

**MYKOLO ROMERIO UNIVERSITETAS
EKONOMIKOS IR FINANSŲ VALDYMO FAKULTETAS
BANKININKYSTĖS IR INVESTICIJŲ KATEDRA**

RAMUNĖ ČESNULEVIČIŪTĖ

**VERTYBINIŲ POPIERIŲ OPTIMALAUS PORTFELIO
KONSTRAVIMAS IR VERTINIMAS**

**Vadovė
doc. dr. D.Teresienė**

VILNIUS, 2015

**MYKOLO ROMERIO UNIVERSITETAS
EKONOMIKOS IR FINANSŲ VALDYMO FAKULTETAS
BANKININKYSTĖS IR INVESTICIJŲ KATEDRA**

**VERTYBINIŲ POPIERIŲ OPTIMALAUS PORTFELIO
KONSTRAVIMAS IR VERTINIMAS**

**Finansų analitikos magistro baigiamasis darbas
Studijų programa 621L10009**

Vadovė

..... doc. dr. D. Teresienė
2015 12

Recenzentas

Atliko

FNAmns4-01 gr. stud.

..... R. Česnulevičiūtė
2015 12

VILNIUS, 2015

TURINYS

PAVEIKSLAI	4
LENTELĖS	6
ĮVADAS.....	7
1. INVESTICINIO PORTFELIO KONCEPCIJA.....	9
1.1. Investicinio portfelio formavimo ir valdymo teoriniai aspektai	9
1.1.1. Rizikos vaidmuo investicinio portfelio sudarymui	11
1.1.2. Diversifikacijos reikšmė portfelio formavimui.....	14
1.1.3. Investicinio portfelio formavimo etapai.....	16
1.1.4. Investicinio portfelio valdymo teoriniai principai	18
1.2. Optimalaus portfelio samprata	21
2. OPTIMALIŲ INVESTICINIŲ PORTFELIŲ KONSTRAVIMO IR VERTINIMO METODIKA ..	25
2.1. Investicinių portfelių skaitinės charakteristikos ir vertinimo metodai	25
2.2. Investicinių portfelių optimizavimo modeliai	29
3. OPTIMALAUS INVESTICINIO PORTFELIO SUDARYMAS IR VERTINIMAS.....	37
3.1. Investicinių priemonių parinkimas ir jų statistinės charakteristikos.....	37
3.2. Tolygiojo (vienodų svorių) investicinio portfelio modeliavimas	45
3.3. Efektyviųjų portfelių sudarymas	48
3.4. Pusiausvyrinių portfelių konstravimas	56
3.5. Maksimino - minimakso optimalaus portfelio radimas.....	61
3.6. Optimalių investicinių portfelių rezultatų analizė	67
IŠVADOS IR SIŪLYMAI.....	70
LITERATŪRA.....	72
ANOTACIJA	77
ANNOTATION	78
SANTRAUKA.....	79
SUMMARY	80
PRIEDAI.....	81

PAVEIKSLAI

1 pav. Investicinio portfelio klasifikacija pagal W.F.Sharpe	10
2 pav. Rizikos rūšių klasifikacija	12
3 pav. Investicinio portfelio rizikos priklausomybė nuo portfelio sudėties	12
4 pav. Diversifikuotas portfelis ir jo privalumai	16
5 pav. Investicinio portfelio sudarymo modelis	18
6 pav. Optimalaus investicinio portfelio modeliavimo konceptualusis modelis	35
7 pav. Indekso PSI 20 skirstinio histograma	40
8 pav. Indekso WIG 20 skirstinio histograma	40
9 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių vidurkių diagrama (konstravimo laikotarpiu)	41
10 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių standartinių nuokrypių diagrama	41
11 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių minimumo ir maksimumo dinamika	42
12 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių vidurkių diagrama (testavimo laikotarpiu)	43
13 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių standartinių nuokrypių diagrama	44
14 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių minimumo ir maksimumo dinamika	44
15 pav. Tolygiojo portfelio sudėtis	45
16 pav. Tolygusis portfelis. Vidurkio priklausomybė nuo standartinio nuokrypio	46
17 pav. Tolygiojo portfelio pelno normų dinamika konstravimo laikotarpiu	47
18 pav. Tolygiojo portfelio pelno normų dinamika investavimo laikotarpiu	47
19 pav. Efektyviojo portfelio sudėtis, kai $r=0$	49
20 pav. Efektyviojo portfelio sudėtis, kai $r=0,7$	51
21 pav. Efektyviojo portfelio sudėtis, kai $r=0,8$	52
22 pav. Efektyviojo portfelio sudėtis, kai $r=0,9$	52
23 pav. Efektyviojo portfelio vidurkio priklausomybė nuo standartinio nuokrypio kintant rizikos koeficientui	53
24 pav. Efektyviųjų portfelių pelno normų dinamika konstravimo laikotarpiu	54
25 pav. Efektyviųjų portfelių pelno normų dinamika testavimo laikotarpiu	55
26 pav. Pusiausvyrinio portfelio sudėtis, kai $r=0$	56
27 pav. Pusiausvyrinio portfelio sudėtis, kai $r=1$	57
28 pav. Pusiausvyrinio portfelio vidurkio priklausomybė nuo standartinio nuokrypio kintant rizikos koeficientui	58
29 pav. Pusiausvyrinių portfelių pelno normų dinamika konstravimo laikotarpiu	59
30 pav. Pusiausvyrinių portfelių pelno normų dinamika testavimo laikotarpiu	60
31 pav. Maksimino - minimakso portfelio sudėtis, kai $r=0$	62
32 pav. Maksimino ir minimakso portfelio sudėtis, kai $r=1$	63
33 pav. Maksimino ir minimakso portfelio vidurkio priklausomybė nuo standartinio nuokrypio kintant rizikos koeficientui	64

34 pav. Maksimino - minimakso portfelių pelno normų dinamika konstravimo laikotarpiu	65
35 pav. Maksimino - minimakso portfelių pelno normų dinamika testavimo laikotarpiu	66
36 pav. Portfelių realizacijos konstravimo laikotarpiu	68
37 pav. Portfelių realizacijos testavimo laikotarpiu	69

LENTELĖS

1 lentelė. Koreliacijos koeficiento interpretavimas	28
2 lentelė. Akcijų indeksai, pateikti Europos Komisijos įgyvendinimo reglamente (ES) Nr. 945/2014	37
3 lentelė. Akcijų indeksų pelno normų statistinės charakteristikos laikotarpiu nuo 2011-11-28 iki 2015-03-05	38
4 lentelė. Tolygiojo portfelio realizacijų skaitinės charakteristikos	46
5 lentelė. Efektyviųjų portfelių sudėtis, kai r lygus nuo 0,1 iki 0,3	50
6 lentelė. Efektyviojo portfelio realizacijų skaitinės charakteristikos, kai r lygus nuo 0,1 iki 0,3	50
7 lentelė. Efektyviųjų portfelių sudėtis, kai r lygus nuo 0,4 iki 0,6	51
8 lentelė. Efektyviojo portfelio realizacijų skaitinės charakteristikos, kai r lygus nuo 0,4 iki 1	53
9 lentelė. Pusiausvyrinių portfelių sudėtis, kai r lygus nuo 0,1 iki 0,9	57
10 lentelė. Pusiausvyrinio portfelio realizacijų skaitinės charakteristikos, kai r lygus nuo 0 iki 1	58
11 lentelė. Maksimino - minimakso portfelių sudėtis, kai r kinta nuo 0,1 iki 0,9	62
12 lentelė. Maksimino - minimaso portfelio realizacijų skaitinės charakteristikos, kai r kinta nuo 0 iki 1	63

ĮVADAS

Tyrimo aktualumas. Europos Centriniai Bankui sumažinus tarpbankinių palūkanų normą, tapo visiškai nenaudinga laikyti indėlius banke, nes metinės palūkanų normos nekompensuoja net metinės infliacijos, todėl investuotojai žvalgosi alternatyvių investavimo būdų. Vienas iš patrauklesnių investavimo būdų yra investicija į akcijas suformuojant investicinį portfelį. Tačiau dėl sparčios finansų rinkų plėtros investuotojams ir investavimo problematiką nagrinėjantiems mokslininkams iškyla naujų iššūkių, kaip sukurti inovatyvius, šiuolaikinėms finansų rinkoms tinkamus investicinio portfelio sudarymo ir valdymo metodus. Mokslininkai teigia, kad investicinio portfelio sudėties parinkimas negali būti paremtas tik intuicija, todėl norint parinkti investicinio portfelio sudėtį, kurio rezultatai atitiktų investicinius lūkesčius, reikia naudoti modernius ir patikimus matematinius optimizavimo metodus bei tų metodų realizacijoms skirtas kompiuterines programas.

Verta pastebėti, kad dažnas investuotojas nori pasiekti didžiausią investicinę grąžą su mažiausiu rizikos lygiu. Šiai problemai spręsti mokslininkai siūlo įvairus investicinio portfelio optimizavimo metodus, tačiau dėl nuolat kintančios ekonomikos bei investicinės rizikos optimalių investicinių portfelių rezultatai investavimo laikotarpiu ne visada atitinka investuotojo keliamus lūkesčius. Dėl šios priežasties yra svarbu analizuoti ir vertinti, kuris portfelio optimizavimo metodas yra tinkamiausias ir gali būti pritaikomas šiandieninėje finansų rinkoje.

Tyrimo problema. Kuris investicinio portfelio optimizavimo metodas yra tinkamiausias šiandieninei finansų rinkai?

Tyrimo objektas. Optimalus investicinis portfelis sukonstruotas iš Europos šalių indeksų.

Tyrimo tikslas. Išanalizavus investicinio portfelio sudarymo teorinius aspektus ir pritaikius mokslinėje literatūroje pateiktus optimizavimo metodus, sukurti optimalaus portfelio formavimo modelį ir jį pritaikius surasti optimalių portfelių sudėtis bei įvertinti šių portfelių rezultatus.

Tyrimo uždaviniai.

1. Atlikti mokslinės literatūros analizę, išskiriant investicinio portfelio formavimo teorinius aspektus ir optimalaus portfelio sampratą;
2. Pateikti optimalaus investicinio portfelio konstravimo ir vertinimo metodikas;
3. Naudojantis skirtingais investicinio portfelio optimizavimo metodais surasti optimalių portfelių sudėtis;
4. Įvertinti optimalių investicinių portfelių grąžos ir rizikos pusiausvyrą konstravimo ir

investavimo laikotarpiais.

Tyrimo metodai. Lyginamoji mokslinės literatūros analizė, statistinių duomenų analizė, palyginamoji analizė, grafinis duomenų analizės metodas, optimizavimo metodai, tikimybių teorija.

Tyrimo naujumas ir reikšmingumas. Literatūroje yra plačiai aprašomi investicinių portfelių optimizavimo metodai, pateikiama daug įvairių optimalaus portfelio modelių, tačiau akcijų rinka nuolat kinta, keičiasi ekonominė padėtis, finansų rinka nuolat yra veikiama įvairių veiksnių, todėl pakankamai sunku suvokti, koks optimalaus investicinio portfelio modelis yra tinkamiausias norint pelningai investuoti šiandieninėje finansų rinkoje. Mokslinėje literatūroje nėra plačiai nagrinėjama įvairių matematinių optimalaus portfelio modelių pritaikomumas praktikoje juos tarpusavyje palyginant. Todėl šiame darbe yra išsamiau analizuojama matematinių investicinio portfelio optimizavimo metodų praktinis pritaikymas ir sukonstruotų portfelių realizacijų vertinimas.

Tyrimo struktūra. Tyrimą sudaro trys dalys: teorinė, metodologinė ir analitinė dalis.

Pirmoje dalyje nagrinėjama mokslinė bei kita viešai prieinama literatūra. Remiantis lietuvių ir užsienio autorių nuomonėmis ir moksliniais tyrimais yra analizuojama investicinio portfelio formavimo ir valdymo teoriniai aspektai bei optimalaus investicinio portfelio samprata ir problematika.

Antroje tyrimo dalyje yra aprašomi portfelio sudarymui reikšmingos skaitinės charakteristikos ir statistiniai metodai, nagrinėjami investicinio portfelio optimizavimo metodai, pateikiamas optimalaus investicinio portfelio formavimo konceptualusis modelis.

Tyrimo trečioje dalyje pateikiama sukonstruotų optimalių investicinių portfelių sudėtis, vertinama jų tikėtina pelno norma ir rizikos laipsnis. Atliekant palyginamąją analizę ir statistinių duomenų analizę, modeliai tarpusavyje palyginami atsižvelgiant į sukonstruotų portfelių vidutines pelno normas ir standartinius nuokrypius. Taip yra atrenkamas optimalaus portfelio sudarymo būdas, kuriuo remiantis investiciniai portfeliai įgyja geriausiu rezultatus tiriamuoju laikotarpiu.

1. INVESTICINIO PORTFELIO KONCEPCIJA

Ekonomistas James Tobin 1981 metais gavo Nobelio prizą už nuopelnus analizuojant finansų rinkas ir jų santykius su išlaidomis, užimtumu, gamyba ir kainomis. Atsiimdamas Nobelio prizą J. Tobin, paprašytas apibendrinti savo darbų esmę, visus nustebino fraze: „*nedėkite savo visų kiaušinių į vieną krepšį*“. Šia fraze ekonomistas norėjo pabrėžti, jog geriau yra formuoti investicinį portfelį, nei investuoti tik į vieną konkrečią finansinę priemonę (T. Harford, 2012).

1.1. Investicinio portfelio formavimo ir valdymo teoriniai aspektai

Literatūroje yra pateikiama įvairių investicinio portfelio apibrėžimų. Žodyne investicinis portfelis yra apibrėžiamas kaip investuotojui priklausančių vertybinių popierių ir kito investicinio turto visuma. L. Aidukienė (2011) vertybinių popierių portfelį apibrėžia kaip investuotojo turimų vertybinių popierių rinkinį, sudarytą iš dviejų ir daugiau verslo subjektų ir (ar) valstybės vertybinių popierių rūšių. L. Poškaitė (2007) vertybinių popierių portfelį apibūdina kaip investuotojo turimų vertybinių popierių rinkinį, kuris yra sudarytas iš kelių ar daugiau vertybinių popierių tam, kad būtų galima pasiekti norimus tikslus rizikos ir pelningumo atžvilgiu. V. Tomaševič, J. Mackevičius (2010) investicinio portfelio apibrėžimą pateikia kaip vieno investuotojo turimų investicinių instrumentų visumą, kurio pagalba investuotojas gali įgyvendinti savo planuojamus tikslus ir siekius. Lietuvos Respublikos kolektyvinio investavimo subjektų įstatyme (2003) investicinis portfelis apibrėžimas pateikiamas, kaip investicinių priemonių rinkinys. Taigi, apibendrinant visus literatūroje pateikiamus apibrėžimus, galime teigti, jog investicinis portfelis yra kelių ar daugiau investicinių priemonių rinkinys, kurio dėka investuotojas gali pasiekti savo investicinius lūkesčius.

Remiantis G.Žilinskij ir A. Džikevičiumi (2008), V. Rimkevičiūte ir A. Žvirbliu (2012), investicinio portfelio teorijos vystymosi pradžia yra XX amžiaus 2 – 3 dešimtmetis. Būtent šiuo laikotarpiu pirmą kartą ir buvo pradėtas vartoti investicinio portfelio terminas. Investicinio portfelio apibrėžimas nuo to laiko ryškiai nepakito, tačiau investicinio portfelio supratimas šiuo metu jau yra kiek kitoks, nei portfelio teorijos atsiradimo pradžioje. XX a. 2 -3 dešimtmetyje terminas „portfelio rizika“ buvo nežinomas ir nenaudojamas, buvo atsižvelgiama tik į pačių investicinių priemonių pelningumo grąžą. Tačiau šiandien, pagrindinis investicinio portfelio sudarymo ir valdymo tikslas yra pasiekti optimalų investuotojo rizikos bei pelningumo grąžos derinį. Kitaip tariant, investicinis portfelis yra atitinkamas investicinių instrumentų rinkinys skirtas maksimaliai padidinti investicinio portfelio pajamingumą ir tuo pačiu metu iki minimumo sumažinti investuotojo riziką. Tokiu būdu portfelis yra instrumentas, kurio pagalba esant minimaliai rizikai investuotojas užtikrina laukiamą

pelningumo grąžą (G. Kancerevyčius, 2004).

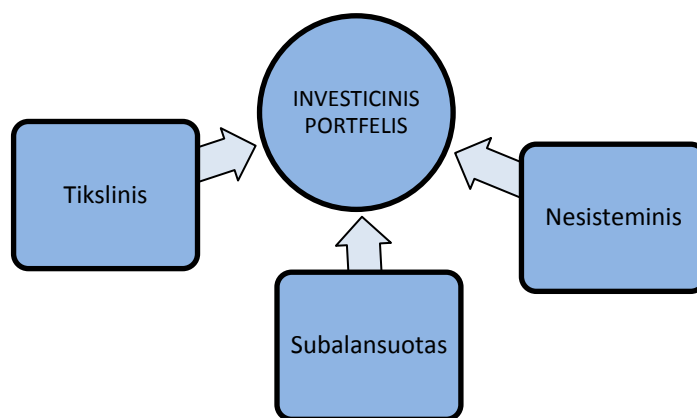
Formuojant investicinį finansinių aktyvų portfelį dažniausiai investuotojų tikslai skiriasi. Vienu investuotojų tikslas yra apsaugoti savo turimas lėšas nuo infliacijos, kitų investuotojų tikslas yra pasiekti kuo didesnę grąžą ir padidinti savo turimą turtą. Mokslininkai K. C. Brown ir F. K. Reilly (2011) teigia, jog investuotojai formuodami investicinį portfelį dažniausiai siekia įgyvendinti vieną iš trijų tikslų: *(i)* išsaugoti sukaupto investicinio turto vertę; *(ii)* padidinti turimo finansinio turto vertę; *(iii)* gauti einamųjų pajamų iš turto.

Investicinio portfelio formavimo tikslas taip pat gali priklausyti ir nuo ekonominio ciklo fazės. Ekonomikai augant investuotojai investuodami gali siekti pasipelnėti iš ekonomikos augimo, kitu atveju ekonomikai esant recesijoje, investuotojų pagrindinis tikslas greičiausiai būtų išsaugoti savo finansinio turto vertę.

Priklausomai nuo investavimo tikslo ekonomistas mokslininkas William F. Sharpe (1987) investicinius portfelius skirsto į:

- vienareikšmius, tikslinius, kai pirmenybė teikiama vienam pasirinktam tikslui, pvz. maža rizika arba didelis pelningumas;
- subalansuotus, kai portfelis yra sudarytas iš skirtingų aktyvų, įsigytų skirtingiems tikslams įgyvendinti. Investicinio portfelio turinys atitinka užsibrėžtų tikslų balansą, kurio laikosi portfelio turėtojas;
- nesisteminius, kai vertybiniai popieriai perkami chaotiškai, be aiškiai išreikštų tikslų.

Nesisteminio vertybinių popierių portfelio atveju vertybiniai popieriai perkami atsitiktiniu būdu, nekreipiama dėmesys į tikslus, riziką, pelningumą, todėl šio portfelio rizikingumas yra labai didelis. Tikslinio ir subalansuoto portfelių rizikos lygis yra žymiai mažesnis. Investicinio portfelio klasifikacija pagal W. F. Sharpe pavaizduota 1 paveiksle.



Šaltinis: sudaryta autorės remiantis William F. Sharpe (1987)

1 pav. **Investicinio portfelio klasifikacija pagal W.F.Sharpe**

Apibendrinant investicinio portfelio sampratą, galime teigti, kad investicinis portfelis yra kelių ar daugiau investicinių priemonių rinkinys, kuris gelbsti investuotojui pasiekti užsibrėžtų investicinių tikslų: išsaugoti ar padidinti sukaupto investicinio turto vertę, arba gauti einamųjų pajamų iš turimo turto.

1.1.1. Rizikos vaidmuo investicinio portfelio sudarymui

Finansų rinkose nėra absoliučiai saugių investicijų, visos investicijos yra daugiau ar mažiau rizikingos. Didesnė grąža beveik visada yra susijusi su didesne rizika, kuri nusakoma investicijų rinkos metiniais svyravimais (LB finansinio turto valdymo politika, 2014). Todėl literatūroje dažnai yra iškeliami hipotezė, jog didesnės rizikos investicinis portfelis gali atnešti papildomą grąžą, o mažesnės rizikos portfelio formavimas sumažina papildomos grąžos tikimybę.

Investicijos į vertybinių popierių portfelį yra glaudžiai susijusios su rizika. L. Poškaitė (2007) nurodo, jog kuo didesnis investicinio portfelio pelningumas, tuo didesnė patiriama rizika ir atvirkščiai. Taigi, pagrindinis investuotojo tikslas yra suformuoti tokį investicinį portfelį, kuris atitiktų investuotojo poreikius prisiimamos rizikos ir pelno grąžos atžvilgiu.

Kaip anksčiau jau buvo paminėta, formuojant investicinį portfelį susiduriame su investavimo rizika. Mokslinėje literatūroje rizika yra skirstoma į sisteminę ir nesisteminę. Sistemine rizika, taip pat vadinama dar nediversifikuojama arba rinkos rizika, yra rizika, kurią sukuria nuo pačios rinkos bei ekonomikos priklausantys veiksniai. Priešingai, nesisteminė rizika priklauso tik tam tikrai kompanijai ar tam tikrai pramonės sričiai, tam tikram investiciniam sektoriui. Ši rizika dar kitaip vadinama specifine, diversifikuojama, kompanijos ar tam tikro sektoriaus rizika.

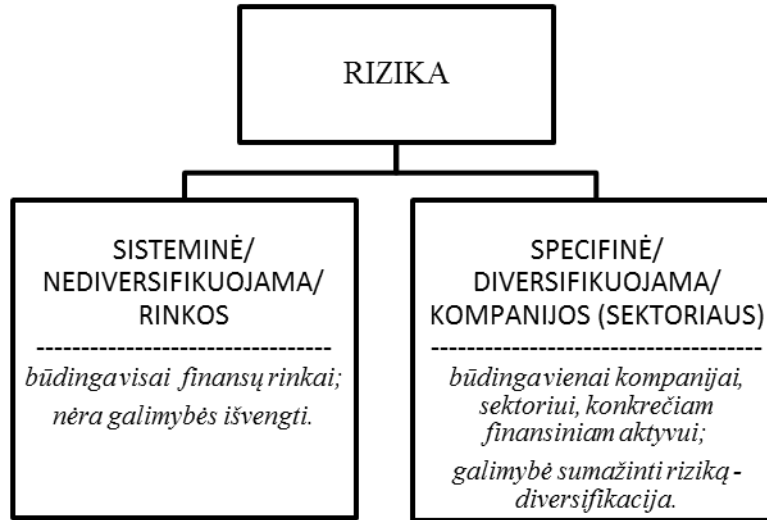
Nesisteminė rizika tai rizika, kuri priklauso tam tikrai kompanijai arba tam tikrai pramonės šakai, šaliai. Ši rizika visiškai neįtakoja finansų rinkos kaip visumos. Nesisteminės rizikos faktoriai yra skirtingi kiekvienam finansų rinkų subjektui, todėl investuotojai norėdami sumažinti nesisteminę riziką turėtų diversifikuoti savo investicinį portfelį, į jį įtraukdami investicines priemones, kurios tarpusavyje silpnai koreliuoja.

Sistemine rizika yra toji rizika, kurios neįmanoma išvengti ir ji yra būdinga visai rinkai. Sistemine rizika yra nediversifikuojama, nes ji sudaryta iš rizikos faktorių, kurie atsiranda rinkoje ir paveikia pilnai visą rinką. Mokslininkai Byehaghi M., Hawley J. P. (2011) pateikia sisteminės rizikos pavyzdį, tai: (i) palūkanų normos; (ii) infliacija; (iii) ekonominių ciklų fazės; (iv) politiniai sprendimai; (v) gamtinės stichijos. Visi šie įvykiai vertinami kaip sisteminė rizika, jie gali paveikti rinką ir nėra jokios galimybės šios rizikos išvengti.

Byehaghi M., Hawley J. P. (2011) sisteminę riziką apibūdina kaip riziką, kuri yra bendra visai finansų rinkai. Mokslininkų teigimu, sisteminės rizikos negalima sumažinti didinant finansinių aktyvų

skaičių investiciniame portfelyje.

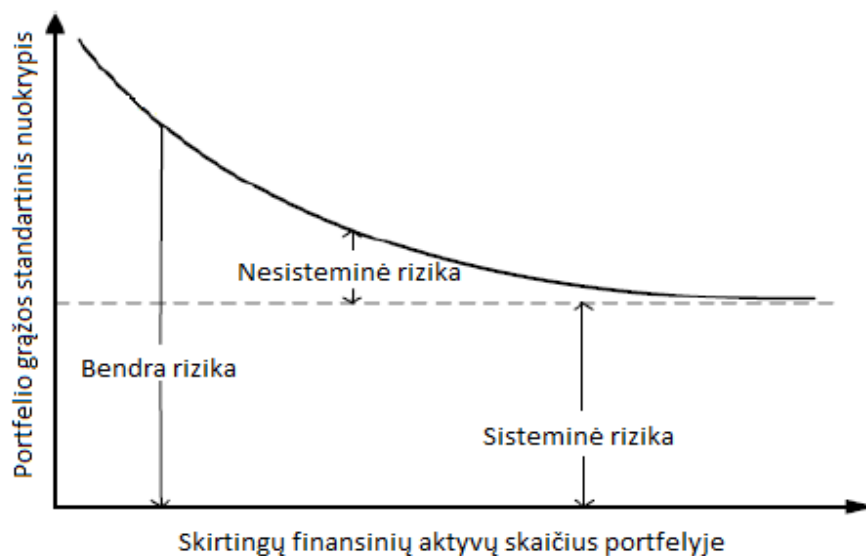
Rizikos rūšių apibendrinimas pateikiamas antrame paveiksle (žr. 2 pav.).



Šaltinis: sudaryta autorės

2 pav. Rizikos rūšių klasifikacija

Bendroji investicinio portfelio rizika susideda iš sisteminės ir nesisteminės rizikos. Nesisteminę riziką galima sumažinti diversifikuojant portfelį, t.y. įtraukiant didesnę skaičių įvairių finansinių aktyvų į portfelio sudėtį. Sumažinus nesisteminę riziką, taip pat yra paveikiama ir bendroji investicinio portfelio rizika. Ši situacija pavaizduota trečiame paveiksle (žr. 3 pav.).



Šaltinis: E. V. Bartkus, A. Palevičienė (Bartkutė), 2013.

3 pav. Investicinio portfelio rizikos priklausomybė nuo portfelio sudėties

Taigi, matome, kad padidinus finansinių aktyvų skaičių portfelyje, portfelio grąžos standartinis nuokrypis mažėja, tokiu būdu bendra portfelio rizika taip pat sumažėja. Didinant finansinių aktyvų skaičių, nesisteminė rizika visiškai sumažėja ir bendrai portfelio rizikai reikšminga tampa tik sisteminė rizika.

Mokslinėje literatūroje teigiama, kad investuojant pagal optimalaus investicinio portfelio sudėtį, kuri buvo parinkta, atsižvelgiant į istorinius duomenis, išvengti sisteminės rizikos neįmanoma. Sisteminė rizika gali iškraipyti tiek istorinius duomenis, kuriais buvo remiamasi formuojant portfelį, tiek gali paveikti tikėtiną grąžą investavimo laikotarpiu.

R. C. Grinold ir R. N. Kahn (2012) teigia, kad rizika yra abstraktus vienetas. Ekonomistai apibrėžia riziką kaip individų lūkesčius. Yra atkreipiamas dėmesys, kad tai ką vienas individas suvokia kaip riziką, kitam tai gali atrodyti visiškai priešingai. Tačiau tai yra tik abstraktus rizikos suvokimas. Siekiant išmatuoti portfelio riziką ir įvertinti ateities riziką yra naudojami matematiniai sprendimai ir tikimybių teorija.

Matematiškai vertinant portfelio riziką, dažnai rizika yra prilyginama grąžos dispersijai arba standartiniam nuokrypiui. Dispersija įvertina investicinio portfelio grąžos svyravimus. Kuo didesnė dispersija, tuo mažiau yra nuspėjama grąža ir investicija yra rizikingesnė (Boyd S. et al., 2014). Plačiau dispersijos ir standartinio nuokrypio apskaičiavimo būdai ir reikšmė yra nagrinėjami kitame skyriuje.

Taip pat, literatūroje pateikiama, jog riziką galime vertinti variacijos koeficientu:

$$cv = \frac{\sigma}{\bar{x}} \quad (1)$$

čia, cv – variacijos koeficientas;

σ – standartinis nuokrypis;

\bar{x} – aritmetinis vidurkis.

Variacijos koeficientas – tai tarpusavyje lyginamų skirtingų visumų požymio variacija. Jis rodo požymio variacijos laipsnį. Galime teigti, jog kuo variacijos koeficientas mažesnis, tuo indekso variacija mažesnė ir investicinė rizika mažesnė. O kuo variacijos koeficientas didesnis – tuo variacija yra didesnė ir rizikos laipsnis aukštesnis.

Apibendrinant galime teigti, kad rizika yra skirstoma į sisteminę ir nesisteminę riziką. Bendra investicinio portfelio rizika susideda iš abiejų rizikos rūšių. Diversifikuojant portfelį galima sumažinti nesisteminę portfelio riziką, tačiau išlikusi sisteminė rizika gali paveikti portfelio grąžą tiek konstravimo, tiek investavimo laikotarpiais. Matematiškai portfelio rizika yra apibrėžiama kaip

dispersija, standartinis nuokrypis arba variacijos koeficientas.

1.1.2. Diversifikacijos reikšmė portfelio formavimui

Intuityviai diversifikacijos nauda ir esmė suvokiama jau seniai, tačiau diversifikacijos sąvoka pirmą kartą paminėta ir pritaikyta investavimo koncepcijoje buvo 1952 metais H. Markowitz straipsnyje apie investicinio portfelio formavimą. Mokslininkas H. Markowitz pirmasis matematiškai pagrindė diversifikacijos efektą ir naudą mažinant investicijų riziką. Pasak, G. Žilinskij (2012), diversifikacijos terminas dažnai yra siejamas su investicinio portfelio rizikos mažinimu.

L. Poškaitė diversifikacijos apibrėžimą pateikia, jog diversifikacija yra lėšų, skirtų investicijoms, paskirstymas tarp įvairių tarpusavyje nesusijusių objektų. Nuostoliai, patirti iš vieno finansinio aktyvo, gali būti padengti pajamomis (pelnu), gautomis iš kitų finansinių aktyvų, esančių diversifikuoto portfelio sudėtyje, tokiu būdu yra mažinami galimi absoliutūs nuostoliai.

Diversifikacija leidžia sumažinti riziką, be įtakos ar pavojaus tikėtina gražai. Ši diversifikacijos savybė mokslinėje literatūroje yra dažniausiai įvardijama kaip pagrindinis diversifikuoto portfelio privalumas. Portfelio diversifikacija leidžia išvengti didelių netekčių ir padeda sumažinti investicinio portfelio riziką iki minimumo. Investuoti į vienos rūšies akciją ar obligaciją, ar kokią kitą investicinę priemonę yra daug rizikingiau, nei investuoti į investicinių priemonių rinkinį sudarytą iš kelių ar daugiau investicinių priemonių. Portfelio diversifikacija sumažina rizikos lygį siekiant tam tikros tikėtinos gražos, lyginant su investavimu į individualią investavimo priemonę (J. L. Maginn, 2012).

V. Tomaševič ir J. Mackevičius (2010) diversifikuotomis investicijomis vadina investicijas, kuriomis išplečiamos esamos veiklos sritys. Jų teigimu tokios investicijos yra atliekamos siekiant: (i) išnaudoti sinergijos efektą tarp naujų ir senų veiklos sričių; (ii) išskaidyti ir sumažinti riziką.

Pasak G. Žilinskij globali finansų krizė parodė, kad tradiciniai portfelio diversifikavimo būdai įsigyjant skirtingų sektorių ar skirtingų regionų įmonių akcijas nėra efektyvūs, kai finansų rinkos yra veikiamos sisteminės rizikos faktorių. Siekiant apsisaugoti nuo sisteminės rizikos, G. Žilinskij siūlo formuoti plačiai diversifikuotą portfelį, kurį sudarytų skirtingos turto klasės, tokios kaip akcijos, skolos vertybiniai popieriai, valiutos ar prekės, kurių kainų pokyčiai tarpusavyje yra mažai ar net neigiamai koreliuoti. Taip pat, siekiant sumažinti sisteminės rizikos grėsmės tikimybę patariama investuoti į skirtingų šalių rinkas.

D. Cibulskienė ir M. Brazauskas teigia, jog portfelio teorijoje rizikos mažinimas yra dažniausiai siejamas su portfelio diversifikacija. Nėra sunku pasiekti pelną, kai rinka auga, tačiau reikia ieškoti įvairių sprendimų kaip pasiekti pelną esant rinkos sąstingui. D. Cibulskienės ir M. Brazausko teigimu diversifikacija leidžia pasiekti ne tik laukiamą pelningumą, bet taip pat sumažina riziką, lyginant su atskirais investavimo objektais.

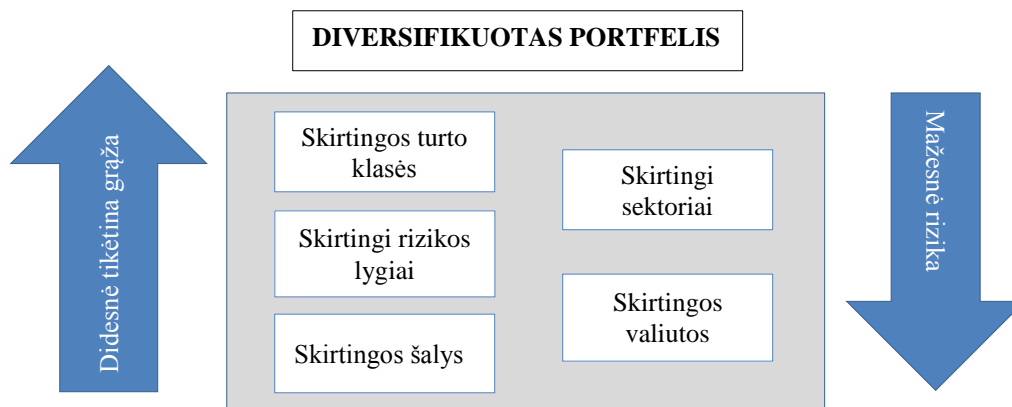
D. Cibulskienė ir M. Brazauskas straipsnyje „Plačios diversifikacijos investavimo strategijos testavimas“ (2014) aptaria portfelio diversifikavimo būdus. Autoriai nagrinėja portfelio išskaidymą pagal sektorius. Šis skaidymas yra populiariausias ir paprasčiausias, nes skaidoma vienoje rinkoje. Jų darbe investicinių portfelių diversifikacija yra nagrinėjama ne tik tarp atskirų akcijų, tačiau ir tarp akcijų ar sektorių indeksų. D. Cibulskienės ir M. Brazausko teigimu, nagrinėjant investicijų diversifikaciją tarptautiniame portfelyje, reikia atkreipti dėmesį į koreliaciją tarp įvairių šalių rinkų arba tų šalių akcijų indeksų. Investuotojas formuodamas tarptautinį portfelį turi žinoti, jog kai kurių šalių rinkos juda vienoda kryptimi, kitų šalių rinkos juda priešinga kryptimi arba visai neturi jokio tarpusavio ryšio. Mokslininkai J. Driessen ir L. Laeven analizuodami diversifikaciją tarp skirtingų šalių nustatė, jog didesnę tarptautinės investicinio portfelio diversifikacijos naudą patiria vietiniai investuotojai besivystančiose šalyse, lyginant su sparčiai išsivysčiusiomis šalimis (D. Cibulskienė, M. Brazauskas, 2014).

G. Žilinskij savo darbuose pagrindė teiginį, jog diversifikavimas investuojant skirtingose rinkose gali sumažinti investicijų vienoje rinkoje sistemine riziką, tačiau šios rizikos neleidžia visiškai eliminuoti. Taip pat jis teigia, jog plačiai diversifikuotas portfelis yra efektyvus trumpajame investiciniame laikotarpyje, remiantis atliktais tyrimais trumpuoju investiciniu laikotarpiu optimizuotų plačiai diversifikuotų portfelių rezultatai viršijo jų laukiamą pelningumą. Tačiau ilgojo investavimo laikotarpio perspektyvoje optimizuotų plačiai diversifikuotų portfelių rezultatai buvo prastesni už laukiamus. To priežastimi G. Žilinskij įvardija laikui bėgant kintančias portfelio sudėtyje esančias finansinių aktyvų charakteristikas, kurios vis mažiau atitinka investuotojo poreikius. Dėl šios priežasties net plačiai diversifikuojant portfelį G. Žilinskij pastebi, jog yra tikslinga periodiškai peržiūrėti portfelio sudėtį.

G. Žilinskij išskiria du pagrindinius diversifikavimo tipus: (i) pagal ūkio sektorius ir (ii) pagal tarptautines rinkas. Investicinio portfelio diversifikavimas pagal ūkio sektorius gali būti vykdomas vienoje (vietos) rinkoje ir yra plačiai taikomas daugelio investuotojų. Kaip trūkumą šio investicinio portfelio diversifikavimo būdo galima įvardinti tai, jog šis diversifikavimo būdas neapsaugo nuo vietos sisteminės rizikos. Kitas portfelio diversifikavimo būdas yra diversifikacija pagal tarptautines, kitaip dar vadinama skirtingų šalių, rinkas. Šis portfelio diversifikavimo būdas padeda sumažinti sistemine konkrečios šalies akcijų svyravimo riziką. G. Žilinskij pabrėžia, jog *tarptautinės portfelio diversifikacijos nauda krizės laikotarpiu yra mažesnė, nei tikimasi, tačiau yra darbų pagrindžiančių tarptautinės diversifikacijos naudą*. Į portfelį diversifikuotą pagal tarptautines rinkas, dažniausiai siūloma įtraukti besivystančių šalių akcijas, arba derinti išsivysčiusių ir besivystančių šalių akcijas (G. Žilinskij, 2012).

L. Poškaitė (2007) išskiria tris diversifikavimo būdus: (i) pagal skirtingus ekonomikos sektorius; (ii) pagal vertybinių popierių rūšis ir (iii) pagal rizikos laipsnį.

Taigi, apibendrinant mokslinėje literatūroje pateiktus diversifikacijos apibrėžimus, bei diversifikuoto portfelio privalumus, galime teigti, jog pagrindiniai investicinio portfelio diversifikavimo būdai yra pagal skirtingas (i) turto klases, (ii) sektorius, (iii) šalis bei (iv) valiutą. Pagrindiniai diversifikuoto portfelio privalumai yra tai, jog diversifikacija sumažina nesisteminę riziką. Diversifikacijos dėka investuotojas gali pasiekti didesnę tikėtiną grąžą su mažesne rizika (žr. 4 pav.).



Šaltinis: sudaryta autorės

4 pav. **Diversifikuotas portfelis ir jo privalumai**

1.1.3. Investicinio portfelio formavimo etapai

Sparčiai besivystanti ir auganti vertybinių popierių rinka įtraukia į investavimo procesą vis daugiau investuotojų, norinčių dalyvauti šiame procese. Kartu atsiranda ir poreikis kuo efektyviau valdyti investicijas, sudarant investuotojo poreikius optimaliai atitinkantį portfelį.

Pasak M. Brazausko (2014), investicinio portfelio formavimas prasideda nuo investicinių tikslų apibrėžimo. Kiekvienas investuotojas prieš formuodamas investicinį portfelį turi nustatyti koks tikslas yra siekiamas.

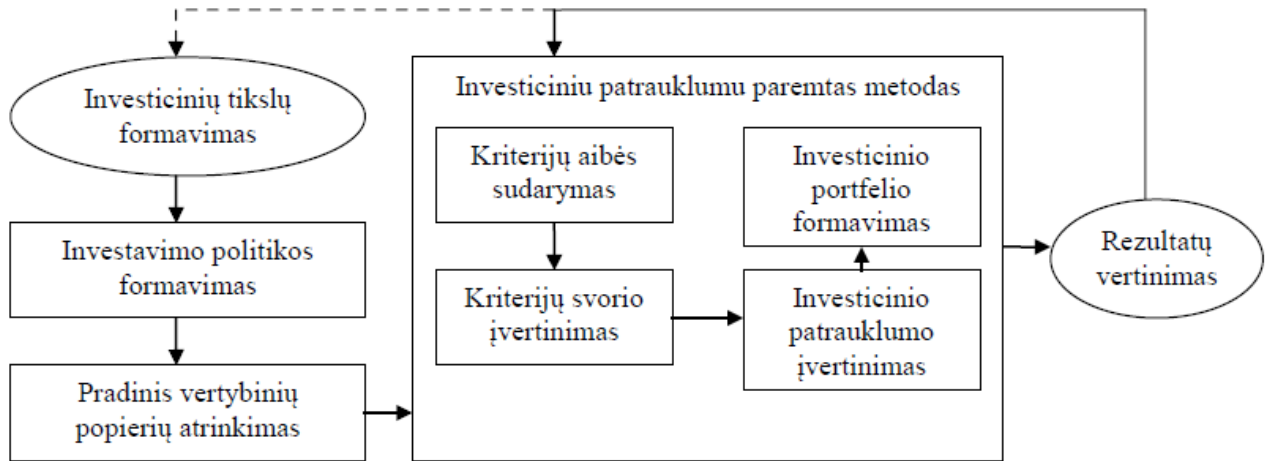
Konstruojant investicinį portfelį yra atsižvelgiama į investicinių priemonių istorinius duomenis, įvertinamos istorinės grąžos ir nustatoma tikėtina grąža. Tačiau verta paminėti, jog investavimas yra rizikingas ir nėra jokios garantijos, jog investuojant tikrai bus pasiekti visi lūkesčiai ir portfelio grąža bus lygi ar didesnė už tikėtiną grąžą. Ilgo periodo investicijose, galima tikėtis, jog investicinio portfelio grąža bus lygi vidutiniai istorinei grąžai. Tačiau, nėra jokios galimybės įvertinti koks ilgas periodas turi būti, 10, 50, o gal net 100 metų, tam, kad istorinė vidutinė grąža būtų lygi tikėtinai grąžai (S. Boyd et al., 2014). Taigi, galime teigti, jog investicinio portfelio vidutinė grąža, paremta istoriniais duomenimis, yra tinkamas būdas įvertinti tikėtiną portfelio grąžą, tačiau ši prielaida nėra visiškai tiksli, nes portfelio grąžą veikia investavimo rizika, kuri ir įtakoja portfelio grąžos svyravimus.

Bendroji investavimo taisyklė teigia, jog investuotojas visada teiks pirmenybę portfeliui, kuris yra mažiau rizikingas ir iš kurio tikisi gauti daugiau pajamų, nei tam portfeliui, kurio rizika yra didesnė, o pelningumas toks pats arba mažesnis. Tačiau portfelio sudarymui įtaką daro ir asmeniniai investuotojo prioritetai rizikos ir pajamų atžvilgiu. Vieni investuotojai yra linkę prisiimti didelę riziką, siekdami gauti daugiau pajamų, t. y. agresyvūs investuotojai. Kiti investuotojai yra konservatyvesni rizikos atžvilgiu, jie yra nelinkę papildomai rizikuoti dėl didesnio pelningumo. Taigi investuotojo požiūris į riziką, veikia ir portfelio sudarymo struktūrą.

Sudarant investicinį portfelį reikia laikytis pagrindinių investicinio portfelio sudarymo principų, t.y. fundamentinės ir techninės analizės. Fundamentinės ir techninės analizės taikymas leidžia atrinkti efektyviausius ir naudingiausius finansinius aktyvus portfelio konstravimui, suteikia galimybę investuotojui prognozuoti tinkamiausius pirkimo ir pardavimo momentus. Pasak S. Baranausko (2010), suformavus portfelį, investuotojas turi atrinkti ir įvertinti portfelio rodiklių, atitinkančių tikėtinius rezultatus, dinamiką.

L. Poškaitė (2007) išskiria pagrindinius investicinio portfelio formavimo etapus: *(i)* investicinės politikos parinkimas; *(ii)* finansinių aktyvų analizė; *(iii)* investicinio portfelio formavimas, peržiūrėjimas ir pelningumo įvertinimas. L. Poškaitės teigimu, vienas iš svarbiausių portfelio sudarymo etapų yra investicinio portfelio pelningumo įvertinimas, kuris yra glaudžiai susijęs su portfelio diversifikacija, kuri leidžia sumažinti investicinę riziką.

Panašius portfelio formavimo etapus išskiria ir M. Brazauskas. Jo teigimu pagrindiniai portfelio formavimo etapai yra *(i)* investicinių tikslų formulavimas; *(ii)* įmonių į kurias investuosime rezultatų įvertinimas, bei nuostolingų, nelikvidžių ir problemų turinčių įmonių eliminavimas; *(iii)* investicinio portfelio rezultatų vertinimas. Įvertinus investicinio portfelio rezultatus, jeigu rezultatas nėra tenkinamas, yra formuojamas naujas investicinis portfelis arba keičiama esamojo portfelio sudėtis, siekiant geresnių investicinio portfelio rezultatų. Antrame portfelio formavimo etape, M. Brazauskas atkreipia dėmesį, jog įmonių akcijas vertinant reikia kreipti dėmesį ne tik į akcijų grąžą, tačiau reikia įvertinti ir įmonės fundamentaliuosius kriterijus, pagal kuriuos įvertinama įmonės padėtis ir investicinis patrauklumas. Investiciniam akcijos patrauklumui nustatyti kiekvienas investuotojas gali pasirinkti skirtingus kriterijus. Investuotojai gali remtis tiek fundamentaliąja analize, tiek techninės analizės indikatoriais ar analitikų rekomendacijomis, prognozėmis. Taip pat M. Brazauskas pabrėžia, jog kriterijų svorių pasirinkimas gali priklausyti nuo investuotojų poreikių, todėl du investuotojai vertindami investicinių akcijų patrauklumą pagal tuos pačius kriterijus, tačiau dėl skirtingai pasirinktų kriterijų svorių, skirtingos sudėties investicinius portfelius. M. Brazauskas straipsnyje „Daugiakriterinių sprendimų priėmimo metodo taikymas formuojant vertės investicinį portfelį“ (2014) pateikia portfelio sudarymo modelį.



Šaltinis: M. Brazauskas „Daugiakriterinių sprendimų priėmimo metodo taikymas formuojant vertės investicinį portfelį“ (2014)

5 pav. **Investicinio portfelio sudarymo modelis**

Taigi, apibendrinant mokslinėje literatūroje pateikiamus portfelio formavimo etapus, galime teigti, jog pagrindiniai portfelio formavimo etapai yra *(i)* investavimo tikslų nustatymas; *(ii)* finansinių aktyvų analizė ir atrinkimas; *(iii)* portfelio rezultatų įvertinimas ir *(iv)* atsižvelgiant į rezultatus, naujo portfelio formavimas arba esamo portfelio sudėties koregavimas. Formuojant portfelį patariama remtis istoriniais duomenimis, siekiant apibrėžti tikėtiną grąžą, tačiau verta pabrėžti, jog portfelio grąža veikia investavimo rizika, kuri daro įtaką portfelio grąžos svyravimams. Todėl realioji portfelio grąža ne visuomet yra lygi ar didesnė už tikėtiną portfelio grąžą, kuri buvo apskaičiuota remiantis istoriniais duomenimis.

