VILNIAUS PEDAGOGINIS UNIVERSITETAS
Fizikos ir Technologijos fakultetas
Bendrosios fizikos katedra

Magistrinis darbas

Bendrosios optikos kursas su “Mathematica”

Darbą atliko: M. Petrauskas
Darbo vadovas: doc. J. Siroicas

Vilnius
2005

Įvadas

Banginės optikos kursas, nors ir gali būti iliustruojamas fizikinius fenomenus atskleidžiančiais bandymais, kiekybiškai remiasi abstrakčiu matematiniu aparatu. Matematinių išraiškų fizikinė prasmė studijuojančiam nėra lengvai suvokiama. Tradiciniai vadovėliai pasitelkiantys atskirų banginės optikos atvejų iliustracija nedaug tepadeda, nes iš pavyzdžių sunku suvokti atskirų matematinės išraiškos elementų reikšmę ir jų kitimo įtaką iliustruojamam dėsningumui. Šio trūkumo neturi interaktyviojoje aplinkoje veikiančios mokymo priemonės, kuriomis naudojamasi dialogo su personaliniu kompiuteriu režime. Šios mokymo priemonės autorių tikslas buvo panaudoti dialoginio mokymosi režimo privalumus aiškinantis pagrindinius banginės ir geometrinės optikos principus.

Teoriją vizualizuoti pasitelkta kompiuterinė skaičiavimo sistema „*Mathematica*". Kiekviena tema aprašyta *Microsoft Office Word* programa. Tekstiniame dokumente glaustai pateikiant teorinę medžiagą, o vėliau jos pagrindu „*Mathematica*" pakete suprogramuojamas atitinkamas modulis. Tekstinis dokumentas su „*Mathematica*" paketu susietas hiperlinkais, todėl patogu nuo teorijos pereiti prie situacijos modeliavimo. Vizualizuojamų temų medžiaga atskleidžiama trijų tipų „*Mathematica*" ląstelėse: tekstinėse, programinėse ir grafinėse. Šiuos tris ląstelių tipus padeda atskirti specialūs pažymėjimai: tekstinės (komentarų) ląsteles pradedamos trimis žvaigždutėmis, o programą aprašanti komandinė dalis patamsinama ("**Courier New bold**" šriftu). Pradedant dirbti su programų komandinėmis eilutėmis, jas reikia aktyvuoti panaudojant komandą **Enter** skaičių klaviatūroje. Ten kur nebuvo galima paprastesniu būdu pasiekti pakankamo vaizdumo, buvo panaudota animacija ir trimačiai vaizdai.

Pasirinkdami optinių parametrų reikšmes galėsite modeliuoti įvairias fizikines situacijas. Optiniai parametrai kartu yra ir sudarytų skaičiavimo programų globalinės konstantos. Aprašymo tekste jos išsiskirtos didesniu raudonos spalvos šriftu.

Šiame darbe aptartos šešiolika temų, kurios suskirstytos į šešis skyrius: „Elektromagnetinės bangos", „Interferencija", „Difrakcija", "Lūžio rodiklio samprata", "Anizotropija" ir Geometrinė optika". Pirmasis skyrius kartu yra įvadas į banginę optiką. Čia plačiau išnagrinėtas elektromagnetinių bangų susidarymo ir sklidimo mechanizmas, o jam kituose lietuviškuose optikos vadovėliuose skiriama mažiau dėmesio. Atskira tema "dipolio spinduliavimas" išdėstytas elektromagnetinės bangos vorų susidarymas ir sklidimas, bandant atskleisti šiaip jau nevaizdžią bangos voros sąvokos esmę .

Antroje priemonės dalyje nagrinėjamas bangų interferencijos reiškinys. Šio skyrelio pirmoje temoje aiškinama, kaip interferuoja dvi monochromatinės ir kvazimonochromatinės bangos ir šaltinio dydžio įtaka interferecinio vaizdo kokybei. Pasitelkus du kvazimonochromatinius šviesos šaltinius, kurių bangos ilgiai ir linijų pločiai skirtingi, nagrinėjama kaip keisis interferuojančios šviesos intensyvumas skirtinguose ekrano taškuose. Toliau atskleidžiamas daugelio spindulių interferencijos reiškinys. Ši tema ypač aktuali savo taikymais, nes užsiklojant daugeliui spindulių, interferencinis vaizdas iš esmės skiriasi nuo dviejų spindulių interferencinio vaizdo. Interferencinės linijos susiaurėja, todėl padidėja prietaisų naudojančių šį reiškinį skiriamoji geba. Apskaičiuojant bangų sumines elektrinio lauko stiprio amplitudes sumavimo rezultatas iliustruojamas vektorinėmis diagramomis. Šio metodo taikymo galimybės parodytos temoje "Fabri Pero interferometras" kur paaiškinta, nuo ko priklauso svarbiausi interferometro optiniai parametrai, įvertinant prietaiso optinės skiriamosios gebos viršutinę ribą.

Trečias skyrelis skirtas bangų difrakcijai. Įvadinėje temoje-"Frenelio zonos"- nagrinėjama Frenelio zonų metodika. Parodyta, kaip apskaičiuojant elektrinio lauko stiprio skirstinį lęšio židinio plokštumoje, panaudoti vektorines diagramas. Antroje skyrelio apie difrakciją temoje nagrinėjama Fraunhoferio difrakcija plyšyje, kuri jau iliustruojama pasitelkiant Frenelio zonų metodą. Čia nagrinėjama difrakcija už plyšio, kai tarp jo ir ekrano yra pastatytas lęšis, išaiškinant intensyvumo pasiskirstymą difrakciniame vaizde. Geriausiai tai pavyksta braižant intensyvumo skirstinį pagal difrakcinį kampą diagramų ir vektorinių diagramų metodu. Dialogo su personaliniu kompiuteriu režime apskaičiuojama, koks bus šviesos intensyvumas interferenciniame vaizde m-tosios eilės minimumuose, ir kaip pasikeis difrakcinis vaizdas keičiant plyšelio plotį. Toliau plyšelio dydžio ir formos įtaka difrakciniam vaizdui nagrinėjamam temoje-"Fraunhoferio difrakcija angose". Ši tema aktuali, nes visi lęšiai yra tvirtinami žiedo formos rėmeliuose, kurio radiusas lemia lęšio skiriamąją gebą. Čia susiduriama su skaičiavimo problemomis, ypač skaičiuojant apvalios skylutės suformuojamą difrakcinį vaizdą. Kadangi anksčiau aptartose temose buvo išnagrinėtas difrakcijos atvejis, kai tarp skylutės ir ekrano yra pastatytas lęšis, tolesnėse temose "Frenelio šviesos difrakcija plyšyje" ir "Difrakcija tiesios kliūties krašte" tiriama difrakcija kai tarp plyšio (kliūties) ir ekrano lęšio nėra. Pirmoje temoje nagrinėjama situacija, kai šviesos banga sklinda pro plyšį, o antroje- šviesos sklidimas kai jos kelyje yra kliūties kraštas. Šiuose temose yra išaiškinta kaip pasiskirsto šviesos virpesių amplitudės židinio plokštumoje ir gautas vaizdas palygintas su Fraunhoferio difrakcijos vaizdu. Šviesos amplitudę šiose temose randame sofistikuotu būdu: iš Korniu diagramų. Braižomas intensyvumo skirstinys difraguojant šviesai pertvaros krašte. Originalus apskaičiavimo algoritmas, užtikrina pakankamą skaičiavimo tikslumą. Paskutiniosios dvi temos nagrinėja praktiškai labai reikšmingą vaizdų gavimą difrakcinėmis gardelėmis. Temoje "Amplitudinė difrakcinė gardelė" nagrinėjamas difrakcinis vaizdas nuo daugelio plyšių. "Fazinė gardelė" aiškina kaip nukreipiama šviesa gaunant didelio intensyvumo aukštesnės eilės maksimumus. Ketvirtas skyrius skirtas lūžio rodiklio sampratos nagrinėjimui ir dispersijos vizualizavimui. Penktame skyriuje nagrinėjama geometrinė optika. Temoje “centruotos optinės sistemos” aptariama dažniausiai praktikoje naudojamų storasienių lęšių sistemos, kurias gan paprastai galima gauti pasinaudojant matricų skaičiavimo metodu. Kitoje šio skyriaus temoje – “Šviesos spalvų regėjimas”, nagrinėjama optinis spalvoto vaizdo suvokimo klausimas. Ir paskutinis šio darbo skyrius yra “Anizotropija”. Kuriame priimtinu būdu bandoma aiškinti anizotropija.

Darbas skirtas kaip pagalbinė priemonė VPU fizikos specialybės studentams, studijuojantiems bendrosios fizikos optikos kursą. Darbas praplečia ir pagilina universitete dėstomo optikos kurso medžiagą. Taip pat jis pravers savarankiškam studentų darbui. Programos „*Mathematica*“ naudojimo įgūdžiai bus naudingi ne tik studijuojant pateiktą banginės optikos kursą, bet ir mokintis ją praktiškai panaudoti fizikos užduočių modeliavimui.

1 Elektromagnetinės bangos

1.1 Elektromagnetinių bangų sklidimas

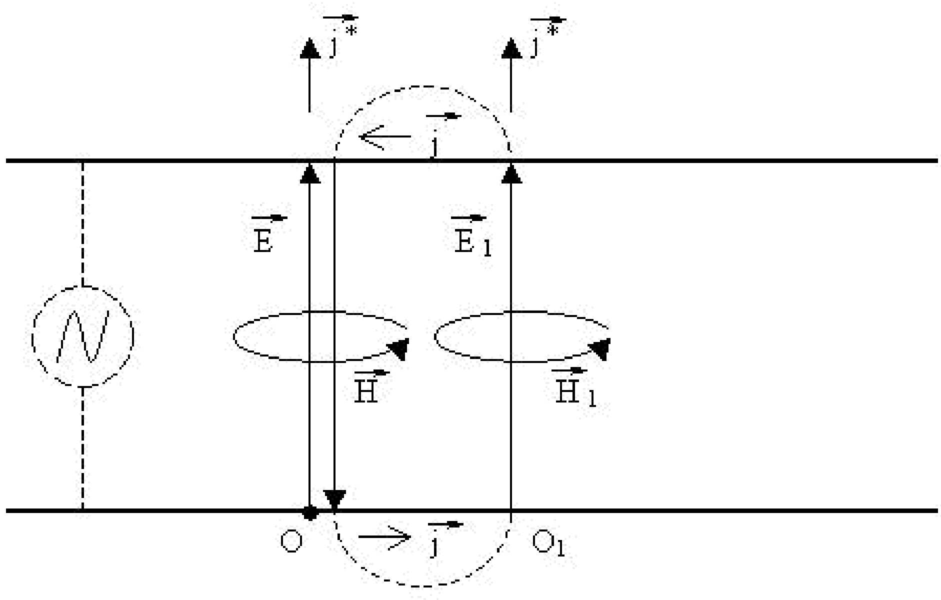
1.1.1 Elektromagnetinio lauko impulso sklidimas išilgai laidų

Išnagrinėkime procesus, vykstančius dvilaidėje linijoje. Tarkime, kad kuriame nors taške tarp laidų kintamos srovės šaltinis sukuria elektrinį lauką $\vec{E}$. Eksperimentas rodo, kad elektrinis laukas sklinda išilgai linijos. Išsiaiškinkime, kokių procesų dėka plinta šis laukas.

Tegu tam tikru laiko momentu dvilaidės linijos taške O elektrinis laukas $\vec{E}$ didėja (1.1 pav.). Pagal Maksvelo hipotezę, besikeičiantis elektrinis laukas (poslinkio srovė) sukuria magnetinį lauką. Šio magnetinio lauko dydis ir kryptis atitinka srovę, kurios tankis:

$$\vec{j}^* = \frac{\partial \vec{D}}{\partial t} = \varepsilon_0 \frac{\partial \vec{E}}{\partial t}$$

(sakykim, kad tarp laidų yra vakuumas). Kadangi laukas $\vec{E}$ didėja, tai $\frac{\partial \vec{E}}{\partial t} > 0$ ir poslinkio srovės tankio $\vec{j}^*$ kryptis sutampa su $\vec{E}$ kryptimi. Taikant dešinės rankos taisyklę paaiškėja, kokia magnetinio lauko $\vec{H}$ kryptis taško O srityje (1.1pav.).

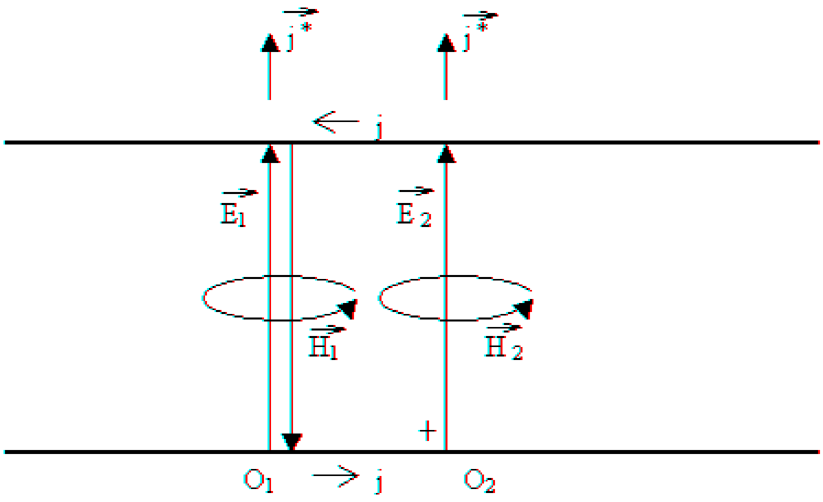


1.1.pav. Elektrinis ir magnetinis laukai impulso sklindančio dvilaide linija.

Besikeičiantis (augantis) magnetinis laukas sukuria sūkurinį elektrinį lauką. Todėl tuoj pat atsiranda laukas $\vec{E}_1$ ir jo kryptis bus tokia, kaip ir indukcinės srovės, kurį būtų atsiradusi uždarame kontūre. Jei nebūtų laidų, tai lauko stiprio linija apimtų piešinyje punktyrais pažymėtus plotelius. Laidininkuose atsiranda pralaidumo srovė $\vec{j}$ (1.1 pav.). Jeigu laidų varža nedidelė (pavyzdžiui jie variniai), tai elektrinio lauko įtampa juose bus pakankamai maža ir punktyrais pažymėtų jėgų linijų taškuose elektrinio lauko praktiškai nebus.

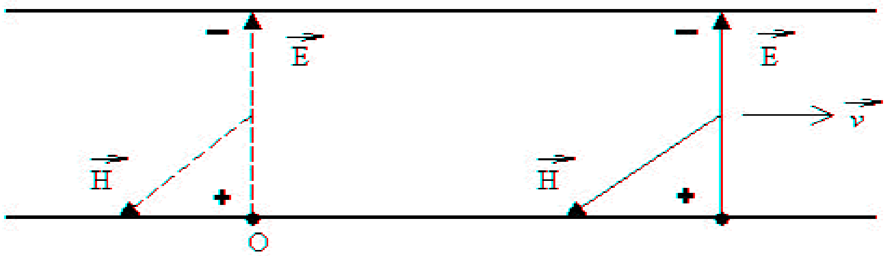
Didėjantis elektrinis laukas $\vec{E}_1$ sukuria poslinkio srovę. Ši srovė sukuria magnetinį lauką $\vec{H}_1$. Iš 1.1 pav. matosi, kad laukas $\vec{E}_1$ taške O nukreiptas priešingai laukui $\vec{E}$, tai reiškia, kad laukas $\vec{E}_1$

naikins lauką $\vec{E}$, o laukas $\vec{H}_1$ naikins lauką $\vec{H}$. Todėl pirmasis laukas $\vec{E}$ ir jo sukurtas laukas $\vec{H}$ išnyks, bet atsiras $\vec{E}_1$ ir $\vec{H}_1$ gretimame linijos taške O_1 (1.2 pav.).



1.2. pav. Brėžinio pavaizduoto 1.1 pav. tęsinys.

Kiekvienu kitu laiko momentu anksčiau aprašyti reiškiniai kartosis. Didėjantis laukas $\vec{H}_1$ sudarys sūkurinį elektrinį lauką $\vec{E}_2$, didėjantis laukas $\vec{E}_2$ ukurs magnetinį lauką $\vec{H}_2$. Laukai $\vec{E}_2$ ir $\vec{H}_2$ atsirandantys taške O_2, naikina prieš tai buvusius laukus $\vec{E}_1$ ir $\vec{H}_1$ taške O_1 (1.2 pav.) Todėl elektrinio ir magnetinio lauko impulsas, plis išilgai linijos (1.3 pav.).



1.3 pav. Impulso sklidimas.

Šis procesas labai panašus į mechaninio impulso plitimą gumine virvute arba styga ir gali būti pavadintas elektromagnetinio lauko impulso plitimu. Tam, kad teisingai suprastume aprašytus įvykius reikia atsiminti, kad taškai O, O_1, O_2 ir t.t. (1.1 pav.), yra be galo artimi vienas kitam. Todėl laukai $\vec{E}$ ir $\vec{H}$, $\vec{E}_1$ ir $\vec{H}_1$ ir t.t., priklauso vieno ir to pačio taško sričiai. Iš to išplaukia, kad ten, kur elektrinis laukas $\vec{E}$ yra didžiausias, magnetinis laukas $\vec{H}$ taip pat yra didžiausias tuose taškuose, kur laukas E= 0, nėra ir lauko $\vec{H}$. Iš 1.3 pav. matyti, kad laukų $\vec{E}$ ir $\vec{H}$ kryptys statmenos viena kitai ir jos yra statmenos lauko plitimo greičiui $\vec{v}$:

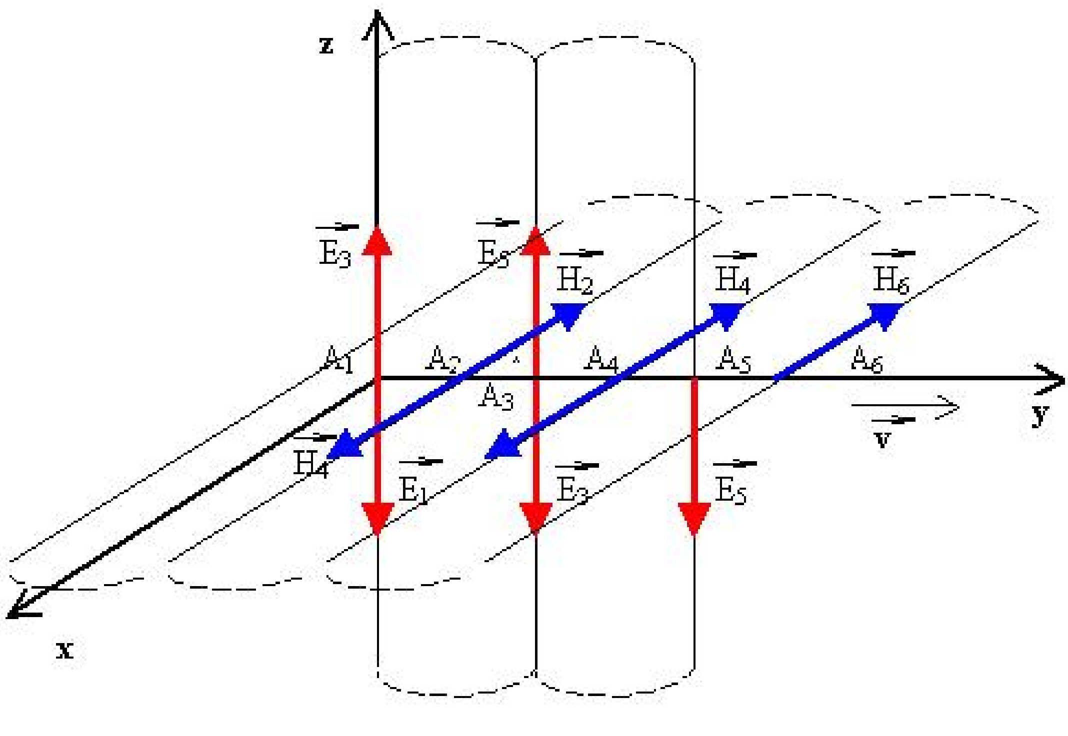
$$\vec{E} \perp \vec{H} \perp \vec{v}$$

Tie trys vektoriai surišti dešinės rankos taisykle: $\vec{v}$ sutampa su dešiniojo sraigto kryptimi, jei jo rankenėlę sukame nuo $\vec{E}$ iki $\vec{H}$, sraigto slenkamas judėjimas sutampa su $\vec{v}$ kryptimi. Mes išnagrinėjome procesus, vykstančius linijoje dešiniau nuo taško O. Akivaizdu, kad elektromagnetinis impulsas sklinda ir į kairę pusę atžvilgiu taško O, t.y. lauko impulsas plis į abi puses nuo pirminio sužadinimo vietos. Atkreipkime dėmesį, kad mūsų nagrinėjamu atveju pagrindiniai reiškiniai vyksta tarp linijos laidų ir jie mažai tepriklauso nuo laidų elektrinių savybių.

1.1.2 Laisvųjų elektromagnetinių bangų sklidimas

Mes jau žinom, kad pagrindiniai procesai, sklindant elektromagnetinių bangų impulsui laidais, vyksta tarp laidų. Nukreipiant bangas, patys laidai atlieka pagalbinį vaidmenį. Todėl šios bangos gali egzistuoti ir be dvilaidės linijos (laisvos elektromagnetinės bangos).

Laisvųjų elektromagnetinių bangų sklidimo procesą galima paaiškinti taip pat, kaip ir aukščiau minėtu atveju**.** Įsivaizduokim, kad taške A_1 (1.4 pav.) beribės nepralaidžios aplinkos viduje sukuriamas kokiu nors būdu elektrinis laukas $\vec{E}_1$. Jeigu nėra elektrinių prietaisų, palaikančių šį lauką, tai jis užges. Bet slopstantis laukas $\vec{E}_1$ sukuria gretimuose taškui A_1 taškuose magnetinį lauką. Šis magnetinis laukas aprašomas poslinkio srove, kurios vektorius $\vec{j}^*$ slopstant laukui $\vec{E}_1$ nukreiptas priešinga lauko $\vec{E}_1$ kryptimi. Poslinkio srovės magnetinio lauko jėgų linijos bus nukreiptos prieš laikrodžio rodyklę žiūrint į 1.5 pav. brėžinį iš viršaus. Tarkim, kad magnetinio lauko dydis taške A_2 yra $\vec{H}_2$**.** Kadangi aplinkoje nėra pastovių srovių, palaikančių lauką $\vec{E}_1$, tai magnetinis laukas $\vec{H}_2$ nyks ir nykimo metu atsiras taške A_3 sukurinis elektrinis laukas $\vec{E}_3$. Šio lauko jėgų linijos bus nukreiptos pagal laikrodžio rodyklę stebint 1.5 pav. brėžinį iš priekio. Sukurinis laukas $\vec{E}_3$ kompensuos pirminį lauką $\vec{E}_1$ taške A_1. Mažėjant elektriniam laukui $\vec{E}_3$**,** sukurs magnetinis laukas taške A_4. Šio lauko linijos, kaip ir lauko $\vec{H}_2$, bus nukreiptos prieš laikrodžio rodyklę. Atsiradęs taške A_4 laukas $\vec{H}_4$ sunaikins lauką $\vec{H}_2$ taške A_2. Nykstant jis iššauks sūkurinį elektrinį lauką $\vec{E}_5$, kuris sunaikins lauką $\vec{E}_3$ taške A_3, tačiau tas laukas atsiras taške A_5 ir t.t. Tokiu būdu, vietoj pirminio lauko $\vec{E}_1$ taške A_1 mes turime ir elektrinį, ir magnetinį laukus, kurie priklausys vienas nuo kito ir plis erdvėje. Taip atsiranda elektromagnetinė banga.



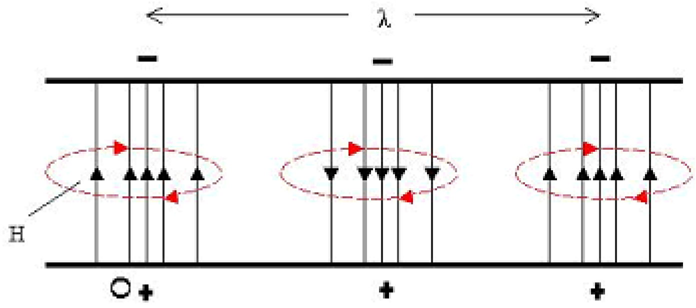
1.4 pav. Elektromagnetinio impulso sklindančio erdvėje elektrinisir magnetinis laukai.

Suprantama, visi čia paminėti taškai A_1, A_2, A_3 … yra be galo artimi vienas kitam. Tie taškai priklauso vieno ir to paties taško sričiai. Iš 1.4 pav. matom, kad $\vec{E}$ statmenas $\vec{H}$, be to abu vektoriai statmeni bangos sklidimo greičiui $\vec{v}$. Visi trys vektoriai surišti tarpusavyje dešinio sraigto taisyklė.

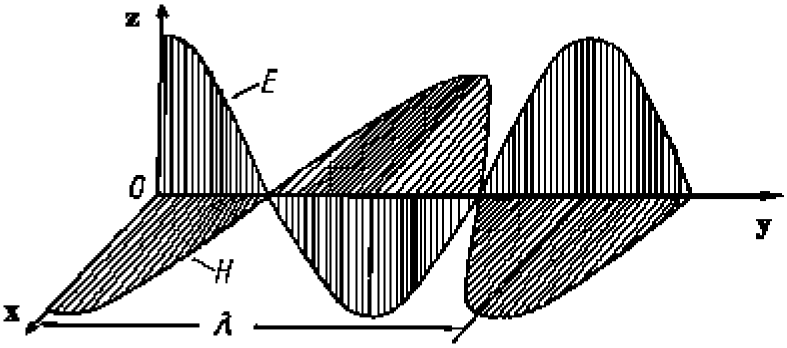
1.1.3 Elektromagnetinės bangos lygtis

Tarkim, kad linijos taške O (1.6 pav.) elektrinis laukas kinta pagal harmoninį dėsnį:

$$E = E_0 \sin(\varpi t)$$



1.5 pav. Bangos sklindančios linija elektrinis ir magnetinis laukai.



1.6 pav. Bangos elektrinio ir magnetinio laukų išsidėstymas laiko t momentu.

Elektrinis laukas plis išilgai linijos ir kokiame nors jos taške, nutolusiame atstumu y nuo taško O, taip pat atsiras harmoniniai lauko svyravimai. Laukas sklinda baigtiniu greičiu $\vec{v}$. Suprantama, kad svyravimai taške y vėluos, palyginus su svyravimais taške O impulso sklidimo laiku: $\tau = \frac{y}{v}$. Iš čia matome, kad elektrinio lauko svyravimai taške y bus:

$$E = E_0 \sin \varpi (t - \frac{y}{v}) \qquad (1.1)$$

Anksčiau pastebėjome, kad elektrinio lauko maksimumas sklindant elektromagnetiniam impulsui, sutampa su magnetinio lauko maksimumu. Todėl magnetinio lauko svyravimai taške O bus: $H = H_0 \sin \varpi t$, o taške y

$$H = H_0 \sin \varpi (t - \frac{y}{v}) \qquad (1.1\ a)$$

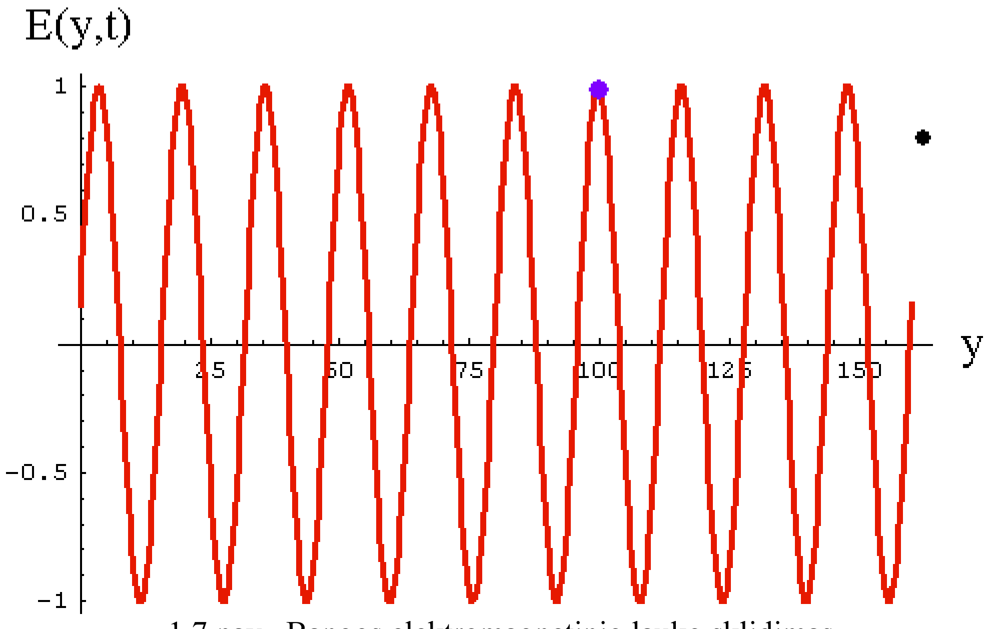
Formulės (1.1) ir (1.1a) išreiškia elektrinio ir magnetinio lauko pasikeitimus bangoje, kuri plinta viena kryptimi, būtent, teigiamos y ašies kryptimi. Tos lygtys vadinamos bangos lygtimis. Jeigu banga sklinda priešinga kryptimi (išilgai neigiamos y ašies), tai bangos lygtis bus:

$$E = E_0 \sin \varpi (t + \frac{y}{v}), \; H = H_0 \sin \varpi (t + \frac{y}{v}) \qquad (1.2)$$

Akimirksninis elektrinių ir magnetinių laukų skirstinys elektromagnetinėje bangoje pavaizduotas 1.4 pav. Duotą laiko momentą elektrinis ir magnetinis laukai pasiekia maksimumus tuose pačiuose taškuose ir tuose pačiuose taškuose pereina per nulį. Jeigu sektume laukų pasikeitimus pasirinktame sklidimo linijos taške, tai abu laukai $\vec{E}$ ir $\vec{H}$ vienu metu pasieks maksimumą ir vienu metu įgaus nulines reikšmes. Kitaip tariant- pasiskirsčiusioje elektromagnetinėje bangoje elektrinio ir magnetinio laukų svyravimų fazės sutampa. Atstumas tarp dviejų taškų, kurių svyravimų fazės skiriasi 2π (pvz., tarp dviejų gretimų maksimumų, 1.2 pav.), lygus elektromagnetinės bangos ilgiui λ. Šiuo atstumu banga pasislenka per vieną svyravimo periodą (1.6 pav.). Todėl: $\lambda = \frac{v}{t}$. Naudojantis paskutinioju sąryšiu ir žinant, kad $\omega = \frac{2\pi}{T}$, bangos lygtis (1.1) ir (1.2) galima užrašyti taip:

$$E_0 \sin 2\pi\left(\frac{t}{T} \pm \frac{y}{v}\right) = E_0 \sin(\omega t \pm ky) \qquad (1.3)$$

Čia $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ (bangos skaičius). Analogiška formule galima aprašyti ir magnetinį lauką.Anksčiau minėtose formulėse matėme, kad elektrinio ir magnetinio laukų $\vec{E}_0$ ir $\vec{H}_0$ svyravimo amplitudės pastovios, t.y. banga sklinda neslopinama. Todėl, esant elektromagnetiniai bangai, linijos laiduose atsiranda laidumo srovės (1.1 pav.). Realaus laido varža nelygi nuliui, todėl pagal Lenco ir Džaulio dėsnį, joje dalis elektromagnetinio lauko energijos virsta šiluma. Todėl, realiai elektromagnetinei bangai sklindant linijoje amplitudės $\vec{E}_0$ ir $\vec{H}_0$ palaipsniui mažės.

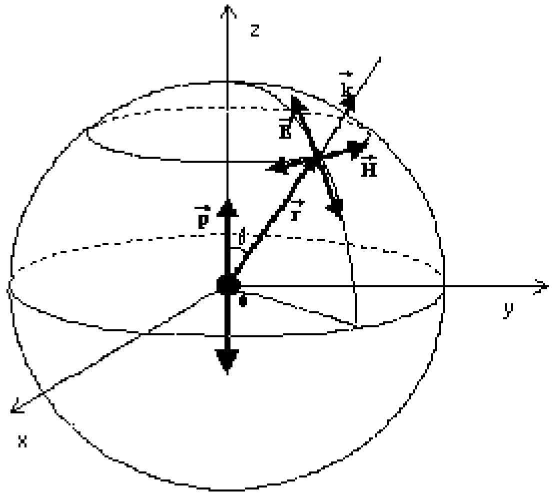


1.7 pav. Bangos elektromagnetinio lauko sklidimas

Su Mathematica programa galima sumodeliuoti plokščios elektromagnetinės bangos sklidimą, parodantį, kad bangos fazė pasislenka per bangos ilgį per vieną svyravimo periodą.
1.1. Elektromagnet.nb

1.2 Dipolio spinduliavimas

Elektromagnetines bangas sužadina laikui bėgant kintančios elektros srovės ar judantys krūviai, kurių pagreičiai nelygūs nuliui. Klasikinio atomo modelio rėmuose elektronai atome juda su pagreičiu ir jų judėjimą galima sutapatinti su tam tikro harmoninių osciliatorių derinio judėjimu. Panagrinėkime kaip elektromagnetinį lauką sukuria vienas iš šių osciliatorių.



1.8 pav. Dipolio spinduliavimas.

Tarkime, kad elektronas svyruoja nejudančio branduolio atžvilgiu dažniu ω. Tegul jis svyruoja išilgai z ašies (1.8 pav.) pagal dėsnį $\vec{l} = \vec{l}_0 e^{i\omega t}$. Šis svyravimas sukuria kintamą dipolio momentą: $\vec{p} = e\vec{l}_0 e^{i\omega t}$, kur *e* - elektrono krūvis. Dipolio harmoninis svyravimas žadina elektromagnetines bangas. Bangos sklinda į visas puses nuo dipolio greičiu c=300000 km/s. Erdvės taške, kuris nuo dipolio centro nutolęs atstumu r (r >> l_0), dipolio sukurtos sferinės elektromagnetinės bangos elektrinę dedamąją aprašome formule:

$$E = \frac{\mu_0}{4\pi r} \frac{\partial^2 p(t - \frac{r}{c})}{\partial t^2} \sin\theta \qquad (1.4)$$

čia kampas Θ nusako bangos sklidimo kryptį (1.8 pav). Bangos elektrinis vektorius $\vec{E}$ statmenas bangos sklidimo krypčiai (radius-vektoriui $\vec{r}$), jis yra išsidėstęs vienoje plokštumoje su dipoliniu momentu $\vec{p}$ ir radius-vektoriumi $\vec{r}$. Magnetinis vektorius $\vec{H}$ yra statmenas vektoriams $\vec{r}$ ir $\vec{E}$ (1.8 pav.). Jo reikšmė $H = \sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E$. Dipolio momento antroji išvestinė

$$\frac{\partial^2 p\left(t - \frac{r}{c}\right)}{\partial t^2} = -\omega^2 p_0 e^{i(\omega t - kr)},$$

čia $k = \frac{2\pi}{\lambda}$ - bangos vektorius. Lauko vektorių $\vec{E}$ ir $\vec{H}$ reikšmės erdvės taške nutolusiame nuo dipolio atstumu r laiko momentu t priklauso nuo dipolio momento antrosios išvestinės reikšmės laiku *t - Δ t*, kur $\Delta t = \frac{r}{c}$ - laikas, per kurį šviesa prabėga atstumą *r*. Dabar bangos elektrinio lauko dedamąją (1.4) užrašysime šitaip:

$$E = \frac{\mu_0 \omega^2 p_0}{4\pi r} e^{i(\omega t - kr)} \sin\theta \qquad (1.5)$$

Bangos intensyvumas $I = \mathrm{Re}(\sqrt{\frac{\varepsilon_0}{\mu_0}} E^2)$. Pasinaudoję (1.5) ir sąryšiu $c = \frac{1}{\sqrt{\varepsilon_0 \mu_0}}$ gauname akimirkinio intensyvumo išraišką:

$$I(t, r, \theta) = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{16\pi^2 cr^2} Sin^2\theta Cos^2(\omega t - kr) \qquad (1.6)$$

Kadangi šviesos dažnis yra pakankamai didelis, tai visi prietaisai registruoja ne momentinį, o suvidurkintą laiko atžvilgiu signalą. Todėl toliau nagrinėsime suvidurkintą šviesos intensyvumą. Kadangi $\overline{Cos^2 \omega t} = \frac{1}{2}$, šviesos sklindančios $\vec{r}$ kryptimi vidutinis intensyvumas yra

$$I(r, \theta) = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{32\pi^2 cr^2} Sin^2\theta \qquad (1.7)$$

Iš (1.7) gaunm, kad:

1. Išilgai dipolio svyravimo ašies (kampas **q** = 0) dipolis nespinduliuoja.
2. Didžiausio intensyvumo bangas dipolis spinduliuoja statmenomis dipolio svyravimo atžvilgiu kryptimis $(\theta = \frac{\pi}{2})$

Dipolio spinduliuojamos šviesos srautą (šviesos srautas $\Phi_0 = \frac{dW_S}{dt}$, dW_S - dipolio spinduliuojamos šviesos energija per laiką dt) gauname suintegravę (1.7) pagal radiuso r sferinį paviršių, kurio centre yra dipolis

$$\Phi_0 = \int I(r, \theta) d\sigma \qquad (1.8)$$

Sferinio paviršiaus elemento plotas $d\sigma = r^2 Sin\theta d\theta d\varphi$. Suintegravęs (1.8) gauname:

$$\Phi_0 = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{32\pi^2 c} \int_0^{2\pi} dl\varphi \int_0^{\pi} Sin^3\theta dl\theta = \frac{\mu_0 \omega^4 p_0^2}{12\pi c} \qquad (1.9)$$

Todėl galima daryti išvadą, kad elektronui harmoningai svyruojant sklinda monochromatinė banga, kurios intensyvumas proporcingas ω^4. Osciliatorius spinduliuodamas šviesą, per laiką dt praranda $\Phi_0 dt$ energijos. Pilna osciliatoriaus energija yra lygi

$$W = W_p + W_k = \frac{\alpha l^2}{2} + \frac{m\dot{r}^2}{2},$$

kur **a**- tamprumo koeficientas, o $\dot{r}$ - svyruojančio elektrono greitis. Kadangi dipolio vidutinė kinetinė energija yra lygi vidutiniei potencinei energijai:

$\overline{\frac{\alpha l^2}{2}} = \overline{\frac{m\dot{r}^2}{2}}$, tai suvidurkinus W pagal svyravimo periodą, gauname :

$$\overline{W} = \overline{al^2} = \overline{m\dot{r}^2} = \frac{m\omega^2}{2e^2} p_0^2,$$

kur $p_0 = ql_0$. Dipoliui spinduliuojant, jo energija laikui bėgant mažėja. Mažėjant energijai, mažėja ir svyravimo amplitudė. Spinduliuojančio dipolio energija per laiką dt sumažėja dydžiu $d\overline{W} = -dW_S$, todėl

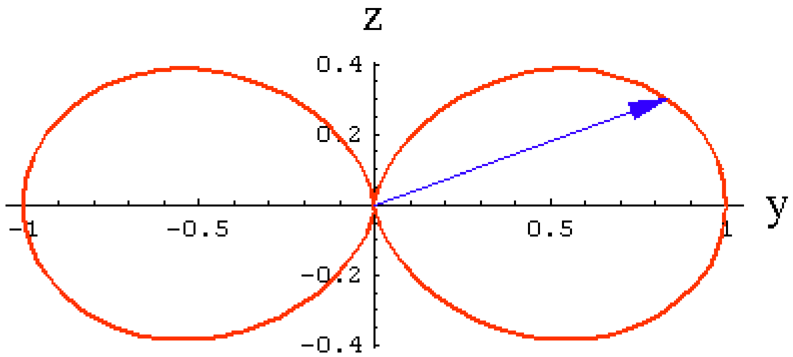
$$\frac{d\overline{W}}{dt} = -\frac{\mu_0 \omega^4}{12\pi c} p_0^2 = -\frac{\mu_0 \omega^2 e^2}{6\pi mc} \overline{W} \qquad (1.10)$$

Iš čia gaunam, kad

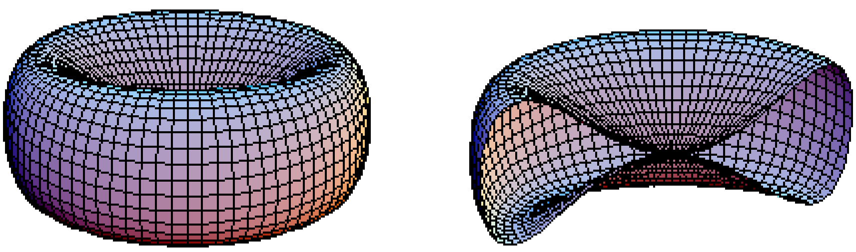
$\frac{d\overline{W}}{dt} = -\gamma dt$, kur $\gamma = \frac{\mu_0 \omega^2 e^2}{6\pi mc}$. Suintegravę paskutiniąją išraišką, gauname:

$$\overline{W} = \overline{W}_0 e^{-\gamma t} \tag{1.11}$$

kur $\overline{W}_0$ - osciliatoriaus energija, kai laikas t=0. Iš čia, per laiko tarpą $\Delta t = \frac{1}{\gamma} = \tau$ osciliatoriaus energija sumažėja *e* kartų. Todėl **t** vadinamas *osciliatoriaus gyvavimo trukme.*
Skaičiavimai rodo, kad osciliatorius išspinduliuoja energiją per pakankamai trumpą laiko tarpą: $\tau = 10^{-8} s$. Sklindančios bangos intensyvumas I (r, **q**) proporcingas $\sin^2\theta$, čia **q**- kampas tarp dipolio svyravimo ir bangos sklidimo krypčių. $\sin^2\theta$ grafikas polinėje koordinačių sistemoje parodo dipolio siunčiamų bangų intensyvumo pasiskirstymą pagal kryptį. Tiesės, nubrėžtos nuo grafiko koordinačių pradžios iki susikirtimo su grafiko kreive, ilgis proporcingas šviesos intensyvumui.

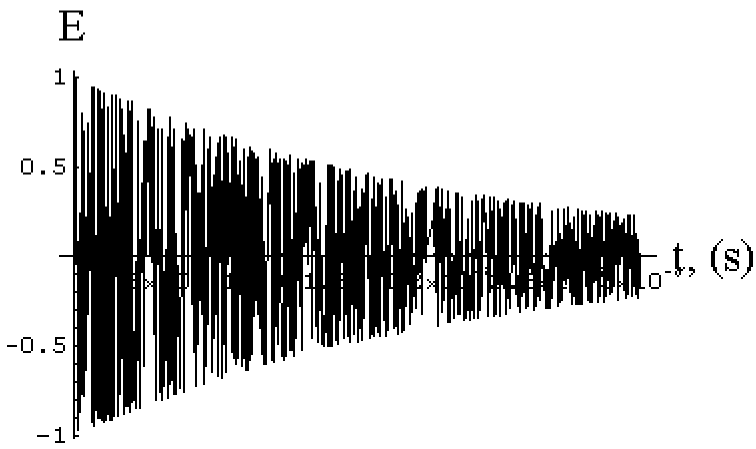


1.9 pav. Dipolio spinduliavimo diagrama.



1.10 pav. Erdvinė dipolio spinduliavimo diagrama ir jos pjūvis plokštuma lygiagrečia z ašiai.

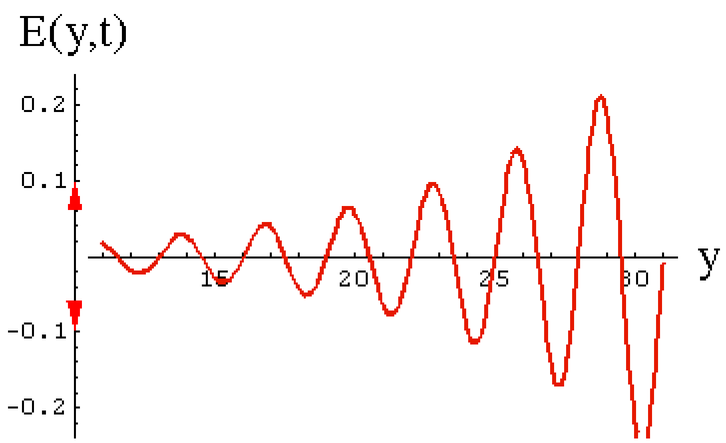
Dipolio spinduliavimo dvimates ir trimates diagramas patogu braižyti programoje 2.1. Elektromagnet.nb
Slopstan/io dipolio šviesos amplitudės priklausomybė nuo laiko:



1.11 pav. Bangų voros elektrinio lauko stiprio kitimas laikui bėgant.

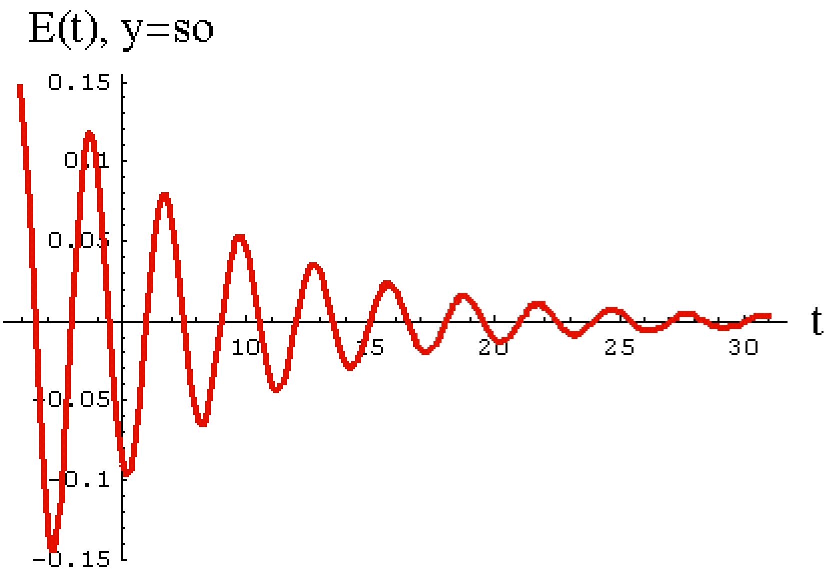
1.11 pav. parodytas elektrinio lauko stiprio kitimas erdvės taške, prabėgant pro jį bangų vorai. Šiame taške stebimas nelygus nuliui voros laukas per laiko tarpą apytiksliai lygų osciliatoriaus gyvavimo trukmei **t**. Per šį laiką elektrinis laukas erdvės taške suspėja atlikti $N = \frac{\tau\omega}{2\pi}$ pilnų virpesių. Brėžinyje 1.11 pav. daromas pastangas pavaizduoti apie N $=10^6$ virpesių. Dažna reali grafikų braižymo programa šios užduoties atlikti nepajėgia. Čia panaudota ***Mathematica*4 Plot** programa braižant sujungia taškus tarp kurių laiko tarpas žymiai didesnis elektrinio laiko svyravimo periodo $T = \frac{2\pi}{\omega} = 10^{-15} s$. Todėl 1.11 pav. atspindi tik bendrą lauko kitimo tendenciją. 2.2.Elektromagnet.nb

Galima grafiškai pavaizduoti sklindančių bangų vorų elektrinio laiko kitimą erdvėje ir laike, akcentuojant tik vykstančių procesų kokybinę pusę 2.3.Elektromagnet.nb



1.12 pav. Dipolio spinduliuojamų bangų vorų sklidimas.

Sklindant bangų vorai y ašies taškuose elektrinis laukas slopsta. Viename iš ašies taškų elektrinio lauko kitimas parodytas 1.13 pav.



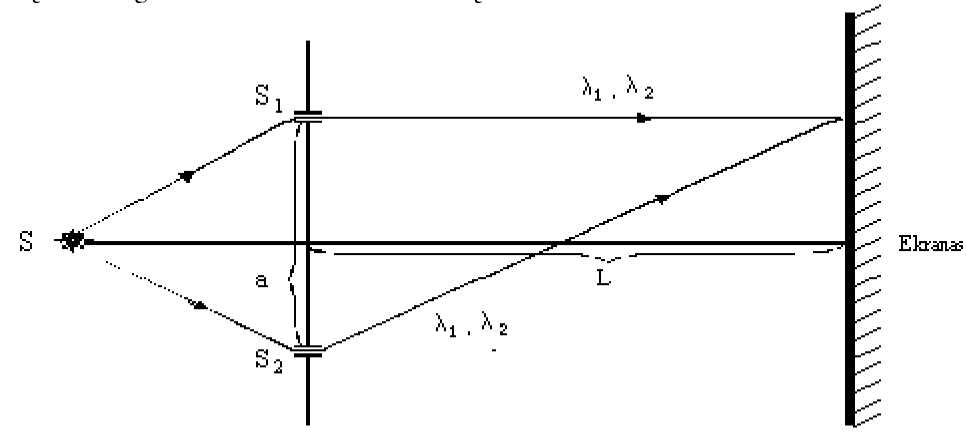
1.13 pav. Bangų voros elektrinio lauko priklausomybė nuo t ašies taške y =s_0.

2 Bangų interferencija

2.1 Kvazimonochromatinių bangų intenferencija

Labai didelę įtaką interferenciniam vaizdui turi šviesos monochromatiškumas. Kvazimonochromatinė šviesa, tai bangų rinkinys, kurių bangų ilgių skirtumas yra labai mažas. Kuo mažesnis bangų ilgių skirtumas, tuo šviesa monochromatiškesnė, o jeigu šviesa yra tik vieno bangos ilgio, tai ji vadinama monochromatine. Monochromatinėje šviesoje galime stebėti labai aiškų interferencinį vaizdą, kurio matomumo funkcija (toliau matomumas) yra maksimali, tai yra lygi vienetui. Šiame skyrelyje išnagrinėsime interferencinio vaizdo priklausomybės ypatumus nuo šviesos monochromatiškumo.

Sakykime, kad turime koherentinius šviesos šaltinius, kurių skleidžiamos šviesos bangų ilgiai yra λ_1 ir λ_2. 2.1 pav. pavaizduoti S_1 ir S_2 koherentiniai šaltiniai, a- atstumas tarp koherentinių šaltinių, L - atstumas nuo šaltinių iki ekrano

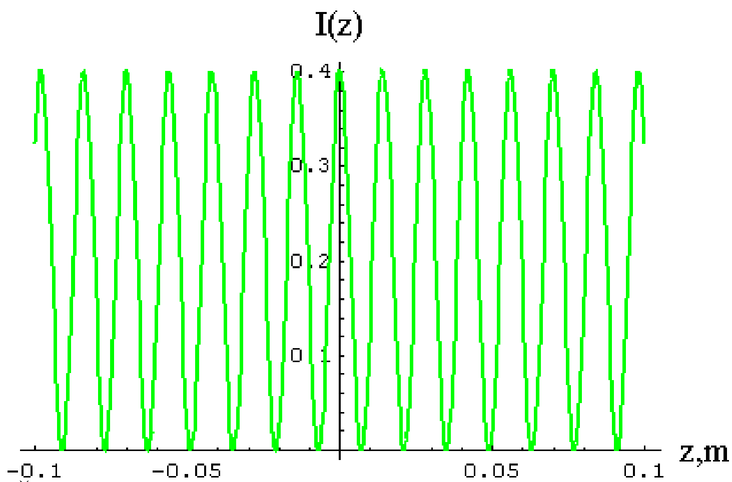


2.1 pav. Interferencinė schema.

Kai monochromatinių šaltinių siunčiamos šviesos intensyvumai vienodi, interferuojančios šviesos intensyvumo priklausomybė nuo spindulių eigos skirtumo **D** stebėjimo taške aprašoma formule:

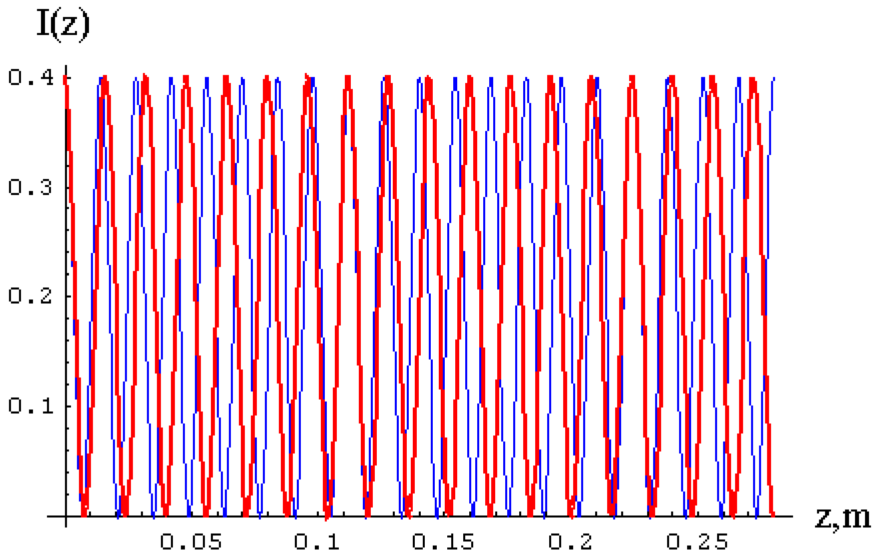
$$I(\Delta) = 2I_1(1 + \cos(k_1\Delta))$$

Tolstant nuo ekrano centro spindulių eigos skirtumas didėja. Ekrano taške nutolusiam atstumu z nuo ekrano centro $\Delta = \dfrac{za}{L}$.



2.2 pav. Šviesos intensyvumo skirstinys ekrano plokštumoje, kai šaltinis spinduliuoja bangos ilgio λ_1 šviesą.

Bangos ilgio λ_2 šviesos interferencinis vaizdas bus panašus. Žemiau pamatysime abu skirstinius viename grafike. Šiame grafike galima pastebėti kaip išsidėsto šių dviejų bangų šviesos interferenciniai vaizdai augant ***D***. Čia matome, kad didėjant eigai ***D***, skirtingų bangų ilgių šviesos intensyvumo minimumai ir maksimumai vis labiau nesutampa ir šis nesutapimas priklauso nuo bangų ilgio skirtumo - kuo skirtumas didesnis, tuo sparčiau tolstant nuo ekrano centro (didėjant ***D***) auga šviesos intensyvumo maksimumų ir minimumų nesutapimas.



2.3 pav. Dviejų šaltinių, spinduliuojančių λ_1 ir λ_2 šviesą, sukuriamas interferencinis vaizdas ekrane: a) bangos ilgio λ_1 šviesos - mėlyna kreivė; b) bangos ilgio λ_2 šviesos - raudona kreivė.

