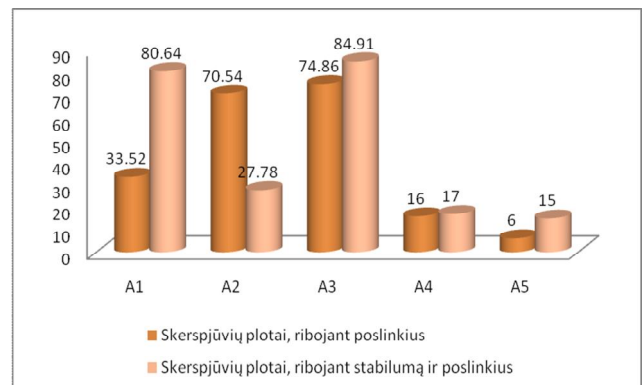
3 lentelė. Optimizavimo įvertinant standumo ir strypų stabilumo reikalavimus rezultatai

Table 3. Results of optimization under stability and displacements constraints

Ite-raci-ja	M_{01}	M_{02}	M_{03}	N_{01}	N_{02}	$L^T S_0$
0	240,0	80,0	450,0	450,0	450,0	25870
1	199,43	46,52	427,46	459,74	406,25	23876
2	199,43	46,52	427,46	459,87	406,25	23877

Pagal gautąjį optimalų planą – ribines strypų įrašas parenkami artimiausi dėžiniai profiliuočiai. Rėminės konstrukcijos kolonomis ir santvaros viršutinei juostai – dėžiniai stačiakampiai skerspjuviai, santvaros apatinei juostai ir tinkleliui – dėžiniai kvadratiniai skerspjuviai (4 ir 5 lentelės).

Pirmuoju atveju, kai apribojimuose įvertinami tik standumo reikalavimai, skerspjuvių plotai yra gaunami žymiai mažesni, nei įvertinant standumo apribojimus (4 pav.). Tačiau reikia pabrėžti, kad gautas optimalus projektas, su mažesniais skerspjuvių plotais, netenkina ribinio tinkamumo būvio.



4 pav. Profilių skerspjuvių plotai, cm²

Fig. 4. Profile cross section area, cm²

Iš rezultatų matyti, kad ribojant konstrukcijos poslinkius ir įvertinant stabilumą, optimalus projektas pasiekiamas po mažiau iteracijų. Tai lemia konstrukcijos gniuždomų strypų stabilumo ribojimai, kurie riboja laisvą plieno netamprių deformacijų plitimą, kartu sumažindami



Statybinės konstrukcijos. Konstrukcijų mechanika
Building constructions. Structural mechanics

<http://jmk.XXXXXXXX.vgtu.lt>

ir intervalą nuo pirmojo plastinio lanksto susidarymo iki konstrukcijos plastiškosios suirties (žr. 5 ir 6 pav.).

4 lentelė. Rėminės konstrukcijos elementų charakteristikos

Table 4. Chosen data of framing structure

Elementas	Profilio Nr.	A, cm^2	W_{pl}, cm^3	I_y, cm^4	Masė, kg/m
Kolonos					
M_{01}	RHS 220x120x6.3	38,89	185,85	979,19	31,3
Santvara					
Viršutinė juosta M_{02}	RHS 300x100x8	72,57	285,25	1224,41	57,0
Viršutinė juosta M_{03}	RHS 300x200x8	75,24	574,46	5041,67	59,1
Apatinė juosta N_{01}	RHS 90x90x5	16,36	51,41	192,93	12,8
Tinklelis N_{02}	RHS 50x50x4	6,95	11,73	23,74	5,45

5 lentelė. Rėminės konstrukcijos elementų charakteristikos

Table 5. Chosen data of framing structure

Elementas	Profilio Nr.	A, cm^2	W_{pl}, cm^3	I_y, cm^4	Masė, kg/m
Kolonos					
M_{01}	RHS 300x100x10	92,57	698,08	6057,73	72,7
Santvara					
Viršutinė juosta M_{02}	RHS 200x120x5	30,36	141,45	750,14	23,8
Viršutinė juosta M_{03}	RHS 300x200x10	92,57	698,08	6057,73	72,7
Apatinė juosta N_{01}	RHS 120x120x5	22,36	95,45	485,47	17,6
Tinklelis N_{02}	RHS 120x120x6	26,43	111,61	562,16	20,8

Rėmo poslinkių palyginimas pateiktas 6 lentelėje. Gautų rezultatų analizė rodo, kad ribinės poslinkių reikšmės turi įtakos optimizuojant konstrukcijas, nes kai kurių mazgų poslinkių reikšmės yra ribinės arba joms artimos.