1.1.4. Investicinio portfelio valdymo teoriniai principai

G. Žilinskij (2012) portfelio valdymo sąvoką apibūdina kaip optimalaus finansinių priemonių rinkinio sudarymą, jų stebėseną bei portfelio struktūros pakeitimus taip, kad jis atitiktų panaudotų vienu ar kitų priemonių besiklostančią dinamiką.

Portfelio valdymas tai nuolat vykstantis procesas. J. L. Maginn (2012) išskiria šiuos portfelio valdymo punktus: *(i)* investavimo tikslai ir apribojimai yra nurodomi ir tikslinami; *(ii)* investavimo strategija yra vystoma; *(iii)* portfelio sudėtis yra tiksliai nusprendžiama; *(iv)* investiciniai sprendimai yra inicijuojami portfelio valdytojo ir įgyvendinami prekiautojų; *(v)* apžvelgiamos ir įvertinamos portfelio charakteristikos; *(vi)* investuotojas ir rinkos būklė yra nuolat stebimi; *(vii)* esant bet kokie reikalingi pakeitimai yra tikslingai įgyvendinami.

Investavimo strategijos sąvoka apima investicinių tikslų nustatymo ir finansinių aktyvų

pasirinkimo procesus. Aiškiai suformuluota investavimo strategija aiškiai pagrindžia investicinius sprendimus ir leidžia tikslingai siekti užsibrėžtų investicinių tikslų. Literatūroje investavimo strategijos yra skirstomos į (i) pasyvi, (ii) aktyvi ir (iii) pusiau aktyvi.

Mokslinėje literatūroje yra diskutuojama, kuri portfelio valdyme vyraujanti strategija, agresyvi ar pasyvi, teikia geresnį rezultatą. Yra atliekami statistiniai tyrimai, kurie atskleidžia teigiamas ir neigiamas puses abiejų portfelio valdymo strategijų, tačiau vienareikšmių ir pagrįstų įrodymų, patvirtinančių, kurios nors vienos valdymo strategijos pranašumą nėra.

A. Lileikienė, D. Daugintytė (2009) išskiria du pagrindinius portfelio valdymo metodus, tai pasyvųjį ir aktyvųjį valdymus. *Pasyvusis valdymas - kai vertybiniai popieriai įsigijami ilgam laikui. Šiuo atveju investuotojas kaip tikslo funkciją išsirenka konkretų rodiklį (pvz. akcijų indeksą) ir formuoja portfelį, kurio pajamingumo pokytis priklauso nuo pasirinkto rodiklio dinamikos. Sudarius vertybinių popierių portfelį, papildomos operacijos, išskyrus nežymius koregavimus bei pajamų reinvestavimą, atliekamos labai retai. Kadangi pasirinktas rodiklis dažniausiai būna gerai diversifikuotas (pvz., S&P500), tai pasyvusis valdymas dažnai vadinamas indeksavimu, o pats portfelis – indeksiniu fondu.* (A. Lileikienė, D. Daugintytė, 2009).

Pasyvaus investicinio portfelio valdymo metu yra daroma prielaida, jog rinka yra efektyvi, o rinkoje esantys vertybiniai popieriai yra tinkamai įvertinti, todėl investuotojai konstruoja investicinį portfelį remdamiesi rinkos indeksais, o sukonstruoto portfelio sudėtis investiciniu laikotarpiu beveik nekinta. Pabrėžiama, kad pasyviojo portfelio valdymo metu investicinis laikotarpis trunka ilgiau nei keletą metų (K.C. Brown, F.K. Reilly, 2011). Pasyviai valdomo portfelio sudėtis nereaguoja į kapitalo rinkų lūkesčių pokyčius.

A. Lukaševičiaus, A.V. Rutkausko ir J. Šalengaitės (2013) teigimu pasyvaus valdymo strategijos šalininkai nesiekia uždirbti daugiau nei lyginamasis indeksas. Pasyvaus investicinio portfelio valdytojai nekreipia dėmesio į trumpalaikius grąžos svyravimus, jie stengiasi diversifikuoti savo investicinį portfelį ir tikisi tendencingo finansinių aktyvų vertės kilimo.

Aktyvų investicinio portfelio valdymą A.Lileikienė ir D.Daugintytė (2009) apibrėžia kaip valdymo būdą, kai investiciniai sprendimai daromi remiantis ateities tendencijų prognozavimu. Yra siekiama atrinkti patraukliausius finansinius aktyvus, kurių grąžos augimo potencialas ateityje būtų didžiausias. A.Lileikienės ir D.Daugintytės teigimu, aktyvaus valdymo tikslas yra pasiekti didesnę portfelio grąžą nei vidutinė rinkos grąža.

Aktyvaus investicinio portfelio valdymo atveju, daroma prielaida, jog rinka nėra efektyvi, informacija apie kainų pokyčius investuotojus pasiekia pavėluotai, todėl aktyvūs investuotojai nebijo priimti didelės rizikos, jie siekia pralenkti rinkos indeksą, visada įžvelgia galimybę pasipelnėti iš akcijų kurso svyravimų. (K.C. Brown, F.K. Reilly, 2011).

L. Aidukienė (2011) teigia, jog pagrindinis aktyviai valdomo portfelio privalumas yra galimybė

gauti didesnę nei vidutinę pelno grąžą, tačiau reikia pabrėžti, jog ši galimybė yra negarantuota. Šis privalumas yra taip pat ir pagrindinis aktyvios portfelio valdymo strategijos trūkumas, nes dėl aktyviojo portfelio valdymo atsiranda galimybė, jog portfelio pelno grąža bus mažesnė nei lyginamasis indeksas. Ekonomikos nuosmukio metu aktyvios portfelio valdymo strategijos nauda gali būti itin reikšminga - portfelio sudėtis gali būti keičiama iš rizikingų aktyvų į mažiau rizikingus, tokiu būdu siekiant sumažinti rinkos nuosmukio žalą. Pasak G. Žilinskij (2012), nepastovumas ir kainų svyravimai akcijų rinkoje leidžia pasiekti didesnę portfelio grąžą aktyviems investuotojams. Aktyvus investavimas taip pat užtikrina investuotojo tobulėjimą nuolat ieškant naujų sprendimų, siekiant išnaudoti rinkos dinamikos galimybes.

Kaip aktyvaus portfelio valdymo strategijos trūkumą galime įvardinti dideles valdymo išlaidas. Aktyviai valdant portfelį yra dažnai keičiama portfelio sudėtis, todėl yra labai svarbu užtikrinti tinkamą sprendimų priėmimą, norint keisti portfelio sudėtį. G.Žilinskij (2012) teigimu, priimant sprendimą keisti portfelio sudėtį reikia įvertinti laukiamo pelningumo pokyčio ir realiai patiriamų sąnaudų santykį. Aktyviai valdomo portfelio išlaidos būna žymiai didesnės nei pasyviai valdomo portfelio. Taip yra dėl daugiau resursų reikalaujančio valdymo: reikalingas kvalifikuotas valdymo įmonės personalas, atliekama daug ir dažnai pirkimo pardavimo operacijų, už kuriuos yra mokami komisiniai mokesčiai tarpininkams bei panašios išlaidos. Todėl priimant sprendimą keisti portfelio sudėtį reikia įvertinti laukiamo pelningumo pokyčio ir realiai patiriamų sąnaudų santykį.

L. Aidukienė (2011) nurodo pasyviojo portfelio privalumus, tai mažos valdymo išlaidos, užtikrintumas, jog portfelio pelno grąža bus ne mažesnė nei vidutinė rinkos grąža. Tačiau šis privalumas yra taip pat įvardijamas ir kaip pasyviai valdomo portfelio trūkumas, kadangi investuotojas neturi galimybės gauti portfelio pelno grąžos, didesnės nei vidutinė rinkos grąža. Dar vienas pasyvios portfelio valdymo strategijos trūkumas yra tai, kad pasyviai valdomi portfeliai neturi kompensacinių mechanizmų prieš rinkos nuosmukį ar pačios rinkos nuosmukio metu. Šiuo metu portfelio vertė krenta kartu su lyginamuoju indeksu.

Apibendrinant pasyvų ir aktyvų portfelio valdymo būdus, galima teigti, jog pasyvus investuotojas užsitikrina pastovias pajamas ir neprisiima didelės rizikos. Aktyvus investuotojas prisiima didelę riziką, tačiau jo investicijos tikėtina grąža gali žymiai viršyti rinkos vidurkį. Aktyviai valdomo investicinio portfelio tikėtinas pelningumas ir rizikingumas yra ženkliai didesni, nei pasyviai valdomo portfelio. Tačiau apibendrinant aktyvios ir pasyvios portfelio valdymo strategijos privalumus ir trūkumus negalime vienareikšmiškai teigti, kuris portfelio valdymo būdas yra efektingesnis. Galime teigti, jog kaip ir portfelio sudarymo struktūrą, taip ir portfelio valdymo strategijos pasirinkimą lemia investuotojo arba portfelio valdytojo požiūris į riziką. Linkę rizikuoti investuotojai naudosis agresyvią valdymo strategiją, konservatyvesni investuotojai didelė tikimybė, jog pasirinks pasyvią valdymo strategiją.

1.2. Optimalaus portfelio samprata

Ekonominiai veiksniai įtakoja įvairių finansinių aktyvų vidutinę grąžą, o rizika susijusi su vieno finansinio aktyvo teikiama grąža dažnai yra bendrai susijusi ir su kitų finansinių aktyvų grąža. Jeigu bus vertinama kiekvienas finansinis aktyvas atskirai ir ignoruojama jų tarpusavio ryšiai, yra didelė tikimybė, jog tinkamai bus neįvertinta investicinė rizika ir grąža. Todėl galime teigti, jog pagrindinis investuotojo tikslas yra tinkamai įvertinti bendrą investavimo strategiją ir pasiekti optimalų investuotojui primumos investicinio portfelio rizikos ir grąžos derinį

Portfelio formavimas negali būti paremtas vien tik investuotojo lūkesčiais ir intuicija. Todėl siekdami formuoti optimalią portfelio sudėtį investuotojai dažniausiai naudoja portfelio optimizavimo metodus. Portfelio optimizavimas tai kiekybiniai metodai naudojami norint suderinti finansinius aktyvus tam, kad pasiekti norimos grąžos ir rizikos lygio tikslus. Portfelio optimizavimas užima svarbią rolę investavimo strategijos integracijai su lūkesčiais.

Mokslinėje literatūroje optimalus investicinis portfelis yra apibrėžiamas, kaip investicinių priemonių rinkinys iš kurio investuotojas gauna didžiausias pajamas, prisiimdamas kuo mažesnę riziką. Siekis optimizuoti investicinį portfelį skatina investuotoją portfelį diversifikuoti, taikyti sudėtingesnes investicines priemones, kurios užtikrintų didesnę pajamingumą pagal priimtinausią rizikos laipsnį.

Investicinį portfelį ir jo charakteristikas nagrinėja modernioji portfelio teorija. Moderniosios teorijos pradininku laikomas H. M. Markowitz, kuris žvelgė į rinką kaip į visumą, o ne į atskirus investicinius vienetus, ir pasiūlė riziką minimizuojančio ir pelną maksimizuojančio portfelio idėją. Jis pirmasis matematiškai pagrindė diversifikacijos efektą ir naudą mažinant investicijų riziką. H. Markowitz pirmasis savo darbuose panaudojo terminus tikėtinas portfelio pelningumas, portfelio rizika, portfelio diversifikavimas ir efektyvus portfelis (Markowitz, 1952, 1959). Remiantis Markowitz portfelio teorija, investuotojas, priimdamas sprendimą dėl portfelio pasirinkimo, siekia maksimizuoti tikėtiną portfelio grąžą ir minimizuoti riziką. Reilly F.K. ir Brown K.C. (2011) teigia, jog mokslininko H. Markowitz suformuluota modernioji portfelio teorija yra paremta šiomis prielaidomis:

1. Investuotojai maksimizuoja tikėtiną grąžą tam tikram investavimo periodui, o jų naudingumo kreivės rodo mažėjantį ribinį naudingumą;
2. Kiekviena investavimo galimybė yra tikimybinis tikėtiną grąžos skirstinys duotajam periodui;
3. Portfelio rizika tapatinama su tikėtiną grąžos standartiniu nuokrypiu;
4. Investavimo sprendimai daromi atsižvelgiant tik į investicijos grąžą ir riziką, todėl portfelio naudingumo funkcija priklauso tik nuo tikėtiną grąžos ir tikėtiną grąžos standartinio nuokrypio;

5. Esant tam pačiam rizikos laipsniui, investuotojas renkasi didesnės gražos portfelį. Esant fiksuotai gražai, investuotojas renkasi portfelį su mažesniu standartiniu nuokrypiu, t.y. mažiau rizikingesnį.

H. Markowitz modelis remiasi dviem pagrindiniais parametrais: pelningumu ir rizika. H. Markowitz pasiūlytame vertybinių popierių portfelio modelyje vertybinių popierių pelną sudaro jų vertės padidėjimas ir įvairios išmokos (dažniausiai dividendai). Rizika matuojama standartiniu nuokrypiu (kuo didesnis numatomas nukrypimas nuo prognozuojamo vertybinių popierių pelningumo ir kuo didesnė nukrypimo tikimybė, tuo didesnis standartinis nuokrypis) (Š. Kraujalis, 2001).

Modernioji portfelio teorija padarė revoliuciją investicijų valdyme. Pirmas svarbus faktorius padaręs įtaką investavimo politikai yra tai kad, profesionalūs investuotojai pripažino investicinio portfelio perspektyvos svarbą siekiant investavimo tikslų. Antras faktorius, lemiantis tolimesnį investavimo politikos vystymąsi yra tai, kad modernioji portfelio teorija išplėtė žinias ir paskatino kiekybinių metodų naudojimą portfelio valdyme. Šiandien kiekybiniais ir kokybiniais metodais papildo vienas kitą ir yra plačiai naudojami investicinio portfelio konstravime ir valdyme.

Vystydamas savo portfelio parinkimo teoriją, H. Markowitz pradėjo savo tyrimus su perspektyva investuoti į vieną periodą. Kiti šios teorijos tyrinėtojai, įskaitant Nobelio premijos laureatą Robert Merton, nagrinėjo portfelio parinkimo dinamiką daugiau nei viename periode. Šie vėlesni tyrinėjimai gerokai praturtino ir praplėtė Moderniosios portfelio teorijos esmę.

Moderniosios portfelio teorijos tyrinėtojai H. Markowitz, R. Merton ir kiti pasiūlė portfelio parinkimo idėjas, o trys įvykiai investavimo aplinkoje pakeitė požiūrį į optimalų investicinį portfelį. Pirma, institucinis investavimas visame pasaulyje ėmė vis labiau vaidinti svarbesnį vaidmenį finansų rinkose. Rizikos išmatavimas ir kontrolė, valdant didelius pinigų srautus, tapo būtinybe. Antra, informacinių technologijų plėtra ir jų prieinamumas leido įgyvendinti moderniosios portfelio teorijos nagrinėjamus metodus – optimalaus portfelio idėja tapo įgyvendinama. Trečias susijęs dalykas, tai investuotojų profesijos atsiradimas, kurios populiarumas augo visame pasaulyje (J.L. Maginn et al., 2012).

Investicijų portfelio koncepcija remiasi rinkinio sudarymu iš įvairių investicijų, t. y. akcijų, obligacijų, grynujų pinigų, fondų vienetų ir kt. Visi šie aktyvai skiriasi savo tikėtina graža ir rizikos lygiu, o moderniojo portfelio teorija suteikia metodą nustatyti efektyviems portfeliams naudojant finansinių aktyvų gražos ir rizikos rodiklius. Taigi, E. Bikas ir A. Laurinavičius (2009) pabrėžia, jog išskirtinė efektyvaus portfelio savybė, tai galimybė sumažinti investicinę riziką, nesumažinant tikėtinos gražos.

A.V. Rutkauskas (2006) teigia, jog suformavus optimalų vertybinių popierių portfelį, investuotojas turi stebėti ir įvertinti portfelio rodiklių, atitinkančių tikėtinus rezultatus, dinamiką. Pagrindinės problemos, kurias sprendžia portfelio teorija – tai galimų portfelio gražos reikšmių aibės

nustatymas, efektyvios portfelio linijos radimas ir optimalaus portfelio parikimas kiekvienam investuotojui. Jeigu investuotojo strategija yra pasyvi, konstruojant investicinį portfelį reikia atkreipti dėmesį į portfelio pelningumą, patikimumą ir minimizuoti riziką. Aktyvios portfelio valdymo strategijos atveju konstruojant portfelį yra maksimizuojamas pelningumas. Jeigu pelningumas, patikimumas, rizikingumas ar portfelio vertė neatitinka investavimo tikslų ar lūkesčių, portfelio sudėtis turi būti keičiama. A. Yalcin (2010) teigia, jog portfelio valdymas – tai ne tik optimalaus finansinių priemonių rinkinio sudarymas, bet ir jų stebėjimas, vertinimas ir analizavimas, investicinio portfelio sudėties pakeitimas, taip, kad portfelio rezultatai atitiktų keliamus tikslus ir lūkesčius.

Vadovaujantis M. Markowitz teorija ir jo pasiūlytu investicinio portfelio optimizavimo modeliu, galima atlikti investicinių rinkinių optimizavimą: rasti efektyvią ribą ir minimalios rizikos portfelį, išanalizuoti tam tikrų šalių ekonomikos poveikį bendram investicijų portfeliui.

Pagrindinė idėja moderniosios teorijos yra tai, kad investuotojai sudarydami investicinį portfelį turi kreipti dėmesį į tai kaip kiekviena investicinė priemonė, esanti portfelyje, yra susijusi viena su kita. G.Žilinskij (2012) teigia, jog optimizuoto portfelio nauda yra didesnė tuomet, kai į portfelį yra įtraukiama didesnis finansinių aktyvų skaičius ir esant mažesnėms koreliacijoms tarp šių aktyvų. Didesnės rizikos portfelio pasirinkimas gali būti neefektyvus dėl mažo į portfelio sudėtį įtraukiamų aktyvų skaičiaus.

Optimalaus portfelio praktinį pritaikomumą nagrinėjantis mokslininkas K.V. Fernando teigia, kad matematiškai portfelio optimizavimo problemą galima būtų apibrėžti daugeliu būdų, tačiau pagrindinės portfelio optimizavimo problemos yra šios: (i) minimizuoti riziką fiksuotai tikėtinais grąžai; (ii) maksimizuoti tikėtiną grąžą fiksuotai rizikai; (iii) minimizuoti riziką ir maksimizuoti tikėtiną grąžą naudojant rizikos lygio koeficientą; (iv) minimizuoti riziką neatsižvelgiant į tikėtiną grąžą; (v) maksimizuoti tikėtiną grąžą neatsižvelgiant į riziką; (vi) minimizuoti tikėtiną grąžą neatsižvelgiant į riziką.

Pirmos trys optimizavimo problemos iš esmės matematiškai yra lygios ir šios problemos sprendiniai yra vadinami efektyviais vidurkio ir dispersijos sprendiniais. O vidurkio priklausomybės nuo standartinio nuokrypio grafike atidėti taškai sudaro efektyvumo kreivę. Taigi, efektyvus portfelis gali būti apibrėžiamas, kaip portfelis, kuris turi mažiausią riziką esant tam tikram pelningumui arba didžiausią pelningumą esant tam tikrai rizikai, arba didžiausio pelningumo ir mažiausios rizikos derinį esant tam tikram rizikos lygiui. Ketvirtos portfelio problemos sprendinys yra pritaikomas, kai investuotojas yra labai atsargus ir netoleruoja rizikos. Penktos portfelio optimizavimo problemos sprendinys, leidžia apibrėžti maksimalią tikėtiną grąžą. Ši informacija yra naudinga palyginimui. Paskutinė portfelio optimizavimo problema – tai blogiausias scenarijus.

Portfelio optimizavimo metodai remiasi pagrindine prielaida, kad ateityje pasiekiamas portfelio grąža dažniausiai yra panaši į praeities rezultatus. Kiekvieną kartą investuojant yra įspėjama, jog ši

prielaida nebūtinai visada yra teisinga. Tačiau ši prielaida dažnai pasiteisina ir yra mažiau teisinga, kai vyksta ženklūs rinkos pokyčiai. Jeigu pagrindinė prielaida yra teisinga (bent apytiksliai), tuomet suformuotas portfelis pagal istorinius duomenis turėtų pateisinti investicinius lūkesčius ateityje. Tačiau mokslinėje literatūroje dažnai pabrėžiama, jog pagal portfelio sudėtį, suformuotą remiantis ilgojo laikotarpio istoriniais duomenimis, patariama investuoti tik trumpajame laikotarpyje. Tuomet yra tikėtina, jog pavyks pasiekti užsibrėžtus investicinius lūkesčius.

Apibendrinant galima teigti, kad optimalus investicinis portfelis, tai finansinių priemonių rinkinys iš kurio investuotojas gauna maksimalią grąžą su minimalia rizika. Vertybinių popierių portfelio sudarymo problemą nagrinėja moderniojo portfelio teorija. Šios teorijos pradininkas yra H. M. Markowitz (1952). Investicinio portfelio optimizavimo metodai remiasi prielaida, kad realioji portfelio grąža yra panaši į tikėtiną grąžą. Optimalaus investicinio portfelio nauda yra didesnė tuomet, kai į portfelį yra įtraukiama didesnis finansinių aktyvų skaičius tarp kurių tiesinis ryšys yra labai silpnas. Mokslinės literatūros analizės rezultatai rodo, kad investicinio portfelio optimizavimo problematika yra glaudžiai susijusi su matematikos mokslu ir tikimybių teorija.

2. OPTIMALIŲ INVESTICINIŲ PORTFELIŲ KONSTRAVIMO IR VERTINIMO METODIKA

2.1. Investicinių portfelių skaitinės charakteristikos ir vertinimo metodai

Moderniosios finansų rinkos teorijos pagrindų suvokimas yra glaudžiai susijęs su matematikos mokslu. R. Leipaus ir R. Norvaišos (2003) teigimu, finansų rinkos teorija iš esmės yra grindžiama šiuolaikine atsitiktinių procesų teorija ir stochastine analize, lyginant su kitomis ekonomikos teorijos sritimis. Šis moderniosios finansų rinkos teorijos sąryšis su atsitiktinių procesų teorija yra grindžiamas tuo, kad „finansų rinkos teorija neįsivaizduojama be atities neapibrėžtumo mokslinės interpretacijos, kurią ir suteikia matematinė tikimybių teorija“. (R. Leipus, R. Norvaiša, 2003)

Remiantis mokslinėje literatūroje pateiktų modelių apibrėžimais, šiame poskyryje yra pateikiamos pagrindinės skaitinės charakteristikos ir formulės, kurios bus reikalingos šiame magistro baigiamajame darbe aprašant investicinių portfelių matematinius modelius ir juos konstruojant praktikoje.

Pasirinktas indeksų portfelis yra žymimas:

$P = (w_1, w_2, \dots, w_n)$, kur komponentės w_j yra finansinio aktyvo (indekso) svoris ir tenkina sąlygas:

$$\sum_{j=1}^n w_j = 1, w_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n; \quad (2)$$

čia j – indeksui priskirtas numeris;

n – imties dydis. Magistro baigiamajame darbe tyrimui atlikti yra naudojami penkiolikos indeksų duomenys, todėl $n=15$.

w_j – portfelio komponentė (j -ojo indekso svoris portfelyje).

j -ojo indekso kaina i -ąją dieną yra žymima c_{ij} . Portfelio sudėties parinkimo procese yra atsižvelgiama ne tiesiogiai į indekso kainą, bet yra nagrinėjamas tam tikro finansinio, indekso pelningumas, todėl būtina apskaičiuoti j -tojo indekso pelno normas i -tuoju laikotarpiu.

Pelno normos j -ojo indekso i -ąją dieną apskaičiuojamos pagal formulę:

$$x_{ij} = \left(\frac{c_{ij}}{c_{(i-k)j}} - 1 \right) \times 100\%. \quad (3)$$

čia c_{ij} – j -ojo indekso kaina i -ąją dieną.

Skaičiuojant vienos dienos pelno normą k yra lygus vienetui. Magistro baigiamajame darbe atliekant empirinį tyrimą yra pasirinkta tirti dienos pelno normų dinamiką, tam, kad galėtume tiksliai stebėti pelno normų pokyčius ir gautume tikslesnius rezultatus.

Portfelio formavimui yra naudojamas daugiau nei vienas finansinis aktyvas, todėl portfelio grąža yra skaičiuojama kaip svertinis portfelio grąžos vidurkis. Taigi, portfelio P i -tosios dienos grąžos reikšmėmis yra vadinamos sumos:

$$x_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}w_j, i = 1, 2, \dots, m. \quad (4)$$

Čia x_{ij} yra stebėtų m dienų laikotarpio (konstravimo laikotarpio) pelno normos, kurių duomenys yra naudojamos formuojant portfelį.

Šio portfelio grąžos realizacijomis kitame k dienų (testavimo) laikotarpyje yra vadinamos sumos:

$$y_i = \sum_{j=1}^n x_{ij}w_j, i = m + 1, m + 2, \dots, m + k. \quad (5)$$

Čia x_{ij} yra stebėtų $m+k$ dienų laikotarpio (investavimo laikotarpio) pelno normos, kurių duomenys yra naudojamos testuojant portfelį.

Tam, kad būtų galima įvertinti vidutinį portfelio P pelningumą yra apskaičiuojama portfelio P vidutinė m dienų laikotarpio vidutinė grąža $\mathbf{E}(P)$:

$$\mathbf{E}(P) = \sum_{j=1}^n \bar{x}_j w_j, \quad (6)$$

čia \bar{x}_j yra j -tojo indekso pelno normos vidurkis stebėtam m dienų laikotarpiui ir skaičiuojamas pagal formulę:

$$\bar{x}_j = \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m x_{ij}. \quad (7)$$

Testavimo laikotarpiui portfelio grąžos realizacijų vidurkis yra žymimas $\mathbf{E}(R)$ ir apskaičiuojamas pagal formulę:

$$\mathbf{E}(R) = \sum_{j=1}^n \bar{y}_j w_j, \quad (8)$$

čia \bar{y}_j yra j -tojo indekso pelno normos vidurkis testavimo laikotarpiui (k dienų laikotarpiui) ir jis skaičiuojamas pagal formulę:

$$\bar{y}_j = \frac{1}{k} \sum_{i=m+1}^{m+k} x_{ij}. \quad (9)$$

Portfelio rizika matematiškai yra apibrėžiama kaip pelno normų dispersija arba standartinis nuokrypis. Todėl norint išmatuoti portfelio riziką, būtina apskaičiuoti portfelio grąžos dispersiją. Jeigu pelno normos yra priklausomi atsitiktiniai dydžiai, portfelio grąžos dispersija yra apskaičiuojama pagal formulę:

$$\mathbf{D}(P) = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} w_i w_j, \quad (10)$$

čia k_{ij} yra i -tojo ir j -tojo indekso pelno normų kovariacija.

Jeigu portfelio rizika yra apibrėžiama kaip standartinis nuokrypis s , tuomet jis yra lygus $\sqrt{\mathbf{D}(P)}$.

Tam, kad būtų galima apskaičiuoti portfelio standartinį nuokrypį ar dispersiją, reikia apskaičiuoti kovariaciją k_{ij} . Kovariacija yra apskaičiuojama pagal formulę:

$$k_{ij} = \text{cov}(x_i, x_j) = \mathbf{E}(x_i - \mathbf{E}x_i)(x_j - \mathbf{E}x_j). \quad (11)$$

Jei kovariacija k_{ij} yra teigiama, tai finansinių aktyvų i ir j pelningumai tuo pačiu metu juda ta pačia kryptimi. Jeigu kovariacija neigiama – tai pelningumai juda priešingomis kryptimis. Jeigu kovariacijos koeficientas yra lygus nuliui, tuomet dviejų finansinių aktyvų pelningumai yra nepriklausomi. Kuo kovariacijos koeficientas yra arčiau nulio, tuo ryšys tarp dviejų kintamųjų yra mažesnis.

Norint parodyti ryšį tarp dviejų kintamųjų yra naudojamas koreliacijos koeficientas. Koreliacinės analizės paskirtis yra išmatuoti tiesinio ryšio tarp dviejų kintamųjų stiprumą.

Koreliacijos koeficiento savybės (V. Rudzkienė, 2014):

- Nepriklauso nuo mato vieneto;
- Kinta nuo -1 iki +1;

- Kuo arčiau -1, tuo stipresnis neigiamas tiesinis ryšys, t.y. vieno kintamojo reikšmės didėja, kito – mažėja;
- Kuo arčiau 1, tuo stipresnis teigiamas ryšys, t.y. kai vieno kintamojo reikšmės didėja, kito – mažėja;
- Kuo koreliacijos koeficiento reikšmė yra arčiau nulio, tuo ryšys tarp dviejų kintamųjų yra silpnesnis.

Koreliacijos koeficientas yra apskaičiuojamas pagal formulę:

$$r_{x,y} = \frac{\frac{1}{n-1} \sum (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y})}{s_x s_y}; \quad (12)$$

čia \bar{x} ir \bar{y} yra kintamųjų x ir y vidurkiai;

s_x ir s_y – standartiniai nuokrypiai;

n – imties dydis.

Pagal tai koku laipsniu taškai išsidėsto aplink tiesę, galime interpretuoti koreliacijos koeficientą. Koreliacijos koeficiento interpretavimo schema yra pateikta pirmoje lentelėje (žr. 1 lent.).

1 lentelė. Koreliacijos koeficiento interpretavimas

Neigiamos reikšmės	Ryšys	Teigiamos reikšmės
0,00	Nėra	0,00
-0,19 - -0,01	Labai silpnas	0,01 – 0,19
-0,39 - -0,20	Silpnas	0,20 – 0,39
-0,69 - -0,40	Vidutinis	0,40 – 0,69
-0,89 - -0,70	Stiprus	0,70 – 0,89
-0,99 - -0,90	Labai stiprus	0,90 – 0,99
-1,00	Visiškai tikslus	1,00

Šaltinis: sudaryta autorės pagal A.Beržanskytę (2012)

Investavimo problematiką analizuojantys mokslininkai teigia, jog siekiant diversifikuoti portfelį, reikia į jo sudėtį įtraukti aktyvus, tarp kurių tiesinis ryšys yra labai silpnas. Neigiama koreliacija leidžia tiksliau išnaudoti diversifikacijos privalumus.

Taip pat, prieš sudarant investicinį portfelį yra patariama apžvelgti finansinių aktyvų, kuriuos planuojama įtraukti į portfelio sudėtį, statistinius rodiklius, t.y. asimetrijos ir eksceso koeficientus. Šie statistiniai rodikliai parodo kaip stebėjimai yra išsidėstę variacinėje eilutėje, t.y. ar dauguma stebėjimų

yra susitelkę variacinės eilutės viduryje ar kraštuose. Jeigu asimetrijos koeficientas yra teigiamas, tai reiškia, jog stebėjimų reikšmės susitelkusios dešinėje variacinės eilutės pusėje. Jeigu asimetrijos koeficientas yra neigiamas, tai stebėjimai yra susitelkę kairiojoje pusėje. Kai asimetrijos koeficientas yra lygus nuliui – stebėjimai yra susitelkę eilutės viduryje. Eksceso koeficientas parodo ar dauguma stebėjimų yra susitelkę ties konkrečiomis reikšmėmis, ar yra išsisklaidę variacinėje eilutėje. Kai eksceso koeficientas yra teigiamas, tai skirstinio histograma yra smaila, t.y. duomenų sklaida apie vidurį yra mažesnė nei normaliojo skirstinio. Jeigu eksceso koeficientas neigiamas, tai histograma yra buka – duomenų sklaida ties viduriu yra didesnė nei normaliojo skirstinio.

Siekiant palyginti dviejų investicinių portfelių realizacijas ir įvertinti, kuris sukonstruotas portfelis yra geresnis yra naudojamas vidurkio – dispersijos kriterijus. Vidurkio – dispersijos kriterijus teigia, kad bet koks portfelis A yra geresnis už portfelį B, jei $E(P_A) \geq E(P_B)$ ir $s_A \leq s_B$, ir bent viena nelygybė yra griežta (L. Žalgirytė, A. Guzavičius, 2011).

Individualaus investicinio portfelio suderinamumą tarp grąžos ir rizikos galima pavaizduoti grafiškai, plokštumoje atidedant investicinio portfelio standartinę nuokrypį ir grąžos vidurkį. Magistro baigiamajame darbe šiuo principu bus atliekama grafinė duomenų analizė.

Portfelio pelningumą įvertinti galima, naudojantis formule:

$$X_i = \frac{(W_i - W_{i-t})}{W_{i-t}} \quad (13)$$

čia X_i – portfelio pelningumas i -tuoju momentu;

W_i – portfelio sudėtyje esančių finansinių aktyvų pelno normų suma i -tuoju momentu;

W_{i-t} – portfelio sudėtyje esančių finansinių aktyvų pelno normų suma ($i - t$) momentu;

$(W_i - W_{i-t})$ – portfelio pelno normų skirtumas nuo momento i iki momento ($i - t$).

2.2. Investicinių portfelių optimizavimo modeliai

Remiantis jau aptartomis pagrindinėmis optimalaus investicinio portfelio konstravimui naudojamų skaitinių charakteristikų apibrėžimais ir jų savybėmis, šiame poskyryje yra aprašomi mokslinėje literatūroje nagrinėjami investicinio portfelio optimizavimo metodai.

Paprasčiausias metodas norint sukonstruoti investicinį portfelį yra **tolygusis portfelis**. Tolygiojo portfelio $P_t = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ visos komponentės yra lygios, t.y. $w_j = \frac{1}{n}$, kai $j = \overline{1, n}$. Tolygusis portfelis taip pat dar yra vadinamas vienodų svorių portfeliumi. Šis portfelis lyginant skirtingas portfelių optimizavimo strategijas, dažnai yra naudojamas kaip kontrolinis portfelis su kuriuo lyginami įvairūs

portfelijų sudarymo ir optimizavimo būdai. Remdamasis DeMiguel, Garlappi, Uppal studijomis R. Vilkanas (2014) teigia, jog studijos parodė, kad vienodų svorių portfelis, dažnai pranoksta vidurkių ir dispersijų atžvilgiu optimizuotus portfelius, kai strategijų rezultatai vertinami naudojant naujus duomenis, nepatenkančius į optimizuoti naudotą duomenų imtį.

Ypač svarbus DeMiguel, Garlappi ir Uppal atliktas tyrimas: jie įvertino 14 portfelio optimizavimo strategijų, naudodami 7 skirtingus duomenų rinkinius, ir nustatė, kad nė vienas iš 14 optimizuotų portfelijų sistemingai neaplenkė tolygiojo portfelio. Jų išvadoje yra skelbiama, kad vidurkio ir dispersijos atžvilgiu paremtos optimizavimo strategijos dar turi būti tobulinamos, tam kad jų skelbtas pranašumas iš tiesų būtų realizuotas už imties ribų (R. Vilkanas, 2014).

Tolygusis portfelis yra priklausomas tik nuo imties dydžio, $1/N$ strategija nesiremia jokiais įvesties parametrais. Dėl šios priežasties, galima pagrįstai manyti, jog taikydami optimizavimo metodus ir atkreipdami dėmesį į papildomą informaciją, turėtume gauti geresnius rezultatus nei konstruodami tolygųjį portfelį, priklausantį tik nuo imties dydžio.

Magistro baigiamajame darbe yra palyginama tolygiojo portfelio rezultatai konstravimo ir investavimo laikotarpiams, kartu su optimaliais portfeliais, kurių konstravimas yra paremtas daugiau parametru, nei tik imties dydis.

Vienas iš portfelio optimizavimo metodų mokslinėje literatūroje yra pateikiamas **efektyviojo investicinio portfelio modelis**. Efektyviojo portfelio $P_{ef} = (w_1, w_2, \dots, w_n)$ komponentės surandamos sprendžiant netiesinius optimizavimo uždavinius, nes šiame modelyje portfelio rizikingumui apibrėžti naudojama dispersija. Maksimizuojant laukiamą vidutinę portfelio grąžą, dispersija yra fiksuojama, o siekiant minimizuoti dispersiją yra fiksuojama vidutinė portfelio grąža. Siekiant surasti optimalų maksimalios grąžos ir minimalios rizikos derinį yra nustatomas tam tikras rizikos laipsnio koeficientas.

G. Misevičiaus ir S. Vakrinienės (2007) straipsnyje „Tiesinio ir netiesinio optimizavimo modeliai investiciniam portfeliui pasirinkti“ yra pateikiamas efektyviojo portfelio modelio apibrėžimas:

$$\begin{aligned} & \max W \\ & r \sum_{j=1}^n \bar{x}_j w_j - (1-r) \sqrt{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^n k_{ij} w_i w_j} \geq W, \\ & \sum_{j=1}^n w_j = 1, \quad w_j \geq 0, j = 1, 2, \dots, n. \end{aligned} \tag{14}$$

Čia W – vidutinė portfelio grąža;

\bar{x}_j - j -tojo indekso pelno normos vidurkis, apskaičiuojamas pagal formulę (7);

k_{ij} – kovariacija tarp i -tojo ir j -tojo indeksų pelno normos, apskaičiuojamas pagal formulę (11);

w_j – j -tojo indekso svoris portfelyje;

r – rizikos svorio koeficientas, parodantis, kaip investuotojas vertina riziką.

Ekperimentinėje dalyje rizikos svorio koeficientas buvo renkamas iš intervalo $[0;1]$, kas 0,1 punktą. Kuo rizikos koeficientas yra artimesnis nuliui, tuo investuotojas mažiau toleruoja riziką. Ir atvirkščiai, kuo rizikos koeficientas yra didesnis, tuo investuotojui labiau yra priimtina agresyvi investavimo politika.

Efektiviojo portfelio komponentėms surasti galima naudojantis programos SAS/OR procedūra NLP (*NonLinear Programming*).

S. Vakrinienė ir G. Misevičius (2009) teigia, jog dažniausiai mažai rizikingi investiciniai portfeliai duoda mažesnes grąžas, o didesnių pelno normų siekiantys portfeliai turi didesnę riziką, t.y. grąžos dispersija yra didesnė. Investuotojas turėtų išlaikyti tam tikrą pusiausvyrą tarp portfelio pelningumo ir rizikingumo. Šiai problemai spręsti S. Vakrinienė ir G. Misevičius (2009) pasiūlė investicinį portfelį konstruoti kaip bimatricinį lošimą ir portfelio komponentes gauti iš Nešo pusiausvyros strategijų komponentių. Tokiu būdu yra gaunamas **pusiausvyrinis investicinio portfelio optimizavimo modelis**. Toliau yra pateikiama pusiausvyrinio investicinio portfelio modelio sudarymo schema.

Sudaromos modifikuotų bimatricinių lošimų (A, B) poros, matricas apibrėžiant tokiu būdu:

$$A_1 = \|\overline{\bar{x}_{ij}}\|, A_2 = \|\overline{\max x_{ij}}\|, B_1 = \|k_{ij}\|, B_2 = \|\overline{\min x_{ij}}\|; \quad (15)$$

čia matricos elementas $\overline{\bar{x}_{ij}}$ yra i -tojo ir j -tojo indeksų pelno normų porinis vidurkis;

$\overline{\max x_{ij}}$ – i -tojo ir j -tojo indeksų pelno normų porinis maksimumas;

$\overline{\min x_{ij}}$ – i -tojo ir j -tojo indeksų pelno normų porinis minimumas;

k_{ij} - i -tojo ir j -tojo indeksų pelno normų kovariacijos;

$$\overline{\bar{x}_{ij}} = \frac{1}{2}(\bar{x}_i + \bar{x}_j), \overline{\max x_{ij}} = \frac{1}{2}(\max x_i + \max x_j), \overline{\min x_{ij}} = \frac{1}{2}(\min x_i + \min x_j). \quad (16)$$

Klasikiniame bimatriciniame lošime abu lošėjai siekia savo išlošius maksimizuoti. Tačiau konstruojant investicinį portfelį, investuotojas siekia maksimizuoti portfelio grąžą ir minimizuoti portfelio riziką. Todėl sudarant pusiausvyrinį investicinį portfelį yra konstruojamas modifikuotas bimatricinis lošimas, kai pirmasis lošėjas siekia savo išlošį maksimizuoti, o antrasis – minimizuoti.

Modifikuoto bimatricinio lošimo atveju pusiausvyros surandamos sprendžiant tiesinio programavimo uždavinį su papildomais binariniais kintamaisiais s_i ir t_j (S.Vakrinienė, D.Sudžiūtė, 2007):

$$\begin{aligned} & \max(U - V), \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij}v_j - U \leq 0, U - \sum_{j=1}^n x_{ij}v_j \leq \mu s_i, s_i + w_i \leq 1, \sum_{i=1}^m w_i = 1, w_i \geq 0, \\ & \sum_{i=1}^m y_{ij}w_i - V \geq 0, \sum_{i=1}^m y_{ij}w_i - V \leq \mu t_j, t_j + v_j \leq 1, \sum_{j=1}^n v_j = 1, v_j \geq 0, \\ & s_i \in \{0,1\}, t_j \in \{0,1\}, i = \overline{1, m}, j = \overline{1, n}, \mu = \max(\max x_{ij}, \max y_{ij}). \end{aligned} \quad (17)$$

Bimatricinių lošimų $(A_k, B_k), k = 1, 2$ mišriosios pusiausvyros strategijos pažymimos kaip X_{kp} ir Y_{kp} .

Apibrėžiamas pusiausvyrinis portfelis $P_p = (w_1, w_2, \dots, w_n)$:

$$P_p = (1 - r)X_p + rY_p, \quad (18)$$

čia rizikos svorio koeficientas tenkina nelygybę $0 \leq r \leq 1$.

Kintamieji X_p ir Y_p gaunami iš formulių:

$$X_p = \frac{1}{2}(X_{1p} + X_{2p}), Y_p = \frac{1}{2}(Y_{1p} + Y_{2p}). \quad (19)$$

Tokio tipo uždavinius galima spręsti su SAS programa, procedūra LP (*Linear Programming*), kuri sveikaskaičiams uždaviniams naudoja šakų ir rėžių metodą.

S. Vakrinienės ir G. Misevičiaus straipsnyje „Bimatricinio lošimo modelis investiciniam portfeliui sudaryti“ (2009) pateikti tyrimo, kai buvo tarpusavyje palyginami tolygiojo portfelio, efektyviųjų portfelių ir pusiausvyrinių portfelių grąžos ir standartinio nuokrypio rezultatai rodo, kad beveik visais atvejais, rinkos pakilimo ir nuosmukio laikotarpiu, pusiausvyriniai portfeliai turėjo geresnes realizacijų skaitines charakteristikas.

Šiame magistro baigiamajame darbe taip pat tarpusavyje palyginsime portfelių realizacijų skaitines charakteristikas, siekiant įsitikinti, kurį portfelio konstravimo metodą yra tikslinga naudoti šiandieninėje rinkoje.

Remiantis pusiausvyrinių portfelių konstravimo teorija, S. Vakrinienė ir G. Misevičius taip

pateikia ir kitą optimalaus investicinio portfelio konstravimo metodą, tai **maksimino – minimakso investicinio portfelio optimizavimo metodas**. Pateikiama maksimino – minimakso investicinio portfelio sudarymo schema.

Apibrėžiama kita matricinių lošimų grupė:

$$A_3 = \|\overline{x_{ij}}\|^T, B_3 = \|s_{ij}\|, A_4 = \|\overline{\max x_{ij}}\|^T, B_4 = \|\overline{\min x_{ij}}\|^T; \quad (20)$$

čia $\overline{x_{ij}}$ - j -tojo indekso i -tojo laikotarpio pelno normos vidurkis;

s_{ij} - j -tojo indekso i -tojo laikotarpio pelno normos standartinis nuokrypis;

$\overline{\max x_{ij}}$ - j -tojo indekso i -tojo laikotarpio pelno normos didžiausia reikšmė (maksimumas);

$\overline{\min x_{ij}}$ - j -tojo indekso i -tojo laikotarpio pelno normos mažiausia reikšmė (minimumas).

Maksimino strategijas matriciniams lošimams A_3, A_4 ir B_4 bei minimakso strategija lošimui B_3 yra pažymimos atitinkamai X_3, X_4, Y_4 ir Y_3 .

Lošimų A_3, A_4 ir B_4 matricios žymimos bendru pavidalu $A = \|x_{ij}\|^T$, tuomet maksimino strategija gaunama išsprendus tiesinio programavimo uždavinį:

$$\begin{aligned} & \max W, \\ & \sum_{j=1}^n x_{ij} w_j \geq W, \\ & \sum_{j=1}^n w_j = 1, w_j \geq 0, j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (21)$$

Matricinio lošimo $B_3 = \|s_{ij}\|$ minimakso strategija gaunama išsprendus tiesinio programavimo uždavinį:

$$\begin{aligned} & \min W, \\ & \sum_{j=1}^n s_{ij} v_j \leq W, \\ & \sum_{j=1}^n v_j = 1, v_j \geq 0, j = \overline{1, n}. \end{aligned} \quad (22)$$

Maksimino ir minimakso strategijas, galima surasti naudojantis SAS programa, procedūra LP

(*Linear Programming*).

Maksimino – minimakso portfelis, kurio komponentės yra randamos remiantis minimakso ir maksimumo kriterijais yra žymimas - $P_m = (w_1, w_2, \dots, w_n)$. Minimakso – maksimumo portfelis yra apibrėžiamas tokia formule:

$$P_m = (1 - r)X_m + rY_m, \quad (23)$$

čia rizikos svorio koeficientas tenkina nelygybę $0 \leq r \leq 1$.