Intensyvumo skirstinius galima sumodeliuoti programa 1.1. Inter.nb

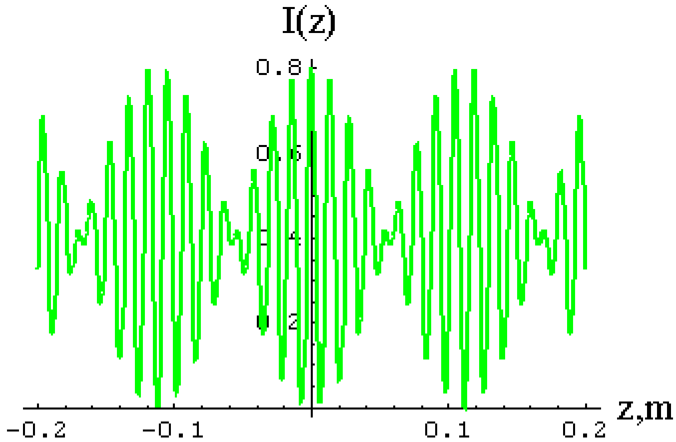
Kai šaltinis spinduliuoja dviejų artimų ilgių bangas λ_1 ir λ_2 , tai interferuojant šių bangų šviesai gausime sudėtingesnį interferencinį vaizdą. Pilnasis intensyvumas užsiklojant dviems interferenciniams vaizdams randamas pagal formulę:

$$I(\Delta) = I_1(\Delta) + I_2(\Delta) = 2I_{11}(1 + (Cosk_1\Delta)) + 2I_{21}(1 + (Cosk_2\Delta))$$

Tarkime, kad abiejų bangos ilgių šviesos intensyvumai yra vienodi. Tada $I_{11} = I_{12} = I_{12} = I_1$ ir aukčiau užrašyta formulė transformuojasi į

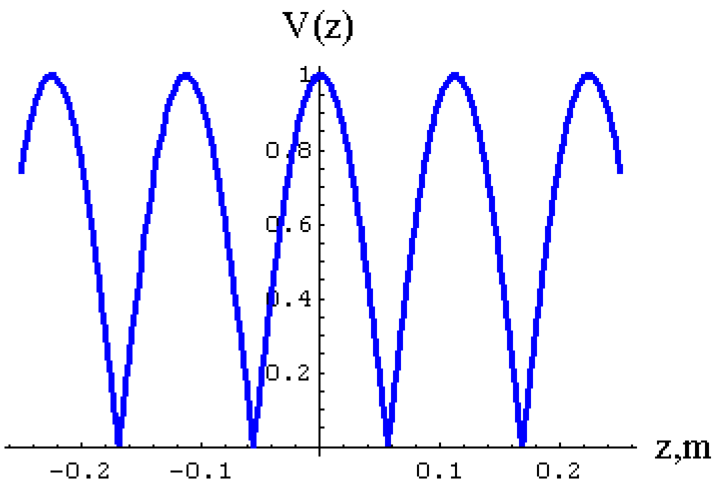
$$I(\Delta) = 4I_1[I + \cos(\frac{\delta k\Delta}{2})\cos(k\Delta)]$$

o $\delta k = \frac{k_1 - k_2}{2}$. Kitame grafike bus parodyta šviesos intensyvumo priklausomybė nuo eigos skirtumo Δ, kai **d**k<<k. Atstumas tarp gretimų interferencinių juostų ir toliau nustatomas daugikliu *cos(kΔ),* o tai atitinka $\delta\Delta = \lambda$. Kitas daugiklis, $\cos\left(\frac{\delta k\Delta}{2}\right)$, keičiasi palaipsniui išlikdamas beveik pastovus daugeliui interferencinių juostų plotyje, nes ***d****k*<<*k*. Tose ekrano vietose, kur $\frac{\delta k\Delta}{2}$ priartėja prie $\frac{\pi}{2}$, interferencinio vaizdo kontrastiškumas mažėja. Gretimų maksimumų ir minimumų intensyvumų skirtumas sumažėja iki nulio, kai $\frac{\delta k\Delta}{2} = \frac{\pi}{2}$, tuomet juostos dingsta tolygaus apšviestumo fone. Dviejų artimo ilgio bangų interferencinį vaizdą galima pavaizduoti pasinaudojus 1.2. Inter.nb



2.4 pav. Koherentinių šaltinių, spinduliuojančių dviejų artimų ilgių bangas λ_1 ir λ_2, interferencinis vaizdas ekrane.

Interferencinių juostų ryškumui charakterizuoti Maikelsonas *(A.A.Michelson)* įvedė vaizdo matomumo funkciją: $V = \frac{(I_{max} - I_{min})}{(I_{max} + I_{min})}$. Matomumas turi maksimalią vertę lygią vienetui, ir taip būna, kai $I_{min} = 0$. Interferuojant dviems artimų bangos ilgio bangoms interferencinio vaizdo matomumas aprašomas formule: $V(\Delta) = \left|\cos \delta k \frac{\Delta}{2}\right|$. Matomumo vertė maksimali arti nulinės eilės juostos, kur apšviestumas minimumuose artimas 0. Didėjant eigos skirtumui, matomumas mažėja ir virsta nuliu, kai $\frac{\delta k \Delta}{2} = \frac{\pi}{2}$ t.y. $z = \frac{\lambda^2}{2\delta\lambda}$. Šiuo atveju vienos bangos linijos šviesi juosta užsikloja kitos bangos tamsia juosta.Toliau didėjant eigos skirtumui matomumas didėja ir kai $\Delta = \frac{\lambda^2}{\delta\lambda}$ jis vėl lygus vienetui. Tokiu būdu matomumo kitimo intervalas apima $\Delta N = \frac{\lambda}{\delta\lambda} = \frac{\omega}{\delta\omega}$ interferencinių juostų.



2.5 pav. Koherentinių šaltinių, spinduliuojančių dviejų artimų ilgių bangas λ_1 ir λ_2, interferencinio vaizdo matomumo funkcija.

Norint kiekybiškai ištirti šviesos šaltinio monochromatiškumo įtaką interferenciniams reiškiniams, reikia rasti, kaip juostų matomumo kreivė priklauso nuo šaltinio intensyvumo spektrinio pasiskirstymo. Tarkime, kad šį pasiskirstymą charakterizuoja tam tikra funkcija *j(k)* taip, kad *j(k)dk* - interferuojančių spindulių intensyvumas bangų skaičiaus intervale *(k,k+dk)*. Intensyvumo pasiskirstymas interferenciniame vaizde apskaičiuojamas iš formulės: $I(\Delta) = 2I_0[1 + Cos(k\Delta)]$, pakeičiant I_0 į j(k)dk, o pilnutinis intensyvumas gaunamas sumuojant visame spektre $I(\Delta) = 2\int j(k)(1 + Cos(k\Delta))dk$. Siauros spektrinės juostos *j(k)* greitai nyksta, tolstant nuo spektrinės juostos linijos centro. Skaičiuojant *I(**D**)* patogu įvesti kitą kintamąjį $\kappa = k - k_0$, čia k_0 - spektrinės linijos centro bangos skaičius. Tada gauname, kad

$$I(\Delta) = 2\int j(\kappa)d\kappa + 2Cos(k_0\Delta)\int j(\kappa)Cos(\kappa\Delta)d\kappa - 2Sin(k_0\Delta)\int j(\kappa)Sin(\kappa\Delta)d\kappa$$

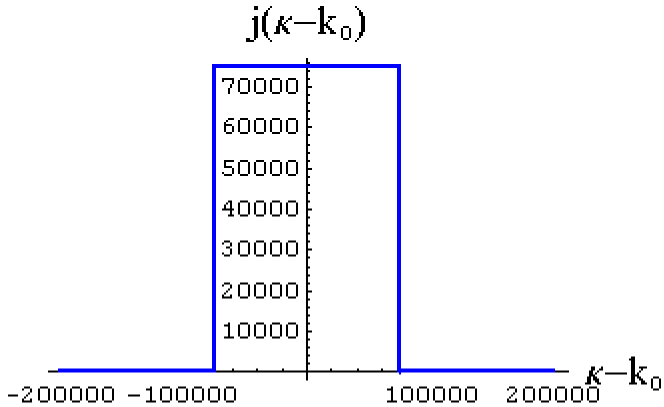
Laikysime, kad spetrinės linijos kontūras simetriškas centro atžvilgiu, tai yra j(**k**) - lyginė funkcija pagal **k**. Tada paskutinis formulės integralas lygus nuliui, antras integralas, kaip funkciją nuo **D**, kinta lėtai lyginant su greit osciliuojančiu daugikliu $Cos(k_0\Delta)$, nes siaurai spektrinei linijai j(**k**) yra visur lygi nuliui, išskyrus siaurą plotelį apie centrą. Įvedus pažymėjimus:

$$I = \int j(\kappa)d\kappa \text{ ir } C(\Delta) = \frac{\int j(\kappa)Cos(\kappa\Delta)d\kappa}{I}$$

gauname $I(\Delta) = 2I[1 + C(\Delta)Cos(k_0\Delta)]$. Atsižvelgiant į lėtą $C(\Delta)$ kitimą, galima laikyti, kad *I(**D**)* ekstremumai bus stebimi, kai $\cos(k_0\Delta) = \pm 1$, todėl $I_{ekstr} = 2I[1 \pm C(\Delta)]$. Iš čia seka, kad vaizdo matomumo funkcijos priklausomybė nuo eigos skirtumo Δ išreiškiama formule: $V = |C(\Delta)|$. Paskutiniąją formulę išreikšime:

$$V = \left| \frac{\int j(\kappa)Cos(\kappa\Delta)d\kappa}{\int j(\kappa)d\kappa} \right|$$

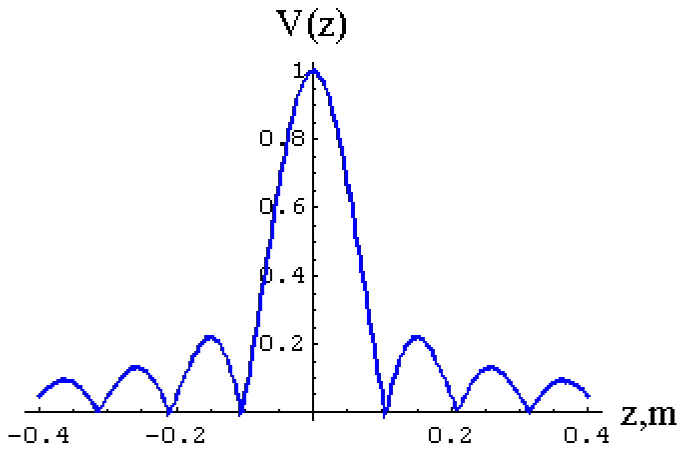
Kai spektrinio tankio kontūras yra stačiakampis (2.6 pav.), tai yra šviesa tolygiai pasiskirsčiusi intervale δk arti k_0 funkcija *j(**k**)* =const. prie *-**d**k/2<**k**<**d**k/2*, ir *j(**k**)=0* nepriklauso šiam intervalui.



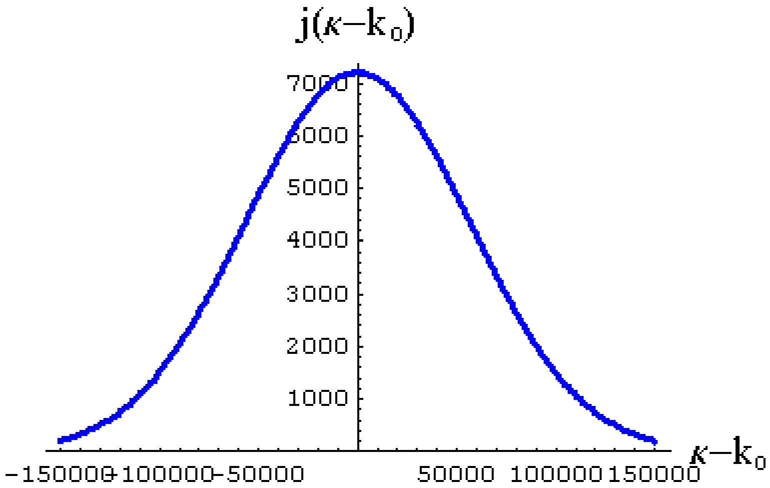
2.6 pav. Šviesos tolygaus spektrinio skirstinio pavyzdys.

Tada
$$C(\Delta) = \frac{1}{\delta k}\delta \int_{-\frac{\delta k}{2}}^{\frac{\delta k}{2}} Cos(\kappa\Delta)d\kappa = \frac{Sin(\delta k\frac{\Delta}{2})}{\delta k\frac{\Delta}{2}}.$$

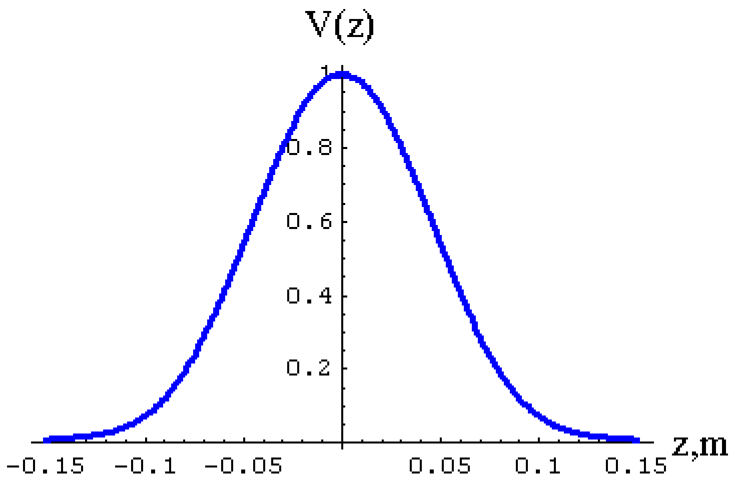
Interferencinių juostų matomumas nustatomas šios funkcijos moduliu. Matomumo funkcijos kreivė atitinkanti tolygų skirstinį spektriniame **d**k intervale, bus pavaizduota žemiau esančiame grafike (2.7 pav.). Kai z = 0, matomumas didžiausias ir *V=1*. Didinant **D**, juostų matomumas mažėja ir esant **D**= 2**p**/**d**k =$\lambda^2/\delta\lambda$ tampa lygus nuliui. Toliau didėjant **D**, interferencinės juostos vėl atsiranda, nors jų matomumas jau nebėra toks didelis, ir kuo toliau, tuo jis mažėja. 1.3. Inter.nb



2.7 pav. Tolygaus spektrinio šviesos skirstinio interferencinio vaizdo matomumo funkcija. Apkaičiuojant V(z), pasinauduojame sąryšių **D**=za/L.



2.8 pav. Šviesos pluoštelio Gauso spektrinio skirstinio pavyzdys.



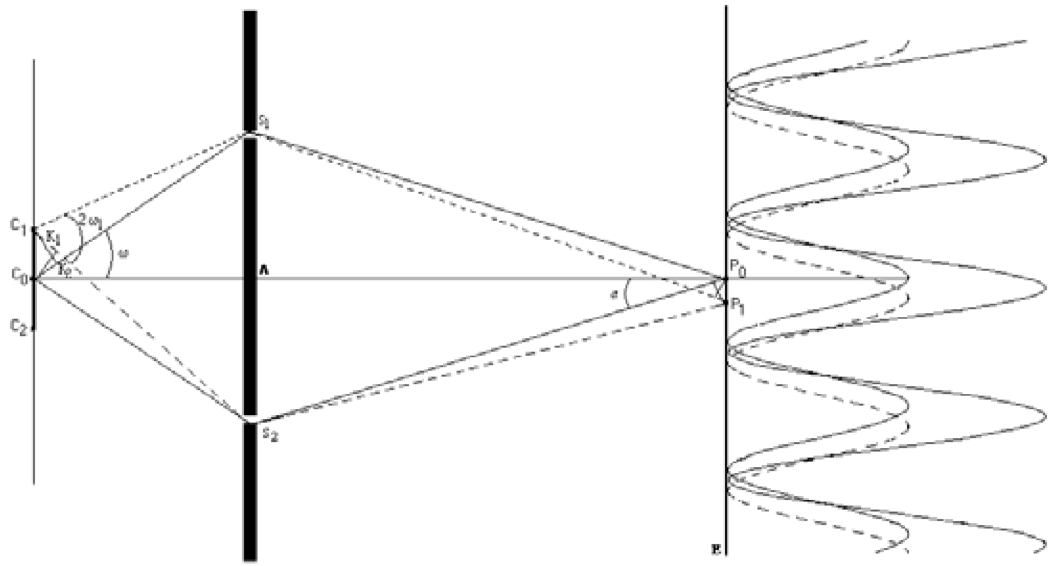
2.9 pav. Šviesos pluoštelio Gauso spektrinio skirstinio interferencinio vaizdo matomumo funkcija.

2.2 Šaltinio dydžio įtaka interferenciniam vaizdui

Visi šviesos šaltiniai yra baigtinio dydžio. Šviesos šaltinio didinimas mažina interferencinių juostų matomumą iki tol, kol interferencinės juostos visiškai išnyksta.

Paimkime ištęstą monochromatinį šviesos šaltinį, kuris sudarytas iš daugybės nekoherentinių „taškinių" šviesos elementų. Tokie šaltinio spinduliai, praėję interferencinę schemą, ekrano taške duos suminį intensyvumą nuo visų šviesą spinduliuojančio šaltinio elementų. Panašią situaciją turime keičiant plyšio dydį. Didinant plyšio plotį, interferencinės juostos pasidaro išplaukusios arba visiškai pranyksta. Jei šviesos šaltinio dydis daug mažesnis už šviesos bangos ilgį, tai interferencinis vaizdas bus labai ryškus, nes interferuojančių spindulių kelių skirtumas, ateinančių iš bet kurio šviesos šaltinio elemento į kokį nors ekrano tašką, bus toks pat. Tačiau realiai visi šviesos šaltiniai yra didesni už skleidžiamos bangos ilgį, todėl interferencinis vaizdas gaunamos nuo skirtingų šviesos šaltinio elementų yra pasislinkęs vienas kito atžvilgiu. Tokiu atveju interferencinės juostos yra daugiau ar mažiau išsiliejusios.

Panagrinėkime paprasčiausią atvejį, kai šviesos šaltinis sudeda tik iš dviejų nekoherentinių šviesos šaltinių C_1 ir C_0, kurie nutolę vienas nuo kito nedideliu atstumu b (2.10 pav.). Bangos ilgio λ monochromatinė šviesa nuo šitų šaltinių patenka į neskaidrų ekraną, kuriame įtaisyti atstumu $2a$ vienas nuo kito du lygiagretūs plyšiai (Jungo interferencinė schema). Antriniai spinduliai iš plyšių S_1 ir S_2 persiklojant ekrane E, interferuoja. Atstumą tarp šaltinių ir plyšių pažymėkime l, o tarp plyšių ir ekrano – L. Tarkime, kad $b<<l$ ir $2a<<L$, o plyšių pločiai $\delta S<<\lambda$.



2.10. pav.

Kelių skirtumas tarp spindulių išėjusių iš šaltinio C_1 plyšių S_1 ir S_2 taškuose

$$\Delta r_1 = C_1S_2 - C_1S_1 = (C_1S_2 - C_0S_2) - (C_1S_1 - C_0S_1), \qquad (2.1)$$

Užrašant (2.1), pasinaudojome sąlyga: $C_0S_1 = C_0S_2$.

Kadangi $b<<l$, atkarpos C_1S_2 ir C_0S_2 yra tarpusavyje beveik lygiagrečios.Tą patį galima tvirtinti ir dėl atkarpų C_1S_1 ir C_0S_1.

Todėl $C_1S_2 - C_0S_2 = C_0K_1 = b \sin \omega$, $C_1S_2 - C_0S_2 = - C_1K_0 = - b \sin \omega$

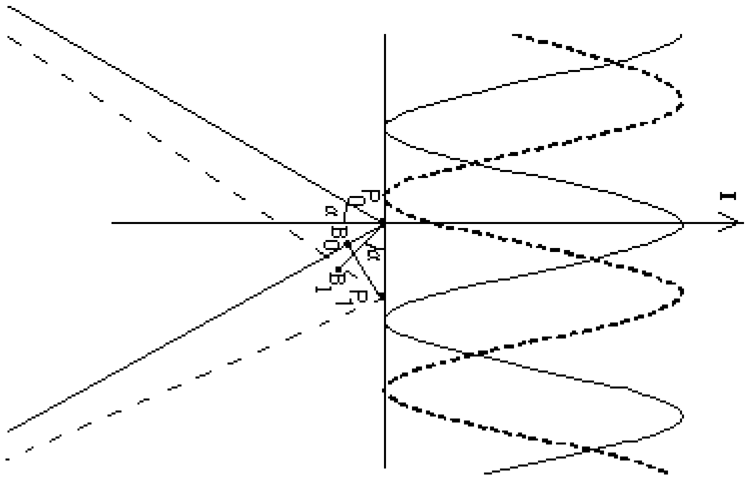
ir $$\Delta r_1 = 2\, b \sin \omega. \qquad (2.2)$$

Plyšiai S_1 ir S_2 apšviečiami tuo pačiu bangos frontų tampa koherentiniais šaltiniais. Tarp antrinių spindulių išėjusių iš skirtingų plyšių ekrano taške P susidarys papildomas kelių skirtumas. Kadangi plyšių pločiai yra maži, tai tarp iš bet kurių plyšių taškų išėjusių antrinių spindulių ekrano taško P_1 šis kelių skirtumas Δr_2 bus:

$$\Delta r_2 = S_1P_1 - S_2P_1 = (S_1P_1 - S_1P_0) - (SP_1 - S_2P_0), \qquad (2.3)$$

Čia analogiškai (1), buvo pasinaudota sąlyga: $S_1P_0 = S_2P_0$.

Kadangi $a << L$, atkarpos S_1P_0 ir S_1P_1 yra tarpusavyje beveik lygiagrečios (2.10a. pav.). Analogiškai, S_2P_0 yra beveik lygiagreti atkarpai S_2P_1. Iš čia seka, kad $S_1P_1 - S_1P_0 = B_1P_1 = P_0P_1 \sin\alpha$, ir $S_2P_0 - S_2P_1 = B_0P_0 = P_0P_1 \sin\alpha$



2.10a. pav.

Iš trikampio AS_2P_0 seka, kad $\sin\alpha \approx tg\,\alpha = a / L = \lambda / (2H)$, kur H interferencinio vaizdo ruožo plotis ekrane. Dabar išraiška (2.3) užrašysime šitaip:

$$\Delta r_2 = 2\, P_0P_1\, \lambda / (2H). \qquad (2.4)$$

Taškinio šaltinio C_1 spindulių, praėjusių per Jungo interferencinės schemos skirtingus plyšius, kelių skirtumas Δr ekrano taške P_1 bus:

$$\Delta r = \Delta r_1 - \Delta r_2 = 2\, b \sin\omega - 2\, P_0P_1\, \lambda / (2H). \qquad (2.5)$$

Šių kelių skirtumas Δr apsprendžia ar šviesos šaltinio C_1 spindulių sueinančių į tašką P_1 intensyvumas bus minimalus, maksimalus ar tarpinis. Centrinio maksimumą padėtį rasime iš sąlygos $\Delta r = 0$.

Iš čia gauname, kad $$b \sin\omega = P_0P_1\, \lambda / (2H), \qquad (2.6)$$

čia P_0P_1 parodo interferencinio vaizdo spindulių išėjusių iš šaltinio C_1 poslinkį atžvilgių interferencinio vaizdo spindulių išėjusių iš šaltinio C_0. Tai iš šių dviejų šaltinių sklindančių spindulių kelių skirtumas išreiškia interferencinių vaizdų pasislinkimą vieno kito atžvilgiu.

Panagrinėsime intensyvumo pasiskirstymą ekrane. Kuriam nors ekrano taške P šviesos intensyvumas nuo dviejų nekoherentinių šaltinių yra lygus:

$$I = I_{C1} + I_{C0} = 2\, I_a\, (1 + \cos k\Delta_{C1}) + 2\, I_a\, (1 + \cos k\Delta_{C0}), \qquad (2.7)$$

kur $k=2\pi/\lambda$, $I_{C1} = 2\, I_a\, (1+\cos k\Delta_{C1})$ ir $I_{C0} = 2\, I_a\, (1+\cos k\Delta_{C0})$, I_{C1} ir I_{C0} - šviesos intensyvumai taške P spindulių iš šaltinių C_1 ir C_0. Δ_{C1} ir Δ_{C0} - kelių skirtumas tarp spindulių iš C_1 ir C_0 praėjusius pro skirtingus plyšius. Užrašant šias išraiškas, padaryta prielaida, kad iš kiekvieno šaltinio pro plyšį praeina vienodas šviesos intensyvumas I_a. Atlikus elementarius algebrinius pertvarkymus, išraišką (2.7) užrašysime šitaip:

$$I = 4I_a\{1+\cos[k(\Delta_{C1}-\Delta_{C0})/2]\cos[[k(\Delta_{C1}+\Delta_{C0})/2]]\}. \qquad (2.8)$$

Slenkant taškui P nuo ekrano centro (taškas P_0) išraiškos (2.8) daugiklis $\cos[k(\Delta_{C1}+\Delta_{C0})/2]$ greit osciliuoja, atvaizduojant intensyvumo pokytį interferencinėse juostose. Šviesios ir tamsios juostos atsiranda taškuose, kur $\cos[k(\Delta_{C1}+\Delta_{C0})/2] = \pm 1$. Šviesos intensyvumas ekstremumuose bus lygus:

$$I_{ekstr} = 4I_a\{1 \pm |\cos[k(\Delta_{C1}-\Delta_{C0})/2]|\}. \qquad (2.9)$$

Pasinaudojus (2.9) užrašysime interferencinių juostų matomumo funkciją

$$V = |\cos[k(\Delta_{C1}-\Delta_{C0})/2]| \qquad (2.10)$$

Kelių skirtumai Δ_{C1} ir Δ_{C0} ekrano taške esančiame ekrano viršutinėje dalyje ir nutolusiame nuo ekrano centro (taškas P_0) atstumu z yra:

$$\Delta_{C1} = 2\, b \sin\omega + 2\, z\, a / L, \quad \Delta_{C0} = 2\, z\, a / L. \qquad (2.11)$$

Iš čia interferencinio vaizdo ekrane matomumo funkcija bus lygi:

$$V = |\cos(k\, b\, a / l)|. \qquad (2.12)$$

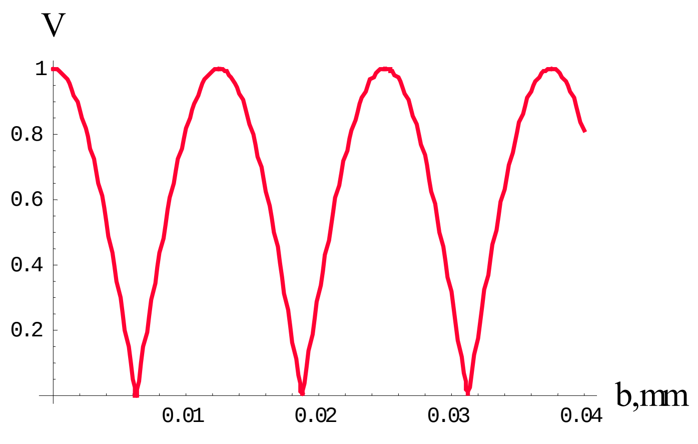
Tarkime, kad abudu šaltiniai yra išsidėstę simetriškai atstumu b atžvilgiu Jungo schemos simetrijos ašies(taškai C_1 ir C_2, 2.10a. pav.). Šio atveju

$$\Delta_{C1} = 2\, b \sin\omega + 2\, z\, a / L, \quad \Delta_{C2} = -2\, b \sin\omega + 2\, z\, a / L$$

ir

$$V = |\cos(2\, b\, k\, a / l)|, \qquad (2.13)$$

kur $2b$ – atstumas tarp šaltinių C_1 ir C_2.
2.11. pav. pabraižytas interferencinio vaizdo matomumo funkcijos priklausomybė nuo b.



2.11. pav. Dviejų taškinių šaltinių interferencinio vaizdo matomumo funkcijos priklausomybė nuo b

2.11. pav. parodytas atvejis kai šaltiniai C_1 ir C_2 atžvilgių interferencinės schemos simetrijos ašies yra išsidėstę simetriškai (2.13). Skaičiavimai atlikti panaudojus šios parametrų reikšmes: *λ=0.5 mm; l=200 mm; a=2 mm;* Esant parametrų kitoms reikšmėms matomumo funkcijos kreivę galima gauti skaičiavimo programos 2.1.Inter.nb pagalba.

Matomumo funkcijos kreivė yra periodinė atžvilgiu *b*. Dydžiui *b* didėjant šaltinis C_1 slenka į viršiu o C_2 į apačia atžvilgiu taško C_0. Kartu slenka jų interferenciniai vaizdai ekrane. Kai šaltinio interferencinio vaizdo centrinis maksimumas paslenka dydžiu *H/4* atžvilgiu ekrano centro, tai abiejų šaltinių interferenciniai vaizdai bus pastumti vienas atžvilgiu kito per pusę juostos ir suminio vaizdo interferencinės juostos pranyksta(visų ekrano taškų apšviestumas bus vienodas). Toliau didėjant atstumui *b* interferencinis vaizdas ekrane vėl atsiranda ir jo matomumas pasiekia maksimumą, kai šaltinio interferencinio vaizdo centrinis maksimumas paslenka dydžiu *H/2* atžvilgiu ekrano centro. Matomumo funkcijos maksimumus stebėsime, kai atstumai tarp šaltinių

$$2b = m\,\lambda\, l/(2a), \qquad kur\;\; m = 0, 1, 2, 3...;$$

minimumus(V=0), kai $2b = (2m+1)\,\lambda\, l/(2a), \qquad kur\;\; m = 0, 1, 2, 3...$

Panagrinėkime bendresnį atvejį, kai šviesos šaltiniai išsidėstę vienoje tiesėje labai arti vienas kito tarsi plona šviečianti juostelė. Juostelės plotis *2b*. Tarkime, kad juostelė sudaryta iš daugelio nekoherentinių šviečiančių „tašku" statmenų linijai jungiančiai C_1 ir C_2 taškus.
Taškinis šaltinis, atstumu h nuo ašies, ekrano taške P, esančiame atstumu z nuo jo centro sudaro šviesos intensyvumą:

$$I_h = 2\, I_a\, \{(1+\cos[2\, k\, a(z/L+h/l)]\}. \qquad (2.14)$$

Suminis intensyvumas I_s nuo visos šviečiančios juostelės išreiškiamas integralu

$$I_s = 2\, I_a \int_{-b}^{b} \{1+\cos[2ka(\frac{z}{L}+\frac{h}{l}]\}dh\,, \qquad (2.14a.)$$

Šio integralo reikšmė, atlikus nesudėtingus pertvarkymus, užrašoma taip:

$$I_s = 4\, I_a b \left[1+\cos\left(\frac{2\pi z}{H}\right) \frac{\sin\left(\frac{2\pi Lb}{Hl}\right)}{\frac{2\pi Lb}{Hl}} \right]. \qquad (2.15)$$

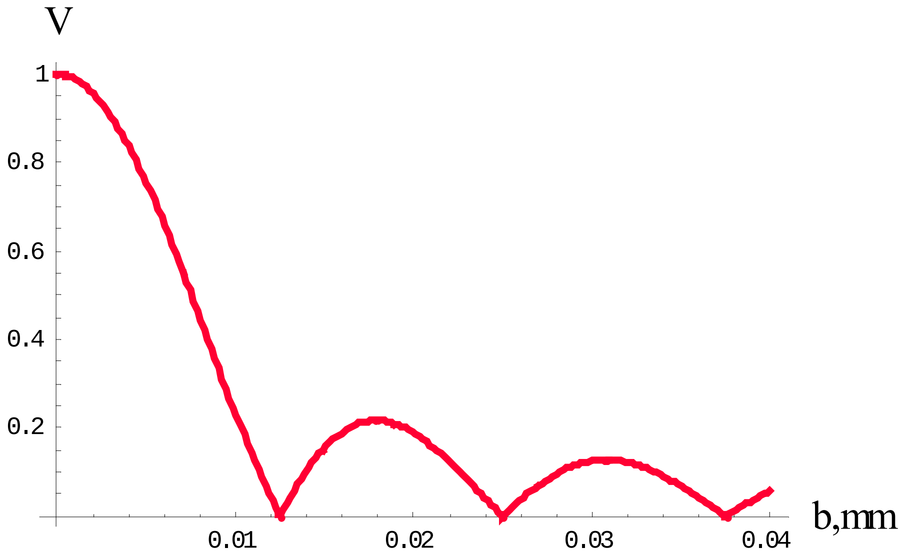
Išraiškoje (2.15) antrojo skliaustų nario daugiklis *cos(2π z/H)* atvaizduoja intensyvumo pokytį vaizdo juostose. Kintant dydžiui z intensyvumas ekrane osciliuoja tarp reikšmių $I_{s,min}$ ir $I_{s,max}$:

$$I_{s,max} = 4\, I_a b \left[1+\frac{\sin\left(\frac{2\pi Lb}{Hl}\right)}{\frac{2\pi Lb}{Hl}} \right]; \qquad I_{s,min} = 4\, I_a b \left[1-\frac{\sin\left(\frac{2\pi Lb}{Hl}\right)}{\frac{2\pi Lb}{Hl}} \right].$$

Linijinio šaltinio interferencinio vaizdo matomumo funkcija

$$V = \left| \frac{\sin\left(\frac{2\pi L b}{H l}\right)}{\frac{2\pi L b}{H l}} \right| \quad (2.16)$$

Šios funkcijos grafikas pavaizduotas 2.12.pav.(2.2.Inter.nb). Pirmojo matomumo funkcijos minimumo atsiradimą didėjant šaltinio ilgiui galima paaiškinti tokiu būdų. Padalinkime šviečiančias juosteles į poras taip, kad atstumas tarp porų būtų b. Jei vienos poros duodamas interferencinis maksimumas sutampa su kitos poros interferenciniu minimumu, tai galima teigti, kad lygiai taip pat sutaps ir kitų elementų porų maksimumai su minimumais, todėl nuo visos šviesios juostelės interferencinių juostelių nematysim. Sakykime, kad interferencinis vaizdas pranyksta, kai šaltinio ilgis yra lygus $2\ b_0$. Sekančius matomumo minimumus gausime, kai šaltinio pusė ilgio $b=2b_0\ ,3b_0,\ 4b_0...$



2.12. pav. Linijinio šaltinio interferencinio vaizdo matomumo funkcijos priklausomybė nuo b

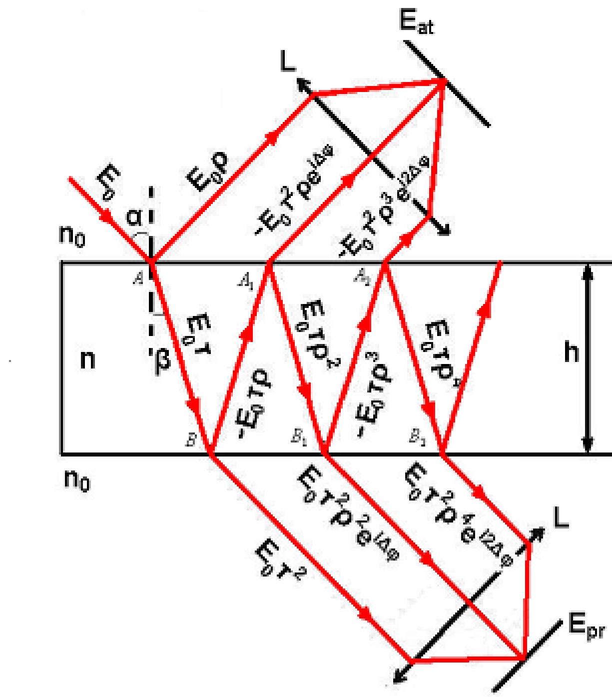
Esant tarpiniams šaltinio ilgiams interferencijos juostos atsiranda, tačiau jų matomumas bus mažas, kadangi jie atsiranda šviesaus ekrano fone. Šį foną sudaro ta šaltinio dalis, kurios ilgyje telpa sveikasis skaičius dydžių $2b_0$. Matomumo maksimumai stebimi, kai b apytiksliai lygus nelyginiam skaičiui b_0 ($b = (2m+1)\ b_0$), tačiau jis greit mažėja augant skaičiui m.

Iš (2.16) seka, kad matomumo pirmas minimumas stebimas, kai $2b\ \sin\ \omega = \lambda\ /\ 2$. Eksperimentatoriams žinoma, kad interferencinis vaizdas gerai matomas, jei $V \geq 2\ /\ \pi$, t.y. $I_{max} \geq 5\ I_{min}$. Iš čia gauname apribojimus šviesos šaltinio dydžiui:

$$2b\ \sin\ \omega \leq \lambda\ /\ 4.$$

2.3 Daugelio spindulių interferencija

Užsiklojant dviems koherentiniams šviesos pluošteliams susidaro interferencinės juostos, kurių intensyvumo skirstinys aprašomas išraiška $I(\Delta) = 2I_0[1 + \cos(\Delta)]$. Gaunamo vaizdo šviesios ir tamsios juostos yra tokio pat pločio. Persiklojant didesniam pluoštelių kiekiui, interferenciniame vaizde intensyvumo skirstinys iš esmės pasikeičia. Pagrindinius intensyvumo skirstinio pokyčius galima nusakyti pasinaudojant energijos tvermės dėsniu. Persiklojant n koherentiniams pluošteliams, šviesos amplitudė maksimumuose išauga n kartų o intensyvumas n^2 kartų palyginus su vieno pluoštelio amplitude ir intensyvumu. Tuo pat metu energija atitinkanti interferencinio vaizdo vienai juostai išauga tik n kartų. Esant pastoviam atstumui tarp interferencinių juostų, intensyvumo padidėjimas maksimumuose n^2 kartų įmanomas tik tuomet, jei šviesių juostų plotis sumažėja apytiksliai n kartų. Siaurų maksimumų atskirtų plačiais minimumais susidarymas, interferuojant n spinduliams, užtikrino daugelio spindulių interferencijos reiškinio platų taikymą.



2.13 pav. Spindulių eiga lygiagrečioje plokštelėje.

Tarkime, kad plokščioji monochromatinė šviesos banga krinta kampu **a** į h storio, lygiagrečių sienelių, skaidrią plokštelę (2.13 pav.). Aplinkos ir plokštelės lūžio rodiklius pažymėkime n_a ir n, tegul $n_a < n$. Plokštelės paviršiai padengti labai plonu pusiau skaidriu sluoksniu, didinančiu atspindį nuo paviršiaus.

Spindulys, kurio amplitudė E_0, krinta kampu α į plokštelę. Metalizuotas plokštelės paviršius padalina šį spindulį į du: atsispindėjusį ir lūžusį. Pažymėsime paviršiaus amplitudinį atspindžio koeficientą dydžiu ρ (atsispindėjusios ir krintančios šviesos amplitudžių santykis) ir pralaidumo koeficientą dydžiu τ (lūžusios ir krintančios šviesos amplitudžių santykis). Pirmojo ir antrojo atsispindėjusių spindulių amplitudės proporcingos ρ, trečiojo – ρ^3, ketvirtojo – ρ^5. Jei atspindžio koeficientas ρ mažas, tai atsispindėjusioje nuo plokštelės šviesoje visų spindulių pradedant nuo trečiojo amplitudės labai mažos, todėl paprastai šių spindulių, nagrinėdami šviesos interferenciją, neįskaitom. Daugelio spindulių interferencijos reiškinį galime stebėti, kai $\rho \rightarrow 1$. Kuo ρ didesnis, tuo įtakojančių interferencinį vaizdą spindulių skaičius yra didesnis.

Fazių skirtumas tarp gretimų atsispindėjusių ar lūžusių spindulių **DF** = 2**pD**/**l** = 4**p** n h cos**b**/**l**, kur **b**- spindulio lūžimo kampas. Lęšis surenka atsispindėjusius spindulius židinio nuotolio plokštumoje. Jame šviesos amplitudė bus: $E_{at} = \rho E_0 - \rho E_0 \tau^2 e^{i\Delta\Phi} - \rho^3 E_0 \tau^2 e^{i2\Delta\Phi} - \rho^5 E_0 \tau^2 e^{i3\Delta\Phi} - \ldots$ Perėjusios pro plokštelę šviesos amplitudė lęšio židinio plokštumoje: $E_{pr} = \tau^2 E_0 + \tau^2 E_0 \rho^2 e^{i\Delta\Phi} + \tau^2 E_0 \rho^4 e^{i2\Delta\Phi} + \ldots$ Atsispindėjusios ir perėjusios plokštelę spindulių amplitudės mažėja pagal geometrinę progresiją. Progresijos gretimų narių santykis $q = \rho^2 e^{i\Delta\Phi}$, todėl

$$E_{at} = \rho E_0 (1 - \frac{\tau^2 e^{i\Delta\Phi}}{1 - \rho^2 e^{i\Delta\Phi}})$$

$$E_{pr} = \frac{\tau^2 E_0}{1 - \rho^2 e^{i\Delta\Phi}}$$

sudarant šias išraiškas daroma prielaida, kad geometrinės progresijos eilutės narių skaičius yra begalinis. Intensyvumai yra proporcingi dydžių E_{at} ir E_{pr} modulio kvadratams. Po nesudėtingo bet ilgesnio skaičiavimo gaunam, kad:

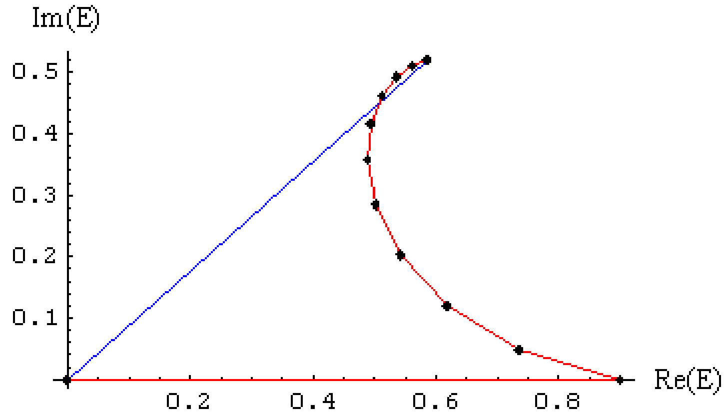
$$I_{at} = \frac{4RSin^2 \frac{\Delta\Phi}{2}}{(1-R)^2 + 4RSin^2 \frac{\Delta\Phi}{2}} I_0$$

$$I_{pr} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4RSin^2 \frac{\Delta\Phi}{2}} I_0$$

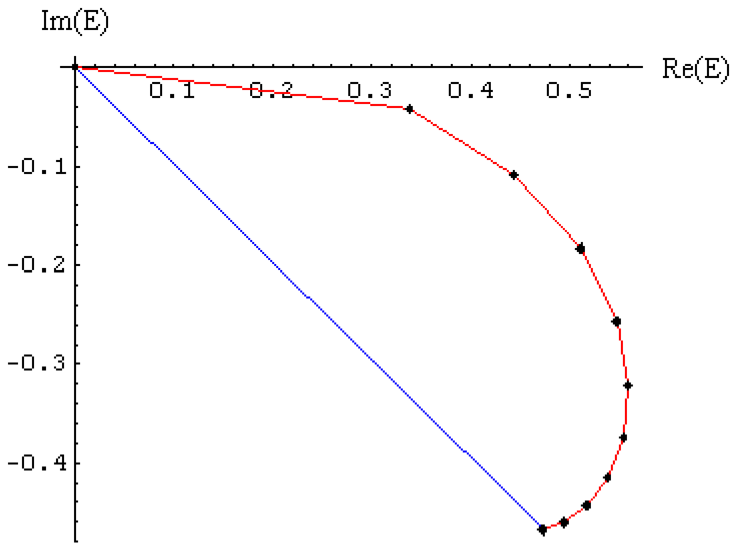
Čia I_0 - krintančio spindulio intensyvumas, R - energetinis šviesos atspindžio koeficientas $\left(R = \rho^2\right)$. Skaidriajai plokštelei galioja sąryšis: $R + T = 1$, čia $T = \tau^2$.
Pasinaudojant parašyta programa galima paskaičiuoti pralaidumo koeficientą τ. 3.1. Inter.nb

Spindulių amplitudžių sumavimą, skaičiuojant dydžius E_a ir E_p, patogu įvertinti nubraižant vektorinės diagramas. Diagramą braižome koordinačių sistemoje, kurioje abscisių ašyje atidedama lauko stiprio išraiškos realioji , o ordinačių - menamoji dalis. Atsispindėjusios šviesos diagramos pirmojo taško koordinates sudaro šviesos atėjusios į lęšio židinį pirmojo spindulio (atsispindėjusio taške A) realioji ir menamoji dalys. Kitą tašką gauname, pridėdami prie pirmojo taško koordinačių antrojo spindulio (atsispindėjusio taške A_1) realiąją ir menamąją dalis ir t. t..

Vektorinė diagrama praėjusiai ir atsispindėjusiai šviesai gaunama 3.2. Inter.nb

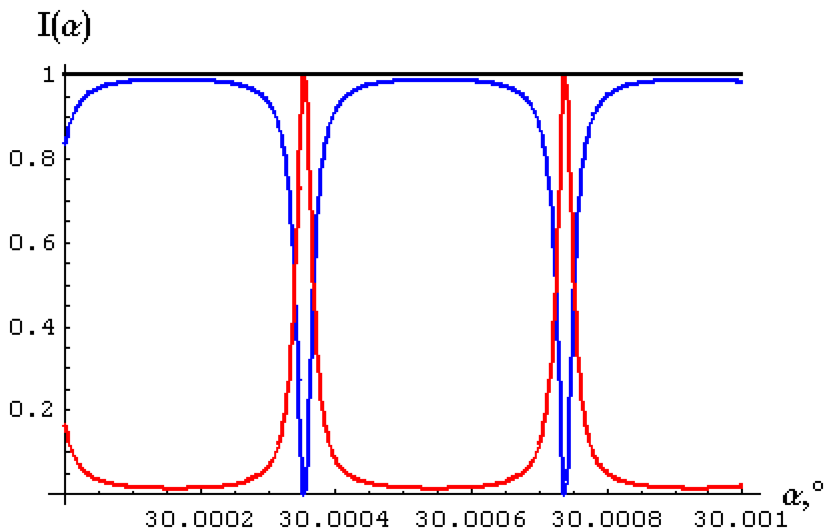


2.14 pav. Atsispindėjusios šviesos vektorinė diagrama: mėlynos spalvos tiesės, jungiančios diagramos pabaigą su koordinačių pradžia, ilgis lygus E_a.



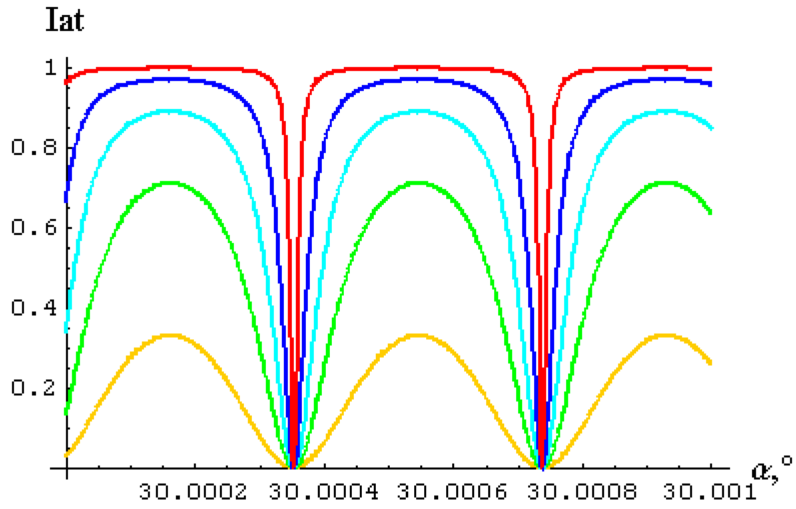
2.15 pav. Perėjusios šviesos vektorinė diagrama. Mėlynos spalvos tiesės, jungiančios diagramos pabaigą su koordinačių pradžia, ilgis lygus E_p.

Ištirsime šviesos intensyvumo kampinio skirstinio priklausomybę nuo atspindžio koeficiento R reikšmės. Intensyvumo skirstinį židinio plokštumos taškuose surandame pasinaudodami sąryšiu: $x = f\alpha$, kur f- lęšio židinio nuotolis. Įvedus parametrus į programą gauname grafiką [3.3. Inter.nb]

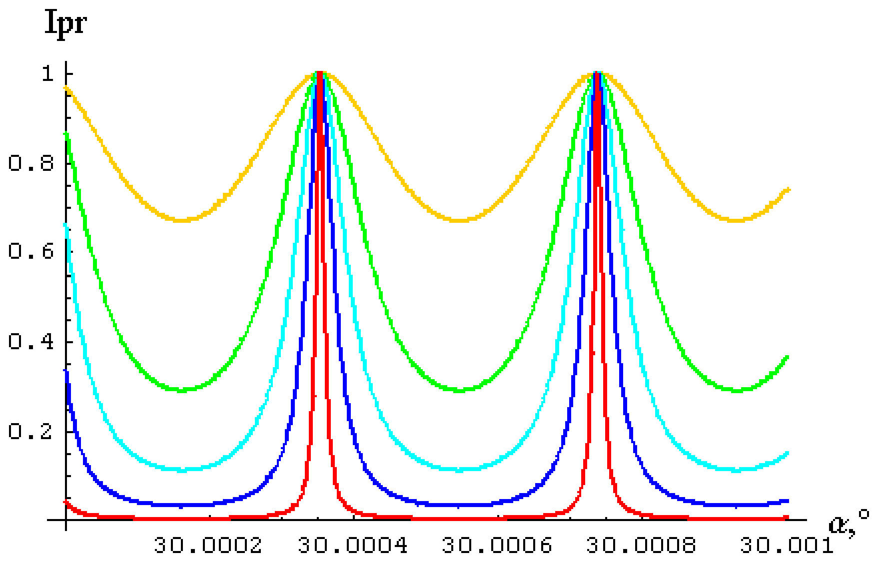


2.16 pav. Šviesos intensyvumo skirstnys lęšių židinio plokštumose.
Atsispindėjusios šviesos intensyvumas - mėlyna kreivė,
perėjusios plokštelę šviesos intensyvumas - raudona kreivė,
suminis *(Iat+Ipr)* intensyvumas - juoda kreivė.

Šviesos intensyvumo kampinio skirstinio priklausomybė nuo atspindžio koeficiento R randamas pasinaudojus sąryšiu $x = f\alpha$, kur f yra lęšio židinys. [3.4. Inter.nb]



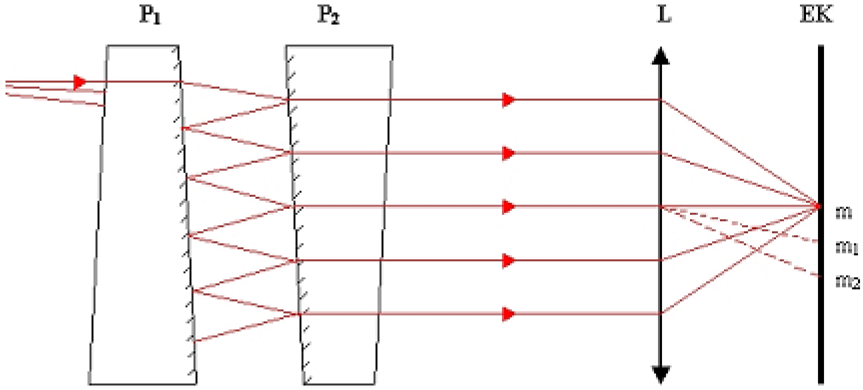
2.16 pav. Atsispindėjusios šviesos intensyvumo kampinis skirstinys lęšio židinio plokštumoje. 1) R = 0,1 - geltona kreivė; 2) R = 0,3 - žalia kreivė; 3) R = 0,5 - žydra kreivė; 4) R = 0,7 - mėlyna kreivė; 5) R = 0,9 - raudona kreivė.



2.17 pav. Perėjusios šviesos intensyvumo kampinis skirstinys lęšio židinio plokštumoje. 1) R = 0,1 - geltona kreivė; 2) R = 0,3 - žalia kreivė; 3) R = 0,5 - žydra kreivė; 4) R = 0,7 - mėlyna kreivė; 5) R = 0,9 - raudona kreivė.

2.4 Fabri ir Pero interferometras

Fabri (*Ch.Fabry)* ir Pero (*A.Perot*) interferometras tai sistema, sudaryta iš dviejų stiklo plokštelių ir oro sluoksnio tarp jų (2.18 pav.). Plokštelių paviršiai, nukreipti vienas prieš kitą, yra tiksliai (iki $0{,}01\,\lambda$) lygiagretūs. Jie padengti atspindinčiu sluoksniu, kuris didina atspindžio koeficientą R nuo plokštelių (R ¥ 0,9). Kiti plokštelių paviršiai nėra lygiagretūs atspindintiems, dėl to iš naudojamo srauto pašalinama nepageidaujama šviesą, atsispindinti nuo išorinių plokštelių paviršių. Atstumas tarp plokštelių gali būti keičiamas. Šviesą tarp plokštelių patenka per specialų įėjimo langelį, kuris piešinyje 2.18 pav. neparodytas.



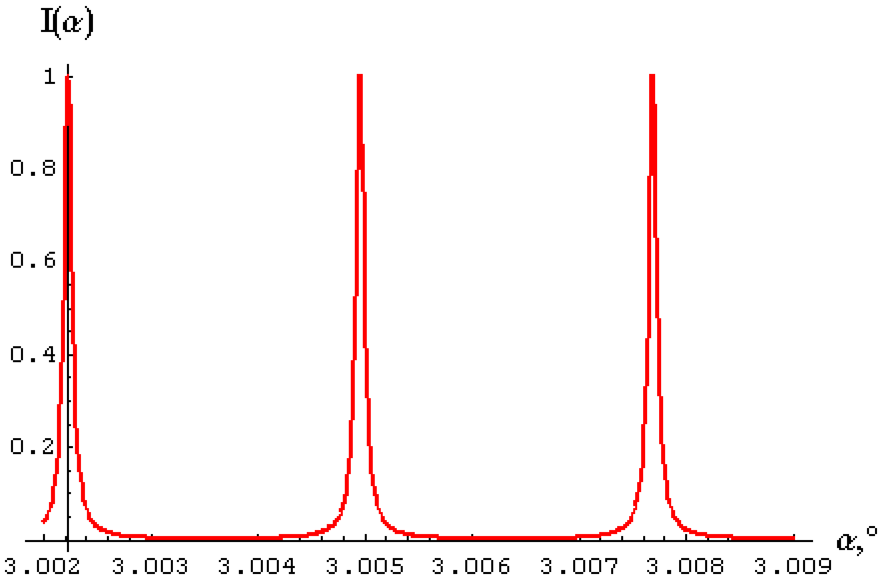
2.18 pav. Spindulių eiga Fabri ir Pero interferometer

Tarkime, kad monochromatinė šviesa į interferometrą krinta silpnai prasiskleidžiančiu pluošteliu. Pluoštelio centrinio spindulio kritimo kampas α yra keleto laipsnių dydžio. Fazių skirtumas tarp gretimų spindulių patenkančių į lęšį $\Delta\Phi = 2\pi\Delta/\lambda = 4\pi h \cos\alpha/\lambda$. Lęšis surenka perėjusius spindulius židinio plokštumoje į vieną tašką. Šviesos intensyvumas šiame taške

$$I_{pr} = \frac{(1-R)^2}{(1-R)^2 + 4RSin^2\dfrac{\Delta\Phi}{2}} I_0$$

Čia I_0 - krintančio spindulio intensyvumas, R - energetinis šviesios atspindžio koeficientas. Kiti prasiskleidžiančio pluoštelio spinduliai, daug kartų atsispindint nuo plokštelių paviršių, sudaro lęšio židinio plokštumoje šviesių ir tamsių žiedų sistemą - *vienodo polinkio juostas.* Šio vaizdo centras sutampa su pluoštelio centrinio spindulio sudarytu vaizdu židinio plokštumoje. I_{pr} išraiška aprašo šviesos intensyvumo kampinį skirstinį. Intensyvumo skirstinį židinio plokštumoje surandame pasinaudoję sąryšiu: $x = f\alpha$, čia f -lęšio židinio nuotolis. 2.19 pav. parodytos vienodo polinkio juostų centro (*m*-tosios eilės interferencijos maksimumo) ir dviejų šviesių juostų (*m-1-osios* ir *m-2-osios* eilės maksimumų) padėtys.

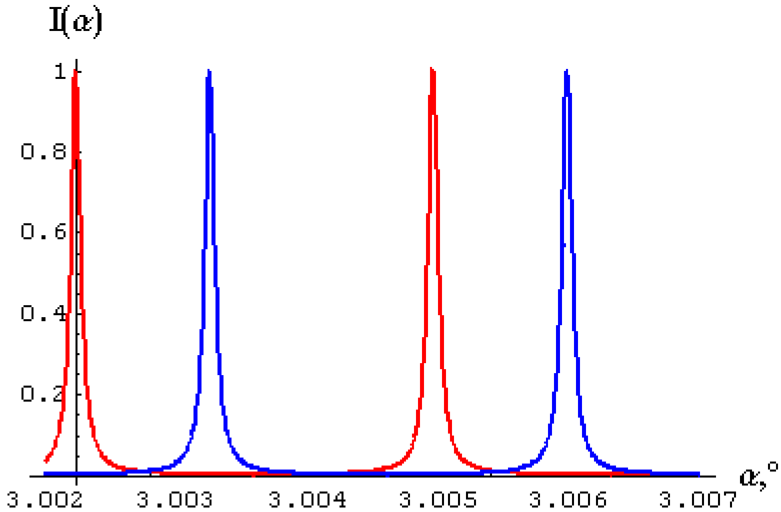
Pasinaudodami parašyta programa galima apskaičiuoti šiuos dydžius 4.1. Inter.nb.