6 lentelė. Rėminės konstrukcijos poslinkiai

Table 6. Displacements of framing structure

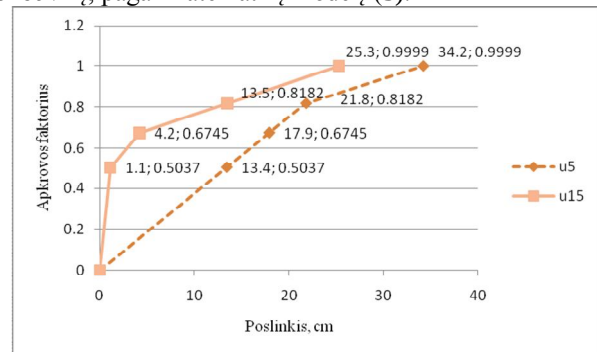
	Ribojant poslinkius	Ribojant poslinkius ir įvertinant stabilumą
Horizontalus poslinkis	$u_{5, \max} = 21,0 \text{ cm}$	$u_{5, \max} = 3,93 \text{ cm}$
Vertikalus įlinkis	$u_{15, \max} = 15,0 \text{ cm}$	$u_{15, \max} = 2,07 \text{ cm}$

Primename, kad pirmuoju atveju buvo ribojamas horizontalus rėmo poslinkis kolonų viršuje, kurio ribinė reikšmė 21 cm ($u_5^+ = 0,21$, $u_5^- = 0$) ir vertikalus santvaros įlinkis, kurio ribinė reikšmė yra 15 cm ($u_{15}^+ = 0,15$, $u_{15}^- = 0$). Iš lentelės matyti, kad poslinkių dydžiai pasiekia ribinius. Ribinių poslinkių reikšmės

parenkamos gana didelės tam, kad iteracijų būdu būtų galima išsamiau išnagrinėti konstrukcijos darbą ir plastiinių lankstų atsiradimą prieš pat jai plastiškai suyrant.

Antruoju atveju – horizontalus rėmo poslinkis kolonų viršuje, kurio ribinė reikšmė 4 cm ($u_5^+ = 0,04$, $u_5^- = 0$) ir vertikalus santvaros įlinkis, kurio ribinė reikšmė yra 2 cm ($u_{15}^+ = 0,02$, $u_{15}^- = 0$). Poslinkių dydžių reikšmės yra artimos ribinėms ir atitinka normatyviniuose dokumentuose reglamentuojamas ribinių įlinkių ir poslinkių reikšmes tokio tipo konstrukcijai, tačiau konstrukcijos darbas plastinėje būsenoje mažai pastebimas, nes atsiranda tik 2 plastiniai lankstai.

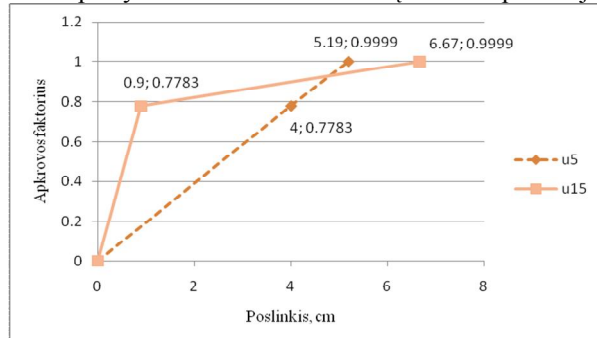
Tai matyti ir iš 5 bei 6 paveikslėliuose pavaizduotų apkrovos-poslinkių priklausomumo diagramų, kurios yra gautos išsprendus įtempto deformuoto būvio analizės uždavinį, pagal matematinį modelį (3).



5 pav. Apkrovos-poslinkių priklausomumo diagrama

Fig. 5. Load versus displacements diagram

5 paveikslėlyje pavaizduota apkrovos-poslinkių priklausomumo diagrama, kuomet nėra įvertinamas gniuždomų strypų stabilumas. Atsiveria 5 plastiniai lankstai, jų vietos aprašytos skaičiavimo rezultatų analizės pradžioje.



6 pav. Apkrovos-poslinkių priklausomumo diagrama

Fig. 6. Load versus displacements diagram

6 paveikslėlyje pavaizduota apkrovos-poslinkių priklausomumo diagrama, kuomet yra įvertinamas gniuždomų strypų stabilumas. Santvaros apatinės juostos strypuose N_{12} ir N_{13} atsiveria 2 plastiniai lankstai.

