

**ŠIAULIŲ UNIVERSITETO**  
**GAMTOS MOKSLŲ FAKULTETO**  
**FIZIKOS KATEDRA**

**Žydrūnė Nariūnienė**

Optometrijos specialybės IV kurso studentė

**ANALIZINIŲ SPALVŲ ATITIKIMO FUNKCIJŲ RADIMAS**  
**ANALYTICAL EXPRESSIONS OF COLOR-MATCHING**  
**FUNCTIONS**

**BAKALAURO DARBAS**

Darbo vadovas: dr. Ž. Norgėla

Šiauliai, 2013

*Tvirtinu, jog darbe pateikta medžiaga nėra plagijuota ir paruošta naudojant literatūros sąrašą pateiktus informacijos šaltinius bei savo tyrimų duomenis“*

Darbo autorius Žydrūnė Nariūnienė\_\_

(vardas, pavardė, parašas)

## SUMMARY

Ž. Nariūnienė. Theme of the final Bachelor's thesis: *Analytical expressions of color-matching functions*. Supervisor: Dr Žilvinas Norgėla.

Scope of the thesis: 41 pages. The final Bachelor's thesis consists of the introduction, the four main parts, 32 pictures, 2 tables, the conclusions, 15 literature sources, appendices and 1 CD.

*Key words:* visual anatomy, colour sensation, depiction of analytical expression of colours.

*The thesis problem.* The International Commission on Illumination (CIE) to describe eye reaction to colours in 1931, experimentally identified and began using functions  $r(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$ . However, the analytic expressions of these functions are not explicit enough (the Gaussian function) and cumbersome (a Fourier series).

*The main aim of the thesis* – to find simple analytic expressions of the functions  $r(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$ , which could be adapted for practical calculations.

*Tasks of the thesis:*

1. To figure out eye functions responsible for the chromatic perception.
2. To figure out the principles of colour depiction in RGB and XYZ axes.
3. To figure out main functions of colour equivalence.

The final thesis reviews the visual anatomy, the origination of colour sense, the theories of chromatic perception, colour characteristics, the RGB and XYZ colorimetric systems, the problems arising due to depicting functions of colour equivalence. The aim of the research was to find simple analytic expressions of the functions  $r(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$ , which could be adapted for practical calculations.

## SANTRAUKA

Ž. Nariūnienė. Baigiamojo bakalauro darbo tema: *Analizinių spalvų atitikimo funkcijų radimas*. BBD vadovas dr. Žilvinas Norgėla.

BBD apimtis 41 psl. Darbą sudaro įvadas, 4 pagrindinės dalys, 32 paveikslai, 2 lentelės, išvados, 15 literatūros šaltinių, priedai ir 1 CD.

*Raktiniai žodžiai*: regos anatomija, spalvos pojūtis, analizinių spalvų atitikimo funkcijų vaizdavimas.

*Darbo problema*. Tarptautinė apšvietimo komisija (TAK) 1931 m. akies reakcijai į spalvas aprašyti eksperimentiškai nustatytos ir pradėtos naudoti  $r(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$  funkcijos. Tačiau šių funkcijų analizinės išraiškos gana netikslios (Gauso funkcija) ir gremėzdiškos (Furje eilutė).

Pagrindinis *darbo tikslas* – rasti nesudėtingas analizes  $r(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$  funkcijų išraiškas, kurias būtų galima pritaikyti praktiniams skaičiavimams.

*Darbo uždaviniai*:

1. Išsiaiškinti akies funkcijas atsakingas už spalvinį suvokimą.
2. Išsiaiškinti spalvų vaizdavimo RGB ir XYZ koordinatėse principus.
3. Išsiaiškinti pagrindines spalvų atitikimo funkcijas.

Baigiamajame darbe apžvelgiama regos anatomija, spalvos pojūčio kilmė, spalvinio suvokimo teorijos, spalvos charakteristika, RGB ir XYZ kolorimetrinės sistemos, iškylančios problemos dėl spalvų atitikimo funkcijų vaizdavimo. Atlikto tyrimo tikslas - rasti nesudėtingas analizes  $r(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$  funkcijų išraiškas, kurias būtų galima pritaikyti praktiniams skaičiavimams.

## TURINYS

|                                                 |    |
|-------------------------------------------------|----|
| ĮVADAS                                          | 6  |
| I. ŽMOGAUS AKIES SPEKTRINIS JAUTRUMAS           | 8  |
| 1.1 Regos anatomija                             | 8  |
| 1.2 Spalvos pojūčio kilmė                       | 11 |
| 1.3 Spalvinio regėjimo anomalijos               | 14 |
| II. SPALVOS. SPALVŲ SUVOKIMAS                   | 16 |
| 2.1 Spalvinio suvokimo teorijos                 | 17 |
| 2.2. Spalvos charakteristika                    | 18 |
| 2.3. Adatyvus ir substraktyvus spalvų maišymas  | 20 |
| III. KOLORIMETRIJA                              | 23 |
| 3.1 RGB kolorimetrinė sistema                   | 25 |
| 3.2 XYZ kolorimetrinė sistema                   | 28 |
| 3.3 Taikymas praktikoje                         | 31 |
| IV. SPALVŲ ATITIKIMO FUNKCIJŲ APRAŠYMO METODIKA | 34 |
| 4.1 Rezultatai ir jų aptarimas                  | 37 |
| IŠVADOS                                         | 49 |
| LITERATŪRA                                      | 50 |
| PRIEDAI                                         | 51 |

## IVADAS

Spinduliuotės ir kūno optiniam apibūdinimui naudojama spalvos sąvoka. „Spalvos“ reiškinyje yra nepaprastas. Aristotelis yra pareiškęs: „Matoma šviesoje yra spalva, nes spalva nematoma be šviesos“. [1]

Pirmi bandymai aprašyti spalvas ne tik iš emocinės ir estetiškos, bet ir iš mokslo pusės buvo jau 18 a.pradžioje anglų mokslininko fiziko, matematiko, mechaniko ir astronomo Izaoko Niutono. [2] Vėlesni eksperimentai parodė (Herring 1964), kad bet kurią iš spalvų galima aprašyti kaip raudonos, mėlynos, žalios ir geltonos kombinacijas. Daug mokslininkų bandė aprašyti spalvas. Pirmieji šiuos eksperimentus atliko W. David Wright (Wright 1928) and John Guild (Guild 1931) pasinaudoję Maksvelo lygtimis.

Spalva yra spinduliuotės poveikio žmogaus akiai pasėkmė, savotiškas pojūtis. Skirtingų spinduliuočių poveikis yra savitas. Kad atsirastų spalvos pojūtis, informacija apie šviesą regos organų pagalba turi pasiekti regos centrą galvos smegenyse. Šiuolaikinė trikomponentė spalvų regėjimo teorija teigia, kad akies tinklainėje yra trijų rūšių kolbutės, kurios skirtingai reaguoja į įvairios spektrinės sudėties šviesą. Tai r jutikliai, labiausiai reaguojantys į raudonąją, g jutikliai – į žaliąją ir b jutikliai – į mėlynąją spalvą. Kolbelėms būdinga skirtinga reakcija į šviesos bangos ilgį ir intensyvumą ir jos skirstomos į S (420 nm), M (534 nm) ir L (564 nm). Skirtingu stiprumu dirginant raudonai, žaliai bei mėlynai spalvai jautrius kūgelius, atsiranda tam tikros chromatinės spalvos pojūtis. Esant vienodiems impulsams, priklausomai nuo impulso stiprumo matomos achromatinės spalvos - balta, pilka arba juoda.

Taigi kodėl mes gebame skirti daiktų spalvas net ir esant skirtingam apšvietimui? Mes matome įvairius kūnus, kai jie skleidžia šviesą ir šviesa patenka į mūsų akis. Vienus kūnus matome nepriklausomai nuo to, ar aplink mus šviesu, ar tamsu. Jie patys spinduliuoja šviesą į aplinkinę erdvę. Tokie kūnai vadinami šviesos šaltiniais. Bet dauguma kūnų mes matome tik tada, kai jie, būdami patys apšviesti šviesos šaltiniu, atspindi šviesą savo paviršiais. [3]

**Problema.** Tarptautinė apšvietimo komisija (TAK) 1931 m. akies reakcijai į spalvas aprašyti eksperimentiškai nustatytos ir pradėtos naudoti  $r(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$  funkcijos. Tačiau šių funkcijų analizinės išraiškos gana netikslios (Gauso funkcija) ir gremėzdiškos (Furje eilutė).

Pagrindinis **darbo tikslas** – rasti nesudėtingas analizines  $r(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$  funkcijų išraiškas, kurias būtų galima pritaikyti praktiniams skaičiavimams.

**Darbo uždaviniai:**

1. Išsiaiškinti akies funkcijas atsakingas už spalvinį suvokimą.
2. Išsiaiškinti spalvų vaizdavimo RGB ir XYZ koordinatėse principus.
3. Išsiaiškinti pagrindines spalvų atitikimo funkcijas.

# **I. ŽMOGAUS AKIES SPEKTRINIS JAUTRUMAS**

Yra nustatyta, jog žmogus daugiau nei aštuoniasdešimt procentų informacijos iš aplinkos gauna būtent per regą. Ir spalvos čia nemažai prisideda. Pasaulį mes regime spalvotą. Spalvos mums padeda orientuotis aplinkoje, o spalvinio suvokimo trūkumai gali trukdyti atlikti paprastus darbus. Spalvos pojūčio atsiradimas – sudėtingas psichofiziologinis procesas, kuris prasideda šviesai sužadinus regos organus. Žmogaus regos spalvinę skirtį 1942 m. nustatė amerikiečių mokslininkas Davidas MacAdamas, spalviniu eksperimentu atskleidęs, kad skirties kontūro forma spalvų erdvėje yra elipsės pavidalo, ir apskaičiavo 25 elipsių dydžius. [4] Galenas (130-201 m.pr.Kr.) pirmasis aiškinosi ir aprašė akį, jos sandarą ir funkcijas.

## **1.1. Regos anatomija**

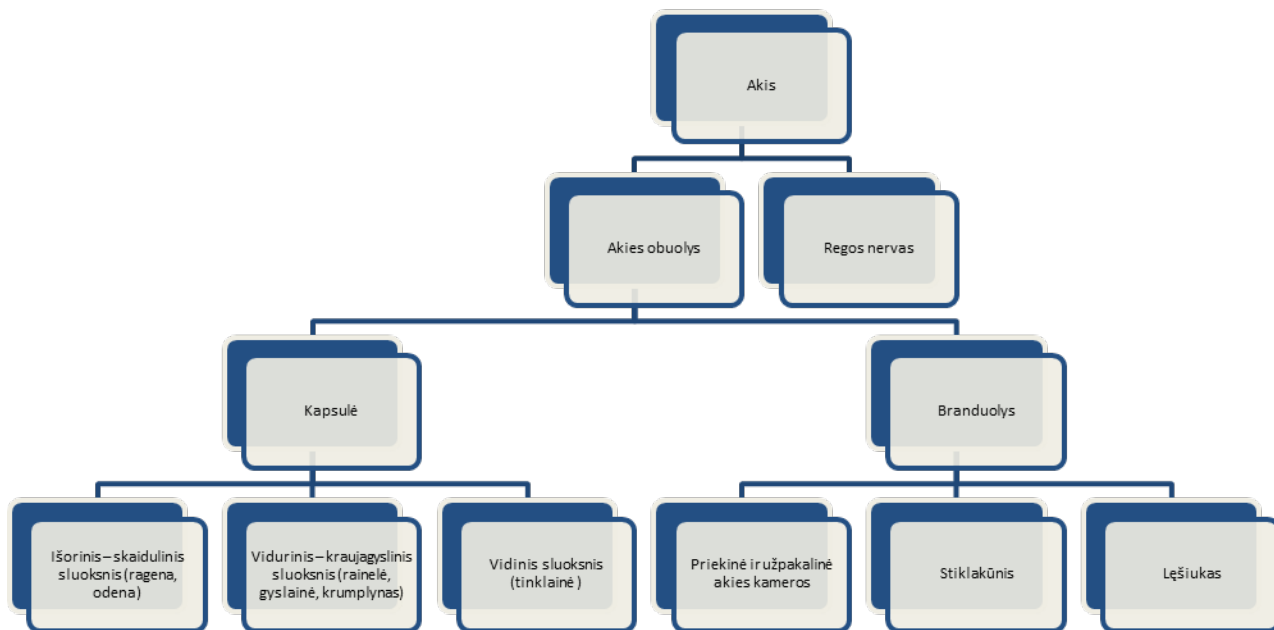
Akis - regos organas, svarbiausias jutimo organas. Ji iš supančios aplinkos gauna daugiau informacijos, negu kiti jutimo organai.[5]

Regėjimo aparatą sudaro akies obuolys esantis akiduobėje ir regos nervas, kuris kryžiuodamasis pereina į smegenų žievės pakaušinės skilties regėjimo zoną (1 pav.).

Akies obuolys tai rutulio formos regos organas, sudarytas iš:

- kapsulės sudaryta iš trijų skirtingos struktūros sluoksnių: išorinio – skaidulinio (ragena, odena), vidurinio - kraujagyslinio (rainelė, gyslinė, krumplynas) ir vidinio sluoksnio (tinklainės).
- Branduolio, kuris susideda iš dviejų akies kamerų, stiklakūnio ir lęšiuko.





*1pav.Regimojo aparato struktūra*

Akies obuolio skaidulinio dangalo priekinėje dalyje yra rageną. Ragenoje nėra kraujagyslių, bet gausu nervų galūnėlių – receptorių. Ji laužia spindulius, saugo akies obuolio gilesnius sluoksnius. Rageną sudaro 5 sluoksniai: daugiasluoksnis epitelis, priekinė elastinė membrana, ragenos stroma, užpakalinė elastinė membrana, endotelio sluoksnis. Likusią skaidulinio dangalo dalį sudaro odena (sclera). Odena yra nepermatoma. Užpakalinėje odenos dalyje yra skylė, pro ją išlenda regimojo nervo skaidulos. Odena savų nervų turi nedaug ir dėl to mažai jautri. Odena saugo akies obuolį nuo išorės poveikio, palaiko jos formą.

Akies obuolio kraujagyslinį dangalą sudaro rainelė, krumplynas ir gyslainė. Rainelės centre yra apvali anga – vyzdžys. Jo dydis nuolat keičiasi priklausomi nuo apšvietimo stiprumo ir amžiaus. Rainelę sudaro jungiamasis audinys ir lygiųjų raumenų ląstelių pluoštai, kurie reguliuoja vyzdžio dydį. Rainelėje yra pigmentinių ląstelių, nuo kurių kiekio priklauso akių spalva. Krumplynas - tai 5-6 mm pločio storas, siauras, trikampio formos tarp rainelės ir gyslainės įsiterpęs žiedas [6]. Jo pagalba akis gali matyti iš įvairių nuotolių. Jame yra daug kraujagyslių, nervų ir pigmentinių ląstelių. Krumplyno ataugose gaminamas akies skystis, kuris aprūpina maisto medžiagomis rageną, lęšiuką, stiklakūnį. Užpakalinė krumplyno dalis plokščia ir betarpiškai pereina į gyslainę. Gyslainė - tai plona, minkšta, rudos spalvos membrana. Ji yra tarp odenos ir tinklainės. Gyslainę sudaro kraujagyslių rezginy. Čia yra intensyviausia žmogaus kūno kraujotaka.

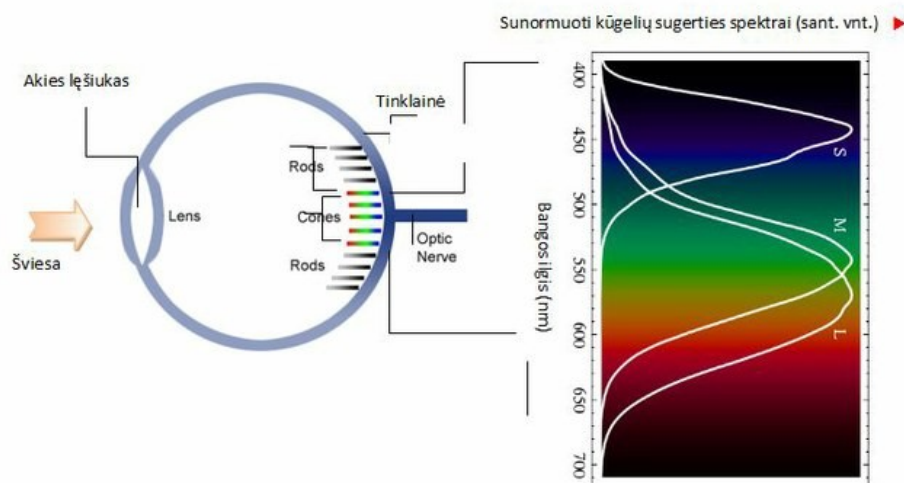
Akies obuolio vidinis dangalas skirstomas į išorinį ir vidinį sluoksnius. Išorinis pigmentinių ląstelių sluoksnis yra suaugęs su kraujagysliniu dangalu. Vidinis dangalo sluoksnis yra nervinės kilmės ir vadinamas tinklaine. Tinklainė – vidinis akies obuolio sluoksnis, kuris prasideda nuo lęšio krašto ir tęsiasi iki pat regos nervo. Čia fokusuojamas vaizdas. Tinklainėje yra nervinės galūnėlės (receptoriai), kuriose vyksta pirminis spinduliuojamos energijos apdorojimas, vedantis prie spalvos pojūčio. Tinklainės geometriniame centre yra akloji dėmė. Ji vadinama regos nervo disku, nuo kurio prasideda pats nervas [6]. Į išorę (per 4 mm) nuo disko yra centrinė duobutė, apie kurią 2 mm spinduliu apibrėžtas plotas vadinamas geltonąja dėme. Tai yra jautriausia šviesai tinklainės vieta. Geltonoji dėmė yra vieta, kuria geriausiai matome. Tinklainės užpakalinė dalis jautri šviesai. Čia yra fotoreceptorių - kolbelių ir lazdelių – kurie yra prisitaikę priimti šviesos spindulius. Lazdelės – pailgos formos, o kolbelės trumpesnės ir platesnės. Lazdelių yra apie 130 milijonų, o kolbelių apie 7 milijonai. Jos pasiskirsčiusios netolygiai: vidurinėje dalyje daugiau kolbelių, o periferijoje – lazdelių. Ten, kur į akį „įeina“ regimasis nervas, nėra nei kolbelių, nei lazdelių (akloji dėmė) [7].

Akies branduolį sudaro dvi kameros (priekinė ir užpakalinė), stiklakūnis ir lęšiukas. Tarp ragenos ir rainelės esantis tarpas vadinamas priekine akies kamera. Už rainelės, prieš lęšiuką yra užpakalinė akies kamera. Abi kameros užpildytos akies skysčiu ir jas jungia vyzdys [6]. Akies skystis yra laidus šviesos spinduliams ir aprūpina reikiamomis medžiagomis kraujagyslių neturinčias akies obuolio struktūras. Lęšiukas yra skaidrus, minkštos konsistencijos, jį sudaro skaidrios skaidulos. Lęšiukas neturi nei kraujagyslių, nei nervų. Senstant lęšiukyje mažėja vandens, jis plokštėja, netenka stangrumo dėl nuolatinės akomodacijos. Likusią akies obuolio ertmės dalį užpildo stiklakūnis. Tai želės pavidalo ir konsistencijos skaidrus hidrogelis. Stiklakūnis praleidžia šviesos spindulius ir suteikia akies obuoliui įprastą formą. Jame, kaip ir lęšiukyje, nėra nei kraujagyslių, nei nervų.

Regimasis nervas, išėjęs iš akiduobės, skyla į dvi šakas ir iš dalies persikryžiuoja. Vidinės nervo šakos kryžiuojasi ir kartu su priešingos pusės išorine šaka nueina į lateralinį kelinį kūną, kur yra sekantis neuronas, pasibaigiantis pakaušinės skilties žievėje, regėjimo projekcinėje zonoje.