2.19 pav. Šviesos intensyvumo kampinis skirstinys.

2.19 pav. parodytas šviesos intensyvumo kampinis skirstinys *m-osios* eilės (pikas brėžinio pradžioje) o taip pat *m-1-osios* ir *m-2-osios* eilės maksimumuose. Atstumas tarp gretimų maksimumų $\Delta\alpha = \dfrac{\lambda^2}{2h\sin\alpha}$, jį atitinkantis bangos ilgių skirtumas $\Delta\lambda = \dfrac{\lambda^2}{2h\cos\alpha}$. $\Delta\lambda$ vadinama interferometro *laisvosios dispersijos sritimi*.
Suskaičiuojame atstumą tarp gretimų maksimumų ir bangos ilgių skirtumus su programa 4.2. Inter.nb.

Nukreipiame į interferometrą du monochromatinės šviesos pluoštelius. Jei bangos ilgis λ_1 patenkina sąlygą $\lambda - \Delta\lambda < \lambda_1 < \lambda$, tai bangos ilgio λ_1 *m-osios* eilės maksimumas atsiras tarp bangos ilgio λ *m-ojo* ir *m-1-ojo* maksimumų, t.y. laisvosios dispersijos srityje.

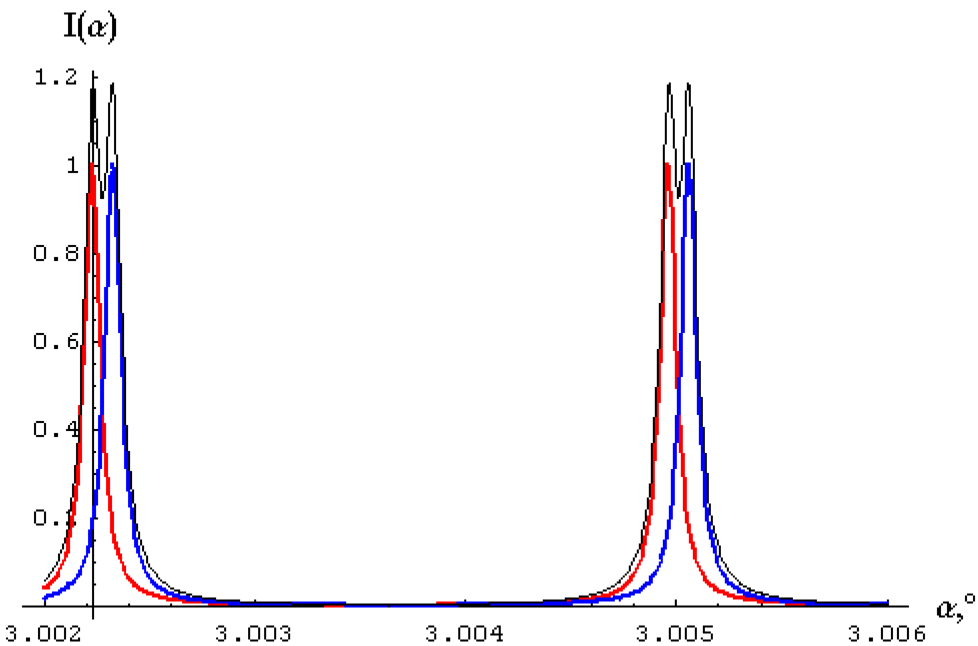


2.20 pav. Šviesos perėjusios plokštelę intensyvumo kampinis skirstinys už lęšio. Bangos ilgio λ šviesos intensyvumas - raudona kreivė, bangos ilgio λ_1 šviesos intensyvumas - mėlyna kreivė.

Mažėjant skirtumui tarp bangų λ ir λ_1 ilgių, maksimumų kreivės artės vienas prie kitos ir kai $\lambda_1 \to \lambda$ kreivės persiklos ir pagaliau susilies į vieną interferencinę juostą. Mažiausias skirtumas tarp bangų ilgių $\delta\lambda$, kuriam esant kreivės dar liks atskiriamos viena nuo kitos, nusako interferometro skiriamąją gebą. $\delta\lambda$ priklauso nuo interferencijos juostos kontūro formos. Interferencijos juostos formai charakterizuoti naudojamas dydis, vadinamas ryškumu *F*. *F* - yra fazių skirtumo tarp dviejų gretimų interferencijos maksimumų ir juostos puspločio santykis. Juostos pusplotis γ - tai kampinis atstumas tarp taškų, esančių į abi puses toje vietoje, kur intensyvumas lygus pusei maksimalaus. Skaičiavimai parodo, kad $\gamma = \dfrac{1-R}{\sqrt{R}}$, todėl

$$F = \frac{\pi}{\gamma} = \pi \frac{\sqrt{R}}{1-R}.$$

Laikysime, kad dvi bangos atskiriamos viena nuo kitos, jei jų maksimumų padėčių skirtumas $\delta\alpha$ išpildo sąlygą: $\delta\alpha \geq \gamma$. Paskutiniojoje sąlygoje pasirinksime lygybės ženklą. Iš tiesioginės priklausomybės tarp $\Delta\lambda$ ir $\delta(\Delta\Phi)$ ir lygties $\delta\alpha = \gamma$, užrašome: $\delta\lambda_0 = \dfrac{\Delta\lambda}{\delta(\Delta\Phi)}\gamma$. Bet $\Delta\lambda = \dfrac{\lambda}{m}$ *ir* $\delta(\Delta\Phi) = \pi$, todėl $\delta\lambda_0 = \dfrac{\lambda}{mF}$. Iš paskutiniosios išraiškos seka, kad $\delta\lambda_0$ yra mažiausias skirtumas tarp dviejų bangų, kurios dar gali būti išskirtos Fabri ir Pero interferometru. Dydis $A = \dfrac{\lambda}{\delta\lambda_0} = mF$ vadinamas Fabri ir Pero interferometro *skiriamąja geba.* Suskaičiuokime šį dydį ir nubraižome šviesos intensyvumo skirstinį lęšio židinio plokštumoje. 4.3. Inter.nb.



2.21 pav. Šviesos intensyvumo skirstinys lęšio židinio plokštumoje. Bangos ilgio λ_1 šviesos intensyvumas - raudona linija, bangos ilgio λ_2 šviesos intensyvumas - mėlyna linija,suminis intensyvumas - juoda linija.

3 Bangų difrakcija

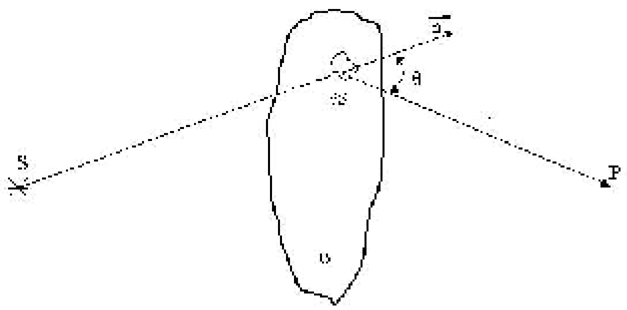
3.1 Frenelio zonos

Hiuigenso (*Ch.Huyghens*) principas tvirtina, kad kiekvienas bangos fronto taškas gali būti traktuojamas lygtai jis būtų antrinių sferinių bangų centru, o bangos frontas bet kuriuo kitu laiko momentu yra šių antrinių bangų gaubiamoji. Frenelis (*A.J. Fresnel*) papildė Hiuigenso principą teiginių, kad antrinės bangos yra koherentinės. Antrinių šaltinių virpesių pradinės fazės yra lygios bangos fronto fazei, todėl visų antrinių bangų sueinančių į tašką P pradinės fazės vienodos. Tai labai palengvina skaičiavimus.

Bet kuriame taške P (3.1 pav.), esančiame už bangos fronto, realiai sklindančio iš šaltinio S bangos turi sutapti su visų antrinių bangų interferencijos rezultatu. Išskirkim bangos fronto paviršiaus elementą δS. Šis elementas yra pakankamai mažas, kad galima būtų laikyti atstumus nuo visų jo taškų iki taško P vienodais. Antrinių šaltinių bangų, atėjusių iš paviršiaus elemento δS, elektrinio lauko stipris taške P bus proporcingas: a) pirminės bangos amplitudei paviršaus elemento taškuose; b) paviršiaus elemento dydžiui δS (jam proporcingas antrinių šaltinių skaičius δN); c) dydžiui $\frac{e^{ikr}}{r}$, aprašančiam antrinių bangų fazės ir amplitudės priklausomybę nuo atstumo tarp paviršiaus elemento ir taško *P;* d) krypties funkcijos $f(\theta)$, θ - kampas tarp pradinės bangos sklidimo krypties ir antrinių bangų sklindančių *P* taško link krypties (3.1 pav.). $f(\theta)$ išreiškia Frenelio prielaidą, kad kiekvienas antrinis šaltinis daugiausiai šviesos spinduliuoja pirmine bangų sklidimo kryptimi ir spinduliuojamų bangų amplitudė monotoniškai mažėja didėjant kampui θ, *t.y.* $f(\theta)$ maksimali, kai $\theta=0$, ir monotoniškai mažėja iki nulio, kai $\theta \to \frac{\pi}{2}$. Sprendžiant difrakcijos uždavinius dažniausia užtenka šių išvardintų $f(\theta)$ savybių, todėl ji dažniausiai griežtai neapibrėžiama. Iš elementarių funkcijų tokią savybę turi $\cos\theta$. Apibendrinant užrašysime, kad antrinių bangų elektrinio lauko stipris δE_p taške *P* yra:

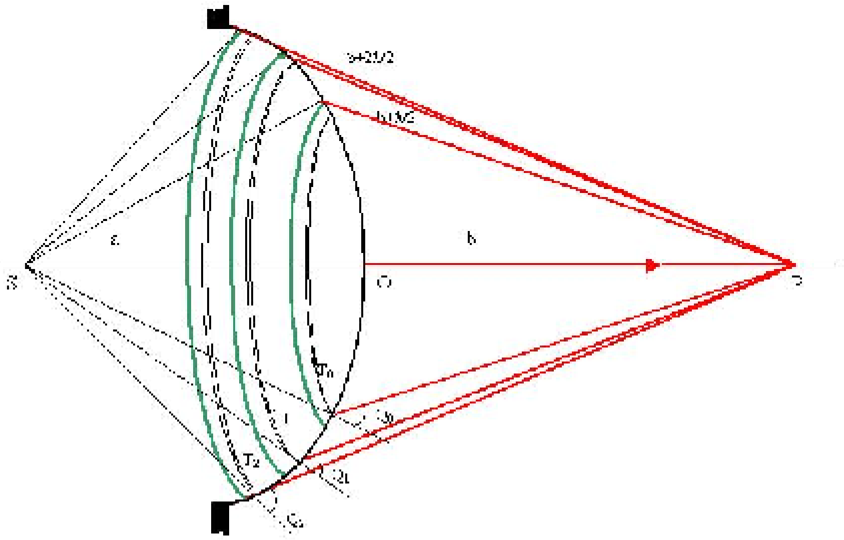
$$\delta E_p = AE_0 \frac{e^{ikr}}{r} e^{-i(\omega t-\alpha_0)} f(\theta)\delta S \qquad (3.1)$$

Čia *A* - normavimo daugiklis. Toliau, pasirenkant laiko atskaitos pradžią iš sąlygos $e^{-i(\omega t-\alpha_0)}=1$, mes supaprastinsime išraiškos (3.1) užrašymą.



3.1 pav. Antrinių šaltinių spinduliavimas.

Panagrinėsime šviesos sklidimą per apskritą angą neskaidriame ekrane. Tegul apskrita anga praleidžia dalį sferinės bangos. Sakykim, kad angos centras yra tiesėje, jungiančioje šaltinį *S* su tašku *P* (3.2 pav.). Atstumą SO pažymėkime raide *a*, OP - *b, a* ir *b* yra daug didesni palyginus su krintančios bangos ilgiu. Iš taško P spinduliais $r_m = b + m\frac{\lambda}{2}$, kur m = 1; 2; 3..., brėžiame koncentrines sferas. Jos bangos fronto paviršių dalija į juostas, vadinamas *Frenelio zonomis*. 3.2 pav. ribos tarp zonų pažymėtos žalia spalva. Geometriškai nesudėtinga parodyti, kad visų šių zonų paviršiai yra lygūs. Zonų plotus žymėsime raide **σ**, zonos numeruosime skaičiais pradedant nuo 0. Antrinių šaltinių tankis bangos fronto paviršiuje yra pastovus. Kadangi zonų plotai $\sigma_0 = \sigma_1 = \sigma_2 = \ldots = \sigma_m = \pi\lambda(ab/(a+b))$, tai kiekvienoje zonoje turime vienodą antrinių šaltinių skaičių.



3.2 pav. Bangos fronto suskirstymas į Frenelio zonas.

Panagrinėkime antrinių bangų sumavimo ypatumus taške P. Išskirkime kiekvienoje iš zonų antrinius šaltinius esančius taškuose T_0, T_1, T_2,... (3.2 pav.). Sakykim, kad nulinės zonos taške T_0 yra antrinis šaltinis. Jis nutolę nuo taško *P* atstumu *r,* tada pirmoje zonoje pasirenkamas antrinis šaltinis taške T_1, kurio atstumas iki taško P yra $r_1 = r + \frac{\lambda}{2}$, antroje zonoje taškas T_2, jo atstumas iki $P - r_2 = r_1 + \frac{\lambda}{2} = r + 2\frac{\lambda}{2}$ ir t. t. Jei į angą telpa *m* Frenelio zonų (likusias uždarė neskaidri pertvara), tai taške P turėsime lauko stiprį $dE_p = dE_0 - dE_1 + dE_2 - dE_3 + \ldots \pm dE_{m-1}$. Paskutiniojo nario ženklas priklauso nuo to lyginis ar nelyginis zonų skaičius telpa pertvaros angoje. Visų antrinių šaltinių lauko stiprį taške *P* suskaičiuosime sekančiu būdu. Padaliname kiekvieną Frenelio zoną į *N* žiedo pavidalo dalių. Žiedai yra lygiagretūs zonų kraštams, jų plotis pasirenkamas iš sąlygos $\delta r = \lambda / 2N$, kur δr spindulių sklindančių į tašką *P* iš žiedo kraštų kelių skirtumas. Toks žiedų pločio parinkimas dalina kiekvieną zoną į *N* vienodo paviršiaus ploto dalių. Skaičius *N* pasirenkamas toks, kad $\delta r \ll \lambda$. Sakykim, kad kiekvieno žiedo paviršiuje yra K antrinių šaltinių. Kiekvienas iš jų į tašką P atsiunčia vienodos fazės ir vienodos amplitudės bangas. Pasirinkim nulinėje zonoje žiedą, kuriame yra anksčiau paminėtas (taške T_0) šaltinis (3.2 pav.). Sakykim, kad šis žiedas yra k-tasis, skaičiuojant nuo nulinės zonos taško O. Visų šio žiedo antrinių šaltinių šviesa sudarys taške P $\delta E_{0,k} = KdE_{0,k}$. Čia dydžiui dE_0 suteikiamas papildomas indeksas nurodantis kuriam iš žiedų šaltinis T_0 priklauso. Suprantama, kad. $dE_{0,k} = dE_0$. Antrinių šaltinių bangos iš visų neuždengtų *m* Frenelio zonų *k*-tųjų žiedų sudarys taške *P* lauko stiprį $\delta E_{p,k} = \delta E_{0,k} - \delta E_{1,k} + \delta E_{2,k} - \delta E_{3,k} + \ldots \pm \delta E_{m-1,k}$. Lauko stiprio vektorių, kurį sudaro erdvės taške P visi antriniai šaltiniai esantys *m* Frenelio zonose, rasime susumavus m×N žiedų indėlius.

$$E_p = \sum_{k=1}^{N} \delta E_{0,k} - \sum_{k=1}^{N} \delta E_{1,k} + \sum_{k=1}^{N} \delta E_{2,k} - \sum_{k=1}^{N} \delta E_{3,k} + \ldots \pm \sum_{k=1}^{N} \delta E_{m-1,k}$$

Kiekvienas iš šios sumos narių aprašo vienos iš Frenelio zonų indelį. Įveskime pažymėjimus $E_i = \sum_{k=1}^{N} \delta E_{i,k}$, E_i - i-tosios Frenelio zonos antrinių bangų lauko stipris taške P. Visų antrinių šaltinių esančių sferinės bangos fronto paviršiuje, telpančiame neskaidriojo ekrano angoje, bangos sukelia taške P elektrinio lauko virpesius, kurių amplitudė

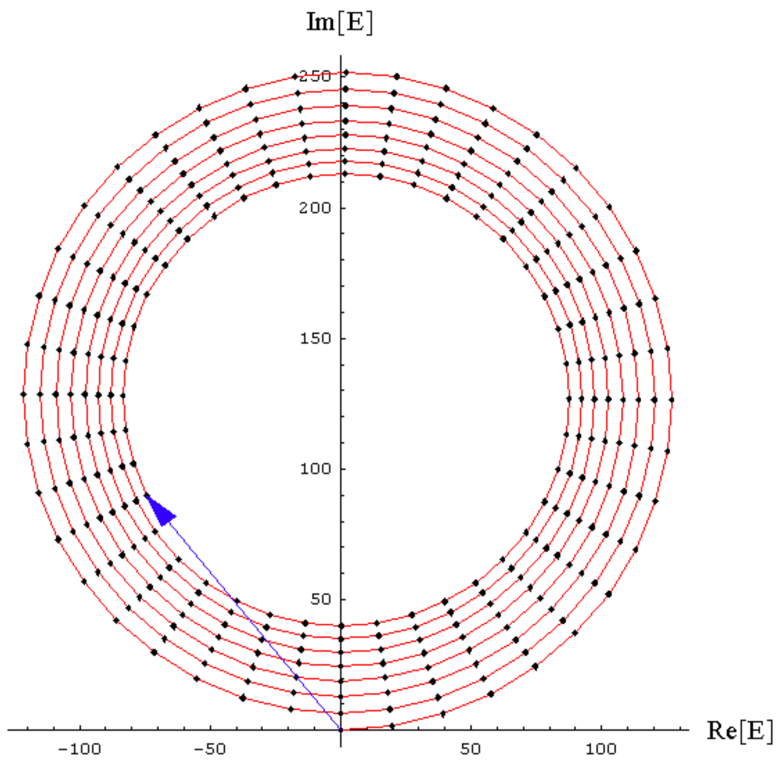
$$E_p = E_0 - E_1 + E_2 - E_3 + \ldots \pm E_{m-1}$$

Ženklas prie E_{m-1} eigiamas, kai m nelyginis ir neigiamas, kai m lyginis.
Iš atskirų zonų ateinančios į tašką P bangų amplitudės priklauso nuo atstumo r ir kampo θ. Didėjant zonos numeriui i didėja ir atstumas ir kampas, todėl atėjusių iš atskirų zonų amplitudės monotoniškai mažėja: $E_0 > E_1 > E_2 > E_3$ ... Kadangi išraiškos (3.2) amplitudės E_i monotoniškai mažėja, bet gretimi jos nariai yra artimo vienas kitam dydžio, galima tvirtinti , kad apytiksliai galioja šis sąryšis:

$$E_k = \frac{(E_{k-1} + E_{k+1})}{2}$$

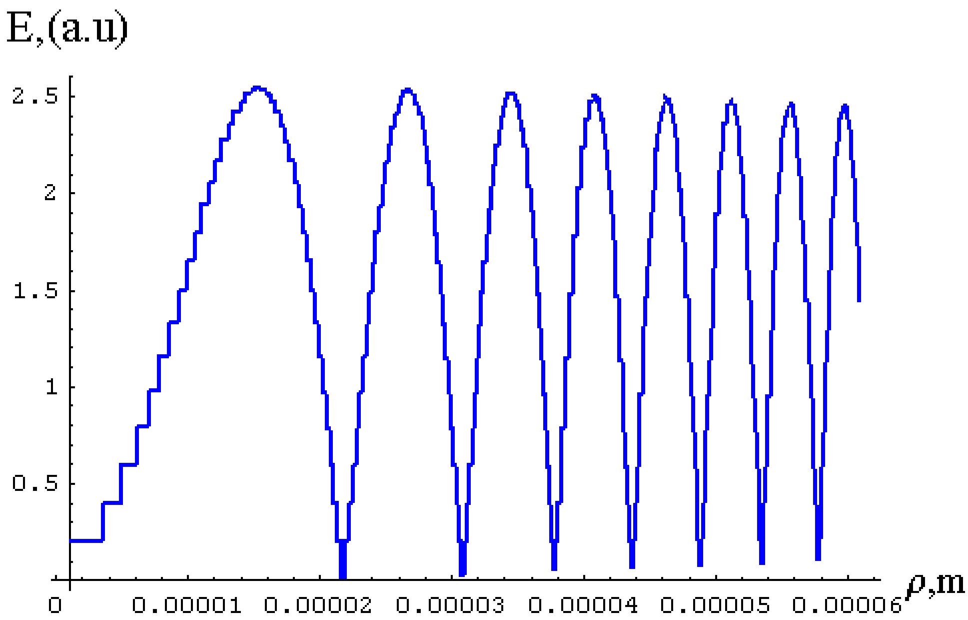
Pasinaudoję paskutiniąją lygybe, išraiška (3.2) perrašysime šitaip:
$E_p = \dfrac{E_0 - E_{m-1}}{2}$, kai m nelyginis ir $E_p = \dfrac{E_0 - E_{m-2}}{2} - E_{m-1}$ kai m lyginis (3.3). Atskirų zonų indelį į virpesių elektrinio lauko stiprį taške P suskaičiuosime grafiškai braižant vektorinę diagramą.
1.1.Difrak.nb

Vektorinė diagramą braižysime koordinačių sistemoje, kurioje abscisių ašyje atidedama lauko stiprio išraiškos realioji dalis, o ordinačių - menamoji. Pirmąjį kreivės tašką sudarys šviesos atėjusios į tašką P iš pirmosios Frenelio zonos, pirmojo žiedo (disko) amplitudės $\delta E_{0,1}$ realioji ir menamoji dalis. Kitą tašką gauname, pridėjus prie pirmojo taško koordinačių dydžio $\delta E_{0,2}$ realiąją ir menamąją dalį.



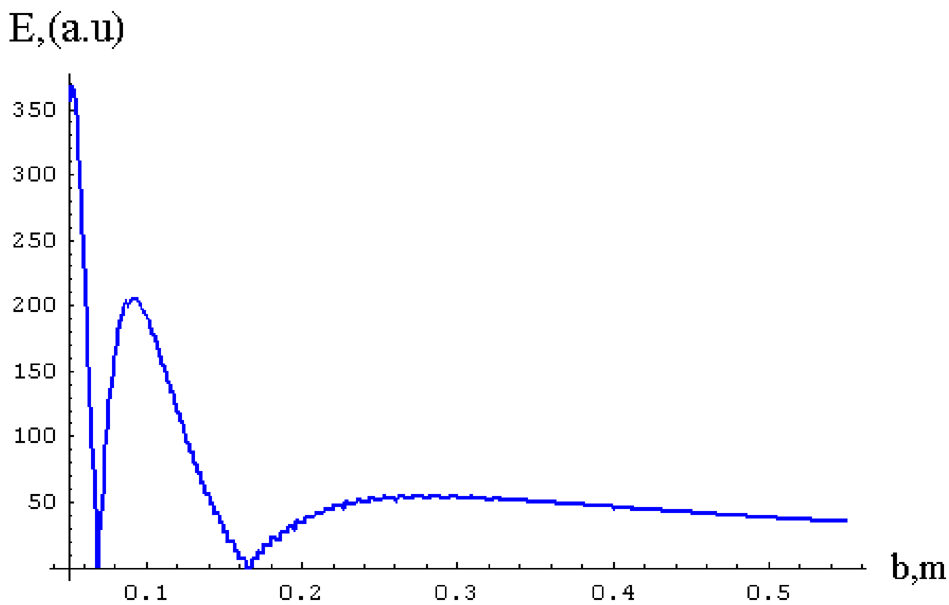
3.3 pav. Antrinių bangų elektrinio lauko virpesių taške P vektorinė diagrama. Mėlynos rodyklės ilgis lygus lauko stiprio suminei amplitudei taške P

Mėlynos rodyklės, jungiančios diagramos pirmąjį su paskutiniuoju tašku, ilgis yra lygus elektrinių virpesių taške P amplitudei. Toliau mes šuo faktu pasinaudosime braižant šviesos elektrinio lauko virpesių amplitudės pasiskirstymą simetrijos ašies atkarpos OP taškuose. Tam tikslui pasirenkame pradinę dydžio *b* reikšmę ir žingsnį Δb užduodanti taškų b_i seką. Kiekvienai b_i reikšmei suskaičiuojame vektorinę diagramą ir bangų elektrinio lauko amplitudę $E(b_i)$. Gautos kreivės (3.4 pav.) maksimumų mažėjimas ir minimumų augimas augant angos radiusui yra surištas su Frenelio zonų skaičiaus augimu.



3.4 pav. Šviesos elektrinio lauko virpesių amplitudės taške *P* priklausomybė nuo angos radiuso ρ.

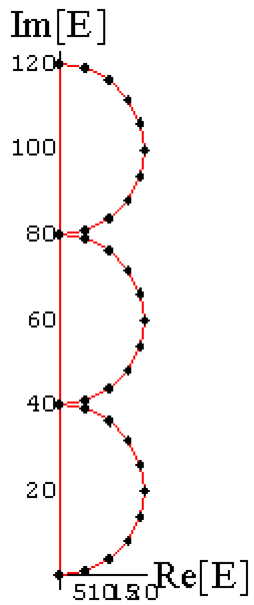
Šviesos elektrinio lauko virpesių amplitudės skirstinį simetrijos ašies OP taškuose apskaičiuosime pasirinkus ekrano angos radiuso dydį ir pradinio taško atstumą iki bangos fronto poliaus. 1.2. Difrak.nb



3.5 pav. Šviesos elektrinio lauko virpesių amplitudės skirstinys simetrijos ašies OP taškuose.

3.5 pav. maksimumai stebimi tuose ašies OP taškuose, kurių reikšmę atitinka į ekrano angą telpantys nelyginis Frenelio zonų skaičius, minimumai - lyginis. Maksimumas ties b=0,26 m atitinka vienai zonai telpančiai į angą, ties b=0,07 m - trims zonoms. Maksimumų mažėjimas mažėjant zonų skaičiui, telpančiam angoje, parodo, kad kreivės eigai didžiausią įtaką turi antrinių šaltinių šviesos amplitudės priklausomybė nuo atstumo.

Didelę šviesos amplitudę galima gauti pagaminus plokštelę, kurį praleistų tik lyginių zonų antrinių šaltinių bangas arba tik nelyginių. Tokia plokštelė vadinama *zoninė*. Praėjusios pro ją antrinių šaltinių šviesos elektrinio lauko amplitudė taške P bus: $E_p = E_0 + E_2 + E_4 ...$ Elektrinio lauko virpesių amplitudę galima dar labiau padidinti, jei praeinančiai lyginės (ar nelyginės) zonas šviesai sudaromas papildomas π dydžio šuolis. Tada $E_p = E_0 + E_1 + E_2 + E_3 + E_4 ...$ Tokios zoninės plokštelės vadinamos *fazinėmis zoninėmis plokštelėmis.* Jų pagalba taške P galima surinkti šviesą, kurios intensyvumas bus keturis kartus didesnis nei surenkamas zonine plokštele. Fazinės plokštelės diagrama parodyta 3.6 pav. 1.3. Difrak.nb



3.6 pav. Fazinės plokštelės diagrama.

3.2 Fraunhoferio difrakcija plyšyje

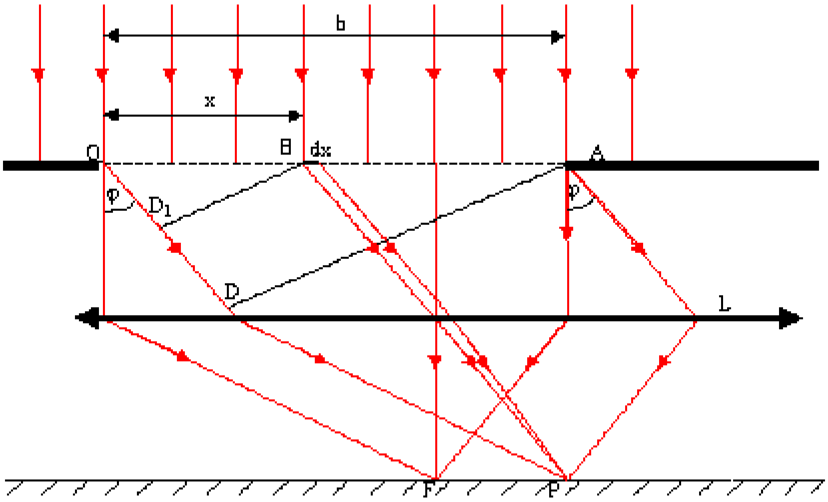
Į stačiakampį plyšelį, kurio plotis **b**, statmenai krinta lygiagretus spindulių pluoštelis. Už plyšio yra lęšis, jo židinio plokštumoje ekranas. Krintančios plokščios bangos frontas sutampa su plyšio plokštuma AO, todėl antrinės bangos sklindančios iš plyšio paviršiaus taškų turi tas pačias pradines fazes. Tie spinduliai, kurie iš plyšelio sklinda krintančių spindulių kryptimi, lęšiu L yra suglaudžiami ekrane - taške F (3.7 pav.). Kadangi optinių kelių skirtumas tarp visų šių spindulių lygus nuliui, tai taške F turėsime pagrindinį difrakcinį maksimumą.
Kiti spinduliai, kurie užlinksta kampu φ, iki židinio plokštumos nueina skirtingus optinius kelius. Optinių kelių skirtumas Δ_x (AD) tarp spindulio išėjusio iš plyšio kraštinio taško O ir taško B nutolusio nuo plyšio krašto atstumu x yra lygus $x \sin \varphi$. Susumavus visų spindulių sueinančių į tašką P lauko stiprius, gauname:

$$E_\varphi = Cos\varphi \; E_0 \frac{Sin\ u}{u}, \text{ kur } u = \frac{\pi b}{\lambda} Sin\varphi .$$

Intensyvumas surandamas iš sąryšio

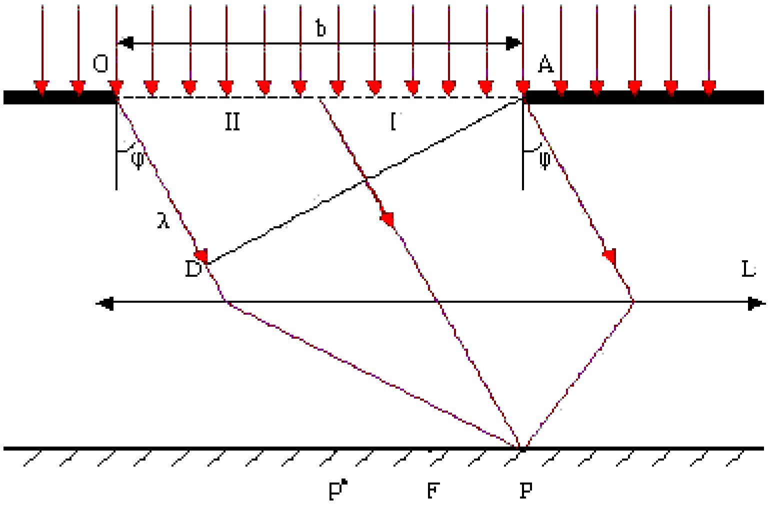
$$I_\varphi \sim E_\varphi^2 \rightarrow I_\varphi = Cos^2\varphi \; I_0 \left(\frac{Sin\ u}{u} \right)^2 .$$

E_0 ir I_0 aprašo šviesos elektrinio lauko stiprį ir jo intensyvumą lęšio židinyje. $E(\varphi)$ ir $I(\varphi)$ priklausomybės apskaičiuojamos ir nubrėžiamos pateiktoje žemiau programoje.



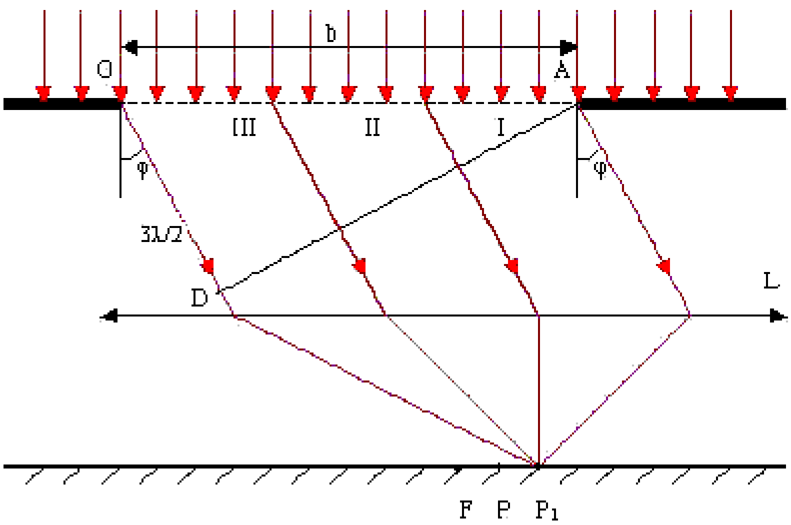
3.7 pav. Antrinių šaltinių spindulių eiga už plyšio.

$I(\varphi)$ minimumų padėtis patogų paaiškinti Frenelio (*A.J. Fresnel*) zonų pagalba. Šiais antrinių spindulių sklidimo kampais, kai fazių skirtumas Δ tarp kraštinių spindulių yra kartotinis lyginiam pusbangių skaičiui, stebimi minimumai. 3.8 pav. parodyta situacija, kai $\Delta = b \ Sin \ \varphi = 2\frac{\lambda}{2}$. Šiuo atvejų visą spinulių pluoštelį galima suskirstyti į dvi lygias dalis (Frenelio zonas). Lęšio surinkti iš skirtingų zonų spinduliai taške P interferuodami vienas kitą naikina, todėl ekrane matome minimumą. Tokį pat minimumą gauname ir taške P'.



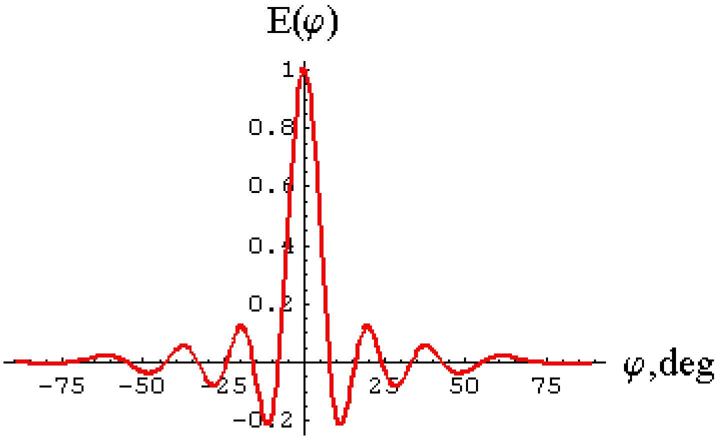
3.8 pav. Antrinių šaltinių spindulių eiga, kai plyšyje telpa dvi Frenelio zonos.

$I(\varphi)$ maksimumų padėtis galima tik apytiksliai įvertinti Frenelio zonų pagalba. Sakykime, spindulių pluoštelio, difragavusio kampu φ_2 kelių skirtumas tarp kraštinių spindulių yra $\Delta = \frac{3\lambda}{2}$. Tada plyšio paviršius pasidalina į tris Frenelio zonas. Gretimų dviejų zonų (pavyzdžiui, I, II) šviesos bangos viena kitą naikins (kelių skirtumas tarp šių zonų spindulių lygus $\frac{\lambda}{2}$); liks tik šviesos pluoštelis iš trečios zonos, kuris sukurs difrakcinį maksimumą - šviesią juostelę, kurios maksimumas yra taške P_1 (3.9 pav.). Tačiau iki šiol mes nekreipėme dėmesio į antrinių spindulių amplitudės priklausomybę nuo kampo φ. Dėl antrinių spindulių amplitudės mažėjimo augant kampui φ difrakcinis maksimumas atsiranda prie mažesnių kampų, kai plyšio paviršius dar nesudaro pilnų trijų zonų. Difrakcinio vaizdo maksimumų padėtis šios programos pagalba galėsime nustatyti tiksliai. Tačiau jau dabar galima tvirtinti, kad šviesos pluošteliai užlinkę kampais, atitinkančiais lyginį Frenelio zonų skaičių, ekrane sudarys difrakcinius minimumus, o užlinkę kampais, kuriuos atitinka Frenelio zonų skaičius artimas nelyginiam skaičiui, sukels difrakcinius maksimumus.



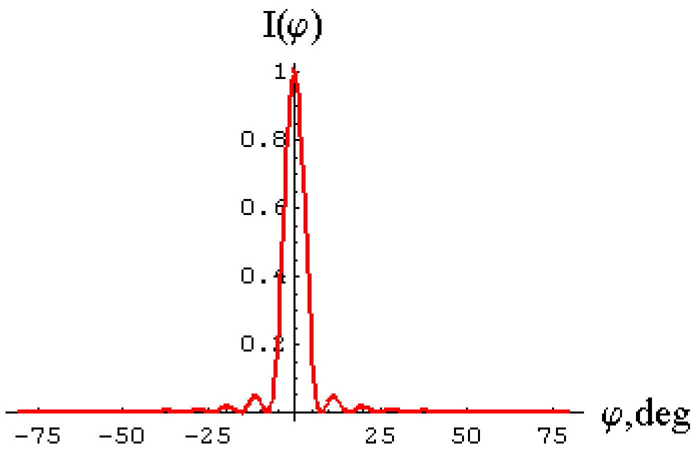
3.9 pav. Antrinių šaltinių spindulių eiga, kai plyšyje telpa trys Frenelio zonos.

Apskaičiuojame šviesos elektrinio lauko stiprio skirstinį lęšio židinio plokštumoje. Plokštumos taško koordinatę x (koordinačių sistemos pradžia yra lęšio židinyje) surandame iš sąryšio: $x = f\ \ tg\ \ \varphi$, kur f- lęšio židinio nuotolis. 2.1. Difrak.nb



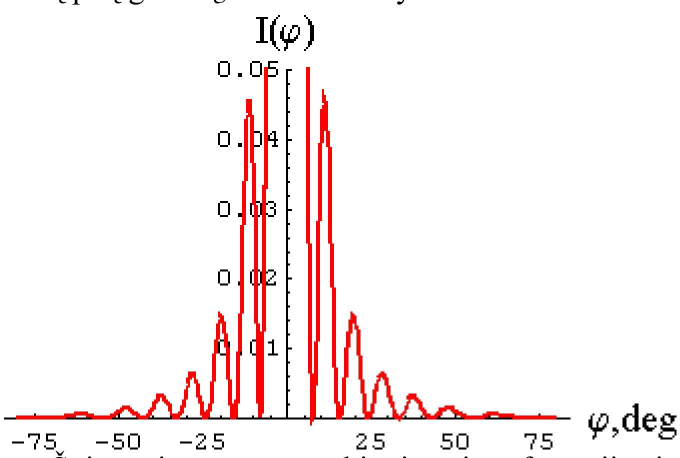
3.10 pav. Antrinių šaltinių elektrinio lauko virpesių skirstinys lęšio židinio plokštumoje.

Antrinių šaltinių intensyvumo pasiskirstymas lęšio židinio plokštumoje.



3.11 pav. Šviesos intensyvumo skirstinys lęšio židinio plokštumoje.

Žemiau matome tą patį grafiką, kuriame išryškinta aukštesnės eilės maksimumų eiga.

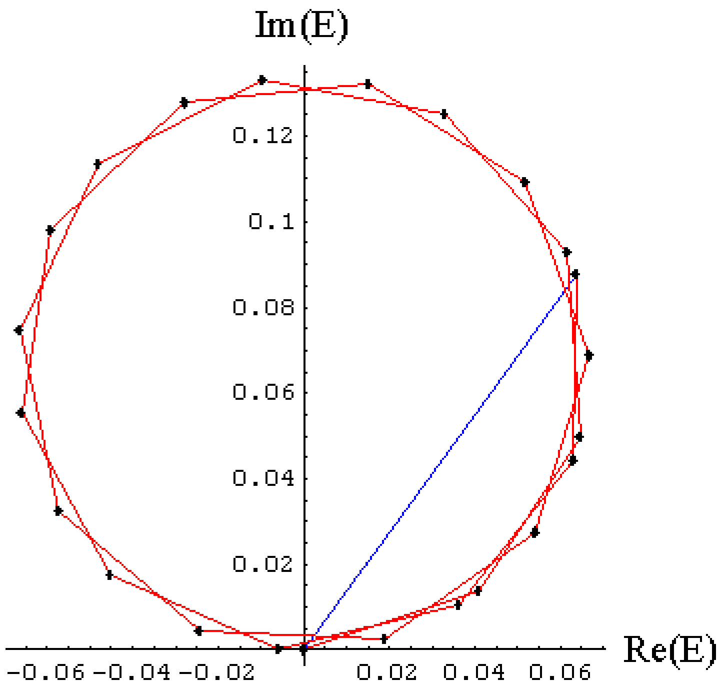


3.12 pav. Šviesos intensyvumo skirstinys interferencijos juostose.

3.2.1 Vektorinė diagrama

Antrinių spindulių sklindančių kampu φ difrakcijos rezultatą giliau suprasime įvertindami spindulių sumavimą fazinėje (kompleksinėje) plokštumoje. Plyšį b padalinsime į *mm* vienodų dalių, kurių plotis δx. Skaičius *mm* parenkamas toks, kad spinduliai išėjusėji iš šios juostelės taškų kampu φ ekrano taške, kur jie sueina, būtų apityksliai vienodų fazių. Gretimų juostelių bangų optinių kelių skirtumas yra $\Delta x \sin \varphi$, o bangų fazės skiriasi $\delta u = \frac{2\pi}{\lambda} \delta x \; Sin \; \varphi$. Taigi tam tikrame ekrano taške susideda N vektorių su ta pačia amplitude ΔE_0, dažnių ir vienodu fazių skirtumu δu tarp gretimų juostų. Atstojamosios amplitudės E_a kitimą keičiantis kampui φ galima pavaizduoti grafiškai. Spindulių sklindančių iš plyšio kampu φ difrakciją pavaizduojame grafiškai, braižydami kompleksinėje plokštumoje kreivę vadinama *vektorine diagrama*. Nubraižome vektorinę diagramą 2.2. Difrak.nb.

Suminė šviesos amplitudė lygi tiesės, jungiančios grafiko pabaigą su koordinačių pradžia (mėlyna linija), ilgiui.

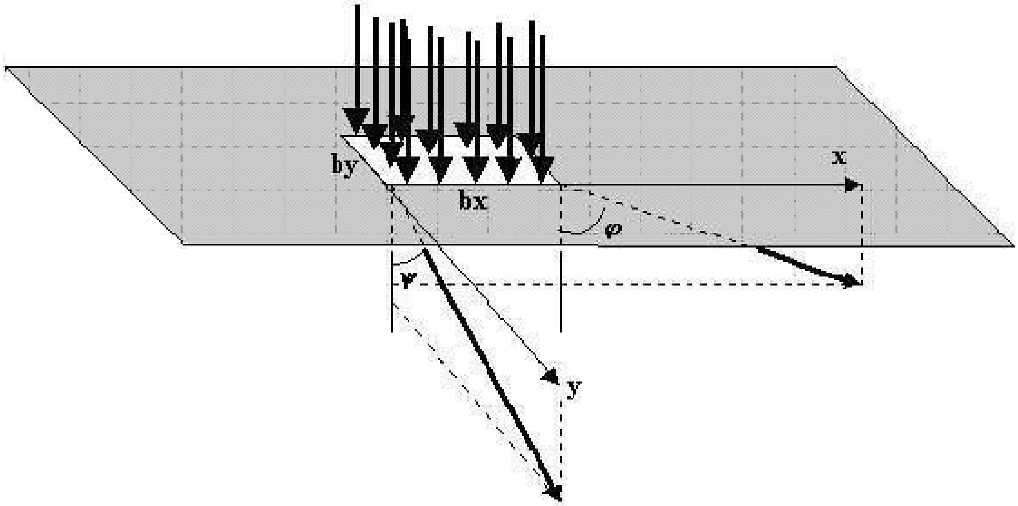


3.13 pav. Šviesos elektrinio lauko stiprio taške *P* vektorinė diagrama.

3.3 Fraunhoferio difrakcija angose

3.3.1 Difrakcija stačiakampėje angoje

Į stačiakampę skylutę statmenai krinta lygiagrečių spindulių pluoštelis. Viena skylutės kraštinė yra *bx,* kita *by.* Už skylutės yra lęšis (3.14 pav. jis neparodytas), jo židinio plokštumoje ekranas. Krintančios plokščios bangos frontas sutampa su skylutės plokštuma**,** todėl antrinės bangos sklindančios iš skylutės paviršiaus taškų turi tas pačias pradines fazes. Tie spinduliai, kurie iš skylutės sklinda krintančių spindulių kryptimi, lęšiu yra suglaudžiami ekrane į tašką židinyje. Į šį tašką suėję vienodą fazę turintys spinduliai sudaro difrakcinį maksimumą. Spindulių, išėjusių iš skylutės kitomis kryptimis, indėlį į difrakcinį vaizdą rasime panaudojus skaičiavimo algoritmą analogišką plyšio atvejui. Padaliname skylutės paviršių į elementarius stačiakampio formos elementus *dS*, kurių kraštinės yra lygiagrečios skylutės kraštinėms, ir susumuojame (suintegruojame) antrinių spindulių, sklindančių iš visų paviršiaus elementų *dS* kampais φ ir Ψ nusakyta kryptimi (3.14 pav.), elektrinio lauko amplitudes. Elektrinio lauko virpesių suminę amplitudę židinio nuotolio plokštumoje pažymėkime dydžiu $E_{\varphi,\psi}$.

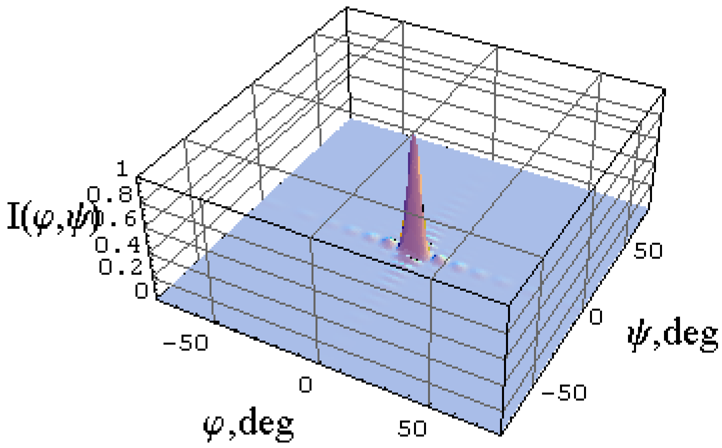


3.14 pav. Stačiakampė skylutė.

Intensyvumą surasime iš sąryšio $I_{\varphi,\psi} \sim E^2_{\varphi,\psi}$. Jis bus:

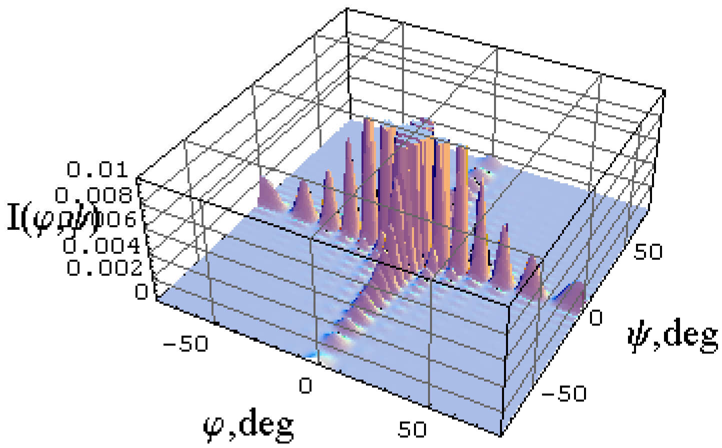
$$I_{\varphi,\psi} = I_0\left(\frac{Sin\ \alpha}{\alpha}\right)^2\left(\frac{Sin\ \beta}{\beta}\right), \text{kur } \alpha = \frac{\pi bx\ Sin\ \varphi}{\lambda}, \text{ o } \beta = \frac{\pi by\ Sin\ \psi}{\lambda}. \quad (3.4)$$

Pasinaudodami programa nubraižome intensyvumo skirstinį lęšio židinio plokštumoje. 3.1. Difrak.nb



3.15 pav. Šviesos, krintančios į stačiakampę skylutę, intensyvumo skirstinys lęšio židinio plokštumoje.

Kadangi 3.15 pav. brėžinyje gerai matosi tik centrinis maksimumas, todėl išskiriame aukštesnės eilės maksimumus, apribojant brėžinyje intensyvumo reikšmę.

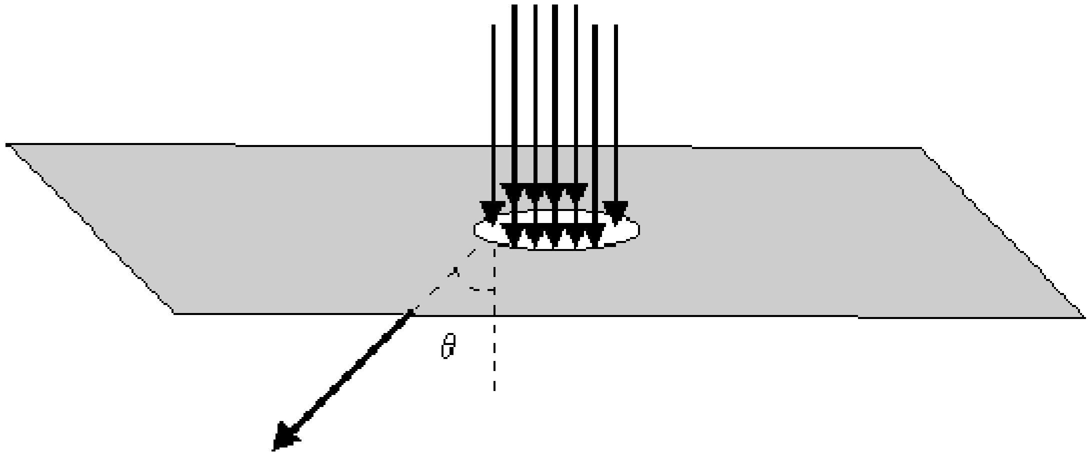


3.16 pav. Šviesos, krintančios į stačiakampę skylutę, intensyvumo skirstinys aukštesnės eilės maksimumų srityje.

Difrakcinis vaizdas yra toks lyg vienas ant kito būtų užsidėję du difrakciniai vaizdai gauti nuo skirtingo pločio statmenų plyšių. Vaizdas yra labiau ištemptas išilgai trumpesnės skylutės kraštinės. Aukštesnės eilės maksimumų padėtis nusako lygtys: $bx\ Sin\ \varphi = m\lambda$ ir $by\ Sin\ \varphi = k\lambda$ kur $m = \pm 1, \pm 2, ...$ Nors, bendru atveju, kiekvieno maksimumo padėtį ekrane aprašo m ir k dydžių reikšmių pora, iš esmės nuo nulio skyrėsi tik tų maksimumų intensyvumai, kurie yra išsidėstę išilgai x ir y ašių.

3.3.2 Difrakcija apvalioje angoje

Tarkime, kad į apvalią skylutę statmenai krinta lygiagrečių spindulių pluoštelis (3.17 pav.). Skylutės radiusas yra R. Už skylutės yra lęšis (3.17 pav. jis neparodytas), jo židinio nuotolio plokštumoje ekranas. Krintančios plokščios bangos frontas sutampa su skylutės plokštuma**,** todėl antrinės bangos sklindančios iš skylutės paviršiaus taškų turi tas pačias pradines fazes. Antrinių šaltinių spinduliai, sklindantys krintančių spindulių kryptimi, lęšiu yra suglaudžiami ekrane į tašką lęšio židinyje. Šiame taške, vienodą fazę turintys spinduliai, sudarys difrakcinį maksimumą (3.18 pav.).

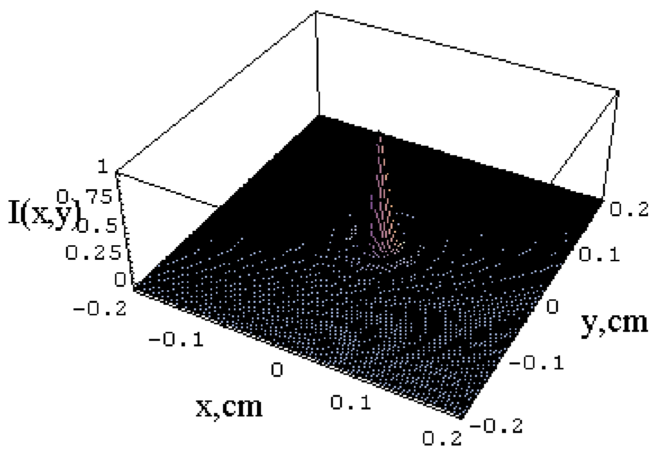


3.17 pav. Apvali skylutė.

Daug sunkiau paskaičiuoti difrakcinį vaizdą kituose ekrano taškuose. Grafiškai sprendžiant uždavinį susiduriame su tam tikromis problemomis. Suskaldžius apvalios skylutės angą lygiagrečiomis linijomis, kraštinės dalys bus nereguliarios formos ir mažesnio pločio. Jos mažiau įtakos difrakcinį vaizdą, nei tai buvo stačiakampėje skylutėje, kur kraštinės dalys buvo tokio pačio dydžio kaip ir centrinių dalių. Todėl vektorinė diagrama turėtų būti braižoma ne iš vienodo ilgio vektorių, kaip tai daroma paprastai. Todėl intensyvumą skaičiuojame pasinaudodami Beselio funkcija išreikštą per sferines koordinates. Jei difrakcija vyksta mažais kampais, intensyvumo skirstinį lęšio židinio plokštumoje patogu išreikšti per pirmos eilės Beselio funkciją $J_1(u)$, kur $u = 2\pi R \ Sin\dfrac{\theta}{\lambda}$, ir θ- difrakcijos kampas (3.17 pav.). Intensyvumo skirstinį aprašo išraiška:

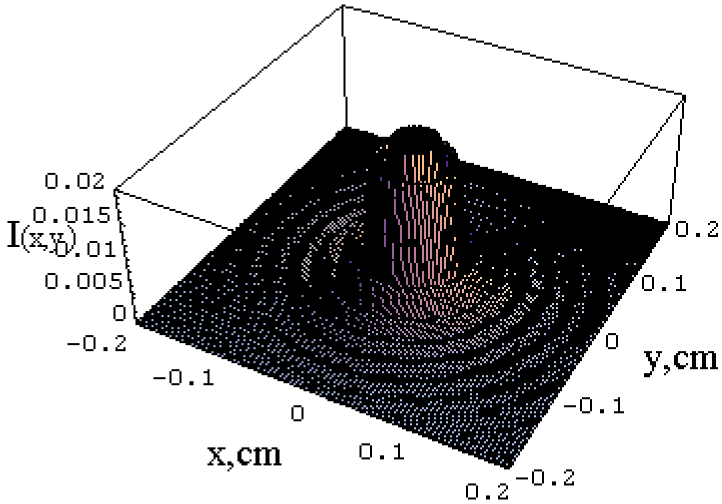
$$I(\theta) = I_0\left(\frac{J_1(u)}{u}\right)^2 \qquad (3.5)$$

Naudodamiesi programa nubraižome intensyvumo skirstinį 3.2. Difrak.nb.



3.18 pav. Difrakcinio vaizdo šviesos intensyvumo skirstinys lęšio židinio plokštumoje.