Komponentės X_m ir Y_m yra gaunamos iš formulių:

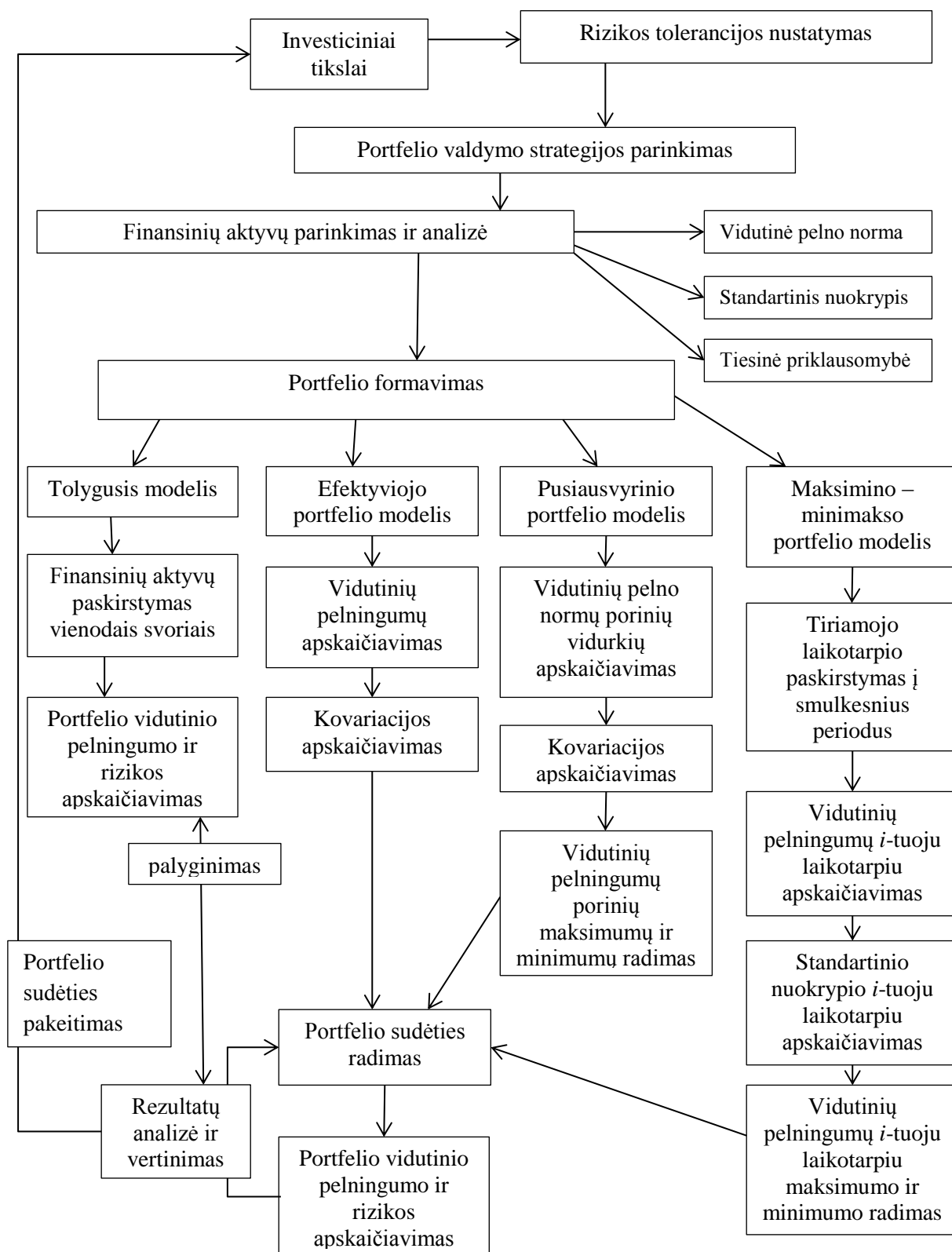
$$X_m = \frac{1}{2}(X_3 + X_4), Y_m = \frac{1}{2}(Y_3 + Y_4). \quad (24)$$

O komponentės X_3, X_4, Y_3 ir Y_4 yra formulėmis (20) apibrėžtų matricinių lošimų strategijos, kurios apskaičiuojamos pagal (21), (22) formules.

Apibendrinant portfelio konstravimo metodikas, galime teigti, kad konstruojant investicinį portfelį yra svarbu išanalizuoti finansinių aktyvų, kurie bus įtraukti į portfelio sudėtį, statistines charakteristikas, įvertinti tiesinį ryšį tarp kintamųjų. Mokslinėje literatūroje teigiama, kad į portfelio sudėtį patariama įtraukti finansinius aktyvus tarp kurių tiesinis ryšys yra labai silpnas, nes neigiama koreliacija leidžia tikslingiau išnaudoti diversifikacijos privalumus. Taip pat svarbu įvertinti finansinių aktyvų gražos svyravimus bei skirtumus tarp didžiausios ir mažiausios finansinio aktyvo pelno normos.

Investicinio portfelio konstravimo metodai yra labai skirtingi. Vieni iš jų remiasi tik imties dydžiu – tai tolygusis portfelio modelis. Kiti modeliai remiasi gražos vidurkiu, dispersija ir rizikos koeficientu – tai efektyvusis portfelio modelis. Sudėtingesniuose portfelio konstravimo modeliuose parenkant optimalią portfelio sudėtį yra atsižvelgiama į porinių vidurkių, minimalios ir maksimalios reikšmės bei standartinio nuokrypio realizacijas, yra ieškoma pusiausvyra tarp portfelio gražos ir rizikos – pusiausvyrinis portfelio modelis. Maksimino – minimakso portfelis remiasi skirtingų laikotarpių pelno normų realizacijomis su tikslu maksimizuoti gražą ir minimizuoti riziką.

Siekiant susisteminti mokslinėje literatūroje nagrinėtus portfelio formavimo pagrindinius aspektus ir investicinio portfelio skirtingas optimizavimo metodikas yra pateikiamas optimalaus investicinio portfelio formavimo konceptualusis modelis (žr. 6 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

6 pav. Optimalaus investicinio portfelio modeliavimo konceptualusis modelis

Norint tinkamai parinkti optimalaus portfelio sudėtį yra svarbu nustatyti investuotojo investicinius tikslus, įvertinti rizikos lygį, kuris būtų priimtinas investuotojui, bei parinkti portfelio

valdymo strategiją. Įvertinus šiuos fundamentinius portfelio formavimo aspektus, būtina atlikti finansinių aktyvų analizę ir įvertinti, kurie finansiniai aktyvai atitinka investicinius tikslus bei toleruojamą rizikos lygį ir gali būti įtraukti į portfelio sudėtį. Atliekant finansinių aktyvų analizę svarbu įvertinti vidutinę pelno normą, standartinį nuokrypį ir tiesinę priklausomybę tarp finansinių aktyvų, kurie bus įtraukiami į portfelio sudėtį. Vidutinė pelno normos grąža apibrėžia tikėtiną portfelio grąžą, pelno normos standartinis nuokrypis – investicijos rizikingumą. Siekiant išnaudoti diversifikacijos privalumus į portfelio sudėtį turi būti įtraukiami silpnai tiesiškai priklausomi finansiniai aktyvai, dėl šios priežasties yra svarbu nustatyti tiesinę priklausomybę tarp finansinių aktyvų ir į portfelio sudėtį įtraukti mažiausiai tiesiškai priklausomas investicijas. Parinkus tam tikro dydžio finansinių aktyvų imtį ir pritaikius portfelio optimizavimo metodus bei atsižvelgiant į rizikos lygį, priimtina investuotojui, yra formuojamas optimalus investicinis portfelis. Investicinio portfelio optimizavimo metodikos skiriasi, todėl optimalaus portfelio sudėtis suformuota pagal skirtingas metodikas taip pat gali ženkliai skirtis, nes remiantis skirtingais portfelio optimizavimo metodais portfelio sudėtis yra parenkama atsižvelgiant į skirtingas finansinių aktyvų skaitinės charakteristikas. Suformavus optimalų investicinį portfelį būtina įvertinti tikėtiną grąžą ir rizikingumą bei palyginti gautus rezultatus su vienodų svorių portfelio tikėtinu pelningumu ir rizikingumu. Formuojant optimalų investicinį portfelį siekiama gauti didesnį pelningumą su mažesne arba tokia pačia investicine rizika lyginant su vienodų svorių portfeliumi. Yra patariama nuolat stebėti portfelio rezultatus ir pastebėjus, jog portfelio rezultatai neatitinka keliamų lūkesčių, rekomenduojama peržiūrėti portfelio sudėtį ir ją pakoreguoti, jeigu tai yra reikalinga.

Pastebima, kad skirtingos optimalių portfelių konstravimo metodikos leidžia surasti portfelio sudėtį remiantis skirtingais parametrais ir jas tarpusavyje palyginti. Tokiu būdu galime pastebėti tendenciją, kuris finansinis aktyvas yra labiausiai priimtinas visoms metodikoms, t.y. dažniausiai patenka į portfelio sudėtį, o kurį finansinį aktyvą galbūt reiktų visiškai eliminuoti iš portfelio sudėties. Verta pastebėti, jog investicinių portfelių optimizavimo modelių realizavimas yra pakankamai sudėtingas ir be statistinių programų surasti portfelio sudėtį būtų neįmanoma. Magistro baigiamajame darbe optimizavimo uždaviniams spręsti naudojama SAS/OR (*Statistical Analysis System*) programos procedūros LP (*Linear Programming*) ir NLP (*NonLinear Programming*), visiems skaičiavimams bus naudojama Microsoft Office Excel programa.

3. OPTIMALAUS INVESTICINIO PORTFELIO SUDARYMAS IR VERTINIMAS

Mokslinėje literatūroje pabrėžiama, jog optimalūs portfeliai, sukonstruoti remiantis istoriniais duomenimis, ne visuomet įgyja teigiamus rezultatus investavimo laikotarpyje. Todėl šiame skyriuje yra aprašomas empirinis tyrimas, kuris buvo atliekamas siekiant įvertinti aptartų investicinio portfelio optimizavimo metodų efektyvumą šiandieninėje rinkoje.

3.1. Investicinių priemonių parinkimas ir jų statistinės charakteristikos

Investicinių portfelių formavimui indeksai buvo atrinkti pagal Europos Parlamento ir Tarybos reglamentu nustatomus atitinkamų tinkamai diversifikuotų indeksų techninius įgyvendinimo standartus. Pagal Europos Parlamento ir Tarybos reglamentą (ES) Nr. 945/2014 akcijų indeksų ateities sandoris, kuriuo prekiaujama biržoje, yra tinkamai diversifikuotas, galima laikyti, kad tokio akcijų indekso specifinės rizikos nėra. Yra laikoma, kad specifinės rizikos nėra, kai į indeksą yra įtraukta:

- ne mažiau kaip 20 nuosavybės vertybinių popierių;
- nė vienas į juos įtrauktas subjektas neturi daugiau kaip 25% viso indekso;
- 10% didžiausių nuosavybės vertybinių popierių sudaro mažiau negu 60% bendro indekso;
- indeksas apima nacionalinės rinkos nuosavybės vertybinius popierius, kurie priklauso mažiausiai keturiems pramonės sektoriams: (i) naftos ir dujų, (ii) pagrindinių žaliavų, (iii) pramoninių gaminių, (iv) vartojimo prekių, (v) sveikatos priežiūros, (vi) vartotojų paslaugų, (vii) telekomunikacijų, komunalinių paslaugų, (viii) finansinių paslaugų ir (ix) technologijų bei (x) nuosavybės vertybiniai popieriai.

Tyrimui buvo atsitiktinai atrinkta 15 akcijų indeksų, kurie atitinka Reglamento (ES) Nr. 575/2013 344 straipsnio reikalavimus. Jų sąrašas pateikiamas antroje lentelėje (žr. 2 lent.).

2 lentelė. Akcijų indeksai, pateikti Europos Komisijos įgyvendinimo reglamente (ES) Nr. 945/2014

<i>Indeksas</i>	<i>Šalis</i>
1. BEL20	Belgija
2. OMX C20 CAP	Danija
3. CAC40	Prancūzija
4. SBF 120	Prancūzija
5. MDAX	Vokietija
6. SDAX	Vokietija
7. Athens General	Graikija

8. FTSE MIB	Italija
9. AEX	Nyderlandai
10. WIG20	Lenkija
11. PSI 20	Portugalija
12. IBEX35	Ispanija
13. OMX Stockholm 30	Švedija
14. SMI	Šveicarija
15. FTSE 100	Jungtinė Karalystė

Šaltinis: sudaryta autorės pagal Europos Komisijos įgyvendinimo reglamentą (ES) Nr. 945/2014

Indekso *OMX C20 CAP* istoriniai duomenys yra pasiekiami tik nuo 2011-11-28 dienos, todėl tyrimas bus vykdomas laikotarpiu nuo 2011-11-28 iki 2015-03-05, siekiant palyginti visų analizuojamų indeksų skaitines charakteristikas tam pačiam laikotarpiui.

Naudojantis statistinės analizės sistemos SAS/OR (*Statistical Analysis System*) procedūra PROC UNIVARIATE apskaičiuojame pagrindines indeksų paskutinės dienos pelno normų statistines charakteristikas per visą tiriamąjį laikotarpį nuo 2011-11-28 iki 2015-03-05. Pelno normos buvo apskaičiuotos pagal formulę (3), kai $k=845$.

3 lentelė. Akcijų indeksų pelno normų statistinės charakteristikos laikotarpiu nuo 2011-11-28 iki 2015-03-05

<i>Pelno normų statistinės charakteristikos (2011-11-28 – 2015-03-05)</i>									
<i>Indeksas</i>	<i>Vidurkis</i>	<i>Mediana</i>	<i>Moda</i>	<i>Stand. nuokrypis</i>	<i>Derivacija</i>	<i>Minimumas (Min)</i>	<i>Maksimumas (Max)</i>	<i>Variacinės eilutės plotis (Max-Min)</i>	<i>Asimetrijos koef.</i>
AEX	28,64	28,72	20,85	15,05	226,38	-0,7	71,52	72,22	0,18
Athens Stock Exchange General	40,36	38,42	-6,77	32,46	1053	-28,58	105,35	133,93	0,05
BEL 20	35,37	34,34	23,31	20,2	408,15	-1,1	85,74	86,84	0,17
CAC40	29,17	31,49	21,23	5,91	253,24	-2,07	64,74	66,81	-0,18
FTSE 100	18,51	21,45	-0,99	8,59	73,8	-0,99	31,03	32,02	-0,51
FTSE MIB	20,85	17,75	12,04	17,17	294,92	-15,2	54,36	69,56	0,11
IBEX 35	10,67	6,38	2,21	16,25	264,19	-26,65	37,78	64,43	-0,1
MDAX	61,64	64,59	39,62	32,14	1033	-2,23	135,65	137,88	-0,11
OMX C20 CAP	53,08	43,63	27,11	33,41	1116	-1,48	130,4	131,88	0,28
OMX Stockholm 30	32,47	32,11	19,5	17,6	309,6	0	82,39	82,39	0,29
PSI 20	8,73	6,17	6,67	14,14	200,07	-17,65	44,48	62,13	0,59

3 lentelė (tęsinys)

SBF120	31,81	33,64	22,4	17,31	299,66	-1,38	70,87	72,25	-0,13
SDAX	40,92	39,61	21,9	23,05	531,17	-1,96	88,79	90,75	-0,02
SMI	37,35	43,31	23,54	18,64	347,35	0	68,14	68,14	-0,4
WIG20	7,2	7,77	7,79	5,05	25,54	-7,96	18,83	6,33	-0,42

Šaltinis: sudaryta autorės

Apžvelgdami tiriamojo laikotarpio pelno normų statistines charakteristikas, matome, jog didžiausias pelno normos vidurkis 61,64% yra indekso *MDAX*, o mažiausias pelno normos vidurkis priklauso indeksui *WIG20* – 7,2%. Taigi žvelgiant vien tik į vidurkio realizacijas, galime daryti hipotezę, jog investuoti į akcijų indeksus, kurių pelno normos vidurkis yra žemesnis nei kitų, būtų netikslinga. Todėl būtų nepatartina traukti šiuos indeksus į portfelio sudėtį.

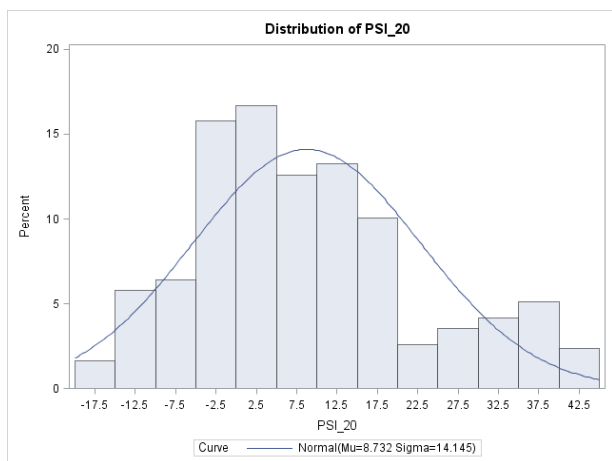
Taip pat pastebime, jog neigiamas modas -6,77 ir -0,99 turi indeksai *Athens Stock Exchange General* ir *FTSE 100* atitinkamai. Tai reiškia, jog tiriamuoju laikotarpiu šių indeksų dažniausiai pasikartojanti pelno normos reikšmė yra neigiama. Atsižvelgiant į modos reikšmę, galime manyti, jog šių indeksų pelno normų reikšmės labai svyruoja – t.y. indekso *Athens Stock Exchange General* atveju, nes šio indekso pelno normos reikšmių vidurkis yra pakankamai aukštas, arba galime teigti, jog indekso pelno normos reikšmės įgyja žemas reikšmes – indekso *FTSE 100* atvejis. Todėl galime daryti hipotezę, jog investuoti pagal indeksą *FTSE 100* būtų netikslinga, siekiant didesnės grąžos. Investicija pagal indeksą *Athens Stock Exchange General* būtų rizikinga. Tačiau kaip jau pastebėjome, spręsti apie investavimo naudingumą remiantis modos reikšmėmis, nepakankama sąlyga.

Didžiausi pelno normų svyravimai matomi indeksų *OMX C20 CAP*, *MDAX*, *Athens Stock Exchange General*, jų standartiniai nuokrypiai yra virš 30. Taigi investicija pagal šiuos indeksus būtų ženkliai labiau rizikinga, palyginat su kitais indeksais. Mažiausi pelno normų svyravimai pastebimi indeksų *WIG20*, *CAC40* ir *FTSE 100*. Atsižvelgiant tik į standartinio nuokrypio rezultatus, galime teigti, jog investicija pagal šiuos tris indeksus konservatyviam investuotojui būtų priimtina.

Tiriamuoju laikotarpiu mažiausią pelno norma -28,58% priklauso indeksui *Athens Stock Exchange General*, o didžiausia pelno norma 135,65% priklauso indeksui *MDAX*.

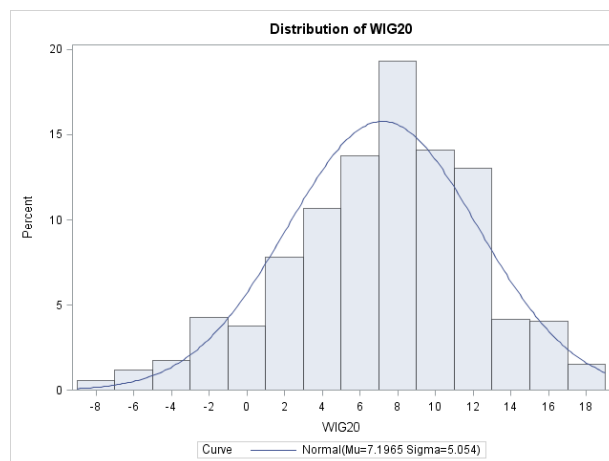
Didžiausią skirtumą tarp didžiausios ir mažiausios stebėjimų reikšmių įgyja indeksas *Athens Stock Exchange General*, tai reiškia, jog šio indekso gaunamas pelno normų reikšmes prognozuoti yra gana sudėtinga, nes jos kinta plačiame intervale.

Didžiausia asimetrijos koeficiento reikšmė 0,59 priklauso indeksui *PSI 20*, todėl galime sakyti, kad šio indekso dauguma pelno normų reikšmių yra susitelkusios dešinėje variacinės eilutės pusėje, variacinės eilutės skirstinys yra teigiamai asimetriškas (7 pav.). O mažiausias asimetrijos koeficientas -0,42 priklauso indeksui *WIG20*, todėl galima teigti, jog šio indekso dauguma pelno normų reikšmių yra kairėje variacinės eilutės pusėje – skirstinys yra neigiamai asimetriškas (8 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

7 pav. Indekso PSI 20 skirstinio histograma



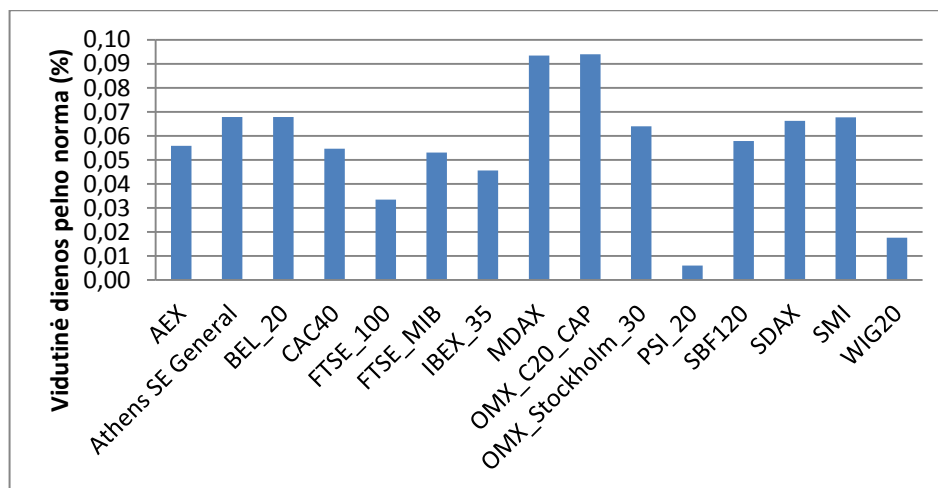
Šaltinis: Sudaryta autorės

8 pav. Indekso WIG 20 skirstinio histograma

Žvelgiant į akcijų indeksų pelno normų dinamikos grafikus pateiktus pirmame priede, matome, jog daugelio indeksų pelno normų dinamikos trendai yra kylantys, išskyrus indeksus *Athens Stock Exchange General*, *PSI 20* ir *WIG20*. Indeksų pelno normų dinamikos trendai *Athens Stock Exchange General* ir *PSI 20* kilo iki 2014 metų vidurio, tačiau nuo 2014 metų antrosios pusės ėmė leistis. Indekso *WIG20* pelno normų dinamikos trendas yra horizontalus, visu tiriamuoju laikotarpiu yra išsibarsčiusios ir juda horizontaliai. Atsižvelgiant į pelno normų dinamiką, investuoti į šiuos tris indeksus, jeigu yra siekiama didesnė grąža, nepatartina, nes pelno normų dinamikos trendai neturi tendencijos kilti.

Apibendrinant indeksų statistinių charakteristikų analizę, galime teigti, jog indeksai, kurių pelno normų vidurkiai yra didžiausi, taip pat įgyja didžiausias dispersijos bei standartinio nuokrypio reikšmes. Tai reiškia, jog šių indeksų pelno normų svyravimai yra patys ryškiausi ir investicijos į šiuos indeksus yra rizikingesnės, tačiau tikėtina grąža yra didesnė, palyginus su mažiau svyruojančiais indeksais. Atsižvelgiant į pelno normų dinamiką, nepatartina investuoti į indeksus *Athens Stock Exchange General*, *PSI 20* ir *WIG20*, nes jų trendai neturi tendencijos kilti.

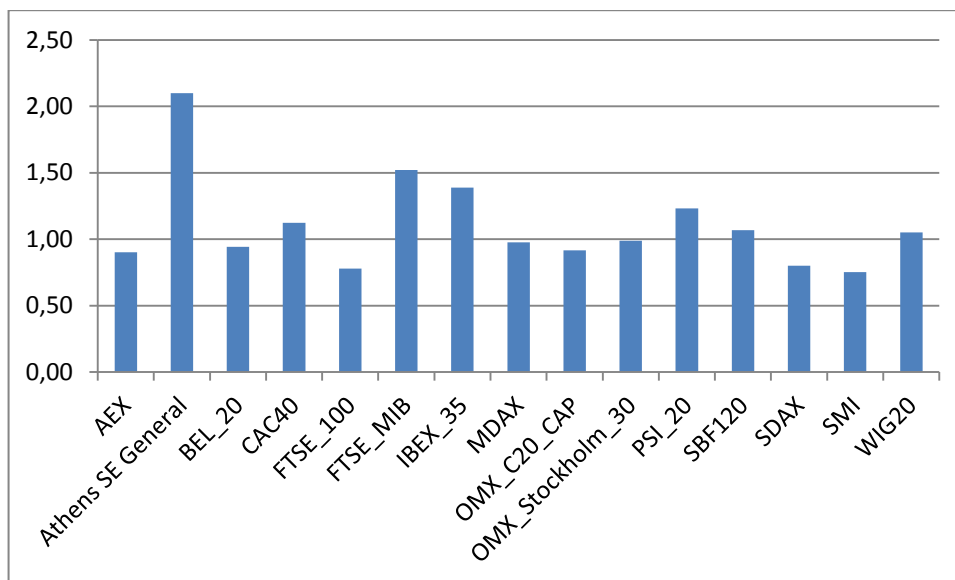
Šiame magistro baigiamajame darbe investicinius portfelius konstruosime pagal laikotarpio nuo 2011-11-28 iki 2014-11-27 istorinius duomenis, o investicinio portfelio pelningumą testuosime naudodamiesi laikotarpio nuo 2014-11-28 iki 2015-03-05 istoriniais duomenimis. Todėl atskirai apžvelgsime šių dviejų laikotarpių pagrindines statistines charakteristikas. Pagrindinėms statistinėms charakteristikoms skaičiuoti naudosime SAS/OR programos procedūrą PROC MEANS. Jos pagalba apskaičiuosime imties dydį, dienos pelno normų vidurkį, standartinį nuokrypį, minimumą ir maksimumą kiekvienam laikotarpiui. Gautos dienos pelno normų skaitinės charakteristikos konstravimo laikotarpiui yra pateiktos antrame priede.



Šaltinis: Sudaryta autorės

9 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių vidurkių diagrama (konstravimo laikotarpiu)

9 paveiksle matome, kad didžiausią pelno normos vidurkį pasiekia *MDAX* ir *OMX C20 CAP* indeksai. O mažiausias pelno normų vidurkis yra indekso *PSI 20*. Taigi, remiantis tik vidurkio duomenimis, galime teigti, jog didžiausią investicinę grąžą patirtume investuodami pagal indeksus *MDAX* ir *OMX C20 CAP*. Investicija pagal indeksą *PSI 20* lyginant su kitais indeksais, būtų mažiausiai pelninga. Tačiau vertinti investicijos naudingumą tik pagal vidurkio reikšmes yra netikslinga. Įvertinkime indeksų dienos pelno normų svyravimus (žr. 10 pav.).

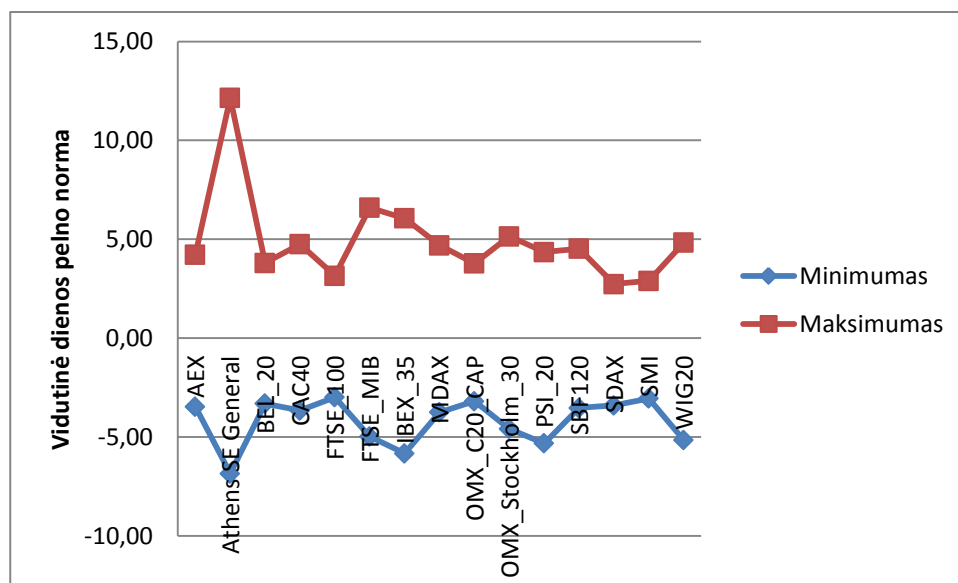


Šaltinis: Sudaryta autorės

10 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių standartinių nuokrypių diagrama (konstravimo laikotarpiu)

10 paveiksle matome, jog konstravimo periodu didžiausią standartinį nuokrypį turi *Athens Stock Exchange General* indeksas. Tai reiškia, kad *Athens Stock Exchange General* pelno normų svyravimai yra itin ryškūs ir investicija į šį indeksą yra labai rizikinga. Indeksams *FTSE 100*, *SDAX* ir *SMI*

priklauso mažiausi standartiniai nuokrypiai, todėl galime teigti, jog šių indeksų pelno normų svyravimai yra silpniau pastebimi, lyginat su kitais indeksais. Indeksų *MDAX* ir *OMX C20 CAP*, turinčių didžiausią dienos pelno normos vidurkį, standartiniai nuokrypiai yra panašūs daugumos indeksų standartiniams nuokrypiams, šių indeksų pelno normų svyravimai neišsiskiria. Indeksas *PSI 20* įgyja mažiausią pelno normos vidurkį, tačiau taip pat šio indekso standartinis nuokrypis nėra žemas. Vertinant vidurkio ir standartinio nuokrypio duomenis, galime teigti, jog investicija pagal *PSI 20* indeksą būtų rizikinga ir nepelninga – investuoti pagal šį indeksą nepatartina.



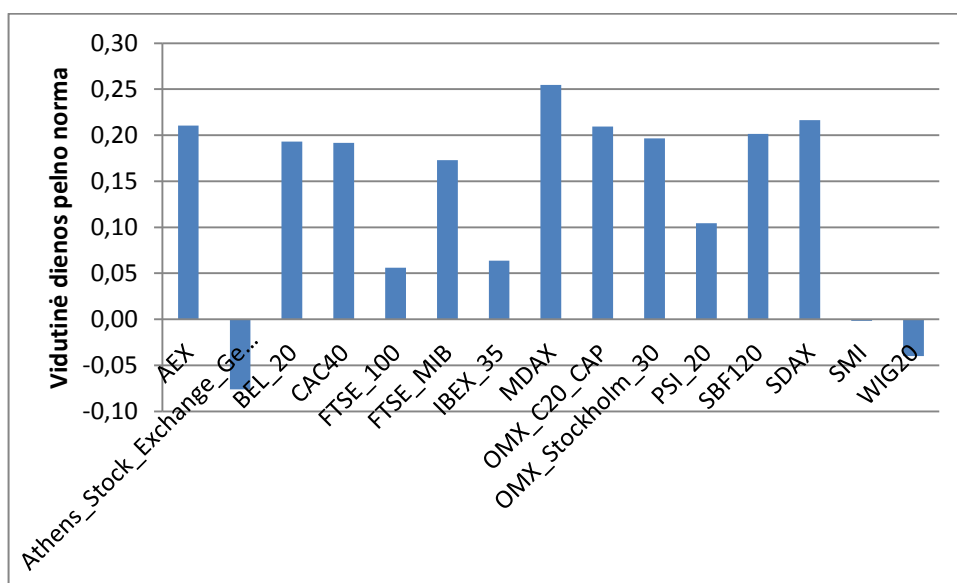
Šaltinis: Sudaryta autorės

11 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių minimumo ir maksimumo dinamika (konstravimo laikotarpiu)

11 paveiksle matome indeksų minimumų ir maksimumų dinamiką. Ryškiausias skirtumas tarp minimalios ir maksimalios indekso pelno normos reikšmės matomas indekso *Athens Stock Exchange General*. Mažiausi skirtumai tarp minimalios ir maksimalios pelno normos reikšmės priklauso indeksams *FTSE 100*, *SDAX* ir *SMI*. Minimumo ir maksimumo dinamikos grafikas patvirtina išvadas gautas, remiantis standartinio nuokrypio duomenimis, jog investuoti pagal indeksą *Athens Stock Exchange General* yra labai rizikinga. Šio indekso maksimali pelno normos reikšmė yra ženkliai didesnė nei likusių indeksų, tačiau minimali reikšmė taip pat yra žemesnė, nei kitų indeksų pelno normų minimumai. Tokie indekso svyravimai gali duoti didelį pelną, tačiau tikimybė patirti didelius nuotolius taip pat yra didelė.

Mokslinėje literatūroje yra teigiama, jog investicinis portfelis, sukonstruotas remiantis istoriniais duomenimis, yra efektyvus tik trumpuoju laikotarpiu. Todėl testavimo laikotarpis yra 11 kartų trumpesnis nei konstravimo laikotarpis. Testavimo laikotarpiui priklauso 68 stebėjimai, konstravimo laikotarpiui – 775 stebėjimai. Portfelio konstravimui buvo pasirinktas ilgas periodas tam, kad galėtume

įvertinti kuo daugiau istorinių duomenų ir pagal juos suformuoti kuo tikslesnį optimalų portfelį.

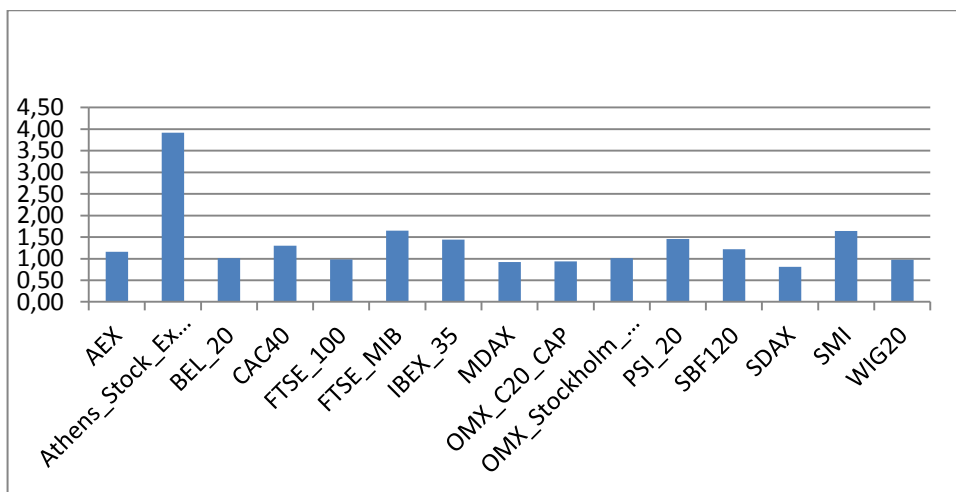


Šaltinis: Sudaryta autorės

12 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių vidurkių diagrama (testavimo laikotarpiu)

12 paveiksle yra pavaizduotos indeksų pelno normų vidurkiai laikotarpyje nuo 2014-11-28 iki 2015-03-05. Per šį laikotarpį trijų indeksų - *Athens Stock Exchange General*, *SMI* ir *WIG20*, pelno normų vidurkiai yra neigiami. Konstravimo laikotarpyje visų indeksų pelno normos vidurkiai įgijo teigiamas reikšmes. Galime pastebėti, jog konstravimo laikotarpyje indekso *WIG20* pelno normos vidurkis buvo taip pat žemas, tačiau teigiamas. Indeksų *Athens Stock Exchange General* ir *SMI* pelno normų vidurkių reikšmė buvo artima daugeliui kitų indeksų pelno normų vidurkiams, t.y. buvo artimi medianai 0,58. Taigi, galime daryti hipotezę, jog indeksų pelno normų vidurkių neigiamos reikšmės testavimo laikotarpiu ir pakankamai aukštos vidurkių reikšmės konstravimo laikotarpiu, gali daryti įtaką portfelio grąžai, testavimo laikotarpiu, jeigu šie indeksai pakliūs į portfelį sudėtis.

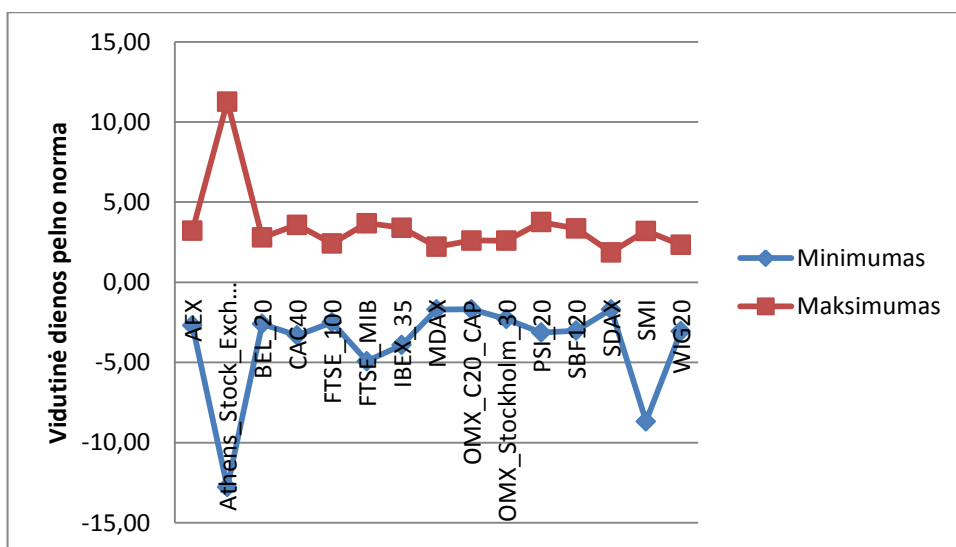
13 paveiksle matome pelno normų standartinius nuokrypius testavimo laikotarpiu, t.y. nuo 2014-11-28 iki 2015-03-05. Didžiausią standartinio nuokrypio reikšmę įgyja indeksas *Athens Stock Exchange General*. Patebime, kad konstravimo laikotarpiu standartinis nuokrypis didžiausias buvo taip pat indekso *Athens Stock Exchange General*. Visų kitų indeksų standartiniai nuokrypiai testavimo laikotarpiu reikšmingai neišsiskiria.



Šaltinis: Sudaryta autorės

13 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių standartinių nuokrypių diagrama (testavimo laikotarpiu)

14 paveiksle pavaizduota minimalios ir maksimalios pelno normų reikšmių dinamika. Ryškiausi skirtumai tarp minimumo ir maksimumo priklauso indeksams *Athens Stock Exchange General* ir *SMI*. Atsižvelgiant į didelį skirtumą tarp minimumo ir maksimumo, galime teigti, kad investicija pagal *Athens Stock Exchange General* kaip ir konstravimo taip ir testavimo laikotarpiais gali atnešti didelę grąžą, tačiau patiriami nuostoliai taip pat gali būti labai dideli. Investuojant pagal *SMI*, *FTSE MIB* indeksus, testavimo laikotarpiu yra didelė tikimybė patirti nuostolius. Jeigu šie indeksai bus įtraukti į portfelio sudėtis, tuomet dideli skirtumai tarp minimalios ir maksimalios reikšmių gali turėti įtakos portfelio pelningumui ir rizikingumui.



Šaltinis: Sudaryta autorės

14 pav. Akcijų indeksų pelno normos reikšmių minimumo ir maksimumo dinamika (testavimo laikotarpiu)

Apibendrinant gautus rezultatus pastebime, jog konstravimo laikotarpiu didžiausios dienos pelno normos vidurkio reikšmės priklauso *MDAX* ir *OMX C20 CAP* indeksams. Testavimo laikotarpiu nuo 2014-11-28 iki 2015-03-05 šių indeksų vidurkių reikšmės taip pat yra aukštos, o standartiniai nuokrypiai ryškiai nesiskiria nuo kitų indeksų, todėl tikėtina, kad investicija pagal šiuos indeksus būtų efektyvi. Atsižvelgiant į standartinio nuokrypio reikšmes, rizikingiausia investicija būtų pagal indeksą *Athens Stock Exchange General*, nes jo pelno normų svyravimai yra itin ryškūs. Mažiausiai rizikinga investicija būtų pagal *SDAX* indeksą.

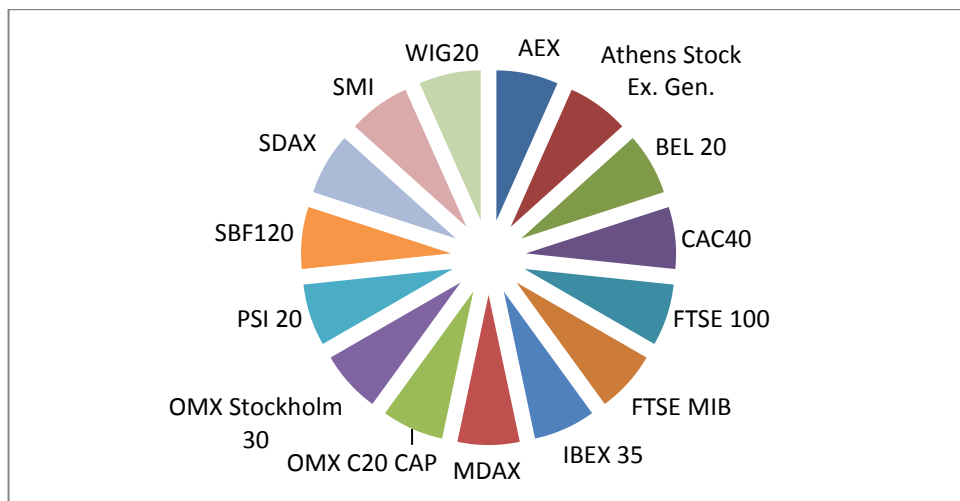
3.2. Tolygiojo (vienodų svorių) investicinio portfelio modeliavimas

Remiantis 2.2 poskyryje pateiktu tolygiojo (vienodų svorių) portfelio apibrėžimu ir naudodamiesi 3.1 poskyryje aptartomis akcijų indeksų skaitinėmis charakteristikomis, konstruosime tolygųjį portfelį.

Tyrimo portfelį konstruojame iš 15 indeksų, todėl kiekvieno indekso svoris portfelyje yra

$$w_j = \frac{1}{15}, j = \overline{1, 15}.$$

Tolygiojo portfelio sudėtyje visų indeksų svorių koeficientai yra pasiskirstę vienodai (žr. 15 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

15 pav. Tolygiojo portfelio sudėtis

Remiantis formulėmis (6), (7), (8), (9), (10), (11), kurios yra aptartos 2.1 poskyryje ir naudodamiesi 3.1 poskyryje pateiktomis skaitinėmis charakteristikomis, apskaičiuosime portfelio vidutinę tikėtiną grąžą, dispersiją ir standartinį nuokrypį konstravimo ir investavimo laikotarpiais.

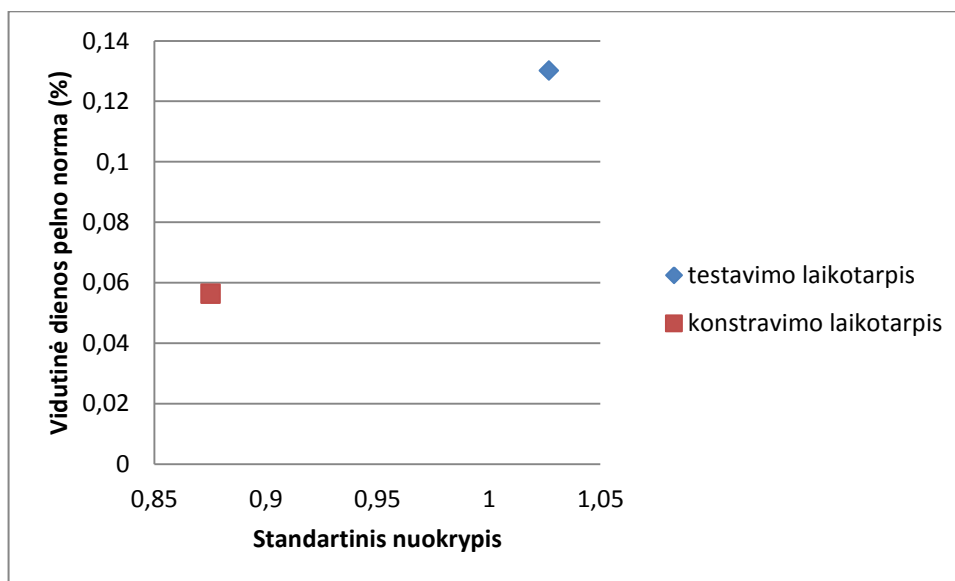
4 lentelė. Tolygiojo portfelio realizacijų skaitinės charakteristikos

	Dienos pelno normos vidurkis (%)	Dispersija	Standartinis nuokrypis
Tolygus portfelis <i>konstravimo laikotarpiu</i>	0,056326	0,765938	0,875179
Tolygus portfelis <i>testavimo laikotarpiu</i>	0,130159	1,054428	1,026853

Šaltinis: sudaryta autorės

Remiantis gautais rezultatais, matome, jog tikėtina vidutinė portfelio grąža yra 0,056 %, o testavimo laikotarpiu vidutinė portfelio grąža yra beveik dvigubai didesnė – 0,130 %. Tolygusis investicinis portfelis testavimo laikotarpiu grąžos atžvilgiu rodo geresnius rezultatus, todėl investicija būtų naudinga. Tačiau pastebima, kad standartinis nuokrypis testavimo laikotarpiu yra taip pat 0,152 punktu didesnis nei konstravimo laikotarpiu, todėl investavimo laikotarpiu tikėtina, jog pasiekama bus grąža didesnė nei tikėtina, tačiau su didesne rizika, nes investavimo laikotarpiu yra pastebimi didesni pelno normų svyravimai lyginant su konstravimo laikotarpiu.