## **1.2. Spalvos pojūčio kilmė**

Tai, kas mums sukelia spalvos pojūtį, yra kūno išspinduliuota, atspindima ar praleidžiama šviesa veikianti fotoreceptorius [5]. Spalvos pojūtis atsiranda žmogui gebant skirti spalvas ir atspalvius, kurie yra 380 – 780 nm bangos ilgio elektromagnetinių bangų ruožuose. Žmogaus akis fiziologiškai adaptavosi prie Saulės šviesos energinio pasiskirstymo ir tapo jautriausia šiai spinduliuotei (555 nm) ir leidžia skirti daiktus, turinčius vienodą dydį ir formą, bet skirtingas spektrines sudėtis. Žmogaus akies spektrinis jautris skirtingoms regimojo spektro sritims yra nevienodas ir priklauso nuo bangos ilgio. Saulės spektre didžiausią galią turi gelsvai žalioji spinduliuotės ruožui. [1]



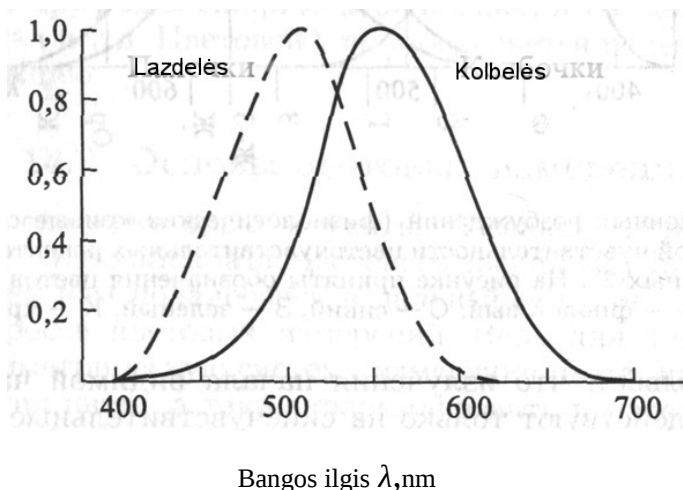
2 pav. Kairėje pusėje pavaizduota spalvos atsiradimo schema. Dešinėje pavaizduotas trumpųjų, vidutinių ir ilgųjų elektromagnetinių bangų poveikis kūgeliams

Tinklainė yra prisitaikiusi priimti tam tikro ilgio elektromagnetinių bangų dirginimus ir paversti juos nerviniais impulsais, kurie smegenų pusrutulių žievėje sukelia šviesos ir spalvų pojūtį. Craven ir Foster 1992 m iškėlė hipotezę, kad regos sistema įvertina objektų spalvą atsižvelgdama į receptorių, esančių skirtingose tinklainės vietose, atsakų santykį. Tinklainėje esančias lazdeles ir kolbeles dirgina elektromagnetinių bangų spinduliuotė. Fotoreceptoriuose yra šviesai jautraus pigmento. Lazdelių pigmentas vadinamas rodopsinu arba regėjimo purpuru. Veikiamas šviesos spindulių rodopsinas skyla, o skilimo produktai sukelia lazdelėse nervinius impulsus [1] [2] [6] [7]. Tamsoje vyksta intensyvi rodopsino sintezė ir lazdelių jautrumas šviesai nuolat atsinaujina. Matymas lazdelėmis vadinamas „prietemos regėjimu“ (mezopinis), kolbelėmis – „dieniniu regėjimu“ (fotopinis). Tinklainės lazdeles dirgina 400-700 nm ilgio bangos, sukeliančios

nespalvotos šviesos pojūtį. Dienos metu jos pritaikytos juodų, baltų ir pilkų spalvų matymui. Lazdelės gali veikti ir nepakankamai apšviestoje aplinkoje - prietemoje.

Spalvas mes matome centrine tinklainės vieta, kur didžiausia kolbelių koncentracija. Kolbelių pigmentas – retinalis. Kolbelės veikia tik šviesioje aplinkoje ir jų jautrumas šviesai yra skirtingas. 75% kolbelių yra jautrios regimojo spektro ilgesnėms bangoms, kurios sukelia raudonos spalvos ir jos atspalvių pojūtį. 10% kolbelių jautrios vidutinio ilgio bangoms, kurios sukelia žalios spalvos ir jos atspalvių pojūtį. Likusios 15% kolbelių reaguoja trumpiausias bangas, sukeliančias mėlynos, žydros ir violetinės spalvų ir atspalvių pojūtį. Lomonosovas teigė, o 20 a. eksperimentais buvo įrodyta, kad kolbelės yra nevienodos pagal savo spektrines savybes. Tai leido jas išskirti į tris grupes. Kai sužadinama pirma grupė atsiranda mėlynai - violetinės spalvos pojūtis. Antros grupės receptoriai atsakingi už žalios spalvos pojūtį. Trečia – raudonos spalvos pojūtį. Realūs spinduliai dirgina iš karto keliais kolbelių grupes ir užtikrina kokybišką spalvų raišką. Užtenka trijų spalvų bet kokiam spalvos stimului akyse sukurti.[8] Kai šviesos spinduliai dirgina visas kolbeles, sukelia baltos šviesos pojūtį. Kai kolbelių niekas nedirgina regime juodą spalvą. Akis skiria daug kitų spektro spalvų ir atspalvių. Tai priklauso nuo kolbelių dirginimo derinių ir tarpusavio sąveikos. Kolbelėse atskirų receptorių reagavimo greitis į spalvas nėra vienodas. Greičiausiai reaguoja į žalią spalvą, vidutiniškai - į raudoną, lėčiau - į kitas. [5] Ilgai stimuliuojant vienos rūšies receptorių, juose įvyksta adaptacija (jie pajautrėja ar tampa mažiau jautrūs). Tai leidžia akims prisitaikyti matyti spalvas, esant įvairaus apšvietimo sąlygoms (von Kreis adaptacija). [8]

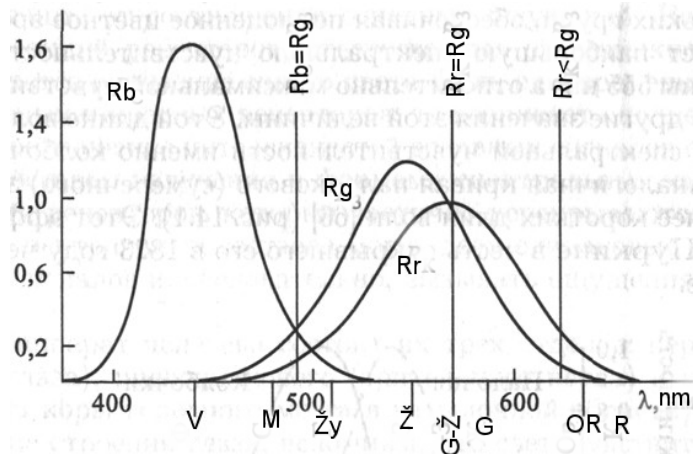
Kolbelės pradeda veikti tik esant tam tikram apšvietimo intensyvumui, žemiau kurio veikia lazdelės. Esant silpnam apšvietimui, kolbelės nustoja reagavusios, matoma lazdelėmis, todėl spalvos yra neskiriamos. Palaipsniui mažėjant apšvietimui, įvairūs spalviniai tonai neatskiriami, pradedant raudona ir baigiant mėlyna spalva. Auštant taip pat pirmiausia pasirodo mėlynos spalvos, vėliausiai – raudonos. Regos organai gali skirti tiek kiekybę, tiek kokybę. Kiekybinė charakteristika vadinama šviesiu, kokybinė – chromatiškumu. Kintant spinduliuotės galiai keičiasi šviesumas, o keičiantis ilgųjų bangų spinduliuotei – chromatiškumas. [2] [7]



3 pav. Žmogaus akies kolbelių ir lazdelių spektrinio jautrumo kreivė

2 paveiksle pateikta kolbelių ir lazdelių spektrinio jautrumo kreivė. Iš čia matyti, kad naktinio matymo (lazdelės) kreivė yra pasislinkusi į trumpųjų bangų pusę (2 pav.). Tai vadinama Purkinje efektu, čekų mokslininko (1823m.) padariusio šį atradimą garbei. Lazdelės, atsakingos už matymą prieblandoje, kreivėje pavaizduotos punktyrine linija. Ši kreivė vadinama naktinio spalvio efektyvumo kreive ir yra žymima raide  $V'(\lambda)$ . Lazdelės garantuoja neutralų vaizdą baltos, pilkos ir juodos spalvos pagalba. Kolbelės atsakingos už matymą dieną, kreivėje pavaizduotas ištisine linija (2 pav.), taip vadinama dieninio matymo efektyvumo (jautrio) kreivė  $V(\lambda)$ . Kolbelės, kaip jau buvo minėta anksčiau, atsakingos ne tik už neutralų, bet ir už spalvotą vaizdą, kurio dėka mes galime matyti, pavyzdžiui, raudoną, mėlyną, žalią ir visas kitas spalvas [7].

3 paveiksle pateikiama E. N. Justovos gautos pagrindinių sužadinių kreivės, t.y. kolbelių jautrumas spektrui esant  $2^\circ$  žiūros kampo skirtumui.



4 pav. Pagrindinių sužadinių kreivių priklausomybė nuo žmogaus akies receptorių jautrumo ir žiūros kampo ( $2^\circ$ ). Raidės ant paveikslo atitinka spalvas: V – violetinė, M – mėlyna, Žy – žydra, Ž – žalia, Ž-G – žaliai geltona, G – geltona, O – oranžinė, R – raudona

Iš paveikslo matyti, kad mėlynai spalvai jautrūs receptoriai ( $R_B$ ) aktyvūs kai šviesos spektro spinduliuotė yra nuo 380nm iki 430nm. Kitų receptorių jautrumas šioje spektro dalyje labai mažas. Jų reakcija aktyvesnė ties violetinės spalvos spektro riba (V). Mėlynai spalvai jautrių kolbelių jautrumas stebimas 380-430 nm spektro dalyje ir didėja didėjant bangos ilgiui. Nuo 430 nm ribos jau reaguoja žaliai šviesai jautrūs receptoriai ( $R_G$ ). Todėl spektro spalva palaipsniui pereina prie mėlynos. Tada prisijungia ir raudonai šviesai jautrūs receptoriai ( $R_R$ ). Spalva palaipsniui pereina į žydrą mėlyną, o po to į žydrą (Žy). Nuo 530 nm ribos pradeda veikti žalia šviesai jautrūs receptoriai, o spalva ilgėjant bangoms palaipsniui pereina į geltoną (G), oranžinę (O) o po to į raudoną (R) spalvą. Aiškinant vienos ar kitos spalvos pojūtį (suvokimą) tenka lyginti skirtingų tipų receptorius. Esant atitinkamam  $R_B$ ,  $R_G$  ir  $R_R$  santykiui gaunamas baltos šviesos pojūtis. Tokiu atveju visų tipų receptorių reakcijas laikomi vienodomis ir prilyginamos vienetui.

### 1.3. Spalvinio regėjimo anomalijos

Jau nuo Jungo ir Helmholco laikų trikomponentinė matymo teorija buvo bandoma pagrįsti spalvinio aklumo reiškinių buvimą. Dž. Daltonas pirmasis aprašė spalvinį aklumą kai dėl įgimtos ligos ar kitų priežasčių sutrinka kurios nors rūšies receptorių veikla (dažniausiai neskiriamos žalios

ir raudonos spalvos). Sutrikus nors vienai iš tris spalvas priimančių kolbelių rūšių, arba jų nesant, spalvų suvokimas sutrinka. Tokie žmonės neskiria kai kurių spalvų, išsibalansuoja trichromatinio matymo sistema. [5]

Normalus spalvinis regėjimas paprastai laikomas trichromatiniu matymu, t.y. sugebėjimas skirti tris pagrindines spalvas: geltoną, raudoną ir mėlyną. Tačiau ir tarp trichromatų yra žmonių, nepakankamai skiriančių spalvas. Bet šie nukrypimai būna labai nežymūs. Taip vadinamas „aklumas spalvoms“ - skirtingas vyrams ir moterims. Moterys geriau jaučia spalvą. 8 % vyrų turi įgimtą nepakankamumą spalvoms. Tuo tarpu tarp moterų šis reiškinys retesnis - tik 0,5 % moterų. Spalvinio regėjimo sutrikimai gali būti ne tik įgimti, bet ir dėl įvairių ligų. Dažnai būna dalinai nematantys spalvų – dichromatai. Jie dar vadinami daltonikais. Anglų fizikas ir chemikas Dž.Daltonas (1766-1844) pirmasis aprašė šią regėjimo ydą, kurią turėjo pats ir jo brolis. [5]

Daltonikai skirstomi į keturias grupes:

Protanopai – nemato raudonos, painioja su tamsiai žalia. Jie neskiria purpurinės nuo violetinės, mėlynos nuo dangiškos.

Deiteranopai – nemato žalios, painioja su tamsiai raudona. Dažnai žalią ir raudoną mato kaip gelsvai pilkšvą.

Tritanopai – mėlyno ir žalio matymo receptoriai susilieja į vieną. Nemato geltonų, mėlynų ir violetinių spalvų. Painioja geltonai žalsvas su žydromis.

Visiškas aklumas spalvai vadinamas achromazija, arba monochromatiniu regėjimu. Tai retas reiškinys. Jų matomi vaizdai primena juodai baltą nuotrauką. [5] Daltonizmo pašalinimui naudojami specialiu sluoksniu padengti lęšiai. Šis sluoksnis pagamintas taip, kad praeidamos per jį šviesos spektras stimuliuotų daltonikus taip, kaip stimuliuojamas žmogaus, neturinčio akies defektų. [2]

## II. SPALVOS. SPALVŲ SUVOKIMAS

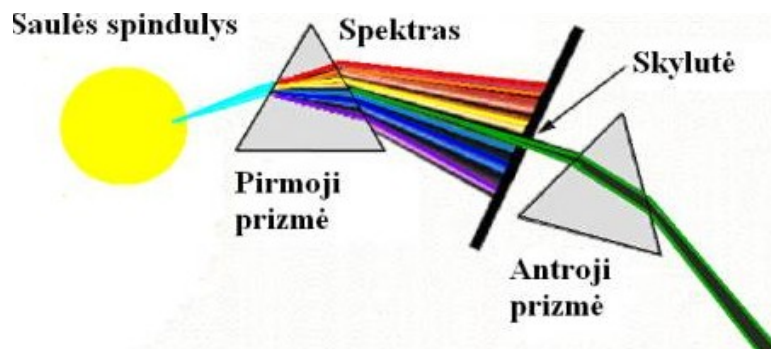
Nuo pat antikos laikų mokslininkams rūpėjo, kaip akis suvokia spalvas. 1920 m. garsus fizikas Šriodingeris pasiūlė tokį spalvos apibrėžimą, pagal kurį, spalva tai spektrinės sudėties sąvybė, kurios žmogus vizualiai neskiria. [5] Tam, kad spalva būtų matoma reikia, kad ji skleistų 380 – 780 nm elektromagnetines bangas, o objektai turi atspindėti ir/arba praleisti to paties ilgio elektromagnetines bangas. Objektyviai elektromagnetinės bangos spalvos neturi. Būdamos atitinkamo dažnio, jos sukelia vienokios ar kitokios spalvos įspūdį. [9]

Pirmi bandymai aprašyti spalvas ne tik iš emocinės ir estetinės, bet ir iš mokslo pusės buvo jau 18 a.pradžioje I. Niutono. Tyrinėdamas šviesos spindulių lūžį jis per stiklo prizmę praleido baltą saulės šviesos spindulį. Tada suprojektavo jį ekrane ir gavo nepertraukiamą šviesos spektrą, kuriame aiškiai buvo matomos 7 pagrindinės spalvos, tolygiai pereinančios viena iš kitos (5 pav.). Ilgų bangų spinduliuotė gauta išskaidžius baltą šviesą ir kiekviena spalva turi šias reikšmes: (nm)

|           |           |
|-----------|-----------|
| 380 – 450 | violetinė |
| 450 – 480 | mėlyna    |
| 480 – 500 | žydra     |
| 500 – 560 | žalia     |
| 560 – 590 | geltona   |
| 590 – 620 | oranžinė  |
| 620 – 780 | raudona.  |

Niutonas šių spalvų bangų ilgius tyrinėjo toliau, kaip jie lūžta, atspindi nuo įvairių spalvotų paviršių. Bet spavos nekeitė savo pradinės spalvos. Šios homogeninės ir monochromatinės spalvos buvo pavadintos spektro spalvomis. Tada jis pastatė dar vieną prizmę prie išėinančių iš pirmos prizmės spindulių, taip iš naujo surinko spindulius, kurie vėl tapo balta šviesa.





5 pav. I. Niutono bandymas

Šie bandymai leido nustatyti, kad baltą šviesą sudaro spalvų spektras, ir akiai suprantama kaip įvairių spalvų spinduliuotė. Tolimesni tyrimai parodė, kad baltą šviesą (ir bet kurią kitą) galima gauti iš trijų monochromatinių spektro spalvų: raudonos, žalios ir mėlynos. Jas tik reikia sumaišyti atitinkamomis proporcijomis. [2]

## 2.1. Spalvinio suvokimo teorija

Yra keliatas spalvų suvokimo teorijų. Vienas iš pirmųjų mokslininkų, kūrusių spalvos suvokimo teorijas buvo anglas Tomas Jungas (1773-1829). Jis teigė, kad akyse yra trijų pagrindinių spalvų: raudonos, žalios ir tamsiai mėlynos matymo „aparatai“. Bet jis šios idėjos nesugebėjo patvirtinti anatomiškai ir fiziologiškai. T.Jungo pradėtą darbą išstobulino vokiečių mokslininkas Germanas Helmholtcas (1821-1894). Rusų mokslininko M.V.Lomonosovo (1711-1765) taip pat dirbo šioje srityje. Jo trikomponentinė spalvų teorija paremta raudona, mėlyna ir geltona spalvomis. Tačiau M.V.Lomonosovo teorija buvo netiksli. XIX a. pradžioje T. Jungas pasiūlė, vėliau G. Helmholtcas išvystė trichromatinio spalvinio regėjimo teoriją, kuri teigia, kad akyje esti trijų tipų receptoriai, lemiantys žmogaus spalvų suvokimą. Tokia išvada buvo padaryta pastebėjus, jog visas spalvas galima gauti maišant tris pagrindines: raudoną, žalią, mėlyną. Iš tikrųjų nustatyta, kad tinklainėje esantys kūgeliai esti jautrūs skirtingo ilgio bangoms, o šviesai dirginant skirtingus kūgelių derinius gauname kitas spalvas. [11]

1872 m. E.Heringas pasiūlė oponentinę spalvų suvokimo teoriją, kuri teigia, kad iš trijų kugelių klasių gaunami impulsai yra lyginami priešingų spalvų – raudonos/žalios, mėlynos/geltonos, juodos/baltos – požiūriu. [11]

Kaip teigia šiuolaikinė trikomponentė spalvų regėjimo teorija - akies tinklainėje yra trijų rūšių kolbelės, kurios skirtingai reaguoja į įvairios spektrinės sudėties šviesą. Tai r jutikliai, labiausiai reaguojantys į raudonąją, g jutikliai – į žaliąją ir b jutikliai – į mėlynąją spalvą. Kolbelėms būdingi spindulių sugerties maksimumai ties 420 nm (S), 534 nm (M) ir 654 nm (L). S kugelių yra mažai, be to, jų nėra geltonosios dėmės centre, kur regėjimas yra tiksliausias. Taigi jie mažai lemia daikto šviesį. Signalai iš skirtingų receptorių sukombinuojami įvairiose neuronų klasėse, sudarant signalus, kurie keliauja į smegenis.

Spalvinio suvokimo teorija padeda mums suprasti kodėl spektro riba nuo 380 iki 780 nm sukelia šviesos pojūtį ir kodėl spalva esanti nuo 400 iki 450 nm bangos ilgio matoma kaip violetinė, 450 – 480 nm matoma kaip mėlyna ir t.t. Spalvinio suvokimo teorijos esmė ta, kad šviesai jautrios nervinės galūnėlės, esančios akies fotoreceptoriuose, reaguoja tik į matomą šviesos spektrą. [2] Pojūčiai, atsiradę dėl rgb jutiklių sužadavimo lygių santykio skirtumo, vadinami spalvio jutimu, t. y. suvokiama spalva. [1]

## 2.2. Spalvos charakteristika

Šviesa akiai suprantama kaip įvairių spalvų spinduliuotė. Spinduliuotės spalva apibūdinama spalviu, kurį pagrindinai nusako spinduliuotės spektrinė sudėtis. Daugiausia šviesos sugeria tamsūs kūnai, mažiausiai - šviesūs, balti. Jeigu kūnas skaidrus šviesa yra praleidžiama. Dažniausiai kūnai daugiau ar mažiau atspindi kelių spalvų spindulius ir jie, pasiekę mūsų regėjimą, sudaro tą spalvų įvairovę, kuri matoma gamtoje [5]. Pagal šviesos spindulių bangų sugėrimą, atsispindėjimą ir praleidimą, spalvos skirstomos į dvi grupes: achromatinės ir chromatinės. Chromatinės spalvos (gr. chroma –chromatas – spalvotos) tai spalvos kurių pagrindu yra spektro juosta ir kitos gamtoje esančios spalvos. Achromatinės spalvos (gr. achromatas – bespalvis) - tai balta, juoda, pilka su visais šviesumo laipsniais [5]. Skirtingu stiprumu dirginant raudonai, žaliai bei mėlynai spalvai jautrius kugelius, atsiranda tam tikros chromatinės spalvos pojūtis. Kai šių kugelių siunčiami nerviniai impulsai kuria vienodą intensyvumą arba ypač kai bendras apšviestumo lygis yra mažas,

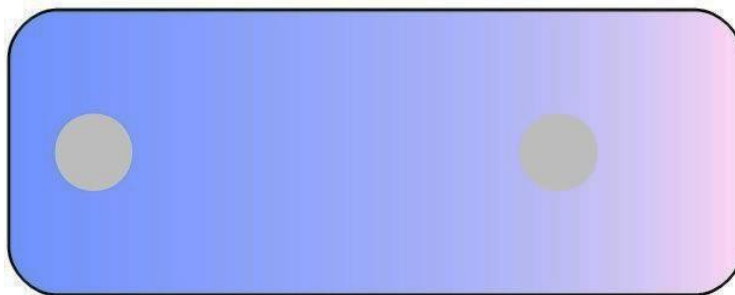
matoma tik lazdelėmis, todėl matome tik achromatinės spalvas – baltą, pilką arba juodą [8]. Todėl achromatinė spalva gali būti priklausoma tik nuo apšviestumo.