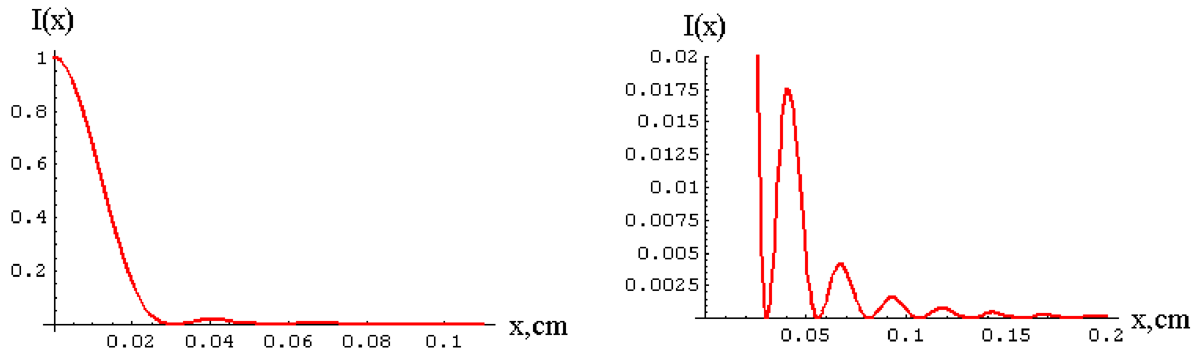
Ekrane gaunamas difrakcinis vaizdas bus sudarytas iš periodiškai pasikartojančių šviesių ir tamsių koncentrinių apskritimų. Centre matysime šviesią dėmę (centrinis maksimumas), kadangi čia surenkami spinduliai su vienodomis fazėmis. Tolstant nuo centro intensyvumas mažėja (3.19 pav.).



3.19 pav. Difrakcinio vaizdo šviesos intensyvumo skirstinys lęšio židinio plokštumoje. Parodyti tik tie maksimumai, kurių intensyvumas neviršija 0.02 I_0.

Tamsių žiedų difrakcinių kampų apytikslės reikšmės paskaičiuojamos šia formule:

$$Sin\ \theta_m = \frac{0.61 + \left(\frac{m-1}{2}\right)}{R}\lambda \qquad (3.6)$$



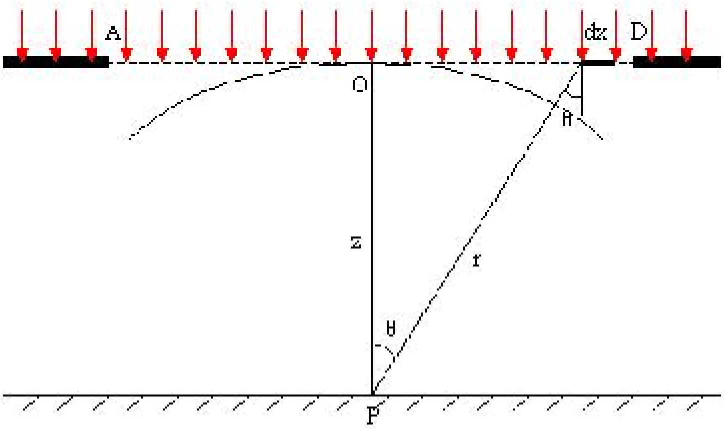
3.20 pav. Difrakcinio vaizdo intensyvumo radialinis skirstinys. Dešiniame grafike parodytas intensyvumo skirstinys visuose maksimumuose, kairiajame tik tų, kurių intensyvumas neviršija 0.02 I_0.

Difrakcinis vaizdas nepriklauso nuo lęšio atstumo iki angos, jis lieka irgi toks pat, kai lęšio kraštai sutampa su angos kraštais. Iš čia seka, kad net idealus lęšis negali sudaryti idealaus atvaizdo. Spinduliai išėję iš daikto taško, dėl banginės šviesos prigimties, lęšiu gautame atvaizde pagrinde yra susirenkami į apskritą dėmę, kuri yra difrakcinio atvaizdo centrinis maksimumas. Dėmės radiusas ρ_0 mažėja, didėjant lęšio apsodo radiusui R.

3.4 Frenelio šviesos difrakcija plyšyje

Vykstant Frenelio (*A.J.Fresnel*) šviesos difrakcijai plyšyje, difrakcinis vaizdas stebimas už plyšio esančiame ekrane. Fraunhoferio (*J. Fraunhofer*) difrakcijos atveju, už plyšio dar įtaisomas lęšis, kurio židinio nuotolio plokštuma sutampa su ekrano plokštuma. Taigi Frenelio šviesos difrakcijos atveju šviesa į kiekvieną ekrano tašką ateina iš visų neuždengtų bangos fronto paviršiaus taškų. Todėl šviesa kiekviename ekrano taške susideda turėdama skirtingas fazes ir amplitudes. Kadangi toks sumavimas labai sudėtingas, todėl retai jis nagrinėjamas. Tik dabar, esant galingai skaičiavimo technikai, galima šį klausimą išnagrinėti net bendrosios fizikos kurse. Mes apskaičiuosime difrakcinį vaizdą ekrane, esančiame už plyšio ir palyginsime jį su Fraunhoferio šviesos difrakciniu vaizdu nuo plyšio.

Pasinaudosime Korniu (*A.Cornu*) zonų metodu. Plyšys yra virš ekrano nutolęs z atstumu, jo plotis *b.* Į plyšį krenta plokščia banga, kurios bangos frontas AD, amplitudė E_0 (3.21 pav.). Jei plyšio nebūtų, tą pačią šviesos amplitudę turėtų ir kiekvienas ekrano taškas. Panagrinėkime, kaip Korniu diagrama galima rasti šios amplitudės reikšmę. Tam tikram ekrano taškui, sakykime taškui P, sudarome Korniu diagramą. Visų pirma padaliname plokščios bangos frontą, esantį plokštumoje AD į Korniu zonas. Kiekvieną Korniu zoną, savo ruoštu, daliname į *nn* dalių (kuo didesnis *nn*, tuo tikslesnis rezultatas). Dalių pločiai turi būti pakankamai maži, kad iš kiekvieno šios dalies taško atėjusios šviesos fazę ir amplitudę galėtumėm laikyti vienodomis. Į ekrano tašką P , iš šio taško iškeltas statmuo dalina bangos frontą pusiau. Nuo atskirų dalių ateina šviesa, turinti skirtingą fazę ir amplitudę. Taške P šviesa susideda. Bendras dalių kiekis $2*q*nn$, čia $2\cdot q$ -įskaitytų Korniu zonų skaičius. Tas dalis numeruosime skaičiumi m. Kuo didesnis m, tuo ši dalis yra toliau nuo taško O ir, atitinkamai, atėjusios bangos fazė didesnė už bangos fazę, atėjusio iš taško O į tašką P. Kaimyninių dalių atstumai r iki taško P skiriasi dydžiu $\frac{\lambda}{2\ nn}$, o fazė – dydžiu $\frac{\pi}{nn}$. Šviesos lauko stiprio vektorių taške P randame sumuodami iš visų dalių atėjusias šviesos amplitudes įskaitant jų fazių pokyčius.



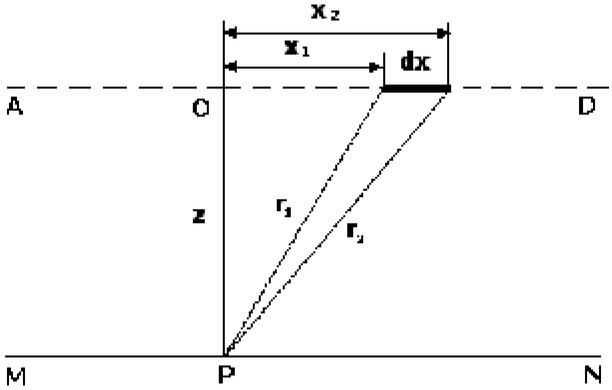
3.21 pav. Frenelio šviesos difrakcijos schema.

Kiekviena dalis, kurios plotis *dx*, taške P sukelia amplitudę *dE.* Ateinančios m-tosios bangos fronto dalies amplitudė dE_m aprašoma formule:

$$dE_m = E_0 \frac{dS_m Cos\ \theta_m}{r_m} Cos(\omega\ t - kr_m).$$

Čia: E_0- plokščios bangos amplitudė, dS_m- m- tosios dalies plotas. $dS_m=I\ dx_m$, kur *l* yra bangos fronto ilgis. θ_m - kampas tarp bangos fronto normalės ir spindulio krypties, r_m- atstumas nuo taško P iki *m*-tosios fronto dalies, ω- bangos dažnis, *t* - laikas , *k* - bangos skaičius. Dydis

$Cos(\omega\ t - kr_m)$. apibūdina bangos, atėjusios į tašką P, fazę, o $E_0 \dfrac{dS_m Cos\theta_m}{r_m}$ - jos amplitudę. Fazę užrašome kompleksiniu pavidalu. Iš 3.21 pav. matyti, kad $r = z + \Delta r_m$, kur Δr_m yra bangų, einančių iš taško O į tašką P ir m - tosios dalies į tašką P, kelių skirtumas. $\Delta r_m = \dfrac{\lambda}{2}\dfrac{m}{nn}$ iš to gauname $e^{i\frac{2\pi}{\lambda}r_m} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(z+\Delta r_m)} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda}z}e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r_m}$. Kadangi skaičiuojame konstantos tikslumu, ekrano pasirinktai padėčiai pastovius dydžius E_0 ir $E_0 e^{i\frac{2\pi}{\lambda}z}$ atmesime. Taigi bangos fazė bus $e^{i\frac{2\pi}{\lambda}r_m} \to e^{i\cdot\pi\frac{m}{nn}}$. Iš pav.1 matyti, kad $Cos\cdot\theta_m = \dfrac{z}{r_m}$. Dydžio dS_m reikšmę rasime pasinaudodami 3.22 pav.



3.22 pav. Korniu zonos dalies ploto skaičiavimo schema.

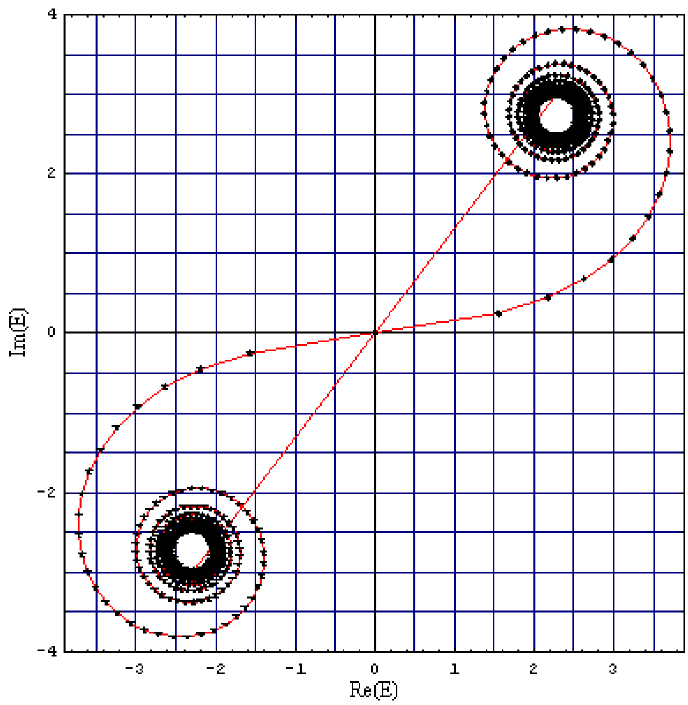
$dS_m \sim x_2 - x_1$; Pagal Pitagoro teoremą: $x_1^2 = r_1^2 - z^2$; $x_2^2 = r_2^2 - z^2$; $r_1 = z + \dfrac{1}{2}\lambda\dfrac{m-1}{nn}$; $r_2 = z + \dfrac{1}{2}\lambda\dfrac{m}{nn}; \Rightarrow x_1^2 \approx \lambda\dfrac{m-1}{nn}z$; $x_2^2 \approx \lambda\dfrac{m}{nn}z$; $x_2 - x_1 = \sqrt{\lambda\dfrac{m}{nn}z} - \sqrt{\lambda\dfrac{m-1}{nn}z} = \dfrac{\sqrt{z\lambda}}{\sqrt{nn}}(\sqrt{m} - \sqrt{k-1})$.

Dabar galime parašyti: $dE_m = e^{i\cdot\pi\frac{m}{nn}}\dfrac{\sqrt{z\lambda}}{\sqrt{nn}}(\sqrt{m} - \sqrt{m-1})\cdot\dfrac{z}{\left(z + \dfrac{1}{2}\lambda\dfrac{m}{nn}\right)^2}$.

Turime bangos amplitudės dE_m, kurią sukelia antrinės bangos iš m - tosios dalelės taške P, išraišką. Šviesos amplitudę taške P rasime sumuodami visas $2\ q\ nn$ Korniu zonų dalių tame taške sukeliamas amplitudes.

Pasinaudosime programos moduliu: 4.1. Difrak.nb

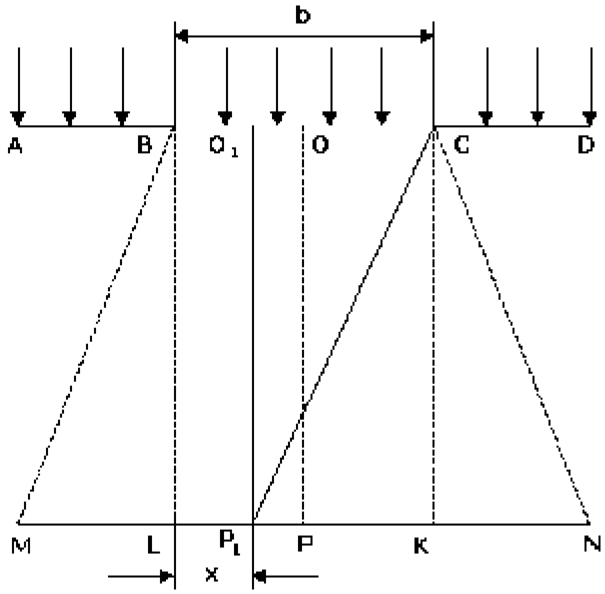
Kreivę (Kornių diagramą) braižysime koordinačių sistemoje, kurioje abscisių ašyje atidedama lauko stiprio išraiškos realioji dalis, o ordinačių - menamoji. Pirmąjį kreivės tašką sudaro šviesos atėjusios į tašką P iš pirmos fronto dalies amplitudės dE_1 realioji ir menamoji dalys. Kitą tašką gauname, pridėjus prie pirmojo taško koordinačių dydžio dE_2 realiąją ir menamąją dalis ir t. t..



3.23 pav. Korniu diagrama.

Krintančios į plyšį šviesos amplitudės E_0 apytikslę vertę rasime suskaičiavę tiesės, jungiančios Kornių diagramos polius, ilgį. Jis apytiksliai lygus $E_0 \approx 2\sqrt{\left(\mathrm{Re}\left(E_q\right)\right)^2 + \left(\mathrm{Im}\left(E_q\right)\right)^2}$.

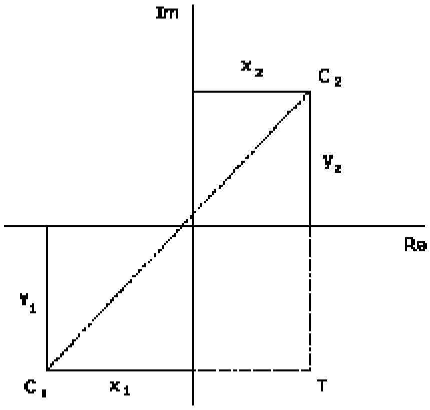
Jei virš ekrano atstumu z pastatome plyšį ir tai galime suskaičiuoti difrakcinį vaizdą ekrano plokštumoje. Difrakcinio vaizdo skaičiavimo sąlygas aptarsime atskirai kiekvienai iš trijų ekrano dalių: atkarpose ML, LK ir KN (3.24 pav.).



3.24 pav. Šviesos virpesių amplitudės skaičiavimo schema.

Didžioji praėjusios plyšį šviesos dalis atsidurs ekrano atkarpoje LK, po pačiu plyšiu. Šviesa nuo plyšio krašto užlinksta, todėl blankesnį difrakcinį vaizdą matysime ir ekrano atkarpose ML ir KN. Pirma skaičiuosime difrakcinį vaizdą atkarpoje LK. Kaip ir anksčiau, plyšį daliname į Korniu zonas, o kiekvieną Korniu zoną į *nn* dalių. Ekrano plokštumoje išdėstome x ašį statmenai plyšio ilgiui. Pasirenkame x ašies pradžią ir taškus ašyje, kuriuose skaičiuosime šviesos intensyvumą. Šiuos taškus nustatome nurodydami žingsnį Δx. Sumuodami iš visų bangos fronto dalių į vieną iš tų taškų atėjusios šviesos amplitudes, sudarome Korniu diagramą.

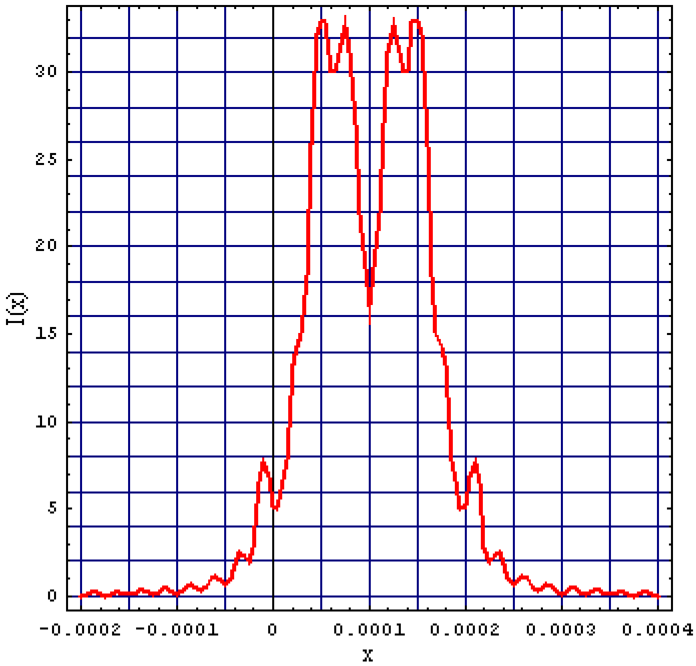
Šviesos amplitudė šiame taške lygi atstumui tarp Korniu spiralės galų. Toliau renkamės gretimą tašką ir jame vėl skaičiuojame amplitudę. Tą operaciją atliekame visuose pasirinktuose atkarpos LK taškuose. Kad gautumėm amplitudės vertę tam tikrame taške, nebūtina braižyti Korniu diagramą, o pakanka tik sužinoti jos galų C_1 ir C_2 koordinates ir pagal Pitagoro teoremą apskaičiuoti atstumo tarp taškų C_1, C_2 kvadratą, t. y. intensyvumą (3.25 pav.).



3.25 pav. Šviesos amplitudės nustatymas Korniu diagramos pagalba.

Jei esame taške O (3.24 pav.), tai kiek iš kairės, tiek iš ir dešinės pusės plyšiu atidengiamų Korniu zonų dalių skaičius yra vienodas. Tačiau jei esame taške O_1, tai iš kairės pusės plyšys atidengia daugiau dalių, nei iš dešinės. Galime sužinoti atidengtų dalių skaičių kairėje ir dešinėje pusėse, jei rasime pasinaudosime aukščiau paminėta formule $\Delta r_m = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{m}{nn}$. Iš čia: $m \frac{2 \cdot nn \cdot \Delta r}{\lambda}$. Iš 3.24 pav. randame Δr_m: $\Delta r_m = \sqrt{z^2 + (b-x)^2} - z$. Tada atidengtų dalių skaičius iš dešinės: $m_2 = \frac{2 \cdot nn \cdot \sqrt{z^2 + z^2} - z}{\lambda}$. Dabar, žinodami tam tikram taškui atidengtų dalių skaičių, galime rasti jo Korniu diagramos galų koordinates, o iš jų ir šviesos intensyvumą.

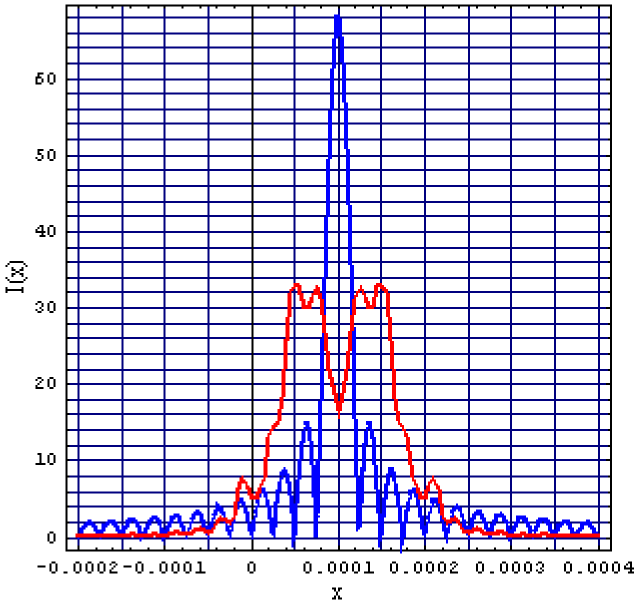
Pasinaudodami programa galime nubraižyti šviesos praėjusios plyšį virpesių skirstinį ekrano plokštumoje 4.2. Difrak.nb



3.26 pav. Šviesos perėjusios plyšį virpesių amplitudės skirstinys ekrane.

Kaip minėta, Fraunhoferio difrakciją stebėsime ekrane, tarp ekrano ir plyšio patalpinę lęšį taip, kad jo židinis būtų ekrano plokštumoje.

Palyginkime Frenelio šviesos difrakcijos nuo plyšio vaizdą su Fraunhoferio šviesos difrakciniu vaizdu.

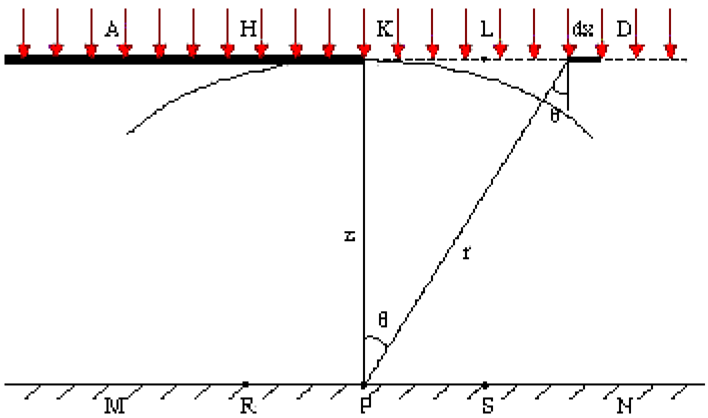


3.27 pav. Šviesos virpesių amplitudės skirstinys ekrane esant: a) Frenelio difrakcijai(raudona kreivė); b) Fraunhoferio difrakcijai(mėlyna kreivė).

3.5 Difrakcija tiesios kliūties krašte

Vykstant šviesos plokščios bangos difrakcijai nepermatomos kliūties krašte, difrakcinis vaizdas stebimas už kliūties esančiame ekrane. Šviesa į ekraną ateina nuo visų neuždengtų bangos fronto paviršiaus taškų. Šviesa kiekviename ekrano taške susideda iš daugelio skirtingų fazių ir amplitudžių komponentų.

Šį klausimą spręsime pasinaudodami Korniu (*A.Cornu*) zonų metodu. Pertvara (kliūtis) padėta virš ekrano MN atstumu *z*, jos kraštas yra virš ekrano centro esančio taško P (3.28 pav.). Pertvaros plokštuma sutampa su bangos frontu AD, bangos fronto šviesos amplitudė – E_0. Ekrano taške P kairioji bangos fronto dalis yra visiškai uždengta, dešinioji - atidengta. Kitame ekrano taške, sakykime taške N (3.28 pav.), kairioji dalis yra uždaryta tik dalinai. Panagrinėkime, kaip Korniu diagrama galima rasti šviesos pasiskirstymą ekrane. Padaliname atidengtą bangos fronto paviršių į Korniu zonas. Kiekvieną Korniu zoną savo ruoštu daliname į *nn* dalių (kuo didesnis *nn*, tuo tikslesni skaičiavimai). Kiekviena dalis turi būti pakankamai siaura, kad iš jos visų paviršiaus taškų atėjusios šviesos fazę ir amplitudę galėtumėm laikyti vienodomis. Į ekrano tašką iš kiekvienos atidengtos dalies ateina šviesa, turinti skirtingą fazę ir amplitudę. Dalių kiekis bangos fronto dešiniojoje pusėje yra $q \cdot nn$, čia *q* - įskaitytų Korniu zonų skaičius. Iš tikrųjų zonų skaičius bangos fronto dešiniojoje pusėje yra begalo didelis. Mes apsiribosime tik pirmomis *q* zonomis. Korniu diagramos poliaus koordinates surasime vidurkindami paskutiniosios apskaičiuotos spiralės vijos koordinates. Atidengtos bangos fronto paviršiaus daleles numeruojame skaičiumi m. Kuo didesnis m, tuo ši paviršiaus dalelė yra toliau nuo taško K ir, atitinkamai, atėjusios bangos fazė didesnė už bangos fazę, atėjusio iš taško K į tašką P. Kaimyninių paviršiaus dalelių atstumas r iki taško P skiriasi dydžiu $\frac{\lambda}{2 \cdot nn}$, o fazė dydžiu $\frac{\pi}{nn}$. Šviesos lauko stiprio vektorių taške P randame sumuodami iš visų paviršiaus dalelių atėjusias šviesos amplitudes įskaitydami jų fazių pokyčius.



3.28 pav. Plokščios bangos fronto padalijimui į Korniu zonas.

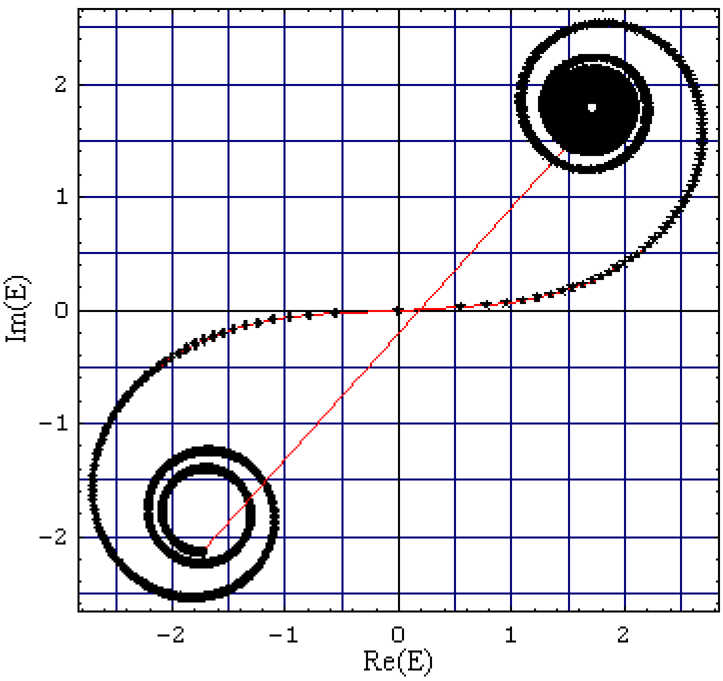
Kiekviena bangos fronto paviršiaus dalelė, kurios plotį pažymime *dx*, taške P sukelia bangos amplitudę *dE.* Ateinanti iš m-tosios paviršiaus dalelės amplitudė dE_m aprašoma formule: $dE_m = E_0 \frac{dS_m \cdot Cos\theta_m}{r_m} Cos(\omega \cdot t - kr_m)$. Čia: E_0- plokščios bangos amplitudė, dS_m- m- tosios dalies plotas. $dS_m = l\ dx_m$, kur *l* yra bangos fronto ilgis. θ_m - kampas tarp bangos fronto normalės ir spindulio krypties, r_m- atstumas nuo taško P iki *m*-tosios fronto dalies, ω- bangos dažnis, *t* - laikas , *k* - bangos skaičius. Dydis $Cos(\omega\ t - kr_m)$. apibūdina bangos, atėjusios į tašką P, fazę, o

$E_0 \dfrac{dS_m Cos\theta_m}{r_m}$ - jos amplitudę. Fazę užrašome kompleksiniu pavidalu. Iš 3.28 pav. matyti, kad $r = z + \Delta r_m$, kur Δr_m yra bangų, einančių iš taško O į tašką P ir m - tosios dalies į tašką P, kelių skirtumas. $\Delta r_m = \dfrac{\lambda}{2}\dfrac{m}{nn}$. Iš čia gauname $e^{i\frac{2\pi}{\lambda}r_m} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda}(z+\Delta r_m)} = e^{i\frac{2\pi}{\lambda}z} e^{i\frac{2\pi}{\lambda}\Delta r_m}$. Kadangi skaičiuojame konstantos tikslumu, tai atmetame konstantas E_0 ir $e^{i\frac{2\pi}{\lambda}z}$. Taigi bangos fazė bus $e^{i\frac{2\pi}{\lambda}r_m} \to e^{i\cdot\pi\frac{m}{nn}}$. Iš 3.28 pav. matyti, kad $Cos\cdot\theta_m = \dfrac{z}{r_m}$. Paviršiaus dalelės ploto dS_m išraiška gauta šio leidinuko 3.4 skyrelyje: $dS_m = l\dfrac{\sqrt{z\lambda}}{\sqrt{nn}}\left(\sqrt{m} - \sqrt{k-1}\right)$. Bangos fronto paviršiaus m- toji dalelė taške P sukelia šviesos bangos amplitudę $dE_m = e^{i\cdot\pi\frac{m}{nn}} \dfrac{\sqrt{z\lambda}}{\sqrt{nn}}(\sqrt{m} - \sqrt{m-1}) \cdot \dfrac{z}{\left(z + \frac{1}{2}\lambda\frac{m}{nn}\right)^2}$. Šviesos amplitudę taške P rasime sumuodami visas bangos fronto dalių tame taške sukeliamas amplitudes.

Korniu diagramą braižysime koordinačių sistemoje, kur abscisių ašyje atidedama lauko stiprio išraiškos realioji dalis, o ordinačių - menamoji. Pirmąjį kreivės tašką sudaro šviesos atėjusios į tašką P iš pirmos fronto dalies amplitudės dE_1 realioji ir menamoji dalys. Kitą tašką gauname, pridėjus prie pirmojo taško koordinačių dydžio dE_2 realiąją ir menamąją dalis ir t. t.. Tokiu būdu kreivės i-tojo taško koordinatės bus $\left(\sum_{k=1}^{i}\mathrm{Re}(dE_k),\ \sum_{k=1}^{i}\mathrm{Im}(dE_k)\right)$. Iš apskaičiuotų koordinačių sudarome lentelę.

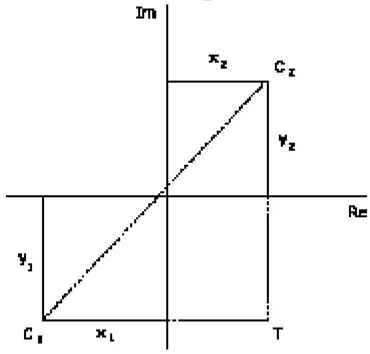
Nubraižome Korniu diagramą. 5.1. Difrak.nb

Ši diagrama (3.29 pav.) atvaizduoja atvejį, kai iš kairiosios ekrano pusės atidengtos tik 5 Korniu zonos. Atkarpa sujungia diagramos pradinį tašką su paskutiniu.



3.29 pav. Korniu diagrama ekrano S taške.

Difrakcinio vaizdo skaičiavimo sąlygos atkarpose MN ir PN (3.28 pav.) yra skirtingos. Kaip ir anksčiau, plyšį daliname į Korniu zonas, o kiekvieną Korniu zoną į nn dalių. Ekrano plokštumoje išdėstome x ašį statmenai pertvaros kraštui. Pasirenkame x ašies pradžią ir taškus ašyje, kuriuose skaičiuosime šviesos intensyvumą. Šiuos taškus nustatome nurodant žingsnį Δx. Sumuodami iš visų atidengtų bangos fronto dalių į vieną iš tų taškų atėjusią šviesą, sudarome taškui Korniu diagramą. Šviesos amplitudė šiame taške lygi atstumui tarp Korniu spiralės galų. Toliau renkamės gretimą tašką ir jame vėl skaičiuojame Korniu diagramą. Tą operaciją atliekame visuose pasirinktuose atkarpos LK taškuose. Šviesos intensyvumo vertei tam tikrame taške gauti, nebūtina braižyti Korniu diagramą, o pakanka sužinoti jos galų C_1 ir C_2 koordinates ir pagal Pitagoro teoremą apskaičiuoti atstumo tarp taškų C_1, C_2 kvadratą (3.30 pav.).



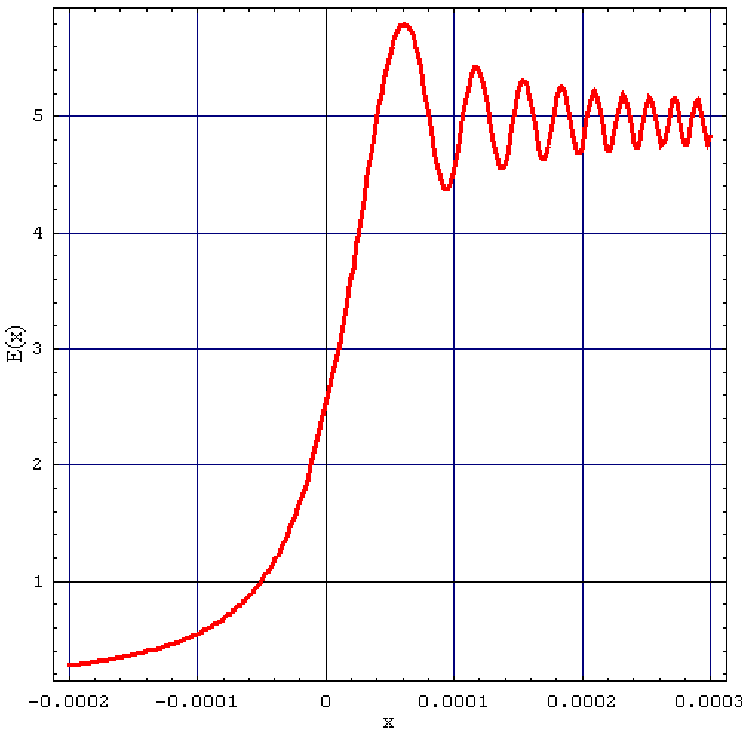
3.30. pav. Šviesos intensyvumo vertės apskaičiavimas pagal Korniu diagramą.

Jei esame ekrano atkarpos PN taške, tai iš kairės pusės atidengta daugiau bangos fronto dalių, nei iš dešinės. Galime sužinoti atidengtų dalių skaičių kairėje ir dešinėje pusėse. Jas rasime pasinaudoję aukščiau paminėta formule $\Delta r_m = \frac{\lambda}{2} \cdot \frac{m}{nn}$. Iš čia: $m = \frac{2 \cdot nn \cdot \Delta r_m}{\lambda}$.

Atidengtų dalių skaičius iš kairės: $m_1 = \frac{2 \cdot nn \cdot \sqrt{z^2 + x_{m_1}^2} - z}{\lambda}$, čia $x_{m_1} = KL$. Dabar, žinodami tam tikram taškui atidengtų dalių skaičių, galime rasti jo Korniu diagramos galų koordinates, o iš jų ir šviesos intensyvumą.

Ekrano atkarpos MP taškuose iš dešinės atidengta tik dalis bangos fronto. Atidengtos bangos fronto paviršiaus dalys prasideda nuo $m_2 = \frac{2 \cdot nn \cdot \sqrt{z^2 + x_{m_2}^2} - z}{\lambda}$, kur $x_{m_2} = HK$. Šiam taškui vėl skaičiuojame Korniu diagramos dalį pradėdami nuo taško $\left(\sum_{k=1}^{m_2} \mathrm{Re}(dE_k), \sum_{k=1}^{m_2} \mathrm{Im}(dE_k)\right)$ iki jos poliaus.

Nubraižome šviesos intensyvumo skirstinį ekrane. 5.2. Difrak.nb



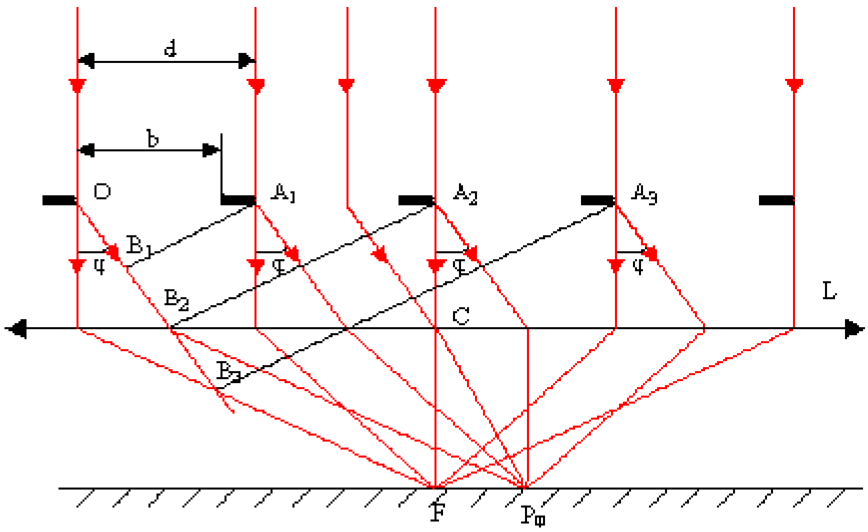
3.31 pav. Šviesos intensyvumo skirstinys ekrane, vykstant difrakcijai tiesios kliūties krašte.

3.6 Amplitudinė difrakcinė gardelė

Difrakcinė gardelė - vienodais atstumais išdėstytų daugelio vienodo pločio plyšių sistema. Joje yra N plyšių, kurių pločiai lygūs b, o atstumai tarp gretimu plyšių d. Statmenai į šią gardelę krinta plokščia monochromatinė banga. Difrakcinio vaizdo intensyvumas ekrane pasiskirsto pagal formulę

$$I_\varphi = Cos\cdot\varphi\cdot I_0\left(\frac{Sin\cdot u}{u}\right)^2\left(\frac{Sin\cdot N\delta}{Sin\cdot\delta}\right)^2 \text{, kur } u=\frac{\pi b}{\lambda}\cdot Sin\varphi\text{, } \delta=\frac{\pi d}{\lambda}\cdot Sin\varphi\text{.}$$

Daugiklis $J_p = \left(\frac{Sin\cdot u}{u}\right)^2$ aprašo intensyvumo skirstinį įvykus plokščios bangos difrakcijai plyšyje, tuo tarpu daugiklis $J_N = \left(\frac{Sin\cdot N\delta}{Sin\delta}\right)^2$ įskaito bangų išeinančių iš skirtingų plyšių interferenciją, šviesos sklindančios iš vieno plyšio kampu φ intensyvumas išreiškiamas $Cos\cdot\varphi\cdot I_0$



3.32 pav. Spindulių eiga difrakcinėje gardelėje.

Kaip gaunama nario J_p išraiška ir jos savybės plačiai aptartos skyrelyje 2.2. Dabar panagrinėsime narį J_N. Lęšis surenka židinio nuotolio plokštumoje visus spindulius sklindančius kampu φ iš visų gardelės plyšių antrinių šaltinių. Sakykime šviesos spindulio ateinančio iš taško *O* į tašką P_φ (3.32 pav.) amplitudė yra E_φ. Šviesos ateinančios į tą patį tašką iš gardelės taškų A_1, A_2, A_3, ... amplitudės bus tos pačios, tik skirsis jų fazės. Nuo gretimų plyšių sklindančių spindulių optinės eigos skirtumas lygus $OB_1 = \Delta_\varphi = d\cdot Sin\cdot\varphi$. Šie spinduliai koherentiniai, todėl jų interferencijos rezultatą gausime, sumuodami ateinančių į tašką P_φ spindulių lauko stiprius išreikštus kompleksine forma.

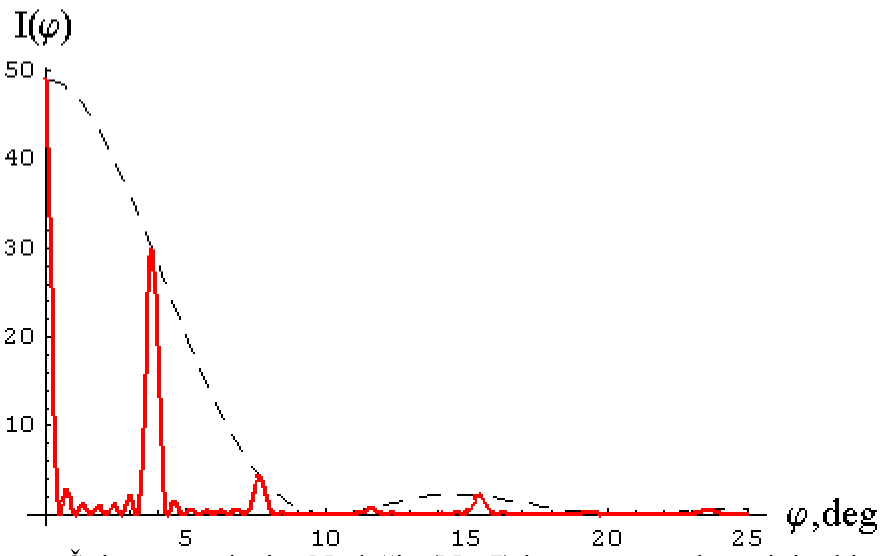
$E_\varphi = \hat{E}\left(1+e^{-i\delta}+e^{-i2\delta}+...+e^{-i(N-1)\delta}\right)$, čia $\hat{E}$ - spindulio ateinančio iš paskutiniojo plyšio lauko stipris, $\delta=\frac{\pi\Delta_\varphi}{\lambda}$. Suma skliaustuose - geometrinė progresija, todėl ją transformuojame šitaip: $\frac{1+e^{-iN2\delta}}{1-e^{-i2\delta}}$. Pastarosios išraiškos modulo kvadratas yra lygus $J_N = \left(\frac{Sin\cdot N\delta}{Sin\delta}\right)^2$.

Pažiūrėkime, kaip keičiasi $\left(\frac{Sin\cdot N\delta}{Sin\delta}\right)^2$ kintant kampui φ. Jei Δ_φ yra lygus sveikam bangų skaičiui, tai bangų svyravimai sustiprins vienas kitą. Jei Δ_φ=mλ, (m=0,1,2,3...) gaunam, kad

$\delta = \dfrac{\pi \cdot d \cdot Sin\varphi}{\lambda} = m \cdot \pi$. Tai reiškia, tuo pat metu ir $Sin \cdot N\delta = 0$ ir $Sin \cdot \delta = 0$. Žinoma, kad $\lim_{\sin\delta \to 0} \dfrac{SinN\delta}{Sin\delta} = N$. Iš to seka, kad patenkinus sąlygą $d \cdot Sin\varphi = m\lambda$, šviesos intensyvumas didėja ne N kartų lyginant su šviesa gaunama nuo vieno plyšio, bet N^2. Maksimumai, kurie gaunami patenkinus sąlygą $d \cdot Sin\varphi = m\lambda$ vadinami *pagrindiniais maksimumais.*

Aptarkime įdomią situaciją, kai tuo pat metu ir $Sin \cdot N\delta = 0$ ir $Sin\delta \neq 0$. Taip bus tada, kai $N\delta = j\pi$ ir $\delta \neq j\pi$ (čia j yra sveikas skaičius). Šias sąlygas užrašysime viena lygtimi: $d \cdot Sin\varphi = \left(m + \dfrac{l}{N}\right)\lambda$, kur $m = 0, \pm1, \pm2, \pm3 ... (N-1)$. Suprantama, tuomet turėsime $J_N = 0$. Šie minimumai vadinami *papildomais minimumais.* Tarp dvejų pagrindinių maksimumų jų yra N-1. Tarp dvejų papildomų minimumų susidaro atsitiktinis maksimumas. Atsitiktinių maksimumų intensyvumai žymiai mažesni už pagrindinių maksimumų intensyvumus. Didėjant gardelės plyšių skaičiui N vis daugiau energijos dėl interferencijos susikoncentruoja pagrindiniuose maksimumuose ir vis mažiau lieka likusiems atsitiktiniams maksimumams. Be to, didėjant plyšių skaičiui N, pagrindiniai maksimumai siaurėja.

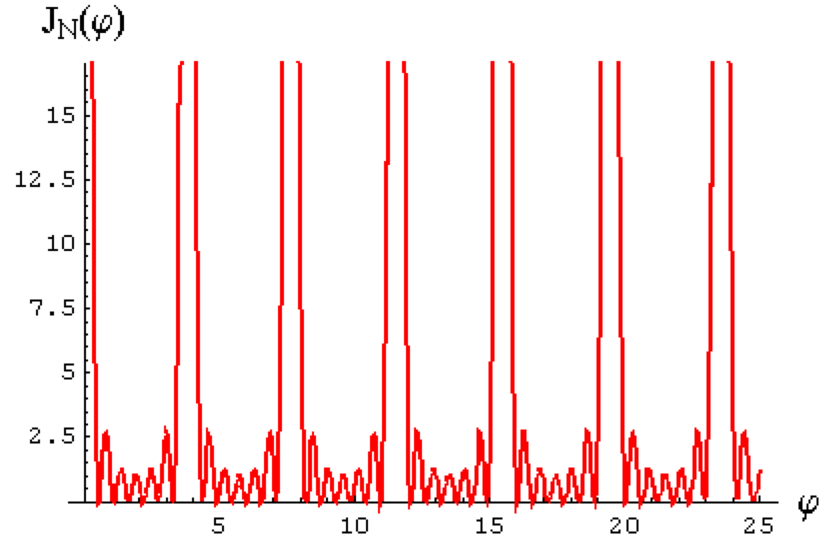
Braižome intensyvumo skirstinį, šviesai difraguojant gardelėje. Kartu braižome liečiamąją (braižoma štrichais) gaunamam vaizdui. Liečiamąją sudarome sudauginę plyšių skaičiaus kvadratą su intensyvumo pasiskirstymu, gaunamu vieno plyšio atveju. 6.1. Difrak.nb



3.33 pav. Šviesos perėjusios N plyšių (N =7) intensyvumo kampinis skirstinys.

Štrichais braižome išraiškos $N^2\left(\dfrac{Sin \cdot u}{u}\right)^2$ eigą.

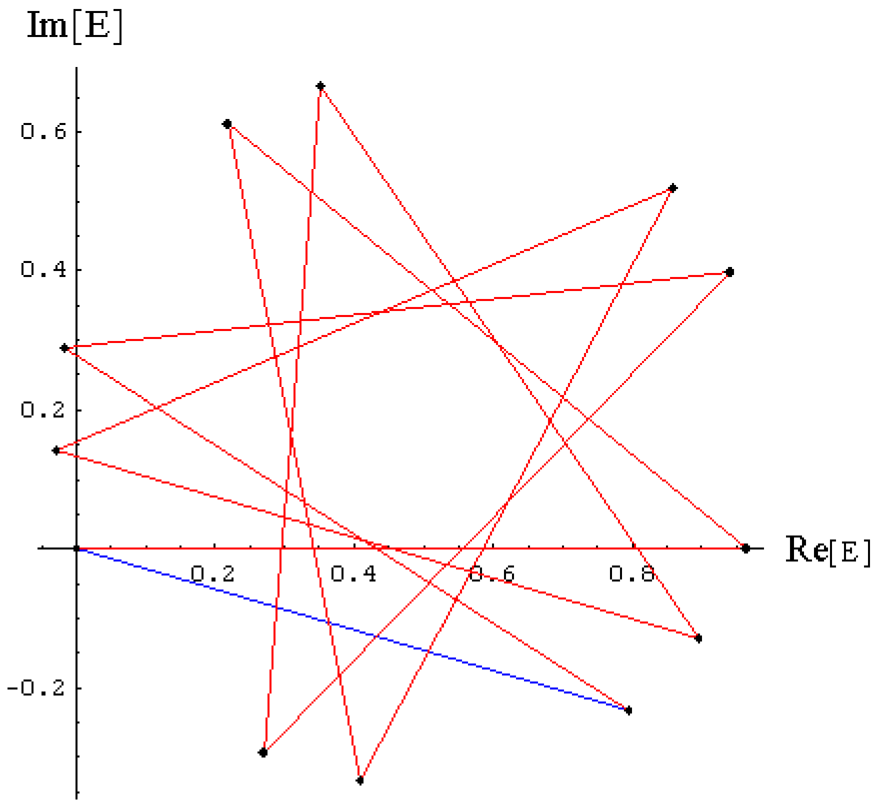
Nubraižome nario J_N, aprašantį spindulių išeinančių iš N plyšių interferencijos rezultatą.



3.34 pav. Išraiškos J_N, aprašančios spindulių išeinančių iš N plyšių interferenciją, eiga.

3.6.1 Vektorinė diagrama

Spindulių sklindančių kampu **j** difrakcijos rezultatą giliau suprasime išanalizavę spindulių sumavimą fazinėje (kompleksinėje) plokštumoje Visų pirma apskaičiuojame šviesos išeinančios iš vieno plyšio suminio lauko stiprio amplitudę. Gretimų juostelių bangos optinių kelių skirtumas yra $d \cdot Sin\varphi$, o bangų fazės skiriasi $\Delta = \frac{2\pi}{\lambda} d \cdot Sin\varphi$. Taigi tam tikrame ekrano taške susideda N vektorių su ta pačia amplitude ΔE_0, vienodais dažniais ir vienodais fazių skirtumais Δ tarp gretimų juostų. Atstojamosios amplitudės E_a kitimą keičiantis kampui φ galima pavaizduoti grafiškai. Spindulių sklindančių iš plyšio kampu φ difrakciją pavaizduojame grafiškai, braižydami kompleksinėje plokštumoje kreivę vadinama *vektorine diagrama*. 6.2. Difrak.nb

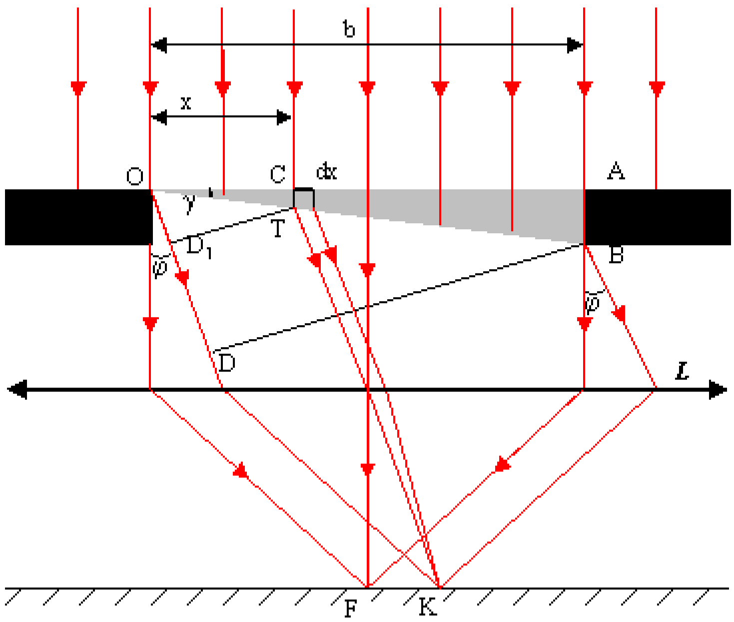


3.35 pav. Antrinių spindulių elektrinio lauko virpesių amplitudžių lęšio židinio plokštumos taške vektorinė diagrama. Suminė šviesos amplitudė lygi tiesės atkarpai, jungiančiai grafiko pabaigą su koordinačių pradžia (mėlyna linija).

3.7 Fazinė gardelė

Panagrinėkime gardelę, kurios plyšiuose įtaisytos skaidrios pleišto pavidalo prizmės, kaip 3.36 pav. Prizmės yra skaidrios, jų medžiagos lūžio rodiklis - n, laužiamasis kampas – γ. Skaičiuojant šviesos difrakciją tokioje gardelėje, remiamasi iš esmės tais pačiais samprotavimais, kurie jau buvo taikomi amplitudinės gardelės atveju. Suprantama, kad išraiškoje aprašančioje liks nepakitęs sandaugos antrasis $J_p \cdot J_N$ narys. Pirmas sandaugos narys pakis, nes jis priklauso nuo rėžio formos. Išraiška J_p taps sudėtingesnė, nes atsiras papildomas fazių skirtumas tarp spindulių, sklindančių per pleištą.

Panagrinėsime šį reiškinį smulkiau. Spinduliai, krintantys statmenai į pleištą, jo paviršiaus OB taškus pasieks skirtingomis fazėmis. Tolimesnį spindulių sklidimą įvertinsime pasinaudodami Hiuigenso (*Ch.Huyghens*) ir Frenelio (*A.J.Fresnel*) principu. Šviesa iš antrinių šaltinių, esančių šiame paviršiuje, patenka į lęšį. Lygiagrečius spindulius lęšis surenka į vieną tašką židinio plokštumoje. Šie spinduliai koherentiniai, todėl suminis lauko stipris šiame taške priklausys nuo sueinančių spindulių fazių skirtumo.



3.36 pav. Antrinių šaltinių spindulių eiga fazinės gardelės plyšyje.

Fazių skirtumas tarp spindulių, išeinančių iš taško O ir taško T, nutolusio nuo taško O atstumu $\dfrac{x}{tg\gamma}$ lygus:

$$\Delta_x = n \cdot C \cdot T - OD_1 = n \cdot b \cdot tg\gamma - OT \cdot Cos\left(\frac{\pi}{2} - (\varphi + \gamma)\right) = n \cdot x \cdot tg\gamma - \frac{x}{Cos\gamma} Sin(\varphi + \gamma). \quad (3.7)$$

Tolimesnė skaičiavimo strategija ta pati: išskiriame nykstamai mažo pločio dx pleišto dalį (žr. 3.36 pav.), užrašome spindulius, praeinančius per šią dalį ir pasiekiančius židinio plokštumą. Bendrą elektrinio lauko amplitudę surandame susumavę (suintegravę) visus spindulius perėjusius pleištą ir sklindančius kampu φ lęšio pagrindinės optinės ašies atžvilgiu. Primename, kad plyšio be pleišto atveju, šių dviejų spindulių eigos skirtumas bus $\Delta_x = x \cdot Sin\varphi$. Sugretinę pastarąją išraišką su formule (3.7) matome, kad $Sin\varphi$ nario vaidmenį plyšio su pleištu atvejų vaidina:

$$a = n \cdot tg\gamma - \frac{Sin(\varphi + \gamma)}{Cos\gamma}. \qquad (3.8)$$

Dabar atlikę matematinius veiksmus, analogiškus kaip ir paprasto plyšio atveju, pastebime, kad plyšio su pleištu atveju intensyvumo skirstinys lęšio židinio plokštumoje aprašomas formule:

$$I_\varphi = I_0 Cos^2\varphi \frac{Sin^2 u}{u^2}, \qquad \text{čia } u = \frac{\pi ba}{\lambda} \qquad (3.9)$$

Dviejų spindulių, ateinančių iš kraštinių pleišto taškų O ir A, kelių skirtumas lygus:

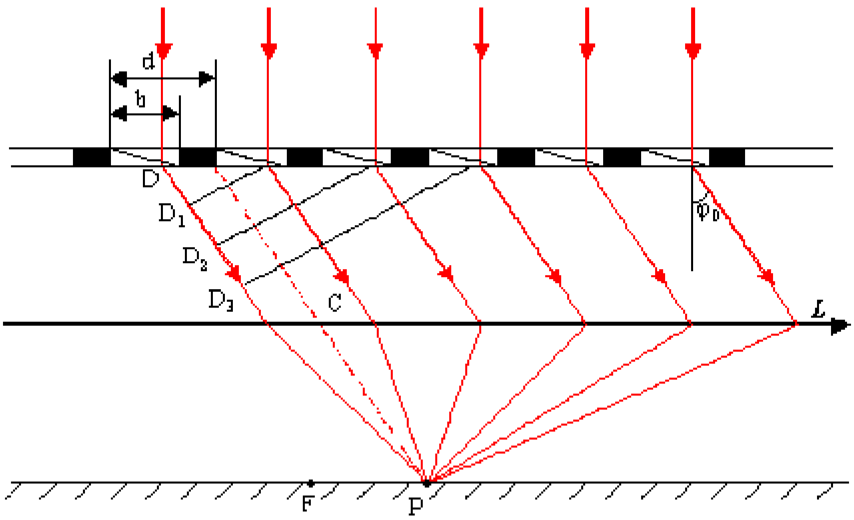
$$\Delta_b = n \cdot AB - OD = n \cdot b \cdot tg\gamma - \frac{x}{Cos\gamma} Sin(\varphi + \gamma) \qquad (3.10)$$

Iš sąlygos $\Delta_b = 0$, gauname:

$$n \cdot b \cdot tg\gamma = \frac{x}{Cos\gamma} Sin(\varphi_0 + \gamma) \qquad (3.11)$$

arba $\varphi_0 = ArcSin(n \cdot Sin\gamma) - \gamma$ (3.12)

Spinduliai, perėję pleištą, ir sklindantys toliau lęšio optinės ašies atžvilgiu kampo φ_0 sueis į židinio plokštumą taške K. Šiame taške spindulių fazės bus vienodos, todėl čia turėsime centrinį maksimumą. Primename, kad paprastojo plyšio atveju dviejų kraštinių spindulių eigos skirtumas lygus: $b \cdot Sin\varphi$ ir centrinis maksimumas yra lęšio židinyje F (3.38 pav.). Iš sąlygos $\Delta_b = 0$, gauname, kad pleištas plyšyje pastumia difrakcinį vaizdą iš taško F į tašką P, kuris nutolę nuo F atstumu $x = f \cdot tg\varphi_0$.