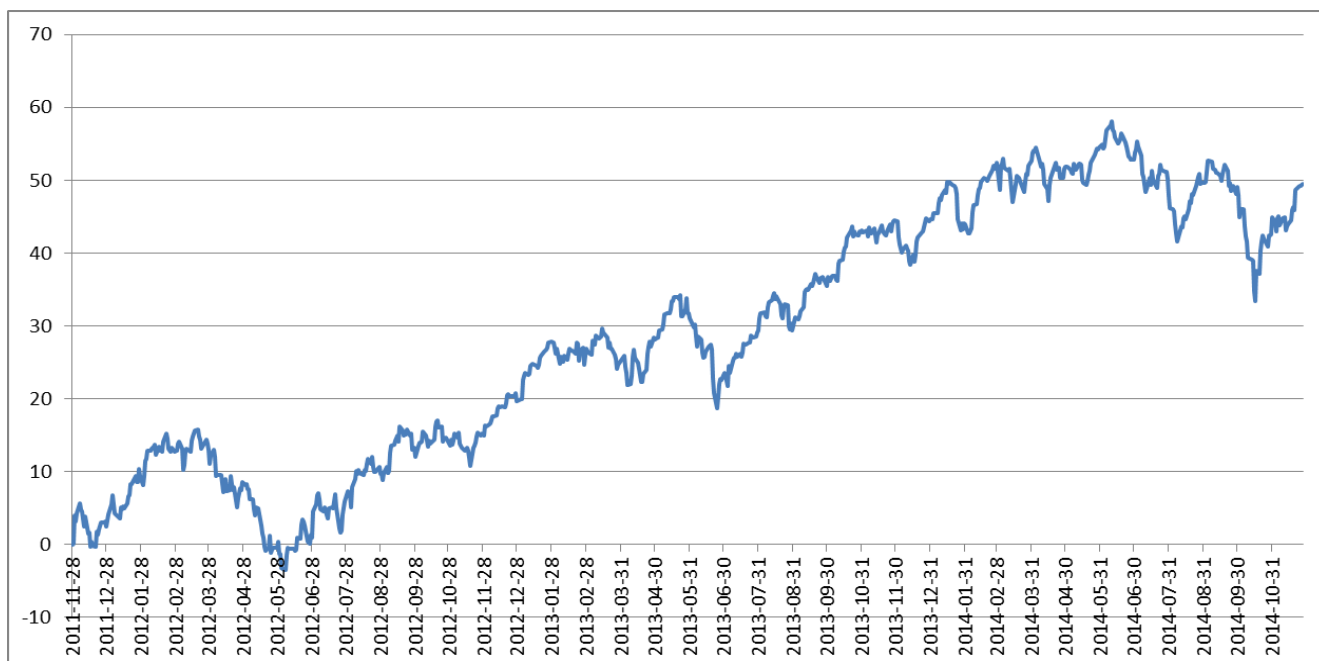
Ryšys tarp dienos pelno normos vidurkio ir standartinio nuokrypio yra pavaizduotas grafiškai 15-ame paveiksle (žr. 16 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

16 pav. Tolygusis portfelis. Vidurkio priklausomybė nuo standartinio nuokrypio

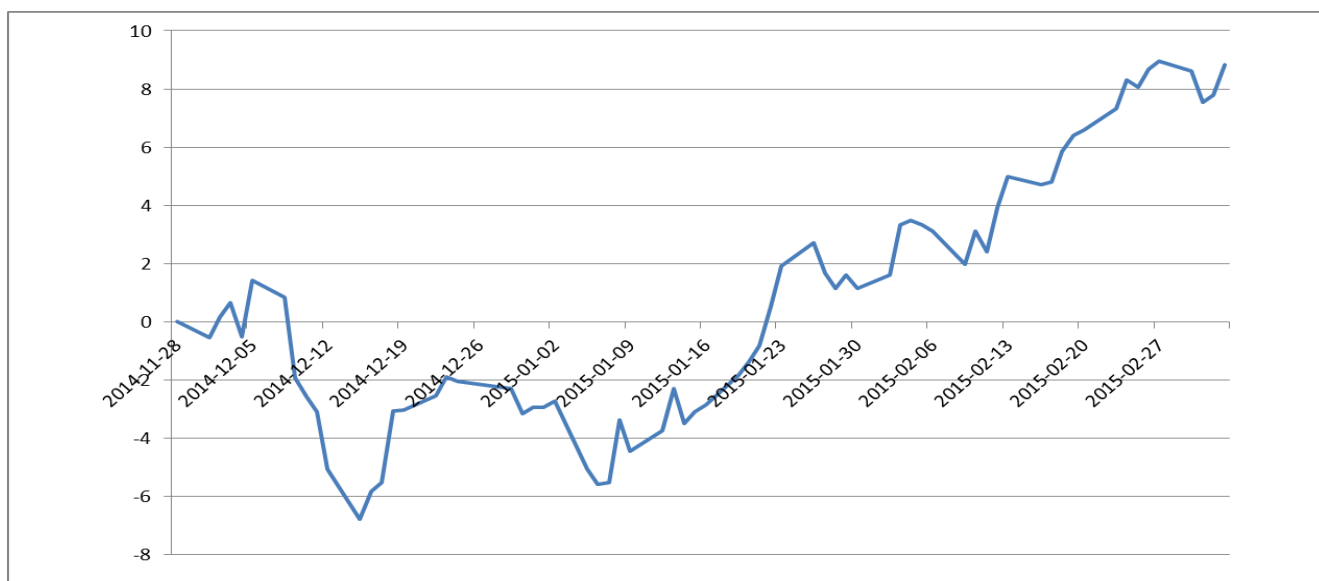
Remiantis 16 pav. ryškiai matome, skirtumus tarp portfelio rezultatų konstravimo ir investavimo laikotarpiu. Investavimo laikotarpiu reikšmingai didesnė tikėtina grąža bus pasiekama su ženkliai didesniu standartiniu nuokrypiu nei buvo tikėtasi.



Šaltinis: Sudaryta autorės

17 pav. Tolygiojo portfelio pelno normų dinamika konstravimo laikotarpiu

Stebint tolygiojo portfelio pelno normų dinamiką konstravimo laikotarpiu, matome, kad pelno normų trendas yra kylantis. Didžiausias portfelio pelningumas buvo pasiektas 2014 metų gegužės mėnesį, tačiau nuo 2014 metų gegužės mėnesio pastebime du staigius portfelio pelningumo nuosmukius ir vėl pakilimus. Tokie staigūs portfelio pelningumo svyravimai ženkliai padidina investicinę riziką.



Šaltinis: Sudaryta autorės

18 pav. Tolygiojo portfelio pelno normų dinamika investavimo laikotarpiu

Stebint tolygiojo portfelio pelno normų dinamiką investavimo laikotarpiu, matome, kad pusę investicinio laikotarpio investicija buvo nuostolinga. 2014 metų gruodžio viduryje nuostoliai siekė daugiau nei 6 procentus. Tačiau 2015 metų sausio mėnesio pabaigoje tolygiojo portfelio pelningumas tapo teigiamas ir pelno normų trendas ėmė kilti. Investicinio laikotarpio pabaigoje tolygiojo portfelio pelningumas siekia apie 8,82 procentus.

Apibendrinant, galime teigti, kad tolygiojo portfelio dienos pelno normos vidurkis testavimo laikotarpiu dvigubai viršija tikėtiną dienos pelno normos vidurkį, su pastebimais ryškesniais pelno normos reikšmių svyravimais. Tikėtina, kad investicija pagal tolygųjų portfelį būtų naudinga ir atneštų didesnę grąžą nei tikimasi. Empirinio tyrimo metu gavome rezultatus, jog investuojant nuo 2014-11-28 iki 2015-03-05 tolygiojo portfelio pasiekiamas pelningumas yra 8,82 procentai.

3.3. Efektyviųjų portfelių sudarymas

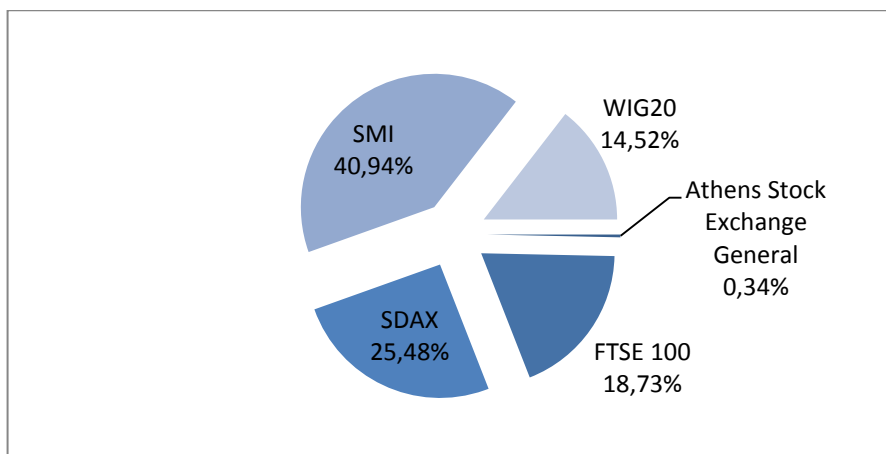
Pagal 2.2 poskyryje pateiktą efektyviojo portfelio apibrėžimą (14) ir 3.1 poskyryje apskaičiuotomis kiekvieno indekso skaitinėmis charakteristikomis, modeliuosime ir testuosime efektyviusius portfelius.

Norint surasti efektyviojo portfelio komponentes, reikia išspręsti netiesinio programavimo uždavinį. Tai padaryti galima naudojantis statistinės programos SAS/OR procedūra NLP. Efektyviojo portfelio komponentių skaičiavimo algoritmas yra pateiktas 5 priede.

Efektyviojo portfelio optimizavimo modelis remiasi dviem faktoriais – pelno normų vidurkiu ir kovariacija. Dienos pelno normų vidurkiai yra pateikti 3.1 poskyryje, kovariacijos matricos konstravimo ir testavimo laikotarpiams pateiktos 4 priede.

Remiantis 5 priede pateiktu portfelio komponentių skaičiavimo algoritmu, buvo surastas skirtingos portfelių sudėtys, kai rizikos svorio koeficientas r kinta nuo 0 iki 1, kas 0,1 žingsni.

Kai rizikos svorio koeficientas yra lygus nuliui, efektyvusis portfelis yra sudarytas iš penkių indeksų: *SMI*, *SDAX*, *FTSE 100*, *WIG 20* ir *Athens Stock Exchange General* (žr. 19 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

19 pav. Efektyviojo portfelio sudėtis, kai $r=0$

Matome, kad efektyviojo portfelio didžiausią dalį, kai rizikos svorio koeficientas lygus nuliui, sudaro *SMI* indeksas – 40,94 %. Graikijos indekso *Athens Stock Exchange General* svorio koeficientas portfelio sudėtyje yra labai mažas – 0,34 %, tačiau nors ir analizės metu pastebėjome, kad šio indekso standartinis nuokrypis yra labai didelis ir darėme prielaidą, kad investuoti pagal šį indeksą būtų itin rizikinga, pagal efektyviojo portfelio modelį *Athens Stock Exchange General* indeksas buvo įtrauktas į portfelio sudėtį, net kai rizikos svorio koeficientas yra mažiausias. Didelis šio indekso dienos pelno normos vidurkis galėjo būti reikšmingas faktorius įtraukiant šį indeksą į sudėtį, net kai rizikos koeficientas lygus nuliui.

Konstravimo laikotarpiu efektyviojo portfelio, kai rizikos svorio koeficientas yra lygus nuliui, dienos pelno normos vidurkis yra lygus 0,0536, dispersija - 0,4657 ir standartinis nuokrypis lygus 0,6824. Testavimo laikotarpiu dienos pelno normos vidurkis yra didesnis 0,0053 vienetais, tačiau standartinis nuokrypis taip pat yra didesnis 0,2289 vienetais. Investuojant į efektyvųjį portfelį, kai rizikos svorio koeficientas lygus nuliui, tikėtina, jog pasieksime didesnę pelno grąžą, tačiau su didesne rizika nei buvo prognozuojama konstruojant portfelį.

Kintant rizikos koeficientui nuo 0,1 iki 0,3 portfelio sudėtyje esančių indeksų svoriai keičiasi nežymiai. Didėjant rizikos koeficientui indeksų *WIG 20* ir *FTSE 100* svoriai mažėja, indeksų *SMI* ir *SDAX* svoriai portfelio sudėtyje didėja ir matoma, jog taip pat labai nežymiai padidėja indekso *Athens Stock Exchange General* svorio koeficientas. Portfelio sudėtis yra pateikta 5 lentelėje.

5 lentelė. Efektyviųjų portfelių sudėtis, kai r lygus nuo 0,1 iki 0,3

Rizikos svorio koeficientas	Indeksai				
	<i>Athens Stock Exchange General</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>SDAX</i>	<i>SMI</i>	<i>WIG 20</i>
$r = 0,1$	0,36 %	17,65 %	26,01 %	41,78 %	14,20 %
$r = 0,2$	0,38 %	16,30 %	26,68 %	42,81 %	13,81 %
$r = 0,3$	0,42 %	14,57 %	27,54 %	44,18 %	13,30 %

Šaltinis: sudaryta autorės

6-toje lentelėje pateikiamos sukonstruotų optimalių efektyviųjų portfelių skaitinės charakteristikos, kai rizikos koeficientas kinta nuo 0,1 iki 0,3.

6 lentelė. Efektyviojo portfelio realizacijų skaitinės charakteristikos, kai r lygus nuo 0,1 iki 0,3

	Konstravimo laikotarpiu			Testavimo laikotarpiu		
	Dienos pelno normos vidurkis (%)	Dispersija	Standartinis nuokrypis	Dienos pelno normos vidurkis (%)	Dispersija	Standartinis nuokrypis
$r = 0,1$	0,0542	0,4657	0,6824	0,0596	0,8448	0,9191
$r = 0,2$	0,0548	0,4659	0,6825	0,0604	0,8633	0,9291
$r = 0,3$	0,0556	0,4662	0,6828	0,0614	0,8882	0,9424

Šaltinis: sudaryta autorės

Apžvelgiant pagrindines portfelių statistines charakteristikas, pastebime, kad didėjant rizikos koeficientui, taip pat didėja ir dienos pelno normos vidurkis bei standartinis nuokrypis, tačiau šie pokyčiai yra labai nežymūs. Palyginus konstravimo ir testavimo laikotarpių skaitines charakteristikas, matome, jog dienos pelno vidurkis yra keliomis šimtosiomis didesnis testavimo laikotarpiu, tačiau standartinis nuokrypis yra ženkliai didesnis. Apibendrinant, galime teigti, jog portfelio vidutinė tikėtina pelno norma yra artima vidutinei pelno normai investavimo laikotarpiu, tačiau pelno normos svyravimai testavimo laikotarpiu yra ženkliai didesni, todėl investicinis portfelis yra reikšmingai rizikingesnis, nei buvo prognozuojama, remiantis konstravimo laikotarpio duomenimis.

Kai rizikos koeficientas r yra lygus 0,4, 0,5 ir 0,6, į efektyviojo portfelio sudėtį yra įtraukiami 6 indeksai: *Athens Stock Exchange General*, *FTSE100*, *OMX C20 CAP*, *SDAX*, *SMI* ir *WIG20* (žr. 7 lent.).

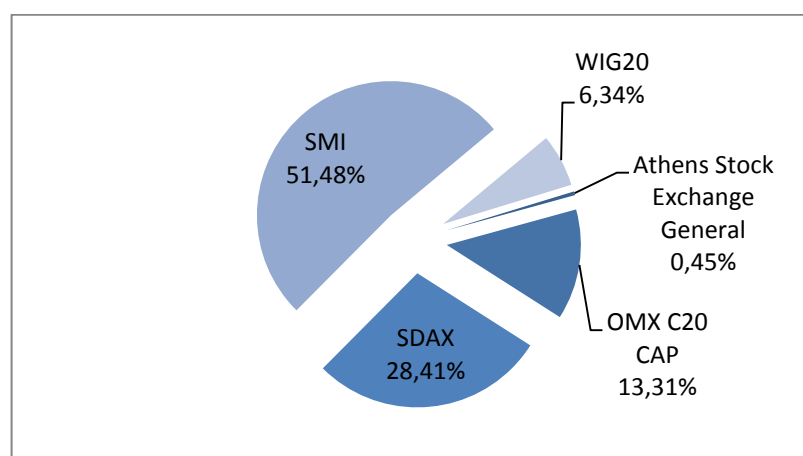
7 lentelė. Efektyviųjų portfelių sudėtis, kai r lygus nuo 0,4 iki 0,6

Rizikos svorio koeficientas	Indeksai					
	<i>Athens Stock Exchange General</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>OMX C20 CAP</i>	<i>SDAX</i>	<i>SMI</i>	<i>WIG 20</i>
$r = 0,4$	0,45 %	12,10 %	0,53 %	28,46 %	45,87 %	12,60 %
$r = 0,5$	0,42 %	8,07 %	3,32 %	28,85 %	47,82 %	11,52 %
$r = 0,6$	0,38 %	1,94 %	7,55 %	29,46 %	50,79 %	9,89 %

Šaltinis: sudaryta autorės

Palyginant portfelių sudėtis, kai rizikos koeficientas kinta nuo 0 iki 0,3 ir portfelių, kai rizikos koeficientas kinta nuo 0,4 iki 0,6, matome, jog indeksų *FTSE 100* ir *WIG20* svoriai reikšmingai sumažėjo, *SDAX* ir *SMI* indeksų svoriai padidėjo, indekso *Athens Stock Exchange General* svoris kinta labai nežymiai ir išlieka labai mažas. Kai rizikos koeficientas lygus 0,4 indeksas *OMX C20 CAP* yra įtraukiamas į portfelio sudėtį. Didėjant rizikos svorio koeficientui, indekso *OMX C20 CAP* svoris portfelio sudėtyje reikšmingai didėja.

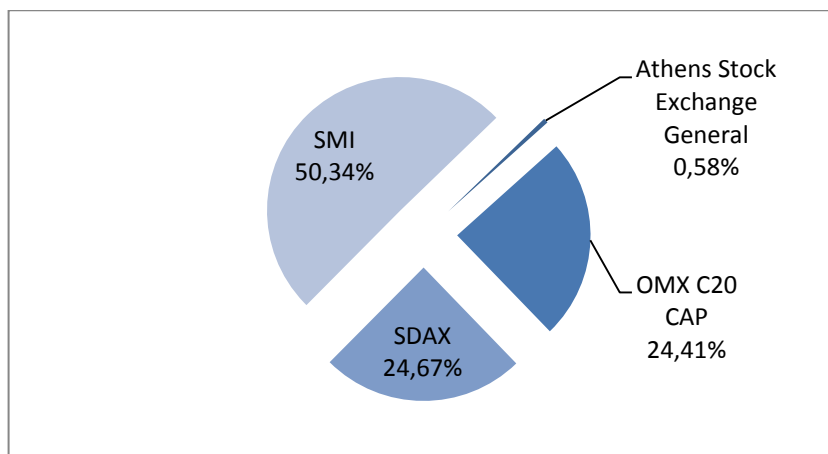
20-ame paveiksle yra pavaizduota efektyviojo portfelio sudėtis, kai rizikos koeficientas lygus 0,7. Matome, jog lyginant su ankstesniais portfeliais, indeksas *FTSE 100* yra neįtraukiamas į portfelio sudėtį. Lyginant portfelio sudėtis, kai rizikos koeficientas lygus 0,6 ir 0,7 matome, kad padidėjus rizikos svorio koeficientui, *OMX C20 CAP* indekso svorio koeficientas yra reikšmingai padidėjęs, o indekso *WIG20* svorio koeficientas – sumažėjęs.



Šaltinis: Sudaryta autorės

20 pav. Efektyviojo portfelio sudėtis, kai $r=0,7$

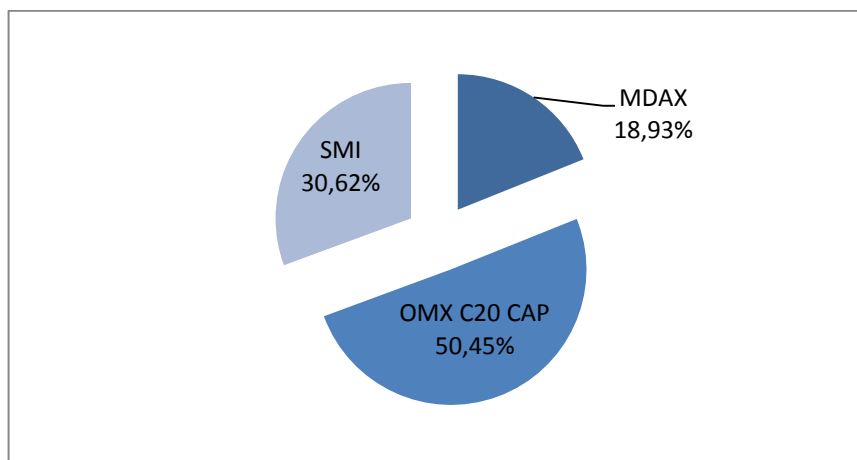
Kai rizikos svorio koeficientas yra lygus 0,8, į portfelio sudėtį indeksas *WIG20* yra neįtraukiamas. Pastebime, kad tendencingai *OMX C20 CAP* indekso svorio koeficientas didėja didinant rizikos svorio koeficientą. (žr. 21 pav.)



Šaltinis: Sudaryta autorės

21 pav. Efektyviojo portfelio sudėtis, kai $r=0,8$

Kai rizikos koeficientas yra lygus 0,9, į portfelio sudėtį yra įtraukiami trys indeksai: *SMI*, *MDAX*, *OMX C20 CAP*. Lyginat portfelio sudėtis, kai $r = 0,8$ ir $r = 0,9$, matome, kad padidėjus rizikos koeficientui indeksai *Athens Stock Exchange General* ir *SDAX* yra eliminuoti. Vietoje šių dviejų indeksų naujai š portfelio sudėtį yra įtraukiamas *MDAX* indeksas. (žr. 22 pav.)



Šaltinis: Sudaryta autorės

22 pav. Efektyviojo portfelio sudėtis, kai $r=0,9$

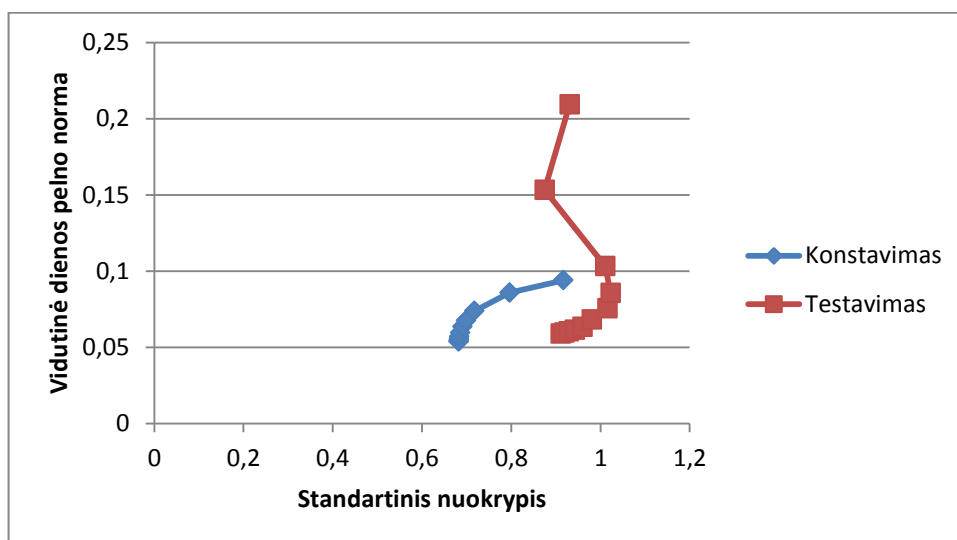
Kai rizikos koeficientas lygus vienetui, tuomet siūloma investuoti tik pagal vieną indeksą – *OMX CAP C20*. Šio indekso yra didžiausia vidutinė dienos pelno norma, todėl rizikingiausia investicija remiasi tik siekiu gauti kuo didesnę grąžą ir į rizikos eliminavimą nėra atsižvelgiama, dėl šios priežasties portfelis yra visiškai nediversifikuotas, todėl nesisteminė rizika visiškai yra nesumažinama ir tai padidina portfelio rizikingumą.

8 lentelė. Efektyviojo portfelio realizacijų skaitinės charakteristikos, kai r lygus nuo 0,4 iki 1

	Konstravimo laikotarpiu			Testavimo laikotarpiu		
	Dienos pelno normos vidurkis (%)	Dispersija	Standartinis nuokrypis	Dienos pelno normos vidurkis (%)	Dispersija	Standartinis nuokrypis
$r = 0,4$	0,0570	0,4673	0,6836	0,0634	0,9210	0,9597
$r = 0,5$	0,0596	0,4703	0,6858	0,0682	0,9617	0,9807
$r = 0,6$	0,0636	0,4773	0,6909	0,0756	1,0316	1,0157
$r = 0,7$	0,0676	0,4875	0,6982	0,0857	1,0458	1,0226
$r = 0,8$	0,0738	0,5144	0,7172	0,1032	1,0222	1,0110
$r = 0,9$	0,0858	0,6344	0,7965	0,1533	0,7655	0,8749
$r = 1$	0,0940	0,8403	0,9167	0,2093	0,8665	0,9308

Šaltinis: sudaryta autorės

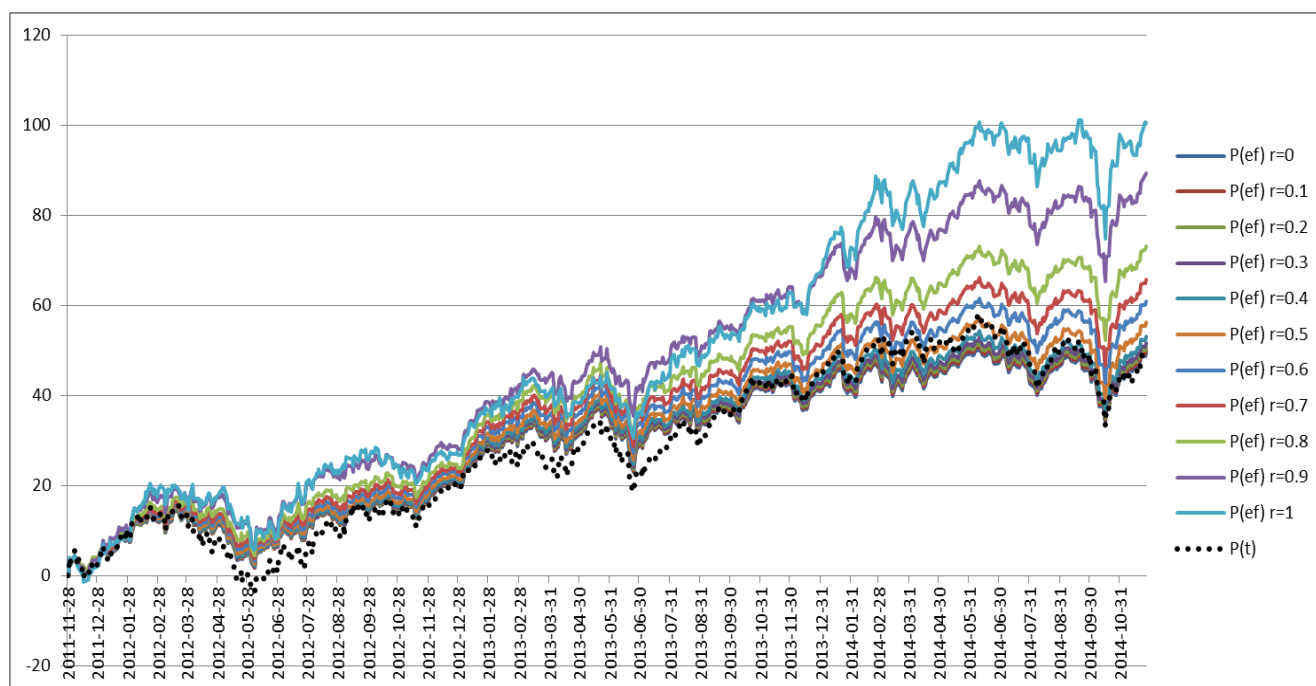
Remiantis 8-oje lentelėje pateiktomis skaitinėmis charakteristikomis, matome, jog testavimo laikotarpiu visais atvejais portfelio grąža yra didesnė nei tikėtina grąža, tačiau standartinio nuokrypio reikšmės taip pat yra didesnės. Konstravimo laikotarpiu rizikos koeficientui artėjant prie 1, didėja pelno normos vidurkis ir standartinis nuokrypis atitinkamai. Testavimo laikotarpiu, tendencingas grąžos vidurkio ir standartinio nuokrypio judėjimas matomas kol rizikos koeficientas pasiekia 0,8. Kai rizikos lygio koeficientas yra lygus 0,9 pelno normos vidurkis pasiekiamas su mažesniu standartiniu nuokrypiu lyginant su rezultatais, kai rizikos lygio koeficientas lygus 0,8. Efektyviųjų portfelių realizacijų dinamika kintant rizikos lygiui nuo 0 iki 1 yra pavaizduota 23 paveiksle.



Šaltinis: Sudaryta autorės

23 pav. Efektyviojo portfelio vidurkio priklausomybė nuo standartinio nuokrypio kintant rizikos koeficientui

Stebint efektyviojo portfelio vidurkio priklausomybės nuo standartinio nuokrypio dinamiką, kintant rizikos laipsnio koeficientui, testavimo ir konstravimo laikotarpiais, matome, jog testavimo laikotarpiu visų efektyviųjų portfelių tikėtina grąža yra didesnė nei konstravimo laikotarpiu, prie to paties rizikos koeficiento, Tačiau testavimo laikotarpiu, standartinio nuokrypio reikšmė yra visais atvejais didesnė, nei konstravimo laikotarpiu. Dėl šios priežasties investicija yra taip pat rizikingesnė, nei buvo tikėtasi stebint istorinius duomenis.



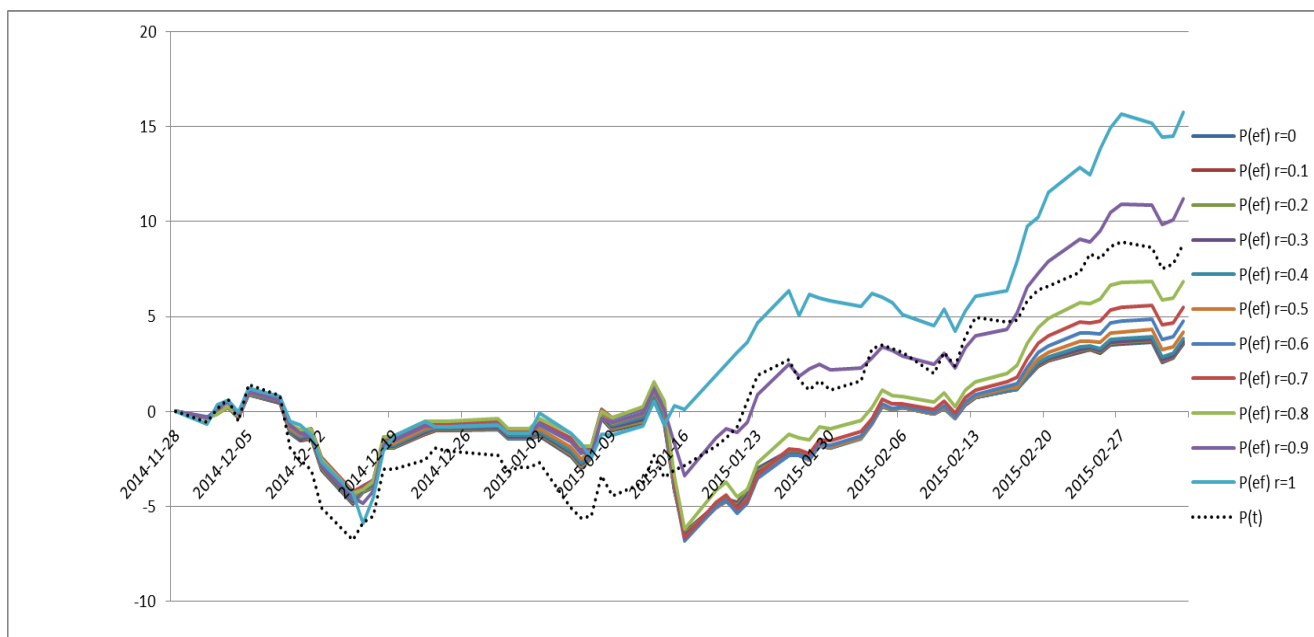
Šaltinis: Sudaryta autorės

24 pav. Efektyviųjų portfelių pelno normų dinamika konstravimo laikotarpiu

Efektyviųjų portfelių pelno normų dinamikos trendas yra kylantis. Didžiausias portfelio pelningumas buvo pasiektas laikotarpiu nuo 2014 metų gegužės iki lapkričio mėnesio, tačiau šiuo laikotarpiu matome du staigius portfelio pelningumo nuosmukius ir vėl pakilimus. Tokie staigūs portfelio pelningumo svyravimai ženkliai padidina investicinę riziką. Ši peno normų dinamika būdinga visiems sukonstruotiems efektyviems portfeliams.

Hipotezė, kad didžiausia grąža pasiekama su didžiausiu rizikos lygiu efektyviųjų portfelių atveju yra teisinga. Matome, kad didėjant rizikos lygio koeficientui, portfelio pelningumas ilguoju laikotarpiu taip pat didėja.

Lyginant efektyviųjų portfelių ir tolygiojo portfelio rezultatus, matome, kad dauguma atvejų efektyviųjų portfelių pelningumas yra didesnis nei tolygiojo portfelio.



Šaltinis: Sudaryta autorės

25 pav. Efektyviųjų portfelių pelno normų dinamika testavimo laikotarpiu

Investavimo laikotarpiu, matome, kad didžiąją laikotarpio dalį investicija pagal visas efektyviųjų portfelių sudėtis yra nuostolinga – pelno norma yra žemiau 0 %. Tačiau nuo 2015 metų sausio mėnesio vidurio pelno normų dinamikos trendas pradeda kilti. Investicinio laikotarpio pabaigoje visų sukonstruotų optimalių efektyviųjų portfelių pelno normos yra teigiamos. Tendencija išlieka, kad pelningesnė investicija yra ta, kurios rizika yra didesnė.

Lyginant efektyviųjų portfelių ir tolygiojo portfelio rezultatus, matome, kad nuosmukio metu, tolygiojo portfelio rezultatai buvo žemiausi. Tačiau tolygiojo portfelio trendas pradeda kilti anksčiau, nei daugelio efektyviųjų portfelių pelno normos dinamikos tendų ir investavimo laikotarpio pabaigoje tik du efektyvieji portfeliai, kai rizikos lygio koeficientas yra lygus 0,9 ir 1, yra pelningesni už tolygųjį portfelį.

Apibendrinant, galime teigti, kad investicija trumpuoju laikotarpiu pagal sukonstruotus efektyviuosius portfelius tikėtina būtų pelninga ir pelno normos vidurkis viršytų tikėtiną vidurkį, nustatytą pagal istorinius duomenis, tačiau investicija būtų rizikingesnė, nes trumpuoju laikotarpiu yra matomi ryškesni pelno normos verčių svyravimai. Konstravimo laikotarpiu dauguma efektyviųjų portfelių rodė geresnius pelningumo rezultatus lyginant su tolygiojo portfelio rezultatais, tačiau investiciniu laikotarpiu, vos dviejų portfelių pelningumas buvo didesnis nei tolygiojo portfelio.

3.4. Pusiausvyrinių portfelių konstravimas

Pagal 2.2 poskyryje pateiktą pusiausvyrinio portfelio apibrėžimą ir pasinaudodami 3.1 poskyryje pateiktomis kiekvieno indekso skaitinėmis charakteristikomis, konstruosime ir testuosime pusiausvyrinius portfelius.

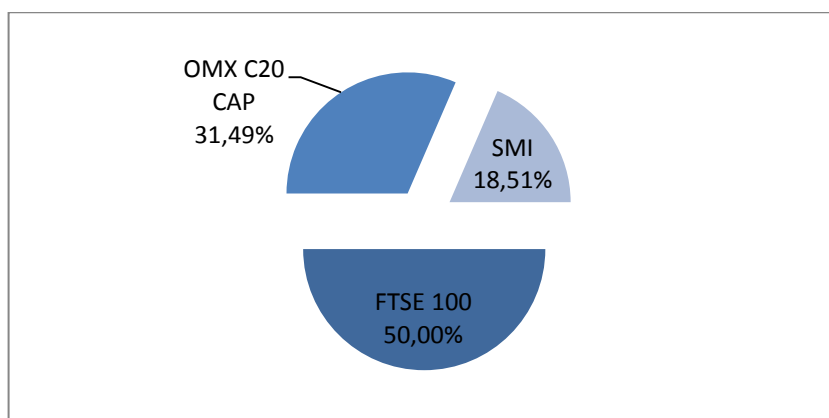
Pagrindiniai parametrai pusiausvyrinio portfelio yra porinis indeksų pelno normų vidurkis, porinis maksimumas ir minimumas bei kovariacija tarp i -tojo ir j -tojo indeksų. Kovariacijų matrica yra pateikta 4 priede. Porinių vidurkių bei minimumo ir maksimumo matricos yra pateiktos 6 priede. Šios matricos bus naudojamos skaičiuojant pusiausvyrinio portfelio komponentes.

Pusiausvyrinio portfelio komponentes apskaičiuosime su programos SAS/OR procedūra LP. Tam, kad galėtume pasinaudoti procedūra LP visų pirma funkcijos, apibrėžiančios portfelio sudėtį, kintamuosius ir apibrėžimo sritis aprašysime išskaidymo (*Sparse*) formatu. Visas pusiausvyrinio portfelio konstravimo modelio skaičiavimo algoritmas yra pateiktas 7 priede.

Naudojantis 7 priede pateiktu skaičiavimo algoritmu, surandame pusiausvyrinio portfelio strategijas. Naudojantis formulėmis (18), (19) yra randamos pusiausvyrinio portfelio komponentės.

Kai rizikos svorio koeficientas r kinta nuo 0 iki 1, kas 0,1 žingsnį, sukonstruojame 11 skirtingo rizikos lygio portfelių.

Kai rizikos svorio koeficientas yra lygus nuliui, gauname, jog pusiausvyrinis portfelis yra sudarytas iš trijų indeksų – *OMX C20 CAP*, *SMI*, *FTSE 100*. Didžiausią svorį portfelio sudėtyje turi indeksas *FTSE 100*. Atitinkamai mažesni svoriai priklauso indeksams *OMX C20 CAP* ir *SMI* (žr. 26 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

26 pav. Pusiausvyrinio portfelio sudėtis, kai $r=0$

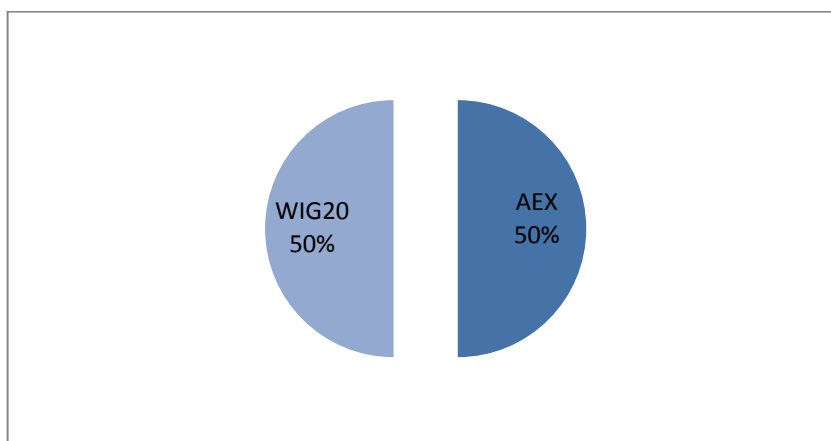
Rizikos koeficientui kintant nuo 0,1 iki 0,9, visi 9 portfeliai yra sudaryti iš 5 indeksų: *AEX*, *FTSE 100*, *OMX C20 CAP*, *SMI* ir *WIG20*. Kintant rizikos koeficientui portfelio struktūra nesikeičia, skiriasi tik indeksų svorių koeficientai sudėtyje (žr. 9 lent.).

9 lentelė. Pusiausvyrinių portfelių sudėtis, kai r lygus nuo 0,1 iki 0,9

Rizikos svorio koeficientas	Indeksai				
	<i>AEX</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>OMX C20 CAP</i>	<i>SMI</i>	<i>WIG 20</i>
$r = 0,1$	5,00 %	28,34 %	45,00 %	16,66 %	5,00 %
$r = 0,2$	10,00 %	25,19 %	40,00 %	14,81 %	10,00 %
$r = 0,3$	15,00 %	22,05 %	35,00 %	12,95 %	15,00 %
$r = 0,4$	20,00 %	18,90 %	30,00 %	11,10 %	20,00 %
$r = 0,5$	25,00 %	15,75 %	25,00 %	9,25 %	25,00 %
$r = 0,6$	30,00 %	12,60 %	20,00 %	7,40 %	30,00 %
$r = 0,7$	35,00 %	9,45 %	15,00 %	5,55 %	35,00 %
$r = 0,8$	40,00 %	6,30 %	10,00 %	3,70 %	40,00 %
$r = 0,9$	45,00 %	3,15 %	5,00 %	1,85 %	45,00 %

Šaltinis: sudaryta autorės

Stebėdami indeksų svorius portfelių sudėtyje, matome tendenciją, jog didėjant rizikos koeficientui, indeksų *WIG 20* ir *AEX* svorio koeficientai didėja, o indeksų *FTSE100*, *OMX C20 CAP* ir *SMI* svorio koeficientai mažėja. Iš šių trijų indeksų buvo sudarytas portfelis kai rizikos lygio koeficientas buvo lygus nuliui. Kai rizikos lygio koeficientas lygus vienetui, indeksai *FTSE100*, *OMX C20 CAP* ir *SMI* nebepakliūna į portfelio sudėtį. Kai $r=1$, pusiausvyrinis portfelis yra sudarytas iš dviejų indeksų: *AEX* ir *WIG20* (žr. 27 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

27 pav. Pusiausvyrinio portfelių sudėtis, kai $r=1$

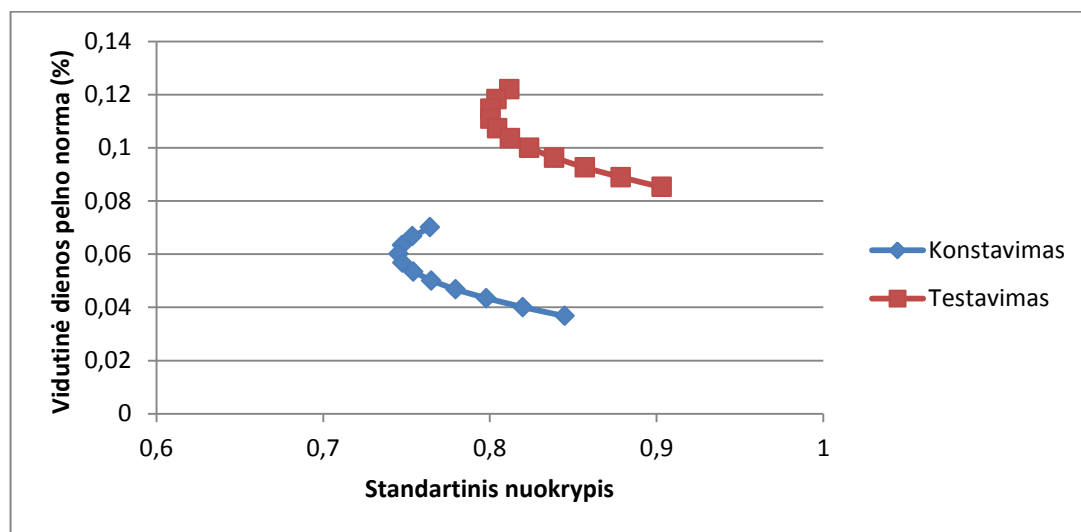
Pusiausvyrinių portfelių įgyjamos skaitinės charakteristikos (dienos pelno normos vidurkis, dispersija ir standartinis nuokrypis), kai rizikos lygio koeficientas kinta nuo 0 iki 1, kas 0,1 žingsni, konstravimo ir testavimo laikotarpiais yra pateiktos 10-oje lentelėje.

10 lentelė. Pusiausvyrinio portfelio realizacijų skaitinės charakteristikos, kai r lygus nuo 0 iki 1

	Konstravimo laikotarpiu			Testavimo laikotarpiu		
	Dienos pelno normos vidurkis (%)	Dispersija	Standartinis nuokrypis	Dienos pelno normos vidurkis (%)	Dispersija	Standartinis nuokrypis
$r = 0$	0,0700	0,5837	0,7640	0,1219	0,6590	0,8118
$r = 0,1$	0,0667	0,5679	0,7536	0,1183	0,6466	0,8041
$r = 0,2$	0,0634	0,5586	0,7474	0,1146	0,6405	0,8003
$r = 0,3$	0,0600	0,5556	0,7454	0,1109	0,6407	0,8004
$r = 0,4$	0,0567	0,5590	0,7477	0,1072	0,6470	0,8044
$r = 0,5$	0,0534	0,5688	0,7542	0,1036	0,6595	0,8121
$r = 0,6$	0,0500	0,5850	0,7649	0,0999	0,6783	0,8236
$r = 0,7$	0,0467	0,6077	0,7795	0,0962	0,7033	0,8386
$r = 0,8$	0,0434	0,6367	0,7979	0,0926	0,7345	0,8570
$r = 0,9$	0,0400	0,6721	0,8198	0,0889	0,7719	0,8786
$r = 1$	0,0367	0,7139	0,8450	0,0852	0,8155	0,9031

Šaltinis: sudaryta autorės

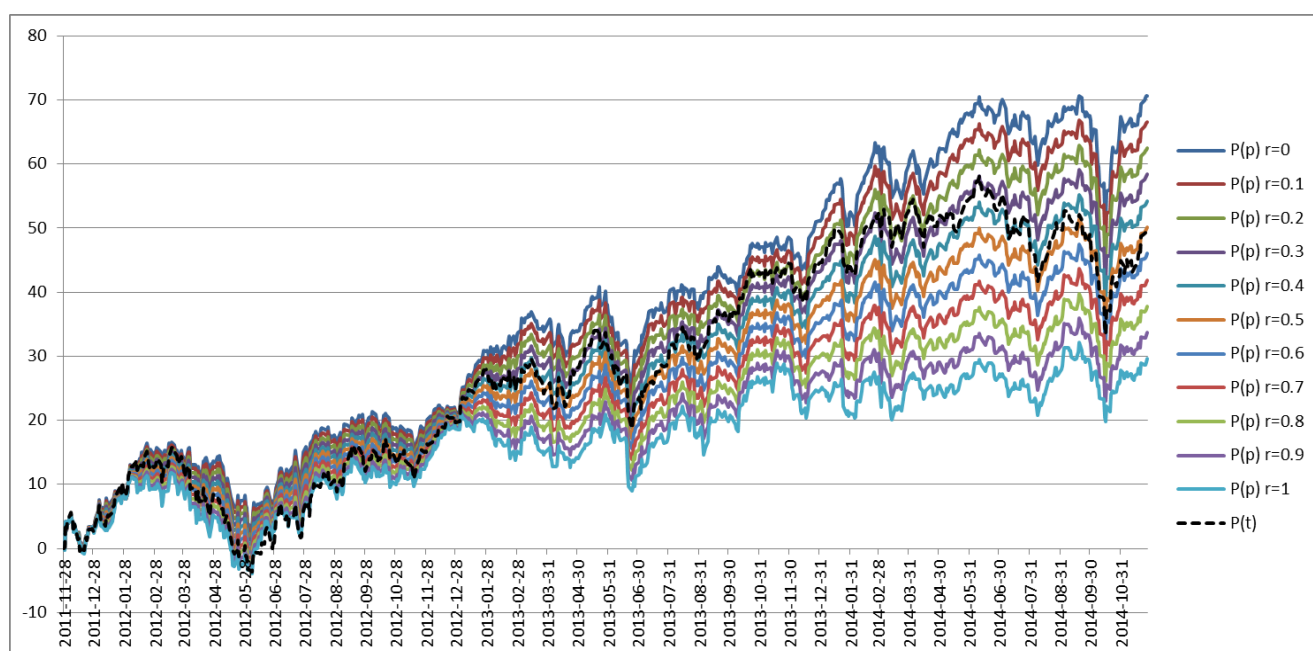
Remiantis 10-oje lentelėje pateiktomis skaitinėmis charakteristikomis, matome, jog testavimo laikotarpiu visais atvejais tikėtina portfelio pelno norma yra ženkliai didesnė lyginant su vidutine pelno norma konstravimo laikotarpiu. Tačiau taip pat pastebime ryšį tarp vidurinės gražos ir standartinio nuokrypio – didėjant vidutinei gražai, didėja ir standartinis nuokrypis. Pusiausvyrinių portfelių realizacijų dinamika kintant rizikos lygiui yra pavaizduota 28 paveiksle.