Spalvų mokslo teoretikai ir praktikai išskiria nuo trijų iki šešių pagrindinių spalvų [5]. Kiekvienai pagrindinei spalvai yra papildomoji (pagrindinė spalva + papildomoji spalva = baltoji spalva). Viena papildomoji spalva yra sudaryta iš dviejų pagrindinių. Visos chromatinės spalvos skirstomos:

- pagrindinės - tai geltona, raudona ir mėlyna, iš kurių teoriškai gali būti sudaromos visos likusios spalvos;
- pirmo laipsnio sudėtinės spalvos - tai spalvos, gautos sumaišius dvi pagrindines spalvas.
- antro laipsnio sudėtinės spalvos gaunamos sumaišius dvi pirmo laipsnio sudėtinės spalvas.

Maišant tarpusavyje dvi antro laipsnio sudėtinės spalvas, galime gauti ir trečio laipsnio sudėtinės spalvas, bet jos jau nebeturės spalvinio švarumo. Spalvų skirstymas įvairioje literatūroje šiek tiek skiriasi [5].

Žmogaus suvokiama spalva priklauso tiek nuo paties objekto spalvos, tiek ir nuo jį supančiųjų objektų bei fono spalvų.



6 pav. Objekto spalvos priklausomybė nuo fono spalvos

Regos sistema vertindama objekto spalvą, jį lygina su fonu. Spalvos suvokimas taip pat priklauso ne tik nuo objekto, bet ir jį supančios aplinkos. Tamsiame fone spalvos atrodo šviesesnės, nei šviesiame. 6 paveiksle pavaizduoti pilki skrituliai, yra visiškai vienodų spalvų tačiau vienas jų atrodo šviesesnis, o kitas tamsesnis.

Sistemindamas spalvas, vokiečių fizikas G. Helmholtcas išsiaiškino, kad visos spalvos turi tris bendras charakteristikas:

- Toną;
- Šviesumą;

- Sodrumą.

Tonas - tai subjektyvi spalvos charakteristika, nusakanti jos panašumą su žinoma spalva. Achromatinės spalvos tono neturi, jos skiriasi viena nuo kitos šviesumo laipsniu. Spalvos šviesumas - bendra visų spalvų savybė. Nuo spalvos tono taip pat priklauso ir spalvos sodrumas. Kuo labiau išreikštas spalvos tonas, tuo spalva sodresnė, intensyvesnė. Spektro spalvos teoriškai sodriausios, nors sodrumas šiek tiek nevienodas, spektro galuose - sodriausios. Spalvos grynumą nusako tam tikro atspalvio monochromatinės spinduliuotės dalis, kurią sumaišius su baltąja spinduliuote sukuriamas vizualus tapatumas su nagrinėjamąja spinduliuote. Didžiausiu grynumu pasižymi spektro spalvos ir purpurinės spalvos - pereinamosios tarp raudonosios ir violetinės [1]. Idealiai baltos spalvos grynumas ir idealiai juodos spalvos grynumas lygus nuliui. Įvertinus spalvinį toną, šviesumą ir sodrumą galima gauti tūkstančius įvairių spalvų ir atspalvių [5].

Spalvos keičiasi keičiantis dienos apšvietimui. Pereinant iš šviesios aplinkos į tamsią, raudona spalva netenka savo spalvinio tono. Geltona išsilaiko ilgiau. Žalia ir mėlyna prietemoje atrodo šviesesnės, o labiau temstant - netenka spalvos, raudona - artėja prie juodos (žiūrėti priede. 1 lentelė). Yra ir priešingas reiškinys. Didinant apšvietimą trumpesnės bangos ilgėja, o ilgosios trumpėja, spektras susiaurėja (žiūrėti priede. 2 lentelė).

Nagrinėjant spalvas reikia žinoti Germano Grasmano dėsnius:

- Trimatiškmo dėsnis. Bet kuri spalva yra išreiškiama 3 kitomis spalvomis, jei jos tiesiškai susietos, t.y. nė vienos iš jų negalima gauti sudėjus kitas dvi spalvas.
- Tolydumo dėsnis. Esant bet kokiam tolydiniam spinduliuotės kitimui, spalva kinta tolydžiai [12]. Maišant vienodas spalvas, nepriklausomai nuo jų spektrinės sudėties, gaunamas vienodas spalvos pokytis.
- Adityvumo dėsnis. Jei dedamųjų spinduliuočių spalva aprašoma lygtimi, tai dviejų spinduliuočių suma aprašoma lygčių suma. Dviejų spinduliuočių sumos spalva priklauso tik nuo dedamųjų spinduliuočių spalvų.

Šiais trimis dėsniais yra paremta spalvų matavimas – kolorimetrija.

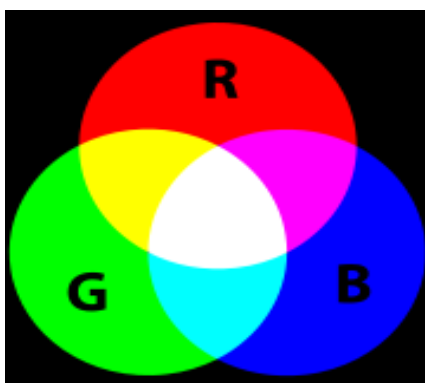
### **2.3. Adityvus ir subtraktyvus spalvų maišymas**

Kaip R. Mizgiris nurodo knygoje “Spalvotyra” žymus vokiečių mokslininkas G. Helmholtcas (1821-1894) savo trijų dalių moksliniame veikale „Fiziologinis optikos vadovas“ surinko, išaiškino ir susistemino visą informaciją apie spalvas, kaip fizikos ir optikos reiškinį. H.Helmholtcas išaiškino, kad yra du skirtingi spalvų maišymo būdai – adityvus (lot. adityvus – sudėtinis, pridėtinis, gaunamas sudėties būdu) ir subtraktyvusis (skirtuminis). Spalvų maišymas - tai būdas gauti naują spalvą iš dviejų ar daugiau spalvų, maišant jas įvairiomis proporcijomis.

Adityvusis spalvų pasikeitimas, gaunamas spalvų sudėties būdu (7 pav). H.Helmholtcas įrodė, kad baltą spalvą duoda ne tik spektro spalvų suma, bet ir dvi spektro spalvos. Adityviajame maišyme pagrindinės spalvos pagal akies regėjimo fiziologiją yra raudona, žalia ir tamsiai mėlyna. Jų papildomos spalvos – žydra, purpurinė ir geltona. Maišydami žemiau išvardintas papildomų spalvų poras, gaunama balta spalva: geltona – mėlyna, oranžinė – žydra, raudona – žalsvai žydra, gelsvai žalia – violetinė, purpurinė – žalia.

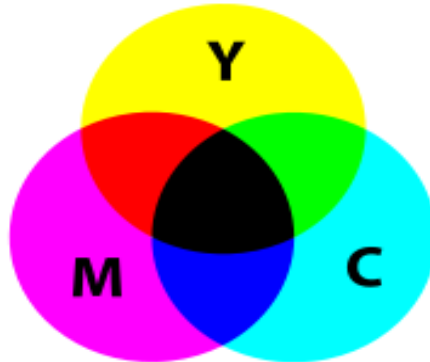
Pavyzdžiui maišant mėlynos ir geltonos spalvo pluoštus ir juos suprojektavus ekrane į tašką gaunama balta šviesa. Mokslininkai šį reiškinį aiškina taip: mėlynas filtras praleidžia žalsvą ir mėlyną spektro dalį, o geltonas filtras- raudoną ir geltoną, tai yra, praeina visos spektro spalvos ir visas spalvas drauge akis suvokia kaip baltą šviesą. Jeigu tokiu pat būdu maišysime artimas spektro spalvas, gausime tarpinio tono spalvą. Pvz.:

- raudona + geltona = oranžinė
- raudona + žalia = geltona
- žalia + violetinė = mėlyna ir t.t.



7 pav. Adityvus spalvų maišymas

Skirtingai negu adityviniame maišyme, kur šviesos pluoštams dengiant vienas kitą gaunama nauja spalva, tai esant subtraktyviam maišymui dalis šviesos srauto yra sugerama. Subtraktyviuoju būdu tarpusavyje maišant pagrindines spalvas: raudoną, mėlyną ir geltoną, gaunamos papildomos – žalia, oranžinė ir violetinė. Šios bangos, būdamos atitinkamo dažnio, akyse sukelia vienokios ar kitokios spalvos pojūtį [5].



*8 pav. Subtraktyvus spalvų maišymas*

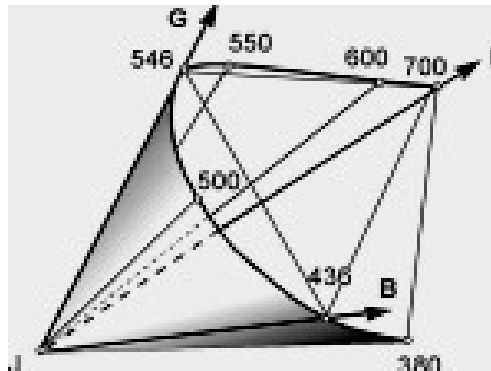
Yra ir kitas subtraktyvus spalvų gavimo būdas kai naudojamas spalvotas šviesos filtras (8 pav.). Kai naudojami geltonos ir mėlynos šviesos filtrai prieš šviesos šaltinį gaunama žalia spalva. O adityviuoju būdu sudėjus šviesos spindulius gaunama balta spalva. Jei tuo pačiu būdu panaudojami žalios ir raudonos spalvos filtrai, gaunama juoda spalva, tai adityviuoju būdu gaunama geltona spalva [5].

### III. KOLORIMETRIJA

Būsimos kolorimetrijos prielaidos buvo susiformuluotos 18- 19 a. Kolorimetrija – tai spalvų mokslo rūšis, bandanti išmatuoti ir aprašyti žmonių matomas spalvas. Tai mokslo sritis nagrinėjanti ir aiškinanti spalvos reiškinius, spalvos kilmę, spalvų maišymą, tirianti tikslias spalvų kūrimo sistemas bei spalvų matavimą [5].

Spalvos matavimas iš esmės skiriasi nuo kitų fizikinių dydžių matavimų. Čia negalima panaudoti standartinių metodų, kuriuose parametras lyginamas su etalonu. Spalvoms toks matavimas negalimas [2]. Kolorimetrijoje sukurtos sistemos, kuriose spalva matuojama kiekybiškai ir išreiškiama etaloninėmis spinduliuotėmis, maišomomis tam tikromis proporcijomis. Tokie matavimo būdai yra paremti standartinėmis stebėjimo sąlygomis [2]. Standartinis stebėtojas – tai vidutinis statistinis stebėtojas, kuriam galioja TAK (Tarptautinė apšvietimo komisija) nustatytos spalvų atitikimo funkcijos (1931, 1964 m.). Spalva pagal TAK modelį yra nuo aparatų nepriklausoma [5].

Kolorimetrijoje spalvos charakteristika yra trimatė, t. y. spalva kiekybiškai išreiškiama trimis tarpusavyje susietais parametrais. Spalva kolorimetrijoje pateikiama trijų dedamųjų vektoriumi tiesinėje erdvėje, vadinamoje spalvų erdvėje (9 pav.). Visų spalvų vektorių pradžia yra bendra. Taškas J, atitinkantis koordinačių sistemos pradžią, ir yra juodasis taškas – nulinio skaisčio taškas (nėra šviesos). Iš spalvų erdvės koordinačių pradžios išeina aibė spalvos vektorių [2].



9 pav. Trimatė spalvų erdvė

Yra trys spalvų nagrinėjimo lygmenys: remiantis grynai fizikiniais reiškiais (objektas ir apšvietimas), fizikiniais reiškiais ir standartinio stebėtojo fotoreceptorių atsakais bei trečiasis – remiantis fizikiniais reiškiais, standartinio stebėtojo fotoreceptorių atsakais bei įskaitant kitus

kintamuosius, kurie daro įtaką spalvos suvokimui. Pirmajame lygmenyje spalvos yra nagrinėjamos spektrofotometrijos bei spektroradiometrijos mokslų, antrajame – kolorimetrijos, o trečiajame – psichofizikos ir psichofiziologijos. Viską suprasti padeda kolorimetrijos nustatyti modeliai, kuriuose figūruoja standartinis stebėtojas. Standartinis stebėtojas yra toks statistinis žmogus, kurio fotoreceptorių reakcijos funkcijos yra nustatytos atlikus tyrimus su 15 – 20 normalios spalvinės regos žmonių, ir kuriam galioja TAK nustatytos spalvų atitikimo funkcijos (1931, 1964 metai). Naudojantis šiomis funkcijomis yra priimtos standartizuotos spalvų atitikimo sistemos, kurios yra naudojamos įvairiuose vaizdo fiksavimo bei atkūrimo srityse (tiek skaitmeniniuose monitoriuose, tiek spaudoje, dažų gamybai, interjero ir kitų dizainų srityse) [2] [9].

### 3.1 RGB kolorimetrinė sistema

1931 m. Tarptautinė apšvietimo komisija (TAK) įvedė standartinę sistemą RGB, kurioje pagrindinės spalvos yra raudonoji **R** (red,  $\lambda = 700,0$  nm), žalioji **G** (green,  $\lambda = 546,1$  nm) ir mėlynoji **B** (blue  $\lambda = 435,8$  nm). Pagrindinėmis spalvomis gali būti bet kokios trys tiesiškai nepriklausomos spalvos. Tai vektorių nekomplanarumo sąlyga. Tokių spalvų trijų, sudarančių spalvos koordinačių sistemą, gali būti daug. Jas maišant galima sukurti daugumą realiai pasitaikančių spalvų.

Kaip jau buvo minėta anksčiau visas spalvų matavimas yra pagrįstas trimis Grasmano dėsniais. Kaip teigia pirmasis dėsnis, bet kuri spalva gali būti gauta sumaišius skirtingomis proporcijomis tris spalvas, kurių neina gauti sumaišius kitas dvi spalvas. Kitaip sakant, spalva nusakoma trimis nepriklausomais kintamaisiais, kurie sudaro šios formos lygtį[1]:

$$S = R[R] + G[G] + B[B] \quad (1)$$

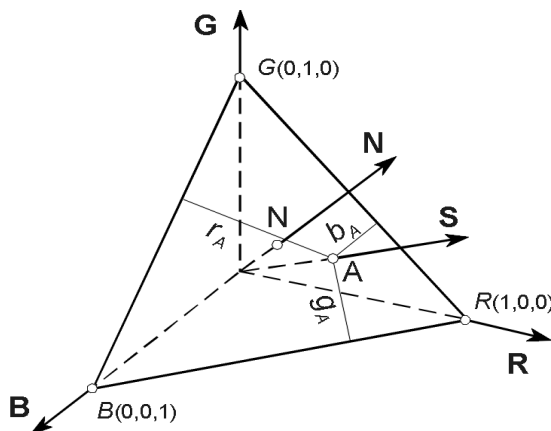
kur  $[R],[G],[B]$  – pagrindinių spalvų matavimo vienetas,  $R, G, B$  – dalis pirminės spalvos, tai yra duotos spalvos  $S$  koordinatės[1].

Bet kokia matuojamoji spalva  $S$  gali būti pateikta trimatėje spalvų erdvėje koordinatėmis  $R', G', B'$ , vadinamomis spalvos koordinatėmis. Taigi spalvos koordinatės yra trijų pagrindinių spalvų kiekiai, padedantys atkurti reikiamą spinduliuotės pojūtį. Vizualus matuojamosios spalvos  $S$  ir trijų pagrindinių spalvų mišinio panašumas išreiškiamas vektorine spalvos lygtimi:

$$S = R'R + G'G + B'B \quad (2)$$



,kuri nusako nagrinėjamąją spalvą [1]. Bet kokia spalva kolorimetrijoje suprantama kaip vektorinė trijų dedamųjų suma. Pačios spalvos vektoriaus padėtis ir ilgis nepriklauso nuo pirminių spalvų ir nusakoma spalvos šviesumu bei ryškumu. Vektoriaus kryptis ir ilgis priklauso nuo spalvų koordinatinių santykio [2].



Pav. 10 Spalvų trikampis (vienetinių spalvų plokštuma)

Tam, kad aprašyti spalvą nebūtina naudotis erdviu vaizdavimu. Tam pakanka pasinaudoti rgb spalviniu trikampiu, kurio viršūnėse yra pagrindinių spalvų taškai  $R=1$ ,  $G=1$ ,  $B=1$ . Bet koks spalvos vektorius  $S$  (arba jo tęsinys) kerta vienetinę RGB plokštumą taške  $A$  ir nusako nagrinėjamą spalvą. Taško  $A$  vieta spalvos trikampyje apibūdinama spalvos koordinatėmis  $r_A$ ,  $g_A$ ,  $b_A$  tai atstumai iki trikampio kraštinių. Jei  $r_A = g_A = b_A = 1/3$ , gaunamas baltosios spalvos taškas. Spalvos koordinatės  $r$ ,  $g$ ,  $b$  yra spalvos koordinatinių ir jų sumos dalmuo:

$$r = \frac{R'}{R' + G' + B'}; \quad g = \frac{G'}{R' + G' + B'}; \quad b = \frac{B'}{R' + G' + B'} \quad (3)$$

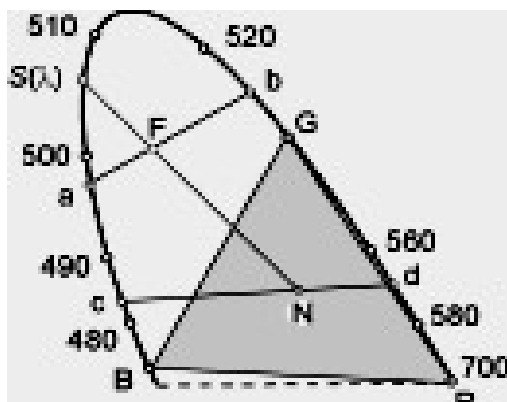
Iš čia gauname, kad  $r + g + b = 1$

Esant tam tikroms  $R$ ,  $G$ ,  $B$  vėrtėms, susidaro baltoji spalva. Tokių spinduliuočių srautai vadinami vienetiniais arba vienetinėmis spalvomis. Baltoji spalva gaunama tada, kai vienetinių spalvų skaisčių santykis yra toks:

$$LR : LG : LB = 1 : 4,5907 : 0,0601 \quad (4)$$

Ši lygtis tiksliai nusako baltosios spalvos sąvoką. [1] Bet kuri spalva gali būti pateikiama vienu tašku plokštumoje. Bet kuri spalva  $S(R', G', B')$  yra spalvos trikampio viduje ir gali būti sukurama sumuojant teigiamas pagrindinių RGB spalvų vėrtes. Tačiau, jei spalva nėra nagrinėjamąsios sistemos

trikampio viduje, viena arba dvi spalvos koordinatės tampa neigiamomis. Tai reiškia, kad matuojamoji spalva negali būti sukuriamą maišant pagrindines spalvas.



11pav. Spalvų grafikas RGB sistemoje

11 pav. pateiktas spalvų grafikas RGB sistemoje. Taškų  $S(\lambda)$  visumos linija vadinama grynujų spalvų linija. Grynujų spalvų  $S(\lambda)$  spalvos lygtis yra tokia:

$$S(\lambda) = R'(\lambda) R + G'(\lambda) G + B'(\lambda) B \quad (5)$$

Visos grynosios spalvos, išskyrus tris pagrindines ( $R$ ,  $G$ ,  $B$ ), yra už spalvos trikampio ribų. Trikampio centre yra taškas  $N$ , žymintis baltąją spalvą. Tiesėje, jungiančioje raudonosios ( $\lambda = 700$  nm) ir violetinės ( $\lambda = 380$  nm) spalvų spalvių taškus, išsidėsčiusios purpurinės spalvos, o plokštumoje tarp grynujų spalvų linijos ir purpurinių spalvų linijos - visos galimos realiosios spalvos. Tiesėje, jungiančioje baltąją spalvą  $N$  su kokia nors grynąja spalva  $S(\lambda)$  išsidėsčiusios visos spalvos, kurios gali būti sukuriamos maišant baltąją spalvą su  $S(\lambda)$  spalva. Jos yra vienodo atspalvio, bet skiriasi spalvos grynumu dėl skirtingo baltosios spalvos kiekio.