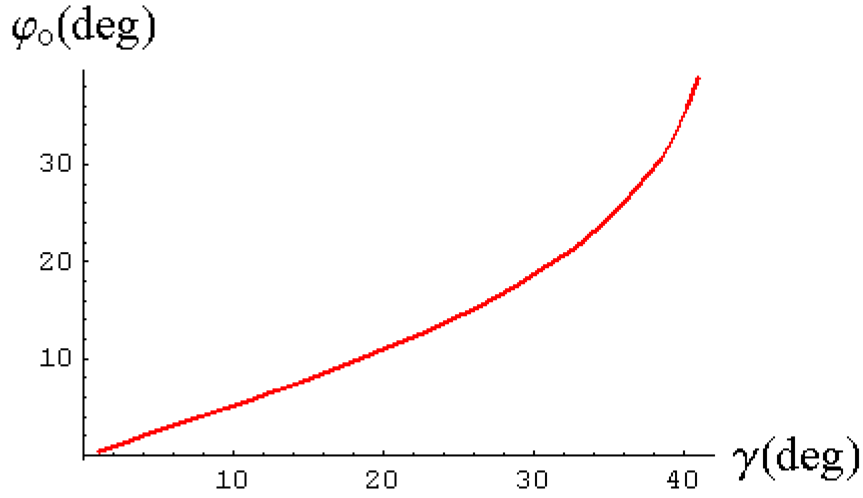
3.37 pav. Spindulių eiga fazinėje gardelėje.

Spindulių, difraguojančių fazinėje gardelėje, pagrindinių maksimumų sąlyga $d \cdot Sin\phi_m = m\lambda$ lieka nepakitusi, todėl intensyvumo skirstinys pagrindiniuose maksimumuose lyg pasislenka amplitudinės gardelės skirstinio atžvilgiu. Didžiausio intensyvumo bus tas maksimumas, kurio $\phi_m = \varphi_0$. Tai pasiekiama parenkant dydžių n, d, γ vertes taip, kad galiotų sąryšis:

$$ArcSin\left(\frac{m\lambda}{d}\right) = ArcSin(n \cdot Sin\gamma) - \gamma \qquad (3.13)$$

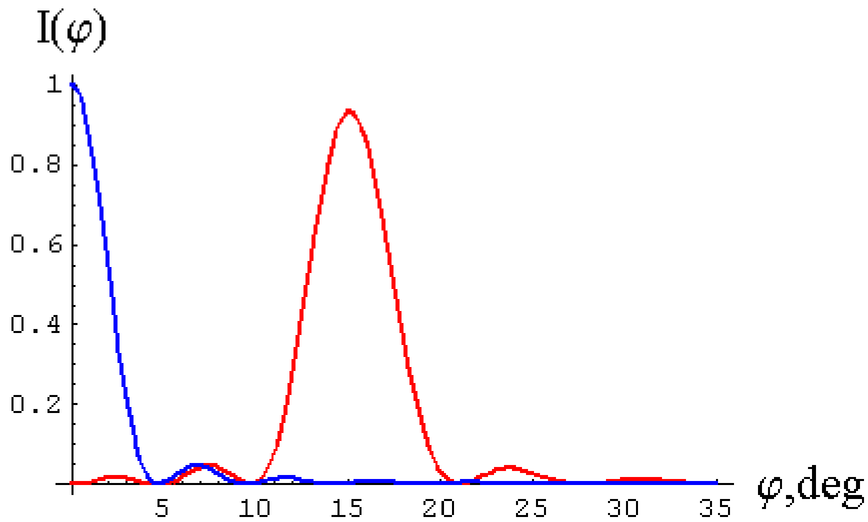
3.7.1 Difrakcija plyšyje su pleištu

Pasinaudojant programa galima paskaičiuoti ir nubraižyti centrinio maksimumo poslinkio priklausomybę nuo pleišto laužiamojo kampo γ. 7.1. Difrak.nb



3.38 pav. Centrinio interferencijos maksimumo padėties priklausomybė nuo prizmės laužiamojo kampo γ.

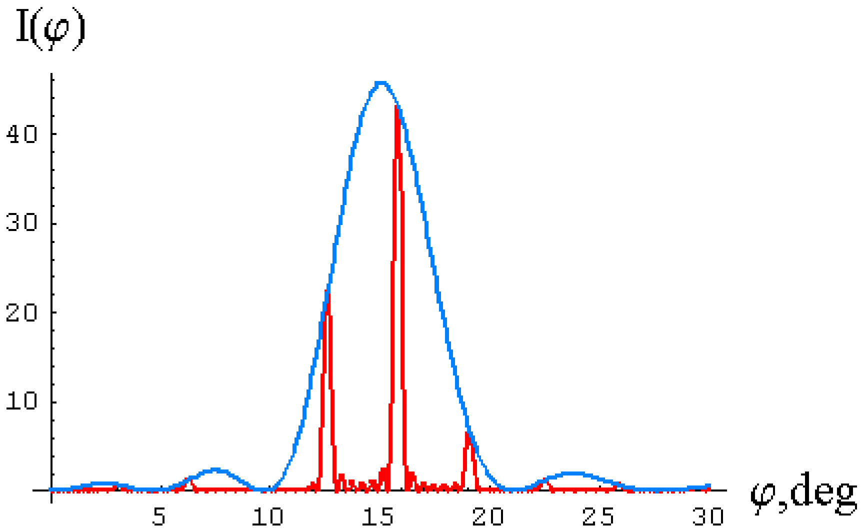
Braižome šviesos perėjusios per plyšį su pleištu intensyvumo skirsinį lęšio židinio plokštumoje (raudona kreivė). Šią kreivę lyginame su šviesos skirstimu per to paties pločio plyšį be pleišto (mėlyna kreivė).



3.39 pav. Šviesos perėjusios per plyšį su pleištu intensyvumo skirstinys lęšio židinio plokštumoje (raudona kreivė) ir intensyvumo skirstinys šviesos perėjusios per to paties pločio plyšį be pleišto (mėlyna kreivė).

3.7.2 Difrakcija gardelėje

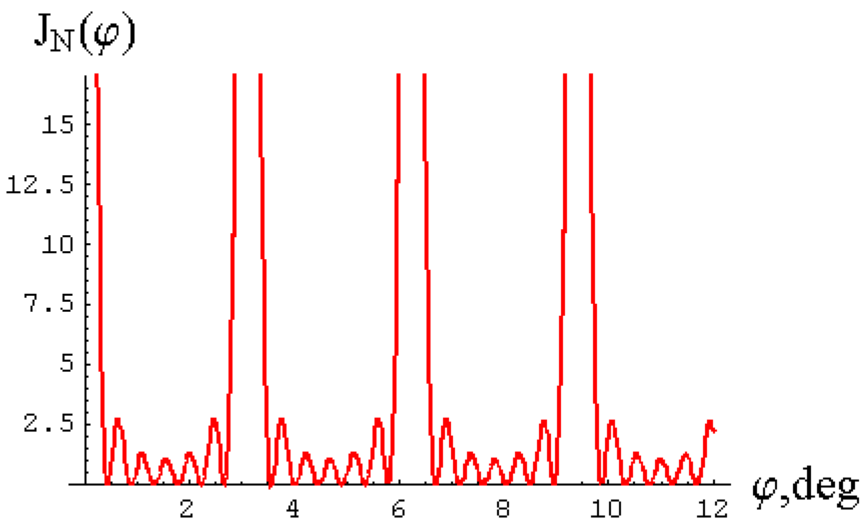
Braižome intensyvumo skirstinį, šviesai difraguojant fazinėje gardelėje. Kartu braižome liečiamąją gaunamam vaizdui. Liečiamąją sudarome sudaugindami plyšių skaičiaus kvadratą su intensyvumo skirstiniu vieno plyšio atveju. 7.2. Difrak.nb



3.40 pav. Šviesos difraguojančios fazinėje gardelėje intensyvumo kampinis skirstinys už lęšio (raudona kreivė). Šviesos perėjusios per vieną plyšį su pleištu intensyvumo sandauga su plyšių skaičiaus kvadratu (mėlyna kreivė).

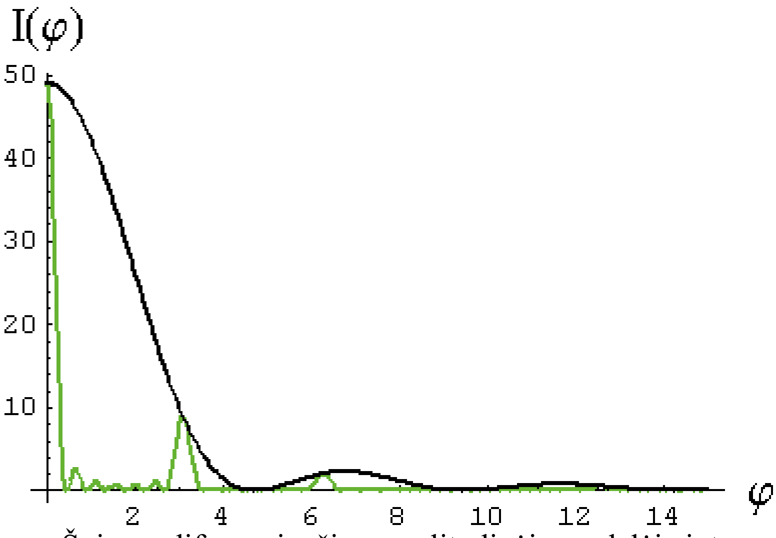
Nubraižome spindulių išėjusių iš N plyšių su vienodu fazių skirtumu tarp gretimu spindulių interferencijos rezultatą. Šį rezultatą aprašo išraiška

$$J_N = \left(\frac{SinN\delta}{Sin\delta}\right)^2, \text{ kur } \delta = \frac{\pi \cdot d \cdot Sin\varphi}{\lambda}.$$



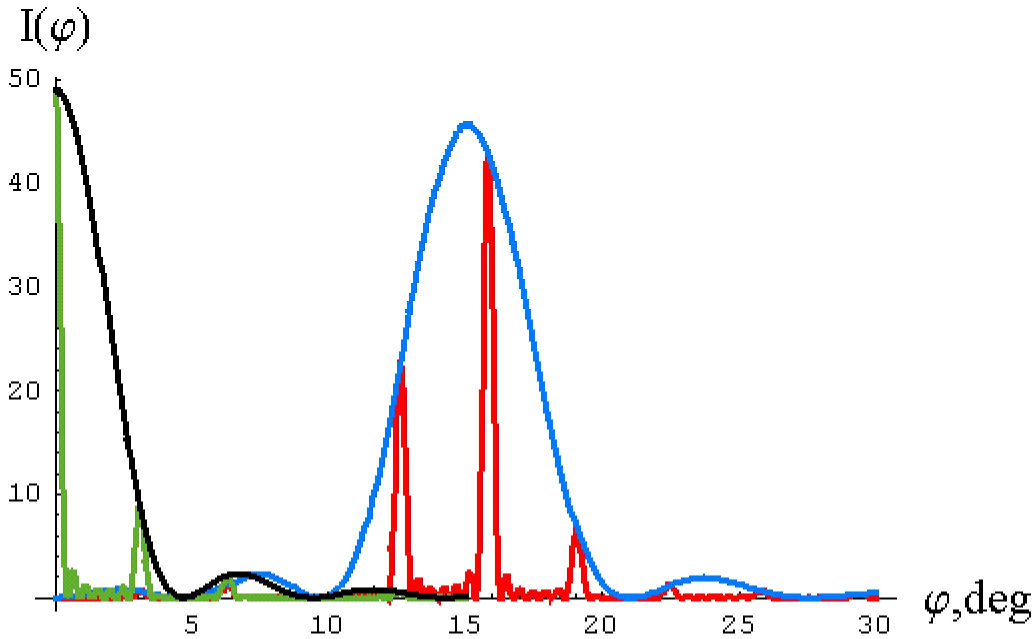
3.41 pav. Spindulių išėjusių iš N plyšių su vienodu fazių skirtumu tarp gretimu spindulių interferencijos rezultatas.

Braižome intensyvumo skirstinį, šviesai difraguojant amplitudinėje gardelėje.



3.42 pav. Šviesos difraguojančios amplitudinėje gardelėje intensyvumo kampinis skirstinys už lęšio (žalia kreivė). Šviesos perėjusios per vieną plyšį intensyvumo sandauga su plyšių skaičiaus kvadratu (juoda kreivė).

Palyginame vaizdus gautus fazinėje gardelėje (raudona kreivė su mėlyna liečiamąja) ir amplitudinėje gardelėje (žalia kreivė su juoda liečiamąja).



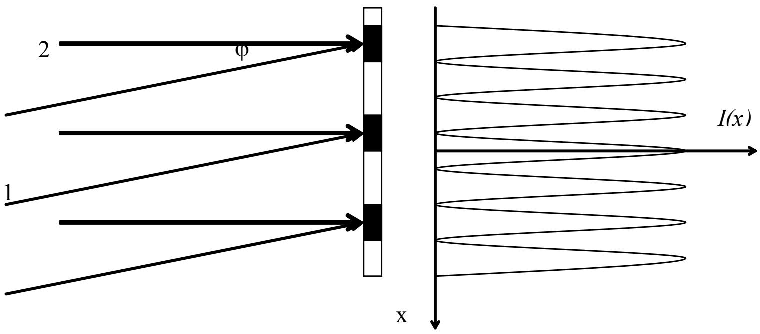
3.43 pav. Difrakcinis vaizdas, gautas fazinėje gardelėje (raudona kreivė) ir amplitudinės gardelės difrakcinis vaizdas (juoda kreivė).

3.8 Holografija

Holografija vadinamas šviesos bangų struktūros užrašymas ir atgaminimo metodas, grindžiamas koherentinių šviesos pluoštelių difrakcija ir interferencija. Kaip ir fotografija, ji užtikrina stebimų objektų atvaizdų užrašymą, saugojimą ir atgaminimą. Įprastoji fotografija pateikia plokščią tūrinio objekto atvaizdą, kuris matomas tik iš tam tikros vietos. Apžiūrint foto nuotrauką negalima pažiūrėti už daiktų, esančių pirmame plane. Tuo tarpu holografija registruoja ir atgamina ne dvimatį apšviestumo skirstinį, o objekto išsklaidytas šviesos bangas su visomis jų charakteristikomis – sklidimo kryptimi, amplitude, faze, bangos ilgiu. Hologramoje registruojamas ne optinis objekto atvaizdas, bet interferencinis vaizdas, susidaręs persidengus objektu išskaidytai šviesos bangai su jai koherentine atramine banga. Atgamintos hologramos šviesos bangos sukuria pilną realiai stebimo erdvinio daikto iliuziją. Hologramoje visos detalės matomos vienodai ryškiai net ir tuo atveju kai keičiamas stebėjimo kampas.

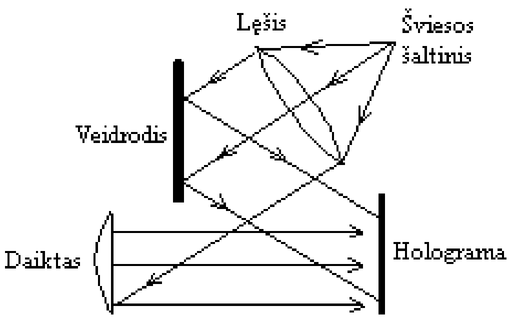
Holografijos pradininkas yra Gaboras (1947 – 1948m), tačiau holografija pradėta taikyti plačiai tik sukūrus lazerius nes kad gauti holografiją reikia turėti didelio erdvinio ir laikinio koherentiškumo spinduolius.

Lengviausiai suprasti holografiją nagrinėjant plokščiąsias bangas.



3.44. pav.

Tarkim, kad tokia plokščia banga 1 (3.44.pav.) sklindanti iš daikto krinta į fotoplokštelę kampu φ'. Foto plokštelės paviršiuje momentinis šviesos virpesių fazių pasiskirstymas priklauso nuo bangos krypties, bet šviesai jautrus sluoksnis registruoja tik vidinį apšviestumo skirstinį eksponavimo metu ir plokštelė bus vienodai pajuodavusi kaip ir paprastoje nuotraukoje. Iš pajuodavimo laipsnio sprendžiama apie šviesos virpesių amplitudes, bet informacijos apie jų fazes nėra. Tokiu būdu nusakyti plokštelę veikiančios bangos l kryptį negalima. Tačiau jei tuo pačiu metu į fotoplokštelę kartu su nuo daikto sklindančia banga 1 sklinda kita, jai koherentinė plokščioji “atraminė” banga 2, tai tos abi bangos interferuoja ir fotoplokštelės paviršiuje susidaro stacionarios tarpusavyje lygiagrečios interferencinės juostelės. Intensyvumo pasiskirstymas išilgai x ašies išreiškiamas pagal lygtį:



3.44a. pav.

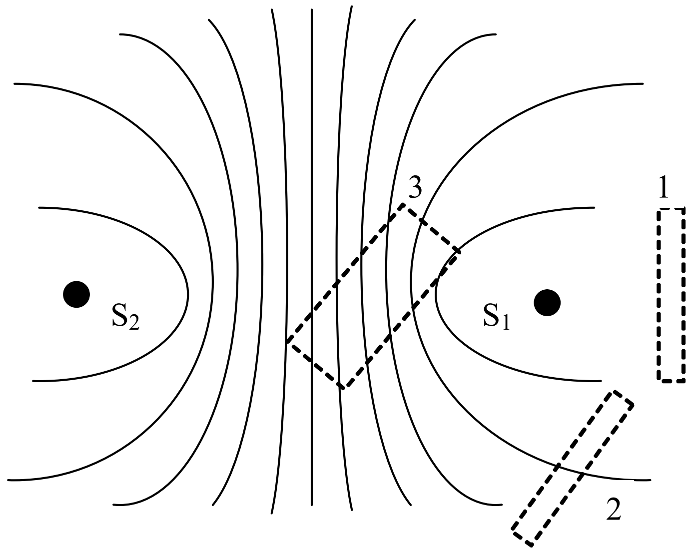
$$I(x) = I_1 + I_2 + 2\sqrt{I_1 I_2} Cos \cdot k\Delta(x) \qquad (1)$$

kur I_1 ir I_2 – daikto ir atraminės bangos intensyvumas, o $k = 2\pi/\lambda$ - banginis skaičius, $\Delta(x) = x\sin\varphi'$ - jų eigos skirtumas (taškas x=0 išrinktas ten, kur Δ=0).

Iš lygties (1) matosi, kad atstumas tarp gretimųjų juostelių yra lygus:

$$d = \frac{2\pi}{k\sin\varphi'} = \frac{\lambda}{\sin\varphi'}.$$

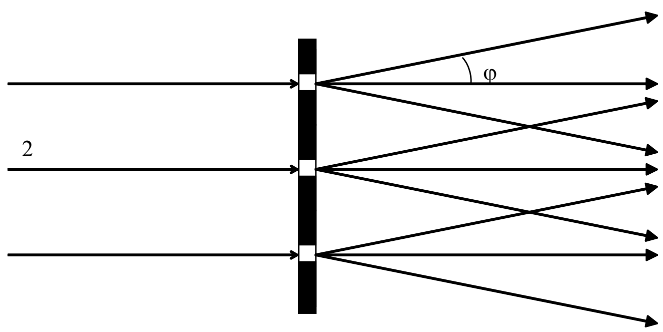
Taigi hologramos užrašymo metu susidaro difrakcinė gardelė, kurios pralaidumas išreiškiamas sinuso funkcija. Užregistruotų hologramoje interferencinių juostelių struktūroje yra informacija apie daikto bangos fazių pasiskirstymą.



3.45. pav.

Hologramų užrašymui buvo pasiūlyta keletas būdų 3.45 pav. (Gaboro - 1 , Leito ir Upatnekso- 2, Denisiuko- 3), kurie skiriasi vienas nuo kito foto plokštelės padėtimi stovinčių bangų lauke. Koherentinį vaizdą sukuria du taškiniai šaltiniai S_1 ir S_2. keičiant plokštelės padėtį stovinčių bangų lauke, keičiasi ir interferencinių juostų forma, nes paprastai interferencinės juostos yra sferinio pavidalo.

Norint atgaminti atvaizdą į hologramą reikia nukreipti atgaminančiąją bangą, kuri yra visiškai identiška nuo daikto sklidusiai bangai kuri buvo naudota užrašymo metu (3.46. pav.).



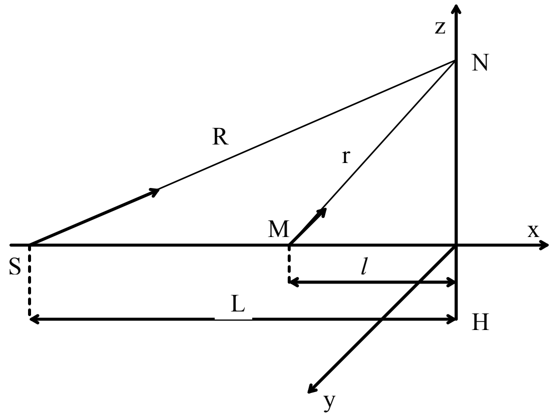
3.46. pav.

Jai difragavus gardelėje, susidaro trys plokščiosios bangos. Viena iš jų atitinka pagrindinį m= 0 eilės maksimumą ir sklinda kintančios bangos kryptimi. Kitų dviejų bangų pagrindinių maksimumų eilės $m = \pm 1$. Hologramoje svarbiausios yra m=1 eilės bangos, kurių kryptis φ nusakoma tokia sąlyga:

$$d \sin\varphi = \lambda.$$

Kadangi $d = \lambda / \sin\varphi'$, tai $\varphi = \varphi'$, t.y. šios bangos kryptis bei kitos charakteristikos yra tokios pat, kaip ir daikto bangos 1, užrašant hologramą. Patekusi į akį difragavusi-atgaminančioji banga sukelia tokį pat pojūtį, kaip ir tiesiogiai žiūrint į daiktą. Difrakcinės gardelės praleistos bangos turi tokias pat amplitudes ir fazes, kaip ir užrašant hologramą. Jų visuma sudaro pilnutinį objekto išsklaidytąjį šviesos lauką, t.y. ten, kur anksčiau buvo daiktas, sukuriamas jo menamas vaizdas. m= 0 eilės bangos sklinda kritusios į gardelę bangos kryptimi ir stebėtojo dažniausiai yra nematoma. m= -1 eilės bangos formuoja tikrąjį daikto atvaizdą. Be difrakcijos gardelių hologramoje susidaro papildoma struktūra, kuri atsiranda dėl elementariųjų daikto bangų tarpusavio interferencijos. Tačiau atraminė banga gerokai intensyvesnė už daikto, todėl ši papildoma struktūra yra silpnai išreikšta. Atgaminimo metu ji sudaro papildomas difrakcines bangas, susitelkiančias šalia atraminės bangos krypties. Jos netrugdo stebėtojui, jei atraminės bangos kritimo kampas pakankamai skiriasi nuo daikto bangos kritimo kampo.

Remiantis Gaboro schema išnagrinėkime pagrindines hologramos savybes. Į kiekvieną kūno tašką galima žiūrėti kaip į taškinį šviesos šaltinį. Šviesos banga išsklaidyta kiekvienu objekto tašku, persiklodama su atramine banga, sukuria atitinkamą interferencinį taško vaizdą. Taškų interferenciniai vaizdai interferuodami tarpusavyje sukuria viso objekto interferencinį vaizdą. Apšvietus hologramą atramine banga, kiekvienas taško interferencinis taškas, veikdamas nepriklausomai nuo kitų, sukuria taško atvaizdą, ko pasekoje tokių vaizdų visuma sukuria erdvinį daikto atvaizdą.Apšvietus hologramą atramine banga gaunamos tikrojo ir menamojo taško atvaizdo padėtys.



3.47. pav.

Tarkime, kad taškinis šaltinis S yra nutolęs atstumu L nuo foto plokštelės plokštumos H. Daikto taškas M nuo foto plokštelės nutolęs atstumu l. Tokiu būdu iš taško S iki foto plokštelės sklinda koherentinė banga, kurių spindulys R, o iš taško M sklinda koherentinė banga, kurios spindulys r. Šios dvi bangos interferuoja plokštelėje sukurdamos taško M atvaizdą. Norint išsiaiškinti koks susidarys interferencinis vaizdas hologramoje turime ieškoti interferuojančių spindulių fazių skirtumo taške N. Fazių skirtumas randamas iš spindulių SMN ir SN kelių skirtumo.

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}\left(SMN - SN\right) = \frac{2\pi}{\lambda}\Delta d$$

iš paveikslėlio matom, kad

$$\Delta d = L - l + r - R = L - l + \sqrt{l^2 + z^2} - \sqrt{L^2 + z^2} = L - l + l\sqrt{1 + \left(\frac{z}{l}\right)^2} - L\sqrt{1 + \left(\frac{z}{L}\right)^2}$$

Gaboro modelis tenkina sąlygą z<<L ir z<<l, todėl galima užrašyti

$$\Delta d = \frac{z^2}{2}\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{l}\right) \text{ ir } \Delta\varphi = \frac{2\pi z^2}{2\lambda}\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{L}\right)$$

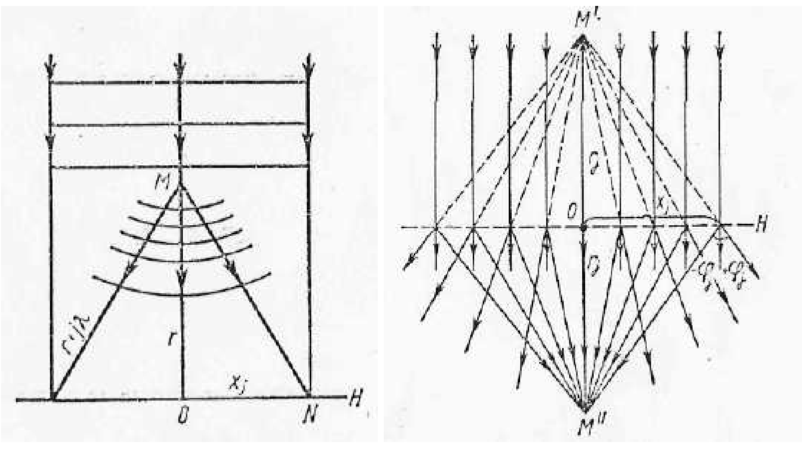
akivaizdu jog tose hologramos taškuose, kuriuose $\Delta\varphi = 2\pi j$ kur j= 1,2,3,4.... interferencinio vaizdo intensyvumas bus maksimalus. Šiuose taškuose

$$\frac{2\pi}{\lambda} \cdot \frac{j_j^2}{2}\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{L}\right) = 2\pi j$$

iš čia

$$z_j = \sqrt{\frac{2j\lambda}{\left(\frac{1}{l} - \frac{1}{L}\right)}} = \sqrt{f\lambda} \cdot \sqrt{2j}$$

rementis simetrija lengva padaryti išvadą, kad intensyvumo pasiskirstymas hologramos plokštumoje bus simetriškas ašiai x. Tai reiškia, kad šiuo atveju interferencinis vaizdas(holograma) yra sudaryta iš koncentrinių žiedų. Gaunamas interferencinis vaizdas yra labai panašus į Frenelio zoninę plokštelę, vienintelis skirtumas tarp jų tas, kad šiuo atveju tamsios juostos su šviesiomis juostomis susilieja tolygiai. Kadangi zonų plotis tolstant nuo centro mažėja, tai difrakciniai kampai +1 ir -1 eilės vis didės. Rementis tuo galima dariti išvadas,



3.48. pav.

kad +1 eilės bangos išsisklaido, taip formuodamos menamą atvaizdą M kuris nutolęs tuo pačiu atstumu nuo plokštelės kaip ir daiktas. -1 eilės bangos sukuria tikrąjį atvaizdą M‘. Tai labai paprasta įrodyti. Apšviečiame monochromatine šviesa, kurios bangos ilgis λ .Kaip minėta taškas M nuo fotoplokštelė yra nutolęs atstumu r.

Išnagrinėsime bet kokį pasirinktą spindulį, krentantį ant hologramos atstumu x_j nuo jos centro (2.26. pav.). Be spindulio, sklindančio pradine kryptimi (nulinės eilės spindulys), dėl difrakcijos atsiras du simetriniai, atsilenkę nuo jo krypties kampu $\pm\varphi_j'$ spinduliai - +1 eilės ir -1 eilės spinduliai. -1 eilės spinduliai kirs hologramos ašį atstumu r_j. Iš paveikslo matyti, kad

$$r_j = x_j ctg\varphi_j'$$

$$\Delta x_j \sin\varphi_j' = \lambda$$

kur Δx_j - atstumas tarp gretimų juosto gardelėje, φ_j' - pirmos eilės j spindulio difrakcijos kampas. Atsižvelgiant į tai gauname

$$r_j = x_j \frac{\sqrt{1-\sin^2\varphi_j'}}{\sin\varphi_j'} = x_j \frac{\sqrt{1-\left(\frac{\lambda}{\Delta x_j}\right)^2}}{\frac{\lambda}{\Delta x_j}}$$

Norint rasti r_j reikia surasti x_j ir Δx_j

Žinoma, kad eigos skirtumas tarp interferuojančių spindulių išauga iki λ pereinant šiems iš kiekvienos juostos į kitą (skaičiuojant nuo centro). Todėl j juostai šis eigos skirtumas bus jλ ir dėl radiuso j juostoje turime

$$x_j^2 = (r + j\lambda)^2 - r^2 = 2jr\lambda + j^2\lambda^2$$

Norint rasti Δx_j sudarysime skirtumą $x_{j+1}^2 - x_j^2$

$$x_{j+1}^2 - x_j^2 = (x_{j+1} + x_j)(x_{j+1} - x_j) \approx 2x_j\Delta x_j = 2(r\lambda + j\lambda^2)$$

iš čia

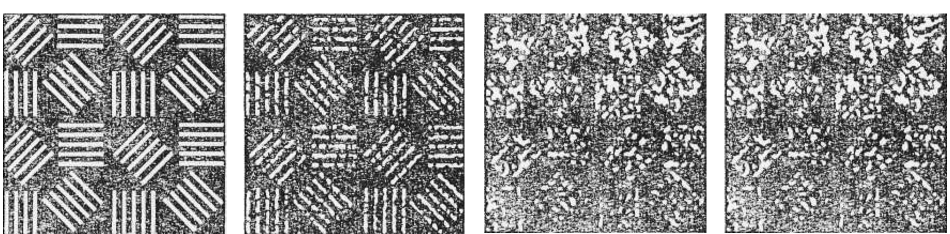
$$\Delta x_j = \frac{r\lambda + j\lambda^2}{x_j}$$

$$r_j = \frac{(r\lambda + j\lambda^2)}{\lambda}\sqrt{1 - x_j^2\frac{\lambda^2}{(r\lambda + j\lambda^2)^2}} = r$$

Tai dar syki parodo, kad holograma yra panaši į Frenelio zoninę plokštelę ir elgiasi kaip glaudžiamasis ir sklaidomasis lęšis.

Čia nagrinėti hologramos savybes panaudota Gaboro hologramos schema turi esminių trūkumą – visos trys bangos (nulinės eilės, +1 ir -1 eilės) sklinda, kurdamos tarpusavio trukdžius. Leitas – Upatnieksas patobulino holografijos gavimo metodą panaudodami antrąjį spindulį (jį kartais vadina pasvirusiu atraminio pluošto metodu arba beašine holografija). Pašalinti trūkumai leido stebėti tikslų menamą daikto vaizdą be jokių trukdžių, kuriuos keldavo nulinė ir +1 eilė.

Dar viena hologramos savybė yra ta, kad galima atkurti pasinaudojus hologramos dalimi. Vaizdai gauti nuo (5x5 mm^2) ploto hologramos ir nuo jos (2,5x2,5mm^2, 1,25x1,25mm^2, 0,5x0,5mm^2) ploto dalių, nepasikeičia, tik pablogėja vaizdo kokybė ir sumažėja vaizdo ryškumas. Tai galima paaiškinti tuo, kad



5x5 mm^2 2,5x2,5 mm^2 1,25x1,25 mm^2 0,5x0,5mm^2

holografuojant, kiekvieną fotoplokštelė paviršiaus tašką pasiekia šviesa, atspindėjusi nuo visų objekto paviršiaus taškų. Taigi, kiekviename hologramos paviršiaus lopinėlyje yra informacija apie visą holografuotą objektą. Informacija, gauta kiekvienu holografijos lopinėliu, priklauso nuo spindulių kritimo kampo. Vadinasi, kiekvienas hologramos lopinėlis atkuria daikto atvaizdą taip, kad atrodo pats daiktas žiūrint į jį iš skirtingų vietų. Jeigu holograma pakankamai didelė, kad galima apšviestą sritį stebėti abiem akimis, tai matomi du atvaizdai, kurių suvokimas smegenyse sukelia stereotipinį efektą. Judant stebėtojui hologramos atžvilgiu, jis mato atvaizdą kitokiu kampu. Nuo stebėtojo krypties priklauso, kokias atvaizdo dalis mes matome. Tai yra paralakso efektas. Menamojo atvaizdo stebėjimas faktiškai yra ekvivalentus pačios daikto stebėjimui pro angą, sutampančią su darbine hologramos dalimi. Kai akies padėtis yra fiksuota, naudojama tik dalis difragavusios spinduliuotės, kurią riboja veikiantysis patenkančių į akį spindulių kūgis. Aišku, kad stebint tam tikrą daikto tašką, šiame kūgyje sklinda šviesa, patyrusi difrakciją nedidelėje hologramos dalyje. Jei akies vieta pakinta, to paties taško atvaizdas atkuriamas kita hologramos dalimi. Holograma, kaip ir bet kokia kita optine sistema, sukurtas atvaizdas (menamasis arba tikrasis) yra difrakcinė dėmelė, kurios matmenys ir forma nusakoma difragavusios hologramoje šviesos, formuojančios taško atvaizdą, kampine apertūra. Mažiausias atstumas l_{mm} tarp artimų daikto taškų, išskiriamų atvaizde, nusakomas(kaip ir mikroskope) išraiška:

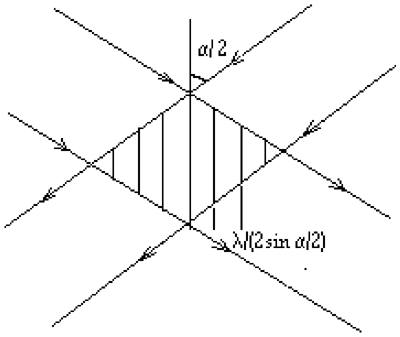
$$l_{mm} = \frac{\lambda}{\sin u} \text{ arba } l_{mm} = \frac{\lambda}{2\sin u},$$

kai atraminė banga krinta kampu. Čia 2u – kampas, kuriuo iš daikto matoma veikiančioji hologramos dalis. Vizualiai stebint menamąjį atvaizdą, akis priima tik dalį atkurtosios hologramos bangos. Veikiančiąją hologramos dalį (ir apertūrą 2u) riboja ne hologramos matmenys, o patenkančių į akį difragavusių spindulių kūgis. Šiuo atveju ribinę skyrą lemia akis, t.y. neišnaudojama pilnutinė hologramos skiriamoji geba.

Holografijoje naudojamos fotografinės emulsijos turi būti aukštos kokybės, grūdelių matmenys neturi riboti hologramos skiriamosios gebos. Tam naudojamos specialios emulsijos, registruojančios keletą tūkstančių linijų viename milimetre. Vaizdo atkūrimui vienodai tinka kaip hologramos pozityvas, taip ir negatyvas. Norint sukurti didelių objektų hologramas, reikia naudoti didelio laikinio ir erdvinio koherentiškumo spinduliuotę. Koherentiškumo ilgis turi viršyti maksimalų eigos skirtumą tarp atraminės ir daikto bangų, kuris trimačiui objektui praktiškai sutampa su jo matmenimis. Erdvinio koherentiškumo srities matmenys turi būti didesni už hologramos matmenis. Atkūrimo metu galima naudoti ir kitokio negu užrašant bangos ilgio monochromatinę šviesą. Tada atkurto atvaizdo tiesiniai matmenys skiriasi nuo daikto matmenų ir jis bus kitokiu atstumu nuo hologramos. Visada, kai atkuriamoji banga ne identiška atraminei, difragavusių hologramoje spindulių pluošteliai, formuojantys atskirų daikto taškų atvaizdus, praranda bendracentriškumą. Atkurtasis atvaizdas daugiau arba mažiau pasižymi sferine aberacija, chromatizmu, koma, astigmatizmu ir distorsija, panašiai kaip ir optinėse sistemose.

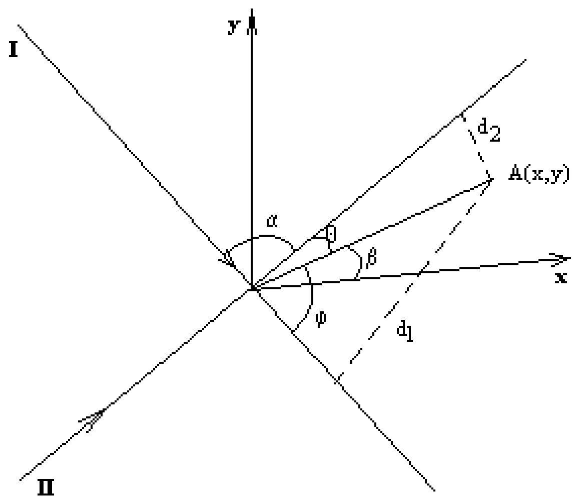
3.8.1 Tūrinės hologramos užrašymas

Iki šiol nagrinėjome banginio lauko registracijos klausimus, kuris ėjo nuo daikto ant plokštumos, turinčius tik du išmatavimus fotoplokštelėje. Tokiu būdu gauta holograma buvo panaši į dvimatę difrakcinę gardelę. Viskas keičiasi, jeigu šviesai jautrios medžiagos storis (emulsijos storis), kuria padengta fotoplokštelė daug didesnis nei atstumas tarp gretimų interferencinių juostelių. Įdomus atvejis, kai padengto sluoksnio storis labai smarkiai viršija interferencinių juostelių plotį. Šiuo atveju dviejų koherentinių bangų vienos priešais kitą sklidimas sukelia sistemos plokštumos mazgų ir plokštumos pūpsnių susidarymą, atsiliekančių vienas nuo kito(pūpsniai nuo pūpsnių, mazgai nuo mazgų) atstumu $\lambda/2$ ir išsidėsčiusių lygiagrečiai su emulsijos plokštuma.



3.49. pav.

Jeigu susitinkančius spindulius nukreiptume taip, kad jų bangų frontai sudarytų kampą α, mažesnį nei 180^0, tai atstumai tarp gretimų plokštumų pūpsnių (o taip pat mazgų) taps $\lambda/(2\sin\alpha/2)$. Tačiau antru atveju taip vadinami Limano sluoksniai (mazgų ir pūpsnių plokštumos) pasirodo yra ne lygiagretūs emulsijos plokštumai, o orentuota į pusiaukampinę kampo tarp dviejų susitinkančių bangų frontų. Šie sluoksniai panašūs į sluoksnius, susidarančius Limano spalvotos fotografijos metodu ir leidžia atkurti vaizdą naudojant vientiso spektro šaltinį. Vadinasi Limano spalvoto fotografavimo schema leidžia daryti užrašymą trimatėse aplinkose.



3.50. pav.

Norint suprasti storasluoksnių hologramų ypatumus, panagrinėsime paprasčiausią plokščiųjų atraminės ir daikto bangų interferenciją. Sakysime, kad turime dvi plokščių bangų sistemas, sklindančiomis tokiomis kryptimis, kad tarp savęs sudaro kampą α. Nustatysime sudedamuosius svyravimus taške A laiko momentu t. Teigsime, kad abiejų bangų amplitudės vienodos ir vektoriai E_1 ir E_2 lygiagretūs. Tada atitinkamų bangų svyravimai taške A išreiškiami taip:

$$E_1 = E_0 \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} d_1\right)$$

$$E_2 = E_0 \sin\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{\lambda} d_2\right)$$

Čia d_1 ir d_2 –atstumas nuo taško A iki I ir II bangų fronto
Virpesių suma taške A laiku t bus:

$$E = E_1 + E_2 = 2E_0 \sin\left[\omega \cdot t - \frac{\pi}{\lambda}(d_1 + d_2)\right]\cos\cdot\frac{\pi}{\lambda}(d_2 - d_1)$$

Nubrėšime ašis O_x ir O_y per kampų pusiaukampines, kuriuos sudarė I ir II bangos

$$d_1 = OM\ \sin\varphi;\quad d_2 = OM\ \sin\theta$$

$$\varphi = \beta + \frac{\pi}{2} + \frac{\alpha}{2};\quad \theta = \frac{\pi}{2} - \beta - \frac{\alpha}{2}.$$

$$d_1 = x \cdot \cos\frac{\alpha}{2} + y \cdot \sin\frac{\alpha}{2};\qquad d_2 = x \cdot \cos\frac{\alpha}{2} - y \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$|d_2 - d_1| = 2y \cdot \sin\frac{\alpha}{2}$$

$$E = E_0^{'} \sin[\omega t - \frac{\pi}{\lambda} \cdot (d_1 + d_2)]$$

čia $E_0^{'} = 2E_0 \cos(\frac{2\pi}{\lambda} \cdot y \sin\frac{\alpha}{2})$ yra sudedamojo virpesio amplitudė. Kadangi fotoplokštelė skaidrumas po išryškinimo priklauso nuo suminės amplitudės kvadrato kiekviename taške, tai taškų vieta, kuriuose visą laiką stebimas minimumas nusakomas salyga

$$2E_0 \cos\left[\frac{2\pi}{\lambda} y \sin\frac{\alpha}{2}\right] = 0$$

iš čia

$$\frac{2\pi}{\lambda} y \cdot \sin\frac{\alpha}{2} = \frac{\pi}{2} + m\pi$$

čia m – sveikas skaičius.

$$y_m = \frac{(2m+1)\lambda}{4\sin\frac{\alpha}{2}}.$$

Taigi, dviejų koherentinių bangų sklidimas, viena kitos atžvilgiu kampu α, sudaro tiesiųjų lygiagrečiųjų tamsių ir šviesių juostų sistemas. Betkaip pastačius fotoplokštelę, atstumai tarp gretimų juostų bus lygūs

$$l = \frac{(y_{m+1} - y_m)}{\cos\gamma} = \frac{\lambda}{\left[2\left(\sin\frac{\alpha}{2}\right)\cos\gamma\right]}$$

čia γ- kampas tarp fotoplokštelė ir ašies O_y

Jei fotoplokštelė pastatysime ant O_y ašies, gausime: $l = \frac{\lambda}{2}(\sin\frac{\alpha}{2})$. Jei atgaminama monochromatine šviesa tokio pat bangos ilgio kaip ir užrašant, tai atspindėtos veidrodiniais sluoksniais bangų fazių skirtumas pastovus ir interferuojant stiprina viena kitą tik tada, kai atgaminančiojo pluoštelio kryptis tokia pati kaip ir atraminės bangos. Holograma veikia kaip *optinis kolimatorius*. Atspindėtos bangos yra tos pačios krypties kaip ir daikto bangos. Todėl tūrinė holograma atkuria tik vieną daikto atvaizdą – menamąjį arba tikrąjį, priklauso nuo to, iš kokios pusės ją apšviečia koherentinis šviesos pluoštelis atkūrimo metu.

Trinės hologramos kaip interferencinio filtro ypatumai labiausiai išryškėja tada, kai atspindintys paviršiai išsidėstę beveik lygiagrečiai su emulsijos paviršiumi, t.y. kai atraminė ir daikto bangos sklinda beveik priešpriešiais. Tarkim, kad plokščioji atraminė lazerio banga krint į foto plokštelę iš stiklo pusės ir perėjusi $(15 \div 20)\,\mu m$ foto sluoksnį apšviečia daiktą, kuris ją išsklaido ir sklinda beveik priešpriešais atraminiai bangai. Bangos interferuoja ir emulsijoje susikuria sistema iš kelių dešimčių tarpusavyje lygiagrečiųjų pusskaidrių atspindinčių sluoksnių. Apšvietus tokią hologramą baltąja šviesa, ji atkuria tik vieną atvaizdą. Pakeitus atkuriančiojo pluoštelio kryptį, vaizdo atspalvis pakinta. Natūraliųjų spalvų atvaizdą galima gauti tada, kai vienoje tūrinėje hologramoje užregistruojami interferenciniai vaizdai, apšviečiant daiktą bangomis, turinčiomis savo spektre tris pagrindines monochromatines dedamąsias (raudoną, žalią ir mėlyną), kurios kartu sukuria baltosios šviesos pojūtį. Atkūrimo metu naudojant baltosios šviesos spinduolį, susidaro trys daikto atvaizdai trimis spektro spalvomis ir akis priima kaip vieną tūrinį atvaizdą, perteikiant natūralųjį daikto nuspalvinimą. 1962m. J.N.Denisiukas apibendrino Lipmano ir Goboro idėjas įgyvendino ir hologramos atkūrimą trimatėje erdvėje. Jo išvesta teorija parodė, kad jeigu, kurioje nors apibrėžtoje šviesai jautrioje erdvėje, esančioje bet kur erdvėje objekto atžvilgiu (Denisiukas savo bandymuose fotoemulsiją dėjo tarp atraminės ir daiktinės bangų šaltinių tiesėje, kuri juos jungia, kur kiek tankiau išsidėsčiusios interferencinės juostos), užregistruoti stovinčių bangų erdvinį trimatį vaizdą, tai gauta fotografija apšviečiant ją vientiso spektro spinduliu šaltiniu atkurs vienintelį neiškreiptą monochromatinį daikto vaizdą.

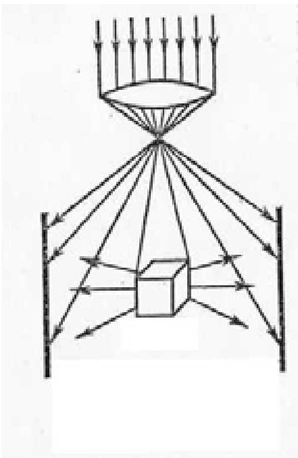
J.N.Denisiuko darbai padėjo erdvinės ir spalvotos holografijos pagrindus. Denisiuko metodo esmė yra tokia – objektas, esantis kitoje storasluoksnės emulsijos pusėje, apšviečiamas kiaurai emulsiją. Todėl objekto išsklaidyta banga, susitinka fotoemulsijos erdvėje su krintančiu atraminiu spinduliavimu, interferuoja, taip atlikdama erdvinės hologramos užrašymą. Holograma sudaro trimatę gardelę su pusiau skaidriais atspindžiais sidabro sluoksniais – Lipmano sluoksniais. Jeigu po to tokią hologramą apšviesti (esant nuolatiniam savitarpio išsidėstymui storasluoksnės fotoplokštelė – dabar erdvinės hologramos ir atraminės bangos šaltinio) ankstesne atramine banga, tai dalinai atsispindėjusios nuo Limano sluoksnių koherentinės šviesos bangos, viena kitą sustiprindamos, sudarys pradinį daikto atvaizdą. Stiprinimas vyksta tuo atveju, kai atsispindėje nuo skirtingų sluoksnių spinduliai yra sinfaziškai, tai yra patenkinamos vadinamos Lipmano – Brego – Vulfo sąlygos

$$2d \sin \alpha = m\lambda$$

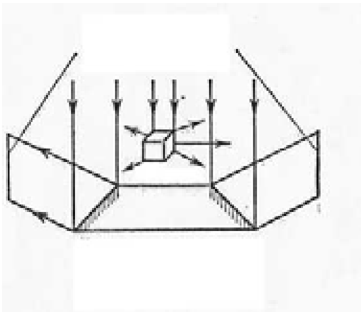
čia λ - šviesos bangos ilgis duotoj erdvėj, d – tarpas tarp pajuodėsimo plokštumų, α - spindulio slydimo kampas, m – sveiki natūralūs skaičiai.
Brego – Vulfo sąlygų patenkinimas Limano plokštumoms veda į hologramos atrankamą šviesos bangos ilgio atžvilgiu, su kurio pagalba įgyvendinamas objekto atkuriamasis atvaizdas. Tikrovėje esant pastoviam atstumui tarp plokštumų d, kaip matyti iš Lipmano – Brogo – Vulfo sąlygų, bangų fronto atkūrimas vyksta tik tuo atveju, jeigu jis įvyksta esant tokiam pačiam bangos ilgiui, koks buvo darant holografinį įrašą į fotoplokštelė. Šis faktas J.N.Denisiukui šviesos atvaizdą, naudotis ištiso spektro šaltiniu (saulės šviesa ir net žibintuvėliu). Duotu atveju holograma iš spektro su skirtingais bangų ilgiais „išsirenka“ jai reikalingą vieną ilgį, būtent tą kur vyksta užrašymas, - holograma veikia panašiai kaip interferencinis filtras.
Spalvotą efektą galima gauti derinant tris pagrindines spalvas (pvz.: raudoną, žalią, mėlyną) parenkant atitinkamą jų intensyvumą. Todėl jei erdvine holograma eksponuoti raudonoje, žalioje ir mėlynoje spalvose, tai kiekvienas bangos ilgis sudarys savo pusiau skaidrių (permatomų) atspindžių paviršių sistemą ir atkuriant baltoje šviesoje banga atspindi nuo savo paviršiaus visumos, taip gausės spalvotas erdvinis daikto atvaizdas. Leidžiamų krypčių ir leidžiamų bangos ilgių pasiskirstymas priklauso ir nuo emulsijos storio ir nuo plokštelės orentacijos atraminės bangos šaltinio ir daikto atžvilgiu. Kuo daugiau erdvinėje hologramoje lipmaninių paviršių pajuodimų, tuo ryškesnės ir didesnė bus anksčiau minėtas krypčių ir bangų ilgių atrinkimas. Ši holografavimo savybė leidžia į tą pačią fotoplokštelę užrašyti gausių daiktų atvaizdą tuo pat metu netrukdant vienas kitam. Čia akivaizdu, kad atraminiai spinduliai holografuojant įvairius daiktus turi būti nukreipti į foto plokštelę skirtingais kampais. Kiekvieno atvaizdo atkūrimas vyksta savarankiškai hologramą peršviečiant atitinkamo nuožulnumo kampais.
Hologramos trimatė savybė išryškėja tuo atveju, jeigu hologramoje yra ne mažiau kaip keletas paviršiaus pajuodimų. Kadangi regimajai šviesai $\lambda/2$ dydis yra $\approx$3000A, tai fotoemulsijos storis ant erdvinės hologramos turi būti keletu mikronų didesnės. Ryškinant ir atfiksuojant tokias fotoemulsijos atsiranda emulsijos nuosėdos, dėl to atstumas tarp paviršiaus pajuodimų mažėja, lyginant su buvusiais prieš ryškinimą. Dėl tokio atspindinčių paviršių suartėjimo vyksta tai, kad registruojant ir tolimesniame hologramos peršvietime monochromatinėje šviesoje atkurtas atvaizdas išnyksta. Jeigu atkūrimas vyksta ne monochromatinėje šviesoje, o baltoje, tai holograma pati “išsirenka” iš jos spindulių spektro reikiamo ilgio bangas ir kryptis. Dėl to daikto atvaizdas vėl atsiranda. Tada atkurto atvaizdo bangos ilgis bus tiek kartų mažesnės, kiek kartų vyko sumažinimas atstumą tarp plokštumų, tai yra atkurto atvaizdo šviesa susimaišo į mėlyno (trumpabangio) spektro kraštą.

3.8.2 Panoraminis holografavimas

Viena iš erdvinės holografijos formų yra taip vadinamas skritulinės (žiedinis) panoraminis holografavimas. Jeigu naudotis cilindrine juostele ir patalpinti daiktą jos viduje ir naudojant vieną iš būdų padaryti holografinį įrašą (a-atraminis pluoštas sukuriamas betarpiškai lazeriu, b-atraminis pluoštas suformuotas kūginiu veidrodžiu), po to, ryškinant juostelę, atlikti hologramos peršvietimą nekeičiant juostelės ir atraminės bangos padėties, tai gausis atvaizdas su 360^0 laipsnių apimtimi.



3.51. pav.



3.52. pav.

Einant aplink cilindrinę hologramą arba sukant cilindrinę hologramą apie cilindro ašį 360^0, galima pamatyti daikto erdvinį atvaizdą iš visų pusių. Stebimas vaizdas tiek pilnai ir visapusiškai atvaizduoja daiktą, kad stebėtojas pajunta savotišką “dalyvavimo” efektą.

3.8.3 Holografijos taikymas

Praktinė holografijos pusė labai plati. Ji įsiskverbė į visas tradicines taikomosios optikos sritis. Holografijos principai leido iš naujo nagrinėti kai kurias sritis infraraudonojoje bei labai aukštų dažnių technikoje, rentgeno ir elektroninėje mikroskopijoje, akustikoje, t.y. tas sritis, kuriose pagrindinį vaidmenį vaidina bangų interferencija. Holografija naudojama matuojant įvairių kūnų deformacijas, tiriant dujų srautų struktūrą aerodinamikoje, šalinant trūkumus optinėse sistemose, difrakcinių gardelių gamyboje, optinių atvaizdų kūrime, atpažįstant simbolius skaičiavimo technikoje, saugant informaciją, radiolokacijoje ir t.t.
Holografijos metodas leidžia užrašyti mažame fotoemulsijos ruože (ypatingai storasluoksnėje). Nuo 100 iki 400 kartų daugiau spausdinto teksto puslapių, nei įprastos mikrofotografijos metodas. Tai leidžia visiškai aiškiai matyti, kad holografija bus plačiai taikoma užrašant ir sugojant informaciją, tai mūsų laikais yra viena iš rimtų problemų.

Į vieną paprastą fotoplokštelę, kurios matmenys $32x32mm^2$., galima užrašyti 1024 hologramas. Kiekviena holograma užima $1mm^2$ plotą. Viena holograma – knygos puslapis, viena plokštelė – visa didelė knyga. Holografiniai įrenginiai naudojantys garsines radijo bangas kartu su šviesos bangomis sudaro galimybę matyti daiktus, išsklaidančius garsines arba radijo bangas. Holografinis interferometrijos metodas leidžia tyrinėti pakitimus (pvz.: deformacija), atsiradusius stebimame objekte dėl kokių nors išorės veiksnių. Pagrindu tokių mažų deformacijų registracijoje yra dviejų bangų interferencijos reiškinys, kurios buvo skirtingais laiko momentais. Kaip galima atlikti tokių bangų interferenciją? Tam ant tos pačios fotoplokštelės registruojamos dvi hologramos, gautos nuo vieno ir to pačio tiriamo objekto skirtingu laiko momentu t_1 ir t_2.