Šaltinis: Sudaryta autorės

28 pav. Pusiausvyrinio portfelio vidurkio priklausomybė nuo standartinio nuokrypio kintant rizikos koeficientui

Matome, jog priešingai nei anksčiau analizuotų efektyviųjų portfelių atveju, pusiausvyriniai portfeliai didžiausią pelno normos vidurkį ir standartinį nuokrypį įgyja, kai rizikos lygio koeficientas lygus nuliui. Matome, kad rizikos koeficientui didėjant, pelno normos vidurkis mažėja tiek konstravimo, tiek testavimo laikotarpiais. Taip pat pastebime, kad rizikos koeficientui kintant nuo 0 iki 0,3, standartinis nuokrypis mažėja, t.y. svyravimai tampa mažiau pastebimi ir investicija tikėtina būtų mažiau rizikinga. Kai r kinta nuo 0,4 iki 1, standartinis nuokrypis tolygiai didėja – investicija tampa rizikingesnė, nes pastebimi didesni svyravimai. Ši tendencija pastebima konstravimo ir testavimo laikotarpiais.



Šaltinis: Sudaryta autorės

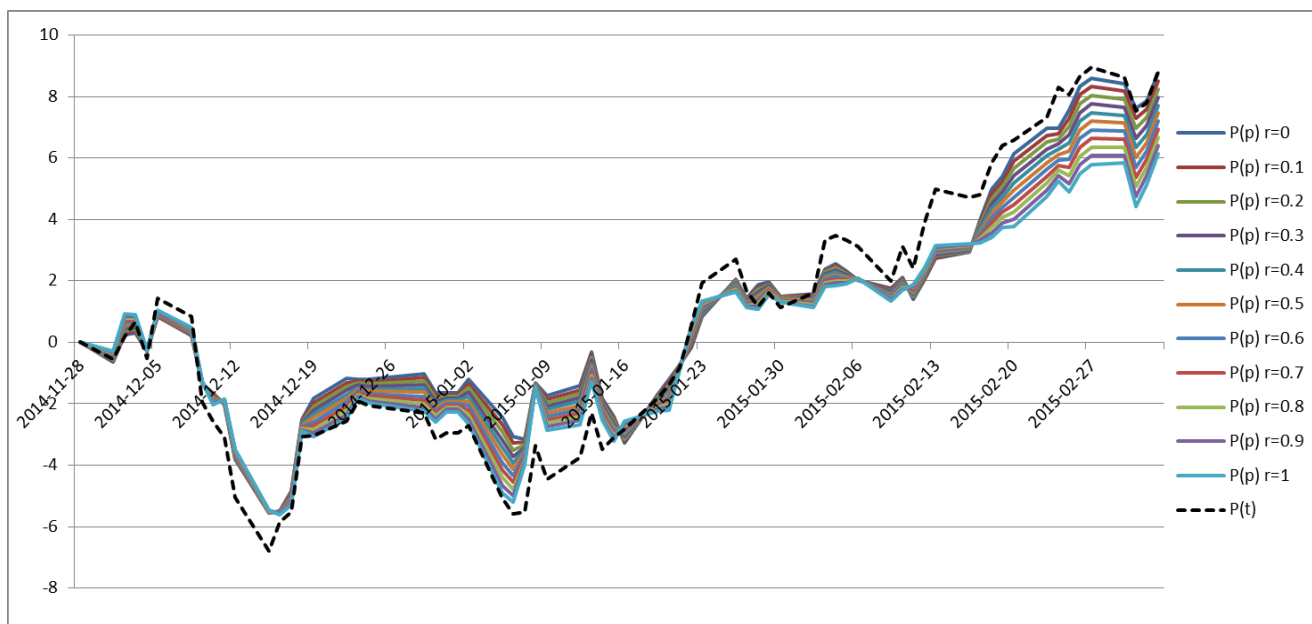
29 pav. Pusiausvyrinių portfelių pelno normų dinamika konstravimo laikotarpiu

Kaip ir anksčiau nagrinėtų sukonstruotų portfelių, pusiausvyrinių portfelių pelno normų dinamikos trendas konstravimo laikotarpiu taip pat yra kylantis. Didžiausias portfelio pelningumas buvo pasiektas laikotarpiu nuo 2014 metų gegužės iki lapkričio mėnesio, tačiau kaip ir tolygiojo bei efektyviųjų portfelių atveju, šiuo laikotarpiu matome du staigius portfelio pelningumo nuosmukius ir vėl pakilimus.

Pusiausvyrinių portfelių atveju hipotezė, kad didžiausia grąžą pasiekama su didžiausiu rizikos lygiu yra neteisinga. Matome, kad mažėjant rizikos lygio koeficientui, portfelio pelningumas ilgoju laikotarpiu didėja. Taigi pusiausvyrinių portfelių atveju, mūsų tiriamuoju laikotarpiu, portfeliai su mažesne rizika įgyja didesnę grąžą nei rizikingesni portfeliai.

Lyginant pusiausvyrinių portfelių ir tolygiojo portfelio rezultatus, matome, kad kai rizikos koeficientas kinta nuo 0 iki 0,4 dažnu atveju pusiausvyriniai portfeliai įgyja didesnę pelningumą nei

tolygusis portfelis. Tačiau rizikos koeficientui artėjant prie vieneto, tolygiojo portfelio pelningumo rezultatai yra geresni nei pusiausvyrinių portfelių.



Šaltinis: Sudaryta autorės

30 pav. Pusiausvyrinių portfelių pelno normų dinamika testavimo laikotarpiu

Investavimo laikotarpiu, matome, kad iki 2015 metų sausio 21 dienos investicija pagal pusiausvyrinius portfelius yra nuostolinga, pelno norma yra žemiau nulio procentų. Tačiau nuo 2015 metų sausio mėnesio 22 dienos visų pusiausvyrinių portfelių pelno normų dinamikos trendas pradeda kilti. Pastebime, kad visų portfelių pelno normų dinamika reikšmingai nesiskiria, pelno normų svyravimai yra labai panašūs. Investicinio laikotarpio pabaigoje visų sukonstruotų optimalių efektyviųjų portfelių pelno normos yra teigiamos. Tačiau kaip ir konstravimo laikotarpiu, investavimo laikotarpiu išlieka tendencija, kad rizikingesnio portfelio pelningumas yra mažesnis lyginant su portfeliais, kurių rizikos lygio koeficientas mažesnis.

Lyginant pusiausvyrinių portfelių ir tolygiojo portfelio rezultatus, matome, kad pelno normų nuosmukio metu, tolygiojo portfelio rezultatai buvo žemiausi. Tačiau nuo 2015 metų sausio mėnesio 22 dienos pelno normų dinamikos trendas pradeda kilti ir investicija pagal tolygųjį portfelį tampa pelningesnė lyginant su investicija pagal pusiausvyrinius portfelius. Investavimo laikotarpio pabaigoje, tolygiojo portfelio pelningumas yra didesnis už visų sukonstruotų pusiausvyrinių portfelių pelningumą.

Apibendrinant, galime teigti, jog visų 11 sukonstruotų pusiausvyrinių portfelių tikėtina grąža testavimo laikotarpiu yra didesnė, nei konstravimo laikotarpiu. Tačiau pelno normos verčių svyravimai taip pat yra didesni testavimo laikotarpiu, todėl investicija yra rizikingesnė, nei buvo tikimasi remiantis istoriniais duomenimis. Pusiausvyrinių portfelių atveju rizikingesni portfeliai duoda mažesnę grąžą nei portfeliai su mažesne rizika. Konstravimo laikotarpiu sukonstruotų pusiausvyrinių portfelių

pelningumo rezultatai, kai rizikos koeficientas kinta nuo 0 iki 0,4, yra geresni lyginant su tolygiojo portfelio rezultatais. Visų kitų portfelių pelningumas yra mažesnis nei tolygiojo portfelio. Investiciniu laikotarpiu visų pusiausvyrinių portfelių pelningumo rezultatai yra teigiami, tačiau jie yra žemesni nei tolygiojo portfelio pelningumo rezultatai.

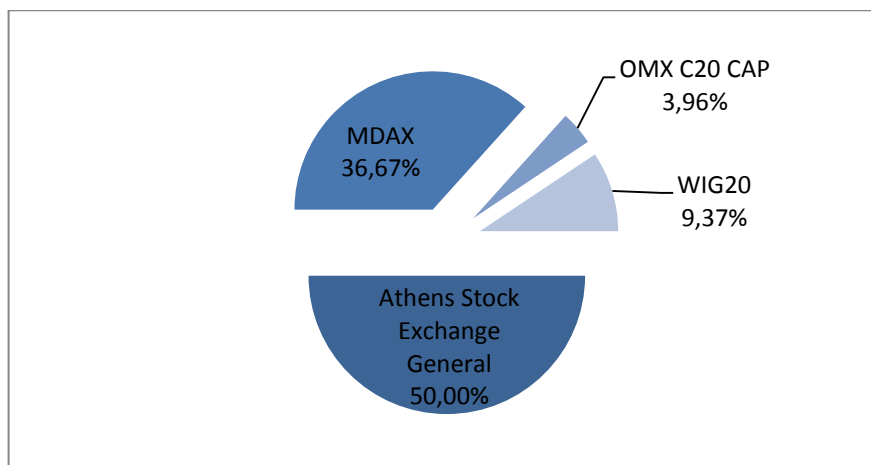
3.5. Maksimino - minimakso optimalaus portfelio radimas

Remdamiesi 2.2 poskyryje aprašytu maksimino - minimakso portfelio modeliu konstruosime ir testuosime skirtingo rizikingumo optimalius portfelius.

Tam, kad galėtume sukonstruoti maksimino - minimakso portfelį, mums reikia apskaičiuoti kiekvieno indekso vidurkį, standartinę nuokrypį, maksimumą ir minimumą kiekvienam mėnesiui konstravimo laikotarpiu. Portfelių konstravimui naudojame duomenis priklausančius laikotarpiui nuo 2011-11-28 iki 2014-11-27. Kadangi 2011 metų lapkričio mėnesiui priklauso tik du stebėjimai, tai šie duomenys nebus įtraukti į portfelio konstravimą, nes nėra tikslinga dviejų dienų stebėjimus vertinti kaip viso mėnesio duomenis. i -tojo mėnesio j -tojo indekso apskaičiuotos skaitinės charakteristikos yra pateiktos 8-tame priede.

Maksimino ir minimakso portfelio strategijoms rasti naudosime programos SAS/OR procedūrą LP. Maksimino – minimakso portfelio strategijų skaičiavimo algoritmas yra pateiktas 9 priede. Suradus maksimino – minimakso portfelio strategijas, portfelio sudėtis yra randamos pagal formules (23) ir (24). Kaip ir ankstesniais atvejais sukonstruojame 11 skirtingo rizikos lygio portfelius, kai rizikos svorio koeficientas r kinta nuo 0 iki 1, kas 0,1 žingsnį.

Kai rizikos svorio koeficientas yra lygus nuliui, gauname, jog maksimino - minimakso portfelis yra sudarytas iš keturių indeksų – *Athens Stock Exchange General*, *MDAX*, *WIG 20* ir *OMX C20 CAP*. Didžiausia dalis portfelio sudėtyje tenka indeksui *Athens Stock Exchange General* – 50 %, 36,67 % portfelio sudaro *MDAX* indeksas. Likusią portfelio dalį sudaro indeksai *WIG20* ir *OMX C20 CAP* atitinkamai (žr. 31 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

31 pav. Maksimino - minimakso portfelio sudėtis, kai $r=0$

Rizikos koeficientui kintant nuo $0,1$ iki $0,9$, visi 9 portfeliai yra sudaryti iš 6 indeksų: *Athens Stock Exchange General*, *FTSE 100*, *MDAX*, *OMX C20 CAP*, *SDAX* ir *WIG20*. Kintant rizikos koeficientui portfelio sudėtis nesikeičia, skiriasi tik indeksų svorių koeficientai sudėtyje (žr. 11 lent.).

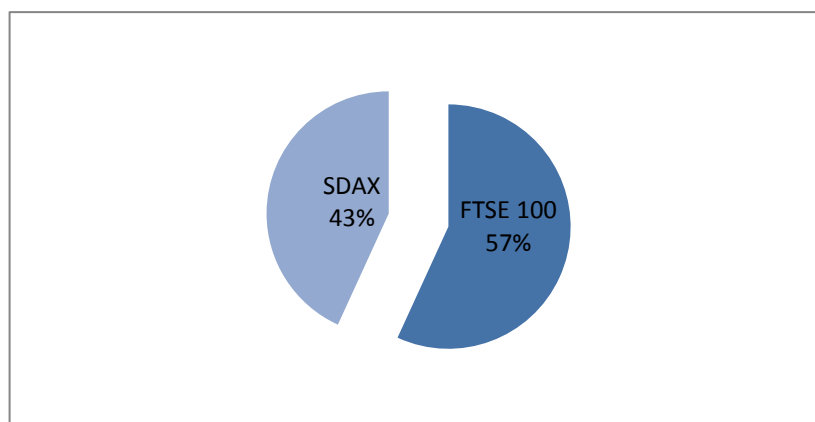
11 lentelė. Maksimino - minimakso portfelių sudėtis, kai r kinta nuo $0,1$ iki $0,9$

Rizikos svorio koeficientas	Indeksai					
	<i>Athens Stock Exchange General</i>	<i>FTSE 100</i>	<i>MDAX</i>	<i>OMX C20 CAP</i>	<i>SDAX</i>	<i>WIG 20</i>
$r = 0,1$	45,00 %	5,68 %	33,00 %	3,57 %	4,32 %	8,42 %
$r = 0,2$	40,00 %	11,36 %	29,34 %	3,17 %	8,63 %	8,00 %
$r = 0,3$	35,00 %	17,05 %	25,67 %	2,77 %	12,95 %	6,56 %
$r = 0,4$	30,00 %	22,73 %	22,00 %	2,38 %	17,27 %	5,62 %
$r = 0,5$	25,00 %	28,42 %	18,34 %	1,98 %	21,58 %	4,68 %
$r = 0,6$	20,00 %	34,10 %	14,67 %	1,58 %	25,90 %	3,75 %
$r = 0,7$	15,00 %	39,78 %	11,00 %	1,19 %	30,22 %	2,81 %
$r = 0,8$	10,00 %	45,47 %	7,33 %	0,79 %	34,53 %	1,88 %
$r = 0,9$	5,00 %	51,15 %	3,67 %	0,40 %	38,85 %	0,94 %

Šaltinis: sudaryta autorės

Stebėdami indeksų svorius portfelių sudėtyje, matome tendenciją, jog rizikos koeficientui artėjant prie vieneto, indeksų *SDAX* ir *FTSE 100* svorio koeficientai didėja, o likusių kitų indeksų svorio koeficientai portfelio sudėtyje tendencingai mažėja. Kai rizikos lygio koeficientas lygus

vienetui, indeksai *Athens Stock Exchange General*, *MDAX*, *WIG20* ir *OMX C20 CAP* nebepakliūna į portfelio sudėtį – iš šių keturių indeksų buvo sudarytas portfelis kai $r=0$. Kai $r=1$, maksimino - minimakso portfelis yra sudarytas iš dviejų indeksų: *SDAX* ir *FTSE 100* (žr. 32 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

32 pav. Maksimino ir minimakso portfelio sudėtis, kai $r=1$

Visų sukonstruotų maksimino - minimakso portfelių įgyjamos skaitinės charakteristikos (dienos pelno normos vidurkis, dispersija ir standartinis nuokrypis), kai rizikos lygio koeficientas kinta nuo 0 iki 1, kas 0,1 žingsnį, konstravimo ir testavimo laikotarpiais yra pateiktos 12-oje lentelėje.

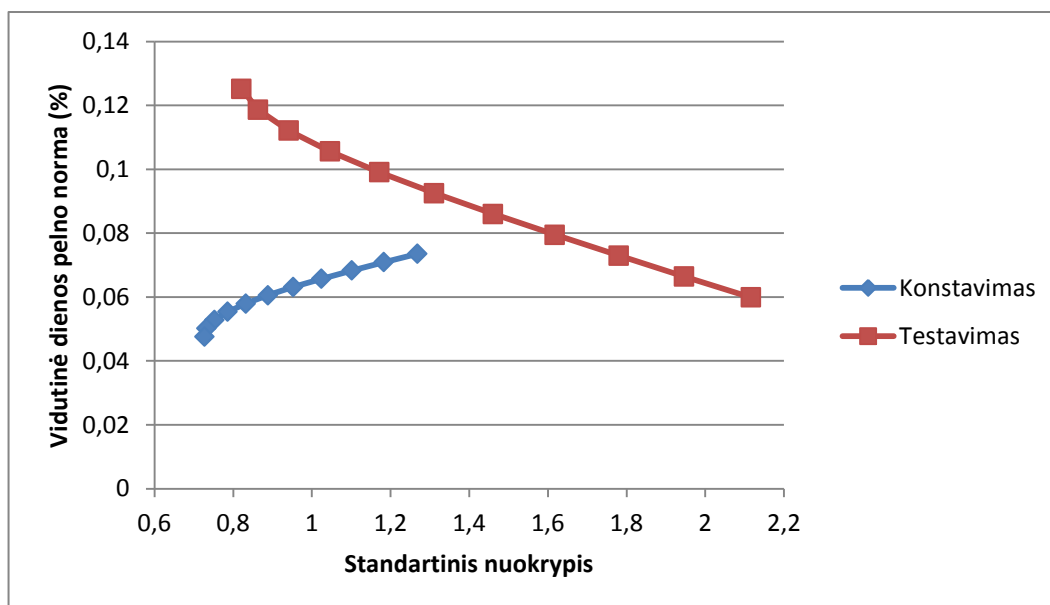
12 lentelė. Maksimino - minimakso portfelio realizacijų skaitinės charakteristikos, kai r kinta nuo 0 iki 1

	Konstravimo laikotarpiu			Testavimo laikotarpiu		
	Dienos pelno normos vidurkis (%)	Dispersija	Standartinis nuokrypis	Dienos pelno normos vidurkis (%)	Dispersija	Standartinis nuokrypis
$r = 0$	0,0735	1,6092	1,2685	0,0599	4,4793	2,1164
$r = 0,1$	0,0709	1,4006	1,1835	0,0664	3,7899	1,9468
$r = 0,2$	0,0683	1,2143	1,1019	0,0730	3,1692	1,7802
$r = 0,3$	0,0657	1,0503	1,0249	0,0795	2,6171	1,6177
$r = 0,4$	0,0632	0,9088	0,9533	0,0860	2,1336	1,4607
$r = 0,5$	0,0606	0,7896	0,8886	0,0925	1,7187	1,3110
$r = 0,6$	0,0580	0,6928	0,8323	0,0991	1,3725	1,1716
$r = 0,7$	0,0554	0,6184	0,7864	0,1056	1,0950	1,0464
$r = 0,8$	0,0528	0,5663	0,7525	0,1121	0,8860	0,9413
$r = 0,9$	0,0502	0,5366	0,7325	0,1187	0,7457	0,8636
$r = 1$	0,0476	0,5292	0,7275	0,1252	0,6741	0,8210

Šaltinis: sudaryta autorės

Remiantis 12-oje lentelėje pateiktomis skaitinėmis charakteristikomis, matome, kad konstravimo laikotarpiu, rizikos lygio koeficientui didėjant, pelno normos vidurkis ir standartinis nuokrypis mažėja. Tačiau testavimo laikotarpiu, matome, jog rizikos koeficientui artėjant prie 1, vidutinė pelno norma didėja, o standartinis nuokrypis mažėja. Tai reiškia, kad testavimo laikotarpiu, didėjant r reikšmei, pasiekama didesnė pelno norma su mažesniais pelno normų svyravimais.

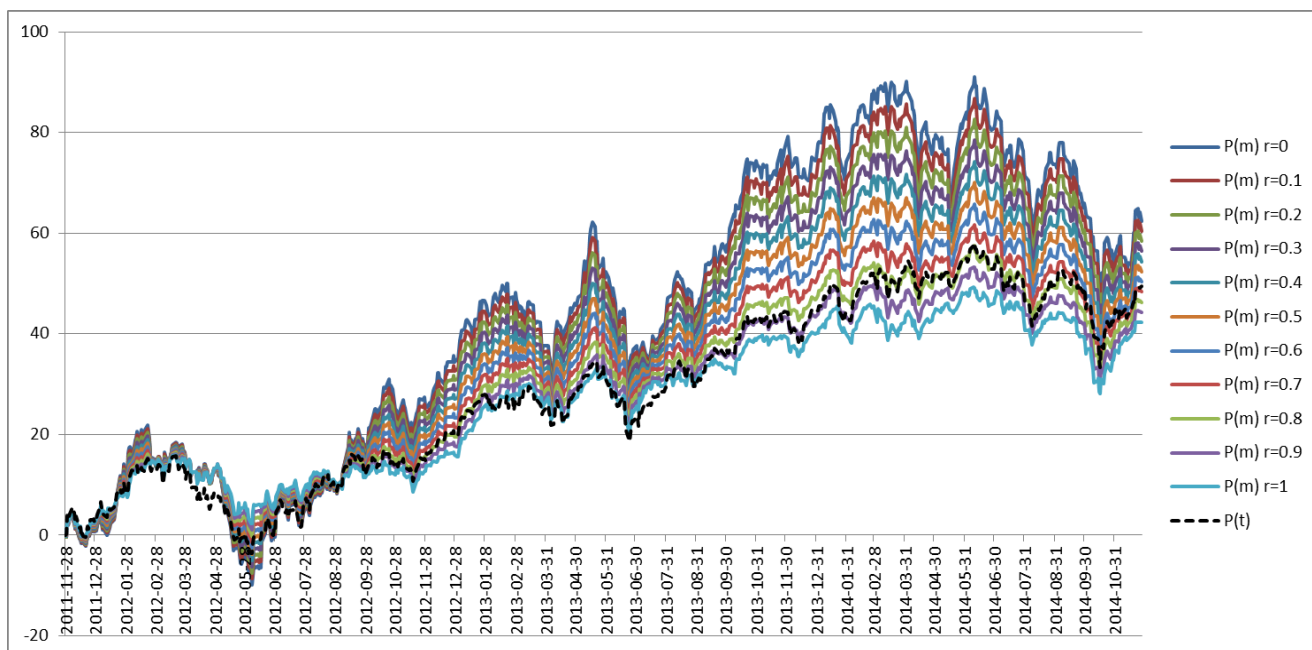
Maksimino ir minimakso portfelių realizacijų dinamika kintant rizikos lygiui yra pavaizduota 33 paveiksle.



Šaltinis: Sudaryta autorės

33 pav. Maksimino ir minimakso portfelio vidurkio priklausomybė nuo standartinio nuokrypio kintant rizikos koeficientui

Lyginant tų pačių portfelių skaitines charakteristikas testavimo ir konstravimo laikotarpiais, matome, kad visais atvejais testavimo laikotarpiu matomi didesni svyravimai, todėl investicija yra rizikingesnė nei vertinant istorinius duomenis. Kai r lygi 0 ir 0,1, testavimo laikotarpiu pelno normos vidurkis yra mažesnis nei tikėtinas pelno normos vidurkis. Tokiu atveju investicija yra rizikingesnė ir neatitinka gražai keliamų lūkesčių – portfelių rodomi rezultatai yra neigiami. Rizikos koeficientui r kintant nuo 0,2 iki 1, standartinis nuokrypis testavimo laikotarpiu išlieka didesnis, tačiau vidutinė pelno norma ženkliai didėja r artėjant prie 1. Investicija rizikinga, bet gražos rezultatai teigiami.



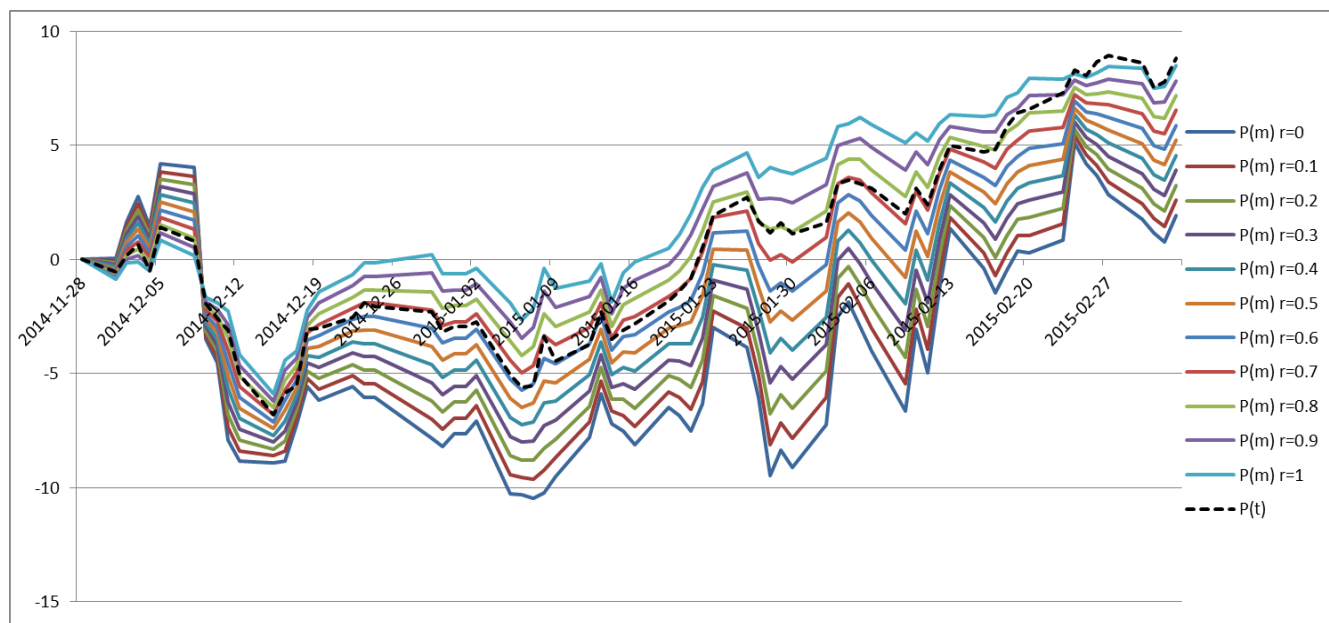
Šaltinis: Sudaryta autorės

34 pav. Maksimino - minimakso portfelių pelno normų dinamika konstravimo laikotarpiu

Maksimino - minimakso portfelių pelno normų dinamikos trendas konstravimo laikotarpiu yra kylantis. Didžiausias portfelio pelningumas matomas 2014 metų sausio, vasario ir birželio mėnesiais. Tačiau pastebime, kad pelno normų svyravimai yra ryškūs, ypač kai rizikos lygio koeficientas yra arčiau nulio. Dėl didelių pelno normų svyravimų, galime teigti, jog maksimino – minimakso portfeliai yra rizikingi.

Maksimino – minimakso metodu sukonstruotų optimalių portfelių atveju hipotezė, kad didžiausia grąža pasiekama su didžiausiu rizikos lygiu yra neteisinga. Matome, kad mažėjant rizikos lygio koeficientui, portfelio pelningumas ilguoju laikotarpiu didėja. Taigi maksimino - minimakso portfelių atveju, mūsų tiriamuoju laikotarpiu, portfeliai su mažesniu rizikos koeficientu įgyja didesnę grąžą nei didesnį rizikos koeficientą turintys portfeliai.

Lyginant maksimino - minimakso portfelių ir tolygiojo portfelio rezultatus, matome, kad dažnu atveju maksimino - minimakso portfeliai įgyja didesnę pelningumą nei tolygusis portfelis. Tačiau artėjant rizikos koeficientui prie vieneto, konstravimo laikotarpio pabaigoje tolygiojo portfelio pelningumo rezultatai yra didesni nei maksimino ir minimakso optimalių portfelių rezultatai.



Šaltinis: Sudaryta autorės

35 pav. Maksimino - minimakso portfelių pelno normų dinamika testavimo laikotarpiu

Maksimino – minimakso portfelių testavimo laikotarpiu pelno normos beveik visą laikotarpį yra neigiamos. Remiantis maksimumo – minimakso pelno normų dinamikos trendu testavimo laikotarpiu, matome, kad kai rizikos koeficientas yra arti nulio, pelno normų svyravimai yra labai ryškūs. Rizikos koeficientui artėjant link vienetą portfelių pelningumo rezultatai yra didesni ir pelno normų svyravimai mažesni. Remiantis empiriniu tyrimu, portfeliai, kurių rizikos laipsnio koeficientas yra didesnis, įgyja didesnes pelno normas su mažesniu standartiniu nuokrypiu. Taigi yra pasiekiamas didesnis pelningumas su mažesne rizika.

Konstravimo laikotarpiu buvo matoma tendencija, kad didėjant rizikos lygio koeficientui maksimumo – minimakso portfelių pelningumas mažėja. Tačiau investavimo laikotarpiu, matome priešingą tendenciją, t. y. rizikos koeficientui artėjant prie vienetą portfelių pelningumas taip pat didėja.

Atsižvelgiant į maksimumo - minimakso portfelių ir tolygiojo portfelio rezultatus, matome, kad pusę investavimo laikotarpio maksimumo – minimakso portfeliai kai rizikos koeficientas yra lygus nuo 0,8 iki 1, įgyja geresnius pelningumo rezultatus, nei tolygusis portfelis. Visi kiti maksimumo – minimakso portfeliai įgyja mažesnes pelno normas lyginant su tolygiuoju portfeliumi. Tačiau investicinio laikotarpio pabaigoje, tolygiojo portfelio pelningumas yra didžiausias lyginant su visais maksimumo – minimakso portfelių pelningumo rezultatais.

Apibendrinant, galime teigti, jog daugeliu atvejų maksimumo ir minimakso portfelio vidutinė grąža yra didesnė testavimo laikotarpiu, nei buvo prognozuojama remiantis istoriniais duomenimis. Tačiau testavimo laikotarpiu vidutinis standartinis nuokrypis yra reikšmingai didesnis už tikėtiną standartinį nuokrypį. Remiantis empirinio tyrimo duomenimis, konstravimo laikotarpiu, daugelis

maksimino – minimakso optimalių portfelių įgyja didesnę pelningumą nei tolygusis portfelis, tačiau testavimo laikotarpiu tolygiojo portfelio rezultatai yra aukštesni už visus maksimino – minimakso portfelio pelningumo rezultatus.

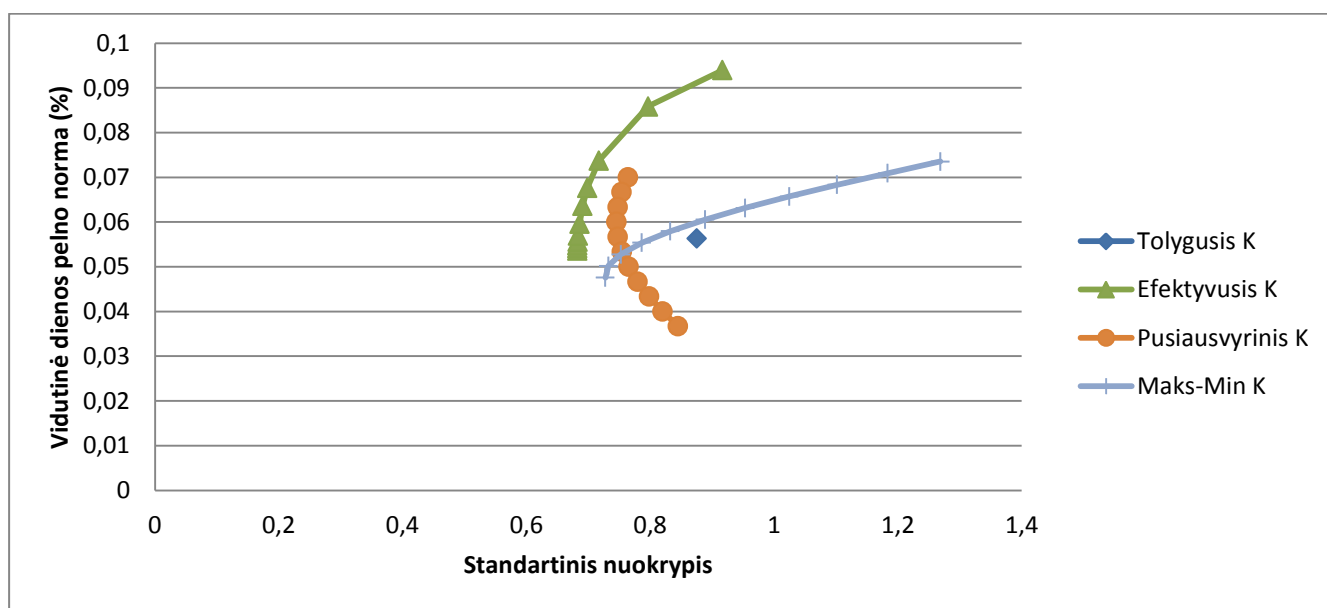
3.6. Optimalių investicinių portfelių rezultatų analizė

Portfelių konstravimui naudojama 15-kos indeksų – *AEX, Athens Stock Exchange General, BEL 20, CAC40, FTSE 100, FTSE MIB, IBEX 35, MDAX, OMX C20 CAP, OMX Stockholm 30, PSI 20, SBF120, SDAX, SMI, WIG20* - istorinius duomenis nuo 2011.11.28 iki 204.11.27. Apibendrinant visus portfelius sukonstruotus pagal tolygiojo, efektyviojo, pusiausvyrinio, maksiminimo - minimakso portfelių modelius, galima teigti, jog indeksai *FTSE 100, OMX C20 CAP, SDAX* ir *WIG20* dažniausiai buvo įtraukiami į optimalių portfelių sudėtis. Remiantis koreliacijos matrica pateikta 10 priede, yra matoma, kad tarp šių indeksų tiesinė priklausomybė yra silpna arba vidutiniška, todėl šių indeksų įtraukimas į portfelio sudėtį leidžia išnaudoti diversifikacijos privalumus. Indeksai *BEL 20, CAC40, FTSE MIB, IBEX 35, OMX Stockholm 30, PSI 20, SBF120* nepakliuvo į nei vieno sukonstruoto optimalaus portfelio sudėtį. Šie indeksai nepakliuvo į portfelio sudėtis, nes tarp jų matoma stipri tiesinė priklausomybė. Ši savybė neleidžia išnaudoti diversifikacijos privalumo, siekiant sumažinti nesisteminę riziką.

Atsižvelgiant į visų portfelių pelno normos vidurkio ir standartinio nuokrypio rezultatus konstravimo ir testavimo laikotarpiais, galima teigti, kad konstravimo laikotarpiu visi investicinio portfelio optimizavimo modeliai daugeliu atvejų yra pranašesni už tolygųjį portfelį, t.y. kad yra pasiekama didesnė vidutinė grąža su mažesniu vidutiniu standartiniu nuokrypiu. Remiantis vidurkio – dispersijos kriterijumi, galime teigti, kad konstravimo laikotarpiu geriausias rezultatus parodo portfeliai sukonstruoti pagal efektyviojo portfelio modelį, t.y. šio modelio portfelių tikėtina vidutinė pelno norma pasiekama didžiausia su mažiausiu standartiniu nuokrypiu lyginant su kitais portfeliais. Rizikingiausias portfelis yra maksimino - minimakso portfelis. Šio portfelio standartinio nuokrypio reikšmė pati didžiausia, o tikėtina vidutinė pelno norma yra artima kitų modelių portfeliams.

Remiantis sukonstruotų portfelių gautais rezultatais, galime teigti, jog optimalus investicinis portfelio modelis įgyjantis didžiausią vidutinę grąžą su mažiausiu standartiniu nuokrypiu yra efektyvusis portfelio optimizavimo modelis. Jeigu investuotojas siekia didesnės grąžos ir toleruoja riziką, tuomet antroje vietoje yra maksimino - minimakso optimalaus portfelio modelis. Tačiau konservatyvesnis investuotojas didesnę tikimybę, kad skirtų pirmenybę pusiausvyriniam optimalaus portfelio modeliui, lyginant portfelių rezultatus su maksimino - minimakso portfelių rezultatais. Kadangi pusiausvyrinio portfelio grąžos standartinis nuokrypis daugeliu atvejų yra ženkliai mažesnis

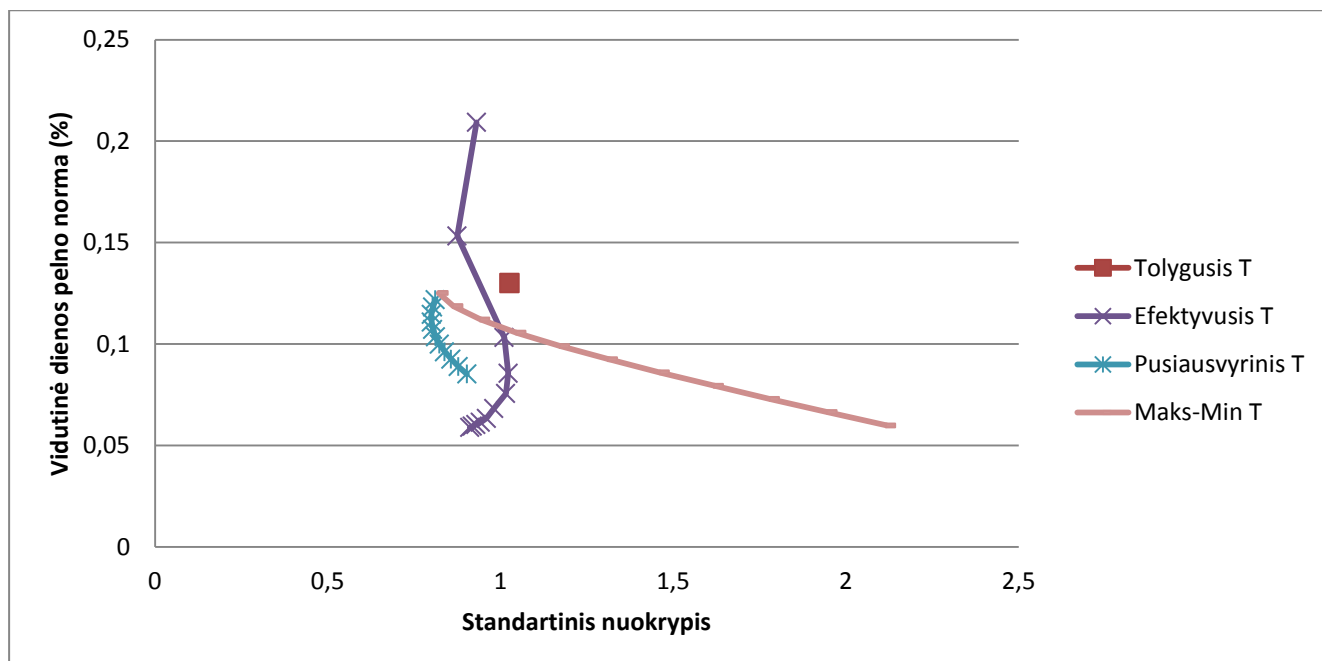
nei maksinimo - minimakso portfelių (žr. 36 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

36 pav. Portfelių realizacijos konstravimo laikotarpiu

Remiantis testavimo laikotarpiu gautomis portfelių realizacijomis, galime teigti, kad didžiausią vidutinę pelno normą įgyja du portfeliai, sukonstruoti pagal efektyviojo portfelio modelį, ir tolygusis portfelis. Rizikingiausias portfelis kaip ir konstravimo taip ir testavimo laikotarpyje išlieka maksimino - minimakso optimalaus portfelio modelis, kadangi didžiausią standartinę nuokrypį įgyja portfeliai sukonstruoti pagal maksimino – minimakso modelį. Testavimo laikotarpiu tolygusis portfelis įgyja ženkliai didesnę vidutinę pelno normą, tačiau standartinis nuokrypis yra pakankamai didelis, lyginant su pusiausvyrinio portfelio optimizavimo modeliu. Remiantis vidurkio – dispersijos kriterijumi, negalime pasakyti, kuris portfelio konstravimo modelis yra geresnis – tolygusis ar pusiausvyrinis. Kadangi tolygusis portfelis įgyja didesnę grąžą, tačiau su didesniu standartiniu nuokrypiu. Pusiausvyrinio modelio portfeliai įgyja mažesnę vidutinę pelno normą su mažesniu standartiniu nuokrypiu. Tačiau galime teigti, kad pusiausvyrinis portfelio konstravimo modelis yra geresnis už efektyvųjų ir maksimino – minimakso portfelio optimizavimo modelius, nes beveik visais atvejais yra įgyjama didesnė arba lygi vidutinė pelno norma su mažesniu standartiniu nuokrypiu (žr. 37 pav.).



Šaltinis: Sudaryta autorės

37 pav. Portfelio realizacijos testavimo laikotarpiu

Apibendrinant galime teigti, kad geriausius rezultatus konstravimo laikotarpiu įgyja portfeliai sukonstruoti pagal efektyviojo portfelio modelį. Investavimo laikotarpiu, geriausius rezultatus, atsižvelgiant į vidutinės grąžos ir standartinio nuokrypio santykį, įgyja portfeliai, sukonstruoti pagal pusiausvyrinio portfelio optimizavimo modelį. Atsižvelgiant į portfelio pelningumo rezultatus, tik du optimalūs portfeliai sukonstruoti pagal efektyvųjį portfelio optimizavimo modelį įgyja didesnę vidutinę grąžą nei tolygusis portfelis.

IŠVADOS IR SIŪLYMAI

1. Atlikus mokslinės literatūros analizę, galima teigti, kad investicinis portfelis, tai finansinių priemonių rinkinys, kurios dėka investuotojas gali lengviau pasiekti užsibrėžtus investicinius tikslus. Investicinio portfelio struktūros ir valdymo strategijos pasirinkimą lemiantis pagrindinis faktorius yra investuotojo požiūris į riziką, o pagrindinis veiksnys leidžiantis sumažinti portfelio investicinę riziką yra portfelio diversifikacija.
2. Remiantis nagrinėta mokslinė literatūra daroma išvada, kad optimalaus portfelio sudarymo problema yra glaudžiai susijusi su matematikos mokslu. Pagrindinė optimalaus portfelio parinkimo problema yra surasti optimalų didžiausio portfelio pelningumo ir mažiausios investicinės rizikos derinį. Atsižvelgiant į laikui bėgant kintančias portfelio charakteristikas, optimalaus investicinio portfelio nauda labiausiai pastebima yra trumpalaikėje investicijoje. Ilguoju periodu portfelio rezultatai turi būti vertinami ir portfelio sudėtis turi būti keičiama, jeigu portfelio rezultatai neatitinka investuotojo lūkesčių.
3. Išnagrinėjus investicinio portfelio konstravimo metodologiją yra daroma išvada, kad konstruojant portfelį yra svarbu išanalizuoti finansinių aktyvų, kurie bus įtraukiami į portfelio sudėtį, skaitines charakteristikas ir tiesinio ryšio priklausomumą. Įvairios optimalaus investicinio portfelio konstravimo metodikos remiasi skirtingais parametrais, tačiau jų pagrindinis tikslas yra surasti optimalią portfelio sudėtį su maksimalia grąža ir minimalia rizika. Skirtingų portfelio konstravimo metodikų privalumas yra tai, kad galima palyginti portfelių sudėtis, surastas pagal skirtingas metodikas, ir atrinkti finansinius aktyvus, kurie atitinka visų metodikų reikalavimus – tokiu būdu yra atrenkami finansiniai aktyvai, kurių grąžos ir rizikos santykis yra suderintas ir priimtinas investuotojui įvairiais scenarijais. Trūkumas portfelio optimizavimo metodų yra sudėtinga jų realizacija. Didinant finansinių aktyvų skaičių optimalaus portfelio konstravimo etape sudėtingėja skaičiavimai, didėja laiko sąnaudos ir skaičiavimų klaidos tikimybė.
4. Atlikus empirinį tyrimą, galima teigti, kad iš 15-kos portfelių konstravimui naudojamų indeksų dažniausiai į optimalaus portfelio sudėtį buvo įtraukiami indeksai *FTSE 100*, *OMX C20 CAP*, *SDAX* ir *WIG20*. Indeksai *BEL 20*, *CAC40*, *FTSE MIB*, *IBEX 35*, *OMX Stockholm 30*, *PSI 20*, *SBF120* visiškai nebuvo įtraukti į optimalių portfelių sudėtis. Praktiškai buvo įrodytas teiginys, kad į portfelio sudėtį reikia įtraukti finansinius aktyvus, tarp kurių tiesinis ryšys yra labai silpnas.
5. Atlikus sukonstruotų portfelių vertinimą, daroma išvada, kad beveik visi optimalūs investiciniai portfeliai sukonstruoti iš Europos šalių indeksų trumpuoju laikotarpiu rodo geresnius rezultatus grąžos atžvilgiu nei buvo tikėtasi remiantis istoriniais duomenimis. Portfeliai sukonstruoti

pagal efektyviojo portfelio modelį konstravimo laikotarpiu visais atvejais įgyja didesnę tikėtiną grąžą su mažesniu standartiniu nuokrypiu, lyginant su kitų modelių portfeliais. Testavimo laikotarpiu atsižvelgiant į grąžos ir standartinio nuokrypio santykį, geriausias rezultatus įgyja pusiausvyrinio modelio portfeliai, du efektyviojo modelio portfeliai ir tolygusis portfelis. Maksimino – minimakso modelio portfeliai dauguma atvejų įgyja mažesnę grąžą su reikšmingai didesniu standartiniu nuokrypiu.

6. Atlikus palyginamąją portfelių pelningumo analizę buvo gauti rezultatai, kad tik dviejų optimalių efektyviųjų portfelių pelningumo rezultatai investicinio laikotarpio pabaigoje pranoko tolygiojo portfelio pelningumą. Todėl galima daryti išvadą, kad portfelio optimizavimo matematiniai modeliai turi būti dar tobulinami, tam, kad būtų efektyvūs ir patikimi investavimo laikotarpiu.

Siūlymai:

1. Konstruojant optimalų investicinį portfelį patartina į jo sudėtį įtraukti kuo daugiau silpnai tiesiškai priklausomų finansinių aktyvų, tai leis sumažinti investicinę portfelio riziką.
2. Magistro baigiamajame darbe buvo atliktas portfelių efektyvumo empirinis tyrimas trumpuoju laikotarpiu. Siūloma tęsti mokslinius tyrimus nagrinėjant sukonstruotų optimalių portfelių efektyvumą ilguoju investavimo laikotarpiu.