Nubrėžus bet kokią tiesę per tašką  $F$  (11 pav.) randame kokios nors spalvos  $F$  spalvį. Grynujų spalvų liniją ji kerta  $a$  ir  $b$  taškuose. Šioje tiesėje bet kokios dvi spalvos, išsidėsčiusios skirtingose taško  $F$  pusėse, sumaišytos atitinkamais kiekiais sukuria spalvą  $F$ . Jei tiesė nubrėžta per spalvos trikampio centrą  $N$  (11 pav., tiesė  $cd$ ), tai sumuojant bet kokias dvi spalvas, išsidėsčiusias skirtingose taško  $N$  pusėse, susidaro baltoji spalva. Šios spalvos vadinamos papildomosiomis ir tokių spalvų porų kiekis yra be galo didelis. Maišant dvi grynąsias spalvas, pavyzdžiui,  $F_a$  ir  $F_b$ , sukuriamos spalvos, kurių spalviai išsidėsto tiesėje  $ab$ . Visos jos nepriklauso grynosioms spalvoms. Todėl galima daryti išvadą, kad RGB sistemoje ne visas realiąsias spalvas galima sukurti maišant

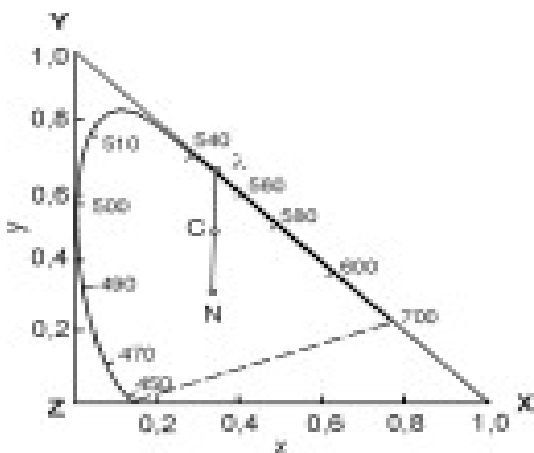
tris pagrindines spalvas ir maišant dvi grynąsias spalvas, negalima sukurti kitos grynosios spalvos. [1]

Spalvos trikampis suteikia daug informacijos apie spalvas. Nors sumavimo variantų yra labai daug, tačiau kiekvienu atveju gaunami visiškai konkretūs duomenys.

### 3.2 XYZ kolorimetrinė sistema

Tuo pat metu kaip RGB sistema buvo priimta ir kita standartinė spalvų nustatymo sistema (1931 m. TAK), kur spalvos buvo pasirinktos labiau prisotintos nei spektro spalvos. Kadangi tokios spalvos gamtoje neegzistuoja, tai ši sistema buvo pavadinta XYZ. Ši sistema buvo gauta iš RGB sistemos dirbtinos konvergencijos būdu. XYZ sistema yra išlaisvinta nuo realių spalvų RGB sistemos trūkumų (neigiamos spalvų koordinatės ir k.t.). Šiuo metu RGB sistema šiuolaikinėje kolorimetrijoje mažai naudojama. Tačiau ją žinant lengviau suprasti XYZ sistemą [2].

Neigiamos realiųjų spalvų koordinatės yra nepatogios daugelyje skaičiavimų. XYZ sistemoje spalvos trikampis yra status kampas. Pagrindinės spalvos  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  parinktos taip, kad visas realiųjų spalvų laukas būtų šio trikampio viduje (12 pav.). Tada  $X$ ,  $Y$ ,  $Z$  spalvos yra už RGB sistemos grynųjų spalvų linijos ribų, t. y. jos yra nerealias. Spektro spalvos yra išsidėsčiusios ant kūgio linijos, kurios pradžia ir pabaiga yra purpurinės spalvos linijos. Visos realios spalvos yra išsidėsčiusios uždaros linijos viduje. Tiesioginiais matavimais spalvos koordinatės XYZ sistemoje gauti negalima. Jos nustatomos perskaičiuojant duomenis.



12 pav. Spalvos grafikas XYZ sistemoje

Kiekviena iš spalvų yra gaunama iš RGB sistemos pagrindinių spalvų koordinatinių ir išreiikiama XYZ sistemoje:

$$\begin{aligned} X &= 2,7689R + 1,7517G + 1,1302B \\ Y &= 1,0000R + 4,5907G + 0,0601B \\ Z &= 0,0565G + 5,5943B \end{aligned} \quad (6)$$

Spalvos koordinatės XYZ sistemoje yra lygios tos pačios spalvos sumai RGB sistemoje. Šiuo atveju spalvos kokybė yra nusakoma tuo santykiu, kuriuo reikia sumaišyti tris pagrindines spalvas  $R, G, B$  arba  $X, Y, Z$ , kad mišinio spalvos kokybė būtų tokia, kaip nagrinėjamosios spalvos.

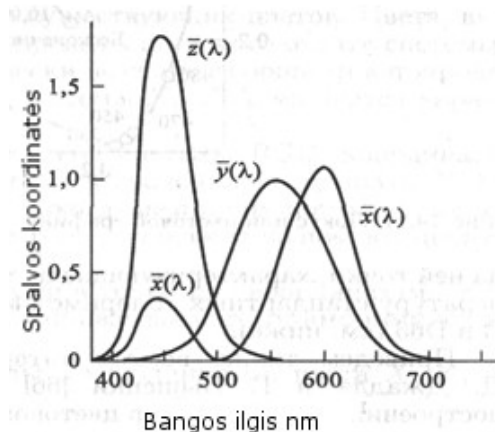
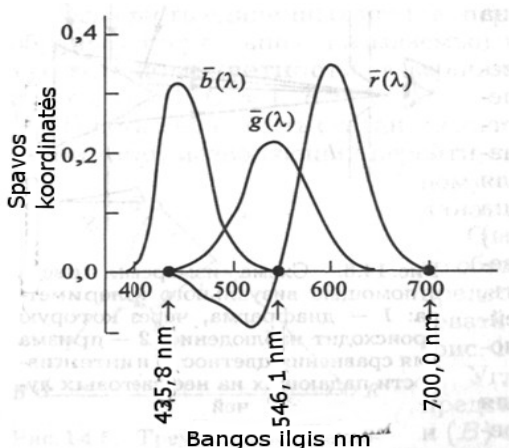
Spalvos lygtis XYZ sistemoje užrašoma taip:

$$S = X'X + Y'Y + Z'Z \quad (7)$$

Čia  $X', Y', Z'$  yra spalvos koordinatės, o  $X, Y, Z$  – pagrindinių spalvų vienetiniai vektoriai. Spalvio koordinatės XYZ sistemoje nusakomos analogiškai kaip ir RGB sistemoje:

$$x = \frac{X'}{X'+Y'+Z'}; \quad y = \frac{Y'}{X'+Y'+Z'}; \quad z = \frac{Z'}{X'+Y'+Z'} \quad (8)$$

RGB ir XYZ sistemose vienetinių spalvų kreivės buvo gautos eksperimentiniu būdu. RGB sistemoje jos turi teigiamas ir neigiamas sritis (13a pav.), o sritis tarp jų atitinka pagrindines spalvas: R prie 700 nm, G prie 546,1 nm ir B prie 435,8 nm. Skirtingai nuo RGB sistemoje, bet kuri reali spalva XYZ sistemoje, negali turėti neigiamos reikšmės (380 iki 780 nm ruože), kadangi visas kūgis yra teigiamoje spalvų erdvės pusėje. (13b pav.)



Kreivių koordinatės nurodo vienodo spalvio monochromatinę spalvą XYZ sistemoje. Tai atitinka  $2^\circ$  žiūros kampą ir apibūdina taip vadinamąjį standartinį kolorimetrinį stebėtoją (CIE 1931m). Funkcija  $y(\lambda)$  (13.b pav.) sutampa su standartinio stebėtojo CIE 1931 m. žiūros linija. Ši kreivė dar vadinama standartine stebėtojo akies spektrine matymo kreive esant normalioms regėjimo sąlygoms, ir t.y. žmogaus akies spektrinio jautrumo kreivė. Spalvų koordinatės XYZ sistemoje ( $x(\lambda)$ ,  $y(\lambda)$ ,  $z(\lambda)$ ) yra ilgųjų bangų intervale nuo 380nm iki 780 nm. Jos išmatuotos kas 5 – 10 nm žingsnį, apskaičiuotos ir pateiktos lentelėse.

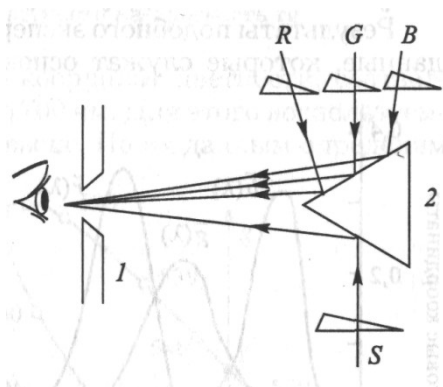
1964 m. CIE priėmė rekomendacijas, apibūdinančias papildomą standartinį kolorimetrinį stebėtoją turintį didesnę kaip  $2^\circ$  žiūros kampą, tai yra  $10^\circ$  žiūros kampą [2]. CIE 1964 m. sukūrė X10Y10Z10 kolorimetrinę sistemą, atitinkančią  $x_{10}$ ,  $y_{10}$  spalvių koordinates. Šie duomenys buvo gauti remiantis daugkartiniais mokslinių eksperimentų rezultatais. Šiais laikais ši sistema plačiai naudojama šiuolaikinės kolorimetrijos praktikoje. XYZ sistemoje (13b pav.) spalvų kreivės tai yra išsamių mokslinių tyrimų rezultatai, gauti laikantis griežtų reikalavimų. Šie duomenys yra įtraukti į tarptautinių rekomendacijų išsamias lenteles, nacionalinius kolorimetrijos standartus ir t.t.

### 3.3. Taikymas praktikoje

Norint rasti spalvos  $\lambda$  bangos ilgį naudojami santykiniai r, g ir b intensyvumai, t.y. spalvų atitikimo funkcijos (CMF). Šios funkcijos priklauso nuo žiūros kampo, kurios įvairiems žmonėms gali skirtis. 1964 m. TAK priėmė rekomendacijas, apibūdinančias papildomą standartinį kolorimetrinį stebėtoją turintį didesnę kaip  $2^\circ$  žiūros kampą, tai yra  $10^\circ$  žiūros kampą. Duomenys įtraukti į tarptautinių rekomendacijų išsamias lenteles ir į nacionalinius kolorimetrijos standartus ir t.t. Duomenys yra patalpinti į lenteles, kurias sudarė Stiles and Burch (1955 ir 1959). Duomenys buvo gauti išsamių mokslinių tyrimų rezultatais, matuojant pažangiais matavimo prietaisais, griežtai laikantis kolorimetrijos pateiktų reikalavimų. Standartinis stebėtojas yra toks statistinis žmogus, kurio fotoreceptorių reakcijos funkcijos yra nustatytos atlikus tyrimus su 15 – 20 normalios spalvinės regos žmonių, ir kuriam galioja TAK nustatytos spalvų atitikimo funkcijos (1931, 1964 metai). Naudojantis šiomis funkcijomis yra priimtose standartizuotos spalvų atitikimo sistemos,

kurios yra naudojamos įvairiuose vaizdo fiksavimo bei atkūrimo srityse (skaitmeniniai monitoriai) [2] [9].

Spalvos matavimas kolorimetrais ir gautų duomenų apdorojimas specialiomis kompiuterinėmis programomis leidžia tiksliau aprašyti spalvos charakteristiką. Toki duomenys naudojami dažų, maisto, tekstilės, popieriaus, chemijos ir kitose pramonės šakose. Gauti daugkartinių bandymų duomenys naudojami spalvos tipo tikslinimui. Kolorimetrų veikimo principas pagrįstas dviejų spindulių optinės schemos integravimu. Kolorimetrų pagalba spalvų koordinatės matuojamos nuo skaidrių ir neatspindinčių objektų. Paprasčiausias matavimo prietaisas yra vizualinis kolorimetras. Šio prietaiso veikimas pagrįstas tuo, kad trijų pagrindinių spalvų pagalba lyginama matuojama spalva. Galima pasirinkti šviesos bangos ilgį, kurio intensyvumas yra matuojamas.



14 pav. Vizualinio kolorimetro schema

Į vieną lauko pusę nukreipiamas matuojamos šviesos srautas S, į kitą – pagrindinė raudonos (R), žalios (G), mėlynos (B) spalvų spinduliuotė. Šis prietaisas leidžia įvertinti dviejų stebimų laukų panašumus ir skirtumus, vertinant subjektyviam stebėtojui (14 pav.). Stebėtojas stebi abi lauko puses ir matuoja pagrindinių spalvų santykį ties ta riba, kur įvyksta spalvų maišymas taip, kad vizualiai būtų sutapatinamos spalvos abiejose regimo lauko pusėse. Kai pasiekiamas laukų sutapatinimas, žinant praleidimo koeficientą gaunami atitinkamos spalvos bangų ilgiai. Be to, matuojant pagrindines spalvas jos parenkamos taip, kad jų energetinis ryškis atitiktų santykį  $L_R : L_G : L_B = 72,1 : 1,4 : 1,0$ . Pagrindinių spalvų parinkimas nustatomas eksperimentiškai, kur spalvos mišinys iš pagrindinių spalvų sulyginamas su pagrindine spalva. Tokio eksperimento rezultatai suteikia duomenis, kurie naudojami spalvinio matymo teorijoms kurti ir praktiniams spalvos matavimo metodams, naudojant spalvų atitikimo kreives. Šio eksperimento pagalba buvo gautos

spalvų atitikimo funkcijos  $r(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ , atitinkančios monochromatinių spektro spalvų koordinatų paskirstymą kolorimetrinėje RGB sistemoje.

Kolorimetrai skirstomi pagal pagrindinių spalvų maišymo būdus į trispalvius kolorimetrus, subtraktyvius ir vizualinius spalvos kolorimetrus [2]. Vizualiniai kolorimetrai šiuolaikinėje kolorimetrijoje naudojami retai dėl nepakankamo tikslumo. Subtraktyviuose kolorimetruose spalvos laukai lyginami naudojant iš karto tris filtrus – raudonas, geltonas ir mėlynas - iš kurių kiekvienas praleidžia tam tikrą spektrinės šviesos dalį. Subtraktyvaus kolorimetro pavyzdžiu gali būti Lovibondo tintometras. Spektrokolorimetrai pasižymi aukštu automatizacijos lygiu. Fotoelektriniuose kolorimetruose spalvos koordinatų matavimai vyksta be žmogaus akies įsikišimo. Šio kolorimetro veikimas pagrįstas elektromagnetinių bangų priėmimu iš fotoelementų per šviesos filtrus, kur spalva paverčiama standartinio kolorimetrinio stebėtojo TAK 1931 m spalvų kreivėmis. Kiekvienas iš fotoelementų turi skleisti fotosrovę proporcingą spalvų atitikimo kreivėms  $x(\lambda)$ ,  $y(\lambda)$ ,  $z(\lambda)$ . Srovė apskaičiuojama pagal formulę:

$$I = k \int \Phi_{\lambda}(\lambda) s(\lambda) d\lambda \quad (9)$$

, kur  $k$  – proporcingumo koeficientas;  $\Phi_{\lambda}(\lambda)d\lambda$  - ant paviršiaus krentantys monochromatiniai pluoštai intervale  $d\lambda$ ;  $s(\lambda)$  – priimama spindulių srovė. Fotoelektrinis kolorimetras turi fotoelementus, kurių spektrinis jautris ir spektro charakteristika kiekvienam kanalui nustatoma pagal spalvos filtrų absorbciją. Fotometriniams spalvos koordinatų skaičiavimo metodams taikomas atspindinčių ir skaidrių terpėms ir yra pagrįstas koordinatų skaičiavimu pagal duoto pavyzdžio atspindžio ir pralaidumo koeficientus [2]. Šis spektrinis matavimo metodas yra tiksliausias ir pripažintas tarptautinėje praktikoje kaip spalvų matavimo būdas.

## IV.SPALVŲ ATITIKIMO FUNKCIJŲ APRAŠYMO METODIKA

Spalvų atitikimo funkcijos yra pagrindinės optikos teorijoje ir praktikoje. Išskylančios problemos, susijusios su spalvų matavimu ir spalvos koordinatėmis, sprendžiamos įvairių skaičiavimų ir šiuolaikinės technikos pagalba. [13].

Aprašant funkcijas susiduriama su dviem problemom ir joms spręsti ieškoma sprendimo būdų. Pirmoji problema - tai yra netikslus ir nekompaktiškas visų spalvų funkcijų aprašymas analizinėmis išraiškomis. Kadangi šią problemą apima skaitmeninių ir eksperimentinių tyrimų metodai, pagrįsti remiantis daugeliu duomenų, todėl čia nėra galutinio sprendimo. Vietoje to, yra tikslingas analitinis požiūris. Vietoje to yra tikslingas analitinis požiūris. Antra problema, yra praktiškumo problema, ir ji yra susijusi su tuo, kad nėra veiksmingo spalvų atitikimo funkcijos aprašymo modelio, kuris galėtų palengvinti skaičiavimus. Taigi antros problemos sprendimas yra susijęs su pirmąja problema [13][15].

Praktikoje spalvos atitikimo funkcijoms aprašyti naudojami analizės duomenys tiesiogiai gauti iš eksperimentų. Remiantis šiais duomenimis spalvų atitikimo funkcijos gali būti aprašomos konkrečių programų ar skaičiavimų pagalba. Funkcijų analizinėms išraiškoms galima naudoti funkcijas su tam tikru skaičiumi narių ir parametrų. Tačiau tenka ieškoti kompromisų tarp tikslumo ir parametrų narių skaičiaus.

**Tyrimo tikslas** - rasti nesudėtingas analizes  $r(\lambda)$ ,  $b(\lambda)$ ,  $g(\lambda)$  funkcijų išraiškas, kurias būtų galima pritaikyti praktiniams skaičiavimams.

Tyrimo tikslui pasiekti bus pasitelkti skaičiavimai Mathcad programa naudojant Gauso funkciją ir jos koeficientus.

Spalvų atitikimo funkcijos aprašymas turi atitikti atrankos kriterijus:

1. Tikslumas (formalios paklaidos).
2. Kompaktiškumas - išlaikant pakankamą tikslumą, spektrinės funkcijos turėtų būti vaizduojamos kaip įmanoma kompaktiškiau. Kompaktiškas aprašymas taip pat padeda efektyviau išsaugoti spektrinius duomenis.
3. Efektyvumas - greitai skaičiavimai palengvina darbą. Bendrą efektyvumą dažniausiai lemia dviejų spektrinių funkcijų sandauga.



4. Perkeliamumas - šis kriterijus padeda apibendrinti spektrinius duomenis, kilusius iš įvairių šaltinių.

5. Lankstumas - aprašymas turi būti lankstus, siekiant patenkinti specifinius programos reikalavimus. [13]

Problemas, susijusias su spalvų atitikimo funkcijų aprašymo sunkumais, galima spresti pasitelkiant TAK sudarytas lentelės, Gauso funkciją, Furjė eilutę ir koeficientus. [13].

Aprašant funkcijas būtina įvertinti formalias klaidas. Tai yra skirtumus tarp originalios spalvos atitikimo funkcijos  $S(\lambda)$  ir jos aprašymo  $S'(\lambda)$ , nes spalvų moksle visos spalvos atitikimo funkcijos galiausiai paverčiamos į spalvas.

Kaip jau buvo minėta anksčiau kolorimetriją apibrėžia etalonų rinkinys, paremtas TAK standartais. 1931 TAK apibrėžė TAK 1931 XYZ spalvų atitikimo funkcijas. TAK spalvų atitikimo funkcijų rezultatus pateikia lentelėse intervale 360 - 830 nm. Tačiau dažniausiai naudojamas yra 380-780 nm intervalas. Dažniausiai spektras matuojamas 5 nm intervalais, tačiau kai kuriais atvejais 10 nm - 20 nm intervalai yra tinkamesni. TAK spalvų atitikimo funkcijos išnyksta netoli raudonos ar violetinės spalvų bangų ilgio kadangi žmogaus akis nėra jautri raudonos ir violetinės spalvos bangos ilgiui [14]. TAK funkcijų vertės apskaičiuojamos pagal formulę:

$$X_k = K \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} S(\lambda) x_k(\lambda) d\lambda, \quad k = 1, 2, 3 \quad (10)$$

, kur  $X_k$  - TAK XYZ spalvų funkcijos,  $[\lambda_{min}, \lambda_{max}]$  - matomas šviesos ilgujų bangų intervalas ir  $k$  konstanta.