Vaizduojamoji holografija. Tai mokslinių tyrimų visuma ir hologramų paruošimo technika, skirta demonstravimui parodose, muziejaus eksponatų, reklamoje, mokomajame procese. Holografijos naudojimas tokiems tikslams svarbus, nes nėra kitų priemonių, atkuriančių originalą tokiu dideliu tikslumu ir plačia menine galimybe.Priklausomai nuo hologramos paskirties ir objekto pobūdžio vaizduojamojoje holografijoje gali būti naudojamos įvairios užrašymo ir atkūrimo schemos, o taip pat įvairios registruojančios medžiagos. Pavyzdžiui, dideliu tūrių objektų demonstravimui sukurta eilė holografinių įrenginių, kuriuose objekto apžiūros kampas siekia 360^0. Atraminis pluoštas sukuriamas išgaubtu kūginiu (arba sferiniu) veidrodžiu. Po holografavimo objektas šalinamas, o jo vietoje stebėtojas pro plėvelę mato atkurtą atvaizdą, kurį galima matyti bet kokiu kampu.

4 Šviesos dispersija

4.1 Lūžio rodiklio samprata

Šviesa vandenyje sklinda lėčiau negu ore, o ore truputį lėčiau negu vakuume.Todėl ir įvedamas lūžio rodiklis. Kaip gi atsiranda šviesos greičio sumažėjimas? Ypač svarbus šio fakto ryšys su kai kuriais fizikiniais teiginiais arba dėsniais ir todėl:

a) pilnutinis elektrinis laukas, esant bet kokioms fizinėms sąlygoms,gali būti apibrėžiamas kaip visų aplinkos krūvių laukų suma.
b) Kiekvieno atskiro krūvio spinduliavimo laukas apibūdinamas jo pagreičiu: pagreitis imamas atsižvelgiant į pavėlavimą, atsirandantį dėl baigtinio sklidimo greičio, visada lygaus *c*.

Stebėtojui *atrodo,* kad šviesa arba bet kuri kita elektromagnetinė banga sklinda aplinka, kurios lūžio rodiklis *n*, greičiu *c/n*. Ir tai tiesa (tam tikru tikslumu). Tačiau iš tikrųjų laukas sukuriamas judant *visiems* krūviams, įskaitant ir krūvius aplinkoje, o sudėtinės lauko dalys, visos jo dedamosios plinta maksimaliu greičiu c. Kaip atsiranda „atrodantis“ mažesnis greitis?

Nagrinėjamas paprastas pavyzdys. Tegu šaltinis (išorinis šaltinis) yra dideliu atstumu nuo plonos skaidrios plokštelės, pavyzdžiui, stiklinės plokštelės. Koks laukas kitoje plokštelės pusėje pakankamai toli nuo jos?

Šviesos šaltinio elektrinis laukas E_s veikia bangos kelyje sutiktus atomus ir priverčia elektronus svyruoti taip, kad atomas būtų kaip antrinis šaltinis. Šie nauji šaltiniai yra tiesiogiai susiję su šaltiniu S, nes S šaltinio laukas juos priverčia svyruoti. Visas laukas tai ne tik S laukas, bet ir papildomi visų judančių elektronų laukai esantys erdvėje, taip pat ir krūvių svyruojančių stiklo viduje laukų suma E_a. Visos lauko dedamosios dalys plinta erdvėje greičiu c.

Krūvių judėjimas plokštelėje sukuria bangą E_b, kuri sklinda atgal šaltinio S kryptimi. Tokia banga yra ne kas kita, kaip šviesos spindulys, atspindėtas nuo skaidrios medžiagos. Atsispindi ji ne tik nuo paviršiaus. Atsispindintys spinduliai generuojami visuose plokštelės taškuose, bet suminis efektas ekvivalentus atspindžiui nuo paviršiaus. Visoje bangoje svyravimai vyksta visur vienu ir tuo pačiu dažniu (priverstinių virpesių svyravimų dažnis toks pat kaip ir šaltinio svyravimų). Todėl atstumai tarp bangos maksimumų abejuose paviršiaus pusėse sutampa su paviršiumi, nes bangos čia turi būti suderintos ir krūvis paviršiuje svyruoja vienu dažniu. Mažiausias atstumas tarp bangos maksimumų yra bangos ilgis. Bangos ilgis vakuume yra

$$\lambda_0 = \frac{2\pi c}{\omega}, \text{ o stikle } \lambda = \frac{2\pi c}{\omega\, n}$$

bangas skirtingose terpėse galima susieti tik tada jei pakinta jų sklidimo kryptis

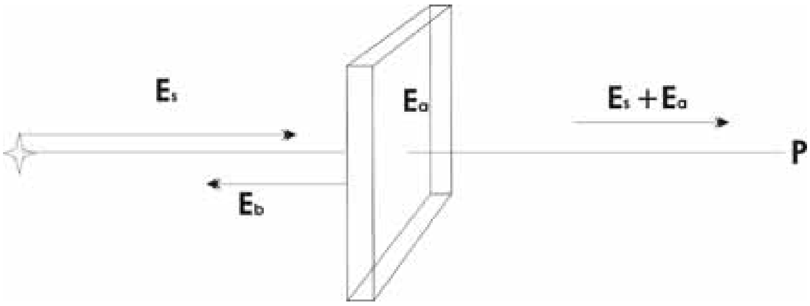
$$\frac{\sin\alpha}{\sin\alpha_0} = \frac{\lambda}{\lambda_0} = n$$

Tarkime, kad šviesos šaltinis yra dideliu atstumu nuo plonos, skaidrios plokštelės. Pro plokštelę praėjusios bangos išraišką taške P gausime pasinaudoję tuo, kad elektrinis laukas tam tikru atstumu nuo plokštelės suvokiamas kaip visose aplinkose esančių laukų vektorinė suma

$$\vec{E} = \sum \vec{E}_a \qquad (4.1)$$

Jei nebūtų plokštelės, tai laukas taške P nesikeistų nuo šaltinio lauko E_s. Tačiau kadangi bangos kelyje stovi plokštelė tai laukas taške P išreiškiamas

$$\vec{E} = \vec{E}_s + \sum \vec{E}_a \qquad (4.2)$$



4.1. pav. Sklindanti nuo šviesos šaltinio banga E_s plokštelėje sužadina atomus, kurie elgiasi kaip antriniai šaltiniai ir sukuria bangą E_a ir E_b. Iš plokštelės išeina suminė banga E_s+E_a.

Jei atsižvelgtume į visus aplinkoje esančius laukus, tai matematiniai skaičiavimai būtų labai sudėtingi, todėl darome prielaidą, kad banga sklinda tokioje aplinkoje, kurioje pilnutinis laukas mažai kinta dėl joje esančių krūvių judėjimo. Tokia situacija būna kai aplinkos lūžio rodiklis artimas 1.

Jei plokštelė niekaip neveiktų lauko, banga sklistų į dešinę pagal dėsnį

$$E_s = E_0 \cos \ \omega(t - \frac{z}{c}) \qquad (4.3)$$

arba

$$E_s = E_0 e^{i\omega(t - \frac{z}{c})} \qquad (4.4)$$

plokštelės storis yra Δz. Jei nebūtų plokštelės, tai banga atstumą Δz nusklistų per laiką Δz/c. Kadangi tariamasis greitis yra c/n, tai prireiks laiko n Δz/c.

$$\Delta t = \frac{n\ \Delta z}{c} - \frac{\Delta z}{c} = \frac{(n-1)\Delta z}{c}$$

už plokštelės banga vėl sklinda greičiu c. Atsižvelgiama į "papildomąjį" laiką (4.4) lygybėje vietoj t įrašoma (t – Δt). Todėl, pastačius plokštelę, bangos formulė turėtų būti

$$E = E_0 e^{i\omega[t - \frac{(n-1)\Delta z}{c} - \frac{z}{c}]} \qquad (4.5)$$

arba

$$E = e^{-\frac{i\omega(n-1)\Delta z}{c}} E_0 e^{i\omega(t - \frac{z}{c})} \qquad (4.6)$$

įsitikiname, kad laukas už plokštelės yra lauko, kuris būtų nesant plokštelės(t.y. E_s) sandauga iš eksponentės $e^{\frac{i\omega(n-1)\Delta z}{c}}$.

Narys $e^{-\frac{i\omega(n-1)\Delta z}{c}}$ aprašo plokštelės sukuriamą lauką E_a. Žinoma, kad osciliuojančios funkcijos ($e^{i\omega t}$) daugyba iš $e^{i\alpha}$ reiškia svyravimų fazės pakitimą kampu α, atsiradusį dėl užtrukimo praeinant plokštelę. Kadangi eksponentė yra su minuso ženklu, tai fazė vėluoja dydžiu ω(n – 1) Δz/c . Išskleidus eksponentę gauname

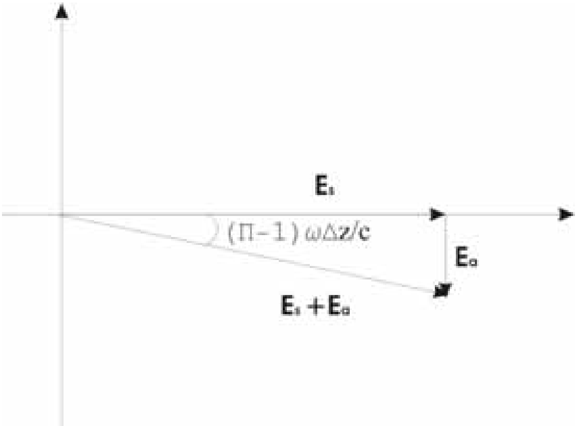
$$e^{-\frac{i\omega(n-1)\Delta z}{c}} = 1 - \frac{i\omega(n-1)\Delta z}{c} \qquad (4.7)$$

o įrašę į (4.6) gauname

$$E = E_0 e^{i\omega(t - \frac{z}{c})} - \frac{i\omega(n-1)\Delta z}{c} E_0 e^{i\omega(t - \frac{z}{c})} \quad (4.8)$$

lygybėje pirmas narys yra šaltinio laukas E_s, o antras E_a – laukas sukuriamas osciliuojančių plokštelės krūvių, į dešinę nuo jos. Laukas E_a išreikštas per lūžio rodiklį n, kuris priklauso nuo šaltinio lauko stiprio.

Sklisdama plokštele banga užtrunka, todėl vėluoja E_s fazė, t. y. pasuka E_s neigiamu kampu. Tai tas pat kaip pridėti mažą vektorių E_a, kurio kryptis beveik statmena E_s. Daugiklis –i reiškia, kad nariui E_s dydis E_a yra neigiamas ir menamas, o bendru atveju E_s ir E_a sudaro statų kampą.



4.2. pav. E_s fazės vėlavimas bangai sklindant plokštumoje

Jei šaltinis S yra kairiojoje pusėje gana dideliu atstumu, tai lauko E_s fazė per visą plokštelės ilgį yra vienoda, o prie plokštelės jį galima užrašyti taip:

$$E_s = E_0 e^{i(\omega t - \frac{z}{c})} \qquad (4.9)$$

Ant pačios plokštelės taške z = 0 bus

$$E_0 = E_0 e^{i\omega t} \qquad (4.10).$$

Šis elektrinis laukas veikia kiekvieną atomo elektroną, ir jie, veikiami elektrinės jėgos qE, svyruoja apie savo pusiausvyros padėtį E_o kryptimi. Elektronų poslinkis iš normalios padėties, veikiant jėgoms, proporcingas jėgos dydžiui. Jei elektronus veikia tamprioji grąžinančioji jėga, tai atomai juda rezonansiniu dažniu ω_0 kaip m masės osciliatoriai. Tokių osciliatorių judėjimo lygtis

$$F = m\left(\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^{\ 2} x\right) \qquad (4.11)$$

Išorinę jėgą sukuria šaltinio elektrinis laukas, todėl galima užrašyti

$$F = q_e E_s = q_e E_0 e^{i\omega t} \qquad (4.12)$$

kur q_e – elektros krūvis. Tada elektrono judėjimo lygtis bus

$$m\left(\frac{d^2x}{dt^2} + \omega_0^{\ 2} x\right) = q_e E_0 e^{i\omega t} \qquad (4.13)$$

šios lygties sprendinys yra $\quad x = x_0 e^{i\omega t} \qquad (4.14).$

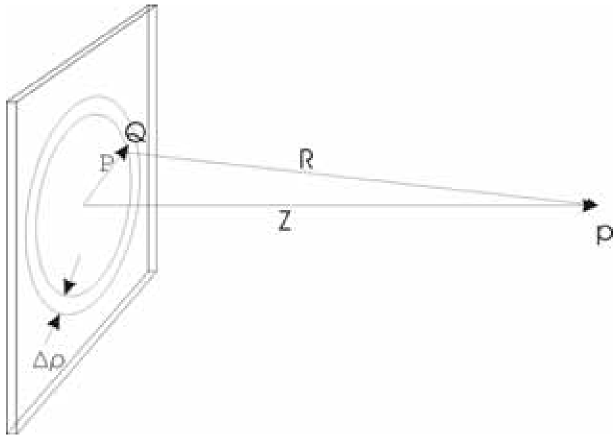
Šią lygtį įstačius į (4.13) ir gauname

$$x_0 = \frac{q_e E_0}{m(\omega_0^{\ 2} - \omega^2)} \qquad (4.15)$$

$$x = \frac{q_e E_0 e^{i\omega t}}{m(\omega_0^{\ 2} - \omega^2)} \qquad (4.16)$$

4.1.1 Osciliatorių sistemos, esančios plokštumoje, laukas

Lygtis (16) aprašo elektronų judėjimą plokštelėje. Tarkime turime plokštumą užpildytą osciliatoriais ir jie visi svyruoja joje vienu metu, vienoda amplitude ir faze. Nagrinėsime lauką, kurį sukuria plokštelės osciliatoriai taške P esančiame pakankamai toli nuo plokštelės.Tarkim, kad krūvių skaičius vienetiniame plote lygus N, o kiekvienas krūvis q. Visi krūviai svyruoja harmoningai viena kryptimi, ta pačia amplitude ir faze. Krūvio poslinkis aprašomas funkcija $x_0 cos\omega t$. Įvedus kompleksinę amplitudę, kurios realioji dalis duoda realų judėjimą, krūvio svyravimas aprašomas funkcija $x_0\ e^{i\omega t}$. Surandame vieno krūvio sukuriamą lauką taške P, o po to juos susumuojame. Spinduliavimo laukas proporcingas krūvio pagreičiui, kuris vienodas visiems krūviams $-\omega^2 x_0 e^{i\omega t}$. Elektrinis laukas taške P, sukuriamas krūvių esančių taške Q.



4.3. pav. Plokštelėje svyruojančių osciliatorių skleidžiamos bangos gavimas taške P

t' = t-r/c, kur r/c - laikas, per kurį banga nueina atstumą nuo Q iki P. Todėl laukas taške P proporcingas

$$-\omega^2 x_0 e^{i\omega(t-\frac{r}{c})} \qquad (4.17)$$

Šio pagreičių judantys taško Q krūvis sudarys taške P lauką

$$E_Q = \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{\omega^2 x_0 e^{i\omega(t-\frac{r}{c})}}{r} \qquad (4.18)$$

Ši formulė ne visai teisinga, kadangi reikia imti ne visą pagreitį, o jo komponentę, statmeną linijai QP. Taškas P yra daug toliau nuo plokštumos, negu taškas Q nuo ašies z, todėl kosinusas yra artimas vienetui.

Visas E laukas taške P gaunamas susumavus visų plokštumoje esančių krūvių laukus. Aišku, kalbama apie vektorinę laukų sumą. Kadangi visų krūvių laukų kryptis beveik vienoda, tai pakanka sudėti visų laukų modulius. Taške P laukas priklauso tik nuo r, todėl visi krūviai su vienodu r sukuria lygius laukus. Sudedame krūvių laukus žiede, kurio plotis $d\rho$ ir spindulys ρ, laukus. Integruojant pagal visus ρ, gaunamas visas visų krūvių laukas.

$$E_P = \int \frac{q}{4\pi\varepsilon_0 c^2}\frac{\omega^2 x_0 e^{i\omega(t-\frac{r}{c})}}{r} 2\eta\pi\rho d\rho\,, \quad (4.19)$$

η- krūvių tankis ploto vienete. Integralo rėžiai ρ = 0 ir ρ = ∞. Laikas nekinta, todėl vieninteliai kintamieji integrale yra r ir ρ. Paskaičiuojam integralą

$$\int_{\rho=0}^{\rho=\infty} \frac{e^{-i\omega\frac{r}{c}}}{r}\rho d\rho\,. \qquad (4.20)$$

Sąryšis tarp ρ ir r yra: $r^2 = \rho^2 + z^2$ (4.21)

Jei plokštelė plona, z laikysime konstanta, tada 2rdr = 2ρdρ. Integralą (4.20) perrašysime taip:

$$\int_{r=z}^{r=\infty} e^{-i\omega\frac{r}{c}}dr \ . \qquad (4.22)$$

Iš čia gauname, kad jis lygus

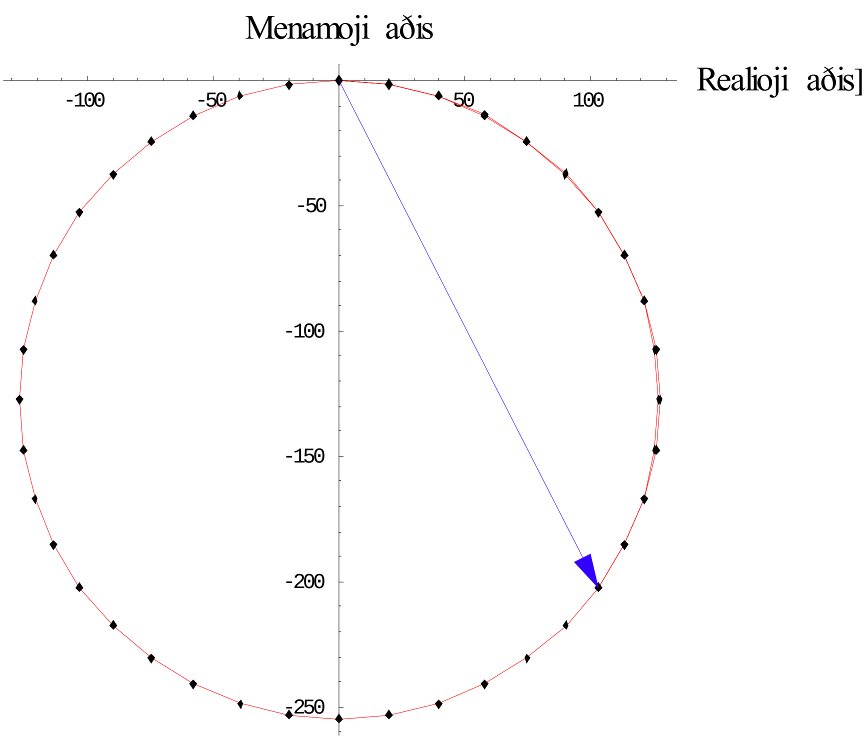
$$-\frac{c}{i\omega}[e^{-i\infty} - e^{-(\frac{i\omega}{c})z}]. \qquad (4.23)$$

Išraiškoje (4.23) vietoj *(r/c)*∞ įrašome ∞, nes viena ir kita, paprasčiausia reiškia kiek norima didelį skaičių. O štai $e^{-i\infty}$ – dydis mįslingas. Jo realioji dalis, lygi cos(-∞), matematiniu požiūriu dydis visiškai neapibrėžtas. (Nors galima daryti prielaidą, kad jis yra kažkur tai, (o gal būt ir visur?) –tarp +1 ir –1). Fizikinėje situacijoje šis dydis gali reikšti kažką tikrai protingo ir, kaip parastai pasirodo, lygaus nuliui. Norint įsitikinti, kad taip yra ir šiuo atveju, reikia grįžti prie pradinio integralo (4.22).

Išraišką (4.22) galima suprasti kaip sumą didelio skaičiaus mažų kompleksinių dydžių, kurių modulis δr, o jo kampas kompleksinėje plokštumoje θ =-ωr/c. Ši suma apibūdinama grafiškai. Brėžinyje parodytame 4. pav. atidėti pirmi 53 sumos nariai.

Kreivės kiekvienos atkarpos ilgis yra δr ir sudaro kampą $\delta\theta$ = -ω(δr/c) su prieš tai esančia atkarpa.

Pirmų keturiolikos dedamųjų suma pažymėta rodykle nuo pradinio taško į keturioliktos atkarpos pabaigos. Sudedant atkarpas, nubraižomas daugiakampis. Šitaip grįžtama į pradinį tašką ir vėl braižomas daugiakampis. Kuo didesnis atkarpų skaičius pridedamas, tuo daugiau kartų apeinama, judant beveik apskritimu, kurio spindulys c/ω. Dabar aišku, kodėl integralas neapibrėžtas.



4.4. pav. Integralo $\int_{r=z}^{r=\infty} e^{-i\omega r/c}dr$ skaičiavimas grafiniu būdu

Kokia gi šio dydžio fizikinė prasmė? Bet kurioje realioje situacijoje krūvių plokštuma negali būti begalinė, o kažkur turi nutrūkti. Jei ji nutrūksta staiga ir jos riba yra apskritimo formos, tai integralas bus lygus vertei priklausančiai kažkuriam apskritimo taškui. (4.5. pav.). Jei krūvių tankis plokštumoje, tolstant nuo jos centro, po palaipsniui mažėja (arba virsta nuliu, išskyrus kai kuriuose netaisyklingos formos ribose, tai esant pakankamai dideliems ρ įtaka viso žiedo pločio $\delta\rho$ bus lygi nuliui), koeficientas η apibrėžtas integrale (4.19) nyksta, artėdamas prie nulio. Kadangi sudedamų atkarpų ilgiai šiuo atveju mažėja, tai kampas $\delta\theta$ lieka toks pat, tai kreivės, atitinkančios integralą, grafikas bus spiralė. Spiralė baigiasi pradinio apskritimo centre, kaip parodyta 4.5. pav..

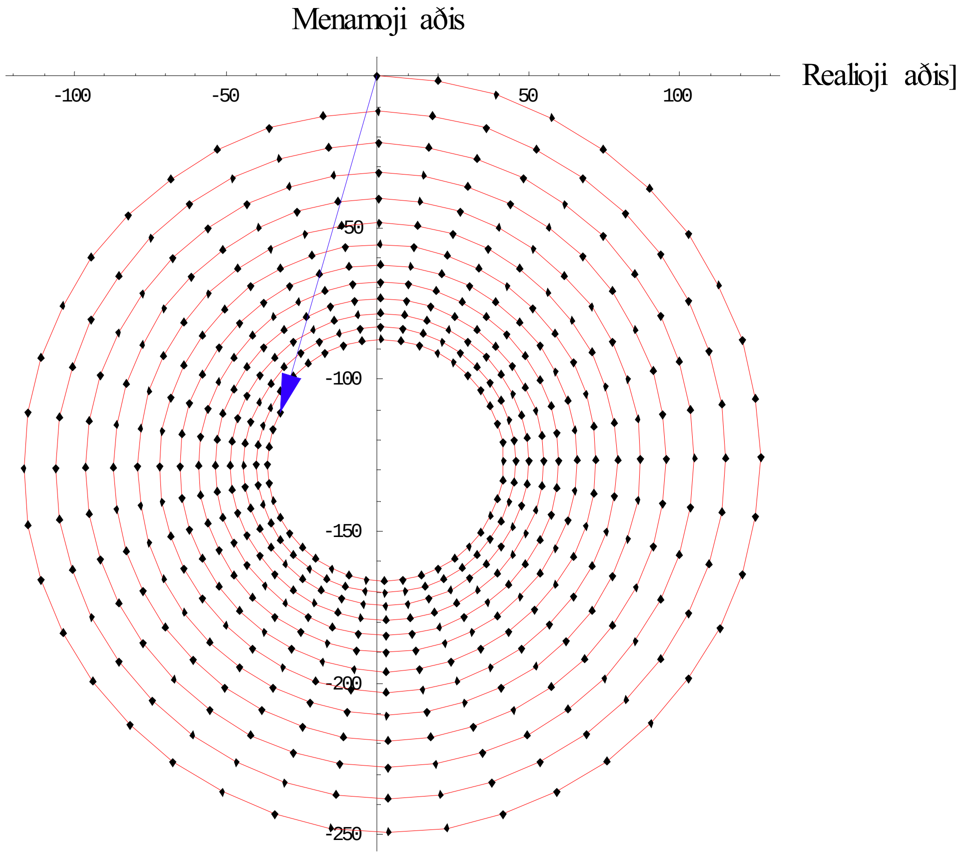
Teisingą fizikinę integralo vertę nusako dydis A kuris 4.5. pav. brėžinyje atitinka atstumą nuo pradinio taško iki apskritimo centro(mielinos spalvos rodyklėlė brėžinyje), lygų:

$$\frac{c}{i\omega}e^{-i\omega z/c} \qquad (4.24)$$

Toks pats rezultatas gaunamas, teigiant, kad $e^{-i\infty} = 0$. (Yra dar viena priežastis, kodėl integralas, esat dideliems r, artėja prie nulio – tai laikinai atmestas daugiklis , atsižvelgiant į pagreičio projekciją į plokštumą, statmeną linijai PQ).

Grįžtama prie formulės (4.18) ir įvedus visus atmestus daugiklius gaunamas pilnas elektrinis laukas taške P

$$E_p = -\frac{\eta q}{2\varepsilon_0 c} i\omega x_0 e^{i\omega(t-\frac{z}{c})} \qquad (4.25)$$



4.5. pav. Integralo $\int\limits_{r=z}^{r=\infty} e^{-i\omega r/c}dr$ skaičiavimas grafiniu būdu

Pavėlavimas atitinka atstumą z, kuris yra trumpiausias nuo P iki plokštumos. Nors formulė (4.24) užrašyta dideliems atstumams, bet ji tinka bet kuriems z, net kai *z<λ).* Laukas E_a taške P yra proporcingas krūvio greičiui, vėluojančiam dydžiu z/c, padaugintam iš neigiamos konstantos. Diferencijuojant x pagal t iš (4.16) formulės, gaunamas greitis ir įvedus pavėlavimą (arba paprasčiau, įrašius x_0 iš (4.15) į (4.25))gaunama formulė

$$E_a = \frac{-\eta q_e}{2\varepsilon_0 c} \frac{i\omega q_0 E_0 e^{i\omega(t-\frac{z}{c})}}{m(\omega_0^2 - \omega^2)} \qquad (4.26)$$

Kaip ir tikėtasi, elektronų priverstinis svyravimas sukėlė naują bangą, sklindančią į dešinę (tą rodo daugiklis exp [iω (t-z/c)], o bangos amplitudė proporcinga atomų skaičiui plokštelės ploto vienete (daugiklis η), bei šaltinio lauko E_o amplitudei. Be to, atsiranda ir kiti dydžiai priklausantys nuo atomo savybių (q_e, m, ω_0). (4.26) formulė laukui E_a labai panaši į (4.8) formulę E_a. Abi formulės sutampa, jei

$$(n-1)\Delta z = \frac{\eta q_e^2}{2\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \varpi^2)} \qquad (4.27)$$

Abi šios lygybės pusės proporcingos Δz, kadangi η= N Δz. Įrašius N Δz vietoj η ir suprastinus iš Δz, gaunama lūžio rodiklio formulė, išreikšta per konstantas, priklausančias nuo atomo savybių, ir šviesos dažnio:

$$n = 1 + \frac{N q_e^2}{2\varepsilon_0 m(\omega_0^2 - \omega^2)} \qquad (4.28)$$

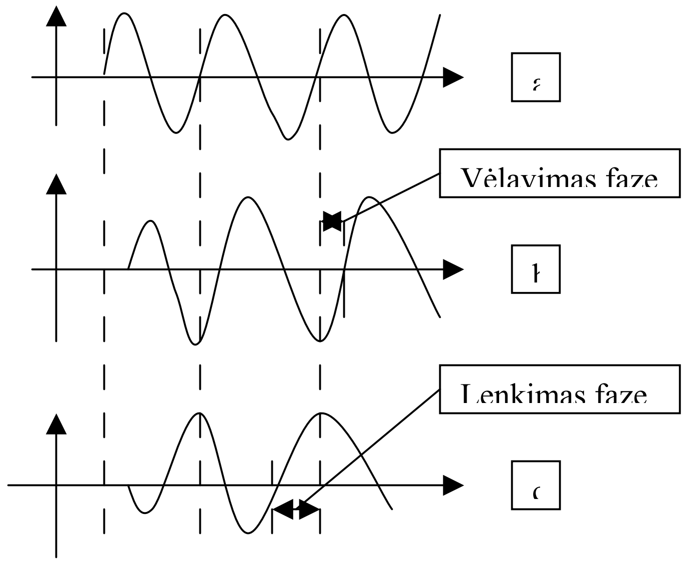
4.2 Šviesos dispersija

Gautas rezultatas yra labai įdomus. Lygtis (4.28) išreiškia lūžio rodiklį ne tik per atomines konstantas, bet ir parodo, kaip medžiagos lūžio rodiklis kinta su šviesos dažniu ω. Lūžio rodiklio paskaičiavimui reikia žinoti atomų skaičių tūrio vienete ir savąjį atomų dažnį ω_o. Šie dydžiai skirtingoms medžiagoms yra skirtingi. Skirtingų medžiagų savybių bendroji teorija formuluojama kvantinės mechanikos pagrindu. Be to, įvairių medžiagų savybės ir lūžio rodiklio dydis stipriai kinta, ir todėl kažin ar galima tikėtis, kad išvis pavyks gauti bendrą formulę, tinkančią visoms medžiagoms.

Dauguma dujų (oro, didesnės dalies bespalvių dujų, vandenilio, helio ir t.t.) elektronų svyravimų savasis dažnis atitinka ultravioletinę šviesą. Šie dažniai daug didesni už regimosios šviesos dažnį, t.y. ω_o daug didesnis už ω, todėl ω^2 galima nepaisyti. Tada lūžio rodiklis tampa beveik pastoviu. Taigi, dujų lūžio rodiklį galima laikyti konstanta. Ši išvada teisinga ir daugeliui skaidrių aplinkų, pvz. stiklui. Atidžiau pažiūrėjus į (4.28) išraišką, galima pastebėti, kad didėjant ω , vardiklis mažėja, o lūžio rodiklis didėja. n lėtai didėja , didėjant ω. Mėlynai šviesai lūžio rodiklis didesnis, negu raudonai. Būtent todėl mėlyni spinduliai prizmės laužiami labiau, negu raudoni.

Šviesos lūžio rodiklio priklausomybė nuo dažnio vadinama dispersija. Būtent dėl dispersijos šviesa „disperguoja“, prizmės išskaidoma į spektrą. Formulė, išreiškianti lūžio rodiklį kaip dažnio funkciją, vadinama dispersijos formule.

Ši dispersijos formulė „pranašauja“ eilę naujų įdomių efektų. Jei dažnis ω_o yra regimosios šviesos srity, arba jei matuojamas medžiagos lūžio rodiklis (pvz. stiklo) violetinei šviesai (kur ω artimas ω_o), tai vardiklis artėja prie 0, o lūžio rodiklis tampa labai dideliu. Tegul toliau ω daugiau už ω_o . Taip atsitinka, pvz. kai į stiklą panaši medžiaga apšviečiama Rentgeno spinduliais, todėl galima kalbėti apie šių medžiagų lūžio rodiklį Rentgeno spinduliams. Anglies atomų savasis dažnis žymiai mažesnis už Rentgeno spindulių dažnį. Šiuo atveju lūžio rodiklis gaunamas iš dispersijos formulės, jei $\omega_o = 0$ (t.y. nepaisoma ω_o^2 palyginus su ω^2). Analogiškas rezultatas gaunamas apšvietus dujų laisvuosius elektronus radijo bangomis. Viršutiniuose atmosferos sluoksniuose Saulės ultravioletiniai spinduliai išmuša elektronus iš atomų, ko padarinyje susidaro laisvųjų elektronų dujos. Laisvųjų elektronų $\omega_o = 0$ (tampriosios grąžinančios jėgos nėra). Į dispersijos formulę įrašius $\omega_o = 0$, gaunama korektiška lūžio rodiklio formulė radijo bangoms stratosferoje, kur N šiuo atveju yra laisvųjų elektronų tankis (skaičius tūrio vienete) stratosferoje. Bet, kaip rodo formulė, apšvietus medžiagą Rentgeno spinduliais arba radijo bangomis elektronines dujas, narys $(\omega_o^2-\omega^2)$ tampa neigiamu. Iš to seka, kad $n<1$. Tai reiškia, kad elektromagnetinių bangų efektinis greitis medžiagoje didesnis už c. Ar gali taip būti? Gali. Nors ir kalbėta, kad signalas negali sklisti didesniu greičiu nei šviesos greitis, visgi lūžio rodiklis, esant tam tikram dažniui, gali būti kaip ir didesnis, taip ir mažesnis už 1. Tai reiškia, kad fazių poslinkis dėl šviesos išskaidymo yra arba teigiamas, arba neigiamas.Be to, galima parodyti, kad signalo greitis priklauso lūžio rodiklio reikšmių atitinkančių ne vienam dažniui, o daugybei dažnių. Lūžio rodiklis nurodo bangos keteros (pūpsnio) judėjimo greitį. Ketera dar nesudaro signalo. „Švari“ banga be jokių moduliacijų, t.y. susidedanti iš iki begalybės pasikartojančių teisingų osciliatorių, neturi „pradžios“ ir ja negalima pasiųsti laiko signalų. Norint pasiųsti signalą, reikia pakeisti bangos pavidalą, ją „pažymėti”, t.y. kai kuriose vietose jos amplitudė padidinti, kitose sumažinti („paploninti”). Tada banga turės ne vieną dažnį, o visą eilę dažnių, ir galima parodyti, kad signalo sklidimo greitis priklauso ne vien tik nuo lūžio rodiklio reikšmės, o nuo rodiklio kitimo nuo dažnio išvestinės. Priverstinis krūvių judėjimas priešingas pagal ženklą lauko krypčiai. Iš tikrųjų, (4.16) formulėje krūvio poslinkio x daugiklis $(\omega_o^2-\omega^2)$ neigiamas mažiems ω_o ir poslinkio ženklas yra priešingas išoriniam laukui.Vadinasi, kad, kai laukas veikia tam tikra jėga viena kryptimi, krūvis juda priešinga kryptimi.



4.6. pav. a) Banga, kai nėra aplinkos; b) Banga, praėjusi pro aplinką, kurios lūžio rodiklis n >1;
c) Banga, praėjusi pro aplinką, kurios rodiklis n < 1

Kaip atsitiko, kad krūvis pradėjo judėti jėgai priešinga kryptimi? Iš tikrųjų, tai įjungus lauką krūvis juda ne prieš jėgą. Iš karto po lauko įjungimo atsiranda pereinamasis režimas, po to svyravimai nusistovi ir tik tada krūvių svyravimai nukreipti priešingai išoriniam laukui. Tuo pačiu metu atstojamasis laukas savo faze pradeda lenkti šaltinio lauką. Kai sakoma, kad „fazinis greitis“, arba bangos keteros greitis didesnis už c, tai turima omeny pralenkimą faze. 4.6. pav. Parodytos bangos, atsirandančios staigiai įjungus šaltinio bangą (t.y. siunčiant signalą).

Iš brėžinio matyti, kad bangai, sklindančiai aplinka su pralenkiančia faze,signalas nepralenkia pagal laiką šaltinio signalo.

Dispersijos formulėje gautas rezultatas truputį supaprastina tikrąjį reiškinio vaizdą. Kad būtų tikslu, formulėje reikia padaryti kai kurias pataisas. Pirmiausia, į atominio osciliatoriaus modelį reikia įvesti slopinimą (kitaip osciliatorius, pradėjęs svyruoti, svyruos be galo ilgai, kas nerealu.Atsižvelgus į slopinimą, (4.16) formulėje ir vėliau (4.19), vietoj (ω_o^2-ω^2) atsiranda (ω_o^2-ω^2 + i$\gamma\omega$), kur γ – slopinimo koeficientas.

Antroji pataisa gautoje formulėje atsiranda todėl, kad kiekvienas atomas paprastai turi keletą rezonansinių dažnių. Tada reikia atsižvelgti ne į vienos rūšies osciliatorių, bet į kelių osciliatorių su skirtingais rezonansiniais dažniais veikimą (osciliatorių, kurių svyravimai vyksta nepriklausomai vienas nuo kito) ir susumuoti jų visų veikimą.

Tegul tūrio vienete yra N_k elektronų, kurių savasis dažnis ω_k ir slopinimo koeficientas γ_k. Tada dispersijos formulė bus

$$n = 1+ \frac{q_e^2}{2\varepsilon_0 m}\sum\frac{N_k}{\omega_k^2-\omega^2+i\gamma_k\omega} \qquad (4.29\ )$$

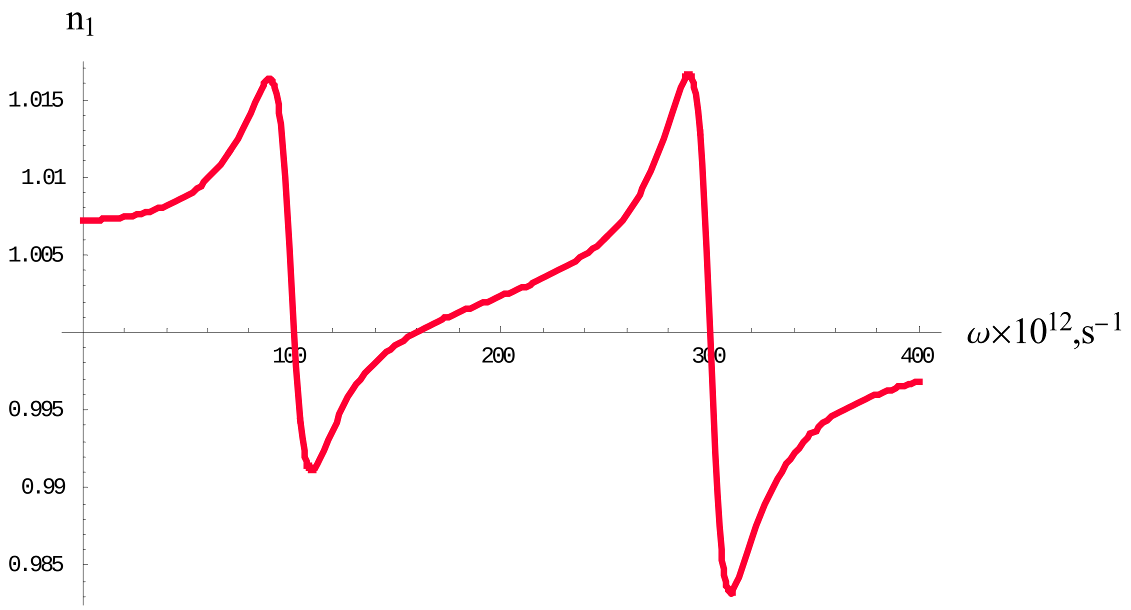
Lūžio rodiklis *n* apibudintas (4.29) lygtimi yra kompleksinis. Išskirkime jo realiąją ir menamąją dalys:

$$n = n_1 + i\, n_2, \qquad (4.30)$$

kur n_1 aprašo šviesos dispersija medžiagoje , o n_2 šviesos sugertį. Realioji lūžio rodiklio dalis $n_1 = c/v$, *v* – šviesos fazės greitis. Iš (4.29) seka, kad

$$n_1 = 1+ \frac{q_e^2}{2\varepsilon_0 m}\sum\frac{N_k(\omega_k^2-\omega^2)}{(\omega_k^2-\omega^2)^2+(\gamma_k\omega)^2} \qquad (4.31)$$

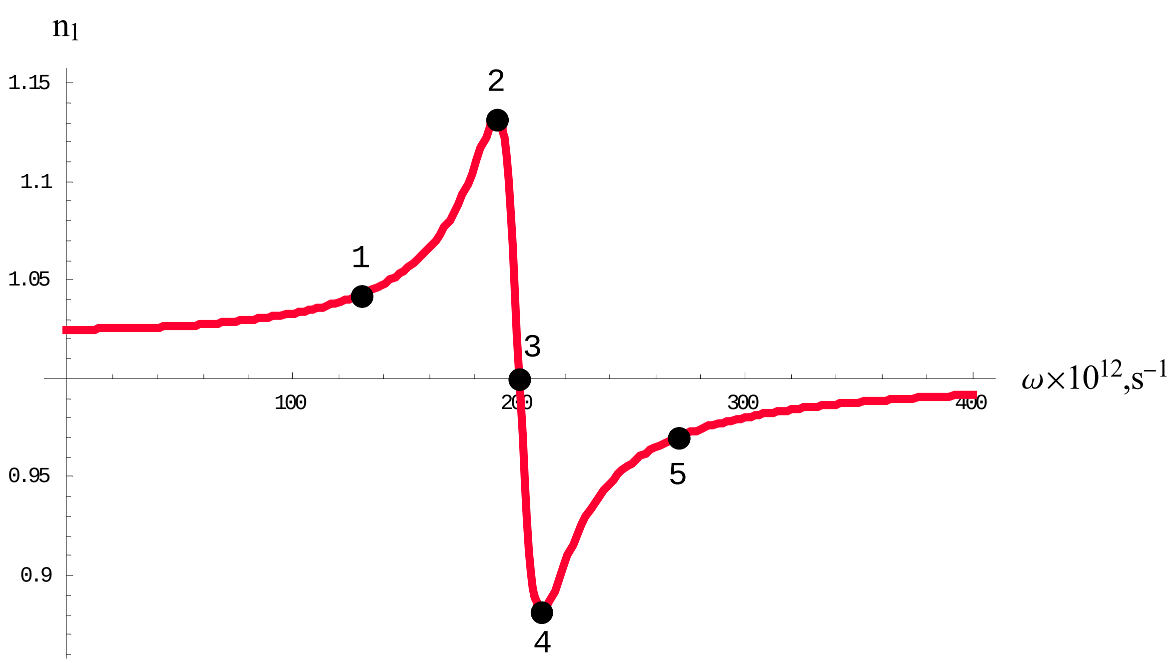
Ši galutinė formulė galioja daugybei medžiagų. Ją iliustruoja 4.7. pav.



4.7 pav. Lūžio rodiklio priklausomybė nuo dažnio. 4.1.rodikl.nb

Iš brėžinio matosi, kad visur, išskyrus sritis, kur ω labai artimas vienam iš rezonansinių dažnių, kreivės nuolydis yra teigiamas. Tokios priklausomybės pavadinimas – „normalioji“ dispersija (nes toks atvejis sutinkamas dažnai). Netoli rezonansinių dažnių kreivės nuolydis neigiamas ir tokiu atveju kalbama apie „anomaliąją“ dispersiją (t.y. „nenormaliąją“ dispersiją), kadangi ji buvo pastebėta dar iki to, kol buvo sužinota apie elektronus ir tuo metu buvo laikoma neįprasta.

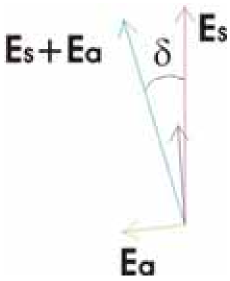
Panagrinėsime lūžio rodiklio eigą osciliatoriaus nuosavo dažnio srityje. 4.8.pav. parodyta tipinė lūžio rodiklio eiga. Išskirkime kreivėje 5 taškus ir aptarkime lūžio rodiklio reikšmes juose.



4.8 pav. Lūžio rodiklio priklausomybė nuo dažnio. 4.2.rodikl.nb

Parodysime šiuose taškuose elektrinio lauko dedamąsias ir jų fazių įtaką bangos ilgio susidarymui.

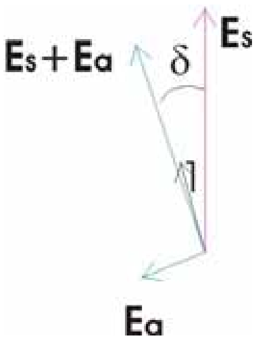
Taškas 1. $\omega << \omega_0$



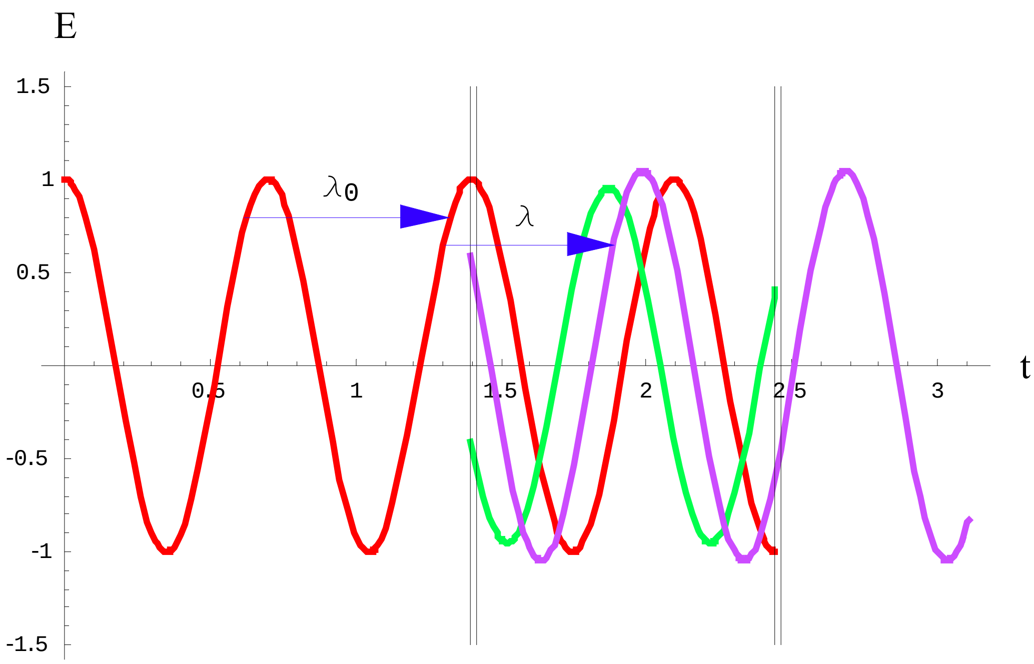
4.9-1. pav.

Fazinėje plokštumoje antrinės bangos amplitudė yra visada pasislinkusi 90^0 kampu priverstinių svyravimų amplitudės *l* atžvilgiu. Fazių poslinkis tarp krūvių priverstinių svyravimų ir pirminės bangos fazės yra artimas nuliui. Antrinių bangų amplitudė E_a. Kai šaltinio skleidžiamų bangų dažnis ω yra daug kartų mažesnis už plokštelėje esančių atomų savųjų virpesių dažnį ω_0, o δ yra fazės poslinkis tarp E_s ir E_s+E_a, tai vektoriškai sumuojant amplitudes gauname, kad δ yra teigiamas dydis ir mažas, todėl banga už plokštelės E_s+E_a šiek tiek užskuba, o lūžio rodiklis n yra nežymiai didesnis už (4.9-1. pav.) Ši išvada teisinga ir daugeliui skaidrių aplinkų, pvz. stiklui.

Taškas 2. $\omega < \omega_0$



4.8-2a. pav.

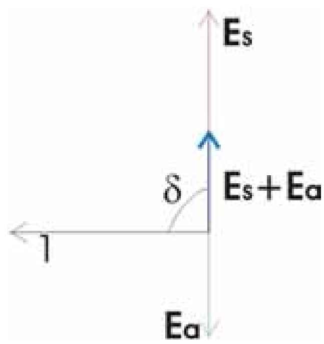


4.8-2b. pav. (4.3a.rodikl.nb)

Atidžiau pažiūrėjus į (4.31) išraišką, galima pastebėti, kad didėjant ω, vardiklis mažėja, o lūžio rodiklis n lėtai didėja , didėjant ω. Mėlynos spalvos šviesai lūžio rodiklis didesnis, negu raudonos. Būtent todėl mėlyni spinduliai prizmės laužiami labiau, negu raudoni.

Jei dažnis ω_0 yra regimosios šviesos srityje, arba jei matuojamas medžiagos lūžio rodiklis (pvz. stiklo) violetinei šviesai (kur ω artimas ω_0), tai vardiklis artėja prie 0, o lūžio rodiklis ryškiai padidėja.

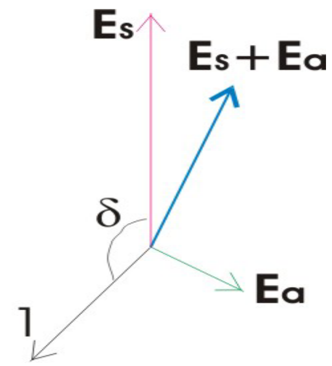
Taškas 3. $\omega = \omega_0$



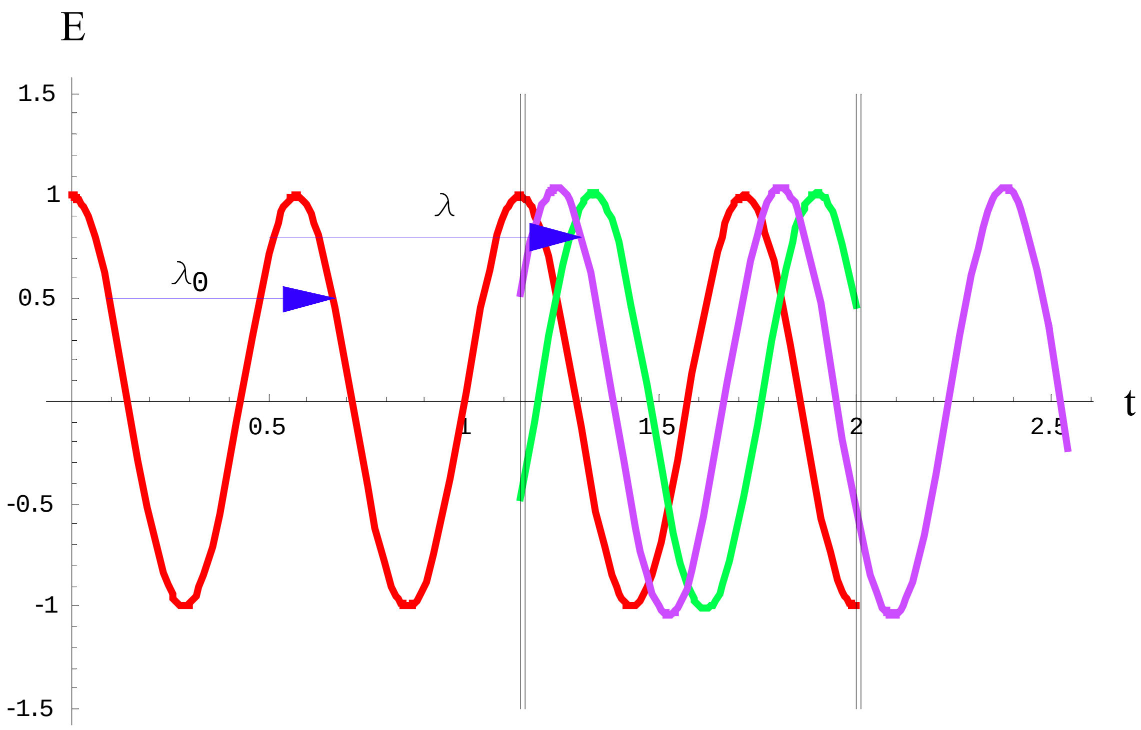
4.9-3. pav.

Jei $\omega = \omega_0$, δ yra lygus 90^0. Laukų E_s ir E_s+E_a fazės sutaps, bangos ilgis įėjus šviesai į aplinką nepasikeis, todėl n = 1.

Taškas 4. $\omega > \omega_0$



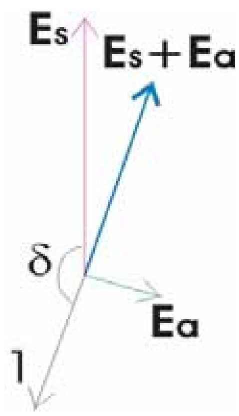
4.9-4a. pav



4.9-4b. pav. (4.3b.rodikl.nb)

Dabar fazių skirtumas tarp krūvių priverstinių svyravimų ir pirminės bangos fazės pasidaro didesnis nei π /2, todėl suminis spinduliavimas E_s+E_a pradeda atsilikti pagal fazę nuo pirminio spinduliavimo E_s fazės. Tuo padarinyje efektyvusis bangos ilgis aplinkoje padidėja ir lūžio rodiklis pasidaro mažesnis vieneto.

Taškas 5. $\omega >> \omega_0$



4.9-5. pav.

Kai $\omega >> \omega_0$, kampas δ pasidarė lygus beveik 180^0 . Priverstinių svyravimų amplitudę o kartu ir E_a sumažėja. Tuo pasekoje Fazių skirtumas tarp laukų E_s ir E_s+E_a sumažėja bet pasilieka neigiamas. Lūžio rodiklis vėl artėja prie 1.

5 Anizotropija

5.1 Šviesos sklidimas kristaluose

Beveik visi kristaliniai dielektrikai yra anizotropiniai, t.y. juose sklidimo greitis priklauso nuo šviesos spindulio sklidimo krypties ir nuo šviesos vektoriaus $\vec{E}$ krypties jame.

Kristalinėje medžiagoje jos dalelės išsidėsčiusios tvarkingai sudaro kristalinę gardelę. Kiekviena dalelė sąveikauja su gardelės kaimynais. Todėl antrinių bangų spinduliavimas kristalinėje medžiagoje priklauso ne tik nuo pačių dalelių savybių, bet ir nuo sąveikos su kitomis dalelėmis jėgų. Kristalo anizotropijos priežastis yra tiek jo dalelių elektrinė anizotropija, tiek ir dalelių sąveikos jėgų anizotropija, t. y. kristalo izotropiškumas arba anizotropiškumas priklauso nuo kristalo simetrijos. Tiktai kubinės simetrijos kristalai yra izotropiniai. Visi kiti kristalai nepriklausomai nuo jų dalelių elektrinių savybių yra anizotropiniai.

Panagrinėsime plokščios bangos sklydimo ypatumus kristaluose.

Iš Maksvelo lygčių plokščiajai bangai $\vec{E} = \vec{E}_0 e^{-i(\omega \cdot t - \vec{k}\vec{r})}$, $\vec{B} = \vec{B}_0 e^{-i(\omega \cdot t - \vec{k}\vec{r})}$
seka, kad

$$\left[\vec{k} \times \vec{E}\right] = \omega \vec{B}; \qquad \left[\vec{k} \times \vec{B}\right] = -\mu_0 \cdot \omega \cdot \vec{D}. \qquad (5.1)$$

Užrašykime vienetinį vektorių $\vec{N}$, nukreipta bangos vektoriaus $\vec{k}$ kryptimi.

$$\vec{k} = \frac{\omega}{v}\vec{N},$$

ω - kampinis dažnis, $v = \frac{c}{n}$ - bangos fazinis greitis (greitis, kuriuo vienodų fazių paviršius sklinda bangos normalės kryptimi), $\vec{N}$ - vienetinis banginės normalės vektorius, kurį įsivedame tam, kad būtų galima lengviau operuoti vektoriniais dydžiais.

Pasinaudojus šį vektorių išraiškos (5.1) perrašysime šitaip:

$$\left[\vec{N} \times \vec{E}\right] = v \cdot \vec{B}; \qquad (5.2a)$$

$$\left[\vec{N} \times \vec{B}\right] = -\mu_0 \cdot v \cdot \vec{D}. \qquad (5.2b)$$

5.1.1 Bangos fazės ir spindulio sklidimo greičiai

Iš šių lygčių galima spręsti apie vektorių $\vec{N}$, $\vec{D}$, $\vec{E}$ ir $\vec{B}$ tarpusavyje išsidėstymą. Iš lygties (2b) seka, kad vektorius $\vec{D}$ yra statmenas vektoriams $\vec{N}$ ir $\vec{B}$, o iš (2a), kad $\vec{B} \perp \vec{N}$, t.y. vektoriai $\vec{N}$, $\vec{D}$, $\vec{B}$ sudaro dešininę vienas kitam statmenų vektorių sistemą.

Iš (2a) išplaukia, kad $\vec{E} \perp \vec{B}$, t.y. vektoriai $\vec{E}$, $\vec{D}$, ir $\vec{N}$ yra vienoje plokštumoje. Aukščiau išvardinti tvirtinimai galioja visų simetrijų kristalams.