LITERATŪRA

1. Aidukienė L. *Optimalaus investicijų portfelio sudarymas iš Lietuvoje platinamų investicinių fondų*/ magistro darbas. Darbo vadovas doc. dr. R. Tamošiūnienė – Verslo vadyba ir administravimas. – Vilnius: Vilniaus Gedimino technikos universitetas, 2011. – 40-41p. – Prieiga per internetą: http://vddb.library.lt/fedora/get/LT-eLABa-0001:E.02~2011~D_20110628_160646-95293/DS.005.0.01.ETD [žiūrėta 2013.12.16]
2. Bagdonas R., Klimašauskas D. *Vertybinių popierių kainai įtaką darantys veiksniai* // Lietuvos ekonomikos apžvalga, 2005-II. – Vilnius, 2005. – 24-26 p. – ISSN – 1392~315X.
3. Ballentine R. *Portfolio optimization theory versus practice* // Journal of Financial Planning: April 2013 – Wolfeboro, 2013. – 40 - 50 p. – Prieiga per internetą: <https://www.onefpa.org/journal/Pages/Portfolio%20Optimization%20Theory%20Versus%20Practice.aspx> [žiūrėta 2015.10.29]
4. Baranauskas S. *Portfelio sudarymas ir valdymas remiantis makroekonominių rodiklių įtaka* // Verslas: teorija ir praktika: 2010 11(3) – Vilnius, 2010. – 64 - 77 p. - ISSN 2029-8234.
5. Bartkus E. V., Palevičienė A. *The Optimization and Evaluation of Investment Portfolio* // Engineering Economics: 2013 24(4) – Kaunas, 2013. – 282 - 290 p.
6. Bapkauskaitė G., Jurevičienė D. *Kompleksinis investicinių fondų veiklos vertinimas* // Verslo sistemos ir ekonomika: 2014 4(1) – Vilnius, 2014. – 253 - 263 p. - ISSN 1648-0627.
7. Beyhaghi M., Hawley J. P. *Modern Portfolio Theory and Risk Management: Assumptions and Unintended Consequences* – USA, 2011 – Prieiga per internetą: http://papers.ssrn.com/sol3/papers.cfm?abstract_id=1923774 [žiūrėta 2015. 03.05]
8. Bikas. E., Laurinavičius A. *Finansinių ir nekilnojamojo turto investicijų portfelio formavimo aspektai ir galimybės* // Verslas: teorija ir praktika: 2009 10(2) – Vilnius, 2009. – 118-129 p. - ISSN 1648-0627.
9. Boyd S. et al. *Portfolio Optimization* – Stanford University, 2014 – Prieiga per internetą: http://stanford.edu/class/ee103/lectures/portfolio/portfolio_slides.pdf [žiūrėta 2015.11.02]
10. Brazauskas M. *Daugiakriterinių sprendimų priėmimo metodo taikymas formuojant vertės investicinių portfelį* // Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos: 2014 1(33) – Šiauliai, 2014. – 72 - 81 p. - ISSN 1648-9098.
11. Cibulskienė D., Brazauskas M. *Plačios diversifikacijos investavimo strategijos testavimas* // Journal of Management Nr. 1(24) – Klaipėda, 2014 - 97-103 p. - ISSN 1648-7974. – Prieiga per internetą: http://www.ltvk.lt/file/manual/Vadyba/Vadyba_2014_24.pdf [žiūrėta 2015.11.20]
12. Brown K. C., Reilly F. K. *Investment analysis and portfolio management*. 10th ed. - South-Western: Cengage Learning, - 2011 – 2-25 p. – Prieiga per internetą:

<http://www.cengagebrain.co.nz/content/9781133792598.pdf> [žiūrėta 2015.10.29]

13. Buraschi A. et al. *Correlation Risk and Optimal Portfolio Choice* // The Journal of Finance: 2010 65(1) – 393 - 420 p.
14. Cibulskienė D., Grigaliūnienė Ž. *Fundamentinių ir techninių veiksnių įtaka vertybinių popierių portfelio formavimui* // Ekonomika ir vadyba: aktualijos ir perspektyvos. Nr. 2(7), 25-34 p. – Šiauliai, 2006.
15. Choudhry M. et al. *Capital market instruments. Analysis and valuation.* - Great Britain, 2002. – 6, 25 p. – ISBN – 0-273-65412-8.
16. Daugintytė D., Lileikienė A. *Investicinio portfelio valdymas: investicinės grąžos ir rizikos subalansavimas.* // Vadyba. Journal of Management. – Šiauliai, 2009, Nr. 1 (14).- 15-24 p. – ISSN 1648-7974.
17. Dervinienė A., Lileikienė A. *Akcijų portfelio formavimas ir valdymas fundamentalios ir techninės analizės pagrindu.* // Vadyba. Journal of Management. – Šiauliai, 2010, Nr. 1 (17).- 15-24 p. – ISSN 1648-7974.
18. Dubinskas P. *Deterministinių modelių taikymo problemos optimizuojant vertybinių popierių portfelį rinkos sukretimų periodu* // Current Issues of Business and Law: 2009, vol. 4 – Vilnius, 2009. – 37 – 54 p. – ISSN 1822-9530
19. Dzikevičius A., Žilinskij G. *Markowitz'o teorijos plėtra siekiant adekvatesnio portfelio sudarymo ir valdymo.* - Vilnius, 2008.
20. Europos Sąjungos oficialus leidinys L265 - 57 tomas, 2014. – 3-5 p. – Prieiga per internetą: http://www.litfood.lt/wp-content/uploads/947_2014.pdf [žiūrėta 2015.03.05].
21. Fernando K. V. *Practical Portfolio Optimization* – Oxford – 1-2 p. – Prieiga per internet: https://www.nag.co.uk/doc/techrep/Pdf/tr2_00.pdf [žiūrėta 2015.11.02].
22. Grinold R. C., Kahn R. N. *Active Portfolio Management: a quantitative approach for providing superior returns and controlling risk*, 2nd ed. – USA, 2012 – 46 – 47 p. - Prieiga per internetą: https://www.nag.co.uk/doc/techrep/Pdf/tr2_00.pdf [žiūrėta 2015.11.08].
23. Gurusamy S. *Financial Services*. 2nd ed. - New Delhi, 2009. – 251, 265 p.- ISBN-10: 978-0-07-015334-9.
24. Guzavičius A., Žalgirytė L. *Skirtingų tipų JAV platinamų investicinių fondų grąžos ir rizikos analizė 2000-2010 m.* // Business systems and economics. – Vilnius, 2011, Nr. 1 (1). – 122 p. – ISSN 2029-8234.
25. Harford T. *When simplicity is real asset.* - FT Magazine, 2012 – Prieiga per internetą: <http://www.ft.com/cms/s/2/104295ea-d5f6-11e1-a5f3-00144feabdc0.html#axzz312vy9Dcu> [žiūrėta 2015.02.08].
26. Yalcin, A. et al. *Optimal portfolio selection with a shortfall probability constraint: evidence from*

- alternative distribution functions*. - Journal of Financial Research: 2010, 33(1) – 2010 - 77–102 p.
27. Jakštas V. ir kt. *Dvigubo kozirio portfelio naudojimas sprendimams valdyti globalioje valiutų rinkoje* // Verslas: teorija ir praktika: 2006 7(2) – Vilnius, 2006. – 55 - 72 p. - ISSN 1648-0627.
 28. Kancerevyčius G. *Finansai ir investicijos*. – Kaunas, 2004 - Smaltijos leidykla - ISBN 9955-551-40- 2.
 29. Kaunaitė R., Lileikienė A. *Vertybinių popierių, jų esmė ir klasifikavimas* // Akademinio jaunimo siekiai: ekonomikos, vadybos ir technologijų išvalgos. – Šiauliai, 2010. – 61- p. – ISBN 2029-0217.
 30. Kraujelis Š. *Lietuvos bankų investavimo kriterijai*. - Pinigų studijos. – Vilnius, 2001 - Nr. 4 – 5-16 p.
 31. Laurinavičius K. *Vertybinių popierių vieta civilinių teisių objektų sistemoje* // Jurisprudencija: mokslo darbai. – Vilnius, 2002 - Nr. 28(20) - 56-71 p.
 32. Leipus R., Norvaiša R. *Finansų rinkos teorijų pagrindai* // Pinigų studijos: Ekonomikos teorija ir praktika. – Vilnius, 2003 - 23 p.
 33. Lietuvos Banko finansinio turto valdymo politika, 2014. – Prieiga per internetą: <https://www.lb.lt/2014-03-355-politika> [žiūrėta 2015.02.12]
 34. Lukaševičius A. ir kt. *Akcijų kainų ciklo dinamikos įtaka tvariam portfelio vystymuisi* – Verslas: teorija ir praktika - 2013 14(4) – Vilnius, 2013. – 287 - 296 p. - ISSN 1648-0627.
 35. Mackevičius J., Tomaševič V. *Materialiųjų investicijų analizė ir jų įtakos vertinimas* // Verslo ir teisės aktualijos: 2010, t.5 – Vilnius, 2010. – 186 - 203 p. - ISSN 1822-9530.
 36. Madura J. *Financial markets and institutions*. 10th ed. - USA, 2012. – 5-10 p. – ISBN-10: 0-538-48216-8.
 37. Maginn J. L. et al. *The portfolio management process and the investment policy statement* – USA, 2012 – 1-2, 10, 14 p. - Prieiga per internetą: http://cnas.euba.sk/wp-content/uploads/2013/08/Week-2-READING_B.pdf [žiūrėta 2015.10.26]
 38. Mandal N. *Optimal Portfolio Construction by Using Sharpe's Single Index Model* // The Journal of Institute of Public Enterprise: 2013 36(1&2) – 21 - 44 p.
 39. Mangram M. E. *A simplified perspective of the Markowitz portfolio theory* // Global journal of business research: 2013 7(1) –SMC University, Switzerland, 2013. – 59 – 70 p.
 40. Markowitz H. *Portfolio Selection* // Journal of Finance 1952 7(1)– 1952 – 77 – 91 p.
 41. Markowitz H. *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investment* // John Wiley and Sons – 1959 – 344 p.
 42. Misevičius G., Vakrinienė S. *Tiesinio ir netiesinio optimizavimo modeliai investiciniam portfeliui pasirinkti* // Liet. matem. rink. 47, spec. nr. – Vilnius, 2007. – 383 - 388 p.
 43. Misevičius G., Vakrinienė S. *Bimatricinio lošimo modelis investiciniam portfeliui sudaryti* // Liet.

- matem. rink. LMD darbai, 50 – Vilnius, 2009. – 328 - 333 p.
44. Norvaišienė R. *Įmonės investicijų valdymas: mokomoji knyga*. – Kaunas, 2006 – ISBN 9955-09-587-3.
 45. Pekaskienė I., Pridotkienė J. *Vertybinių popierių rinkos vaidmuo ekonomikoje* // *Ekonomika ir vadyba*: 2010.15. - Kaunas, 2010. – 177-181 p. – ISBN 1822-6515.
 46. Poškaitė L. *Vertybinių popierių portfelio sudarymo etapai*. – Kaunas, 2007. – Prieiga per internetą: http://jaunasis-mokslininkas.asu.lt/smk_2007/finansai/Poskaite_Laima.pdf [žiūrėta 2013.12.15]
 47. Rimkevičiūtė V., Žvirblis A. *Lietuvos investicinių fondų rodiklių ir makroveiksnių vertinimas* // *Socialinių mokslų studijos*: 2012 4(1) – Vilnius, 2012. – 111 - 123 p. - ISSN 2029-2236.
 48. Rudzkienė V. *Modelių analizė taikant koreliacinius-regresinius metodus*. – MRU – Vilnius, 2014.- Prieiga per internetą: https://moodle.mruni.eu/pluginfile.php/189465/mod_resource/content/2/8.%20Koreliaciniai-regresiniai%20metodai.pdf [žiūrėta 2015.03.01]
 49. Rutkauskas A.V. *Adekvачiojo investavimo portfelio anatomija ir sprendimai panaudojant imitacines technologijas*. - *Ekonomika: mokslo darbai*. - Vilnius, 2006 – Nr. 75. – 52-76 p.
 50. Rutkauskas A.V., Stankevičius P. *Investicinių sprendimų valdymas*. – VPU leidykla – Vilnius, 2006 - 53-54p., 374 p. - ISBN 9955-20-126-6.
 51. Rutkauskas A. V., Žilinskij G. *Akcijų investiciniu patrauklumumu paremtas investicinio portfelio sudarymo modelis* // *Verslas: teorija ir praktika*: 2012 13(3) – Vilnius, 2012. – 242 - 252 p. - ISSN 1648-0627.
 52. Schaarschmidt S., Schanbacher P. *Minimax: Portfolio Choice Based on Pessimistic Decision Making* // *International Journal of Economics and Finance*: 2014 6(8) – University of Konstanz, Germany, 2014. – 23 - 40 p. – ISSN 1916-971X – Prieiga per internetą: <http://dx.doi.org/10.5539/ijef.v6n8p23> [žiūrėta 2015.05.10]
 53. Sudžiūtė D., Vakrinienė S. *Tiesinio optimizavimo modelis bimatricinio lošimo pusiausvyros situacijoms rasti* // *Liet. matem. rink.* 47, spec. nr. – Vilnius, 2007. – 389 - 394 p.
 54. Stasytytė V. *Investicijų portfelio sudarymas naudojant sprendimų paramos sistemą* // *Verslas: teorija ir praktika*: 2012 13(3) – Vilnius, 2012. – 253 - 263 p. - ISSN 1648-0627.
 55. Vilkancas R. *Omega atžvilgiu optimizuoto akcijų portfelio empiriniai tyrimai* // *Verslas: teorija ir praktika*: 2014 15(1). – Vilnius, 2013. – 58-70 p. - ISSN 1648-0627.
 56. Vobolevičius V. *Statistinė duomenų analizė – Lietuvos HSM duomenų archyvas* – Prieiga per internetą: http://www.lidata.eu/index.php?file=files/mokymai/sda/sda.html&course_file=sda_iv.html#4.1
 57. Žalys A. *Optimalaus vertybinių popierių portfelio formavimas*: magistro darbas – *Ekonomika*. – Šiauliai: Šiaulių universitetas, 2010 - 15-16 p. – URL: http://vddb.library.lt/fedora/get/LT-eLABa-0001:E.02~2010~D_20101108_154229-44484/DS.005.0.02.ETD [žiūrėta 2013.12.10]

58. Žilinskij G. *Investicijų portfelio sprendimai*: daktaro disertacija: socialiniai mokslai, ekonomika (04S). – Vilnius: Vilniaus Gedimino technikos universitetas, 2012.
59. Žodynas – *Investicinis portfelis* – Prieiga per internetą: <http://zodynas.vz.lt/Investicinis-portfelis>
[žiūrėta 2015.02.03]

Česnulevičiūtė R. *Vertybinių popierių optimalaus portfelio konstravimas ir vertinimas* / Finansų analitikos magistro baigiamasis darbas. Vadovė doc. dr. D. Teresienė. – Vilnius: Mykolo Romerio universitetas, Ekonomikos ir finansų valdymo fakultetas, 2015

ANOTACIJA

Magistro baigiamajame darbe išanalizuota investicinio portfelio formavimo ir valdymo teoriniai aspektai, optimalaus portfelio samprata. Naudojantis mokslinėje literatūroje pateiktais portfelio optimizavimo metodais buvo sukonstruoti optimalūs portfeliai pagal Europos šalių indeksus ir įvertinti šių portfelių rezultatai konstravimo ir investavimo laikotarpiais. Pirmoje darbo dalyje teoriniu aspektu nagrinėjama investicinio portfelio formavimo ir valdymo principai. Taip pat nagrinėjama optimalaus portfelio samprata. Antroje darbo dalyje nagrinėjama investicinio portfelio skaitinės charakteristikos ir optimizavimo metodai. Trečioje darbo dalyje suformuojami optimalūs investiciniai portfeliai pagal Europos šalių indeksus, vertinami portfelių rezultatai konstravimo ir investavimo laikotarpiais. Darbo pabaigoje pateikiamos išvados ir siūlymai.

Pagrindiniai žodžiai: optimalus investicinis portfelis, portfelio rizika, diversifikacija, pelno norma.

Česnulevičiūtė R. *Construction and assessment of optimal investment portfolio* / Financial analyst master thesis. Supervisor doc. dr. D. Teresienė. – Vilnius: University of Mykolas Romeris, Department of Economics and Finance Management, 2015

ANNOTATION

The theoretical aspects of investment portfolio's formation and management and the concept of optimal portfolio are analyzed in the master thesis. Using the portfolio's optimization methods described in the scientific literature, optimal portfolios based on the indices of European countries were constructed and the assessment of portfolios' results was performed within the periods of construction and testing. In the first part of the thesis the theoretical aspects of portfolio's construction and management and the concept of optimal portfolio are analyzed. In the second part the numerical characteristics of portfolio and optimization methods are discussed. In the third part optimal portfolios based on the indices of European countries are constructed and the assessment of the portfolios's results is performed for construction and investing periods. At the end of the thesis the conclusions and suggestions are provided.

Key words: optimal investment portfolio, risk of portfolio, diversification, profit rate.

Česnulevičiūtė R. *Vertybinių popierių optimalaus portfelio konstravimas ir vertinimas* / Finansų analitikos magistro baigiamasis darbas. Vadovė doc. dr. D. Teresienė. – Vilnius: Mykolo Romerio universitetas, Ekonomikos ir finansų valdymo fakultetas, 2015

SANTRAUKA

Finansų analitikos magistro baigiamojo darbo tema yra aktuali investuotojams ieškantiems alternatyvių investavimo būdų ar finansinėms institucijoms, kurios domisi investicinio portfelio optimizavimo problematika. Mokslininkai teigia, kad investicinio portfelio parinkimas negali būti paremtas tik intuicija. Norint sukonstruoti optimalų investicinį portfelį, kuris atitiktų investuotojo lūkesčius, reikia naudoti modernius ir patikimumus portfelio optimizavimo metodus bei tų metodų realizacijoms skirtas kompiuterines programas. Intuityviai negalima pasakyti, kuris portfelio optimizavimo metodas yra tinkamiausias šiandieninėje rinkoje, todėl buvo iškelta pagrindinė tyrimo problema – kuris investicinio portfelio optimizavimo metodas yra tinkamiausias šiandieninei rinkai? Tyrimo objektas – optimalus investicinis portfelis sukonstruotas iš Europos šalių indeksų. Šio tyrimo tikslas yra išanalizavus investicinio portfelio sudarymo teorinius aspektus ir pritaikius mokslinėje literatūroje pateiktus optimizavimo metodus, surasti optimalių portfelių sudėtis ir įvertinti šių portfelių rezultatus. Tyrimo uždaviniai: išanalizuoti investicinio portfelio formavimo teorinius aspektus ir optimalaus portfelio sampratą, pateikti optimalaus portfelio konstravimo ir vertinimo metodikas, remiantis skirtingais optimizavimo metodais surasti optimalių investicinių portfelių sudėtis ir įvertinti šių portfelių rezultatus. Tyrimo metodika: mokslinės literatūros analizė, statistinių duomenų analizė, palyginamoji analizė, grafinė duomenų analizė, optimizavimo metodai, tikimybių teorija.

Empirinio tyrimo metu buvo sukonstruoti optimalūs investiciniai portfeliai naudojant skirtingus portfelio optimizavimo metodus. Sukonstruotų portfelių rezultatai buvo testuojami investiciniu laikotarpiu ir gauti rezultatai buvo palyginami su vienodų svorių portfelio rezultatais. Investicinio laikotarpio pabaigoje tik du sukonstruoti optimalūs portfeliai pranoko tolygiojo portfelio pelningumą. Todėl yra daroma išvada, kad portfelio optimizavimo metodai turi būti tobulinami.

Magistro baigiamojo darbo pabaigoje pateikiamos išvados bei siūlymai optimalaus investicinio portfelio problematikai nagrinėti.

Česnulevičiūtė R. *Construction and assessment of optimal investment portfolio* / Financial analyst master thesis. Supervisor doc. dr. D. Teresienė. – Vilnius: University of Mykolas Romeris, Department of Economics and Finance Management, 2015

SUMMARY

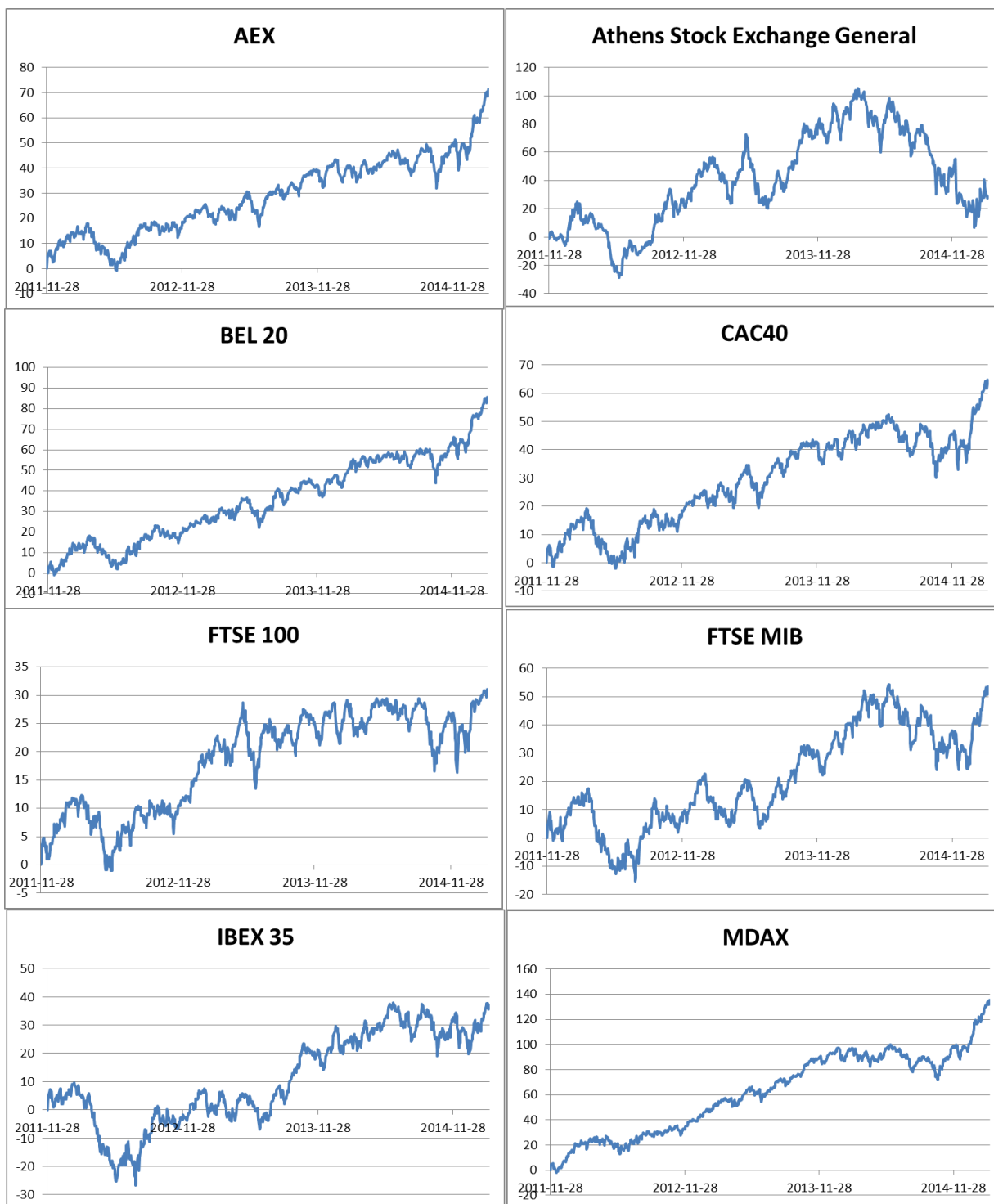
Financial analyst master thesis is important for investors looking for the alternative ways of investment and for financial institutions that are interested in the investment portfolio's optimization problems. Many researchers state that the investment portfolio's selection cannot be based only on intuition. In order to construct the optimal portfolio that is in line with investor's expectations, it is necessary to use modern and reliable methods and computer systems of portfolio's optimization and realization. Intuitively, it cannot be said which the portfolio's optimization method is the most suitable for the today's markets. Due to this reason, the basic research problem was raised – which investment portfolio's optimization method is the most suitable for the today's markets? The object is optimal investment portfolio constructed based on indices of European countries. The main aim of this study is to construct the optimal portfolios according to the portfolio's optimization methods described in the scientific literature and to evaluate their results. The main task of the study is: to analyze theoretical aspects of the portfolio's formation and the concept of an optimal portfolio, to present the methods of portfolio's construction and assessment, to formulate and assess the optimal portfolios. The methodology of the master thesis: analysis of scientific literature, statistical analysis, comparative analysis, graphical analysis, optimization methods, probability theory.

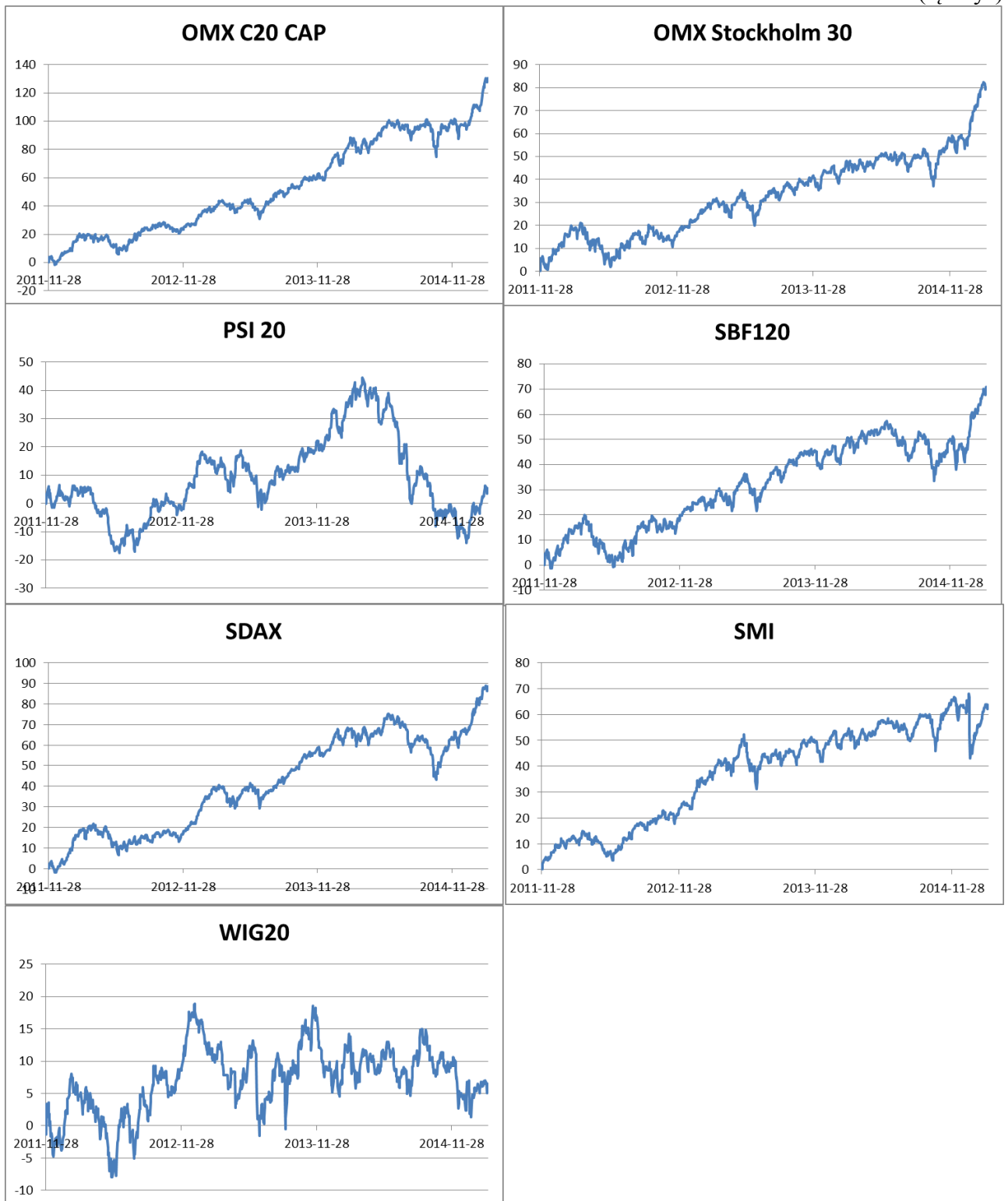
Optimal portfolios according to the different methods of portfolio optimization were constructed during the time of empirical investigation. The results of constructed portfolios were tested during the period of investment and they were compared with the results of the equal weight portfolio. At the end of investment period only two of constructed optimal portfolios surpassed the profit rate of the equal weight portfolio. Therefore, it is concluded that the portfolio's optimization methods have to be improved.

PRIEDAI

1 PRIEDAS

Indeksų pelningumo dinamika tiriamuoju laikotarpiu nuo 2011-11-28 iki 2015-03-05





Akcijų indeksų pelno normos reikšmių statistinės charakteristikos laikotarpiu nuo 2011-11-28 iki 2014-11-27 (konstravimo laikotarpis)

Kintamasis	Imties dydis	Vidurkis	Standartinis nuokrypis	Minimumas	Maksimumas
AEX	775	0.0558254	0.9012485	-3.4604628	4.2183968
Athens Stock Exchange General	775	0.0677561	2.0985592	-6.8407817	12.1506926
BEL 20	775	0.0678788	0.9423952	-3.3093783	3.8014026
CAC40	775	0.0546431	1.1223712	-3.6571390	4.7504981
FTSE 100	775	0.0334220	0.7791353	-2.9818139	3.1557055
FTSE MIB	775	0.0529780	1.5197844	-4.9759398	6.5943560
IBEX 35	775	0.0455676	1.3889677	-5.8242620	6.0600510
MDAX	775	0.0934579	0.9772087	-3.7434592	4.6983365
OMX C20 CAP	775	0.0939721	0.9172868	-3.1894394	3.7807844
OMX Stockholm 30	775	0.0640011	0.9874251	-4.5845489	5.1447222
PSI 20	775	0.0060051	1.2321354	-5.3147862	4.3531459
SBF120	775	0.0578432	1.0690533	-3.5231483	4.5286589
SDAX	775	0.0662683	0.7999437	-3.3984252	2.7406257
SMI	775	0.0677038	0.7525544	-3.0493467	2.9024806
WIG20	775	0.0175679	1.0503270	-5.1566906	4.8356724

Akcijų indeksų pelno normų statistinės charakteristikos laikotarpiu nuo 2014-11-28 iki 2015-03-05
(testavimo laikotarpis)

Kintamasis	Imties dydis	Vidurkis	Standartinis nuokrypis	Minimumas	Maksimumas
AEX	68	0.2103692	1.1565596	-2.6854220	3.2171715
Athens Stock Exchange General	68	-0.0760711	3.9192829	-12.7758241	11.2718753
BEL 20	68	0.1929288	1.0131701	-2.5978246	2.7988340
CAC40	68	0.1916230	1.2996562	-3.3142142	3.5854530
FTSE 100	68	0.0558876	0.9841970	-2.4926877	2.4117217
FTSE MIB	68	0.1728576	1.6490466	-4.9231950	3.6879292
IBEX 35	68	0.0637322	1.4431152	-3.9149778	3.4011642
MDAX	68	0.2546644	0.9235686	-1.6936372	2.2155574
OMX C20 CAP	68	0.2092525	0.9377554	-1.6834380	2.6085614
OMX Stockholm 30	68	0.1965056	1.0142238	-2.3006441	2.5972178
PSI 20	68	0.1044910	1.4585998	-3.1340627	3.7522696
SBF120	68	0.2012329	1.2168580	-3.0169132	3.3529125
SDAX	68	0.2164245	0.8108271	-1.6884415	1.8621129
SMI	68	-0.0015765	1.6442079	-8.6711531	3.2051031
WIG20	68	-0.0399312	0.9754062	-3.0577833	2.3411023

Efektyviojo portfelio komponentių skaičiavimas

Kovariacijų matrica konstravimo laikotarpiu

kij-konstravime	AEX w1	Athens Stock Exchange General	BEL 20 w3	CAC40 w4	FTSE 100 w5	FTSE MIB w6	IBEX 35 w7	MDAX w8	OMX C20 CAP w9	OMX Stockholm 30 w10	PSI 20 w11	SBF120 w12	SDAX w13	SMI w14	WIG20 w15
AEX w1	0,811	0,590	0,742	0,921	0,601	1,057	0,938	0,748	0,596	0,723	0,706	0,883	0,528	0,523	0,471
Athens Stock Exchange General w2	0,590	4,398	0,632	0,669	0,369	0,995	0,874	0,628	0,608	0,541	0,853	0,660	0,554	0,371	0,611
BEL 20 w3	0,742	0,632	0,887	0,951	0,589	1,149	1,031	0,768	0,619	0,744	0,774	0,914	0,549	0,518	0,481
CAC40 w4	0,921	0,669	0,951	1,258	0,731	1,426	1,282	0,936	0,717	0,901	0,910	1,195	0,636	0,629	0,586
FTSE 100 w5	0,601	0,369	0,589	0,731	0,606	0,849	0,721	0,615	0,497	0,616	0,566	0,703	0,437	0,449	0,384
FTSE MIB w6	1,057	0,995	1,149	1,426	0,849	2,307	1,783	1,064	0,816	1,041	1,272	1,357	0,755	0,684	0,723
IBEX 35 w7	0,938	0,874	1,031	1,282	0,721	1,783	1,927	0,915	0,741	0,902	1,164	1,217	0,653	0,592	0,614
MDAX w8	0,748	0,628	0,768	0,936	0,615	1,064	0,915	0,954	0,677	0,790	0,729	0,913	0,637	0,534	0,527
OMX C20 CAP w9	0,596	0,608	0,619	0,717	0,497	0,816	0,741	0,677	0,840	0,662	0,613	0,703	0,535	0,460	0,425
OMX Stockholm 30 w10	0,723	0,541	0,744	0,901	0,616	1,041	0,902	0,790	0,662	0,974	0,666	0,871	0,557	0,538	0,496
PSI 20 w11	0,706	0,853	0,774	0,910	0,566	1,272	1,164	0,729	0,613	0,666	1,516	0,878	0,593	0,479	0,463
SBF120 w12	0,883	0,660	0,914	1,195	0,703	1,357	1,217	0,913	0,703	0,871	0,878	1,141	0,626	0,604	0,563
SDAX w13	0,528	0,554	0,549	0,636	0,437	0,755	0,653	0,637	0,535	0,557	0,593	0,626	0,639	0,398	0,387
SMI w14	0,523	0,371	0,518	0,629	0,449	0,684	0,592	0,534	0,460	0,538	0,479	0,604	0,398	0,566	0,325
WIG20 w15	0,471	0,611	0,481	0,586	0,384	0,723	0,614	0,527	0,425	0,496	0,463	0,563	0,387	0,325	1,102

Kovariacijų matrica testavimo laikotarpiu

kij-testavime	AEX	Athens Stock Exchange General	BEL 20	CAC40	FTSE 100	FTSE MIB	IBEX 35	MDAX	OMX C20 CAP	OMX Stockholm 30	PSI 20	SBF120	SDAX	SMI	WIG20
AEX	1,318	1,434	1,082	1,410	0,997	1,668	1,440	0,885	0,633	0,840	1,274	1,323	0,655	0,359	0,503
Athens Stock Exchange General	1,434	15,135	1,160	1,769	1,040	2,566	2,632	1,128	1,045	0,898	2,447	1,712	1,294	1,377	0,773
BEL 20	1,082	1,160	1,011	1,216	0,834	1,457	1,247	0,794	0,601	0,777	1,064	1,146	0,597	0,394	0,418
CAC40	1,410	1,769	1,216	1,664	1,096	1,902	1,636	1,030	0,732	0,966	1,433	1,555	0,785	0,411	0,567
FTSE 100	0,997	1,040	0,834	1,096	0,954	1,291	1,072	0,661	0,509	0,652	0,986	1,026	0,500	0,202	0,376
FTSE MIB	1,668	2,566	1,457	1,902	1,291	2,679	2,199	1,206	0,881	1,209	1,893	1,783	0,972	0,403	0,722
IBEX 35	1,440	2,632	1,247	1,636	1,072	2,199	2,052	1,030	0,829	1,050	1,615	1,539	0,864	0,648	0,675
MDAX	0,885	1,128	0,794	1,030	0,661	1,206	1,030	0,840	0,574	0,690	0,941	0,982	0,606	0,297	0,375
OMX C20 CAP	0,633	1,045	0,601	0,732	0,509	0,881	0,829	0,574	0,866	0,634	0,857	0,703	0,539	0,392	0,407
OMX Stockholm 30	0,840	0,898	0,777	0,966	0,652	1,209	1,050	0,690	0,634	1,014	0,872	0,916	0,597	0,228	0,329
PSI 20	1,274	2,447	1,064	1,433	0,986	1,893	1,615	0,941	0,857	0,872	2,096	1,352	0,741	0,415	0,624
SBF120	1,323	1,712	1,146	1,555	1,026	1,783	1,539	0,982	0,703	0,916	1,352	1,459	0,756	0,410	0,533
SDAX	0,655	1,294	0,597	0,785	0,500	0,972	0,864	0,606	0,539	0,597	0,741	0,756	0,648	0,321	0,286
SMI	0,359	1,377	0,394	0,411	0,202	0,403	0,648	0,297	0,392	0,228	0,415	0,410	0,321	2,664	0,785
WIG20	0,503	0,773	0,418	0,567	0,376	0,722	0,675	0,375	0,407	0,329	0,624	0,533	0,286	0,785	0,937

Efektyviojo portfelio komponentių skaičiavimo algoritmas

```

%let r=0;
proc nlp;
maw W;
W=&r*(0.056*w1+0.068*w2+0.068*w3+0.055*w4+0.033*w5
+0.053*w6+0.053*w7+0.093*w8+0.094*w9+0.064*w10
+0.006*w11+0.058*w12+0.066*w13+0.068*w14+0.018*w15)
-(1-&r)*
sqrt(0.811*w1*w1+0.590*w1*w2+0.742*w1*w3+0.921*w1*w4+0.601*w1*w5
+1.057*w1*w6+0.938*w1*w7+0.748*w1*w8+0.596*w1*w9+0.723*w1*w10
+0.706*w1*w11+0.883*w1*w12+0.528*w1*w13+0.523*w1*w14+0.471*w1*w15
+0.590*w2*w1+4.398*w2*w2+0.632*w2*w3+0.669*w2*w4+0.369*w2*w5
+0.995*w2*w6+0.874*w2*w7+0.628*w2*w8+0.608*w2*w9+0.541*w2*w10
+0.853*w2*w11+0.660*w2*w12+0.554*w2*w13+0.371*w2*w14+0.611*w2*w15
+0.742*w3*w1+0.632*w3*w2+0.887*w3*w3+0.951*w3*w4+0.589*w3*w5
+1.149*w3*w6+1.031*w3*w7+0.768*w3*w8+0.619*w3*w9+0.744*w3*w10
+0.774*w3*w11+0.914*w3*w12+0.549*w3*w13+0.518*w3*w14+0.481*w3*w15
+0.921*w4*w1+0.669*w4*w2+0.951*w4*w3+1.258*w4*w4+0.731*w4*w5
+1.426*w4*w6+1.282*w4*w7+0.936*w4*w8+0.717*w4*w9+0.901*w4*w10
+0.910*w4*w11+1.195*w4*w12+0.636*w4*w13+0.629*w4*w14+0.586*w4*w15
+0.601*w5*w1+0.369*w5*w2+0.589*w5*w3+0.731*w5*w4+0.606*w5*w5
+0.849*w5*w6+0.721*w5*w7+0.615*w5*w8+0.497*w5*w9+0.616*w5*w10
+0.566*w5*w11+0.703*w5*w12+0.437*w5*w13+0.449*w5*w14+0.384*w5*w15
+1.057*w6*w1+0.995*w6*w2+1.149*w6*w3+1.426*w6*w4+0.849*w6*w5
+2.307*w6*w6+1.783*w6*w7+1.064*w6*w8+0.816*w6*w9+0.041*w6*w10
+1.272*w6*w11+1.357*w6*w12+0.755*w6*w13+0.684*w6*w14+0.723*w6*w15
+0.938*w7*w1+0.874*w7*w2+1.031*w7*w3+0.282*w7*w4+0.721*w7*w5
+1.783*w7*w6+1.927*w7*w7+0.915*w7*w8+0.741*w7*w9+0.902*w7*w10
+1.164*w7*w11+1.217*w7*w12+0.653*w7*w13+0.592*w7*w14+0.614*w7*w15
+0.748*w8*w1+0.628*w8*w2+0.768*w8*w3+0.936*w8*w4+0.615*w8*w5
+1.064*w8*w6+0.915*w8*w7+0.954*w8*w8+0.677*w8*w9+0.790*w8*w10
+0.729*w8*w11+0.913*w8*w12+0.637*w8*w13+0.534*w8*w14+0.527*w8*w15
+0.596*w9*w1+0.608*w9*w2+0.619*w9*w3+0.717*w9*w4+0.497*w9*w5
+0.816*w9*w6+0.741*w9*w7+0.677*w9*w8+0.840*w9*w9+0.662*w9*w10
+0.613*w9*w11+0.703*w9*w12+0.535*w9*w13+0.460*w9*w14+0.425*w9*w15
+0.723*w10*w1+0.541*w10*w2+0.744*w10*w3+0.901*w10*w4+0.616*w10*w5
+1.041*w10*w6+0.902*w10*w7+0.790*w10*w8+0.662*w10*w9+0.974*w10*w10
+0.666*w10*w11+0.871*w10*w12+0.557*w10*w13+0.538*w10*w14+0.496*w10*w15
+0.706*w11*w1+0.853*w11*w2+0.774*w11*w3+0.910*w11*w4+0.566*w11*w5
+1.272*w11*w6+1.164*w11*w7+0.729*w11*w8+0.613*w11*w9+0.666*w11*w10
+1.516*w11*w11+0.878*w11*w12+0.593*w11*w13+0.479*w11*w14+0.463*w11*w15
+0.883*w12*w1+0.660*w12*w2+0.914*w12*w3+1.195*w12*w4+0.703*w12*w5
+1.357*w12*w6+1.217*w12*w7+0.913*w12*w8+0.703*w12*w9+0.871*w12*w10
+0.878*w12*w11+1.141*w12*w12+0.626*w12*w13+0.604*w12*w14+0.563*w12*w15
+0.528*w13*w1+0.554*w13*w2+0.549*w13*w3+0.636*w13*w4+0.437*w13*w5
+0.755*w13*w6+0.653*w13*w7+0.637*w13*w8+0.535*w13*w9+0.557*w13*w10
+0.593*w13*w11+0.626*w13*w12+0.639*w13*w13+0.398*w13*w14+0.387*w13*w15
+0.523*w14*w1+0.371*w14*w2+0.518*w14*w3+0.629*w14*w4+0.449*w14*w5
+0.684*w14*w6+0.592*w14*w7+0.534*w14*w8+0.460*w14*w9+0.538*w14*w10
+0.479*w14*w11+0.604*w14*w12+0.398*w14*w13+0.566*w14*w14+0.325*w14*w15
+0.471*w15*w1+0.611*w15*w2+0.481*w15*w3+0.586*w15*w4+0.384*w15*w5
+0.723*w15*w6+0.614*w15*w7+0.527*w15*w8+0.425*w15*w9+0.496*w15*w10
+0.463*w15*w11+0.563*w15*w12+0.387*w15*w13+0.325*w15*w14+1.102*w15*w15);
bounds w1-w15>=0;
decvar w1-w15;
lincon w1+w2+w3+w4+w5+w6+w7+w8+w9+w10+w11+w12+w13+w14+w15=1;
run;

```

Pusiausvyrinio portfelio konstravimas.