Visos spektrinės funkcijos yra paverčiamos spalvomis naudojantis 11 formule:

$$\Delta X_k = X'_k - X_k = \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} [S'(\lambda) - S(\lambda)] x_k(\lambda) d\lambda \quad k = 1, 2, 3 \quad (11)$$

Kitas originalios spalvos atitikimo funkcijos atitikmens ieškojimo būdas yra Furjė eilutė ir Furjė koeficientai. Tai paremta mažu parametru skaičiumi. Žinant tai, kad visą spektrą galima sudėlioti iš daugiakomponenčių rinkinių, sklاندų spektrą galima aprašyti pasinaudojus Furjė eilute:

$$x_k(\lambda) = \sum_{n=1}^{\infty} \left\{ A_{n,k} \cos \left[ \frac{2\pi n (\lambda - \lambda_{min})}{L} \right] B_{n,k} \sin \left[ \frac{2\pi n (\lambda - \lambda_{min})}{L} \right] \right\} \quad k = 1, 2, 3 \quad (12)$$

, kur Furjė eilutės koeficientai apskaičiuojami

$$A_{0,k} = \frac{1}{L} \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} x_k(\lambda) d\lambda$$

$$B_{0,k} = 0$$

$$A_{n,k} = \frac{2}{L} \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} x_k(\lambda) \cos \left[ \frac{2\pi n(\lambda - \lambda_{min})}{L} \right] d\lambda \quad n = 1, 2, \dots, \infty$$

$$B_{n,k} = \frac{2}{L} \int_{\lambda_{min}}^{\lambda_{max}} x_k(\lambda) \sin \left[ \frac{2\pi n(\lambda - \lambda_{min})}{L} \right] d\lambda \quad n = 1, 2, \dots, \infty \quad (13)$$

Dar vienas būdas aprašyti TAK spalvos atitikimo funkcijas yra Gauso funkcija:

$$g(\lambda) = h \exp \left[ \frac{-4(\ln 2)}{w^2} (\lambda - \lambda_c)^2 \right] \quad (14)$$

jei parametrų  $h$ ,  $\lambda_c$  vertės ir  $w$  yra pasirinktos tinkamai, formulėje (9) parametrai  $h$ ,  $\lambda_c$  ir  $w$  atitinka nurodytos funkcijos Gauso aukščiausių taškų seką, centrą ir plotą. TAK spalvų palyginimo funkcijai  $x_l(\lambda)$  reikia užpildyti dvi Gauso funkcijas, nes ji turi dvi viršūnes. Išreikšti tris TAK spalvų funkcijas naudojantis Gauso funkcija galima analitiškai:

$$R(\lambda) = h_{1a} \left[ -4(\ln 2)(\lambda - \lambda_{c,1a})^2 / w_{1a}^2 \right] + h_{1b} \exp \left[ -4(\ln 2)(\lambda - \lambda_{c,1b})^2 / w_{1b}^2 \right]$$

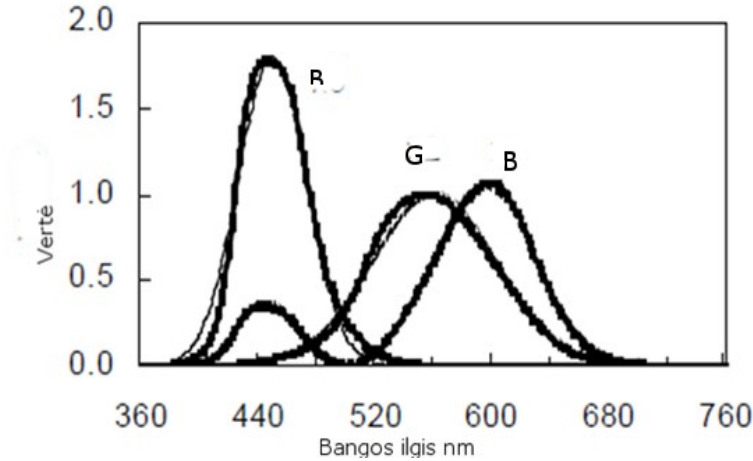
$$G(\lambda) = h_2 \exp \left[ -4(\ln 2)(\lambda - \lambda_{c,2})^2 / w_2^2 \right]$$

$$B(\lambda) = h_3 \exp \left[ -4(\ln 2)(\lambda - \lambda_{c,3})^2 / w_3^2 \right] \quad (15)$$

1 lentelė: Parametrų vertės, kurios sklandžiai užpildo originalias TAK spalvų atitikimo funkcijas

| $R(\lambda)$ maža banga | $R(\lambda)$ didelė banga | $G(\lambda)$          | $B(\lambda)$          |
|-------------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\lambda_{c,1a} = 445$  | $\lambda_{c,1b} = 595$    | $\lambda_{c,2} = 560$ | $\lambda_{c,3} = 450$ |
| $w_{1a} = 45$           | $w_{1b} = 80$             | $w_2 = 100$           | $w_3 = 55$            |
| $h_{1a} = 0,38$         | $h_{1b} = 1,06$           | $h_2 = 1,0$           | $h_3 = 1,8$           |

1 lentelės duomenis galima pateikti grafiškai (15 pav.)



15 pav. Storos ištisinės linijos yra originalios TAK spalvų atitikimo funkcijos ir plonos linijos atitinka kreives užpildytas su Gauso funkcijomis naudojant vertes duotas lentelėje 4. Kreivė  $x_1(\lambda)$  sutampa su stora originalo kreivės linija

Tokiu atveju galima daryti išvadą, kad spalvų atitikimo funkcijos gali būti pateiktos per nedidelį parametrų skaičių, išsaugant gerą tikslumą. Pakanka nedidelio parametrų skaičiaus, tam kad būtų pateiktas spektras atitinkantis originalų spektrą.

#### 4.1 Rezultatai ir jų aptarimas

TAK patvirtintos spalvų atitikimo funkcijos  $R(\lambda)$ ,  $G(\lambda)$  ir  $B(\lambda)$  pateikiamos lentelėse (žiūrėti 4 priedas). Atliekant praktinius skaičiavimus, ypač jeigu reikia integruoti, naudotis lentelėmis nepatogu. Todėl pabandėme rasti analizines funkcijų išraiškas bei palyginti su jau žinomomis.

TAK spalvos atitikimo funkcijas galima aprašyti naudojantis Gauso funkcijomis:

$$g(\lambda) = h \exp \left[ \frac{-4(\ln 2)}{w^2} (\lambda - \lambda_c)^2 \right] \quad (16)$$

jei parametrų  $h$ ,  $\lambda_c$  vertės ir  $w$  yra pasirinktos tinkamai, formulėje (9) parametrai  $h$ ,  $\lambda_c$  ir  $w$  atitinka nurodytos funkcijas Gauso taškų aukštį, plotį ir maksimumo padėtį. TAK spalvų palyginimo funkcijai  $R(\lambda)$  reikia užpildyti dvi Gauso funkcijas, nes ji turi dvi viršūnes. Išreikšti tris TAK spalvų funkcijas naudojantis Gauso funkcija galima analitiškai:

$$R(\lambda) = h_{1a} \exp \left[ \frac{-4(\ln 2)}{w_{1a}^2} (\lambda - \lambda_{c,1a})^2 \right] + h_{1b} \exp \left[ \frac{-4(\ln 2)}{w_{1b}^2} (\lambda - \lambda_{c,1b})^2 \right]$$

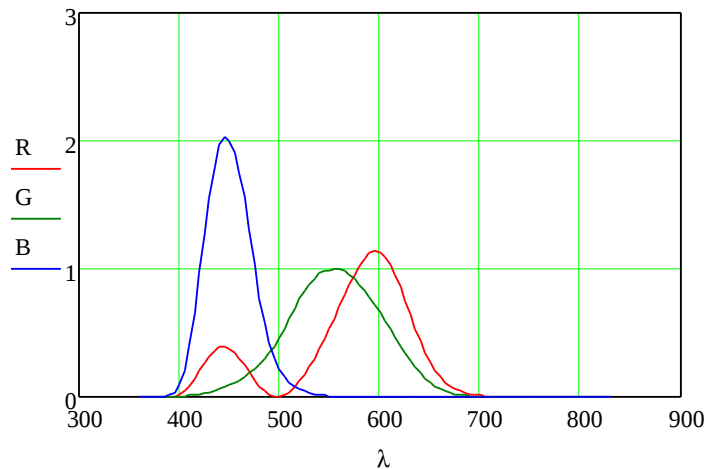
$$G(\lambda) = h_2 \exp \left[ \frac{-4(\ln 2)}{w_2^2} (\lambda - \lambda_{c,2})^2 \right]$$

$$B(\lambda) = h_3 \exp \left[ \frac{-4(\ln 2)}{w_3^2} (\lambda - \lambda_{c,3})^2 \right] \quad (17)$$

2 lentelė: Parametrų vertės, kurios gerai (sklandžiai) užpildo originalias TAK spalvų atitikimo funkcijas pagal „Composite model for representing spectral functions“ literatūros duomenis

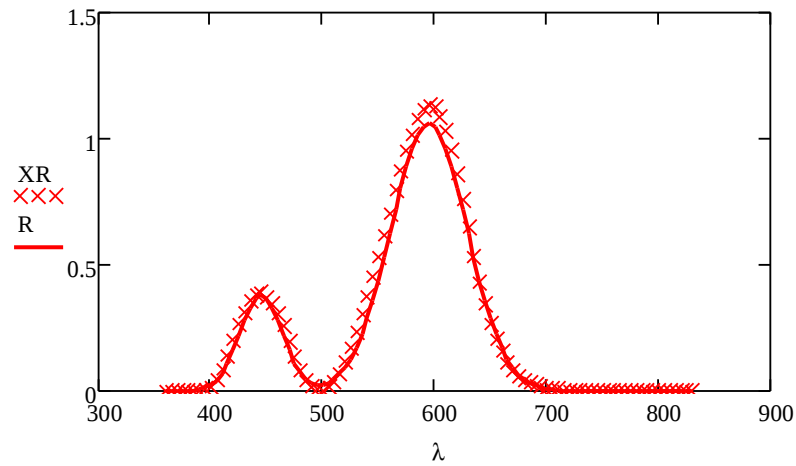
| $R(\lambda)$ maža banga | $R(\lambda)$ didelė banga | $G(\lambda)$          | $B(\lambda)$          |
|-------------------------|---------------------------|-----------------------|-----------------------|
| $\lambda_{c,1a} = 445$  | $\lambda_{c,1b} = 595$    | $\lambda_{c,2} = 560$ | $\lambda_{c,3} = 450$ |
| $w_{1a} = 45$           | $w_{1b} = 80$             | $w_2 = 100$           | $w_3 = 55$            |
| $h_{1a} = 0,38$         | $h_{1b} = 1,06$           | $h_2 = 1,0$           | $h_3 = 1,8$           |

Žemiau pateiksime TAK lentelių duomenų ir analizinių išraiškų palyginimo grafikus.



16 pav. RGB funkcijos nubrėžtos pagal duomenų lenteles

Kiekvieną iš funkcijų panagrinėkime detaliau. Funkcija  $R(\lambda)$  pavaizduota žemiau esančiame paveikslėlyje:

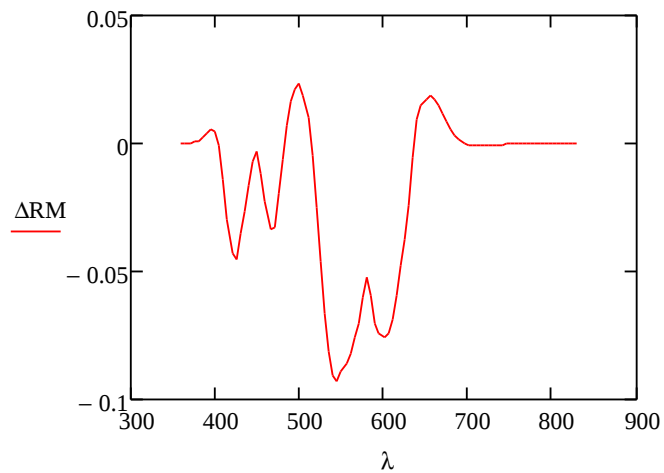


17 pav. Funkcija  $R(\lambda)$

Kryžiukai žymi lentelės duomenis, o ištisinė linija yra guta pagal funkciją:

$$R(\lambda) = h_{1a} \exp \left[ \frac{-4(\ln 2)}{w_{1a}^2} (\lambda - \lambda_{c,1a})^2 \right] + h_{1b} \exp \left[ \frac{-4(\ln 2)}{w_{1b}^2} (\lambda - \lambda_{c,1b})^2 \right] \quad (18)$$

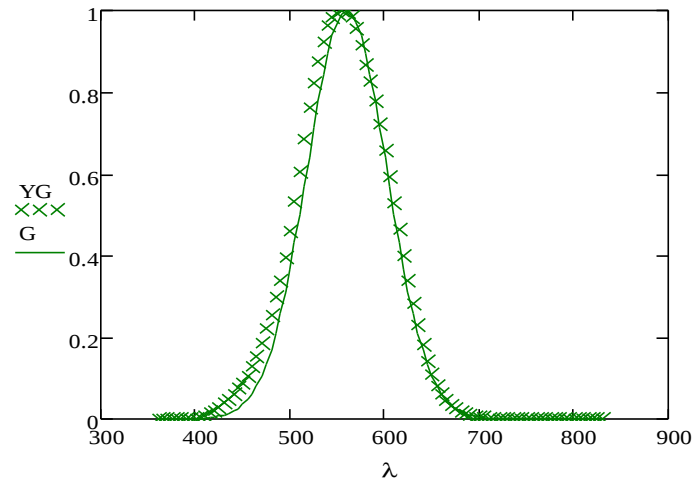
Žemiau parodyta funkcijos  $R(\lambda)$  ir TAK lentelės duomenų absoliutinė paklaida (18 pav.):



18 pav. Funkcijos ir duomenų absoliutinė paklaida

Iš grafiko matyti, kad paklaida  $\Delta RM$  siekia 0,09.

Funkcija  $G(\lambda)$  pavaizduota žemiau esančiame paveikslėlyje:

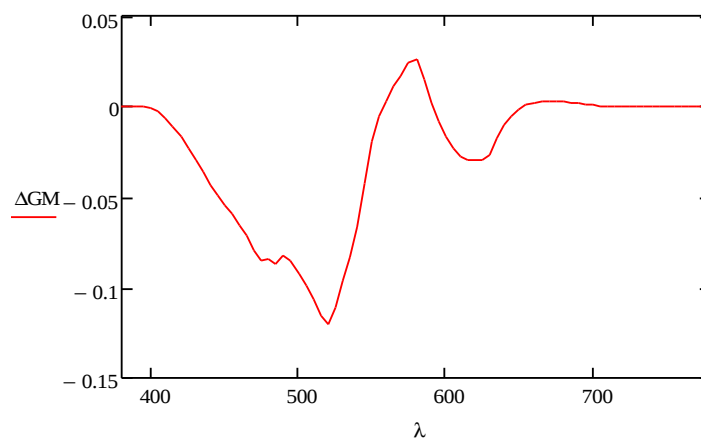


19 pav. Funkcija  $G(\lambda)$

Kryžiukai žymi TAK lentelės duomenis, o ištisinė linija yra guta pagal funkciją:

$$G(\lambda) = h_2 \exp \left[ \frac{-4(\ln 2)}{w_2^2} (\lambda - \lambda_{c,2})^2 \right] \quad (19)$$

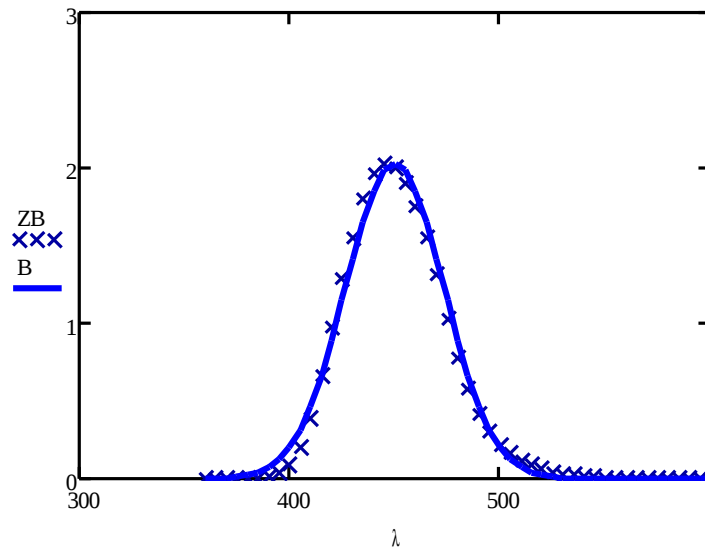
Žemiau parodyta funkcijos ir duomenų absoliutinė paklaida (20 pav.):



20 pav. Funkcijos  $G(\lambda)$  ir duomenų absoliutinė paklaida

Iš grafiko matyti, kad paklaida  $\Delta GM$  siekia 0,12

Funkcija  $B(\lambda)$  pavaizduota žemiau esančiame paveikslėlyje:

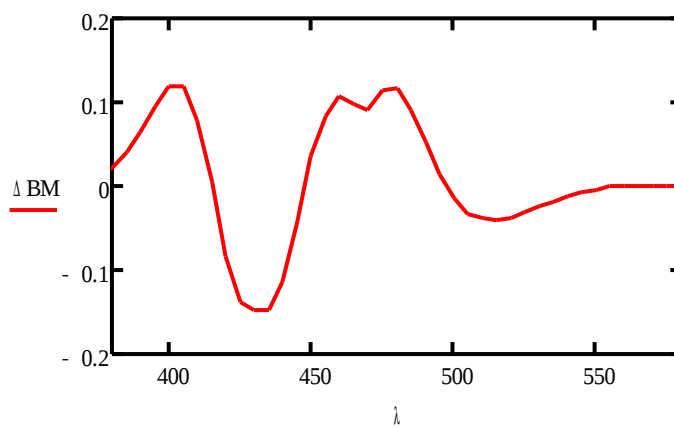


21 pav. Funkcija  $B(\lambda)$

Kryžiukai žymi TAK lentelės duomenis, o ištisinė linija yra guta pagal funkciją:

$$B(\lambda) = h_3 \exp \left[ \frac{-4(\ln 2)}{w_s^2} (\lambda - \lambda_{c,3})^2 \right] \quad (20)$$

Žemiau parodyta funkcijos ir duomenų absoliutinė paklaida (22 pav.):



22 pav.  $B(\lambda)$  funkcijos ir duomenų absoliutinė paklaida

Iš grafiko matyti, kad paklaida  $\Delta BM$  siekia 0,15.

Mes norėdami tiksliau analiziškai aprašyti funkcijas kiekvieną iš jų užrašome atskirai kaip Gauso funkcijų sumą:

$$g(\lambda) = A \cdot \exp(P(\lambda - C)^2) \quad (21)$$

Čia  $A$  – nusako funkcijos aukštį,  $P$  – nusako funkcijos plotį,  $C$  – nusako funkcijos maksimumo padėtį. R, G, B funkcijos aprašytos analiziškai, kiekvieną iš jų pateikiant kaip kelių Gauso funkcijų sumą. R – sudaryta iš keturių, B ir G – sudaryta iš trijų Gauso funkcijų.