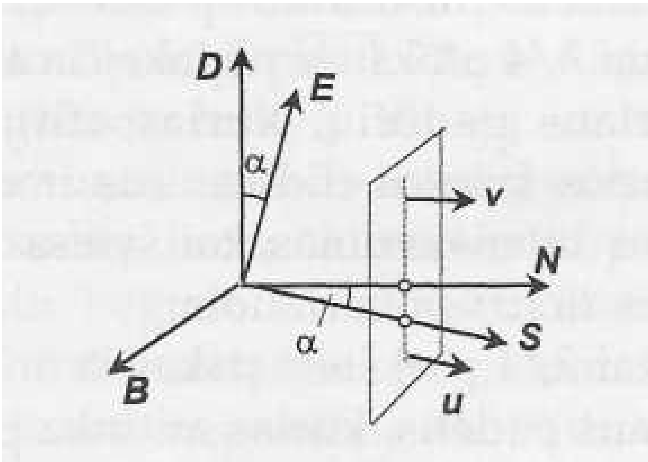
Bendruoju atveju vektoriaus $\vec{E}$ kryptis kristaluose nesutampa su vektoriaus $\vec{D}$ kryptimi. Kampas tarp vektorių $\vec{D}$ ir $\vec{E}$ priklauso nuo kristalo dielektrinės skvarbos tenzoriaus $\hat{\varepsilon}(\omega)$.

Bangos energijos pernešimo kryptį aplinkoje nusako Pointingo vektorius $\vec{S} = \dfrac{\lfloor \vec{E} \times \vec{B} \rfloor}{\mu_0}$.

Įveskime vienetinį vektorių $\vec{s}$ orientuota Pointingo vektoriaus kryptimi:

$$\vec{s} = \frac{\lfloor \vec{E} \times \vec{B} \rfloor}{E \cdot B}.$$

Jis vadinamas *spindulio vektoriumi*, nes jis parodo šviesos energijos sklidimo kryptį. Anizotropinėje aplinkoje vektorius $\vec{s}$, būdamas statmenas vektoriams $\vec{E}$ ir $\vec{B}$, su vektoriumi $\vec{N}$ sudaro tokį pat kampą α kaip $\vec{E}$ su $\vec{D}$. Keturi vektoriai $\vec{D}$, $\vec{E}$, $\vec{N}$ ir $\vec{s}$ yra išsidėstė toje pačioje plokštumoje (5.1. pav.).



5.1. pav. Plokščios bangos vektoriai anizotropinėje aplinkoje

Vienodų fazių bangos paviršiaus plokštuma sklinda vektoriaus $\vec{N}$ kryptimi greičiu v. Iš 5.1. pav. seka, kad plokštumos sklidimo greitis spindulio vektoriaus kryptimi u:

$$u = \frac{v}{\cos\alpha}. \qquad (5.3)$$

Dydį u vadinsime *spindulio greičiu.* Anizotropinėje terpėje spindulio energijos sklidimo greičio dydis priklauso nuo bangos dispersijos (bangos fazinio greičio priklausomybės nuo dažnio) ir nuo kampo tarp bangos normalės $\vec{N}$ ir spindulio vektoriaus $\vec{s}$. Šviesos dispersija budinga ir izotropinėms, ir anizotropinėms aplinkoms. Norint išskirti savybes budingos tik anizotropinei aplinkai mes toliau dispersijos

nepaisysime laikant, kad aplinkoje $\dfrac{dv}{d\lambda} = 0$. Tokioje nedispersinėje aplinkoje vektorius $\vec{u} = u \cdot \vec{s}$ lemia šviesos energijos pernešimo greitį ir kryptį.

Užrašysime Pointingo vektoriaus išraiška, panaudojus bangos energijos tankį ϖ:

$$S = v_s \varpi, \qquad (5.4)$$

čia v_s – šviesos energijos srauto greitis, o $\varpi = \frac{(\vec{E}\vec{D})}{2} + \frac{(\vec{H}\vec{B})}{2}$.

Pasinaudojus lygtimi (5.2a) ir (5.2b), užrašome

$$(\vec{E}\vec{D}) = -\left(\frac{\vec{E}[\vec{N}\times\vec{B}]}{\mu_0 v}\right) = -\frac{\vec{E}[\vec{N}\times[\vec{N}\times\vec{E}]]}{\mu_0 v^2} = \frac{E^2 - (\vec{E}\vec{N})^2}{\mu_0 v^2};$$

$$(\vec{H}\vec{B}) = \frac{\vec{B}\vec{B}}{\mu_0} = \frac{[\vec{N}\times\vec{E}][\vec{N}\times\vec{E}]}{\mu_0 v^2} = \frac{E^2 - (\vec{E}\vec{N})^2}{\mu_0 v^2}.$$

Iš čia seka, kad

$$\varpi = \frac{E^2 - (\vec{E}\vec{N})^2}{\mu_0 v^2}. \tag{5.5}$$

Kadangi

$$\vec{S} = \frac{[\vec{E}\times\vec{B}]}{\mu_0} = \frac{[\vec{E}\times[\vec{N}\times\vec{E}]]}{\mu_0 v} = \frac{(\vec{N}E^2 - \vec{E}(\vec{E}\vec{N}))}{\mu_0 v}, \quad \text{tai}$$

$$(\vec{N}\vec{S}) = S\cdot\cos\alpha = \frac{E^2 - (\vec{E}\vec{N})^2}{\mu_0 v} = \varpi\cdot v. \tag{5.6}$$

Sulyginus (5.4) ir (5.6) išraiškas, gauname:

$$v_s = \frac{v}{\cos\alpha} = u, \tag{5.7}$$

t.y. ankščiau minėtas vienodų fazių bangos paviršiaus plokštumos sklidimo greitis u vektoriaus $\vec{s}$ kryptimi ir šviesos energijos srauto greitis v_s yra tie patys greičiai.

5.1.2 Ryšys tarp lauko stiprio ir slinkties vektorių

Izotropinėse aplinkose sąryšis tarp $\vec{D}$ ir $\vec{E}$ nusakomas lygtimi

$$\vec{D} = \varepsilon_0\varepsilon(\omega)\vec{E}, \tag{5.8}$$

kur $\varepsilon(\omega)$ yra dydis nepriklausantis nuo elektrinio lauko krypties. Išraiška (5.3) išlaiko savo forma ir anizotropiniuose aplinkose, jei skaliarą $\varepsilon(\omega)$ pakeisti antrojo rango tenzoriumi $\hat{\varepsilon}(\omega)$.

Anizotropiniuose aplinkose tarp elektrinio lauko stiprio ir elektrinio poslinkio vektorių komponenčių stebėsime sąryšį:

$$D_i = \varepsilon_0\Sigma\varepsilon_{ik}(\omega)E_k. \tag{5.9}$$

Tai reiškia, kad kiekvieną slinkties vektoriaus $\vec{D}$ komponentę priklauso nuo visų trijų elektrinio lauko vektoriaus komponenčių:

$$D_x = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_{xx} E_x + \varepsilon_{xx} E_y + \varepsilon_{xx} E_z \right);$$
$$D_y = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_{yx} E_x + \varepsilon_{yy} E_y + \varepsilon_{yz} E_z \right); \qquad (5.10)$$
$$D_z = \varepsilon_0 \left(\varepsilon_{zx} E_x + \varepsilon_{zy} E_y + \varepsilon_{zz} E_z \right).$$

Bendruoju atveju vektoriaus $\vec{E}$ kryptis kristaluose nesutampa su vektoriaus $\vec{D}$ kryptimi. Kampas tarp vektorių $\vec{D}$ ir $\vec{E}$ priklauso nuo kristalo dielektrinės skvarbos tenzoriaus $\hat{\varepsilon}(\omega)$ komponentų. Sutapatinkime koordinačių sistemos y ašį su magnetinio lauko vektoriaus $\vec{B}$ kryptimi ir z ašį su vektoriaus $\vec{E}$ kryptimi. Šioje koordinačių sistemoje lygtys (5.5) atrodys šitaip:

$$D_x = \varepsilon_0 \varepsilon_{xz} E_z ;$$

$$0 = \varepsilon_0 \varepsilon_{yz} E_z ; \qquad (5.11)$$

$$D_z = \varepsilon_0 \varepsilon_{zz} E_z .$$

Užrašant lygtys (5.11), mes pasinaudojame ankščiau paminėtu faktu, kad $\vec{D} \perp \vec{B}$. Iš išraiškų (5.11)seka, kad šioje koordinačių sistemoje $\varepsilon_{yz} = \varepsilon_{xy} = 0$, o kampas tarp vektorių $\vec{D}$ ir $\vec{E}$ yra lygus:

$$\alpha = arctg\left(\frac{\varepsilon_{xz}}{\varepsilon_{zz}} \right). \qquad (5.12)$$

Kiekviename anizotropiniame kristale egzistuoja trys kryptys, išilgai kurių vektoriai $\vec{E}$ ir $\vec{D}$ tarpusavyje lygiagretus. Šios kryptys vadinamos dielektrinės skvarbos tenzoriaus pagrindinėmis ašimis. Koordinačių sistemoje sutampančioje su tenzoriaus pagrindinėmis ašimis tenzorius yra diagonalus.
Jis užsirašo šitaip:

$$\varepsilon_{ij} = \begin{pmatrix} \varepsilon_x & 0 & 0 \\ 0 & \varepsilon_y & 0 \\ 0 & 0 & \varepsilon_z \end{pmatrix}. \qquad (5.13)$$

Dydžiai ε_x, ε_y ir ε_z vadinami tenzoriaus pagrindinėmis vertėmis, arba pagrindinėmis dielektrinėmis skvarbomis. Izotropiniuose kristaluose $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z$ yra lygios, anizotropiniuose – bendru atveju šie dydžiai yra skirtingi.

5.1.3 Frenelio lygtis bangos normalei

Panagrinėkime fazės greičio priklausomybė nuo bangos normalės krypties.
Iš lygčių (5.2a) ir (5.2b) seka,kad:

$$\vec{D} = -\frac{\left[\vec{N} \times \vec{B}\right]}{\mu_0 v} = -\frac{\left[\vec{N} \times \left[\vec{N} \times \vec{E}\right]\right]}{\mu_0 v^2} = \frac{\left(\vec{E} - \vec{N}\left(\vec{N}\vec{E}\right)\right)}{\mu_0 v^2}. \qquad (5.14)$$

Koordinačių sistemoje, kurios ašis sutampa su pagrindinėmis dielektrinės skvarbos tenzoriaus ašimi, šią lygtį užrašysime šitaip:

$$D_x\left(\frac{1}{\varepsilon_x}-\frac{1}{n^2}\right)=\varepsilon_0 n^2 N_x\left(\vec{N}\vec{E}\right);$$

$$D_y\left(\frac{1}{\varepsilon_y}-\frac{1}{n^2}\right)=\varepsilon_0 n^2 N_y\left(\vec{N}\vec{E}\right)\ ; \qquad (5.15)$$

$$D_z\left(\frac{1}{\varepsilon_z}-\frac{1}{n^2}\right)=\varepsilon_0 n^2 N_z\left(\vec{N}\vec{E}\right).$$

Pasinaudoję vektorių $\vec{D}$ ir $\vec{N}$ ortogonalumu, t.y. $N_x D_x + N_y D_y + N_z D_z = 0$, ir krypties kosinusų lygtimi: $N_x^2 + N_y^2 + N_z^2 = 1$, užrašome bangos normalėms Frenelio lygtį:

$$\frac{N_x^2}{\frac{1}{\varepsilon_z}-\frac{1}{n^2}}+\frac{N_y^2}{\frac{1}{\varepsilon_y}-\frac{1}{n^2}}+\frac{N_z^2}{\frac{1}{\varepsilon_z}-\frac{1}{n^2}}=0. \qquad (5.16)$$

Pasižymėję $n_x = \sqrt{\varepsilon_x}$, $n_y = \sqrt{\varepsilon_y}$, $n_z = \sqrt{\varepsilon_z}$, ir įvedus dydžius $v_x = \dfrac{c}{n_x}$, $v_y = \dfrac{c}{n_y}$, $v_z = \dfrac{c}{n_z}$, išraišką (5.16) perrašysime šitaip:

$$\frac{N_x^2}{v_x^2-v_n^2}+\frac{N_y^2}{v_y^2-v_n^2}+\frac{N_z^2}{v_z^2-v_n^2}=0. \qquad (5.17)$$

Čia v_x, v_y ir v_z nėra bangos normalės greičio komponentės o anizotropinės medžiagos parametrai. Bangos paviršiaus greitis normalės kryptimi $v_n = \dfrac{c}{n}$.

Greitis v_n priklauso nuo bangos normalės krypties. Ji surandame sprendžiant lygtį (5.16). Šį lygtis yra kvadratinė atžvilgių v_n^2 , o tai reiškė, kad kiekvienai normalės krypčiai egzistuoja du teigiami šios lygties sprendiniai , jiems atitinka, bendruoju atveju, du skirtingi bangos paviršiaus greičiai v_n. Nesugeriančiame anizotropiniame kristale kiekviena kryptimi gali sklisti skirtingais greičiais dvi tiesiškai poliarizuotos bangos. Jų poliarizacijos plokštumos statmenos viena kitai . Tuo galima įsitikinti analizuojant lygties (5.17) sprendinį. Priveskime (5.17) prie bendrojo vardiklio

$$N_x^2\left(v_y^2-v_n^2\right)\left(v_z^2-v_n^2\right)+N_y^2\left(v_x^2-v_n^2\right)\left(v_z^2-v_n^2\right)+N_z^2\left(v_x^2-v_n^2\right)\left(v_y^2-v_n^2\right)=0. \qquad (5.18)$$

Sakykime, kad bangos normalė nukreipta išilgai y ašies ($N_x = N_y = 0$, $N_y = 1$). Iš (5.18) seka, kad $\left(v_x^2-v_n^2\right)\left(v_z^2-v_n^2\right)=0$. Tai reiškia , kad išilgai y ašies sklinda dvi bangos: viena greičiu $v_n = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon_x}}$ ir kita greičių $v_n = \dfrac{c}{\sqrt{\varepsilon_z}}$.

Bet kokia kryptimi sklindančių bangų lūžio rodiklius rasime skaitinių būdų sprendžiant lygtį (5.16), kurį perrašysime skaičiavimui patogia forma:

$$n^4\left(\varepsilon_x N_x^2+\varepsilon_y N_y^2+\varepsilon_z N_z^2\right)-n^2\left\{\varepsilon_x\left(\varepsilon_y+\varepsilon_z\right)N_x^2+\varepsilon_y\left(\varepsilon_x+\varepsilon_z\right)N_y^2+\varepsilon_z\left(\varepsilon_x+\varepsilon_y\right)N_z^2\right\}+\varepsilon_x\varepsilon_y\varepsilon_z=0 \qquad (5.19)$$

Dviašiame kristale, kurio ε_x =2,5; ε_y=2,2; ε_z=2,0; išilgai krypties apibrėžtos kampais: θ=;60^0 ; $\varphi=60^0$; sklinda dvi statmenai poliarizuotos bangos su lūžio rodikliais:

n_1= 1,2428 ; **n_2 = 1,17141** . (5.1.Anizot.nb)

5.1.4 Plokščiai poliarizuotos bangos virtimas elipse poliarizuota

Jei krintančios į anizotropinį pavyzdėlį tiesiškai poliarizuotos bangos poliarizacijos plokštuma sutampa su lygties (5.19) vieno iš sprendinių poliarizacijos plokštuma, tai pavyzdėlyje bangos poliarizacija nepakinta. Jei krintančios bangos elektrinis vektorius nesutampa nei su vienu iš dviejų tarpusavyje statmenų krypčių, anizotropinėje aplinkoje sklinda dvi poliarizuotos statmenose plokštumose bangos. Jų sklidimo greičiai bendru atveju (krintančios bangos kryptis nesutampa su aplinkos optine ašimi) yra skirtingi.Tarp sklindančių dvejų tiesiškai poliarizuotų statmenuose plokštumose bangų atsiranda fazių skirtumas $\Delta\varphi$, kurio dydis auga bangoms sklindant. Fazių skirtumas $\Delta\varphi$ atstumu x nuo pavyzdėlio paviršiaus bus:

$$\Delta\varphi = \frac{2\pi}{\lambda}(n_2 - n_1)x \tag{5.20}$$

Sudėjus dvi statmenuose plokštumose poliarizuotas bangas gauname elipse poliarizuotą bangą, kurios elipsės parametrai sklindant bangai nuolat kinta.

5.1.5 Frenelio lygtis spinduliui

Dabar panagrinėsime šviesos spindulio sklidimą anizotropinėje aplinkoje. Paprasčiausiai tai galima padaryti padauginus vektoriškai abi (5.2.a) ir (5.2b) lygtis iš $\vec{s}$

$$v\left[s \times \vec{B}\right] = \left[\vec{s} \times \left[\vec{N} \times \vec{E}\right]\right]; \tag{5.21a}$$

$$-\mu_0 v\left[\vec{s} \times \vec{D}\right] = \left[\vec{s} \times \left[\vec{N} \times \vec{B}\right]\right]. \tag{5.21b}$$

ir atlikti matematinius veiksmus, t.y. dvigubas vektorines sandaugas dešinėse lygčių pusėse išsireiškiame per skaliarinės sandaugas:

$$\left[\vec{s} \times \left[\vec{N} \times \vec{E}\right]\right] = \vec{N}\left(\vec{s}\vec{E}\right) - \left(\vec{s}\vec{N}\right)\vec{E}\ ;$$

$$\left[\vec{s} \times \left[\vec{N} \times \vec{B}\right]\right] = \vec{N}\left(\vec{s}\vec{B}\right) - \left(\vec{s}\vec{N}\right)\vec{E}\ .$$

Žinome, kad $\vec{s} \perp \vec{E}, \vec{B}$, vadinasi:

$$\left(\vec{s}\vec{E}\right) = \left(\vec{s}\vec{E}\right) = 0$$

Atsižvelgiant į tai, kad $\left(\vec{s}\vec{N}\right)$= cos α ir u = v/cos α, lygtys (5.21a) ir (5. 21b) užsirašo:

$$\vec{E} = -u\left[\vec{s}\vec{B}\right]; \tag{5.22a}$$

$$\vec{B} = \mu_0 u\left[\vec{s}\vec{D}\right]. \tag{5.22b}$$

Išsireiškę $\vec{B}$ iš (5.22b) lygties ir įstatę į (5.22a) gauname:

$$\vec{E} = -\mu_0 u^2 \left[\vec{s}\left[\vec{s}\vec{D}\right]\right] \qquad (5.23)$$

arba:

$$\vec{E} + \mu_0 u^2 \left(\vec{s}\left(\vec{s}\vec{D}\right)\right) - \vec{D}) = 0 \quad . \qquad (5.24)$$

Atlikus matematinės operacijas analogiškas toms, kurias taikėme gaunant iš lygties (5.14) išraišką (5.16), užrašysime Frenelio lygtį spinduliui:

$$\frac{s_x^2}{\left(\frac{1}{v_x^2} - \frac{1}{u_s^2}\right)} + \frac{s_v^2}{\left(\frac{1}{v_v^2} - \frac{1}{u_s^2}\right)} + \frac{s_z^2}{\left(\frac{1}{v_z^2} - \frac{1}{u_s^2}\right)} = 0 \qquad (5.25)$$

arba

$$\frac{s_x^2 v_x^2}{\left(v_x^2 - u_s^2\right)} + \frac{s_y^2 v_y^2}{\left(v_y^2 - u_s^2\right)} + \frac{s_z^2 v_z^2}{\left(v_z^2 - u_s^2\right)} = 0 \,. \qquad (5.26)$$

Čia v_x, v_y , v_z - tie patys dydžiai kaip ir išraiškoje (5.14), o u_s - šviesos spindulio greitis vektoriaus $\vec{s}$ kryptimi.

Tam tikra kryptimi sklindančių spindulių greičius rasime skaitinių būdų sprendžiant lygtį (5.26), kurį perrašysime šitaip:

$$\left(\frac{u}{c}\right)^4 \left(\varepsilon_y \varepsilon_z s_x^2 + \varepsilon_x \varepsilon_z s_y^2 + \varepsilon_x \varepsilon_y s_z^2\right) - \left(\frac{u}{c}\right)^2 \left(\left(\varepsilon_y + \varepsilon_z\right)s_x^2 + \left(\varepsilon_x + \varepsilon_z\right)s_y^2 + \left(\varepsilon_x + \varepsilon_y\right)s_z^2\right) + 1 = 0 \,. \; (5.27)$$

Dviašiame kristale, kurio ε_x =2,5; ε_y=2,2; ε_z=2,0; išilgai krypties apibrėžtos kampais: $\theta=60^0$; $\varphi=60^0$; sklinda du statmenai poliarizuoti spinduliai. Jų santykiniai sklidimo greičiai: **u_1/c = 0,6417** ; **u_2/c = 0,6954**. (5.1.Anizot.nb)

5.1.6 Vienaašiai kristalai

Izotropiniuose kristaluose pagrindinės dielektrinės skvarbos yra lygios: $\varepsilon_x = \varepsilon_y = \varepsilon_z = \varepsilon$; anizotropiniuose – bendru atveju šie dydžiai skirtingi. Kai dvi pagrindinės tenzoriaus vertės sutampa ($\varepsilon_x = \varepsilon_y$), kristalą vadiname *optiškai vienaašiu.*

Kristalai romboedrinės, tetragonalinės ir heksagonalinės simetrijos yra optiškai vienaašiai. Tai labai skaitlinga kristalų grupė. Šiuose kristaluose viena iš dielektrinės skvarbos tenzoriaus pagrindinių ašių sutampa su kristalo trečios, ketvirtos arba šeštos eilės simetrijos ašimi, atitinkamai. Ši kristalo simetrijos ašis ir vadinama optinė ašimi. Nukreipsime išilgai jos koordinačių sistemos z ašį. Dielektrinės skvarbos pagrindinė vertę išilgai šios ašies ε_z pažymėsime ε_{II}. Kitos dvi dielektrinės skvarbos tenzoriaus pagrindinės ašis yra išsidėstę plokštumoje statmenoje ašiai z. Jų kryptys šioje plokštumoje lieka neapibrėžtos o jų pagrindinės vertės $\varepsilon_x = \varepsilon_y \equiv \varepsilon_\perp$.

Frenelio lygtis (5.19) bangos normalėms vienaašiame kristale

$$n^4\left\{\varepsilon_\perp\left(N_x^2+N_y^2\right)+\varepsilon_{II}N_z^2\right\}-n^2\left\{\varepsilon_\perp\varepsilon_{II}+\varepsilon_\perp^2\left(N_x^2+N_y^2\right)+\varepsilon_\perp\varepsilon_{II}N_z^2\right\}+\varepsilon_\perp^2\varepsilon_{II}=0 \qquad (5.28)$$

susiskaldo į dvejų kvadratinių lygčių sandaugą

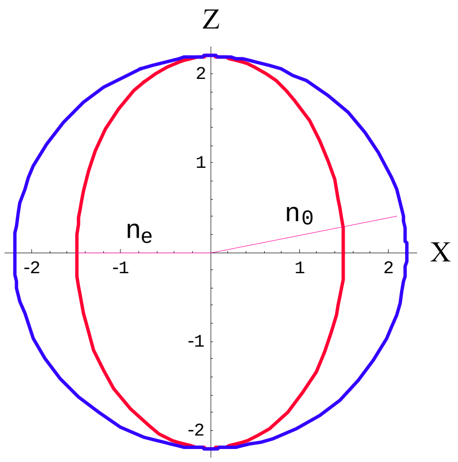
$$\left(n^2-\varepsilon_\perp\right)\left\{n^2\left[\varepsilon_\perp\left(N_x^2+N_y^2\right)+\varepsilon_{II}N_z^2\right]-\varepsilon_\perp\varepsilon_{II}\right\}=0\,. \qquad (5.29)$$

t.y. ketvirtos eilės (5.28) lygtis suskyla į dvi kvadratines lygtis

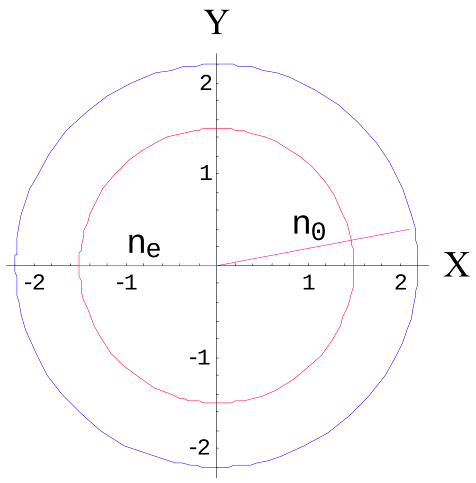
$$n^2=\varepsilon_\perp\,, \qquad (5.30a)$$

$$n^2\left[\varepsilon_\perp\left(N_x^2+N_y^2\right)+\varepsilon_{II}N_z^2\right]=\varepsilon_\perp\varepsilon_{II}\ . \qquad (5.30b)$$

Geometrinių požiūriu tai reiškia, kad ketvirtos eilės paviršius vienaašiame kristale suskyla į du atskirus paviršius: sferą ir elipsoidą. (5.2.Anizot.nb)



5.2a.pav.



5.2b.pav

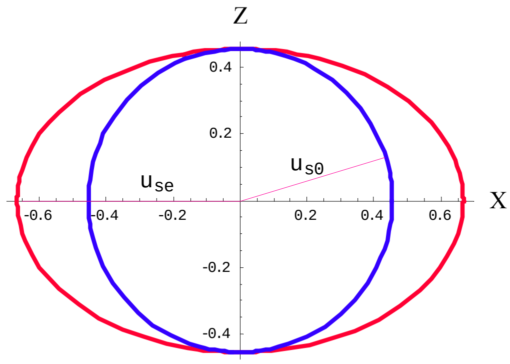
5.2a.pav. ir 5.2b.pav , parodyti šių paviršių pjūviai *(z,x)* ir *(x,y)* plokštumomis. Čia galimi du variantai: a) elipsoidas viduje sferos, kai $\varepsilon_\perp>\varepsilon_{II}$, b) sfera viduje elipsoido, kai $\varepsilon_\perp<\varepsilon_{II}$. Pirmuoju ir antruoju atveju abudu paviršiai susiliečia optinės ašies kryptimi. Kai $\varepsilon_\perp>\varepsilon_{II}$, kristalai vadinami *neigiamais* ir kai $\varepsilon_\perp<\varepsilon_{II}$ - *teigiamais* .

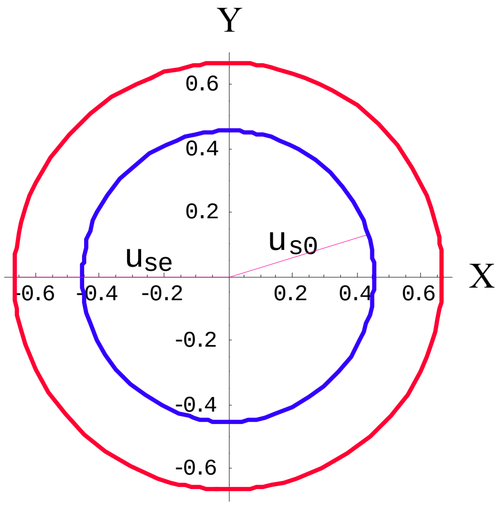
Frenelio lygtis (5.27) bangos spinduliui vienaašiam kristalui

$$\left(\frac{u}{c}\right)^4\left[\varepsilon_\perp\varepsilon_{II}\left(s_x^2+s_y^2\right)+\varepsilon_\perp^2 s_z^2\right]-\left(\frac{u}{c}\right)^2\left[\left(\varepsilon_\perp+\varepsilon_{II}\right)s_x^2\left(\varepsilon_\perp+\varepsilon_{II}\right)s_y^2+2\varepsilon_\perp s_z^2\right]+1=0 \qquad (5.31)$$

irgi suskyla į dvejų kvadratinių lygčių sandaugą

$$\left[\left(\frac{u}{c}\right)^2-\frac{1}{\varepsilon_\perp}\right]\left[\varepsilon_{II}\left(s_x^2+s_y^2\right)+\varepsilon_\perp s_z^2-1\right]=0\,. \qquad (5.32)$$





5.3a.pav. Paprastojo ir nepaprastojo skirstinys vyriausiojo pjūvio plokštumoje

5.3b.pav. Paprastojo ir nepaprastojo skirstinys plokštumoje statmenoje optiniai ašiai

Gavome dvi kvadratines lygtis spindulio greičiui aprašyti:

$$\left(\frac{u}{c}\right)^2 = \frac{1}{\varepsilon_\perp} \quad , \tag{5.33a}$$

$$\varepsilon_{II}\left(s_x^2 + s_y^2\right) + \varepsilon_\perp s_z^2 = \left(\frac{c}{u}\right)^2 \tag{5.33b}$$

Čia taip pat spindulio greitis atvaizduojamas dvejų paviršių pagalba: sferos ir elipsoido (5.3a. pav. ir 5.3b.pav.) Teigiamame kristale elipsoidas yra sferos viduje o neigiamame sfera yra elipsoido viduje (priešingai bangos normalės atvejui).
5.2.Anizot.nb

5.1.7 Paprastasis ir nepaprastasis spinduliai

Tarkime, kad spindulio $\vec{s}$ kryptis sudaro kampą θ su optine ašimi. y ašį parinksime taip, kad ji būtų plokštumoje, kurioje yra optinė ašis ir spindulys. Toliau šią plokštumą vadinsime *vyriausiojo pjūvio plokštuma.*

Lygtį (5.24): $\vec{E} + \mu_0 u^2\left(\vec{s}\left(\vec{s}\vec{D}\right)\right) - \vec{D}) = 0$

suprojektuojame į aukščiau pasirinktosios koordinačių sistemos ašis. Gauname tris lygtis:

$$E_x - \left(\frac{u(\theta)}{c}\right)^2 \varepsilon_\perp E_x = 0\,,$$

$$\left[\left(\frac{c}{u(\theta)}\right)^2 - \varepsilon_\perp \cos^2\theta\right]E_y + \left(\varepsilon_{II}\sin\cdot\theta\cdot\cos\cdot\theta\right)E_z = 0\,, \qquad (5.34)$$

$$\left(\varepsilon_\perp \sin\cdot\theta\cdot\cos\cdot\theta\right) + \left[\left(\frac{c}{u(\theta)}\right)^2 - \varepsilon_{II}\sin^2\theta\right]E_z = 0\,.$$

Skaičiuojant išraiškas (5.34) buvo pasinaudota sąryšiu:

$$\left(\vec{s}\vec{D}\right) = \varepsilon_0\varepsilon_\perp \sin^2\theta\cdot E_y + \varepsilon_0\varepsilon_{II}\sin\cdot\theta\cdot\cos\cdot\theta\cdot E_z$$

Lygčių (5.34) sistemą užrašysime matricine forma:

$$\begin{vmatrix} \left(\frac{c}{u}\right)^2 - \varepsilon_\perp & 0 & 0 \\ 0 & \left[\left(\frac{c}{u}\right)^2 - \varepsilon_\perp\cos^2\theta\right] & \varepsilon_{II}\sin\theta\cos\theta \\ 0 & \varepsilon_\perp\sin\theta\cos\theta & \left[\left(\frac{c}{u}\right)^2 - \varepsilon_{II}\sin^2\theta\right] \end{vmatrix} \begin{vmatrix} E_x \\ E_y \\ E_z \end{vmatrix} == 0; \quad (5.35)$$

Ši homogeninė lygčių sistema vienaašiuose kristaluose suskyla į du blokus: vienmatį ir dvimatį.

5.1.8 Paprastasis spindulis

Pirmas blokas aprašo tisiškai poliarizuota spindulį, kurio poliarizacijos plokštuma yra statmena vyriausiojo pjūvio plokštumai. Šio spindulio grupinis greitis $u = \frac{c}{\sqrt{\varepsilon_\perp}} = \frac{c}{n_0}$. Jis yra lygus bangos fazės greičiui *v.* Kadangi vienaašiame kristale bet kuri statmena optinei ašiai kryptis yra pagrindine, tai šios bangos vektorius $\vec{E}$ yra lygiagretus $\vec{D}$, taigi vektoriai $\vec{s}$ ir $\vec{N}$ sutampa. Šį spindulį toliau *vadinsime paprastuoju.* Paprastojo spindulio sklidimo greitis ir lūžio rodiklis $n_0 = \sqrt{\varepsilon_\perp}$ nepriklauso nuo spindulio sklidimo krypties

Iš čia seka, kad paprastoji banga anizotropiniame kristale sklinda taip pat, kaip sklinda bangos izotropinėje aplinkoje. Kintant spindulio sklidimo krypčiai, bendru atveju, kinta vyriausiojo pjūvio plokštumos orientacija kristale, kartu pakinta paprastojo spindulio poliarizacijos plokštumos orientacija taip, kad ji išlieka statmena vyriausiojo pjūvio plokštumai

5.1.9 Nepaprastasis spindulys

Antras matricos (5.35) blokas aprašo spindulį poliarizuota vyriausiojo pjūvio plokštumoje. Šio spindulio greitis priklauso nuo kampo tarp optinės ašies ir spindulio sklidimo krypties *θ.* Sakykime, kad spindulio kryptį nusako kreipiamieji kosinusai: $s_x = \sin\varphi\cdot\sin\theta$, $s_y = \cos\varphi\cdot\sin\theta$, $s_z = \cos\theta$. Šiam atvejui, užrašę lygtį (5.33b) pavidalu

$$\frac{u^2(\sin\theta)^2\varepsilon_{II}}{c^2} + \frac{u^2(\cos\theta)^2\varepsilon_\perp}{c^2} = 1\,, \qquad (5.36)$$

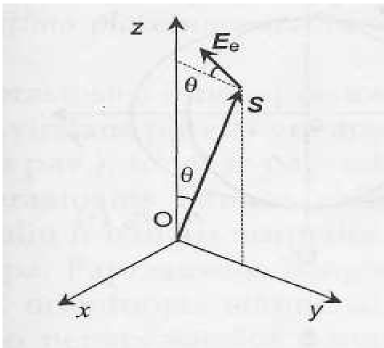
gauname, kad spindulio greitis

$$u(\theta)=\frac{c}{\sqrt{\varepsilon_{\perp}\cos^2\theta+\varepsilon_{II}\sin^2\theta}}. \tag{5.37}$$

Įrašius išraišką (5.36) į (5.35) antrojo bloko lygtis, gauname, kad

$$\frac{E_z}{E_y}=-\tan\cdot\theta. \tag{5.38}$$

Tai reiškia, kad spindulis poliarizuotas pagrindinio pjūvio plokštumoje ir jos vektorius $\vec{E}$ yra statmenas vektoriui $\vec{s}$ **.** Šis spindulis vadinamas *nepaprastuoju***.**



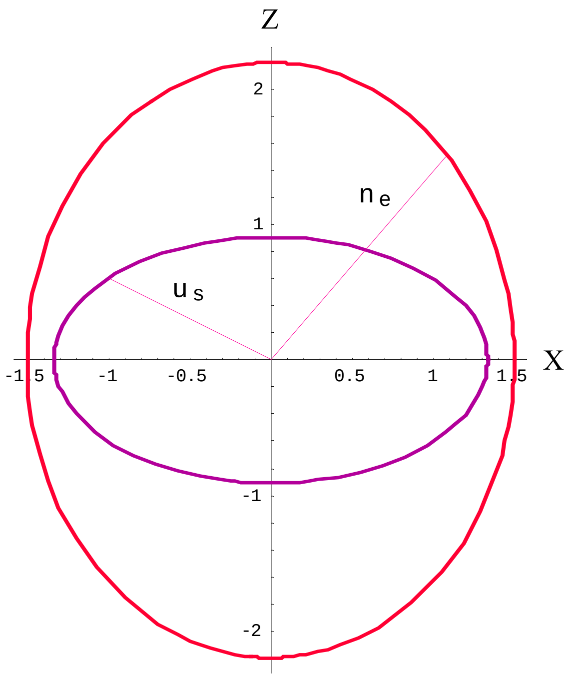
5. 4. pav. Nepaprastosios bangos $\vec{E}$ ir $\vec{s}$ vektorių išsidėstymas

Akivaizdu, kad nepaprastojo spindulio grupinis greitis *u* priklauso nuo jo sklidimo krypties.
Nepaprastojo spindulio lūžio rodiklio priklausomybę nuo bangos fronto sklidimo krypties rasime iš (5.30b) lygties, pasinaudoję kreipiamųjų kosinusų išraiškomis.

$$n(\theta)=\frac{n_o n_e}{\sqrt{n_o^2\sin^2\theta+n_e^2\cos^2\theta}}. \tag{5.39}$$

Nepaprastojo spindulio lūžio rodikliui apibūdinti vartojami parametrai vadinami paprastojo spindulio *pagrindiniu lūžio rodikliu* $n_0=\sqrt{\varepsilon_{\perp}}$ ir nepaprastojo spindulio *pagrindiniu lūžio rodikliu* $n_e=\sqrt{\varepsilon_{II}}$.

Spindulio greičio ir lūžio rodiklio priklausomybės nuo spindulio ir fazės sklidimo krypčių galima pavaizduoti grafiškai nubraižius iš kurio nors vieno taško visomis galimomis kryptimis spindulius ir ant jų atidėjus spindulio greičiams ir lūžio rodikliams atitinkamas atkarpas. Šių atkarpų galų visuma sudaro uždarus paviršius, kurie paprastajai bangai erdvinėje struktūroje yra sfera, o nepaprastajai – sukimosi elipsoidas (žiūrėk išraiškas (5.36) ir (5.39)).



5.5.pav. Nepaprastojo spindulio lūžio rodiklio ir grupinio greičio priklausomybė nuo sklidimo krypties. (5.2.Anizot.nb)

6 Geometrinė optika

6.1 Centruotos optinės sistemos

Dauguma paprasčiausių optinių reiškinių, tokių kaip šešėlio susidarymas ar vaizdo gavimas optinėmis sistemomis, galima paaiškinti geometrinės optikos pagalba. Geometrinė optika nagrinėja spindulių sklidimą optinėse terpėse. Šviesos spindulys- tai tariama tiesi linija, kuria sklinda šviesos energiją. Geometrinėje optikoje šviesos pluošteliai nagrinėjami kaip daugelio šviesos spindulių, kurie vienalytėje terpėje sklinda tiesiomis linijomis, suma.

Banginės optikos dėsnius galima pritaikyti geometrinei optikai tuomet, kai bangos ilgis $\lambda \to 0$, nes tik tuo atveju banginė šviesos prigimtis pasidaro nereikšminga. Šviesos sklidimą patogu nagrinėti geometrinės optikos pagalba, nes bangos ilgis yra daug kartų mažesnis už optinės sistemos objektus (lęšius, veidrodžius, diafragmas ir t.t.). Tačiau norint išaiškinti šviesos pluoštelio pasiskirstymą prie lęšio židinio arba optinės sistemos skiriamąją gebą šis priartinimas nebetinka. Šviesos bangos pluoštelio negalima aiškinti geometrine optika tuo atveju, kai šviesa difraguoja. Praktiškai šviesos difrakcija nustato geometrinės optikos panaudojimo ribas.

Tarkime, kad pereiti nuo banginės optikos prie geometrinės optikos galima tik tuo atveju kai $\lambda \to 0$. Plokščia banga pasižymi tuo, kad jos pastovios fazės paviršius (bangos paviršius) yra begalo didelis, o sklidimo kryptis ir amplitudė visur yra vienoda. Bendru atveju šviesos bangos tokiomis savybėmis nepasižymi, tačiau dažnai šviesos bangą galima laikyti plokščia banga nedideliame erdvės plotelyje. Tai įmanoma tada, kai šviesos virpesių amplitudė ir bangos sklidimo kryptis nekinta per visą bangos ilgį. Šiuo atveju bangos paviršius turi nedidelį spindulį ir esant nedideliems atstumams galima kaip ir plokščioms bangoms nagrinėti konkrečią bangos sklidimo kryptį. Kaip tik šios krypties charakteristika ir yra apibudinama spindulių sąvoka. Spindulys- linija kurios liestinės sutampa su bangos sklidimo kryptimi. Geometrinė optika aprašo energijos sklidimą spindulių pagalba. Iš čia taip pat matosi, kad bangos elgesys $\lambda \to 0$ aprašoma tais pačiais dėsniais, kaip ir plokščios bangos. Spinduliui krintant į lęšį atspindėto ir lūžusio spindulio intensyvumą ir poliarizuotumą galima rasti iš plokščios bangos formulės.

Dauguma praktikoje naudojamų optinių prietaisų sudaro centruotos optinės sistemos, kurių visos atspindinčių, laužiančių plokštumų kreivumo spinduliai išsidėstę pagrindinėje optinėje ašyje. Tokios sistemos teorija tampa ypač paprasta tuomet, kai sistemoje sklindantys spinduliai yra paraksialiniai, t. y. kai sklinda labai arti prie optinės ašies su ja sudarydami labai mažus kampus. Vaizdo gavimą naudojant paraksialinius spindulius labai plačiai išnagrinėjo Gausas, todėl paraksialinių spindulių sklidimą centruotose optinėse sistemose dažnai vadina Gauso optika.

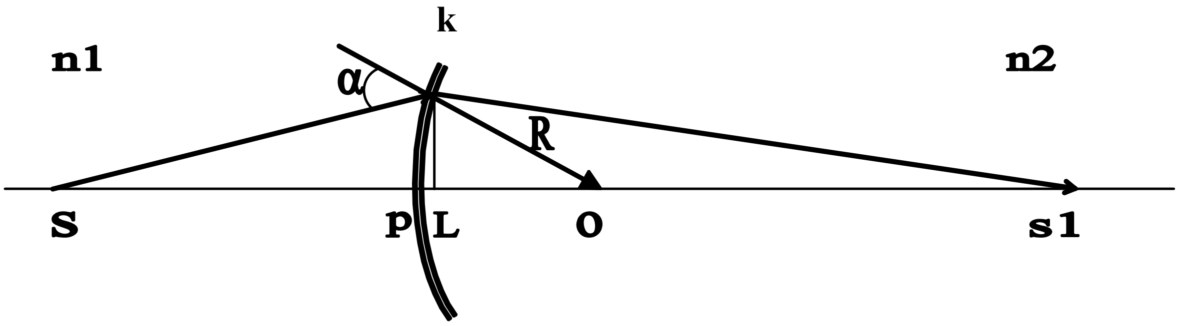
Matricinį spindulių sklidimą centruotose optinėse sistemose užrašymo metodą galima naudoti jei patenkinamos dvi sąlygos:

1. Vienos bangos šviesos ilgis geometrinėje optikoje laikomas nykstamai mažu ir tada šviesos sklidimą galima aprašyti kaip atskirus spindulius, o ne kaip bangos frontą. Pagal Hiuighensą šviesos bangos skaidrioje erdvėje sklinda išilgai bangos frontų normalės. Geometrinėje optikoje šis spindulys sklindantis išilgai normalės yra idealizuojamas. Šitą normalę vektoriškai galima traktuoti kaip elektromagnetinio lauko Pointingo vektorių, arba kaip gradientą kokios nors skaliarinės funkcijos, kuri aprašo bangos fazę. Iš čia išeina Ferma principas, kuriam paklūsta visi spinduliai.
2. Nagrinėjami paraksialiniai spinduliai. Tai tokie spinduliai, kurie praeidami pro optinę sistemą išlieka beveik lygiagretūs optinei ašiai. Tada sin ir tg bet kokio kampo, kuriuo nukrypsta šie spinduliai optinės ašies atžvilgiu, išskleidus eilute paliekamas tik pirmąjį narį.

6.1.1 Abės Nulinis invariantas

Pagal Ferma principą spinduliai sklinda taip, kad iš vieno taško į kitą nueitų per trumpiausią laiką. Optinių sistemų pagrindas yra lęšiai. Remiantis Ferma principu lengvai galima gauti spindulių sklidimo per sferinius paviršius ribojančius dvi skirtingas aplinkas.

Tarkime, kad dvi optiškai skirtingas aplinkas, kurių lūžio rodikliai n_l ir n_2, skiria sferinis paviršius, kurio kreivumo spindulys R (6.1. pav.)



6.1. pav.

Jei taškas S yra labai toli nuo sferinio paviršiaus, tai iš jo sklindantys spinduliai su pagrindine optine ašimi sudaro labai mažą kampą, tai

$$SP \approx SK$$

$$SK - SP << SK$$

$$SKn_1 + KS_1 n_2 = SPn_1 + PS_1 n_2$$

Įvedam pažymėjimą $PL = x$, tai

$$SKn_1 + KS_1 n_2 = SPn_1 + PS_1 n_2 = SLn_1 + LS_1 n_2 - xn_1 + xn_2 \qquad (6.1)$$

Turim stačius trikampius, ir iš jų gaunam, kad $KL = h$

$$SK \approx \sqrt{\mathrm{h}^2 + (\mathrm{SL})^2} = SL\sqrt{1 + \mathrm{h}^2 / (\mathrm{SL})^2}$$

h daug mažesnis už *SL*, todėl skleidžiant eilute paliekam tik pirmąjį narį

$$\sqrt{1 + \mathrm{y}^2} = 1 + \frac{1}{2}\mathrm{y}^2 \qquad y << 1$$

$$SK = SL + \frac{h^2}{2SL} \qquad (6.2)$$

Analogiškai gaunam, kad

$$KS_1 = LS_1 + \frac{h^2}{2LS_1} \qquad (6.3)$$

(6.2) ir (6.3) išraiškas įstačius į (6.1) lygtį ir įvedus pakeitimus $KO = h << RK$, $R = LO + \frac{h^2}{2LO}$ gaunam:

$$\frac{h^2}{2SL} n_1 + \frac{h^2}{2SL_1} n_2 = x(n_2 - n_1) = (R - LO)(n_2 - n_1) = \frac{h^2}{2LO}(n_2 - n_1) \qquad (6.4)$$

Iš čia gaunam, kad

$$\frac{n_1}{SL} + \frac{n_2}{LS_1} = \frac{(n_2 - n_1)}{LO}$$

Kadangi $SK \approx SP$, $LS_1 \approx PS_1$, $LO \approx R$

Tai galima užrašyti $\frac{n_1}{SP} + \frac{n_2}{PS_1} = \frac{(n_2 - n_1)}{R}$

Tarkim, kad visi atstumai esantys į kairę nuo *P* rašomi su minuso ženklu, o į dešinę bus teigiami. Įvedam pažymėjimą, kad $SP = -a_1$, $PS_1 = a_2$, o a' reiškia, kad dydis gali turėti teigiamą arba neigiamą reikšmę.

$$\frac{n_1}{-a_1} + \frac{n_2}{a_2} = \frac{n_2}{R} - \frac{n_1}{R}$$

$$\frac{n_1}{R} - \frac{n_1}{a_1} = \frac{n_2}{R} - \frac{n_2}{a_2}$$

Tokiu būdu gauname išraišką kuri vadinam *Abės Nuliniu invariantu*

$$n_1\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a_1}\right) = n_2\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a_2}\right)$$

Šios formulės esmė yra ta, kad

$$n\left(\frac{1}{R} - \frac{1}{a}\right) = const.$$

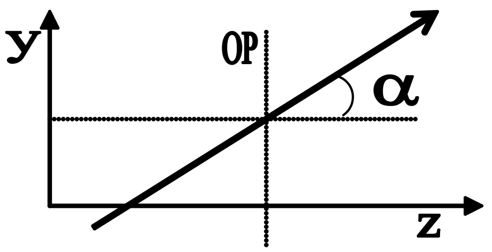
Tai reiškia, kad pereinant iš vienos aplinkos į kitą šie dydžiai nekinta

$$n_1\left(\frac{1}{a_1} - \frac{1}{R}\right) = n_2\left(\frac{1}{a_2} - \frac{1}{R}\right)$$

6.1.2 Spindulių sklidimo aprašymas matricų pagalba principas

Spindulių sklidimą optinėj sistemoj patogu aprašyti per specialias matricas. Matricinio metodo privalumas yra tas, kad jį galima naudoti ne tik aprašant paraksialinių spindulių sklidimą geometrinėje optikoje, bet ir Gauso pluoštelių difrakcinį sklidimą.

Optinėje sistemoje skirtingų lūžių rodiklių aplinkas skiria plokščios ir sferinės plokštumos. Pats spindulys sklindantis optinėje sistemoje susideda iš daug tiesių spindulių. Nagrinėjame tik tuos spindulius, kurie sklinda vienoje plokštumoje su pagrindine optine ašimi z. Ta plokštuma yra yz. Plokštumos, statmenos pagrindinei optinei ašiai ir visiškai nusakančios pagrindines idealiosios optinės sistemos savybes yra vadinamos – *kardinaliosiomis plokštumomis*. Plokštumos, statmenos pagrindinei optinei ašiai ir einančios per židinius F_1 ir F_2, vadinamos *priekine ir galine židinio plokštuma*. Plokštumos, kurios statmenos optinei ašiai, kurios bet kuri atkarpa vienoje plokštumoje atvaizduojama tokia pat atkarpa kitoje plokštumoje yra vadinama *pagrindine plokštuma*.



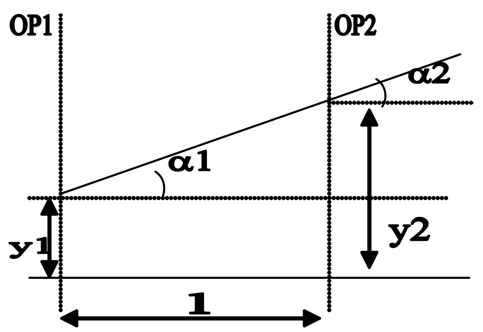
6.2. pav.

Spindulio sklidimą optinėje sistemoje nusako koordinatė y ir kampas α. Vietoj α yra patogiau naudoti išraišką $V=n\alpha$, kur n-lūžio rodiklis. Spindulio sklidimą tarp dviejų atraminių plokštumų užrašom dviem lygtimis:

$$y_2 = Ay_1 + BV_1$$
$$V_2 = Cy_1 + DV_1$$

Šias lygtis galima užrašyti matricos pavidalu .

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} A & B \\ C & D \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ V_1 \end{pmatrix} \quad (6.5)$$



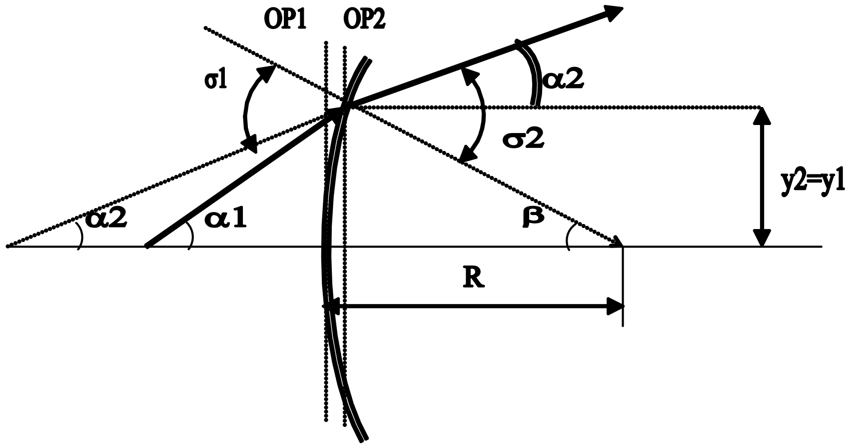
6.3. pav.

Atramines plokštumas galima pasirinkti bet kokioje centruotos optinės sistemos vietoje. A,B,C,D priklausys nuo nagrinėjamos srities savybių,t.y. nuo lūžio rodiklio n ir kreivumo spindulio R . Matrica, aprašanti spindulio sklidimą visoje centruotoje optinėje sistemoje, bus sudaryta iš atskirų matricų sandaugų.

Kad būtų galima nagrinėt optinę sistemą, reikia turėti matricas, kurios aprašo spindulio sklidimą

vienalytėje aplinkoje per atspindintį ir išgaubtą paviršių.
Vienalytės optinės aplinkos (OP_1 ir OP_2) storis pažymimas *l*. Jos lūžio rodiklis *n*. Per aplinką sklindantis spindulys aprašomas

$$y_2 = y_1 + l \cdot tg\alpha_1$$
$$V_1 = n_1\alpha_1$$
$$y_2 = y_1 + \frac{l}{n_1} \cdot V_1$$



6.4. pav.

$L = \frac{l}{n}$ -optinis aplinkos storis. Spindulio kryptis vienalytėj aplinkoje nekinta, dėl to galima parašyti:

$$V_2 = V_1$$

Tai spindulio sklidimą vienalytėje aplinkoje užrašom šia matrica

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ V_1 \end{pmatrix}$$

$$\tau = \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \qquad (6.6)$$

Matrica, kuri aprašo spindulių sklidimą per dvi aplinkas ribojantį išgaubtą paviršių gauname panašiu būdu. Laikysim, kad *R* bus teigiamas kai kreivumo centras nukreiptas į dešinę, o neigiamas kai į kairę. Atstumas tarp dviejų atraminių plokštumų *OP1* ir *OP2* bus

$$R(1 - \cos\beta) \approx \frac{R\beta^2}{2}$$

Kadangi sklinda paraksialiniai spinduliai, tai $y_2 = y_1$

$$n_1 \sin\sigma_1 = n_2 \sin\sigma_2$$
$$n_1\sigma_1 = n_2\sigma_2 \qquad (6.7)$$
$$\sigma_1 = \alpha_1 + \beta$$
$$\sigma_2 = \alpha_2 + \beta$$

Į šią lygtį įstatom

$$V_1 = n_1\alpha_1; \qquad V_2 = n_2\alpha_2$$
$$\beta = \frac{y_1}{R}$$
$$V_2 = V_1 - y_1\frac{(n_2 - n_1)}{R}$$

arba

$$V_2 = V_1 - Py_1$$

$$P = \frac{(n_2 - n_1)}{R} \qquad (6.8)$$ kur P- laužiamoji optinė geba

Gaunam matricą

$$\begin{pmatrix} y_2 \\ V_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} y_1 \\ V_1 \end{pmatrix}; \quad \Phi = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -P & 1 \end{pmatrix}; \qquad (6.9)$$

Kai $R \to 0$, tai $\Phi \to \tau$. Kai spindulys sklinda į kairę, tai aplinkos lūžio rodiklis, per kurią jis praeina pažymima (-*n*). Tai atspindžio dėsnis bus:

$$\sigma_1 = \sigma_2$$

galima nagrinėt kaip $n_1 = n_2$

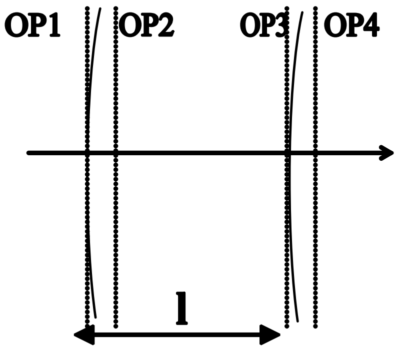
Atspindžio matrica bus tokia pati kaip ir lūžio, tik jei n_2 pakeisti į $-n_1$, tai

$$P = -\frac{2n_1}{R}$$

Išgaubtam veidrodžiui $R > 0$,tai didinimas $P < 0$. Įgaubtam – $P > 0$.