Porinių vidurkių matrica

A1	AEX	Athens Stock Exchange General	BEL 20	CAC40	FTSE 100	FTSE MIB	IBEX 35	MDAX	OMX C20 CAP	OMX Stockholm 30	PSI 20	SBF120	SDAX	SMI	WIG20
AEX	0,0558	0,0618	0,0619	0,0552	0,0446	0,0544	0,0507	0,0746	0,0749	0,0599	0,0309	0,0568	0,0610	0,0618	0,0367
Athens Stock Exchange General	0,0618	0,0678	0,0678	0,0612	0,0506	0,0604	0,0567	0,0806	0,0809	0,0659	0,0369	0,0628	0,0670	0,0677	0,0427
BEL 20	0,0619	0,0678	0,0679	0,0613	0,0507	0,0604	0,0567	0,0807	0,0809	0,0659	0,0369	0,0629	0,0671	0,0678	0,0427
CAC40	0,0552	0,0612	0,0613	0,0546	0,0440	0,0538	0,0501	0,0741	0,0743	0,0593	0,0303	0,0562	0,0605	0,0612	0,0361
FTSE 100	0,0446	0,0506	0,0507	0,0440	0,0334	0,0432	0,0395	0,0634	0,0637	0,0487	0,0197	0,0456	0,0498	0,0506	0,0255
FTSE MIB	0,0544	0,0604	0,0604	0,0538	0,0432	0,0530	0,0493	0,0732	0,0735	0,0585	0,0295	0,0554	0,0596	0,0603	0,0353
IBEX 35	0,0507	0,0567	0,0567	0,0501	0,0395	0,0493	0,0456	0,0695	0,0698	0,0548	0,0258	0,0517	0,0559	0,0566	0,0316
MDAX	0,0746	0,0806	0,0807	0,0741	0,0634	0,0732	0,0695	0,0935	0,0937	0,0787	0,0497	0,0757	0,0799	0,0806	0,0555
OMX C20 CAP	0,0749	0,0809	0,0809	0,0743	0,0637	0,0735	0,0698	0,0937	0,0940	0,0790	0,0500	0,0759	0,0801	0,0808	0,0558
OMX Stockholm 30	0,0599	0,0659	0,0659	0,0593	0,0487	0,0585	0,0548	0,0787	0,0790	0,0640	0,0350	0,0609	0,0651	0,0659	0,0408
PSI 20	0,0309	0,0369	0,0369	0,0303	0,0197	0,0295	0,0258	0,0497	0,0500	0,0350	0,0060	0,0319	0,0361	0,0369	0,0118
SBF120	0,0568	0,0628	0,0629	0,0562	0,0456	0,0554	0,0517	0,0757	0,0759	0,0609	0,0319	0,0578	0,0621	0,0628	0,0377
SDAX	0,0610	0,0670	0,0671	0,0605	0,0498	0,0596	0,0559	0,0799	0,0801	0,0651	0,0361	0,0621	0,0663	0,0670	0,0419
SMI	0,0618	0,0677	0,0678	0,0612	0,0506	0,0603	0,0566	0,0806	0,0808	0,0659	0,0369	0,0628	0,0670	0,0677	0,0426
WIG20	0,0367	0,0427	0,0427	0,0361	0,0255	0,0353	0,0316	0,0555	0,0558	0,0408	0,0118	0,0377	0,0419	0,0426	0,0176

Porinių maksimumų matrica

A2	AEX	Athens Stock Exchange General	BEL 20	CAC40	FTSE 100	FTSE MIB	IBEX 35	MDAX	OMX C20 CAP	OMX Stockholm 30	PSI 20	SBF120	SDAX	SMI	WIG20
AEX	4,2184	8,1845	4,0099	4,4844	3,6871	5,4064	5,1392	4,4584	3,9996	4,6816	4,2858	4,3735	3,4795	3,5604	4,5270
Athens Stock Exchange General	8,1845	12,1507	7,9760	8,4506	7,6532	9,3725	9,1054	8,4245	7,9657	8,6477	8,2519	8,3397	7,4457	7,5266	8,4932
BEL 20	4,0099	7,9760	3,8014	4,2760	3,4786	5,1979	4,9307	4,2499	3,7911	4,4731	4,0773	4,1650	3,2710	3,3519	4,3185
CAC40	4,4844	8,4506	4,2760	4,7505	3,9531	5,6724	5,4053	4,7244	4,2656	4,9476	4,5518	4,6396	3,7456	3,8265	4,7931
FTSE 100	3,6871	7,6532	3,4786	3,9531	3,1557	4,8750	4,6079	3,9270	3,4682	4,1502	3,7544	3,8422	2,9482	3,0291	3,9957
FTSE MIB	5,4064	9,3725	5,1979	5,6724	4,8750	6,5944	6,3272	5,6463	5,1876	5,8695	5,4738	5,5615	4,6675	4,7484	5,7150
IBEX 35	5,1392	9,1054	4,9307	5,4053	4,6079	6,3272	6,0601	5,3792	4,9204	5,6024	5,2066	5,2944	4,4003	4,4813	5,4479
MDAX	4,4584	8,4245	4,2499	4,7244	3,9270	5,6463	5,3792	4,6983	4,2396	4,9215	4,5257	4,6135	3,7195	3,8004	4,7670
OMX C20 CAP	3,9996	7,9657	3,7911	4,2656	3,4682	5,1876	4,9204	4,2396	3,7808	4,4628	4,0670	4,1547	3,2607	3,3416	4,3082
OMX Stockholm 30	4,6816	8,6477	4,4731	4,9476	4,1502	5,8695	5,6024	4,9215	4,4628	5,1447	4,7489	4,8367	3,9427	4,0236	4,9902
PSI 20	4,2858	8,2519	4,0773	4,5518	3,7544	5,4738	5,2066	4,5257	4,0670	4,7489	4,3531	4,4409	3,5469	3,6278	4,5944
SBF120	4,3735	8,3397	4,1650	4,6396	3,8422	5,5615	5,2944	4,6135	4,1547	4,8367	4,4409	4,5287	3,6346	3,7156	4,6822
SDAX	3,4795	7,4457	3,2710	3,7456	2,9482	4,6675	4,4003	3,7195	3,2607	3,9427	3,5469	3,6346	2,7406	2,8216	3,7881
SMI	3,5604	7,5266	3,3519	3,8265	3,0291	4,7484	4,4813	3,8004	3,3416	4,0236	3,6278	3,7156	2,8216	2,9025	3,8691
WIG20	4,5270	8,4932	4,3185	4,7931	3,9957	5,7150	5,4479	4,7670	4,3082	4,9902	4,5944	4,6822	3,7881	3,8691	4,8357

Porinių minimumų matrica

B2	AEX	Athens Stock Exchange General	BEL 20	CAC40	FTSE 100	FTSE MIB	IBEX 35	MDAX	OMX C20 CAP	OMX Stockholm 30	PSI 20	SBF120	SDAX	SMI	WIG20
AEX	-3,4605	-5,1506	-3,3849	-3,5588	-3,2211	-4,2182	-4,6424	-3,6020	-3,3250	-4,0225	-4,3876	-3,4918	-3,4294	-3,2549	-4,3086
Athens Stock Exchange General	-5,1506	-6,8408	-5,0751	-5,2490	-4,9113	-5,9084	-6,3325	-5,2921	-5,0151	-5,7127	-6,0778	-5,1820	-5,1196	-4,9451	-5,9987
BEL 20	-3,3849	-5,0751	-3,3094	-3,4833	-3,1456	-4,1427	-4,5668	-3,5264	-3,2494	-3,9470	-4,3121	-3,4163	-3,3539	-3,1794	-4,2330
CAC40	-3,5588	-5,2490	-3,4833	-3,6571	-3,3195	-4,3165	-4,7407	-3,7003	-3,4233	-4,1208	-4,4860	-3,5901	-3,5278	-3,3532	-4,4069
FTSE 100	-3,2211	-4,9113	-3,1456	-3,3195	-2,9818	-3,9789	-4,4030	-3,3626	-3,0856	-3,7832	-4,1483	-3,2525	-3,1901	-3,0156	-4,0693
FTSE MIB	-4,2182	-5,9084	-4,1427	-4,3165	-3,9789	-4,9759	-5,4001	-4,3597	-4,0827	-4,7802	-5,1454	-4,2495	-4,1872	-4,0126	-5,0663
IBEX 35	-4,6424	-6,3325	-4,5668	-4,7407	-4,4030	-5,4001	-5,8243	-4,7839	-4,5069	-5,2044	-5,5695	-4,6737	-4,6113	-4,4368	-5,4905
MDAX	-3,6020	-5,2921	-3,5264	-3,7003	-3,3626	-4,3597	-4,7839	-3,7435	-3,4664	-4,1640	-4,5291	-3,6333	-3,5709	-3,3964	-4,4501
OMX C20 CAP	-3,3250	-5,0151	-3,2494	-3,4233	-3,0856	-4,0827	-4,5069	-3,4664	-3,1894	-3,8870	-4,2521	-3,3563	-3,2939	-3,1194	-4,1731
OMX Stockholm 30	-4,0225	-5,7127	-3,9470	-4,1208	-3,7832	-4,7802	-5,2044	-4,1640	-3,8870	-4,5845	-4,9497	-4,0538	-3,9915	-3,8169	-4,8706
PSI 20	-4,3876	-6,0778	-4,3121	-4,4860	-4,1483	-5,1454	-5,5695	-4,5291	-4,2521	-4,9497	-5,3148	-4,4190	-4,3566	-4,1821	-5,2357
SBF120	-3,4918	-5,1820	-3,4163	-3,5901	-3,2525	-4,2495	-4,6737	-3,6333	-3,3563	-4,0538	-4,4190	-3,5231	-3,4608	-3,2862	-4,3399
SDAX	-3,4294	-5,1196	-3,3539	-3,5278	-3,1901	-4,1872	-4,6113	-3,5709	-3,2939	-3,9915	-4,3566	-3,4608	-3,3984	-3,2239	-4,2776
SMI	-3,2549	-4,9451	-3,1794	-3,3532	-3,0156	-4,0126	-4,4368	-3,3964	-3,1194	-3,8169	-4,1821	-3,2862	-3,2239	-3,0493	-4,1030
WIG20	-4,3086	-5,9987	-4,2330	-4,4069	-4,0693	-5,0663	-5,4905	-4,4501	-4,1731	-4,8706	-5,2357	-4,3399	-4,2776	-4,1030	-5,1567

Pusiausvyrinio portfelio strategijų skaičiavimo algoritmas

```

/*A1*/
data A; /*pirmu atveju*/
input nr a1-a15;
cards;
1 0.0558 0.0618 0.0619 0.0552 0.0446 0.0544 0.0507 0.0746 0.0749
  0.0599 0.0309 0.0568 0.0610 0.0618 0.0367
2 0.0618 0.0678 0.0678 0.0612 0.0506 0.0604 0.0567 0.0806 0.0809
  0.0659 0.0369 0.0628 0.0670 0.0677 0.0427
3 0.0619 0.0678 0.0679 0.0613 0.0507 0.0604 0.0567 0.0807 0.0809
  0.0659 0.0369 0.0629 0.0671 0.0678 0.0427
4 0.0552 0.0612 0.0613 0.0546 0.0440 0.0538 0.0501 0.0741 0.0743
  0.0593 0.0303 0.0562 0.0605 0.0612 0.0361
5 0.0446 0.0506 0.0507 0.0440 0.0334 0.0432 0.0395 0.0634 0.0637
  0.0487 0.0197 0.0456 0.0498 0.0506 0.0255
6 0.0544 0.0604 0.0604 0.0538 0.0432 0.0530 0.0493 0.0732 0.0735
  0.0585 0.0295 0.0554 0.0596 0.0603 0.0353
7 0.0507 0.0567 0.0567 0.0501 0.0395 0.0493 0.0456 0.0695 0.0698
  0.0548 0.0258 0.0517 0.0559 0.0566 0.0316
8 0.0746 0.0806 0.0807 0.0741 0.0634 0.0732 0.0695 0.0935 0.0937
  0.0787 0.0497 0.0757 0.0799 0.0806 0.0555
9 0.0749 0.0809 0.0809 0.0743 0.0637 0.0735 0.0698 0.0937 0.0940
  0.0790 0.0500 0.0759 0.0801 0.0808 0.0558
10 0.0599 0.0659 0.0659 0.0593 0.0487 0.0585 0.0548 0.0787 0.0790
  0.0640 0.0350 0.0609 0.0651 0.0659 0.0408
11 0.0309 0.0369 0.0369 0.0303 0.0197 0.0295 0.0258 0.0497 0.0500
  0.0350 0.0060 0.0319 0.0361 0.0369 0.0118
12 0.0568 0.0628 0.0629 0.0562 0.0456 0.0554 0.0517 0.0757 0.0759
  0.0609 0.0319 0.0578 0.0621 0.0628 0.0377
13 0.0610 0.0670 0.0671 0.0605 0.0498 0.0596 0.0559 0.0799 0.0801
  0.0651 0.0361 0.0621 0.0663 0.0670 0.0419
14 0.0618 0.0677 0.0678 0.0612 0.0506 0.0603 0.0566 0.0806 0.0808
  0.0659 0.0369 0.0628 0.0670 0.0677 0.0426
15 0.0367 0.0427 0.0427 0.0361 0.0255 0.0353 0.0316 0.0555 0.0558
  0.0408 0.0118 0.0377 0.0419 0.0426 0.0176
;
run;

/*A2**/
data A; /*antru atveju*/
input nr a1-a15;
cards;
1 4.2184 8.1845 4.0099 4.4844 3.6871 5.4064 5.1392 4.4584 3.9996
  4.6816 4.2858 4.3735 3.4795 3.5604 4.5270
2 8.1845 12.1507 7.9760 8.4506 7.6532 9.3725 9.1054 8.4245 7.9657
  8.6477 8.2519 8.3397 7.4457 7.5266 8.4932
3 4.0099 7.9760 3.8014 4.2760 3.4786 5.1979 4.9307 4.2499 3.7911
  4.4731 4.0773 4.1650 3.2710 3.3519 4.3185
4 4.4844 8.4506 4.2760 4.7505 3.9531 5.6724 5.4053 4.7244 4.2656
  4.9476 4.5518 4.6396 3.7456 3.8265 4.7931
5 3.6871 7.6532 3.4786 3.9531 3.1557 4.8750 4.6079 3.9270 3.4682
  4.1502 3.7544 3.8422 2.9482 3.0291 3.9957
6 5.4064 9.3725 5.1979 5.6724 4.8750 6.5944 6.3272 5.6463 5.1876
  5.8695 5.4738 5.5615 4.6675 4.7484 5.7150
7 5.1392 9.1054 4.9307 5.4053 4.6079 6.3272 6.0601 5.3792 4.9204
  5.6024 5.2066 5.2944 4.4003 4.4813 5.4479
8 4.4584 8.4245 4.2499 4.7244 3.9270 5.6463 5.3792 4.6983 4.2396
  4.9215 4.5257 4.6135 3.7195 3.8004 4.7670
9 3.9996 7.9657 3.7911 4.2656 3.4682 5.1876 4.9204 4.2396 3.7808
  4.4628 4.0670 4.1547 3.2607 3.3416 4.3082

```


7 PRIEDAS (tęsinys)

```

10 4.6816 8.6477 4.4731 4.9476 4.1502 5.8695 5.6024 4.9215 4.4628
    5.1447 4.7489 4.8367 3.9427 4.0236 4.9902
11 4.2858 8.2519 4.0773 4.5518 3.7544 5.4738 5.2066 4.5257 4.0670
    4.7489 4.3531 4.4409 3.5469 3.6278 4.5944
12 4.3735 8.3397 4.1650 4.6396 3.8422 5.5615 5.2944 4.6135 4.1547
    4.8367 4.4409 4.5287 3.6346 3.7156 4.6822
13 3.4795 7.4457 3.2710 3.7456 2.9482 4.6675 4.4003 3.7195 3.2607
    3.9427 3.5469 3.6346 2.7406 2.8216 3.7881
14 3.5604 7.5266 3.3519 3.8265 3.0291 4.7484 4.4813 3.8004 3.3416
    4.0236 3.6278 3.7156 2.8216 2.9025 3.8691
15 4.5270 8.4932 4.3185 4.7931 3.9957 5.7150 5.4479 4.7670 4.3082
    4.9902 4.5944 4.6822 3.7881 3.8691 4.8357

```

;

run;

/*B1*/

data B; /*pirmu atveju*/

input nr b1-b15;

cards;

```

1 0.811200721 0.589804877 0.74211183 0.921276025 0.601314706 1.056753037
    0.937922133 0.747900186 0.596021675 0.723227285 0.706032205
    0.883457971 0.528398356 0.522596132 0.471409351
2 0.589804877 4.398268286 0.63235262 0.669250259 0.369482297 0.994757933
    0.874489377 0.627526289 0.60827637 0.541128731 0.853460304
    0.659890629 0.553901767 0.371077283 0.61077484
3 0.74211183 0.63235262 0.88696278 0.951336819 0.588823725 1.148734092
    1.030991139 0.768135403 0.618672922 0.744256721 0.774004558
    0.914163981 0.548811339 0.517826049 0.48083336
4 0.921276025 0.669250259 0.951336819 1.258091674 0.730520852 1.425800475
    1.282131121 0.935548367 0.717433795 0.900583726 0.909742939
    1.195011733 0.635664695 0.629224394 0.585542235
5 0.601314706 0.369482297 0.588823725 0.730520852 0.606268571 0.849078468
    0.720534075 0.614757944 0.497400217 0.615535452 0.566309475
    0.702790047 0.436803965 0.449023451 0.384463733
6 1.056753037 0.994757933 1.148734092 1.425800475 0.849078468 2.306764445
    1.782741992 1.063783445 0.816385187 1.040559131 1.271655749
    1.357347324 0.755422382 0.68401999 0.722753939
7 0.937922133 0.874489377 1.030991139 1.282131121 0.720534075 1.782741992
    1.926741935 0.914700501 0.741054953 0.901994899 1.163762362
    1.216622139 0.653054632 0.592115625 0.613652806
8 0.747900186 0.627526289 0.768135403 0.935548367 0.614757944 1.063783445
    0.914700501 0.953704754 0.676529951 0.790340394 0.729056672
    0.912527908 0.637094059 0.533838805 0.52653878
9 0.596021675 0.60827637 0.618672922 0.717433795 0.497400217 0.816385187
    0.741054953 0.676529951 0.840329417 0.661903442 0.613107683
    0.702541475 0.534977092 0.460131426 0.424740774
10 0.723227285 0.541128731 0.744256721 0.900583726 0.615535452 1.040559131
    0.901994899 0.790340394 0.661903442 0.97375018 0.666225888
    0.871363587 0.556935555 0.538008006 0.496210153
11 0.706032205 0.853460304 0.774004558 0.909742939 0.566309475 1.271655749
    1.163762362 0.729056672 0.613107683 0.666225888 1.51619876
    0.878096723 0.59300427 0.478581008 0.462604461
12 0.883457971 0.659890629 0.914163981 1.195011733 0.702790047 1.357347324
    1.216622139 0.912527908 0.702541475 0.871363587 0.878096723
    1.141400344 0.626052498 0.604084591 0.56327661
13 0.528398356 0.553901767 0.548811339 0.635664695 0.436803965 0.755422382
    0.653054632 0.637094059 0.534977092 0.556935555 0.59300427
    0.626052498 0.639084206 0.398383659 0.387467388
14 0.522596132 0.371077283 0.517826049 0.629224394 0.449023451 0.68401999
    0.592115625 0.533838805 0.460131426 0.538008006 0.478581008
    0.604084591 0.398383659 0.565607435 0.324625282

```

7 PRIEDAS (tęsinys)

```

15 0.4714093510.61077484    0.48083336    0.585542235    0.384463733    0.722753939
    0.613652806    0.52653878    0.424740774    0.496210153    0.462604461
    0.56327661    0.387467388    0.324625282    1.101763303
;
run;

/*B2*/
data B; /*antru atveju*/
input nr b1-b15;
cards;
1 -3.4605 -5.1506  -3.3849  -3.5588  -3.2211  -4.2182  -4.6424  -3.6020  -3.3250
   -4.0225  -4.3876  -3.4918  -3.4294  -3.2549  -4.3086
2 -5.1506 -6.8408  -5.0751  -5.2490  -4.9113  -5.9084  -6.3325  -5.2921  -5.0151
   -5.7127  -6.0778  -5.1820  -5.1196  -4.9451  -5.9987
3 -3.3849 -5.0751  -3.3094  -3.4833  -3.1456  -4.1427  -4.5668  -3.5264  -3.2494
   -3.9470  -4.3121  -3.4163  -3.3539  -3.1794  -4.2330
4 -3.5588 -5.2490  -3.4833  -3.6571  -3.3195  -4.3165  -4.7407  -3.7003  -3.4233
   -4.1208  -4.4860  -3.5901  -3.5278  -3.3532  -4.4069
5 -3.2211 -4.9113  -3.1456  -3.3195  -2.9818  -3.9789  -4.4030  -3.3626  -3.0856
   -3.7832  -4.1483  -3.2525  -3.1901  -3.0156  -4.0693
6 -4.2182 -5.9084  -4.1427  -4.3165  -3.9789  -4.9759  -5.4001  -4.3597  -4.0827
   -4.7802  -5.1454  -4.2495  -4.1872  -4.0126  -5.0663
7 -4.6424 -6.3325  -4.5668  -4.7407  -4.4030  -5.4001  -5.8243  -4.7839  -4.5069
   -5.2044  -5.5695  -4.6737  -4.6113  -4.4368  -5.4905
8 -3.6020 -5.2921  -3.5264  -3.7003  -3.3626  -4.3597  -4.7839  -3.7435  -3.4664
   -4.1640  -4.5291  -3.6333  -3.5709  -3.3964  -4.4501
9 -3.3250 -5.0151  -3.2494  -3.4233  -3.0856  -4.0827  -4.5069  -3.4664  -3.1894
   -3.8870  -4.2521  -3.3563  -3.2939  -3.1194  -4.1731
10 -4.0225  -5.7127  -3.9470  -4.1208  -3.7832  -4.7802  -5.2044  -4.1640  -
3.8870  -4.5845  -4.9497  -4.0538  -3.9915  -3.8169  -4.8706
11 -4.3876  -6.0778  -4.3121  -4.4860  -4.1483  -5.1454  -5.5695  -4.5291  -
4.2521  -4.9497  -5.3148  -4.4190  -4.3566  -4.1821  -5.2357
12 -3.4918  -5.1820  -3.4163  -3.5901  -3.2525  -4.2495  -4.6737  -3.6333  -
3.3563  -4.0538  -4.4190  -3.5231  -3.4608  -3.2862  -4.3399
13 -3.4294  -5.1196  -3.3539  -3.5278  -3.1901  -4.1872  -4.6113  -3.5709  -
3.2939  -3.9915  -4.3566  -3.4608  -3.3984  -3.2239  -4.2776
14 -3.2549  -4.9451  -3.1794  -3.3532  -3.0156  -4.0126  -4.4368  -3.3964  -
3.1194  -3.8169  -4.1821  -3.2862  -3.2239  -3.0493  -4.1030
15 -4.3086  -5.9987  -4.2330  -4.4069  -4.0693  -5.0663  -5.4905  -4.4501  -
4.1731  -4.8706  -5.2357  -4.3399  -4.2776  -4.1030  -5.1567
;
run;

%let m=15;
%let n=15;

/* didžiausias abiejų matricų elementas    max(a_{ij}, b_{ij})    pirmu atveju
mu=4.3983, atru atveju mu=12.1507*/
%let mu = 4.3983; /*pirmojo atvejo sprendimas, antruoju atveju reikia įstatyti
12,1507 reikšmę*/
/*kintamuosius ir apibrėžimo sritis aprašome išskaidymo (SPARSE) formatu*/
data modelis;
length _type_ _row_ _col_ $8.;
array a{&m} a1 - a&m;
array b{&n} b1 - b&n;
m=&m;
n=&n;
/* užrašome tikslo funkciją U-V -> max    */
_type_    = 'max';
_row_     = 'tf';
_col_     = 'U';
_coef_    = 1;
output;

```

```

_type_ = 'max';
_row_ = 'tf';
_col_ = 'V';
_coef_ = -1;
output;
/* kintamųjų x_i suma lygi 1 */
do i=1 to m;
    _type_ = 'eq';
    _row_ = 'Sx';
    _col_ = 'x' || put(i, 2.);
    _coef_ = 1;
    output;
end;
    _type_ = 'eq';
    _row_ = 'Sx';
    _col_ = '_rhs_';
    _coef_ = 1;
    output;
/* kintamųjų y_j suma lygi 1 */
do j=1 to n;
    _type_ = 'eq';
    _row_ = 'Sy';
    _col_ = 'y' || put(j, 2.);
    _coef_ = 1;
    output;
end;
    _type_ = 'eq';
    _row_ = 'Sy';
    _col_ = '_rhs_';
    _coef_ = 1;
    output;
/* apribojimas jog U - sum_j a_{ij}y_j GE 0 */
do i=1 to m;
    link readA;
    _type_ = 'ge';
    _row_ = 'A' || put(i, 2.);
    _col_ = 'U';
    _coef_ = 1;
    output;
    _type_ = 'ge';
    _row_ = 'A' || put(i, 2.);
    _col_ = '_rhs_';
    _coef_ = 0;
    output;
    do j=1 to n;
        _type_ = 'ge';
        _row_ = 'A' || put(i, 2.);
        _col_ = 'y' || put(j, 2.);
        _coef_ = -a{j};
        output;
    end;
end;
/* apribojimas jog V - sum_i b_{ij}x_i LE 0 */
do j=1 to n;
    link readB;
    _type_ = 'le';
    _row_ = 'B' || put(j, 2.);
    _col_ = 'V';
    _coef_ = 1;
    output;

    _type_ = 'le';
    _row_ = 'B' || put(j, 2.);

```

```

_col_      = '_rhs_';
_coef_     = 0;
output;

do i=1 to m;
    _type_  = 'le';
    _row_   = 'B' || put(i, 2.);
    _col_   = 'x' || put(j, 2.);
    _coef_  = -b{i};
    output;
end;
end;
/* apribojimas jog U - sum_j a_{ij}y_j EQ z_i */
do i=1 to m;
    link readU;
    _type_  = 'eq';
    _row_   = 'U' || put(i, 2.);
    _col_   = 'U';
    _coef_  = 1;
    output;
    _type_  = 'eq';
    _row_   = 'U' || put(i, 2.);
    _col_   = 'z' || put(i, 2.);
    _coef_  = -1;
    output;
    _type_  = 'eq';
    _row_   = 'U' || put(i, 2.);
    _col_   = '_rhs_';
    _coef_  = 0;
    output;
    do j=1 to n;
        _type_  = 'eq';
        _row_   = 'U' || put(i, 2.);
        _col_   = 'y' || put(j, 2.);
        _coef_  = -a{j};
        output;
    end;
end;
end;
/* apribojimas jog V - sum_i b_{ij}x_i EQ w_j */
do j=1 to n;
    link readV;
    _type_  = 'eq';
    _row_   = 'V' || put(j, 2.);
    _col_   = 'V';
    _coef_  = -1;
    output;
    _type_  = 'eq';
    _row_   = 'V' || put(j, 2.);
    _col_   = 'w' || put(j, 2.);
    _coef_  = -1;
    output;
    _type_  = 'eq';
    _row_   = 'V' || put(j, 2.);
    _col_   = '_rhs_';
    _coef_  = 0;
    output;
    do i=1 to m;
        _type_  = 'eq';
        _row_   = 'V' || put(i, 2.);
        _col_   = 'x' || put(j, 2.);
        _coef_  = b{i};
        output;
    end;
end;

```

```

end;
/* apribojimas s_i + x_i LE 1 */
do i=1 to m;
    _type_ = 'le';
    _row_ = 'ss' || put(i, 2.);
    _col_ = 'x' || put(i, 2.);
    _coef_ = 1;
    output;
end;
do i=1 to m;
    _type_ = 'le';
    _row_ = 'ss' || put(i, 2.);
    _col_ = 's' || put(i, 2.);
    _coef_ = 1;
    output;
end;
do i=1 to m;
    _type_ = 'le';
    _row_ = 'ss' || put(i, 2.);
    _col_ = '_rhs_';
    _coef_ = 1;
    output;
end;
/* apribojimas t_j + y_j LE 1 */
do j=1 to n;
    _type_ = 'le';
    _row_ = 'tt' || put(j, 2.);
    _col_ = 'y' || put(j, 2.);
    _coef_ = 1;
    output;
end;
do j=1 to n;
    _type_ = 'le';
    _row_ = 'tt' || put(j, 2.);
    _col_ = 't' || put(j, 2.);
    _coef_ = 1;
    output;
end;
do j=1 to n;
    _type_ = 'le';
    _row_ = 'tt' || put(j, 2.);
    _col_ = '_rhs_';
    _coef_ = 1;
    output;
end;
/* apribojimas z_i LE mu*s_i */
do i=1 to m;
    _type_ = 'le';
    _row_ = 'zs' || put(i, 2.);
    _col_ = 'z' || put(i, 2.);
    _coef_ = 1;
    output;
end;
do i=1 to m;
    _type_ = 'le';
    _row_ = 'zs' || put(i, 2.);
    _col_ = 's' || put(i, 2.);
    _coef_ = -&mu;
    output;
end;
do i=1 to m;
    _type_ = 'le';
    _row_ = 'zs' || put(i, 2.);

```

```

        _col_      = '_rhs_';
        _coef_     = 0;
        output;
end;
/* apribojimas w_j LE mu*t_j */
do j=1 to n;
    _type_      = 'le';
    _row_       = 'wt' || put(j, 2.);
    _col_       = 'w' || put(j, 2.);
    _coef_      = 1;
    output;
end;
do j=1 to n;
    _type_      = 'le';
    _row_       = 'wt' || put(j, 2.);
    _col_       = 't' || put(j, 2.);
    _coef_      = -&mu;
    output;
end;
do j=1 to n;
    _type_      = 'le';
    _row_       = 'wt' || put(j, 2.);
    _col_       = '_rhs_';
    _coef_      = 0;
    output;
end;
/* kintamieji s_i ir t_j yra binariniai */
do i=1 to m;
    _type_      = 'binary';
    _row_       = 'bin';
    _col_       = 's' || put(i, 2.);
    _coef_      = 1;
    output;
end;
do j=1 to n;
    _type_      = 'binary';
    _row_       = 'bin';
    _col_       = 't' || put(j, 2.);
    _coef_      = 1;
    output;
end;
/* nuorodos į matricų A ir B duomenų rinkinius */
readA:set A; return;
readB:set B; return;
readU:set A; return;
readV:set B; return;
keep _type_ _row_ _col_ _coef_;
run;

/*pusiausvyrinio portfelio strategijų radimas*/
proc lp sparsedata canselect=obj varselect=penalty imaxit=1000000
primalout=sprendimas;
reset maxit1=1000000 time=300;
reset maxit2=1000000 time=300;
run;

```

Maksimino - minimakso portfelio konstravimas.

j-indekso i-tojo mėnesio pelno normos vidurkio matrica

Data	AEX	Athens Stock Exchange General	BEL 20	CAC40	FTSE 100	FTSE MIB	IBEX 35	MDAX	OMX C20 CA	OMX Stockh	PSI 20	SBF120	SDAX	SMI	WIG20
2014-11	0,3853	0,4253	0,2648	0,2997	0,0828	0,4064	0,2730	0,3400	0,5140	0,2287	0,3655	0,2941	0,1857	0,2686	0,0045
2014-10	0,4733	0,1602	0,4696	0,6122	0,3258	0,5995	0,3090	0,5645	0,2936	0,4201	0,5590	0,6043	0,4264	-0,1082	0,1760
2014-9	-0,2081	-1,0378	-0,1405	-0,3165	-0,2354	-0,4166	-0,4249	-0,1069	-0,0999	-0,0263	-0,5098	-0,2784	0,0451	-0,1433	-0,3435
2014-8	0,2866	0,3475	0,2768	0,2966	0,1917	0,2653	0,3340	0,3159	0,1270	0,2187	0,1435	0,3002	0,2428	0,2413	-0,0312
2014-7	-0,0165	-0,4587	-0,0184	-0,1063	0,0106	-0,1966	-0,0986	0,1334	0,0610	0,1541	-0,3432	-0,0887	0,0071	0,0377	0,0518
2014-6	-0,1237	-0,4172	-0,0804	-0,1913	-0,3034	-0,2081	-0,2034	-0,1997	-0,0843	-0,1512	-0,3705	-0,1985	-0,2271	-0,0801	-0,1501
2014-5	0,2401	0,0271	0,1826	0,2194	0,1326	0,1074	0,1704	0,2123	0,1148	0,1265	0,0829	0,2061	0,0823	0,2672	0,2890
2014-4	-0,2208	-0,3474	-0,1532	-0,2132	-0,1062	-0,2026	-0,1763	-0,3612	-0,1756	-0,1268	-0,6643	-0,2302	-0,3701	-0,1805	-0,0338
2014-3	0,0111	-0,1532	-0,0164	-0,1837	-0,0231	-0,2189	-0,0744	-0,1229	-0,0158	0,0223	-0,4240	-0,1749	-0,0548	-0,0245	-0,2319
2014-2	0,1397	0,4051	0,0448	0,1158	0,0325	0,2204	0,2716	0,2503	0,2746	0,1349	0,0353	0,1246	0,2435	0,0874	0,2296
2014-1	-0,0217	-0,4101	0,0260	0,0449	0,1312	-0,1151	-0,0470	-0,0455	0,0976	-0,0066	-0,1807	0,0364	-0,0052	0,0580	-0,1203
2013-12	0,1361	-0,1039	0,0619	0,0779	-0,0480	0,2951	0,2027	0,0004	0,0185	-0,0065	0,0357	0,0821	0,0721	0,0251	0,1207
2013-11	0,0516	0,3192	0,2917	0,1624	0,0873	0,2580	0,0622	0,0314	0,2145	0,1710	0,4278	0,1824	0,0484	0,0311	-0,0351
2013-10	-0,1444	0,0741	-0,0003	-0,0310	-0,1174	0,0551	-0,0388	-0,0457	0,1005	-0,0403	-0,0113	-0,0282	0,0484	0,0029	0,1364
2013-9	0,1822	0,1182	0,2085	0,1333	0,1783	0,2975	0,3152	0,1844	0,3775	0,1755	0,3898	0,1424	0,1916	0,1620	-0,2874
2013-8	-0,0568	0,2019	-0,1805	-0,1477	-0,1723	-0,2351	-0,1533	-0,0349	0,0204	-0,0064	0,0850	-0,1309	-0,0061	-0,0767	-0,0841
2013-7	0,1943	0,6204	0,1295	0,1367	0,2166	0,2877	0,2421	0,2722	0,1606	0,0746	0,1910	0,1344	0,1748	0,1210	0,2447
2013-6	0,1079	0,4805	0,2210	0,2213	-0,0274	0,4045	0,4857	0,2075	0,1655	0,0732	0,1184	0,2205	0,1770	0,0541	0,2330
2013-5	-0,0323	0,0382	-0,0935	-0,0667	-0,1118	-0,0087	-0,0360	-0,0240	0,0045	-0,0248	0,0987	-0,0584	0,1364	-0,0429	-0,1671
2013-4	0,2226	0,5321	0,3480	0,2897	0,1666	0,2902	0,3347	0,2519	0,3491	0,2981	0,3000	0,2931	0,1448	0,0818	0,2365
2013-3	0,0765	-0,8266	-0,0433	0,0043	0,0751	-0,2111	-0,1202	0,0626	-0,0239	-0,0334	-0,2986	0,0038	-0,0652	0,1454	-0,3191
2013-2	-0,1306	-0,4117	-0,2535	-0,1425	-0,1929	-0,1603	-0,2079	-0,0412	-0,1097	-0,1484	-0,3846	-0,1213	-0,0162	-0,2913	0,2077
2013-1	0,2310	1,1169	0,3131	0,3077	0,2157	0,5064	0,4270	0,2761	0,1103	0,2118	0,5333	0,2816	0,2246	0,2255	0,0158
2012-12	-0,0864	-0,6901	-0,0797	-0,1319	-0,1107	-0,1919	-0,3283	-0,1166	-0,1437	-0,1720	-0,3313	-0,1348	-0,3021	-0,0018	-0,2671
2012-11	-0,0263	-0,1368	0,1529	0,1480	0,1325	-0,1651	0,2566	0,2697	0,1889	0,1842	-0,1207	0,1568	0,2053	0,2067	0,0242
2012-10	-0,0051	0,2531	-0,0128	-0,0837	0,1573	-0,0823	-0,2739	0,1471	0,2524	0,1200	0,2410	-0,0522	0,3493	0,3357	-0,2648
2012-9	0,1667	0,7125	0,1542	0,1985	0,1150	0,2929	0,3515	0,1983	0,1441	0,1761	0,3984	0,1875	0,2025	-0,0210	0,3123
2012-8	0,0195	0,1046	0,0745	0,1254	0,0207	0,0590	-0,0415	0,0242	0,0735	0,0896	-0,0061	0,1224	0,0689	0,0993	0,2238
2012-7	0,1352	0,1811	-0,0118	0,1202	0,0357	0,0764	0,0909	0,1793	-0,1249	-0,0403	0,0599	0,1096	0,0189	0,0680	-0,0786
2012-6	-0,0056	0,8708	0,1252	0,0197	0,1306	0,1128	0,2259	0,1275	0,1346	0,2052	0,2530	0,0455	0,1448	0,1799	0,2926
2012-5	0,0905	0,4248	0,2055	0,2262	0,0101	0,6080	0,7239	0,0950	0,1665	-0,0881	0,4414	0,2076	0,0288	-0,0289	0,1579
2012-4	0,1510	-0,3422	0,0079	0,0190	-0,0221	-0,2648	-0,3959	0,0422	0,1434	0,1118	-0,3001	0,0194	-0,0635	0,1653	-0,2521
2012-3	0,1510	-0,3422	0,0079	0,0190	-0,0221	-0,2648	-0,3959	0,0422	0,1434	0,1118	-0,3001	0,0194	-0,0635	0,1653	-0,2521
2012-2	-0,3116	-1,3839	-0,2761	-0,3408	-0,3376	-0,3218	-0,5505	-0,4080	-0,5140	-0,3663	-0,7017	-0,3577	-0,4650	-0,2602	-0,3876
2012-1	-0,1260	-0,3892	-0,1607	-0,1247	-0,0336	-0,3890	-0,3474	0,0590	0,0368	-0,0328	-0,1212	-0,1024	-0,0309	-0,0914	-0,0758
2011-12	-0,1604	-0,1809	-0,0308	-0,2222	-0,1289	-0,4258	-0,4366	0,0686	-0,0683	-0,2243	-0,2246	-0,1947	0,0094	0,0127	-0,0496
2011-11	-0,1380	-0,8773	-0,1389	-0,1741	-0,4767	-0,1276	-0,5498	-0,6824	-0,3904	-0,3239	0,0618	-0,1722	-0,4104	0,2090	-0,7862

j-indekso i-tojo mėnesio pelno normos standartinio nuokrypio matrica

Data	AEX	Athens Stock Exchange	BEL 20	CAC40	FTSE 100	FTSE MIB	IBEX 35	MDAX	OMX C20	OMX Stoc	PSI 20	SBF120	SDAX	SMI	WIG20
		General													
2014-11	0,6702	4,2015	0,6673	0,6659	0,3733	1,0854	1,0413	0,8489	0,7969	0,8007	1,0792	0,6594	0,7943	0,5486	0,5932
2014-10	1,0905	4,1882	0,9191	1,2424	1,0063	1,5736	1,4272	0,9039	0,8716	1,1984	1,3467	1,1528	0,7298	2,6346	1,2018
2014-9	1,5078	3,6865	1,3373	1,7044	1,2679	2,0613	1,7594	0,9805	1,0800	1,0144	1,6645	1,5885	0,9301	0,9939	0,9941
2014-8	0,6517	2,4158	0,6238	0,8782	0,5644	1,4165	1,1833	0,5840	0,5705	0,7203	1,2716	0,8153	0,5220	0,5029	0,5977
2014-7	1,4201	3,0519	1,3925	1,4775	1,0704	1,9557	1,6374	1,2778	1,5486	1,3597	1,7148	1,4407	1,2347	1,1165	0,6686
2014-6	0,8289	1,6924	0,7052	1,0720	0,5952	1,5095	1,1115	0,6416	0,7597	0,7805	1,0779	0,9897	0,5916	0,4665	0,7941
2014-5	0,6616	1,7707	0,5714	0,8911	0,4491	1,2886	0,9339	0,7909	0,8940	0,7944	1,4822	0,8474	0,8836	0,5265	0,9594
2014-4	0,8259	1,6988	0,7932	1,0463	0,6228	1,5460	1,2118	0,8790	0,8210	0,9171	1,9746	0,9952	0,8492	0,6280	0,7556
2014-3	0,5059	1,3885	0,5215	0,6403	0,4635	0,8208	0,6270	0,5586	0,5320	0,6678	0,9221	0,6249	0,5404	0,5362	0,6140
2014-2	0,3635	2,2329	0,4698	0,4833	0,3555	1,7352	0,8464	0,7136	0,6265	0,3512	1,2349	0,4804	0,5427	0,3093	0,7049
2014-1	0,6569	1,7818	0,6981	0,7699	0,5405	1,4687	0,9495	0,9785	0,9863	0,8479	1,1851	0,7303	0,8011	0,5335	0,7592
2013-12	0,7318	1,3584	0,7738	0,8884	0,6470	1,0932	0,9882	0,9043	0,9651	0,8185	1,0523	0,8388	0,9450	0,7499	0,9621
2013-11	0,9893	1,4845	0,8341	0,9395	0,7561	1,2764	1,0039	0,9564	1,0581	0,9545	1,1482	0,8926	0,8769	0,8078	1,5927
2013-10	0,7747	1,8193	0,7731	0,9496	0,7081	1,0652	1,1859	0,9431	1,0216	0,7398	1,2278	0,9014	0,7681	0,8331	1,1428
2013-9	0,8622	1,8395	0,8113	0,9123	0,6300	1,0917	1,1640	0,5423	0,6641	0,7640	0,9965	0,8425	0,4287	0,7246	0,8406
2013-8	0,5482	1,7130	0,6527	0,8081	0,5137	1,0915	0,7488	0,6978	0,7565	0,6435	0,7944	0,7602	0,5775	0,6018	1,1857
2013-7	0,6732	1,6708	0,7210	0,7004	0,5536	1,0651	1,0060	0,5219	0,6165	0,6808	0,9226	0,6649	0,5209	0,6102	1,1565
2013-6	0,5800	1,5979	0,5497	0,7528	0,5484	1,0555	0,6986	0,5180	0,7072	0,7025	0,7352	0,7183	0,3557	0,5086	1,6187
2013-5	0,9059	1,7801	0,9767	0,9104	0,7749	1,3496	1,1717	0,8023	0,8093	0,8159	1,1959	0,8740	0,6923	0,7706	1,0398
2013-4	0,5545	1,5501	0,9048	0,7519	0,5781	1,1172	1,0615	0,6150	0,7649	0,6212	1,1313	0,7064	0,4744	0,6440	0,9183
2013-3	1,1606	2,6529	1,3034	1,5096	1,3028	1,4859	1,5965	1,2286	1,1211	1,3122	2,1929	1,4525	1,1979	1,4588	1,8172
2013-2	0,9556	2,2802	0,6797	1,0231	1,0653	1,2817	0,9138	0,8725	0,8771	0,9527	1,0777	0,9639	0,8094	1,2583	0,9751
2013-1	0,9353	1,9053	1,0680	1,2475	0,6552	1,2884	1,3213	0,7776	0,7493	0,9152	1,6053	1,1628	0,8743	0,9401	1,2778
2012-12	0,7633	2,1678	0,7552	1,0185	0,6748	1,3475	1,3405	0,8074	0,6760	0,7479	1,3347	0,9392	0,9664	0,7223	0,6919
2012-11	0,9259	1,5028	1,0188	1,3500	0,7594	1,6998	1,5127	0,7402	0,9273	0,7768	0,9198	1,2372	0,6063	0,8790	0,7733
2012-10	0,5398	1,4553	0,7677	0,8250	0,5958	1,4256	1,1403	0,6847	0,6055	0,5388	0,9827	0,7670	0,5681	0,8988	0,6326
2012-9	0,5963	1,6422	0,5655	0,7246	0,5549	1,1850	1,0519	0,6541	0,6440	0,6440	0,8796	0,6927	0,5495	0,3709	0,7771
2012-8	0,8506	1,8331	0,8866	1,0216	0,8301	1,3143	1,0680	0,8232	0,6811	0,8494	0,8825	0,9496	0,5975	0,7293	0,5830
2012-7	0,8776	2,8355	0,7942	1,1427	0,7181	1,3266	1,3755	0,7564	0,7651	0,8368	0,9221	1,0550	0,5317	0,6104	0,8636
2012-6	0,9460	2,4118	0,9644	1,4431	0,8140	1,8348	1,7893	0,9924	0,8726	0,9971	1,2257	1,3363	0,6402	0,6972	0,9119
2012-5	0,8674	1,5274	0,8954	1,2594	0,7424	1,6987	2,0954	0,9824	0,7120	0,9861	0,9850	1,1639	0,6616	0,5361	1,0456
2012-4	1,1375	1,9119	1,5063	1,7302	0,9893	2,4868	2,8684	1,4510	1,1601	1,0859	1,5412	1,6455	0,8272	0,7368	1,3658
2012-3	1,1375	1,9119	1,5063	1,7302	0,9893	2,4868	2,8684	1,4510	1,1601	1,0859	1,5412	1,6455	0,8272	0,7368	1,3658
2012-2	1,2048	2,9163	1,1961	1,3765	1,1619	1,6123	1,8766	1,3646	1,2001	1,5674	1,1033	1,3471	1,1284	0,8302	1,3976
2012-1	1,2962	1,7718	1,2166	1,6776	1,0552	2,2419	2,0917	1,5508	0,9035	1,7666	0,9516	1,6112	0,9214	0,7647	0,9948
2011-12	1,1905	1,6700	1,3491	1,4590	1,0532	1,5120	1,4470	1,5674	1,3634	1,6193	1,1108	1,4424	1,2321	0,8196	1,0134
2011-11	0,7582	1,5186	0,6450	0,3044	0,1945	0,7847	1,0374	0,7182	0,3045	0,5260	0,6980	0,3823	0,3647	0,1911	1,3781

j-indeksų i-tų mėnesio pelno normos maksimumo matrica

Data	AEX	Athens Stock Exchange General	BEL 20	CAC40	FTSE 100	FTSE MIB	IBEX 35	MDAX	OMX C20	OMX Stoc	PSI 20	SBF120	SDAX	SMI	WIG20
2014-11	1,1429	9,8121	1,1372	1,0006	0,6650	2,1256	1,9045	1,8368	1,6805	1,9667	1,7767	1,0384	1,5657	1,1302	0,7592
2014-10	2,8842	11,2719	2,7988	3,5855	2,3385	3,6879	2,6152	2,2156	1,8252	2,4885	2,9809	3,3529	1,3316	3,2051	2,3411
2014-9	3,2172	4,1447	2,4856	3,3459	2,4117	3,4125	3,4012	2,1581	2,6086	2,5972	3,7523	3,1781	1,8621	2,7032	1,8408
2014-8	1,7039	4,2022	1,5383	2,6692	1,3197	3,8799	3,0521	1,8257	1,1425	1,6731	2,4758	2,4666	1,2749	1,4355	1,2085
2014-7	2,8676	7,2081	3,4699	2,9235	1,8461	3,4168	2,9691	3,0179	3,7808	3,1039	2,6337	2,9287	2,7406	2,3898	1,5369
2014-6	1,0498	3,6697	1,1319	1,6525	0,5661	2,8198	1,9593	0,7106	1,4338	0,8421	1,7846	1,5125	0,5154	0,6655	1,4558
2014-5	1,6400	2,3730	1,2947	2,1000	0,9967	2,0634	1,8085	2,4264	2,1451	1,9376	2,3719	1,9137	2,7059	1,0382	2,0649
2014-4	1,1807	3,2726	1,3886	1,5049	1,1060	3,1681	1,8913	1,1541	1,5171	1,5201	3,0703	1,4184	1,3884	1,1472	1,3186
2014-3	0,8849	1,5519	0,9835	1,0160	0,8746	1,3175	0,9020	1,0134	0,8042	1,5374	1,4551	1,0109	0,9816	1,0759	0,7538
2014-2	0,7107	4,9468	0,6257	1,0604	0,6563	5,5034	1,7276	1,2866	1,3344	0,7709	1,5102	1,0332	1,4074	0,7973	2,0371
2014-1	1,2039	3,0890	1,6934	1,3879	1,0410	3,4444	1,7035	1,9738	2,7148	2,0782	2,1461	1,4077	1,6445	1,0295	1,6013
2013-12	1,2621	3,4990	1,3666	1,5850	1,2959	2,5177	1,6612	1,7812	1,3973	1,7003	1,8208	1,4111	2,6619	1,2341	2,2571
2013-11	2,7152	3,4844	2,2968	2,4478	1,7205	3,6207	2,5105	2,2882	2,3344	2,0868	2,5008	2,2770	2,0024	1,9830	2,2189
2013-10	1,5053	3,3399	1,6651	1,7075	1,5545	2,2791	1,9396	1,7544	1,9493	1,4427	2,4665	1,6127	1,3308	1,3001	2,5634
2013-9	1,7473	4,7802	1,5984	1,6430	1,4267	2,3402	2,9347	1,1495	1,5654	2,0218	2,4561	1,5624	1,1314	1,8653	1,2871
2013-8	0,9433	2,7223	1,2681	1,0370	0,5449	2,2383	0,9656	1,0521	1,7482	1,1352	1,8969	1,0179	0,9804	0,9236	2,9541
2013-7	1,8301	3,3506	1,9451	2,2064	1,4607	2,2703	2,3466	1,4288	1,4917	2,0367	1,9518	2,1100	1,7869	1,2355	3,5398
2013-6	1,7659	4,0454	1,3794	1,8887	1,0150	3,1099	1,9589	1,2858	1,8991	1,5299	1,3097	1,8197	0,8581	1,3032	2,8980
2013-5	1,7441	2,9385	2,0372	1,8361	1,4542	2,5590	1,9842	1,7435	1,4896	1,3612	2,4500	1,7454	1,5450	1,8803	1,5748
2013-4	1,3105	2,6282	2,0554	1,8642	1,1693	2,2847	1,8962	1,5382	2,3859	1,3436	2,3014	1,7662	1,0923	1,8349	2,1568
2013-3	2,5129	3,4138	2,2206	2,8984	3,0787	3,4375	3,0681	1,8453	1,7406	1,7903	3,7260	2,7531	1,5096	2,1265	3,1520
2013-2	1,3477	3,7449	0,5258	1,3867	1,6180	2,1017	1,7660	1,6868	1,3602	1,2013	1,2678	1,3264	1,5003	1,5307	2,7879
2013-1	2,6700	6,0632	2,5555	3,5848	1,9982	3,1910	3,3522	2,2397	1,6080	2,5794	4,3531	3,3502	1,6439	2,5414	1,6245
2012-12	1,3108	3,3947	1,3321	1,9818	1,2309	2,4497	2,8489	1,4997	1,3378	0,9051	2,5493	1,8185	1,6582	1,0959	1,0061
2012-11	2,0378	2,3067	1,9190	2,2478	1,3603	2,7804	2,1971	1,7065	1,3323	1,3584	1,9462	2,0554	1,2693	1,6855	1,5871
2012-10	0,6737	2,7424	1,5736	1,0966	1,1209	2,2130	1,8147	1,4765	1,8159	1,0088	2,4188	1,2082	1,6913	2,9025	1,2924
2012-9	2,1884	4,8122	1,5938	2,5503	2,1967	3,8100	3,4294	1,9724	2,1378	2,2847	2,7753	2,4408	1,6897	0,8754	1,6736
2012-8	1,5320	3,8482	2,3410	2,9346	2,3560	3,0505	2,3141	1,9576	1,4002	2,3680	2,1195	2,6937	1,3851	2,0009	1,5466
2012-7	1,4863	5,3820	1,1848	2,3583	1,3699	2,5300	3,4082	1,3794	1,2129	0,9894	1,8413	2,1265	0,8934	1,0413	1,7252
2012-6	2,3112	5,3342	2,1997	3,0563	2,1118	4,3115	4,9106	2,0931	1,8689	2,6392	2,4308	2,8944	1,4162	1,7708	2,7113
2012-5	2,5670	2,8167	2,7940	4,3846	2,2072	6,3417	5,9984	2,9601	1,4625	2,1709	2,7567	4,0428	1,8335	0,8465	2,3810
2012-4	2,3635	3,6024	2,9968	4,0685	1,3760	5,6234	6,0601	2,3595	1,8967	1,8517	2,6719	3,8375	1,1363	1,5689	2,2665
2012-3	2,3635	3,6024	2,9968	4,0685	1,3760	5,6234	6,0601	2,3595	1,8967	1,8517	2,6719	3,8375	1,1363	1,5689	2,2665
2012-2	1,8620	4,1927	2,3216	1,8810	1,8626	3,4121	3,4201	2,5357	1,5648	2,5165	0,9971	1,9028	2,0413	1,6443	1,7157
2012-1	2,3397	3,1699	2,3172	2,7214	1,7767	3,6833	2,7225	2,4779	1,6072	2,2458	1,2409	2,6203	1,6092	1,2304	1,5690
2011-12	1,7113	3,1762	1,7119	2,5360	1,8452	2,0770	2,4034	3,2002	2,2229	2,6980	1,6025	2,5141	2,6098	1,1335	1,7025
2011-11	0,3981	0,1966	0,3172	0,0411	-0,3392	0,4273	0,1837	-0,1746	-0,1751	0,0480	0,5554	0,0981	-0,1525	0,3441	0,1883