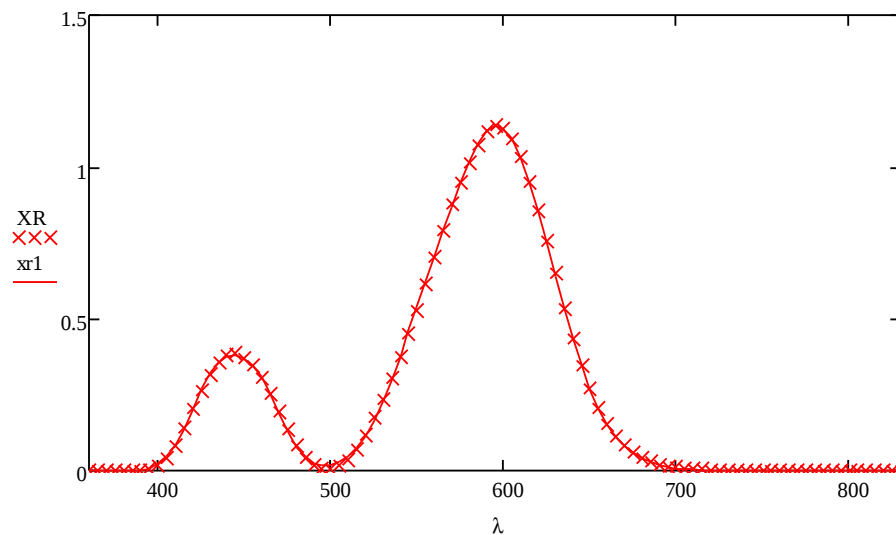
Taigi mes norėdami tiksliau analiziškai aprašyti funkciją  $R(\lambda)$ , pabandėme ją sukomponuoti ne kaip dviejų, bet keturių Gauso funkcijų sumą, su pasirinktais koeficientais:

$$R(\lambda) = A_{1a} \cdot \exp[P_{1a} \cdot (\lambda - C_{1a})^2] + A_{1b} \cdot \exp[P_{1b} \cdot (\lambda - C_{1b})^2] + A_{1c} \cdot \exp[P_{1c} \cdot (\lambda - C_{1c})^2] + A_{1d} \cdot \exp[P_{1d} \cdot (\lambda - C_{1d})^2] \quad (22)$$

3 lentelė.  $R(\lambda)$  funkcijos koeficientų vertės

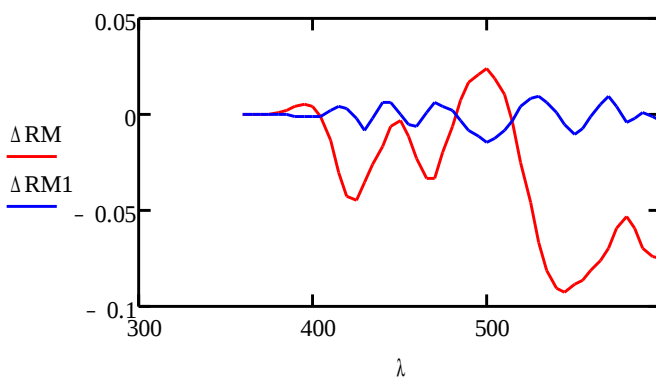
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |                                          |                    |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------|
| $R(\lambda) = 0,979 \cdot \exp\left(\frac{-1}{2 \cdot (14,465)^2} \cdot \left(\frac{440^2}{\lambda_s} - 321,171\right)^2\right) + 0,148 \cdot \exp\left(\frac{-1}{2 \cdot (11,309)^2} \cdot \left(\frac{440^2}{\lambda_s} - 419,902\right)^2\right) + 0,474 \cdot \exp\left(\frac{-1}{2 \cdot (15,508)^2} \cdot \left(\frac{440^2}{\lambda_s} - 345,934\right)^2\right) + 0,351 \cdot \exp\left(\frac{-1}{2 \cdot (17,391)^2} \cdot \left(\frac{440^2}{\lambda_s} - 442,575\right)^2\right)$ |                                          |                    |
| $A_{1a} = 0,979$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | $P_{1a} = \frac{-1}{2 \cdot (14,465)^2}$ | $C_{1a} = 321,171$ |
| $A_{1b} = 0,148$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | $P_{1b} = \frac{-1}{2 \cdot (11,309)^2}$ | $C_{1b} = 419,902$ |
| $A_{1c} = 0,474$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | $P_{1c} = \frac{-1}{2 \cdot (15,508)^2}$ | $C_{1c} = 345,934$ |
| $A_{1d} = 0,351$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | $P_{1d} = \frac{-1}{2 \cdot (17,391)^2}$ | $C_{1d} = 442,575$ |





23 pav. Funkcijos  $R(\lambda)$  keturių Gauso funkcijų suma su parinktais koeficientais

Kryžiukai žymi lentelės duomenis, o ištisinė linija yra guta pagal mūsų funkciją.  
Paklaidų palyginimas (24 pav.):



24 pav. Funkcijos  $R(\lambda)$  paklaidų palyginimas

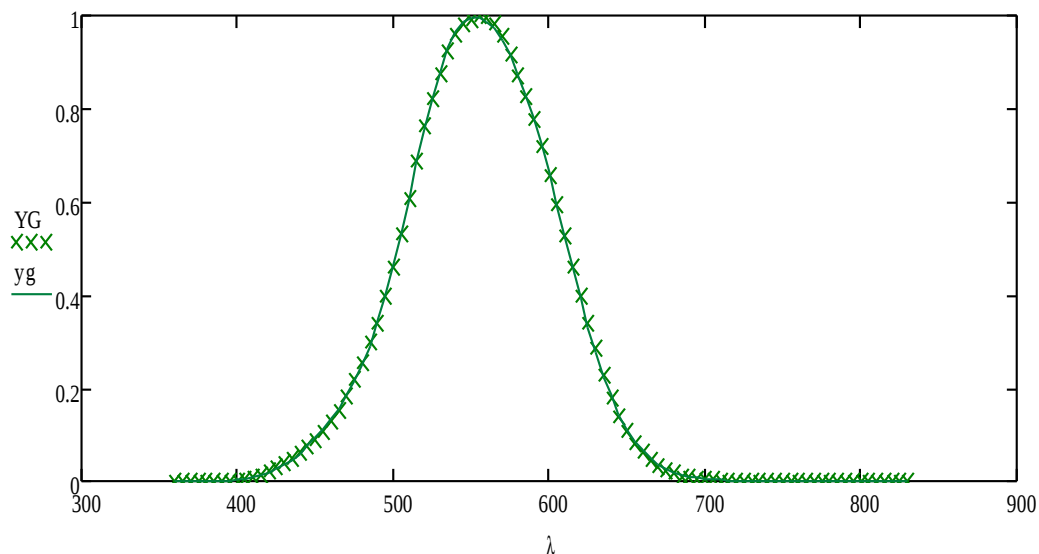
Raudona linija – funkcijos nurodytos literatūroje „Composite model for representing spectral functions“ paklaidos, mėlyna – mūsų tirtos funkcijos paklaidos.

Patikslinta funkcija  $G(\lambda)$  sukomponuota kaip trijų Gauso funkcijų suma, su parinktais koeficientais:

$$G(\lambda) = A_{2a} \cdot \exp[P_{2a} \cdot (\lambda - C_{2a})^2] + A_{2b} \cdot \exp[P_{2b} \cdot (\lambda - C_{2b})^2] + A_{2c} \cdot \exp[P_{2c} \cdot (\lambda - C_{2c})^2] \quad (23)$$

4 lentelė.  $G(\lambda)$  funkcijos koeficientų vertės

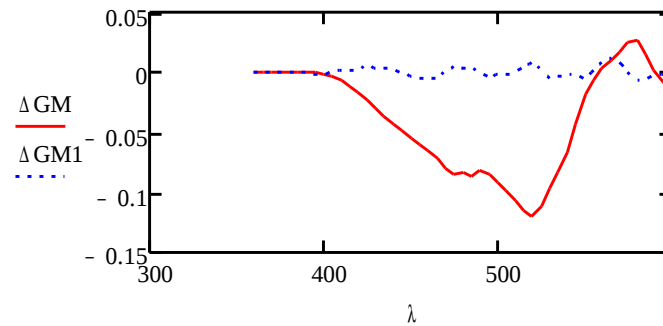
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         |                                          |                    |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------|
| $G(\lambda) = 0,827 \cdot \exp\left(\frac{-1}{2 \cdot (22,394)^2} \cdot \left(\frac{440^2}{\lambda_s} - 353,033\right)^2\right) + 0,305 \cdot \exp\left(\frac{-1}{2 \cdot (15,357)^2} \cdot \left(\frac{440^2}{\lambda_s} - 324,48\right)^2\right) + 0,204 \cdot \exp\left(\frac{-1}{2 \cdot (32,786)^2} \cdot \left(\frac{440^2}{\lambda_s} - 388,428\right)^2\right)$ |                                          |                    |
| $A_{2a} = 0,827$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $P_{2a} = \frac{-1}{2 \cdot (22,394)^2}$ | $C_{2a} = 353,033$ |
| $A_{2b} = 0,305$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $P_{2b} = \frac{-1}{2 \cdot (15,357)^2}$ | $C_{2b} = 324,48$  |
| $A_{2c} = 0,204$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | $P_{2c} = \frac{-1}{2 \cdot (32,786)^2}$ | $C_{2c} = 388,428$ |



24 pav.  $G(\lambda)$  funkcija sukomponuoti kaip trijų Gauso funkcijų suma su parinktais koeficientais

Kryžiuokai žymi lentelės duomenis, o ištisinė linija yra guta pagal mūsų funkciją.

Paklaidų palyginimas (26 pav.):



26 pav. Funkcijos  $G(\lambda)$  paklaidų palyginimas

Raudona linija nurodo funkcijos nurodytos literatūroje „Composite model for representing spectral functions“ paklaidas, mėlyna – mūsų tirtos funkcijos paklaidas.

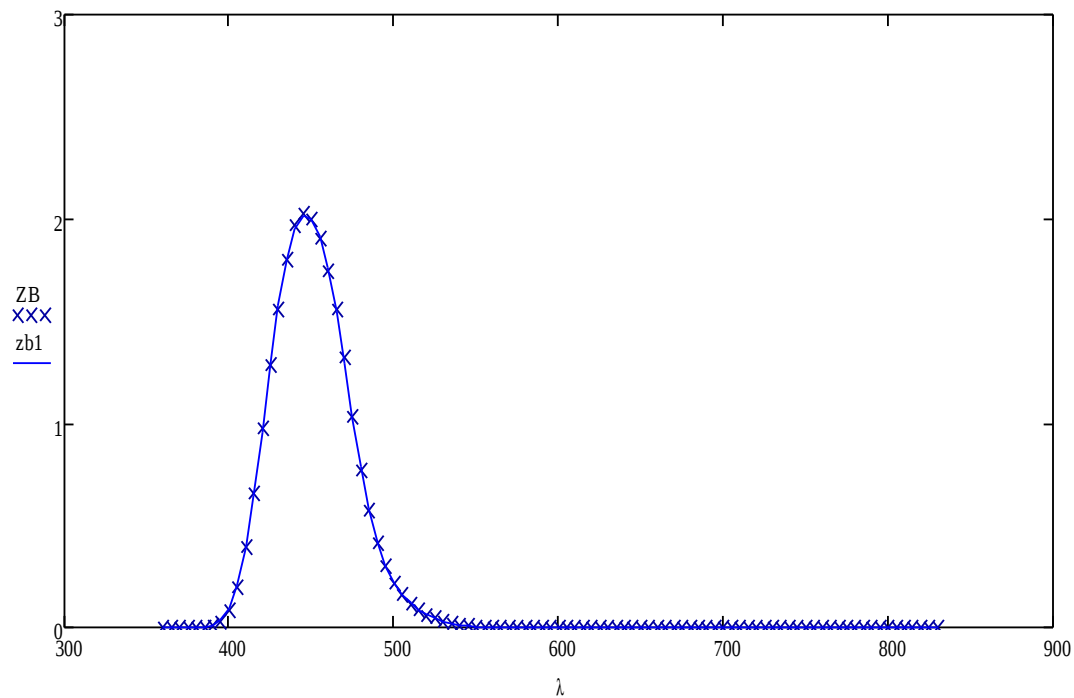
Patikslinta funkcija  $B(\lambda)$  sukomponuota kaip trijų Gauso funkcijų suma, su parinktais koeficientais:

$$B(\lambda) = A_{3a} \cdot \exp[P_{3a} \cdot (\lambda - C_{3a})^2] + A_{3b} \cdot \exp[P_{3b} \cdot (\lambda - C_{3b})^2] + A_{3c} \cdot \exp[P_{3c} \cdot (\lambda - C_{3c})^2]$$

(24)

5 lentelė.  $B(\lambda)$  funkcijos koeficientų vertės

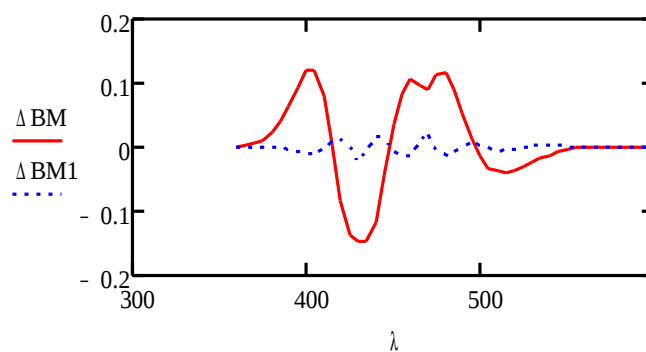
|                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                          |                    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------|--------------------|
| $B(\lambda) = 1,255 \cdot \exp\left(\frac{-1}{2 \cdot (16,168)^2} \cdot \left(\frac{445^2}{\lambda} - 429,945\right)^2\right) + 0,075 \cdot \exp\left(\frac{-1}{2 \cdot (12,458)^2} \cdot \left(\frac{445^2}{\lambda} - 391,998\right)^2\right) + 1,435 \cdot \exp\left(\frac{-1}{2 \cdot (17,094)^2} \cdot \left(\frac{440^2}{\lambda} - 455,221\right)^2\right)$ |                                          |                    |
| $A_{3a} = 1,255$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $P_{3a} = \frac{-1}{2 \cdot (16,168)^2}$ | $C_{3a} = 429,945$ |
| $A_{3b} = 0,075$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $P_{3b} = \frac{-1}{2 \cdot (12,458)^2}$ | $C_{3b} = 391,998$ |
| $A_{3c} = 1,435$                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | $P_{3c} = \frac{-1}{2 \cdot (17,094)^2}$ | $C_{3c} = 455,221$ |



27 pav.  $B(\lambda)$  funkcija sukomponuota kaip trijų Gauso funkcijų suma su parinktais koeficientais

Kryžiukai žymi lentelės duomenis, o ištisinė linija yra guta pagal mūsų tirtą funkciją.

Paklaidų palyginimas (28 pav.):

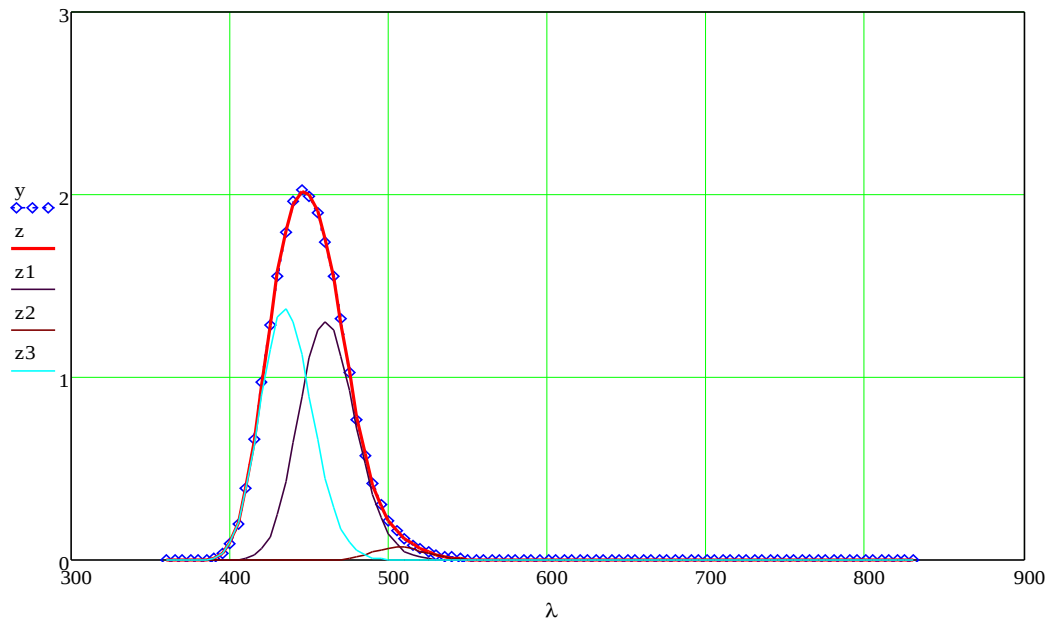


28 pav. Funkcijos  $B(\lambda)$  paklaidų palyginimas

Raudona linija nurodo funkcijos nurodytos „Composite model for representing spectral functions“ literatūroje paklaidas, mėlyna – mūsų tirtos funkcijos paklaidas.

Žemiau esantys paveikslukai iliustruoja, kaip funkcijos kombinuojamos iš atitinkamo skaičiaus Gauso funkcijų.

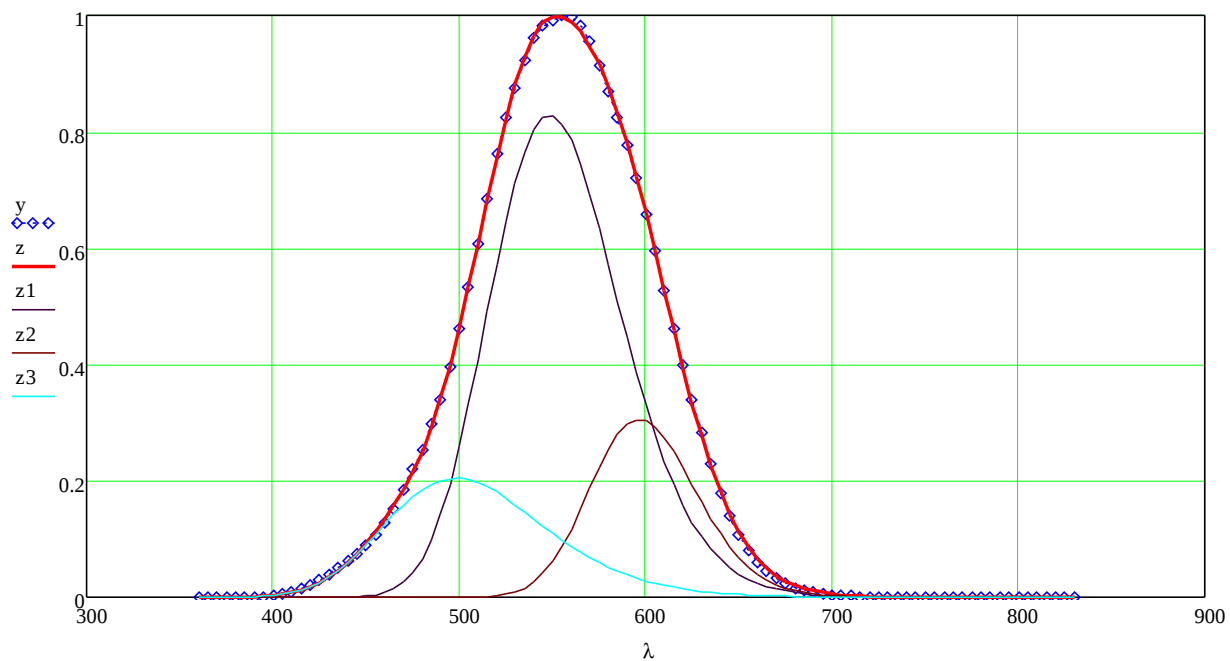
B funkcija:



29 pav. Kombinuota B funkcija iš atitinkamo skaičiaus Gauso funkcijų

Mėlyna  $y$  linija nurodo TAK lentelės duomenis, raudona  $z$  linija nurodo gautą funkciją sukombinuotą iš 3 Gauso funkcijų,  $z1$ ,  $z2$  ir  $z3$  – Gauso funkcijos.

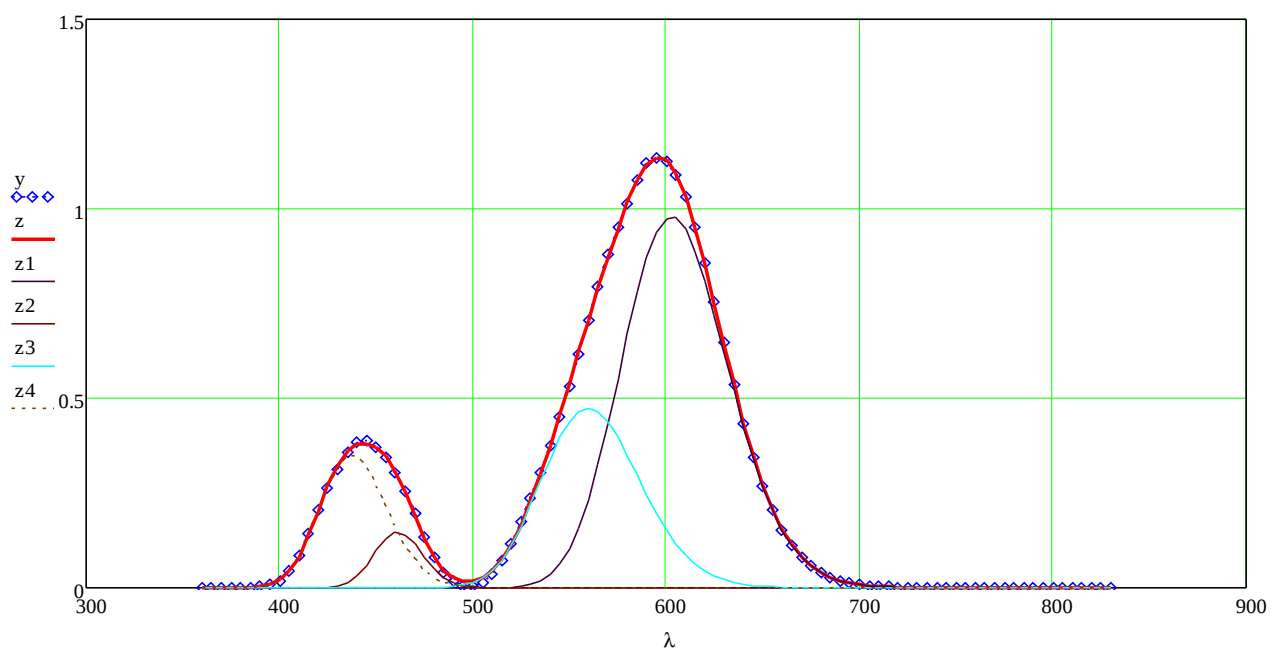
G funkcija



30 pav. Kombinuota G funkcija iš atitinkamo skaičiaus Gauso funkcijų

Mėlyna y linija nurodo TAK lentelės duomenis, raudona z linija nurodo gautą funkciją sukombinuotą iš 3 Gauso funkcijų, z1, z2 ir z3 – Gauso funkcijos.

R funkcija



31 pav. Kombinuota R funkcija iš atitinkamo skaičiaus Gauso funkcijų

Mėlyna y linija nurodo TAK lentelės duomenis, raudona z linija nurodo gautą funkciją sukombinuotą iš 4 Gauso funkcijų, z1, z2, z3 ir z4 – Gauso funkcijos.