6.1.3 Storo lęšio matricos gavimas

Jei paimsim lęšį, kurio storis l, lūžio rodiklis n,o kreivumo spinduliai R_1 ir R_2, tai galima įvesti tokius matricų pažymėjimus: K_1- matrica (y_1,V_1), K_2-kreivumo matrica, kurios kreivumo spindulys - R_1, K_3 - optinės aplinkos storio matrica, kurios $L = \frac{l}{n}$, K_4 – kreivumo matrica, kurios kreivumo spindulys– R_2;



6.5. pav

$$P_1 = \frac{(n-1)}{R_1}$$

$$P_2 = \frac{(1-n)}{R_2}$$

Laikom, kad aplinkos lūžio rodiklis $n_0 = 1$, tai spindulio sklidimas per lęšį užrašomas kaip matricų daugyba

$$K_4 = \Phi_2 K_3 = \Phi_2 \tau K_2 = \Phi_2 \tau \Phi_1 K_1$$

Tokiu būdu gaunam, kad lęšio matrica yra

$$\mu = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\mathrm{P}_2 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & L \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\mathrm{P}_1 & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 - \mathrm{P}_1 \mathrm{L} & \mathrm{L} \\ -\left(\mathrm{P}_1 + \mathrm{P}_2 - \mathrm{P}_1 \mathrm{P}_2 L\right) & 1 - L\mathrm{P}_2 \end{pmatrix} \quad (6.10)$$

Kai turim labai ploną lęšį, tai lęšio aplinkos storis $L = \frac{l}{n} \to 0$, o τ (6.6) matrica virsta vienetine. Tai lęšio matrica μ tampa Φ, tik jos optinė laužiamoji geba

$$P = P_1 + P_2$$

$$P = (n-1)\left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2}\right)$$

Tokiu būdu galima gauti matricą, parodančią kaip sklinda paraksialiniai spinduliai per centruotą optinę sistemą. Tam reikia tik lūžio rodiklių ir kreivumo spindulių.Taip pat reikia žinot kaip yra išsidėstę viens kito atžvilgiu lęšio paviršiai. Tiems elementams pažymėti įvedam A,B,C,D.

$$\mu = \begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} \quad (6.11)$$

Panagrinėkim kaip sklinda spindulys lęšyje, įeinantis į jį aukštyje y_1. Tas spindulys sklinda lygiagrečiai optinei ašiai, todėl $V_1 = 0$ $(\alpha_1 = 0)$, Iš lęšio jis išeina aukštyje y_2.

$$y_2 = Ay_1$$

$$V_2 = Cy_1$$

Spindulio pasvirimo kampas optinės ašies atžvilgiu yra

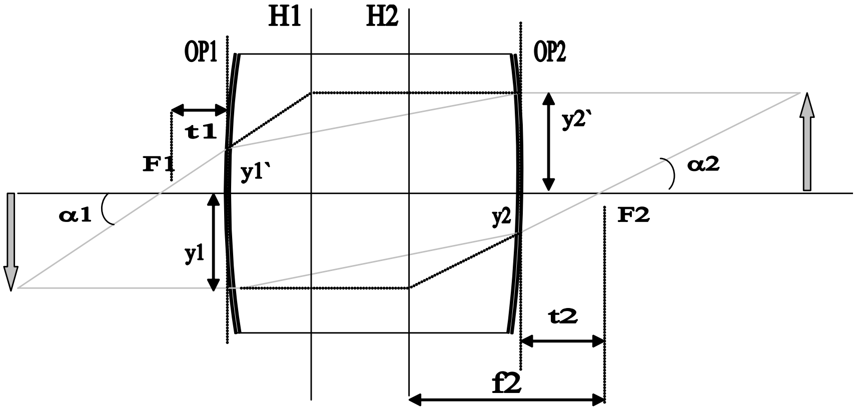
$$\alpha_2 = \frac{V_2}{n_2}$$

todėl spindulys kirs optinę ašį taške F_2, nutolusiame nuo atraminės plokštumos OP_2 atstumu

$$t_2 = -\frac{y_2}{\alpha_2} = -\frac{n_2 y_2}{V_2}$$

Įstačius čia y_2 ir F_2 gaunam, kad

$$t_2 = -\frac{n_2 A}{C}$$



6.6. pav.

t_2 nepriklauso nuo y_1, nes visi spinduliai išeinantys iš optinės sistemos kerta optinę ašį taške V_2 - vadinamam *židiniu*. Išeinančių spindulių tęsiniai susikerta taške ant *pagrindinės plokštumos* - H_2. Atstumas nuo pagrindinės plokštumos iki židinio yra vadinamas *židinio nuotoliu*.

$$f_2 = \frac{y_1}{\alpha_2} = -\frac{n_2 y_1}{V_2}$$

Įstatę $V_2 = Cy_1$ gaunam

$$f_2 = -\frac{n_2}{C} \qquad (6.12)$$

Iš čia matom, kad židinio nuotolį matricoje nusakys C elementas. Tam, kad rasti priekinį židinio nuotolį f_1 panagrinėsim spindulį, kertantį lęšį kampu α_1'. Išeidamas iš lęšio spindulys yra lygiagretus optinei ašiai, dėl to

$$V_2' = 0$$

Iš čia

$$V_2' = Cy'_1 + DV_1' = 0$$

Įstačius čia $V_1' = n_1 \alpha_1'$

Gaunam $y_1' = -\frac{Dn_1\alpha_1'}{C}$

Iš brėžinio matom, kad $t_1 = -\frac{y_1'}{\alpha_1'} = \frac{n_1 D}{C}$

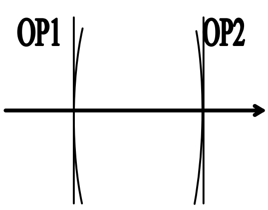
Gavom,kad atstumas t_1 nepriklauso nuo α_1'. Tai reiškia, kad visi spinduliai, kirtę priekinį židinį F_1, išėję iš sistemos bus lygiagretūs optinei ašiai. Kritusio ir praėjusio spindulio tęsiniai susikirs ant *pagrindinės plokštumos* H_1. Židinio nuotolis f_1 bus:

$$f_1 = \frac{n_1}{C} \qquad (6.13)$$

Kai $n_1 = n_2$ tai gaunam, kad $f_2 = -f_1$. Laužiamoji geba P = - C. Plonam lęšiui $P = P_1 + P_2 - P_1 P_2 L$ arba

$$P = \frac{l}{f_2} = (n-1)\left[\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} + (n-1)\frac{l}{nR_1R_2}\right] \qquad (6.14)$$

Kai $P > 0$ - turim *glaudžiamąjį lęšį*, kai $P < 0$ – *sklaidomąjį* .



6.7. pav.

Iki šiol buvo nagrinėjama matrica μ, kuri aprašo spindulių sklidimą tarp atraminių plokštumų OP_1 ir OP_2.

Iš šios matricos lengva gauti kitą matricą μ_H, kuri aprašys spindulių sklidimą tarp dviejų pagrindinių plokštumų H_1 ir H_2.

$$\mu_2 = \tau_2 \mu \tau_1$$

τ_1 – optinės aplinkos matrica , kurios storis nuo H_1 iki OP_1 yra

$$L_1 = \frac{1-D}{C}$$

τ_2 – optinės aplinkos matrica, kurios storis nuo OP_2 iki H_2 yra

$$L_2 = \frac{1-A}{C}$$

Gaunam, kad**:**

$$\mu_2 = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ C & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1/\mathrm{f}_2 & 1 \end{pmatrix} \qquad (6.15)$$

Iš šios matricos matyti, kad ji sutampa su matrica Φ plonam lęšiui, kurio laužiamoji geba P = -C. Visi spinduliai krentantys į H_1**,** iš H_2 išeina tame pačiame aukštyje, nes $y_2 = y_1$. Analogiškai galima gauti matricą, aprašančią spindulio sklidimą per židinių plokštumas F_1 ir F_2.

$$\mu_F = \begin{pmatrix} 0 & -1/C \\ C & 1 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & \mathrm{f}_2 \\ -1/\mathrm{f}_2 & 0 \end{pmatrix} \qquad (6.16)$$

Ši matrica rodo, kad visi lygiagretūs spinduliai, krentantys į priekinio židinio plokštumą F_1 įvairiuose taškuose, užpakalinę židinio plokštumą kirs viename taške y_2. Šio taško aukštis priklausys tik nuo to, kokiais kampais α_1 krito spinduliai į priekinio židinio plokštumą F_1. Jei spinduliai priekinę židinio plokštumą kerta skirtingais α_1 kampais, tai galinę židinio plokštumą jie kirs tuo pačiu kampu α_2.

$$\alpha_2 = -\frac{y_1}{f_2}$$

Naudojant matricą μ_H arba μ_F nesunku rasti matricą μ_{ab}, kuri aprašo spindulių sklidimą tarp atraminių plokštumų OP_a ir OP_b. Tarkim atstumas tarp H_1 ir OP_a yra a (a< 0 jei OP_a į kairę nuo H_1). b – atstumas tarp H_2 ir OP_b. Kartais patogiau atstumą užrašyti nuo židinio F_1 ir F_2. Tai atstumas nuo F_1 iki OP_a yra $z_1 = a - f_1$, o atstumas nuo F_2 iki OP_b yra $z_2 = b - f_2$. Jei laikysim, kad aplinkos lūžio rodiklis yra $n_1 = n_2 = 1$, tai

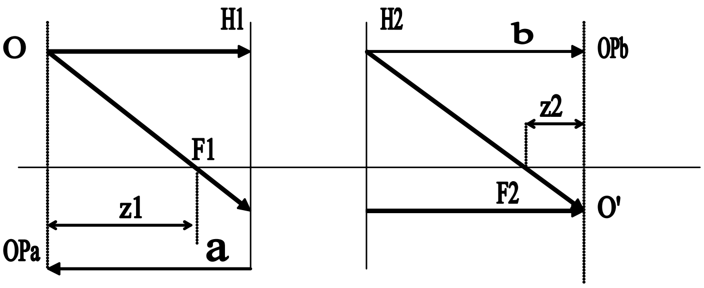
$$\boldsymbol{\mu} = \begin{pmatrix} \mathbf{1 - b/f_2} & \mathbf{-a + ab/f_2 + b} \\ \mathbf{-1/f_2} & \mathbf{1 + a/f_2} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \mathbf{-z_2/f_2} & \mathbf{z_1 z_2/f_2 + f_1} \\ \mathbf{-1/f_2} & \mathbf{z_1/f_2} \end{pmatrix} \qquad (6.17)$$

Jei atstumus a ir b parinksim taip, kad viršutinis dešinysis elementas būtų lygus 0, t.y.

$$\frac{-1}{a} + \frac{1}{b} = \frac{1}{f_2}$$

Arba $z_1 z_2 = -f_2^{\,2}$

Tai $y_2 = (1 - b/f_2)\, y_1$. Tai reiškia, kad visi spinduliai išeinantys iš taško *O* bet kokiu kampu α_1 sueis į vieną tašką *O'*. Optinė sistema atvaizduoja tašką, esantį ant OP_a ir ant OP_b padidinus.



6.8. pav.

$$\gamma = \frac{y_2}{y_1} = 1 - \frac{b}{f_2} = \frac{b}{a}$$

Plokštumai OP_a pasislinkus atstumu Δa surišta su ja plokštuma OB_b pasislenka atstumu *Δb* išilgai optinės ašies. Kai *Δa* mažas, tai gaunam tokį sąryšį:

$$\frac{\Delta a}{a^2} = \frac{\Delta b}{b^2}$$

Iš čia gaunam išilginis didinimas $$\beta = \frac{\Delta b}{\Delta a} = \left(\frac{b}{a}\right)^2 \qquad (6.18)$$

Jis visada teigiamas nes a ir b juda viena kryptim. Išilginis didinimas yra lygus $\beta = \gamma^2$, todėl daiktas ne visada išlaiko savo geometrinę formos panašumą su originalu, o tik kai $|\gamma| = 1$. Toks natūralus dydis gaunamas kai $a=-b$. Be to, daiktas bus dar apverstas nes $\gamma=-1$. Kampinį didinimą nusako išeinančių spindulių ir įeinančių kampų santykis

$$\frac{\alpha_2}{\alpha_1}=K \qquad (6.19)$$

6.1.4 Atspindys

Visais atvejais, kai spindulys sklinda į priešingą pusę nei nukreipta optinė ašis, aplinkos lūžio rodiklis, per kurią praeina spindulys turi minuso ženklą.

Aprašant spindulį reikia prisiminti, kad dydis $\frac{V}{n}$, o ne V nurodo atsilenkimo kampą α nuo optinės ašies. Kai spindulys atsispindi nuo plokščios aplinkos, tai jo sklidimo kryptis kinta į priešingą pusę. Taip pat pakinta ir α ženklas bei lūžio rodiklio ženklas. Atspindžio dėsnis užrašomas sąlyga

$$\begin{bmatrix} y_2 \\ V_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} y_1 \\ V_1 \end{bmatrix}$$

Optiniams šviesos spinduliams sklindant per optinę aplinkos atkarpą nuo plokštumos $z = z_2$ atkarpos ilgis yra $z_2 - z_1$. Ši atkarpa bus teigiama jei spindulys eis į dešinę optinės ašies atžvilgiu ir neigiamas jei į priešingą pusę.Kai sklinda į priešingą pusę aplinkos lūžio rodiklį laikome neigiamu. Kadangi atspindžio spindulys bus aprašomas dviem neigiamais dydžiais, tai optinės aplinkos storio matrica τ išliks teigiama.

Kad išreikšti laužiamąją gebą P pertvarkom (6.8) pakeisdami antros aplinkos lūžio rodiklį n_2 į $-n_1$ tos aplinkos kurioje sklinda spindulys. Tai gaunam, kad

$$P=\frac{-n}{R}$$

Iš čia gaunam, kad

$$\Phi = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 2n/R & 1 \end{bmatrix} \qquad (6.20)$$

Svarbu prisiminti, kad veidrodžio kreivumo spindulys laikomas teigiamu, kai jo kreivumo centras nukreiptas į dešinę (išgaubtas veidrodis). Tokio veidrodžio didinimas laikomas neigiamu, tai matricos (10) C elementas bus teigiamas. Jei veidrodžio kreivumo centras yra kairėje (įgaubtas), tuomet reikia pakeisti kreivumo spindulio ir lūžio rodiklių ženklus. Tokiu atveju matrica nepasikeičia ir C elementas bus neigiamas.

Kardinaliųjų plokštumų padėtį optinės sistemos atžvilgiu galima rasti pasitelkus 1.1. Centr.sist.nb.

6.2 Spalvotos šviesos regėjimas

Šviesą įprasta nagrinėti kaip korposkulus, tačiau labai retai šviesa nagrinėjama per biologinius aspektus. Geriausią šviesos detektorių sukūrė gamta, tai akys (oculus), bei su jomis susijusios smegenys. Jos suteikia informaciją apie mus supančią aplinką. Tai sudėtingas organas, kurį iki šiol tyrinėja žmonija ir vis atranda naujų funkcijų. Šviesai patekus į akį jutimai atsiranda fotocheminių, nervinių procesų ir psichologinių refleksų dėka.

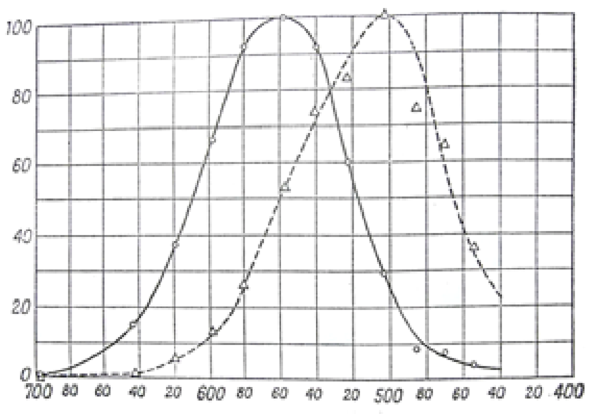
6.2.1 Akies jautrumo priklausomybė nuo šviesos šaltinio

Vienas iš pačių įspūdingiausių regos ypatybių yra akies gebėjimas prisitaikyti prie tamsos. Kai iš ryškiai apšviestos aplinkos patenkama į tamsą, reikia šiek tiek laiko, kad akys galėtų prisitaikyti prie naujų sąlygų ir imtų pastebėti tamsoje esančius objektus. Esant blogam apšvietimui daiktai atrodo „praradę spalvas“. Nustatyta, kad regėjimas sąlyginėje tamsoje adaptuojasi beveik tik *lazdelių* pagalba, o šviesioje aplinkoje– *kolbelėmis*. Daugeliu atvejų, objektai kurie esant geram apšvietimui matomi vienaspalviai, padidinus šviesos intensyvumą gali atrodyti kaip spalvoti.

Prie ryškios šviesos lazdelių jautrumas labai mažas, bet tamsoje laikui bėgant jos pasidaro labai jautrios. Į didelio intensyvumo šviesą reaguoja kolbelėmis pavadintos ląstelės. Šie du ląstelių tipai duoda šias savybes:

1. daiktų nublukinimas silpnoje šviesoje
2. 2 daiktų, nuspalvintų skirtingomis spalvomis, atskyrimas santykiniame ryškume

Lazdelės yra jautresnės mėlynoms spektro bangoms geriau nei kolbelės, tačiau kolbelės mato tamsiai raudonas bangas kai lazdelės joms visiškai nejautrios. Todėl lazdelėms raudona spalva, tas pats kas juoda. Jeigu paimsime du lapus popieriaus, pavyzdžiui raudona ir mėlyną, tai prieblandoje mėlyna atrodys ryškesnė už raudoną, nors prie ryškaus apšvietimo raudonas lapas žymiai ryškesnis už mėlynąjį. Jeigu mes tamsoje apžiūrinėjam ryškiai raudoną knygą ir įsivaizduojam jos spalvą, tai šviesoje viskas pasirodo neatpažįstama. *Tai purkinjie efektas*.



λ(n,m)

6.2.1 pav.

6.2.1. pav. *punktyrinė linija* – aprašo akies jautrumą tamsoje, tai yra jautrumą dėl lazdelių, *ištisinė linija* – rodo jautrumą šviesoje. Matyti jog maksimalus lazdelių jautrumas yra žalios spalvos spektre, o kolbelių geltoname spektre. Todėl raudona spalva 650 nm gerai matomas prie ryškios dienos šviesos ir beveik nematoma tamsoje.

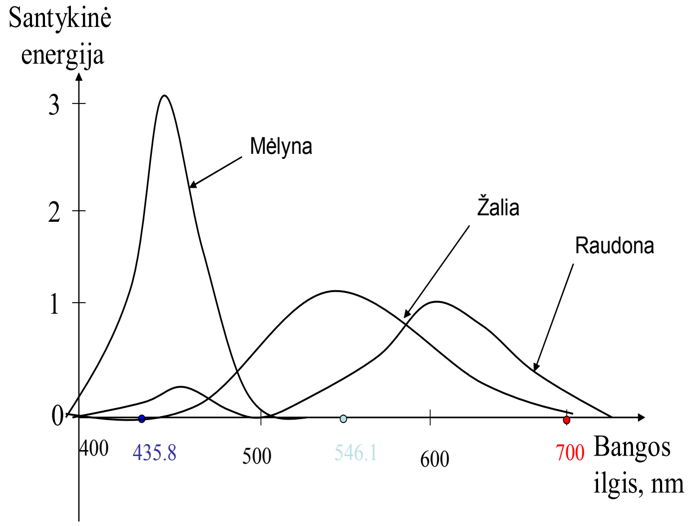
Kaip jau minėta tamsoje matome lazdelių pagalba. Tačiau tamsoje esančius daiktus matome ne vienodai gerai visomis kryptimis. Prieš mus esančius objektus matome blogiau, nei tuos kurie yra šone. To priežastis yra *geltonoji dėmė*, kuri yra tinklainės centre ant akies optinės ašies, o jos aplinkoje nėra lazdelių. Todėl silpnas žvaigždes ar ūkus būna lengviau pastebėti jei žiūrima į juos iš šono, o ne tiesiai.

Sumažėjęs kolbelių skaičius akies *periferijoje* sukelia dar vieną įdomų efektą – matomumo riboje net ir labai ryškūs daiktai praranda savo spalvingumą. Tačiau tinklainės periferija išskirtinai jautri daiktų, esančių matymo ribose, judėjimui. Nors mes blogiau matome kai žiūrime akies krašteliu, bet iškarto pastebime bet kokį judėjimą.

6.2.2 Spalvoto regėjimo schema

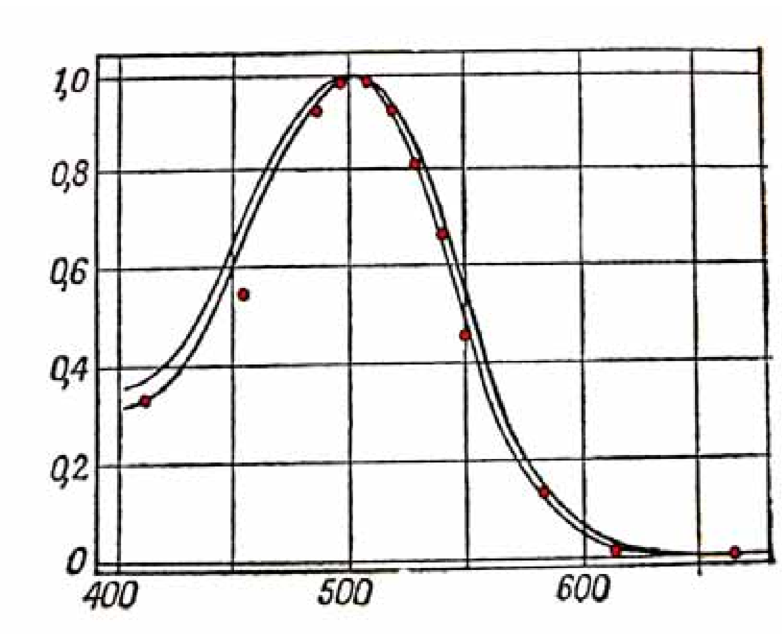
Jungas (Young) ir Gelmgolcas (Helmholtz), teigė jog akis turi tris pigmentus skirtingai reaguojančius į šviesą ir kad sugerties spektrai šių pigmentų skirtingi. Vienas stipriai sugeria raudona spalvą, kitas – žalią, trečias – mėlyną. Todėl kai šviesa patenka į akį tai sugertis kiekvienoje iš zonų vyksta skirtingai, o tiriant skirtingą ateinančią informacija mūsų smegenys, akys ar dar kas sprendžia kokia šviesa pasiekė akį. Norint įsivaizduoti kaip akyje vyksta spalvų atpažinimas reikia surasti kiekvieno pigmento sugerties kreives. Pasirodė, kad galima rasti tik visų trijų pigmentų suminę reakciją į šviesą atvaizduojančią kreivę, bet ne kiekvieno pigmento reakciją atskirai. Tokias kreives, vadiname - *skaisčio kreivėmis*, parodytomis.6.2.1. pav

Piešinyje parodytos dvi kreivės: viena akiai pripratus prie tamsos, o kita prie dienos šviesos (pastaroji charakterizuoja matymą kolbelių pagalba). Kreivė nurodo mažiausia ryškumą duotajai spalvai kurią akis dar gali atkurti, tai yra charakterizuoja akies jautrumą skirtingose spektro vietose.



6.2.2. pav.

Jei akis turi tris pigmentus kurie skirtingai reaguoja į šviesą, tai užduotis yra rasti sugerties spektro formas kiekvienam iš jų. Žinoma jog pasitaiko žmonių kurie neatskiria spalvų, vyrų tarpe būna 8%, moterų – 0,5%. Dauguma žmonių kurie turi sunkumų su spalvotu regėjimu ar išvis jo neturi, jautrus spalvos pasikeitimui skirtingo laipsnio, bet jiems vis vien charakteringa trijų spalvų jutimas. Yra tokių žmonių (juos vadina dichromatais), kuriems bet kokia šviesa susideda iš dviejų pagrindinių spalvų. Akivaizdu jog jie neturi vieno iš trijų pigmentų. Jei būtų trijų tipų dichromatai, tai pas vienus trūktų raudonas, pas kitus – žalios ir pas trečius – mėlynos spalvos. Išmatavus tokių žmonių jautrumą šviesai, galima rasti tris ieškomąsias sugerties kreives. Ir iš tikrųjų yra trijų tipų dichromatai, du tipai pasitaiko dažnai, o trečias rečiau. Taigi galima nustatyti 3 kreives (pav.6.2.2)

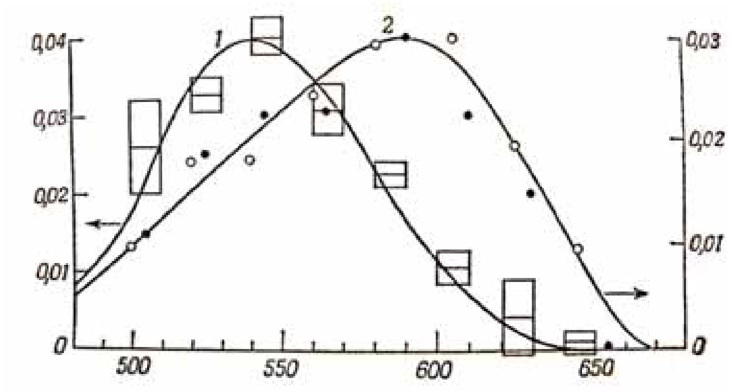


6.2.3. pav.

Palyginam kreives su tikru akies pigmentu. Pigmentas ištraukiamas iš tinklainės, pagrinde susideda iš vienos rūšies, vadinamo–

regimuoju purpuru (purpuras– rodopsinas). Jis randamas visų stuburinių akyse, o jo sugerties kreivė beveik sutampa su akies jautrumo kreive.

6.2.3 pav. parodyta absorbavimo kreivė regimojo purpuro ir akies jautrumo kreivė, prisitaikiusios prie tamsos. Ant y ašies atidėta absorbcija ir ryškumas. Akivaizdu, būtent purpuro pagalba mes gauname galimybę matyti tamsoje. Regimasis purpuras tai pigmentas iš lazdelių ir jokios tapatybės su spalvotu matymu neturi. Šis faktas buvo atskleistas 1877m. Spalvoti kolbelių pigmentai niekada nebuvo atkurti mėgintuvėliuose. Du pigmentus surado Raštonas (Rushton), kuris pritaikė labai paprastą metodą. Sunkumai buvo tame jog akis daug kartų mažiau jautresnė ryškiai šviesai, nei mažo intensyvumo šviesai, iš to išplaukia jog akiai reikia daug purpuro, bet mažai pigmento imlaus spalviniam šviesos matymui. Raštonas pabandė ištirti pigmentą nepašalinant jį iš akies. Oftalmoskopu, kuris leidžia pasiųsti šviesos spindulį į akį per *lėlytę* ir sufokusuoti akies atsispindėjusią šviesą, buvo apskaičiuotas atispindėjusios šviesos srautas. Buvo gautas šviesos du kartus perėjusio per pigmentą atspindžio koeficientas. Kolbelės sudarytos taip, kad patenkanti šviesa į jas daug kartų atsispindi ir po truputi nueina prie mažų jautrių šviesai taškų kolbelių viršuje. Pataikiusi į jautrųjį tašką, šviesa atsispindi ir išeina atgal padariusi nemažą kelia šviesai jautriame pigmente. Šviesos spinduliui nukrypus į geltoną dėmę kur nėra lazdelių, šviesa neveikia regimojo purpuro. Norint sužinoti, kada oftalmoskope matomas pats pigmentas pirmiausiai reikia surasti akis su spalvoto regėjimo defektu, kurioje pigmento mažiau. Dėl to bus lengviau atlikti analizę. Daugelis pigmentų, tame tarpe ir regimasis purpuras praranda spalvą ir intensyvumą prie šviesos, taigi prie apšvietimo jų koncentracija keičiasi. Todėl tiriant akies sugerties spektrą Raštonas apšvietinėjo visą akį kitu pluošteliu keičiančiu pigmentų koncentraciją ir matavo spektro pakitimus, ant kurio jau nebuvo atspindžio nuo kraujagyslių ir akies galinės sienelės. Tokiu būdu Raštonui pavyko gauti grynojo pigmento sugerties kreivę *protonopo* (*protonopas – žmogus turintis regėjimo ydą*) akyje (6.2.4. pav.).



6.2.4. pav.

Antroji kreivė (6.2.4. pav.) gauta tiriant normalią akį, tokiu metodu: po pirminio akies tyrimo ir nustatymo kokiai šviesai jautrus duotasis pigmentas, kitas pigmentas buvo apšviečiamas raudona šviesa, kuriai pirmasis pigmentas nejautrus. Raudona šviesa neveikia protanopo akies, o tikroji akis jautri: tokiu būdu galima gauti kreivę trūkstamam pigmentui. Vienos kreivės forma idealiai sutampa su kreive žaliajam pigmentui, bet kita kreivė, raudona, truputi pasislinkusi. Paskutiniai tyrimai parodė jog jokio apibrėžto pigmento nėra.

Spalvoto regėjimo prigimtis nėra vien fizikos problema. Šviesa yra jutimas, o įvairių spalvų jutimas įvairiose aplinkose skirtingas. Jeigu paimsim rožinę spalvą, gautą sudėjus baltos ir raudonos šviesos šaltinius (iš raudonos ir baltos gali gautis tik rožinė spalva) tai lyginant su juo balta šviesa, gali pasirodyti žydra. Daiktas pastatytas spindulių kelyje meta du šešėlius – vienas iš jų apšviečiamas tik baltai, o kitas raudonai. Daugumai žmonių baltas šešėlis atrodo žydras, bet jei padidinti šešėlio matmenis, kol jis neuždengs viso ekrano, mes nelauktai pamatysime baltą, o ne žydrą spalva. Panašius efektus galima gauti sumaišius raudoną, baltą ir geltoną šviesą. Šis spalvų mišinys gali duoti tik oranžiniai geltoną šviesą su skirtingais atspalviais. Sumaišius šias spalvas skirtingais kiekiais mes gausime tik oranžinę spalvą. Tuo tarpu peržiūrint šešėlius ant kurių užsideda spinduliai skirtingų kombinacijų, galima pamatyti rinkinį labi gražių spalvų, kurių nėra pačioje šviesoje (nes yra tik oranžiniai spinduliai), bet atsirandančių mūsų jutimuose. Mes aiškiai matome įvairias spalvas, visai nepanašias į fizikines spalvas esančias pačiose spinduliuose. Svarbu atsiminti jog tinklainė pati priskiria spalvą, ji lygina tai ką matome vienoje ir kitoje aplinkoje.

6.2.3 RGB modelis

Spinduliuotės ir kūno optiniam apibudinimui naudojama spalvos sąvoka. Kad suprasti spalvos esmę, vien optikos neužtenka. Reikia naudoti fiziologijos, psichologijos, matematikos, estetikos, etnografijos, archeologijos, meno, filosofijos metodus. Aristotelis yra pareiškęs: „Matoma šviesoje yra spalva, nes spalva nematoma be šviesos“.

Spalva yra spinduliuotės poveikio žmogaus akiai pasekmė, savotiškas pojūtis. Skirtingu spinduliuočių poveikis žmogui ir jo psichikai yra savitas. Šiuolaikinė trikomponentė spalvų regėjimo teorija teigia, kad akies tinklainėje yra trijų rūšių kolbutės, kurios skirtingai reaguoja į įvairios spektrinės sudėties šviesą. Tai *r* jutikliai, labiausiai reaguojantys į raudonąją, *g* jutikliai į žaliąją ir *b* jutikliai - į mėlynąją spalvą.

Spalva yra regimosios spinduliuotės charakteristika, kurią stebėtojas gali nusakyti skirtumus tarp dviejų regimų laukų, kurių forma, matmenys ir struktūra yra vienodi, o skiriasi skleidžiamosios arba atspindimosios spinduliuotės spektrinė sudėtis ir intensyvumas. Spalvos skirstomos i chromatines (spalvingąsias) ir achromatines (nespalvingąsias - baltoji, juodoji, pilkoji). Spalvos skiriasi vienokiu ar kitokiu atspalviu (spalvos tonu) ir spalvos grynumu (sodrumu). Atspalvis yra regimojo pojūčio savybė, apibudinama bangos ilgiu tokios monochromatinės spinduliuotės, kurią sumaišius su baltąją spinduliuote gaunama tiriamosios spinduliuotės spalva. Spalvos grynumą nusako tam tikro atspalvio monochromatinės spinduliuotės dalis, kurią sumaišius su baltąja spinduliuote sukuriamas vizualus tapatumas su nagrinėjamąją spinduliuote. Didžiausiu grynumu pasižymi spektro spalvos ir purpurinės spalvos pereinamosios tarp raudonosios ir violetinės, sukuriamos maišant įvairiais santykiais šias kraštines regimojo spektro spalvas (r = 720 nm, v = 380 nm).

Spalva nevisiškai nusako spinduliuočių spektrinę sudėtį, nes netgi skirtingos spektrines sudėties spinduliuotės vizualiai gali būti neatskiriamos, nors kitais atvejais nedideli spektrinės sudėties pokyčiai lengvai pastebimi.

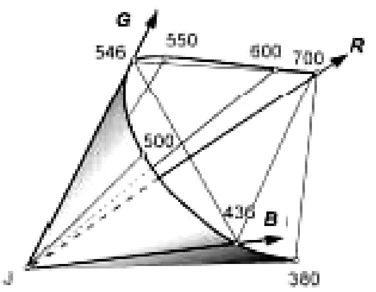
Tam tikru monochromatinių spinduliuočių spalvų, vadinamų papildomosiomis spalvomis, kiekybinis mišinys yra neatskiriamas nuo baltos dienos šviesos, kurios spektras yra ištisinis. Kiekvienai pagrindinei spalvai yra papildomoji (pagrindinė spalva + papildomoji spalva = baltoji spalva). Viena papildomoji spalva yra sudaryta iš dviejų pagrindinių. Antai geltonoji (raudonoji + žalioji) yra papildomoji mėlynajai (nes mėlynoji + geltonoji = baltoji), purpurinė (raudonoji + mėlynoji) papildomoji žaliajai, o žydroji (žalioji + mėlynoji) - papildomoji raudonajai. Dauguma mus supančiųjų daiktų yra nespinduliuojantys, jie atspindi šviesą ir suvokiami pagal tūrio forma ir nuspalvinimą, kuris apibudinamas spektrine atspindžio kreive. Pagal šviesių ir tamsių vietų pasiskirstymą regėjimo lauke (šviesos šešėlius) nusakoma daikto tūrio forma ir atskirų paviršiaus dalių orientaciją spindulio atžvilgiu. Žmogaus suvokiama spalva priklauso tiek nuo paties objekto spalvos, tiek ir nuo jį supančiųjų objektų bei fono spalvų.

Spinduliuotės spalva apibudinama spalviu, kurį pagrindinai nusako spinduliuotės spektrinė sudėtis. Tačiau ir skirtingos spektrines sudėties spinduliuotės gali būti vienodo spalvio. Pojūčiai, atsiradę dėl *rgb* jutiklių sužadinimo lygiu santykio skirtumo, vadinami spalvio jutimu, t.y. suvokiama spalva. Spalvio jutimas leidžia žmogui skirti vienodo skaisčio spinduliuočių skirtingas spalvas. Vienoda spalvio jutimą sukeliančios spinduliuotės vadinamos vienspalvėmis. Nagrinėjant spalvas reikia žinoti Grasmano dėsnius :

1. Tolydumo dėsnis. Esant bet kokiam tolydiniam spinduliuotės kitimui, spalva kinta tolydžiai
2. Adityvumo dėsnis. Dviejų spinduliuočiu sumos spalva priklauso tik nuo dedamųjų spinduliuočių spalvų
3. Trimatiškumo dėsnis. Bet kokios keturios spalvos yra tiesiškai susietos (yra ir tiesiškai nepriklausomu spalvų trejetai).

Kokios nors spinduliuotės spalvos nusakymas yra subjektyvus dėl pojūčiu, kurie įvairiems žmonėms yra skirtingi ir priklauso nuo stebėjimo sąlygų. Žmogaus akies spektrinis jautris skirtingoms regimojo spektro sritims yra nevienodas, o priklauso nuo bangos ilgio λ. Saulės spektre didžiausią galią turi gelsvai žalia spinduliuotė. Žmogaus akis adaptavosi prie Saulės šviesos energijos pasiskirstymo ir tapo jautriausia šiai spinduliuotei (555 nm). Spalvos matavimas iš esmės skiriasi nuo kitų fizikinių dydžių matavimų. Čia negalima panaudoti standartinių metrologijos metodų, kuriuose matuojamasis parametras lyginamas su etalonu ir nustatomas kiek kartų didesnis ar mažesnis už etaloną. Spalvoms toks matavimas iš principo negalimas – negalima pasakyti, pvz., kad raudonoji spalva tiek kartų didesnė ar mažesnė už mėlynąją.

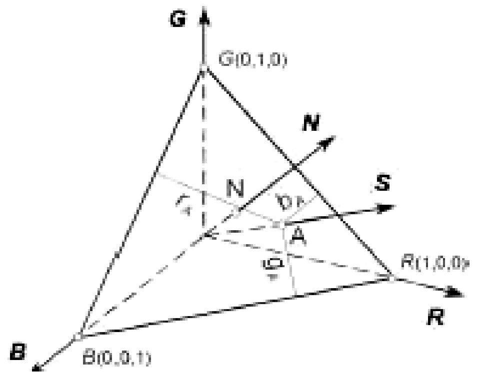
Kolorimetrijoje (spalvų matavimo metoduose, skirtuose kiekybiškai įvertinti spalvą ir spalvų skirtumą) sukurtos sistemos, kuriose spalva matuojama kiekybiškai ir išreiškiama etaloninėmis spinduliuotėmis, maišomomis tam tikromis proporcijomis. Tokios objektyvios spalvos išraiškos sukurtos griežtai fiksuotomis standartinėmis stebėjimo sąlygomis. Spalvos charakteristika kolorimetrijoje yra trimatė, tai yra spalva kiekybiškai išreiškiama trimis tarpusavyje susietais parametrais. Todėl spalva kolorimetrijoje pateikiama trijų dedamųjų vektoriumi tiesinėje erdvėje, vadinamoje spalvų erdve (6.2.5. pav.) Visų spalvos vektorių pradžia yra bendra. Taškas J, atitinkantis koordinačių sistemos pradžią, yra juodasis taškas - nulinio skaisčio taškas (nėra šviesos). Iš spalvų erdvės koordinačių pradžios išeina aibė spalvos vektorių. Visi realiųjų spalvų vektoriai yra kūginėje erdvėje, kurią riboja monochromatinės spinduliuotės ir purpurinių spalvų vektoriai. Trijų spinduliuočių spalvos, kuriomis išreškiama charakterizuojamoji spinduliuotė, vadinamos pagrindinėmis spalvomis. Pagrindinėmis gali būti bet kokios trys tiesiškai nepriklausomos spalvos, t.y. ne viena iš jų negali būti sukuriama kitų dviejų suma (arba tiesine kombinacija). Tai vektorių nekomplanarumo sąlyga. Tokių spalvų trijulių, sudarančių spalvos koordinačių sistemą, gali būti daug. 1931m. Tarptautinė apšvietimo komisija (TAK) įvedė standartinę sistemą RGB, kurioje pagrindinės spalvos yra raudonoji R(red = 700,0 nm), žalioji G (green = 546,1 nm) ir mėlynoji B (blue = 435,8 nm). Jas maišant galima sukurti dauguma realiai pasitaikančių spalvų. Bet kokia matuojamoji spalva S gali būti pateikta trimatėje spalvų erdvėje koordinatėmis r, g, b, vadinamomis spalvos koordinatėmis. Taigi spalvos koordinatės yra trijų pagrindinių spalvų kiekiai, padedantys atkurti reikiamą spinduliuotės pojūtį tam tikroje trispalvėje sistemoje. Vizuali matuojamosios spalvos S ir trijų pagrindinių spalvų mišinio tapatybė išreiškiama vektorine spalvos lygtimi:



6.2.5.pav.

$$S = rR + gG + bB \qquad (6.21)$$

kuri nusako nagrinėjamąją spalvą. Bet kokia spalva kolorimetrijoje suprantama kaip vektorinė trijų dedamųjų suma. Apšvietus baltą paviršių vienu metu trimis šviesos srautais R, G ir B, ekrane galima pamatyti įvairias spalvas. Esant tam tikroms R, G, B vertėms, susidaro baltoji spalva. Tokiu spinduliuočių srautai vadinami vienetiniais (arba vienetinėmis spalvomis). Spalvų erdvės koordinačių ašių išsidėstymas yra gana laisvas. Pasirenkant pagrindines spalvas svarbus yra baltosios spalvos vektorius. Jis turi būti vienodai nutolęs nuo pagrindinių spalvų vienetinių vektorių, tai yra nuo koordinačių sistemos ašių. Labiausiai nutolę nuo baltosios spalvos vektoriaus yra monochromatinės spinduliuotės spalvos vektoriai. Realiosios spalvos vektorius yra erdvėje tarp baltosios spalvos ir atitinkamos pagal atspalvį monochromatinės spinduliuotės vektoriaus. Bet kokia realioji spalva sukuriama maišant baltąją ir tokio pat atspalvio monochromatinę spalvą. Baltosios spalvos vektorius N kerta vienetinių spalvų plokštuma taške N, kuris yra vienetinių vektorių R, G, B viršūnių sudaromo trikampio centre (6.2.6. pav.).



6.2.6.pav.

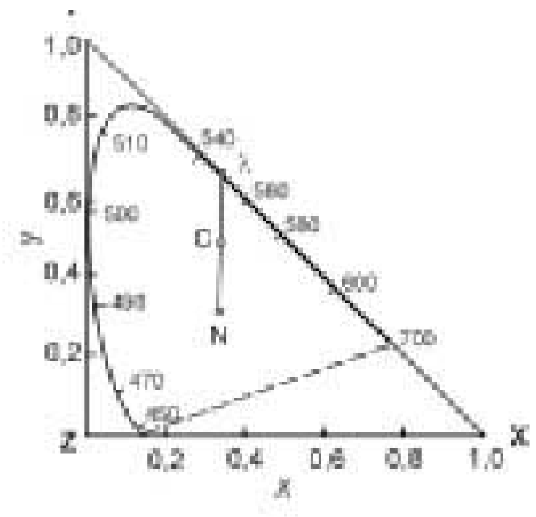
Baltoji spalva gaunama tada, kai vienetinių spalvų skaisčių (vizualių) santykis yra toks:

$L_R : L_G : L_B = 1 : 4{,}5907 : 0{,}0601$ (6.22)

Ši lygtis tiksliai nusako baltosios spalvos sąvoką. Baltoji spalva – tai spalva, kuri sukuriama sumaišius tris pagrindines spalvos dedamąsias R, G ir B santykiu, išreikštu (6.22) lygtimi. Iš (6.22) lygties išplaukia, kad tik viena iš L_R , L_G ir L_B verčių yra nepriklausoma, ja galima pasirinkti laisvai, bet standartiniuose matavimuose toliau jos keisti negalima. Bet koks spalvos vektorius S (arba jo tęsinys) kerta vienetine plokštuma taške A, kuris nusako nagrinėjamosios spinduliuotės spalvį. Vienetinės plokštumos sritis trikampio viduje vadinama spalvio diagrama (arba spalvos trikampiu). Jo viršūnės nusako pagrindiniu spalvų spalvius. Taško A vieta palvos trikampyje apibudinama spalvio koordinatėmis rA , gA , bA - tai atstumai iki trikampio kraštinių. Jei rA = gA = bA = 1/3, gaunamas baltosios spalvos taškas. Spalvio koordinatės r, g, b yra spalvos koordinačių ir jų sumos (modulio) dalmuo:

$$r = \frac{R'}{R'+G'+B'} \;;\; g = \frac{G'}{R'+G'+B'} \;;\; b = \frac{B'}{R'+G'+B'} \qquad (6.23)$$

Bet kuri spalva S(R', G', B'), kurios spalvio taškas S(r, g, b) yra spalvos trikampio viduje, gali būti sukuriama maišant teigiamas RGB sistemos pagrindinių spalvų vertes. Tačiau, jei spalva nėra nagrinėjamos sistemos trikampio viduje, viena arba dvi spalvos koordinatės tampa neigiamomis. Tai reiškia, kad matuojamoji spalva negali būti sukuriama maišant pagrindines spalvas. Tačiau sumaišius matuojamąją spalva su ta pagrindinę spalva, kurios viena koordinatė yra neigiama, sukuriama tokia pati spalva, kaip ir dviejų kitų pagrindinių spalvų mišinys. Pvz., išraiška



6.2.8. pav.
6.2.7. pav.

$$S = -rR + gG + bB$$
$$S + rR = gG + bB.$$

Grynųjų spalvų S(λ) spalvos lygtis yra tokia:

$$S(\lambda) = r(\lambda)R + g(\lambda)G + b(\lambda)B \qquad (6.24)$$

Taškų S(λ) visumos linija vadinama grynųjų spalvų linija (6.2.7. pav.).

Grynųjų spalvų linija (spalvio grafikas)- tai monochromatinių spinduliuočių spalvų vektorių susikirtimo su vienetine plokštuma taškų visuma. Visos grynosios spalvos, išskyrus tris pagrindines (R, G, B), yra už spalvos trikampio ribų. Trikampio svorio centre yra taškas N, žymintis baltąją spalva. Tiesėje, jungiančioje raudonosios (λ = 700 nm) ir violetinės (λ = 380 nm) spalvų spalviu taškus, išsidėsčiusios purpurinės spalvos, o plokštumoje tarp grynųjų spalvų linijos ir purpurinių spalvų linijos - visos galimos realiosios spalvos. Tiesėje, jungiančioje baltąją spalvą N su kokia nors grynąją spalva S(λ) išsidėsčiusios visos spalvos, kurios gali būti sukuriamos maišant baltąją spalvą su S(λ) spalva. Jos yra vienodo atspalvio, bet skiriasi spalvos grynumu dėl skirtingo baltosios spalvos kiekio. Taške N visu atspalviu šviesos grynumas lygus nuliui, o grynųjų spalvų linijos taške - 100 %. Kaip minėta, bet kokia negrynoji spalva gali būti sukuriama maišant įvairiausias spalvų poras. Nubrėžkime bet kokią tiesę per tašką F (6.2.7. pav.), apibudinantį kokios nors spalvos F spalvį. Grynųjų spalvų liniją ji kerta a ir b taškuose. Šioje tiesėje bet kokios dvi spalvos, išsidėsčiusios skirtingose taško F pusėse, sumaišytos atitinkamais kiekiais sukuria spalvą F. Jei tiese nubrėžta per spalvos trikampio centrą N (6.2.7 .pav., tiese cd), tai sumuojant bet kokias dvi spalvas, išsidėsčiusias skirtinguose taško N pusėse, susidaro baltoji spalva. Svarbu tik parinkti tokių spalvų intensyvumų santykį. Kaip minėta, šios spalvos vadinamos papildomomis. Suprantama, tokiu spalvų porų kiekis yra be galo didelis. Spalvos trikampis suteikia daug informacijos apie spalvas. Nors sumavimo variantų yra labai daug, tačiau kiekvienu atveju gaunami visiškai konkretūs duomenys. Dar vienas paprastas pavyzdys. Tarkime, kad maišomos dvi grynosios spalvos Fa ir Fb. Maišant sukuriamos spalvos, kuriu spalviai išsidėsto tiesėje ab. Visos jos nepriklauso grynosioms spalvoms. Iš čia galima daryti išvadą: maišant dvi grynąsias spalvas, negalima sukurti kitos grynosios spalvos. Visoms spalvoms, kurių spalvio taškai yra spalvos trikampio viduje (6.2.7 .pav.), spalvos koordinatės yra teigiamos, o spalvoms, kurių spalvio taškai yra už trikampio ribų, viena iš spalvos koordinačių yra neigiama. Nagrinėjamoje sistemoje spektrinių spalvų linija yra už trikampio ribų. Ji spalvos grafike riboja realiųjų spalvų lauką. Iš čia gauname, kad RGB sistemoje ne visas realiąsias spalvas galima sukurti maišant tris pagrindines spalvas. Neigiamos realiųjų spalvų koordinatės yra nepatogios vartoti, todėl 1931m. TAK patvirtino kita standartine spalvų nustatymo sistema XYZ, kurioje spalvos trikampis yra stačiakampis. Pagrindines spalvos X, Y, Z parinktos taip, kad visas realijų spalvų laukas būtų šio trikampio viduje (6.2.8 .pav.). X, Y, Z spalvos kurios yra už RGB sistemos grynųjų spalvų linijos ribų, yra nerealios. Tiesioginiais matavimais spalvos koordinačių XYZ sistemoje gauti negalima. Jos nustatomos perskaičiuojant duomenis, gautus pagal pagrindines prietaiso spalvas. Sąryšis tarp vienetiniu XYZ sistemos ir RGB sistemos spalvų išreiškiamas šiomis lygtimis:

$$\left.\begin{aligned} X &= 2,36461R - 0,51515G + 0,00520B \\ Y &= -0,89654R + 1,45640G - 0,01441B \\ Z &= -0,46807R + 0,08875G + 1,00921B \end{aligned}\right\} \quad (6.25)$$

Spalvos lygtis XYZ sistemoje užrašoma taip:

$$S = xX + yY + zZ \qquad (6.26)$$

čia x, y, z yra spalvos koordinatės, o X, Y, Z - pagrindinių spalvų vienetiniai vektoriai.
Spalvio koordinates XYZ sistemoje nusakomos analogiškai kaip ir RGB sistemoje:

$$X = \frac{x}{x+y+z} \quad Y = \frac{y}{x+y+z} \quad Z = \frac{z}{x+y+z} \qquad (6.27)$$

Taigi spinduliuotės spalva galima nusakyti kiekybiškai ir kokybiškai. Kiekybinė spalvos charakteristika yra skaistis arba spalvos modulis, kuris lygus spalvos koordinačių R', G', B' (arba X', Y', Z') sumai. Spalvos kokybė nusakoma jos trispalviais koeficientais r, g, b (arba x, y, z), t. y. tuo santykiu, kuriuo reikia sumaišyti tris pagrindines spalvas R, G, B (arba X, Y, Z), kad mišinio spalvos kokybė būtų tokia, kaip nagrinėjamosios spalvos. Tačiau trispalviai koeficientai nėra vieninteliai spalvos kokybę nusakantieji parametrai. Dar yra naudojami du dydžiai - atspalvis ir spalvos grynumas. Tarkim, kad taškas N (6.2.8 .pav.) atitinka baltąją spalva ir spalvio koordinatės yra xN , yN . Tiese, nubrėžta per mus dominanti tašką C(x, y), kerta grynųjų spalvų linija (x , y) taške. Šis taškas atitinka tam tikros monochromatinės spinduliuotės bangos ilgi λ. Išsidėsčiusių NC tiesėje visų taškų spalviai nusakomi tuo pačiu atspalviu, kurį lemia bangos ilgis tokios monochromatinės spinduliuotės, kurią sumaišius su baltąją sukuriama norima spalva. Atspalvį patogu žymėti bangos ilgiu λ.

Antrasis dydis, nusakantis spinduliuotės spalvį, yra spalvos grynumas – tai monochromatinio skaisčio dedamosios B ir sukurtojo mišinio pilnutinio skaisčio, kuris lygus monochromatinio ir baltojo skaisčiu dedamuoju B ir BN sumai, dalmuo

$$p = \frac{B_\lambda}{B_\lambda + B_\mathrm{N}}$$

Spalvos grynuma nusako taško C padėtis tiesėje N ir rodo, kaip chromatiškumas yra arti spalvos linijos perimetro. Taigi spinduliuotės spalvį galima nusakyti x, y arba , p. Tarp šių parametru yra sąryšis. Nustačius trispalvius koeficientus x , y ir žinant xN , yN , taško C(x, y) spalvos grynumas išreiškiamas taip:

$$p = \frac{y_\lambda}{y}\frac{NC}{N\lambda} = \frac{y_\lambda}{y}\frac{y - y_N}{y_\lambda - y_N} = \frac{y_\lambda}{y}\frac{x - x_N}{x_\lambda - x_N} \qquad (6.28)$$

Spalvos matuojamos prietaisais, vadinamais kolorimetrais ir spalvų komparatoriais. Tai specialūs prietaisai, kurie sugraduoti pagal spalvų skales arba spalvų atlasus, ir matuojamasis bandinys lyginamas su jų spalvomis. Spalvų komparatorius skirtas greta esantiems stebimiems laukams įvertinti, kai vienas laukas apšviestas standartine, o kitas - nežinomąją spinduliuote. Spalvų matavimo prietaisais galima palyginti matuojamąjį bandinį su etalonu dviejuose gretimuose fotometriniuose laukuose. Etalonai yra trijų fiksuotos spektrines sudėties spinduliuočių mišinys, o fotometrinio lauko apšviestumas kiekvienam iš jų parenkama matavimo metu. Šiems apšviestumams proporcingi dydžiai nustatomi iš prietaiso rodmenų - nustatomos matuojamojo bandinio spalvos koordinatės.

Nagrinėjant kūnų spalvas, reikia atkreipti dėmesį į tai, kad jas apsprendžia medžiagos savybes ir sąveika su krentančiąja spinduliuote. Tai susiję su šviesos sugertimi, atspindžiu bei sklaida. Kūnų spalvas pagrindinai lemia rezonansiniai medžiagos daleliu dažniai, ties kuriais pasireiškia selektyvioji sugertis bei atspindys. Tai gali vykti tiek visame medžiagos tūryje, tiek ir paviršiuje. Jei rezonansinis dažnis ω_{0i} yra ultravioletinėje srityje, regimoje spektro srityje nėra selektyviosios sugerties ir medžiaga yra beveik bespalvė ir skaidri (pvz., stiklas). Kai nuosavieji dažniai ω_{0i} yra regimojoje spektro srityje, atitinkamos šios srities dalys sugeriamos ir medžiaga nuspalvinama papildančiosiomis spalvomis. Pvz., violetinio rašalo spalva indelyje yra violetine todėl, kad pereinant baltajai šviesai jo stori sugeriama gelsvoji spektro sritis. Popieriaus lape violetinis rašalas irgi yra violetinės spalvos, nes popieriaus paviršiaus plaušeliai prisigeria rašalo. Šviesos atspindys (sklaida) vyksta kažkokiame popieriaus paviršiaus sluoksnio storyje, kuriame įmirkę plaušeliai sugeria gelsvąją spektro sritį. Tačiau (!), jei rašalo lašas nukrenta ant paviršiaus, kuris neišmirksta rašale (pvz., stiklo paviršius), tai išdžiuvusi rašalo dėmė yra gelsva. Šiuo atveju tokia spalva susidaro ne dėl selektyviosios sugerties, o dėl selektyvaus šviesos atspindžio. Įspūdingos yra aukso spalvos. Storas aukso gabalėlis yra gelsvai rausvas. Tačiau labai plona aukso plėvele pereinančioje šviesoje atrodo mėlyna. Pirmuoju atveju aukso spalva lemia selektyvusis atspindys, o antruoju – selektyvioji sugertis. Taigi atsispindint šviesai nuo medžiagos paviršiaus, labiausiai atsispindi tų ilgių bangos, kurios pereinant medžiagas labiausiai sugeriamos. Todėl kūno spalva, nusakoma selektyviuoju atspindžiu, yra papildančioji to kūno spalvai, kurią nusakoma selektyviąja sugertimi.

6.2. Spalv

Literatūra

1. **P.Brazdžiūnas**. Bendroji fizika, III d., Optika. Vilnius: Valstyb. polit. ir mokslo lit. leidykla, 1963. 435p.
2. **A.Tamašauskas** Fizika, II d., Vilnius: Mokslas, 1992. 195 p.
3. **B.Kukšas, S.Vičas**. Fizika, II d. Vilniu: Mokslas, 1988. 255 p.
4. **B.Javorskis, A.Detlafas**. Fizikos kursas, III d., Vilnius: Mintis, 1975. 582 p.
5. **V. A. Šalna**. Optika., Vilnius: Enciklopedija, 2004. –272 p.
6. **Бутиков Е. И**. Оптика. М.: Высшая школа, 1986. 512 с.
7. **Калитеевский Н.И**. Волновая оптика. М.: Высшая школа, 1978. 384 с.
8. **Борн М., Вольф Э**. Основы оптики. М.: Наука, 1970. 855 с.
9. **Ландсберг Г.С.** Оптика. М.: Наука, 1976. 923 с.
10. **Ф.А. Королев**. Курс физики. Оптика, Атомная и ядерная физика. М.: Госпедиз., 1962. 504 с.
11. **Н.М. Годжаев**. Оптика. М.: Высшая школа, 1977. 432 с.
12. **F.S. Growford**. Berkley. Physics Course, Volume 3, 1974. 510 p.
13. **С.Г. Колашников**. Электричество. М.: Наука, 1970. 666 с.
14. **И.В. Савельев**. Курс общей физики, Т. 2, 1978. 480 с.
15. **Л.Д. Ландау, Е.М. Лифшиц**. Электродинамика сплошных сред. М.: Наука, 1982. 620 с.
16. **Д.В. Сивухин**. Курс общей физики. Т.4., М.: Наука, 1980. 751 с.
17. **J.R. Meyer-Areud**. Wstep do optyki . Warszawa, 1977. 467 s.
18. **St**. **Wolfram.** The Mathematica book 5th ed. Addison-Wesley,1999.
19. **Р. Фейман, Р Лейтон, М Сэйндс.** Феймански лекций по физике. М.: “Мир”, 1967.
20. **А. Джеррард, Дж. Берд.** Введение в матричную оптику. М.: “Мир”, 1978.