j-indekso i-tojo mėnesio pelno normos minimumo matrica

Data	AEX	Athens Stock Exchange General	BEL 20	CAC40	FTSE 100	FTSE MIB	IBEX 35	MDAX	OMX C20	OMX Stoic	PSI 20	SBF120	SDAX	SMI	WIG20
2014-11	-1,1897	-4,7476	-1,2425	-0,9776	-0,7422	-1,8983	-1,9691	-1,3976	-1,1091	-1,4686	-1,5369	-0,9478	-1,3528	-1,1154	-1,4909
2014-10	-1,7680	-9,2402	-1,0759	-1,9041	-2,3500	-3,2713	-3,9150	-1,4528	-1,2493	-2,3006	-1,5520	-1,6092	-1,5542	-8,6712	-3,0578
2014-9	-2,6854	-12,7758	-2,5978	-3,3142	-2,4927	-4,9232	-3,4538	-1,6936	-1,6834	-1,9657	-3,1341	-3,0169	-1,6884	-2,0520	-2,1666
2014-8	-0,7828	-5,3839	-1,1461	-1,5132	-0,9855	-2,8731	-1,7555	-1,1305	-0,9436	-1,1278	-2,6322	-1,4111	-0,9595	-0,5298	-1,0385
2014-7	-3,4605	-6,2518	-3,3094	-3,6331	-2,8320	-4,4418	-3,5904	-2,0075	-2,2555	-2,9017	-3,2133	-3,4841	-2,6309	-2,3163	-1,3332
2014-6	-2,5384	-3,0538	-2,0875	-2,8085	-1,6947	-3,9188	-3,1163	-1,5985	-2,0954	-2,0021	-3,3004	-2,6189	-1,9351	-1,5339	-2,0575
2014-5	-1,0020	-3,9979	-0,6545	-1,3622	-0,6932	-2,7047	-1,6357	-1,0895	-1,4689	-1,5972	-4,0702	-1,2711	-1,5285	-0,7517	-1,8599
2014-4	-1,7296	-3,9845	-1,2344	-1,8161	-1,2466	-2,6921	-2,1047	-2,2532	-1,5829	-1,5901	-4,1779	-1,6872	-2,0392	-1,2631	-1,8603
2014-3	-1,0939	-2,7841	-0,9541	-1,4146	-0,9537	-1,4869	-1,2534	-1,1911	-0,9535	-1,4189	-1,7159	-1,3488	-0,8178	-1,0528	-1,5721
2014-2	-0,7636	-4,6260	-1,4413	-1,2466	-0,6217	-3,6110	-2,3450	-1,0928	-0,6412	-0,4487	-3,3514	-1,2409	-0,7459	-0,4330	-1,0708
2014-1	-1,5576	-3,4362	-0,9502	-1,0792	-1,2085	-2,3321	-1,4892	-1,4787	-1,4459	-1,4048	-1,9545	-1,1021	-1,4749	-1,4460	-1,7582
2013-12	-1,3669	-2,3920	-1,6111	-1,3595	-1,0859	-1,6482	-1,3926	-1,5718	-1,9311	-1,1788	-2,1642	-1,3024	-1,3304	-1,2570	-1,3136
2013-11	-2,5970	-2,4425	-2,1211	-2,6590	-1,4883	-3,3397	-2,3284	-2,6193	-2,6548	-2,4512	-2,5707	-2,5274	-2,7947	-2,2928	-5,1077
2013-10	-2,4858	-3,2119	-2,1010	-2,7912	-1,6969	-2,6325	-3,6353	-2,6474	-2,4445	-1,5876	-3,3063	-2,7054	-2,0481	-2,4209	-2,4489
2013-9	-1,3911	-2,7407	-1,4833	-1,5985	-0,9599	-1,7465	-1,5771	-0,7504	-1,1302	-1,0299	-1,3654	-1,4035	-0,6273	-1,3411	-2,3125
2013-8	-1,3687	-3,8513	-1,8589	-2,6452	-1,4389	-2,0719	-1,5670	-1,9549	-1,0481	-1,7822	-1,2352	-2,4494	-1,3101	-1,7854	-1,8954
2013-7	-1,0216	-3,8186	-0,8263	-0,8095	-1,1099	-2,3810	-1,8436	-0,8139	-0,9001	-0,6622	-1,5706	-0,7139	-0,6828	-0,9323	-1,2087
2013-6	-0,6596	-3,7849	-0,5642	-1,0349	-0,8062	-1,2666	-0,6793	-0,5355	-1,3356	-1,3284	-1,3703	-0,9240	-0,3599	-1,1735	-4,6326
2013-5	-2,3080	-4,0781	-2,5803	-2,4194	-1,5801	-2,4580	-2,9584	-1,9709	-1,8699	-1,6974	-1,9294	-2,3587	-1,7611	-1,6969	-2,4942
2013-4	-0,7225	-2,3427	-1,1176	-1,4559	-0,7187	-1,7362	-2,3161	-1,0356	-0,9673	-0,6552	-2,0113	-1,2859	-0,7237	-0,8714	-1,4885
2013-3	-2,6205	-6,1096	-3,0351	-3,6571	-2,9818	-3,0930	-3,4106	-2,4345	-2,2272	-3,0855	-5,3148	-3,4315	-2,8803	-3,0493	-4,7854
2013-2	-2,0421	-4,8126	-1,5625	-2,0725	-2,1235	-3,0608	-1,4039	-1,9238	-2,0030	-2,4016	-3,0072	-2,0857	-1,3951	-2,8437	-1,6838
2013-1	-1,4315	-1,2826	-1,8025	-2,3485	-0,9576	-1,5032	-1,8330	-0,8994	-1,4779	-1,7131	-1,7738	-2,2334	-2,5793	-2,3814	-5,1567
2012-12	-1,6795	-4,8994	-1,5019	-1,6822	-1,4870	-2,5001	-2,2678	-2,1642	-1,5141	-1,6919	-3,5368	-1,7257	-3,0481	-1,5657	-2,0056
2012-11	-2,1041	-4,1549	-1,9064	-2,6714	-1,6235	-4,8911	-3,1997	-1,2447	-2,8182	-1,5457	-2,4862	-2,4140	-1,1393	-1,9010	-1,3737
2012-10	-1,6482	-3,1351	-2,1008	-3,0110	-1,5818	-4,5034	-3,7681	-1,5378	-0,9529	-1,2694	-1,8873	-2,7195	-0,7812	-0,9403	-1,1788
2012-9	-0,7862	-1,5448	-0,9264	-1,4700	-0,4859	-2,1989	-1,8102	-0,6235	-1,1692	-1,0178	-0,9267	-1,3457	-0,7251	-0,5845	-1,3961
2012-8	-1,7873	-3,6335	-1,4494	-1,9855	-1,5849	-2,4990	-2,2571	-1,5593	-1,0674	-1,4984	-1,9137	-1,7766	-1,0699	-1,5336	-0,7871
2012-7	-2,3052	-6,2810	-1,2001	-2,2034	-1,4449	-1,9965	-2,3073	-1,7621	-1,3557	-1,7493	-1,6300	-2,0872	-1,4847	-1,7775	-1,9884
2012-6	-1,9283	-3,7338	-1,8259	-2,8166	-1,5636	-3,2924	-3,9217	-1,9250	-1,7046	-1,5881	-2,2464	-2,6369	-1,4223	-1,1044	-1,2079
2012-5	-1,1431	-2,2706	-1,0303	-1,5829	-1,5004	-1,3681	-2,7013	-1,3784	-1,0917	-2,3200	-1,6774	-1,4635	-0,9989	-1,1625	-1,3757
2012-4	-2,1329	-5,7480	-2,8038	-2,8918	-2,0861	-4,6382	-5,8243	-3,5211	-2,6713	-1,8962	-3,4138	-2,9448	-2,2347	-1,6607	-3,2892
2012-3	-2,1329	-5,7480	-2,8038	-2,8918	-2,0861	-4,6382	-5,8243	-3,5211	-2,6713	-1,8962	-3,4138	-2,9448	-2,2347	-1,6607	-3,2892
2012-2	-2,3683	-5,0887	-2,4701	-2,7820	-2,5331	-3,6798	-3,3147	-2,7332	-3,1894	-3,1360	-2,7805	-2,6847	-2,2769	-1,5615	-2,9537
2012-1	-2,8580	-6,6666	-2,4445	-3,0788	-2,2384	-4,9759	-3,9887	-3,5590	-1,8999	-4,5845	-1,6907	-2,9496	-1,8787	-1,9712	-2,4654
2011-12	-2,5339	-2,4536	-3,1706	-3,5836	-2,3049	-3,5753	-3,3939	-3,7435	-2,6615	-3,6313	-2,6556	-3,5231	-3,3984	-1,7287	-1,8110
2011-11	-0,6741	-1,9511	-0,5950	-0,3893	-0,6143	-0,6825	-1,2834	-1,1902	-0,6058	-0,6959	-0,4318	-0,4425	-0,6682	0,0738	-1,7607

Maksimino - minimakso portfelio strategijų skaičiavimo algoritmas

```

data MA_A3;
input _row_ $ x1-x15 W _type_ $ _rhs_;
cards;
tf 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 max .
y1 0.3853 0.4253 0.2648 0.2997 0.0828 0.4064 0.2730 0.3400 0.5140 0.2287 0.3655
0.2941 0.1857 0.2686 0.0045 -1 ge 0
y2 0.4733 0.1602 0.4696 0.6122 0.3258 0.5995 0.3090 0.5645 0.2936 0.4201 0.5590
0.6043 0.4264 -0.1082 0.1760 -1 ge 0
y3 -0.2081 -1.0378 -0.1405 -0.3165 -0.2354 -0.4166 -0.4249 -0.1069 -0.0999 -0.0263
-0.5098 -0.2784 0.0451 -0.1433 -0.3435 -1 ge 0
y4 0.2866 0.3475 0.2768 0.2966 0.1917 0.2653 0.3340 0.3159 0.1270 0.2187 0.1435
0.3002 0.2428 0.2413 -0.0312 -1 ge 0
y5 -0.0165 -0.4587 -0.0184 -0.1063 0.0106 -0.1966 -0.0986 0.1334 0.0610 0.1541 -
0.3432 -0.0887 0.0071 0.0377 0.0518 -1 ge 0
y6 -0.1237 -0.4172 -0.0804 -0.1913 -0.3034 -0.2081 -0.2034 -0.1997 -0.0843 -0.1512
-0.3705 -0.1985 -0.2271 -0.0801 -0.1501 -1 ge 0
y7 0.2401 0.0271 0.1826 0.2194 0.1326 0.1074 0.1704 0.2123 0.1148 0.1265 0.0829
0.2061 0.0823 0.2672 0.2890 -1 ge 0
y8 -0.2208 -0.3474 -0.1532 -0.2132 -0.1062 -0.2026 -0.1763 -0.3612 -0.1756 -0.1268
-0.6643 -0.2302 -0.3701 -0.1805 -0.0338 -1 ge 0
y9 0.0111 -0.1532 -0.0164 -0.1837 -0.0231 -0.2189 -0.0744 -0.1229 -0.0158 0.0223 -
0.4240 -0.1749 -0.0548 -0.0245 -0.2319 -1 ge 0
y10 0.1397 0.4051 0.0448 0.1158 0.0325 0.2204 0.2716 0.2503 0.2746 0.1349 0.0353
0.1246 0.2435 0.0874 0.2296 -1 ge 0
y11 -0.0217 -0.4101 0.0260 0.0449 0.1312 -0.1151 -0.0470 -0.0455 0.0976 -0.0066 -
0.1807 0.0364 -0.0052 0.0580 -0.1203 -1 ge 0
y12 0.1361 -0.1039 0.0619 0.0779 -0.0480 0.2951 0.2027 0.0004 0.0185 -0.0065
0.0357 0.0821 0.0721 0.0251 0.1207 -1 ge 0
y13 0.0516 0.3192 0.2917 0.1624 0.0873 0.2580 0.0622 0.0314 0.2145 0.1710 0.4278
0.1824 0.0484 0.0311 -0.0351 -1 ge 0
y14 -0.1444 0.0741 -0.0003 -0.0310 -0.1174 0.0551 -0.0388 -0.0457 0.1005 -0.0403 -
0.0113 -0.0282 0.0484 0.0029 0.1364 -1 ge 0
y15 0.1822 0.1182 0.2085 0.1333 0.1783 0.2975 0.3152 0.1844 0.3775 0.1755 0.3898
0.1424 0.1916 0.1620 -0.2874 -1 ge 0
y16 -0.0568 0.2019 -0.1805 -0.1477 -0.1723 -0.2351 -0.1533 -0.0349 0.0204 -0.0064
0.0850 -0.1309 -0.0061 -0.0767 -0.0841 -1 ge 0
y17 0.1943 0.6204 0.1295 0.1367 0.2166 0.2877 0.2421 0.2722 0.1606 0.0746 0.1910
0.1344 0.1748 0.1210 0.2447 -1 ge 0
y18 0.1079 0.4805 0.2210 0.2213 -0.0274 0.4045 0.4857 0.2075 0.1655 0.0732 0.1184
0.2205 0.1770 0.0541 0.2330 -1 ge 0
y19 -0.0323 0.0382 -0.0935 -0.0667 -0.1118 -0.0087 -0.0360 -0.0240 0.0045 -0.0248
0.0987 -0.0584 0.1364 -0.0429 -0.1671 -1 ge 0
y20 0.2226 0.5321 0.3480 0.2897 0.1666 0.2902 0.3347 0.2519 0.3491 0.2981 0.3000
0.2931 0.1448 0.0818 0.2365 -1 ge 0
y21 0.0765 -0.8266 -0.0433 0.0043 0.0751 -0.2111 -0.1202 0.0626 -0.0239 -0.0334 -
0.2986 0.0038 -0.0652 0.1454 -0.3191 -1 ge 0
y22 -0.1306 -0.4117 -0.2535 -0.1425 -0.1929 -0.1603 -0.2079 -0.0412 -0.1097 -
0.1484 -0.3846 -0.1213 -0.0162 -0.2913 0.2077 -1 ge 0
y23 0.2310 1.1169 0.3131 0.3077 0.2157 0.5064 0.4270 0.2761 0.1103 0.2118 0.5333
0.2816 0.2246 0.2255 0.0158 -1 ge 0
y24 -0.0864 -0.6901 -0.0797 -0.1319 -0.1107 -0.1919 -0.3283 -0.1166 -0.1437 -
0.1720 -0.3313 -0.1348 -0.3021 -0.0018 -0.2671 -1 ge 0
y25 -0.0263 -0.1368 0.1529 0.1480 0.1325 -0.1651 0.2566 0.2697 0.1889 0.1842 -
0.1207 0.1568 0.2053 0.2067 0.0242 -1 ge 0
y26 -0.0051 0.2531 -0.0128 -0.0837 0.1573 -0.0823 -0.2739 0.1471 0.2524 0.1200
0.2410 -0.0522 0.3493 0.3357 -0.2648 -1 ge 0
y27 0.1667 0.7125 0.1542 0.1985 0.1150 0.2929 0.3515 0.1983 0.1441 0.1761 0.3984
0.1875 0.2025 -0.0210 0.3123 -1 ge 0
y28 0.0195 0.1046 0.0745 0.1254 0.0207 0.0590 -0.0415 0.0242 0.0735 0.0896 -0.0061
0.1224 0.0689 0.0993 0.2238 -1 ge 0

```

9 PRIEDAS (tęsinys)

```

y29 0.1352 0.1811 -0.0118 0.1202 0.0357 0.0764 0.0909 0.1793 -0.1249 -0.0403
0.0599 0.1096 0.0189 0.0680 -0.0786 -1 ge 0
y30 -0.0056 0.8708 0.1252 0.0197 0.1306 0.1128 0.2259 0.1275 0.1346 0.2052 0.2530
0.0455 0.1448 0.1799 0.2926 -1 ge 0
y31 0.0905 0.4248 0.2055 0.2262 0.0101 0.6080 0.7239 0.0950 0.1665 -0.0881 0.4414
0.2076 0.0288 -0.0289 0.1579 -1 ge 0
y32 0.1510 -0.3422 0.0079 0.0190 -0.0221 -0.2648 -0.3959 0.0422 0.1434 0.1118 -
0.3001 0.0194 -0.0635 0.1653 -0.2521 -1 ge 0
y33 0.1510 -0.3422 0.0079 0.0190 -0.0221 -0.2648 -0.3959 0.0422 0.1434 0.1118 -
0.3001 0.0194 -0.0635 0.1653 -0.2521 -1 ge 0
y34 -0.3116 -1.3839 -0.2761 -0.3408 -0.3376 -0.3218 -0.5505 -0.4080 -0.5140 -
0.3663 -0.7017 -0.3577 -0.4650 -0.2602 -0.3876 -1 ge 0
y35 -0.1260 -0.3892 -0.1607 -0.1247 -0.0336 -0.3890 -0.3474 0.0590 0.0368 -0.0328
-0.1212 -0.1024 -0.0309 -0.0914 -0.0758 -1 ge 0
y36 -0.1604 -0.1809 -0.0308 -0.2222 -0.1289 -0.4258 -0.4366 0.0686 -0.0683 -0.2243
-0.2246 -0.1947 0.0094 0.0127 -0.0496 -1 ge 0
suma 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 eq 1
;
run;
proc lp data=MA_A3;
run;

data MATRICAA4;
input _row_ $ x1-x15 W _type_ $ _rhs_;
cards;
verte 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 max .
y1 1.1429 9.8121 1.1372 1.0006 0.6650 2.1256 1.9045 1.8368 1.6805 1.9667 1.7767
1.0384 1.5657 1.1302 0.7592 -1 ge 0
y2 2.8842 11.2719 2.7988 3.5855 2.3385 3.6879 2.6152 2.2156 1.8252 2.4885 2.9809
3.3529 1.3316 3.2051 2.3411 -1 ge 0
y3 3.2172 4.1447 2.4856 3.3459 2.4117 3.4125 3.4012 2.1581 2.6086 2.5972 3.7523
3.1781 1.8621 2.7032 1.8408 -1 ge 0
y4 1.7039 4.2022 1.5383 2.6692 1.3197 3.8799 3.0521 1.8257 1.1425 1.6731 2.4758
2.4666 1.2749 1.4355 1.2085 -1 ge 0
y5 2.8676 7.2081 3.4699 2.9235 1.8461 3.4168 2.9691 3.0179 3.7808 3.1039 2.6337
2.9287 2.7406 2.3898 1.5369 -1 ge 0
y6 1.0498 3.6697 1.1319 1.6525 0.5661 2.8198 1.9593 0.7106 1.4338 0.8421 1.7846
1.5125 0.5154 0.6655 1.4558 -1 ge 0
y7 1.6400 2.3730 1.2947 2.1000 0.9967 2.0634 1.8085 2.4264 2.1451 1.9376 2.3719
1.9137 2.7059 1.0382 2.0649 -1 ge 0
y8 1.1807 3.2726 1.3886 1.5049 1.1060 3.1681 1.8913 1.1541 1.5171 1.5201 3.0703
1.4184 1.3884 1.1472 1.3186 -1 ge 0
y9 0.8849 1.5519 0.9835 1.0160 0.8746 1.3175 0.9020 1.0134 0.8042 1.5374 1.4551
1.0109 0.9816 1.0759 0.7538 -1 ge 0
y10 0.7107 4.9468 0.6257 1.0604 0.6563 5.5034 1.7276 1.2866 1.3344 0.7709 1.5102
1.0332 1.4074 0.7973 2.0371 -1 ge 0
y11 1.2039 3.0890 1.6934 1.3879 1.0410 3.4444 1.7035 1.9738 2.7148 2.0782 2.1461
1.4077 1.6445 1.0295 1.6013 -1 ge 0
y12 1.2621 3.4990 1.3666 1.5850 1.2959 2.5177 1.6612 1.7812 1.3973 1.7003 1.8208
1.4111 2.6619 1.2341 2.2571 -1 ge 0
y13 2.7152 3.4844 2.2968 2.4478 1.7205 3.6207 2.5105 2.2882 2.3344 2.0868 2.5008
2.2770 2.0024 1.9830 2.2189 -1 ge 0
y14 1.5053 3.3399 1.6651 1.7075 1.5545 2.2791 1.9396 1.7544 1.9493 1.4427 2.4665
1.6127 1.3308 1.3001 2.5634 -1 ge 0
y15 1.7473 4.7802 1.5984 1.6430 1.4267 2.3402 2.9347 1.1495 1.5654 2.0218 2.4561
1.5624 1.1314 1.8653 1.2871 -1 ge 0
y16 0.9433 2.7223 1.2681 1.0370 0.5449 2.2383 0.9656 1.0521 1.7482 1.1352 1.8969
1.0179 0.9804 0.9236 2.9541 -1 ge 0
y17 1.8301 3.3506 1.9451 2.2064 1.4607 2.2703 2.3466 1.4288 1.4917 2.0367 1.9518
2.1100 1.7869 1.2355 3.5398 -1 ge 0
y18 1.7659 4.0454 1.3794 1.8887 1.0150 3.1099 1.9589 1.2858 1.8991 1.5299 1.3097
1.8197 0.8581 1.3032 2.8980 -1 ge 0

```

9 PRIEDAS (tęsinys)

```

y19 1.7441 2.9385 2.0372 1.8361 1.4542 2.5590 1.9842 1.7435 1.4896 1.3612 2.4500
1.7454 1.5450 1.8803 1.5748 -1 ge 0
y20 1.3105 2.6282 2.0554 1.8642 1.1693 2.2847 1.8962 1.5382 2.3859 1.3436 2.3014
1.7662 1.0923 1.8349 2.1568 -1 ge 0
y21 2.5129 3.4138 2.2206 2.8984 3.0787 3.4375 3.0681 1.8453 1.7406 1.7903 3.7260
2.7531 1.5096 2.1265 3.1520 -1 ge 0
y22 1.3477 3.7449 0.5258 1.3867 1.6180 2.1017 1.7660 1.6868 1.3602 1.2013 1.2678
1.3264 1.5003 1.5307 2.7879 -1 ge 0
y23 2.6700 6.0632 2.5555 3.5848 1.9982 3.1910 3.3522 2.2397 1.6080 2.5794 4.3531
3.3502 1.6439 2.5414 1.6245 -1 ge 0
y24 1.3108 3.3947 1.3321 1.9818 1.2309 2.4497 2.8489 1.4997 1.3378 0.9051 2.5493
1.8185 1.6582 1.0959 1.0061 -1 ge 0
y25 2.0378 2.3067 1.9190 2.2478 1.3603 2.7804 2.1971 1.7065 1.3323 1.3584 1.9462
2.0554 1.2693 1.6855 1.5871 -1 ge 0
y26 0.6737 2.7424 1.5736 1.0966 1.1209 2.2130 1.8147 1.4765 1.8159 1.0088 2.4188
1.2082 1.6913 2.9025 1.2924 -1 ge 0
y27 2.1884 4.8122 1.5938 2.5503 2.1967 3.8100 3.4294 1.9724 2.1378 2.2847 2.7753
2.4408 1.6897 0.8754 1.6736 -1 ge 0
y28 1.5320 3.8482 2.3410 2.9346 2.3560 3.0505 2.3141 1.9576 1.4002 2.3680 2.1195
2.6937 1.3851 2.0009 1.5466 -1 ge 0
y29 1.4863 5.3820 1.1848 2.3583 1.3699 2.5300 3.4082 1.3794 1.2129 0.9894 1.8413
2.1265 0.8934 1.0413 1.7252 -1 ge 0
y30 2.3112 5.3342 2.1997 3.0563 2.1118 4.3115 4.9106 2.0931 1.8689 2.6392 2.4308
2.8944 1.4162 1.7708 2.7113 -1 ge 0
y31 2.5670 2.8167 2.7940 4.3846 2.2072 6.3417 5.9984 2.9601 1.4625 2.1709 2.7567
4.0428 1.8335 0.8465 2.3810 -1 ge 0
y32 2.3635 3.6024 2.9968 4.0685 1.3760 5.6234 6.0601 2.3595 1.8967 1.8517 2.6719
3.8375 1.1363 1.5689 2.2665 -1 ge 0
y33 2.3635 3.6024 2.9968 4.0685 1.3760 5.6234 6.0601 2.3595 1.8967 1.8517 2.6719
3.8375 1.1363 1.5689 2.2665 -1 ge 0
y34 1.8620 4.1927 2.3216 1.8810 1.8626 3.4121 3.4201 2.5357 1.5648 2.5165 0.9971
1.9028 2.0413 1.6443 1.7157 -1 ge 0
y35 2.3397 3.1699 2.3172 2.7214 1.7767 3.6833 2.7225 2.4779 1.6072 2.2458 1.2409
2.6203 1.6092 1.2304 1.5690 -1 ge 0
y36 1.7113 3.1762 1.7119 2.5360 1.8452 2.0770 2.4034 3.2002 2.2229 2.6980 1.6025
2.5141 2.6098 1.1335 1.7025 -1 ge 0
suma 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 eq 1

```

```

;
run;

```

```

proc lp data=MATRICAA4;
run;

```

```

data MATRICAB3;
input _row_ $ x1-x15 W _type_ $ _rhs_;
cards;
verte 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 min .
y1 0.6702 4.2015 0.6673 0.6659 0.3733 1.0854 1.0413 0.8489 0.7969 0.8007 1.0792
0.6594 0.7943 0.5486 0.5932 -1 le 0
y2 1.0905 4.1882 0.9191 1.2424 1.0063 1.5736 1.4272 0.9039 0.8716 1.1984 1.3467
1.1528 0.7298 2.6346 1.2018 -1 le 0
y3 1.5078 3.6865 1.3373 1.7044 1.2679 2.0613 1.7594 0.9805 1.0800 1.0144 1.6645
1.5885 0.9301 0.9939 0.9941 -1 le 0
y4 0.6517 2.4158 0.6238 0.8782 0.5644 1.4165 1.1833 0.5840 0.5705 0.7203 1.2716
0.8153 0.5220 0.5029 0.5977 -1 le 0
y5 1.4201 3.0519 1.3925 1.4775 1.0704 1.9557 1.6374 1.2778 1.5486 1.3597 1.7148
1.4407 1.2347 1.1165 0.6686 -1 le 0
y6 0.8289 1.6924 0.7052 1.0720 0.5952 1.5095 1.1115 0.6416 0.7597 0.7805 1.0779
0.9897 0.5916 0.4665 0.7941 -1 le 0
y7 0.6616 1.7707 0.5714 0.8911 0.4491 1.2886 0.9339 0.7909 0.8940 0.7944 1.4822
0.8474 0.8836 0.5265 0.9594 -1 le 0
y8 0.8259 1.6988 0.7932 1.0463 0.6228 1.5460 1.2118 0.8790 0.8210 0.9171 1.9746
0.9952 0.8492 0.6280 0.7556 -1 le 0

```

9 PRIEDAS (tęsinys)

```

y9 0.5059 1.3885 0.5215 0.6403 0.4635 0.8208 0.6270 0.5586 0.5320 0.6678 0.9221
0.6249 0.5404 0.5362 0.6140 -1 le 0
y10 0.3635 2.2329 0.4698 0.4833 0.3555 1.7352 0.8464 0.7136 0.6265 0.3512 1.2349
0.4804 0.5427 0.3093 0.7049 -1 le 0
y11 0.6569 1.7818 0.6981 0.7699 0.5405 1.4687 0.9495 0.9785 0.9863 0.8479 1.1851
0.7303 0.8011 0.5335 0.7592 -1 le 0
y12 0.7318 1.3584 0.7738 0.8884 0.6470 1.0932 0.9882 0.9043 0.9651 0.8185 1.0523
0.8388 0.9450 0.7499 0.9621 -1 le 0
y13 0.9893 1.4845 0.8341 0.9395 0.7561 1.2764 1.0039 0.9564 1.0581 0.9545 1.1482
0.8926 0.8769 0.8078 1.5927 -1 le 0
y14 0.7747 1.8193 0.7731 0.9496 0.7081 1.0652 1.1859 0.9431 1.0216 0.7398 1.2278
0.9014 0.7681 0.8331 1.1428 -1 le 0
y15 0.8622 1.8395 0.8113 0.9123 0.6300 1.0917 1.1640 0.5423 0.6641 0.7640 0.9965
0.8425 0.4287 0.7246 0.8406 -1 le 0
y16 0.5482 1.7130 0.6527 0.8081 0.5137 1.0915 0.7488 0.6978 0.7565 0.6435 0.7944
0.7602 0.5775 0.6018 1.1857 -1 le 0
y17 0.6732 1.6708 0.7210 0.7004 0.5536 1.0651 1.0060 0.5219 0.6165 0.6808 0.9226
0.6649 0.5209 0.6102 1.1565 -1 le 0
y18 0.5800 1.5979 0.5497 0.7528 0.5484 1.0555 0.6986 0.5180 0.7072 0.7025 0.7352
0.7183 0.3557 0.5086 1.6187 -1 le 0
y19 0.9059 1.7801 0.9767 0.9104 0.7749 1.3496 1.1717 0.8023 0.8093 0.8159 1.1959
0.8740 0.6923 0.7706 1.0398 -1 le 0
y20 0.5545 1.5501 0.9048 0.7519 0.5781 1.1172 1.0615 0.6150 0.7649 0.6212 1.1313
0.7064 0.4744 0.6440 0.9183 -1 le 0
y21 1.1606 2.6529 1.3034 1.5096 1.3028 1.4859 1.5965 1.2286 1.1211 1.3122 2.1929
1.4525 1.1979 1.4588 1.8172 -1 le 0
y22 0.9556 2.2802 0.6797 1.0231 1.0653 1.2817 0.9138 0.8725 0.8771 0.9527 1.0777
0.9639 0.8094 1.2583 0.9751 -1 le 0
y23 0.9353 1.9053 1.0680 1.2475 0.6552 1.2884 1.3213 0.7776 0.7493 0.9152 1.6053
1.1628 0.8743 0.9401 1.2778 -1 le 0
y24 0.7633 2.1678 0.7552 1.0185 0.6748 1.3475 1.3405 0.8074 0.6760 0.7479 1.3347
0.9392 0.9664 0.7223 0.6919 -1 le 0
y25 0.9259 1.5028 1.0188 1.3500 0.7594 1.6998 1.5127 0.7402 0.9273 0.7768 0.9198
1.2372 0.6063 0.8790 0.7733 -1 le 0
y26 0.5398 1.4553 0.7677 0.8250 0.5958 1.4256 1.1403 0.6847 0.6055 0.5388 0.9827
0.7670 0.5681 0.8988 0.6326 -1 le 0
y27 0.5963 1.6422 0.5655 0.7246 0.5549 1.1850 1.0519 0.6541 0.6440 0.6440 0.8796
0.6927 0.5495 0.3709 0.7771 -1 le 0
y28 0.8506 1.8331 0.8866 1.0216 0.8301 1.3143 1.0680 0.8232 0.6811 0.8494 0.8825
0.9496 0.5975 0.7293 0.5830 -1 le 0
y29 0.8776 2.8355 0.7942 1.1427 0.7181 1.3266 1.3755 0.7564 0.7651 0.8368 0.9221
1.0550 0.5317 0.6104 0.8636 -1 le 0
y30 0.9460 2.4118 0.9644 1.4431 0.8140 1.8348 1.7893 0.9924 0.8726 0.9971 1.2257
1.3363 0.6402 0.6972 0.9119 -1 le 0
y31 0.8674 1.5274 0.8954 1.2594 0.7424 1.6987 2.0954 0.9824 0.7120 0.9861 0.9850
1.1639 0.6616 0.5361 1.0456 -1 le 0
y32 1.1375 1.9119 1.5063 1.7302 0.9893 2.4868 2.8684 1.4510 1.1601 1.0859 1.5412
1.6455 0.8272 0.7368 1.3658 -1 le 0
y33 1.1375 1.9119 1.5063 1.7302 0.9893 2.4868 2.8684 1.4510 1.1601 1.0859 1.5412
1.6455 0.8272 0.7368 1.3658 -1 le 0
y34 1.2048 2.9163 1.1961 1.3765 1.1619 1.6123 1.8766 1.3646 1.2001 1.5674 1.1033
1.3471 1.1284 0.8302 1.3976 -1 le 0
y35 1.2962 1.7718 1.2166 1.6776 1.0552 2.2419 2.0917 1.5508 0.9035 1.7666 0.9516
1.6112 0.9214 0.7647 0.9948 -1 le 0
y36 1.1905 1.6700 1.3491 1.4590 1.0532 1.5120 1.4470 1.5674 1.3634 1.6193 1.1108
1.4424 1.2321 0.8196 1.0134 -1 le 0
suma 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 eq 1
;
run;
proc lp data=MATRICAB3;
run;

data MATRICAB4;

```

```

input _row_ $ x1-x15 W _type_ $ _rhs_;
cards;
verte 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 1 max .
y1 -1.1897 -4.7476 -1.2425 -0.9776 -0.7422 -1.8983 -1.9691 -1.3976 -1.1091 -1.4686
-1.5369 -0.9478 -1.3528 -1.1154 -1.4909 -1 ge 0
y2 -1.7680 -9.2402 -1.0759 -1.9041 -2.3500 -3.2713 -3.9150 -1.4528 -1.2493 -2.3006
-1.5520 -1.6092 -1.5542 -8.6712 -3.0578 -1 ge 0
y3 -2.6854 -12.7758 -2.5978 -3.3142 -2.4927 -4.9232 -3.4538 -1.6936 -1.6834 -
1.9657 -3.1341 -3.0169 -1.6884 -2.0520 -2.1666 -1 ge 0
y4 -0.7828 -5.3839 -1.1461 -1.5132 -0.9855 -2.8731 -1.7555 -1.1305 -0.9436 -1.1278
-2.6322 -1.4111 -0.9595 -0.5298 -1.0385 -1 ge 0
y5 -3.4605 -6.2518 -3.3094 -3.6331 -2.8320 -4.4418 -3.5904 -2.0075 -2.2555 -2.9017
-3.2133 -3.4841 -2.6309 -2.3163 -1.3332 -1 ge 0
y6 -2.5384 -3.0538 -2.0875 -2.8085 -1.6947 -3.9188 -3.1163 -1.5985 -2.0954 -2.0021
-3.3004 -2.6189 -1.9351 -1.5339 -2.0575 -1 ge 0
y7 -1.0020 -3.9979 -0.6545 -1.3622 -0.6932 -2.7047 -1.6357 -1.0895 -1.4689 -1.5972
-4.0702 -1.2711 -1.5285 -0.7517 -1.8599 -1 ge 0
y8 -1.7296 -3.9845 -1.2344 -1.8161 -1.2466 -2.6921 -2.1047 -2.2532 -1.5829 -1.5901
-4.1779 -1.6872 -2.0392 -1.2631 -1.8603 -1 ge 0
y9 -1.0939 -2.7841 -0.9541 -1.4146 -0.9537 -1.4869 -1.2534 -1.1911 -0.9535 -1.4189
-1.7159 -1.3488 -0.8178 -1.0528 -1.5721 -1 ge 0
y10 -0.7636 -4.6260 -1.4413 -1.2466 -0.6217 -3.6110 -2.3450 -1.0928 -0.6412 -
0.4487 -3.3514 -1.2409 -0.7459 -0.4330 -1.0708 -1 ge 0
y11 -1.5576 -3.4362 -0.9502 -1.0792 -1.2085 -2.3321 -1.4892 -1.4787 -1.4459 -
1.4048 -1.9545 -1.1021 -1.4749 -1.4460 -1.7582 -1 ge 0
y12 -1.3669 -2.3920 -1.6111 -1.3595 -1.0859 -1.6482 -1.3926 -1.5718 -1.9311 -
1.1788 -2.1642 -1.3024 -1.3304 -1.2570 -1.3136 -1 ge 0
y13 -2.5970 -2.4425 -2.1211 -2.6590 -1.4883 -3.3397 -2.3284 -2.6193 -2.6548 -
2.4512 -2.5707 -2.5274 -2.7947 -2.2928 -5.1077 -1 ge 0
y14 -2.4858 -3.2119 -2.1010 -2.7912 -1.6969 -2.6325 -3.6353 -2.6474 -2.4445 -
1.5876 -3.3063 -2.7054 -2.0481 -2.4209 -2.4489 -1 ge 0
y15 -1.3911 -2.7407 -1.4833 -1.5985 -0.9599 -1.7465 -1.5771 -0.7504 -1.1302 -
1.0299 -1.3654 -1.4035 -0.6273 -1.3411 -2.3125 -1 ge 0
y16 -1.3687 -3.8513 -1.8589 -2.6452 -1.4389 -2.0719 -1.5670 -1.9549 -1.0481 -
1.7822 -1.2352 -2.4494 -1.3101 -1.7854 -1.8954 -1 ge 0
y17 -1.0216 -3.8186 -0.8263 -0.8095 -1.1099 -2.3810 -1.8436 -0.8139 -0.9001 -
0.6622 -1.5706 -0.7139 -0.6828 -0.9323 -1.2087 -1 ge 0
y18 -0.6596 -3.7849 -0.5642 -1.0349 -0.8062 -1.2666 -0.6793 -0.5355 -1.3356 -
1.3284 -1.3703 -0.9240 -0.3599 -1.1735 -4.6326 -1 ge 0
y19 -2.3080 -4.0781 -2.5803 -2.4194 -1.5801 -2.4580 -2.9584 -1.9709 -1.8699 -
1.6974 -1.9294 -2.3587 -1.7611 -1.6969 -2.4942 -1 ge 0
y20 -0.7225 -2.3427 -1.1176 -1.4559 -0.7187 -1.7362 -2.3161 -1.0356 -0.9673 -
0.6552 -2.0113 -1.2859 -0.7237 -0.8714 -1.4885 -1 ge 0
y21 -2.6205 -6.1096 -3.0351 -3.6571 -2.9818 -3.0930 -3.4106 -2.4345 -2.2272 -
3.0855 -5.3148 -3.4315 -2.8803 -3.0493 -4.7854 -1 ge 0
y22 -2.0421 -4.8126 -1.5625 -2.0725 -2.1235 -3.0608 -1.4039 -1.9238 -2.0030 -
2.4016 -3.0072 -2.0857 -1.3951 -2.8437 -1.6838 -1 ge 0
y23 -1.4315 -1.2826 -1.8025 -2.3485 -0.9576 -1.5032 -1.8330 -0.8994 -1.4779 -
1.7131 -1.7738 -2.2334 -2.5793 -2.3814 -5.1567 -1 ge 0
y24 -1.6795 -4.8994 -1.5019 -1.6822 -1.4870 -2.5001 -2.2678 -2.1642 -1.5141 -
1.6919 -3.5368 -1.7257 -3.0481 -1.5657 -2.0056 -1 ge 0
y25 -2.1041 -4.1549 -1.9064 -2.6714 -1.6235 -4.8911 -3.1997 -1.2447 -2.8182 -
1.5457 -2.4862 -2.4140 -1.1393 -1.9010 -1.3737 -1 ge 0
y26 -1.6482 -3.1351 -2.1008 -3.0110 -1.5818 -4.5034 -3.7681 -1.5378 -0.9529 -
1.2694 -1.8873 -2.7195 -0.7812 -0.9403 -1.1788 -1 ge 0
y27 -0.7862 -1.5448 -0.9264 -1.4700 -0.4859 -2.1989 -1.8102 -0.6235 -1.1692 -
1.0178 -0.9267 -1.3457 -0.7251 -0.5845 -1.3961 -1 ge 0
y28 -1.7873 -3.6335 -1.4494 -1.9855 -1.5849 -2.4990 -2.2571 -1.5593 -1.0674 -
1.4984 -1.9137 -1.7766 -1.0699 -1.5336 -0.7871 -1 ge 0
y29 -2.3052 -6.2810 -1.2001 -2.2034 -1.4449 -1.9965 -2.3073 -1.7621 -1.3557 -
1.7493 -1.6300 -2.0872 -1.4847 -1.7775 -1.9884 -1 ge 0
y30 -1.9283 -3.7338 -1.8259 -2.8166 -1.5636 -3.2924 -3.9217 -1.9250 -1.7046 -
1.5881 -2.2464 -2.6369 -1.4223 -1.1044 -1.2079 -1 ge 0

```

9 PRIEDAS (tęsinys)

```

y31 -1.1431 -2.2706 -1.0303 -1.5829 -1.5004 -1.3681 -2.7013 -1.3784 -1.0917 -
2.3200 -1.6774 -1.4635 -0.9989 -1.1625 -1.3757 -1 ge 0
y32 -2.1329 -5.7480 -2.8038 -2.8918 -2.0861 -4.6382 -5.8243 -3.5211 -2.6713 -
1.8962 -3.4138 -2.9448 -2.2347 -1.6607 -3.2892 -1 ge 0
y33 -2.1329 -5.7480 -2.8038 -2.8918 -2.0861 -4.6382 -5.8243 -3.5211 -2.6713 -
1.8962 -3.4138 -2.9448 -2.2347 -1.6607 -3.2892 -1 ge 0
y34 -2.3683 -5.0887 -2.4701 -2.7820 -2.5331 -3.6798 -3.3147 -2.7332 -3.1894 -
3.1360 -2.7805 -2.6847 -2.2769 -1.5615 -2.9537 -1 ge 0
y35 -2.8580 -6.6666 -2.4445 -3.0788 -2.2384 -4.9759 -3.9887 -3.5590 -1.8999 -
4.5845 -1.6907 -2.9496 -1.8787 -1.9712 -2.4654 -1 ge 0
y36 -2.5339 -2.4536 -3.1706 -3.5836 -2.3049 -3.5753 -3.3939 -3.7435 -2.6615 -
3.6313 -2.6556 -3.5231 -3.3984 -1.7287 -1.8110 -1 ge 0
suma 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 1 0 eq 1
;
run;
proc lp data=MATRICAB4;
run;

```


Indeksų pelno normų koreliacijų matrica konstravimo laikotarpiu (nuo 2011-11-28 iki 2014-11-27)

	AEX	Athens Stock Exchange General	BEL 20	CAC40	FTSE 100	FTSE MIB	IBEX 35	MDAX	OMX C20 CAP	OMX Stockholm 30	PSI 20	SBF120	SDAX	SMI	WIG20
AEX	1,000	0,312	0,875	0,912	0,857	0,773	0,750	0,850	0,722	0,814	0,637	0,918	0,734	0,772	0,499
Athens Stock Exchange General	0,312	1,000	0,320	0,285	0,226	0,312	0,300	0,306	0,316	0,261	0,330	0,295	0,330	0,235	0,277
BEL 20	0,875	0,320	1,000	0,901	0,803	0,803	0,789	0,835	0,717	0,801	0,667	0,909	0,729	0,731	0,486
CAC40	0,912	0,285	0,901	1,000	0,836	0,837	0,824	0,854	0,698	0,814	0,659	0,997	0,709	0,746	0,497
FTSE 100	0,857	0,226	0,803	0,836	1,000	0,718	0,667	0,808	0,697	0,801	0,591	0,845	0,702	0,767	0,470
FTSE MIB	0,773	0,312	0,803	0,837	0,718	1,000	0,846	0,717	0,586	0,694	0,680	0,837	0,622	0,599	0,453
IBEX 35	0,750	0,300	0,789	0,824	0,667	0,846	1,000	0,675	0,582	0,659	0,681	0,820	0,589	0,567	0,421
MDAX	0,850	0,306	0,835	0,854	0,808	0,717	0,675	1,000	0,756	0,820	0,606	0,875	0,816	0,727	0,514
OMX C20 CAP	0,722	0,316	0,717	0,698	0,697	0,586	0,582	0,756	1,000	0,732	0,543	0,717	0,730	0,667	0,441
OMX Stockholm 30	0,814	0,261	0,801	0,814	0,801	0,694	0,659	0,820	0,732	1,000	0,548	0,827	0,706	0,725	0,479
PSI 20	0,637	0,330	0,667	0,659	0,591	0,680	0,681	0,606	0,543	0,548	1,000	0,667	0,602	0,517	0,358
SBF120	0,918	0,295	0,909	0,997	0,845	0,837	0,820	0,875	0,717	0,827	0,667	1,000	0,733	0,752	0,502
SDAX	0,734	0,330	0,729	0,709	0,702	0,622	0,589	0,816	0,730	0,706	0,602	0,733	1,000	0,663	0,462
SMI	0,772	0,235	0,731	0,746	0,767	0,599	0,567	0,727	0,667	0,725	0,517	0,752	0,663	1,000	0,411
WIG20	0,499	0,277	0,486	0,497	0,470	0,453	0,421	0,514	0,441	0,479	0,358	0,502	0,462	0,411	1,000