Darbe spalvos atitikimo funkcijoms aprašyti buvo pasitelkta Mathcad programa. Mathcat paketo pagalba buvo surastos analizinės R, G, B funkcijų išraiškos. Lyginant gautas išraiškas su Sun Y., Fracchia F. D., Drew M. S. A „Composite model for representing spectral functions“ literatūroje nurodomomis analizinėmis išraiškomis matyti, kad funkcijų tikslumas yra didesnis, o absoliutinės paklaidos – mažesnės.

## IŠVADOS

1. Tam, kad atsirastų spalvos pojūtis, informacija apie šviesą regos organų pagalba turi pasiekti regos centrą galvos smegenyse. Akies tinklainėje vyksta pirminis spinduliuojamos energijos apdorojimas, o jai dirginant jautrius kūgelius, atsiranda chromatinės spalvos pojūtis. Normaliu spalviniu regėjimas paprastai laikomas trichromatinis matymas, o jo sutrikimas vadinamas daltonizmu.
2. Praktikoje spalvos atitikimo funkcijoms aprašyti naudojami analizės duomenys tiesiogiai gauti iš eksperimentų. Darbo metu spalvos atitikimo funkcijoms aprašyti buvo pasitelkta Mathcad programa. Mathcat paketo pagalba buvo surastos analizinės R, G, B funkcijų išraiškos. Funkcijų analizinėms išraiškoms buvo panaudotos funkcijos su tam tikru skaičiumi narių. Lyginant gautas išraiškas su Sun Y., Fracchia F. D., Drew M. S. A „Composite model for representing spectral functions“ literatūroje nurodomomis analizinėmis išraiškomis matyti, kad funkcijų tikslumas yra didesnis, o absoliutinės paklaidos – mažesnės.



## LITERATŪRA

1. Šalna V. A. *Optika*. Vilnius, 2003. 43-51p.
2. Ivanov B. C. *Основы оптической радиометрии* Fizmatlit
3. Požėla I., Radvilavičius Č. *Optika ir atomo fizika*: Mokomoji knyga. Kaunas, 2003
4. Vaicekauskas R., Žukauskas A. *Magiškoji spalvų inžinerija*. Spectrum. Vilniaus universiteto žurnalas, 2(13)/2010
5. Mizgiris R. *Spalvotyra*: Mokymosimedžiagos konspektas. Kaunas, 2007
6. *Medicinos enciklopedija*. Vilnius: Enciklopedijų leidykla, 1991. ISBN 5-89950-006-9
7. Webvision. Color vision [interaktyvus]. (žiūrėta 2013 03 16), The organization of the retina and visual system. <http://webvision.med.utah.edu/book/part-vii-color-vision/color-vision/>
8. *Spalvos ir jų suvokimas*: Mokomoji medžiaga [interaktyvus]. (žiūrėta 2013 01 26), [http://web.vu.lt/ff/m.vengris/images/lempos/paskaitu\\_skaidres\\_pdf/spalvos\\_ir\\_kolorimetrija.pdf](http://web.vu.lt/ff/m.vengris/images/lempos/paskaitu_skaidres_pdf/spalvos_ir_kolorimetrija.pdf)
9. Kulbokaitė V. *Kas yra spalva?* [interaktyvus]. (žiūrėta 2012 12 01), <http://www.technologijos.lt/n/mokslas/fizika/S-26778>
10. Rodwell J. *Mixing colours*. Italy: Interlitho SpA, 1996
11. *Žmogaus spalvinis regėjimas* [interaktyvus]. (žiūrėta 2013 02 17), <http://blog.lasik.lt/zmogaus-spalvu-jusle.html>
12. *Internetinė kompiuterinė grafika*: Mokomoji medžiaga [interaktyvus]. (žiūrėta 2013 04 24), <http://www.mif.vu.lt/cs2/en/courses/intercg>
13. Sun Y., Fracchia F. D., Drew M. S. *A Composite model for representing spectral functions*. Simon Fraser University, Burnaby, BC, Canada. SFU CNPT TR 1998-18
14. Nyström D. *Colorimetric and multispectral image acquisition*. Linköping University, Noorköping, 2006. ISBN 91-85643-11-4. ISSN 0280-7971
15. Kaiser P., Boynton B. *Human color vision*. Optical society of America. Washington: 1996

## PRIEDAI

1 priedas. Spalvos kaita mažėjant apšvietimui

| Spalva    | Priemena             | Sutemus         |
|-----------|----------------------|-----------------|
| Citrininė | Žalsvėja             | Tamsiai žalia   |
| Geltona   | Artja prie oranžinės | Pilkai raudona  |
| Oranžinė  | Raudonėja            | Violetinė       |
| Raudona   | Violetinė            | Juoda           |
| Žalia     | Šviesėja             | Netenka spalvos |
| Žydra     | Šviesėja             | Netenka spalvos |

2 priedas. Spalvos kaita didėjant apšvietimui

| Spalva    | Didelis apšvietimas | Dar didesnis                 | Labai didelis |
|-----------|---------------------|------------------------------|---------------|
| Raudona   | Oranžėja            | Geltonėja                    | Išbąla        |
| Violetinė | Mėlynėja            | Žalėja                       | Gelsvai žalia |
| Oranžinė  | Geltonėja           | Ryškiai geltona<br>(Citrina) | Išbąla        |

3 priedas. Pirmieji 21 Furjė koeficientai trims TAK spalvų atitikimo funkcijoms  $x_1(\lambda)$ ,  $x_2(\lambda)$ ,  $x_3(\lambda)$ .

| Furjė koef. | Simbolis | $x_1(\lambda)$ | $x_2(\lambda)$ | $x_3(\lambda)$ |
|-------------|----------|----------------|----------------|----------------|
| 1           | A0       | 0,355          | 0,356          | 0,355          |
| 2           | A1       | -0,205         | -0,475         | 0,270          |
| 3           | B1       | -0,294         | -0,100         | 0,567          |
| 4           | A2       | -0,114         | 0,147          | -0,255         |
| 5           | B2       | 0,289          | 0,050          | 0,365          |
| 6           | A3       | 0,001          | -0,030         | -0,263         |
| 7           | B3       | 0,003          | 0,011          | 0,003          |
| 8           | A4       | -0,020         | 0,002          | -0,091         |
| 9           | B4       | -0,038         | -0,018         | -0,097         |
| 10          | A5       | -0,011         | 0,006          | -0,006         |
| 11          | B5       | -0,009         | 0,006          | -0,053         |
| 12          | A6       | 0,001          | -0,006         | -0,002         |

|    |     |        |        |        |
|----|-----|--------|--------|--------|
| 13 | B6  | -0,006 | 0,000  | -0,020 |
| 14 | A7  | 0,001  | 0,003  | -0,003 |
| 15 | B7  | -0,004 | -0,002 | -0,022 |
| 16 | A8  | 0,001  | 0,000  | 0,013  |
| 17 | B8  | -0,005 | 0,001  | -0,020 |
| 18 | A9  | 0,003  | -0,001 | 0,020  |
| 19 | B9  | -0,001 | -0,001 | -0,002 |
| 20 | A10 | 0,002  | 0,001  | 0,011  |
| 21 | B10 | 0,002  | 0,000  | 0,009  |

4 priedas. TAK patvirtintos spalvų atitikimo funkcijos  $R(\lambda)$ ,  $G(\lambda)$  ir  $B(\lambda)$

| LAMBDA | R        | G        | B        |
|--------|----------|----------|----------|
| 360    | 0,00013  | 3,92E-06 | 0,000606 |
| 361    | 0,000146 | 4,39E-06 | 0,000681 |
| 362    | 0,000164 | 4,93E-06 | 0,000765 |
| 363    | 0,000184 | 5,53E-06 | 0,00086  |
| 364    | 0,000207 | 6,21E-06 | 0,000967 |
| 365    | 0,000232 | 6,97E-06 | 0,001086 |
| 366    | 0,000261 | 7,81E-06 | 0,001221 |
| 367    | 0,000293 | 8,77E-06 | 0,001373 |
| 368    | 0,000329 | 9,84E-06 | 0,001544 |
| 369    | 0,00037  | 1,1E-05  | 0,001734 |
| 370    | 0,000415 | 1,24E-05 | 0,001946 |
| 371    | 0,000464 | 1,39E-05 | 0,002178 |
| 372    | 0,000519 | 1,56E-05 | 0,002436 |
| 373    | 0,000582 | 1,74E-05 | 0,002732 |
| 374    | 0,000655 | 1,96E-05 | 0,003078 |
| 375    | 0,000742 | 2,2E-05  | 0,003486 |
| 376    | 0,000845 | 2,48E-05 | 0,003975 |
| 377    | 0,000965 | 2,8E-05  | 0,004541 |
| 378    | 0,001095 | 3,15E-05 | 0,005158 |
| 379    | 0,001231 | 3,52E-05 | 0,005803 |
| 380    | 0,001368 | 0,000039 | 0,00645  |
| 381    | 0,001502 | 4,28E-05 | 0,007083 |
| 382    | 0,001642 | 4,69E-05 | 0,007745 |
| 383    | 0,001802 | 5,16E-05 | 0,008501 |
| 384    | 0,001996 | 5,72E-05 | 0,009415 |
| 385    | 0,002236 | 0,000064 | 0,01055  |
| 386    | 0,002535 | 7,23E-05 | 0,011966 |
| 387    | 0,002893 | 8,22E-05 | 0,013656 |
| 388    | 0,003301 | 9,35E-05 | 0,015588 |
| 389    | 0,003753 | 0,000106 | 0,01773  |
| 390    | 0,004243 | 0,00012  | 0,02005  |
| 391    | 0,004762 | 0,000135 | 0,022511 |
| 392    | 0,00533  | 0,000151 | 0,025203 |
| 393    | 0,005979 | 0,00017  | 0,02828  |
| 394    | 0,006741 | 0,000192 | 0,031897 |
| 395    | 0,00765  | 0,000217 | 0,03621  |

|     |          |          |          |
|-----|----------|----------|----------|
| 396 | 0,008751 | 0,000247 | 0,041438 |
| 397 | 0,010029 | 0,000281 | 0,047504 |
| 398 | 0,011422 | 0,000319 | 0,05412  |
| 399 | 0,012869 | 0,000357 | 0,060998 |
| 400 | 0,01431  | 0,000396 | 0,06785  |
| 401 | 0,015704 | 0,000434 | 0,074486 |
| 402 | 0,017147 | 0,000473 | 0,081362 |
| 403 | 0,018781 | 0,000518 | 0,089154 |
| 404 | 0,020748 | 0,000572 | 0,09854  |
| 405 | 0,02319  | 0,00064  | 0,1102   |
| 406 | 0,026207 | 0,000725 | 0,124613 |
| 407 | 0,029782 | 0,000826 | 0,141702 |
| 408 | 0,033881 | 0,000941 | 0,161304 |
| 409 | 0,038468 | 0,00107  | 0,183257 |
| 410 | 0,04351  | 0,00121  | 0,2074   |
| 411 | 0,048996 | 0,001362 | 0,233692 |
| 412 | 0,055023 | 0,001531 | 0,262611 |
| 413 | 0,061719 | 0,00172  | 0,294775 |
| 414 | 0,069212 | 0,001935 | 0,330799 |
| 415 | 0,07763  | 0,00218  | 0,3713   |
| 416 | 0,086958 | 0,002455 | 0,416209 |
| 417 | 0,097177 | 0,002764 | 0,465464 |
| 418 | 0,108406 | 0,003118 | 0,519695 |
| 419 | 0,120767 | 0,003526 | 0,57953  |
| 420 | 0,13438  | 0,004    | 0,6456   |
| 421 | 0,149358 | 0,004546 | 0,718484 |
| 422 | 0,165396 | 0,005159 | 0,796713 |
| 423 | 0,181983 | 0,005829 | 0,877846 |
| 424 | 0,198611 | 0,006546 | 0,959439 |
| 425 | 0,21477  | 0,0073   | 1,03905  |
| 426 | 0,230187 | 0,008087 | 1,115367 |
| 427 | 0,24488  | 0,008909 | 1,188497 |
| 428 | 0,258777 | 0,009768 | 1,258123 |
| 429 | 0,271808 | 0,010664 | 1,32393  |
| 430 | 0,2839   | 0,0116   | 1,3856   |
| 431 | 0,294944 | 0,012573 | 1,442635 |
| 432 | 0,304897 | 0,013583 | 1,494804 |
| 433 | 0,313787 | 0,01463  | 1,54219  |
| 434 | 0,321645 | 0,015715 | 1,584881 |
| 435 | 0,3285   | 0,01684  | 1,62296  |
| 436 | 0,334351 | 0,018007 | 1,656405 |
| 437 | 0,33921  | 0,019214 | 1,685296 |
| 438 | 0,343121 | 0,020454 | 1,709875 |
| 439 | 0,34613  | 0,021718 | 1,730382 |
| 440 | 0,34828  | 0,023    | 1,74706  |
| 441 | 0,3496   | 0,024295 | 1,760045 |
| 442 | 0,350147 | 0,02561  | 1,769623 |
| 443 | 0,350013 | 0,026959 | 1,776264 |
| 444 | 0,349287 | 0,028351 | 1,780433 |
| 445 | 0,34806  | 0,0298   | 1,7826   |

|     |          |          |          |
|-----|----------|----------|----------|
| 446 | 0,346373 | 0,031311 | 1,782968 |
| 447 | 0,344262 | 0,032884 | 1,7817   |
| 448 | 0,341809 | 0,034521 | 1,779198 |
| 449 | 0,339094 | 0,036226 | 1,775867 |
| 450 | 0,3362   | 0,038    | 1,77211  |
| 451 | 0,333198 | 0,039847 | 1,768259 |
| 452 | 0,330041 | 0,041768 | 1,764039 |
| 453 | 0,326636 | 0,043766 | 1,758944 |
| 454 | 0,322887 | 0,045843 | 1,752466 |
| 455 | 0,3187   | 0,048    | 1,7441   |
| 456 | 0,314025 | 0,050244 | 1,73356  |
| 457 | 0,308884 | 0,052573 | 1,720858 |
| 458 | 0,30329  | 0,054981 | 1,705937 |
| 459 | 0,297258 | 0,057459 | 1,688737 |
| 460 | 0,2908   | 0,06     | 1,6692   |
| 461 | 0,28397  | 0,062602 | 1,647529 |
| 462 | 0,276721 | 0,065278 | 1,623413 |
| 463 | 0,268918 | 0,068042 | 1,596022 |
| 464 | 0,260423 | 0,070911 | 1,564528 |
| 465 | 0,2511   | 0,0739   | 1,5281   |
| 466 | 0,240848 | 0,077016 | 1,486111 |
| 467 | 0,229851 | 0,080266 | 1,439522 |
| 468 | 0,218407 | 0,083667 | 1,38988  |
| 469 | 0,206812 | 0,087233 | 1,338736 |
| 470 | 0,19536  | 0,09098  | 1,28764  |
| 471 | 0,184214 | 0,094918 | 1,237422 |
| 472 | 0,173327 | 0,099046 | 1,187824 |
| 473 | 0,162688 | 0,103367 | 1,138761 |
| 474 | 0,152283 | 0,107885 | 1,090148 |
| 475 | 0,1421   | 0,1126   | 1,0419   |
| 476 | 0,132179 | 0,117532 | 0,994198 |
| 477 | 0,12257  | 0,122674 | 0,947347 |
| 478 | 0,113275 | 0,127993 | 0,901453 |
| 479 | 0,104298 | 0,133453 | 0,856619 |
| 480 | 0,09564  | 0,13902  | 0,81295  |
| 481 | 0,0873   | 0,144676 | 0,770517 |
| 482 | 0,079308 | 0,150469 | 0,729445 |
| 483 | 0,071718 | 0,156462 | 0,689914 |
| 484 | 0,064581 | 0,162718 | 0,652105 |
| 485 | 0,05795  | 0,1693   | 0,6162   |
| 486 | 0,051862 | 0,176243 | 0,582329 |
| 487 | 0,046282 | 0,183558 | 0,550416 |
| 488 | 0,041151 | 0,191274 | 0,520338 |
| 489 | 0,036413 | 0,199418 | 0,491967 |
| 490 | 0,03201  | 0,20802  | 0,46518  |
| 491 | 0,027917 | 0,21712  | 0,439925 |
| 492 | 0,024144 | 0,226735 | 0,416184 |
| 493 | 0,020687 | 0,236857 | 0,393882 |
| 494 | 0,01754  | 0,247481 | 0,372946 |
| 495 | 0,0147   | 0,2586   | 0,3533   |

|     |          |          |          |
|-----|----------|----------|----------|
| 496 | 0,012162 | 0,270185 | 0,334858 |
| 497 | 0,00992  | 0,282294 | 0,317552 |
| 498 | 0,007967 | 0,295051 | 0,301338 |
| 499 | 0,006296 | 0,308578 | 0,286169 |
| 500 | 0,0049   | 0,323    | 0,272    |
| 501 | 0,003777 | 0,338402 | 0,258817 |
| 502 | 0,002945 | 0,354686 | 0,246484 |
| 503 | 0,002425 | 0,371699 | 0,234772 |
| 504 | 0,002236 | 0,389288 | 0,223453 |
| 505 | 0,0024   | 0,4073   | 0,2123   |
| 506 | 0,002926 | 0,42563  | 0,201169 |
| 507 | 0,003837 | 0,44431  | 0,19012  |
| 508 | 0,005175 | 0,463394 | 0,179225 |
| 509 | 0,006982 | 0,48294  | 0,168561 |
| 510 | 0,0093   | 0,503    | 0,1582   |
| 511 | 0,012149 | 0,523569 | 0,148138 |
| 512 | 0,015536 | 0,544512 | 0,138376 |
| 513 | 0,019478 | 0,56569  | 0,128994 |
| 514 | 0,023993 | 0,586965 | 0,120075 |
| 515 | 0,0291   | 0,6082   | 0,1117   |
| 516 | 0,034815 | 0,629346 | 0,103905 |
| 517 | 0,04112  | 0,650307 | 0,096667 |
| 518 | 0,047985 | 0,670875 | 0,089983 |
| 519 | 0,055379 | 0,690842 | 0,083845 |
| 520 | 0,06327  | 0,71     | 0,07825  |
| 521 | 0,071635 | 0,728185 | 0,073209 |
| 522 | 0,080462 | 0,745464 | 0,068678 |
| 523 | 0,08974  | 0,761969 | 0,064568 |
| 524 | 0,099456 | 0,777837 | 0,060788 |
| 525 | 0,1096   | 0,7932   | 0,05725  |
| 526 | 0,120167 | 0,80811  | 0,053904 |
| 527 | 0,131115 | 0,822496 | 0,050747 |
| 528 | 0,142368 | 0,836307 | 0,047753 |
| 529 | 0,153854 | 0,849492 | 0,044899 |
| 530 | 0,1655   | 0,862    | 0,04216  |
| 531 | 0,177257 | 0,873811 | 0,039507 |
| 532 | 0,18914  | 0,884962 | 0,036936 |
| 533 | 0,201169 | 0,895494 | 0,034458 |
| 534 | 0,213366 | 0,905443 | 0,032089 |
| 535 | 0,22575  | 0,91485  | 0,02984  |
| 536 | 0,238321 | 0,923735 | 0,027712 |
| 537 | 0,251067 | 0,932092 | 0,025694 |
| 538 | 0,263992 | 0,939923 | 0,023787 |
| 539 | 0,277102 | 0,947225 | 0,021989 |
| 540 | 0,2904   | 0,954    | 0,0203   |
| 541 | 0,303891 | 0,960256 | 0,018718 |
| 542 | 0,317573 | 0,966007 | 0,01724  |
| 543 | 0,331438 | 0,971261 | 0,015864 |
| 544 | 0,345483 | 0,976023 | 0,014585 |
| 545 | 0,3597   | 0,9803   | 0,0134   |