7. Išvados

1. Sudarytas rėminės konstrukcijos, patyrusios plastines deformacijas, optimalaus projekto ir analizės užda-



Statybinės konstrukcijos. Konstrukcijų mechanika
Building constructions. Structural mechanics

<http://jmk.XXXXXXXX.vgtu.lt>

vinių skaičiavimo algoritmas, kuomet yra įvertinamos plieno netampriosios savybės bei konstrukcijos stiprumas, standumas ir stabilumas.

2. Parodyta, kad tokiu atveju konstrukcijos optimalaus projekto paieška yra sudėtingas uždavinys dėl egzistuojančio ryšio tarp konstrukcijos tampraus atsako dydžių ir optimizuojamų parametrų, kurie savo ruožtu lemia ribinių įrašų dydžius. Todėl šie uždaviniai turi būti sprendžiamas iteracijų būdu.

3. Skaičiavimo algoritmas pritaikytas plokščiame vieno tarpatramio rėmui su santvara, projektuojama parenkant standartinius profiliuotus. Atlikti du skaitiniai eksperimentai: pirmuoju atveju ribojami rėminės konstrukcijos charakteringų mazgų poslinkiai, antruoju – konstrukcijos charakteringų mazgų poslinkiai ir įvertinamas gniuždomų strypų stabilumas. Aptarti optimalaus sprendinio paieškos iteracijų proceso ypatumai.

4. Išspręstas optimalios rėminės konstrukcijos įtempto deformuoto būvio analizės uždavinys ir gautos tikrosios įrašos ir tikrieji poslinkiai. Nustatytos poslinkių ribinės reikšmės.

5. Abiems atvejams sudaryta konstrukcijos plastiškojo deformavimosi trajektorija.

Literatūra

- Atkočiūnas J., Karkauskas R. 2010. *Tampriųjų plastinių strypinių konstrukcijų optimizavimas*. Vilnius: Technika. 376 p.
- Bazaraa Mokhtar S., Sherali Hanif D., Shetty C. M. 2006. *Non-linear Programming: Theory and Algorithms*. New York, Chichester, Brisbane, Toronto: John Wiley. 864 p.
- Čyras A., et al. 2004. *Standžių plastinių sistemų optimizacijos teorija ir metodai*. Vilnius: Technika 354 p.
- Eurokodas 3. Plieninių konstrukcijų projektavimas. 1 – 1 dalis. Vilnius: Lietuvos standartizacijos departamentas, 2007.
- Gil L., Andreu A. 2001. Shape and cross-section optimization of a truss structure. *Computer and Structures* 79: 681–689.
- Kalanta S. 1997. New formulations of optimization problems of elasto-plastic bar structures under displacement constraints. *Mechanika* 4(11): 11–16.
- Karkauskas R., Nagevičius J. 2007. Optimization of steel frame considering inelastic strains and maintenance requirements, *Journal of Technological and Economic Development of Economy*: p. 32 – 40.
- Makris P. A. Provatidis C. G. 2002 Weight minimization of displacement – constrained truss structures using a strain energy criterion. *Computer methods in applied mechanics and engineering* 191 (19): 2159 – 2177.
- Pedersen N.L., Nielsen A.K. 2001. Optimization of practical trusses with constraints on eigenfrequencies, displacements, stresses and buckling, report no. 664, Technical University of Denmark.
- Popov M., Karkauskas R. 2005. Konstrukcijų analizės kompiuterinių technologijų integracija santvarų optimizacijoje. 8-

oji Lietuvos jaunųjų mokslininkų konferencija „Lietuva be mokslo – Lietuva be ateities“. Vilnius.

STR 2.05.08:2005. Plieninių konstrukcijų projektavimas. Vilnius, 2005.

OPTIMIZATION OF ELASTIC PLASTIC FRAMING STRUCTURE EVALUATING STRENGTH, STIFFNESS AND STABILITY

A. Gervytė, E. Jarmolajeva

Summary

A mathematical model for bars cross-sectional optimization of steel structure under strength, stiffness and stability constraints is presented in the article. Mathematical programming theory and extremum energy principles are used for creation of this model. Solving non-linear mathematical problem is subject to *MatLab* programming environment. Because of existing relationship between elastic response values and the optimized parameters of structure, the problem is calculated iteratively. The calculation algorithm is applied to a frame with a truss span. Framing structure is discretized by finite bar elements. The minimum volume of the structure, which has not reached the full plastic collapse, but its individual members have experienced plastic deformation, is designed. According to obtained optimal project, standard tube profiles are chosen.

Keywords: optimization, elastic plastic framing structure, strength, stiffness, stability