|     |          |          |          |
|-----|----------|----------|----------|
| 546 | 0,374084 | 0,984092 | 0,012307 |
| 547 | 0,38864  | 0,987418 | 0,011302 |
| 548 | 0,403378 | 0,990313 | 0,010378 |
| 549 | 0,418312 | 0,992812 | 0,009529 |
| 550 | 0,43345  | 0,99495  | 0,00875  |
| 551 | 0,448795 | 0,996711 | 0,008035 |
| 552 | 0,464336 | 0,998098 | 0,007382 |
| 553 | 0,480064 | 0,999112 | 0,006785 |
| 554 | 0,495971 | 0,999748 | 0,006243 |
| 555 | 0,51205  | 1        | 0,00575  |
| 556 | 0,528296 | 0,999857 | 0,005304 |
| 557 | 0,544692 | 0,999305 | 0,0049   |
| 558 | 0,561209 | 0,998326 | 0,004534 |
| 559 | 0,577822 | 0,996899 | 0,004202 |
| 560 | 0,5945   | 0,995    | 0,0039   |
| 561 | 0,611221 | 0,992601 | 0,003623 |
| 562 | 0,627976 | 0,989743 | 0,003371 |
| 563 | 0,64476  | 0,986444 | 0,003141 |
| 564 | 0,66157  | 0,982724 | 0,002935 |
| 565 | 0,6784   | 0,9786   | 0,00275  |
| 566 | 0,695239 | 0,974084 | 0,002585 |
| 567 | 0,712059 | 0,969171 | 0,002439 |
| 568 | 0,728828 | 0,963857 | 0,002309 |
| 569 | 0,745519 | 0,958135 | 0,002197 |
| 570 | 0,7621   | 0,952    | 0,0021   |
| 571 | 0,778543 | 0,94545  | 0,002018 |
| 572 | 0,794826 | 0,938499 | 0,001948 |
| 573 | 0,810926 | 0,931163 | 0,00189  |
| 574 | 0,826825 | 0,923458 | 0,001841 |
| 575 | 0,8425   | 0,9154   | 0,0018   |
| 576 | 0,857933 | 0,907006 | 0,001766 |
| 577 | 0,873082 | 0,898277 | 0,001738 |
| 578 | 0,887894 | 0,889205 | 0,001711 |
| 579 | 0,902318 | 0,879782 | 0,001683 |
| 580 | 0,9163   | 0,87     | 0,00165  |
| 581 | 0,9298   | 0,859861 | 0,00161  |
| 582 | 0,942798 | 0,849392 | 0,001564 |
| 583 | 0,955278 | 0,838622 | 0,001514 |
| 584 | 0,967218 | 0,827581 | 0,001459 |
| 585 | 0,9786   | 0,8163   | 0,0014   |
| 586 | 0,989386 | 0,804795 | 0,001337 |
| 587 | 0,999549 | 0,793082 | 0,00127  |
| 588 | 1,009089 | 0,781192 | 0,001205 |
| 589 | 1,018006 | 0,769155 | 0,001147 |
| 590 | 1,0263   | 0,757    | 0,0011   |
| 591 | 1,033983 | 0,744754 | 0,001069 |
| 592 | 1,040986 | 0,732422 | 0,001049 |
| 593 | 1,047188 | 0,720004 | 0,001036 |
| 594 | 1,052467 | 0,707497 | 0,001021 |
| 595 | 1,0567   | 0,6949   | 0,001    |

|     |          |          |          |
|-----|----------|----------|----------|
| 596 | 1,059794 | 0,682219 | 0,000969 |
| 597 | 1,061799 | 0,669472 | 0,00093  |
| 598 | 1,062807 | 0,656674 | 0,000887 |
| 599 | 1,06291  | 0,643845 | 0,000843 |
| 600 | 1,0622   | 0,631    | 0,0008   |
| 601 | 1,060735 | 0,618156 | 0,000761 |
| 602 | 1,058444 | 0,605314 | 0,000724 |
| 603 | 1,055224 | 0,592476 | 0,000686 |
| 604 | 1,050977 | 0,579638 | 0,000645 |
| 605 | 1,0456   | 0,5668   | 0,0006   |
| 606 | 1,039037 | 0,553961 | 0,000548 |
| 607 | 1,031361 | 0,541137 | 0,000492 |
| 608 | 1,022666 | 0,528353 | 0,000435 |
| 609 | 1,013048 | 0,515632 | 0,000383 |
| 610 | 1,0026   | 0,503    | 0,00034  |
| 611 | 0,991368 | 0,490469 | 0,000307 |
| 612 | 0,979331 | 0,47803  | 0,000283 |
| 613 | 0,966492 | 0,465678 | 0,000265 |
| 614 | 0,952848 | 0,453403 | 0,000252 |
| 615 | 0,9384   | 0,4412   | 0,00024  |
| 616 | 0,923194 | 0,42908  | 0,00023  |
| 617 | 0,907244 | 0,417036 | 0,000221 |
| 618 | 0,890502 | 0,405032 | 0,000212 |
| 619 | 0,87292  | 0,393032 | 0,000202 |
| 620 | 0,85445  | 0,381    | 0,00019  |
| 621 | 0,835084 | 0,368918 | 0,000174 |
| 622 | 0,814946 | 0,356827 | 0,000156 |
| 623 | 0,794186 | 0,344777 | 0,000136 |
| 624 | 0,772954 | 0,332818 | 0,000117 |
| 625 | 0,7514   | 0,321    | 0,0001   |
| 626 | 0,729584 | 0,309338 | 8,61E-05 |
| 627 | 0,707589 | 0,29785  | 7,46E-05 |
| 628 | 0,685602 | 0,286594 | 0,000065 |
| 629 | 0,66381  | 0,275625 | 5,69E-05 |
| 630 | 0,6424   | 0,265    | 5E-05    |
| 631 | 0,621515 | 0,254763 | 4,42E-05 |
| 632 | 0,601114 | 0,24489  | 3,95E-05 |
| 633 | 0,581105 | 0,235334 | 3,57E-05 |
| 634 | 0,561398 | 0,226053 | 3,26E-05 |
| 635 | 0,5419   | 0,217    | 0,00003  |
| 636 | 0,5226   | 0,208162 | 2,77E-05 |
| 637 | 0,503546 | 0,199549 | 2,56E-05 |
| 638 | 0,484744 | 0,191155 | 2,36E-05 |
| 639 | 0,466194 | 0,182974 | 2,18E-05 |
| 640 | 0,4479   | 0,175    | 0,00002  |
| 641 | 0,429861 | 0,167224 | 1,81E-05 |
| 642 | 0,412098 | 0,159646 | 1,62E-05 |
| 643 | 0,394644 | 0,152278 | 1,42E-05 |
| 644 | 0,377533 | 0,145126 | 1,21E-05 |
| 645 | 0,3608   | 0,1382   | 0,00001  |



|     |          |          |          |
|-----|----------|----------|----------|
| 646 | 0,344456 | 0,1315   | 7,73E-06 |
| 647 | 0,328517 | 0,125025 | 5,4E-06  |
| 648 | 0,313019 | 0,118779 | 3,2E-06  |
| 649 | 0,298001 | 0,112769 | 1,33E-06 |
| 650 | 0,2835   | 0,107    | 0        |
| 651 | 0,269545 | 0,101476 | 0        |
| 652 | 0,256118 | 0,096189 | 0        |
| 653 | 0,24319  | 0,091123 | 0        |
| 654 | 0,230727 | 0,086265 | 0        |
| 655 | 0,2187   | 0,0816   | 0        |
| 656 | 0,207097 | 0,077121 | 0        |
| 657 | 0,195923 | 0,072826 | 0        |
| 658 | 0,185171 | 0,06871  | 0        |
| 659 | 0,174832 | 0,06477  | 0        |
| 660 | 0,1649   | 0,061    | 0        |
| 661 | 0,155367 | 0,057396 | 0        |
| 662 | 0,14623  | 0,053955 | 0        |
| 663 | 0,13749  | 0,050674 | 0        |
| 664 | 0,129147 | 0,04755  | 0        |
| 665 | 0,1212   | 0,04458  | 0        |
| 666 | 0,11364  | 0,041759 | 0        |
| 667 | 0,106465 | 0,039085 | 0        |
| 668 | 0,09969  | 0,036564 | 0        |
| 669 | 0,093331 | 0,0342   | 0        |
| 670 | 0,0874   | 0,032    | 0        |
| 671 | 0,081901 | 0,029963 | 0        |
| 672 | 0,076804 | 0,028077 | 0        |
| 673 | 0,072077 | 0,026329 | 0        |
| 674 | 0,067687 | 0,024708 | 0        |
| 675 | 0,0636   | 0,0232   | 0        |
| 676 | 0,059807 | 0,021801 | 0        |
| 677 | 0,056282 | 0,020501 | 0        |
| 678 | 0,052971 | 0,019281 | 0        |
| 679 | 0,049819 | 0,018121 | 0        |
| 680 | 0,04677  | 0,017    | 0        |
| 681 | 0,043784 | 0,015904 | 0        |
| 682 | 0,040875 | 0,014837 | 0        |
| 683 | 0,038073 | 0,013811 | 0        |
| 684 | 0,035405 | 0,012835 | 0        |
| 685 | 0,0329   | 0,01192  | 0        |
| 686 | 0,030564 | 0,011068 | 0        |
| 687 | 0,028381 | 0,010273 | 0        |
| 688 | 0,026345 | 0,009533 | 0        |
| 689 | 0,024453 | 0,008846 | 0        |
| 690 | 0,0227   | 0,00821  | 0        |
| 691 | 0,021084 | 0,007624 | 0        |
| 692 | 0,0196   | 0,007085 | 0        |
| 693 | 0,018237 | 0,006591 | 0        |
| 694 | 0,016987 | 0,006138 | 0        |
| 695 | 0,01584  | 0,005723 | 0        |

|     |          |          |   |
|-----|----------|----------|---|
| 696 | 0,014791 | 0,005343 | 0 |
| 697 | 0,013831 | 0,004996 | 0 |
| 698 | 0,012949 | 0,004676 | 0 |
| 699 | 0,012129 | 0,00438  | 0 |
| 700 | 0,011359 | 0,004102 | 0 |
| 701 | 0,010629 | 0,003838 | 0 |
| 702 | 0,009939 | 0,003589 | 0 |
| 703 | 0,009288 | 0,003354 | 0 |
| 704 | 0,008679 | 0,003134 | 0 |
| 705 | 0,008111 | 0,002929 | 0 |
| 706 | 0,007582 | 0,002738 | 0 |
| 707 | 0,007089 | 0,00256  | 0 |
| 708 | 0,006627 | 0,002393 | 0 |
| 709 | 0,006195 | 0,002237 | 0 |
| 710 | 0,00579  | 0,002091 | 0 |
| 711 | 0,00541  | 0,001954 | 0 |
| 712 | 0,005053 | 0,001825 | 0 |
| 713 | 0,004718 | 0,001704 | 0 |
| 714 | 0,004404 | 0,00159  | 0 |
| 715 | 0,004109 | 0,001484 | 0 |
| 716 | 0,003834 | 0,001384 | 0 |
| 717 | 0,003576 | 0,001291 | 0 |
| 718 | 0,003334 | 0,001204 | 0 |
| 719 | 0,003109 | 0,001123 | 0 |
| 720 | 0,002899 | 0,001047 | 0 |
| 721 | 0,002704 | 0,000977 | 0 |
| 722 | 0,002523 | 0,000911 | 0 |
| 723 | 0,002354 | 0,00085  | 0 |
| 724 | 0,002197 | 0,000793 | 0 |
| 725 | 0,002049 | 0,00074  | 0 |
| 726 | 0,001911 | 0,00069  | 0 |
| 727 | 0,001781 | 0,000643 | 0 |
| 728 | 0,00166  | 0,000599 | 0 |
| 729 | 0,001546 | 0,000558 | 0 |
| 730 | 0,00144  | 0,00052  | 0 |
| 731 | 0,00134  | 0,000484 | 0 |
| 732 | 0,001246 | 0,00045  | 0 |
| 733 | 0,001158 | 0,000418 | 0 |
| 734 | 0,001076 | 0,000389 | 0 |
| 735 | 0,001    | 0,000361 | 0 |
| 736 | 0,000929 | 0,000335 | 0 |
| 737 | 0,000862 | 0,000311 | 0 |
| 738 | 0,000801 | 0,000289 | 0 |
| 739 | 0,000743 | 0,000268 | 0 |
| 740 | 0,00069  | 0,000249 | 0 |
| 741 | 0,000641 | 0,000231 | 0 |
| 742 | 0,000595 | 0,000215 | 0 |
| 743 | 0,000552 | 0,000199 | 0 |
| 744 | 0,000512 | 0,000185 | 0 |
| 745 | 0,000476 | 0,000172 | 0 |

|     |          |          |   |
|-----|----------|----------|---|
| 746 | 0,000442 | 0,00016  | 0 |
| 747 | 0,000412 | 0,000149 | 0 |
| 748 | 0,000383 | 0,000138 | 0 |
| 749 | 0,000357 | 0,000129 | 0 |
| 750 | 0,000332 | 0,00012  | 0 |
| 751 | 0,00031  | 0,000112 | 0 |
| 752 | 0,000289 | 0,000104 | 0 |
| 753 | 0,00027  | 9,73E-05 | 0 |
| 754 | 0,000252 | 9,08E-05 | 0 |
| 755 | 0,000235 | 8,48E-05 | 0 |
| 756 | 0,000219 | 7,91E-05 | 0 |
| 757 | 0,000205 | 7,39E-05 | 0 |
| 758 | 0,000191 | 6,89E-05 | 0 |
| 759 | 0,000178 | 6,43E-05 | 0 |
| 760 | 0,000166 | 0,00006  | 0 |
| 761 | 0,000155 | 5,6E-05  | 0 |
| 762 | 0,000145 | 5,22E-05 | 0 |
| 763 | 0,000135 | 4,87E-05 | 0 |
| 764 | 0,000126 | 4,54E-05 | 0 |
| 765 | 0,000117 | 4,24E-05 | 0 |
| 766 | 0,00011  | 3,96E-05 | 0 |
| 767 | 0,000102 | 3,69E-05 | 0 |
| 768 | 9,54E-05 | 3,44E-05 | 0 |
| 769 | 8,9E-05  | 3,21E-05 | 0 |
| 770 | 8,31E-05 | 0,00003  | 0 |
| 771 | 7,75E-05 | 2,8E-05  | 0 |
| 772 | 7,23E-05 | 2,61E-05 | 0 |
| 773 | 6,75E-05 | 2,44E-05 | 0 |
| 774 | 6,29E-05 | 2,27E-05 | 0 |
| 775 | 5,87E-05 | 2,12E-05 | 0 |
| 776 | 5,48E-05 | 1,98E-05 | 0 |
| 777 | 5,11E-05 | 1,85E-05 | 0 |
| 778 | 4,77E-05 | 1,72E-05 | 0 |
| 779 | 4,45E-05 | 1,61E-05 | 0 |
| 780 | 4,15E-05 | 1,5E-05  | 0 |
| 781 | 3,87E-05 | 1,4E-05  | 0 |
| 782 | 3,61E-05 | 1,31E-05 | 0 |
| 783 | 3,37E-05 | 1,22E-05 | 0 |
| 784 | 3,15E-05 | 1,14E-05 | 0 |
| 785 | 2,94E-05 | 1,06E-05 | 0 |
| 786 | 2,74E-05 | 9,89E-06 | 0 |
| 787 | 2,55E-05 | 9,22E-06 | 0 |
| 788 | 2,38E-05 | 8,59E-06 | 0 |
| 789 | 2,22E-05 | 8,01E-06 | 0 |
| 790 | 2,07E-05 | 7,47E-06 | 0 |
| 791 | 1,93E-05 | 6,96E-06 | 0 |
| 792 | 1,8E-05  | 6,49E-06 | 0 |
| 793 | 1,67E-05 | 6,05E-06 | 0 |
| 794 | 1,56E-05 | 5,64E-06 | 0 |
| 795 | 1,46E-05 | 5,26E-06 | 0 |

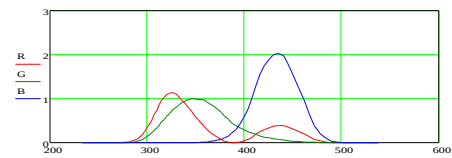
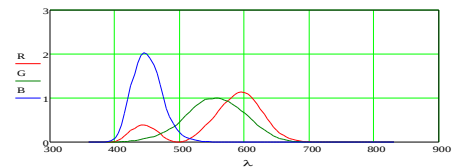
|     |          |          |   |
|-----|----------|----------|---|
| 796 | 1,36E-05 | 4,9E-06  | 0 |
| 797 | 1,27E-05 | 4,57E-06 | 0 |
| 798 | 1,18E-05 | 4,26E-06 | 0 |
| 799 | 1,1E-05  | 3,97E-06 | 0 |
| 800 | 1,03E-05 | 3,7E-06  | 0 |
| 801 | 9,56E-06 | 3,45E-06 | 0 |
| 802 | 8,91E-06 | 3,22E-06 | 0 |
| 803 | 8,31E-06 | 3E-06    | 0 |
| 804 | 7,75E-06 | 2,8E-06  | 0 |
| 805 | 7,22E-06 | 2,61E-06 | 0 |
| 806 | 6,73E-06 | 2,43E-06 | 0 |
| 807 | 6,28E-06 | 2,27E-06 | 0 |
| 808 | 5,85E-06 | 2,11E-06 | 0 |
| 809 | 5,46E-06 | 1,97E-06 | 0 |
| 810 | 5,09E-06 | 1,84E-06 | 0 |
| 811 | 4,74E-06 | 1,71E-06 | 0 |
| 812 | 4,42E-06 | 1,6E-06  | 0 |
| 813 | 4,12E-06 | 1,49E-06 | 0 |
| 814 | 3,84E-06 | 1,39E-06 | 0 |
| 815 | 3,58E-06 | 1,29E-06 | 0 |
| 816 | 3,34E-06 | 1,21E-06 | 0 |
| 817 | 3,11E-06 | 1,12E-06 | 0 |
| 818 | 2,9E-06  | 1,05E-06 | 0 |
| 819 | 2,71E-06 | 9,77E-07 | 0 |
| 820 | 2,52E-06 | 9,11E-07 | 0 |
| 821 | 2,35E-06 | 8,49E-07 | 0 |
| 822 | 2,19E-06 | 7,92E-07 | 0 |
| 823 | 2,04E-06 | 7,38E-07 | 0 |
| 824 | 1,91E-06 | 6,88E-07 | 0 |
| 825 | 1,78E-06 | 6,42E-07 | 0 |
| 826 | 1,66E-06 | 5,98E-07 | 0 |
| 827 | 1,54E-06 | 5,58E-07 | 0 |
| 828 | 1,44E-06 | 5,2E-07  | 0 |
| 829 | 1,34E-06 | 4,85E-07 | 0 |
| 830 | 1,25E-06 | 4,52E-07 | 0 |

5 priedas.

```

sp := READPRN("sp1.pm")      λ := sp
B := sp
G := sp
R := sp
N := rows(sp) - 1      n := 0..N      N = 94      20 := 440      x_n := 20^2 / λ_n      y := G

```



```

h1 := 0.8      x1 := 353      s1 := 22      h2 := 0.31      x2 := 324      s2 := 15      h3 := 0.20      x3 := 390      s3 := 33

```

$$f(n, h, a, s) := h \cdot \exp\left[-\frac{(x_n - a)^2}{2s^2}\right]$$

$$f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3) := \sum_{n=0}^{N+1} \left[ i(n, h1, x1, s1) - y_n + i(n, h2, x2, s2) + i(n, h3, x3, s3) \right]^2$$

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.60134 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.52054 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.52 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51995 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

```

sqrt(f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)) = 3.51994 × 10^-3

```

```

Given      hx := Minimize(f, h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3)      h3_0 := hx_0      h3_1 := hx_1      h3_2 := hx_2      h3_3 := hx_3      h3_4 := hx_4      h3_5 := hx_5      h3_6 := hx_6

```

Isimame siame aplanke esancio failo "sp1.pm" duomenų matrica sp, kurioje jau sujungti visi 4 stulpeliai. Po to stulpelis atskiriame ir nustatome paskutini stulpelyje numeri N. Laisvai parenkame pereinimo iš bangų ilgio i dažnius x koeficienta 20. Parasome, kad analizuosime stulpelį G: y=G

Parinkame pradines perturbacijos Gauso funkcijų parametrus: aukštis h, centras x, su indeksu (arba a) plotis s. Uzasome abstrakcia Gauso funkcijos reiksme n-tajam dažniui xn

$$f(n, h, a, s) := h \cdot \exp\left[-\frac{(x_n - a)^2}{2s^2}\right]$$

Sudarome per visus parametrus nusakoma paklaidos funkcija f(h1, x1, s1, h2, x2, s2, h3, x3, s3). Iš esmės tai yra dispersija. Nuo komandos Given prasideda paklaidos funkcijos f minimumo paieška gradientiniu (kitais - greičiausio nusileidimo) metodu. Funkcija Minimize nustato, kokioms parametru reikšmėms hx tenka tas minimumas. Tačiau ji randa tik apytiksliai (ribotas vienos paieškos iteracijų skaičius) Todel tos paieškos vis kartojamos, kol pati minimumo reikšmės skaitis (standartinis nuokrypis) nustoja keistis..

hx =

|         |
|---------|
| 0.827   |
| 353.065 |
| 22.376  |
| 0.307   |
| 324.502 |
| 15.374  |
| 0.204   |
| 388.431 |
| 32.776  |

hx =

|         |
|---------|
| 0.827   |
| 353.043 |
| 22.388  |
| 0.306   |
| 324.486 |
| 15.362  |
| 0.204   |
| 388.426 |
| 32.784  |

hx =

|           |
|-----------|
| 0.82725   |
| 353.03951 |
| 22.39044  |
| 0.30582   |
| 324.48397 |
| 15.36055  |
| 0.20418   |
| 388.43001 |
| 32.78331  |

zn nusako vienos aproksimuojamos Gauso funkcijos reikšmės konkrečiam dažniui xn. Skirtumas tarp eksperimentinės reikšmės ir aproksimuotos pažymėtas kl. stdev nusako tos paklaidos vidutinį nuokrypį. Jis kaskiek skiriasi nuo standartinio.

